ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KALMAN FİLTRELEMESİNDE DURUM KISITLARI VE TOPOGRAFİK DURUM KISITLARININ ÇOKLU HEDEF TAKİBİNDE UYGULANILMASI

Ali Önder BOZDOĞAN

ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ANKARA
2008

Her hakkı saklıdır

Yrd. Doç. Dr. Murat EFE danışmanlığında, Ali Önder Bozdoğan tarafından hazırlanan **"KALMAN FİLTRELEMESİNDE DURUM KISITLARI VE TOPOGRAFİK DURUM KISITLARININ ÇOKLU HEDEF TAKİBİNDE UYGULANILMASI"** adlı tez çalışması 25/01/2008 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Prof. Dr. Fikri Öztürk
Ankara Üniversitesi, İstatistik Anabilim Dalı

Üye : Yrd. Doç. Dr. Murat EFE
Ankara Üniversitesi, Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Üye : Doç. Dr. Gökhan İLK
Ankara Üniversitesi, Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Metin Olgun
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KALMAN FİLTRELEMESİNDE DURUM KISITLARI VE TOPOGRAFİK DURUM KISITLARININ ÇOKLU HEDEF TAKİBİNDE UYGULANILMASI

Ali Önder BOZDOĞAN

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman : Yrd Doç Dr. Murat EFE

Bu çalışmada VS-IMM algoritması tabanlı otomatik bir kara hedef takip sistemi tasarlanmıştır. Hedef takip sistemi, yüksek sayıda parazit yankı içeren GMTI radar verisini işleyerek hedef tespit, iz başlatma ve takip yeteneğine sahiptir. Hedef takibinde, her hedef için kullanılan kestirici algoritma, hedefin bulunduğu topografik konuma bağlı olarak adaptif bir şekilde değiştirilmektedir. Sistem, sayısal haritalardan okuduğu yol ve gözlenebilirlik bilgilerini, hedefin yol üzerinde hareket etmesi, kavşaklardan dönüş gerçekleştirmesi ve hedeften gelen sinyallerin bloke olması durumunda takibin başarıyla devam ettirilmesinde kullanmaktadır. Yol bilgileri kısıtlı unscented kalman filtresi (UKF) yardımı ile hedef takibinde kullanılmaktadır.

Tasarlanan hedef takip sistemi yol bilgisini kullanmayan bir IMM algoritması tabanlı hedef takip sistemiyle kıyaslanmıştır. Kıyaslama sonucunda bilgisi kullanımının hedef takibinin daha uzun süre ve daha yüksek doğrulukta ve daha az iz kaybı ile gerçekleştirilmesine yardım ettiği görülmüştür. Tasarlanan sistem neredeyse gerçek zamanlı çalışmaktadır.

2008 , 77 sayfa

Anahtar Kelimeler : durum kısıdı, radar, GMTI, Kalman, UKF, IMM, VS-IMM, atama yöntemi, açık arttırma algoritması, hedef takip, kestirim, iz başlatma, veri ilişkilendirme

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

State Constraints in Kalman Filtering and Application of Topographic State Constraints in Multiple Target Tracking

Ali Önder BOZDOĞAN

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electronics Engineering

Supervisor : Asst. Prof. Murat EFE

In this work, a VS-IMM algorithm based automated ground multi-target tracking system is designed. The designed system is capable of detecting and tracking ground targets by processing GMTI radar data with high levels of clutter return. The tracking algorithm is adaptively adjusted for each target based on its topographic location. The system uses road map information to successfully tack targets that move along highways, turn around at junctions and even when the targets returns are obstructed. The road map information is used in the tracking system through an unscented kalman filter implementation.

The designed system is compared to a standard IMM tracker that does not utilize road map information. The results show that road map information using additional road map information helps to track targets longer, more accurately and with less track losses. The designed tracker operates near real time.

2008 , 77 pages

Key Words : state constraint, radar, GMTI, Kalman, UKF, IMM, VS-IMM, assignment method, auction algorithm, target tracking, estimation, track initialization, data association

TEŞEKKÜR

Annem, babam ve benden her konuda yardımlarını esirgemeyen hocam Murat Efe'ye …

Ali Önder Bozdoğan
Ankara, Ocak 2008

İÇİNDEKİLER

ÖZET ..... **i**

ABSTRACT ..... **ii**

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR ..... **iii**

SİMGELER DİZİNİ ..... **vi**

ŞEKİLLER DİZİNİ ..... **vii**

ÇİZELGELER DİZİNİ ..... **ix**

1. GİRİŞ **1**

2. KISITLI KALMAN FİLTRELEME **5**

2.1 Ayrık Zaman Durum-Uzay Modellerinde Filtreleme Problemi **5**

2.1.1 Durum uzay modeli **5**

2.1.2 Filtreleme problemi ve Bayes çözümü **6**

2.1.3 Sonsal dağılımın indirgemeli hesaplanması **7**

2.1.4 Optimal çözümü mümkün olan bir durum -Kalman filtresi **8**

2.1.5 Genişletilmiş Kalman filtre **9**

2.1.6 Unscented Kalman filtre **10**

2.1.6.1 Tahmin **12**

2.1.6.2 Gözem güncellemesi **13**

2.2 Kısıtlı Kalman Filtreleri **14**

2.2.1 Doğrusal eşitlik kısıtları **15**

2.2.1.1 Çözüm yöntemleri **16**

2.2.1.1.1 Model parametrizasyon değişimi **16**

2.2.1.1.2 Mükemmel ölçüm kullanan Kalman filtresi **16**

2.2.1.1.3 Simon-Chia kısıtlı Kalman filtresi (izdüşüm metodu) **17**

2.2.1.1.4 Bitmead-Ko kısıtlanmış Kalman filtresi **21**

2.2.2 Doğrusal eşitlik kısıtlarına yönelik bir benzetim çalışması **23**

2.2.3 Doğrusal olmayan kısıtlar **26**

2.2.3.1 Çözüm yöntemleri **26**

2.2.3.1.1 Doğrusallaştırma **26**

2.2.3.1.2 Monte Carlo yöntemi **28**

2.2.3.1.3 Sigma noktası izdüşümü (Ut tabanlı kısıt) 28
2.2.4 Doğrusal olmayan eşitlik kısıtlarına yönelik bir benzetim çalışması 28
3. KARASAL HEDEF TAKİP SİSTEMİ 32
3.1 Hedef takibi 32
3.2 GMTI radar 33
3.3 Hedef Takip Modülü 37
3.3.1 Kestirim alt modülü 38
3.3.1.1 Hareket ve gözlem modelleri 38
3.3.1.2 Değişken yapılı etkileşimli çoklu model algoritma 39
3.3.1.2.1 Etkileşimli çoklu model algoritma 40
3.3.1.2.2 Değişken yapılı etkileşimli çoklu model algoritma farkları 44
3.3.1.3 Karasal hedef takibinde VS-IMM modları 44
3.3.2 Veri ilişkilendirme alt modülü 46
3.3.3 İz sonlandırma alt modülü 48
3.4 İz Başlatma Modülü 48
3.4.1 2/2 & N/M algoritması 49
4. BENZETİM ÇALIŞMASI 50
4.1 Kestirici (EKF ile Unscented Kalman Kestiricisi) Karşılaştırışı 53
4.2 İdeal Şartlar Altında VS-IMM ile IMM Karşılaştırışı 55
4.3 Çoklu Hedef Senaryosunda VS-IMM ile IMM Kıyaslaması 57
4.2.1 Toplam kestirim RMS hataları 58
4.2.2 Algoritma tarafından başlatılan yanlış izler 68
4.2.3 Algoritma tarafından takip edilmeyen hedefler 69
4.2.4 Atama yönteminde yanlış eşleştirmeler 70
4.2.5 Ortalama iz kaybı sayısı 71
4.2.6 Ortalama iz ömrü 71
4.3 VS-IMM Algoritma Kompleksitesi 71
5. SONUÇLAR 72
KAYNAKLAR 74
ÖZGEÇMİŞ 77

SİMGELER DİZİNİ

CRLB	Cramer Rao Lower Bound
EKF	Extended Kalman Filter – Genişletilmiş Kalman Filtresi
GMTI	Ground Moving Target Indicator – Hareketli Yer Hedefi Belirleyicisi
IMM	Interacting Multiple Model Estimator – Etkileşimli Çoklu Model Kestirici
MAP	Maximum A Posteriori
MMSE	Minimum Mean Squared Error
RMS	Root Mean Square
SAR	Synthetic Aperture Radar – Senterik Açıklık Radarı
SCKF	Smoothly Constrained Kalman Filter
STAP	Space-Time Adaptive Processing –Uzay-Zaman Uyarlamalı İşleme
UKF	Unscented Kalman Filter
UT	Unscented Transformation
UTM	Universal Transverse Mercator
VS-IMM	Variable Structure Interacting Multiple Model Estimator – Değişken Yapılı Etkileşimli Çoklu Model Kestirici
WGS84	World Geodetic System 84

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 İki boyutlu normal dağılımlı bir rasgele değişkenin doğrusal olmayan bir transformasyon ardından ilk iki momentin gerçek değerleri ile EKF ve unscented transformasyon (UT) yaklaşıklamaları Temel radar blok şeması ... 11
Şekil 2.2 Doğrusal yolda hareket eden araç ... 24
Şekil 2.3 Taban noktası ve kırpma hataları ... 27
Şekil 2.4 Dairesel yolda hareket eden araç ... 29
Şekil 3.1 Otomatik hedef takip sistemi blok şeması ... 33
Şekil 3.2 Yüksek çözünürlüklü radar ile karasal hedef gözetimi ... 34
Şekil 3.3 SAR + GMTI radar görüntüsü ... 34
Şekil 3.4 GMTI radar tarafından gözetlenen saha ... 37
Şekil 3.5 Etkileşimli çoklu model filtre blok şeması ... 40
Şekil 4.1 GMTI radar tarafından gözetlenen saha ve yol haritası ... 50
Şekil 4.2 Benzetim çalışmasında kullanılan senaryo ... 51
Şekil 4.3 IMM EKF – IMM Unscented Kalman kestiricileri 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 54
Şekil 4.4 IMM EKF – IMM Unscented Kalman kestiricileri 100 Monte Carlo koşusu hız kestirim hataları ... 55
Şekil 4.5 İdeal şartlar altında IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 56
Şekil 4.6 İdeal şartlar altında IMM - VS-IMM 100 Monte Carlo koşusu hız kestirim hataları ... 57
Şekil 4.7 Katar 1 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 59
Şekil 4.8 Katar 1 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları ... 60
Şekil 4.9 Katar 2 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 60
Şekil 4.10 Katar 2 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları ... 61
Şekil 4.11 Katar 3 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 61
Şekil 4.12 Katar 3 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları ... 62
Şekil 4.13 Katar 4 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 62
Şekil 4.14 Katar 4 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları ... 63
Şekil 4.15 Katar 5 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 63
Şekil 4.16 Katar 5 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları ... 64
Şekil 4.17 Katar 6 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 64
Şekil 4.18 Katar 6 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları ... 65
Şekil 4.19 Katar 7 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 65
Şekil 4.20 Katar 7 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları ... 66
Şekil 4.21 Katar 8 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları ... 66
Şekil 4.22 Katar 8 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları ... 67
Şekil 4.23 Katar 9 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim

hataları 67
Şekil 4.24 Katar 9 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları 68
Şekil 4.25 VS-IMM ile başlatılan hatalı izler 69
Şekil 4.26 VS-IMM ile takip edilmeyen ortalama hedef sayısı 70

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Filtre kestirim hataları…….....25

Çizelge 2.2 Filtre kestirim hataları……..31
Çizelge 4.1 Katar manevra ivmeleri (m/sn^2)……...52
Çizelge 4.2 IMM-EKF ile IMM-UKF kestiricilerinin yapmış olduğu 100 Monte Carlo koşusu kestirim hataları (RMS)…….. 54
Çizelge 4.3 İdeal şartlar altında 100 Monte Carlo koşusu kestirim hataları…….56
Çizelge 4.4 Çoklu senaryoda 100 Monte Carlo koşusu kestirim hataları…….58

1. GİRİŞ

Modern askeri operasyonlarda uzun menzilden ve gerçek zamanda kara hareketlerinin gözetlenebilme yeteneğinin önemi giderek artmaktadır. 2000 yılında yedi devlet ve NATO Danışma, Komuta ve Kontrol Ajansının, (*NATO Consultation, Command and Control Agency, NC3A*) çeşitli gözlem platformlarından alınan hareketli yer hedefi belirleyicisi (GMTI - *Ground Moving Target Indicator*) ve sentetik açıklık radarı (SAR - Synthetic Aperture Radar) verilerinin birleştirilmesi ve paylaşılması yolu ile koalisyon ordularının ortak çalışabilirlik (*interoperability*) kabiliyetini arttırmayı amaçlayan CAESAR (*Coalition AErial Surveillance And Reconnaissance*) projesi ve 2005 yılında CAESAR'ın ardılı olarak faaliyete geçen; optik, kızıl ötesi ve elektronik istihbarat sensörlerinin kullanımına odaklanan MAJIIC (*Multi-sensor Aerospace ground Joint Interoperable ISR Coalition*) programı, karasal gözetlemeye yönelik güncel bir uluslararası ilgi oluştuğunu göstermektedir. (Koller *et al.* 2005)

Kara gözetiminde uzay-zaman uyarlamalı işleme (STAP - Space-Time Adaptive Processing) işlemeli GMTI uçak radarları önemli bir sensör teknolojisidir (Koller *et al.* 2005). Bu teknoloji halihazırda bazı platformlarda çalışır durumda olmakla beraber, yakın gelecekte pek çok platformun da GMTI sensörleri ile donatılacağı düşünülebilir. Dolayısıyla GMTI sensörleri ile karada hareket eden araç, askeri ekipman ve konvoyların tespit edilmesi ve oluşturulan tespitlerden çıkarılacak hedef izlerinin sürekli ve kaliteli bir şekilde otomatik hedef takip sistemleri tarafından üretilmesi ve güncellenmesi büyük önem arzetmektedir.

Otomatik hedef takip sistemleri genel olarak hava hedeflerini takip etmek amacıyla tasarlanmıştır. Kara hedeflerinin takibinde, hava hedeflerine kıyasla otomatik hedef takip sistemlerini zorlayıcı bazı sorunlarla başa çıkılması gerekir. Bu sorunlar şu şekilde sıralanabilir:

- Karasal bir alan üzerinde yapılacak gözlemler, eşdeğer bir hava alanına kıyasla çok daha yüksek miktarda parazit yankı içermektedir. Hedef takip sisteminin, yüksek miktarda parazit yankı arasından hedeflere ait ölçümleri tespit ederek iz başlatması ve alınan ölçümleri takip edilen hedefler ile eşleştirerek güncellemesi gerekmektedir. Bulgular bölümünde de gösterileceği üzere yüksek sayıda parazit yankı arasından iz başlatılması, özellikle işlem yükü ağır bir aşamadır.
- Kara trafiği, hava trafiğine kıyasla çok daha yoğundur. Yüksek sayıda parazit yankı yanı sıra yoğun trafik hedef-ölçüm eşleştirilmesinde önemli bir sorun teşkil eder.
- Güncel GMTI radar sistemlerinin ölçüm alma sıklıkları düşüktür. (GMTI Horizon sistemi için 15 saniyede bir ölçüm alınır (Pannetier *et al*., 2005)). Düşük ölçüm alma frekansı iz başlatma ve hedef ölçüm eşleştirme problemlerini zorlaştıracaktır.
- Doğal-insan kaynaklı çeşitli yapılar radar sinyallerini bloke ederek hedeflerden gözlem alınmasını zaman zaman engelleyebilir (örn. dağ, tünel vb. yapılar, doğal engeller). Takip edilen hedefin gözlem yapılamayacak bir bölgeye girmesi durumunda, hedef takip sisteminin hedefe ait izi, hedef bu bölgeden çıkana kadar koruması gerekir.
- Hava hedeflerinde, hedef hareketinin, hedefin bulunduğu hava sahasından bağımsız olduğunun düşünülmesi kabul edilebilir bir varsayımdır. Bu varsayım kara hedefleri için geçerli değildir. Kara araçları çoğunlukla hareket edilen bölgedeki yolları takip edecektir (askeri araçların her an takip edilen yoldan ayrılabileceği unutulmamalıdır). Kara hedeflerinin belli bölgelerde (dağ, deniz vs.) hareket edemeyeceği varsayılabilir. Hedef hızı ve hareket yönü bölgenin topografik özelliklerine sıkı sıkıya bağlıdır.

Sözü geçen zorluklardan dolayı kara hedef takip sistemlerinin, hedef merkezli tasarlanması, her bir hedef için o anki hedef durumuna bağlı olarak kullanılan takip algoritmasının düzenlenmesi gerekmektedir. Bu ihtiyaç çok modelli bir hedef takip algoritması kullanılarak karşılanabilir. Etkileşimli çoklu model kestirici (IMM - *Interacting Multiple Model Estimator*) (Blom, 1988) manevra yapan hedeflerin takibinde kullanılan başarılı bir kestiricidir (Bar-Shalom *et al*. 1989, 2001, Li 1993). Algoritma, takip edilen hedef

hareketinin farklı zaman aralıklarında, farklı hareket modelleri kullanılarak modellenebileceğini varsayar. IMM, hedef takibini mümkün olan tüm hareket modellerine göre uyarlanmış bir takip filtreler dizisini paralel bir şekilde çalıştırarak gerçekleştirir. Kestirim, filtre tahminlerinin alınan ölçüme yakınlıklarına göre ağırlıklandırılıp birleştirilmesi ile elde edilir. Her an için yalnızca bir hedef hareket modunun geçerli olduğu düşünülürse, çok sayıda hareket modelinin kullanılmasının 'modeller arası rekabete' (Li and Bar-Shalom, 1996) neden olarak kestirim performansını düşüreceği görülebilir. Dolayısıyla, IMM algoritması sınırlı sayıda hareket modeli kullanılarak gerçeklenir. Kara hedef takibinde, kestirici tarafından kullanılması gereken hedef hareket modeli, hedef konumuna bağlı olarak değişecektir. Standart IMM algoritması bu durumda çok fazla sayıda hareket modelinin paralel bir şekilde çalıştırılmasına ihtiyaç uyar. Çok sayıda model çalıştırmak hem işlem yükü açısından gerçekleştirilebilir değildir, hem de 'modeller arası rekabet' yapılan kestirim başarımını düşürecektir. Li and Bar-Shalom (1996), bu duruma çözüm olarak değişken yapılı bir etkileşimli çoklu model kestiricisi (VS-IMM - *Variable Structure Interacting Multiple Model Estimator*) önermiştir. VS-IMM, her kestirim anında, tüm hareket modelleri kümesi arasından aktif olması ihtimali yüksek olan sınırlı sayıda hareket modelini seçerek IMM algoritması yapısı altında kullanır. VS-IMM algoritması kullanarak Bar-Shalom *et al*. (2000) hedef takibinde kullanılan kestirici filtrelerin, hedef konumuna bağlı olarak adaptif bir şekilde değiştirdiği bir kara hedef takip sistemi ortaya koymuştur.

Bu tez çalışmasında VS-IMM algoritması tabanlı otomatik bir kara hedef takip sistemi tasarlanmıştır. Hedef takip sistemi, yüksek sayıda parazit yankı içeren GMTI radar verisini işleyerek hedef tespit, iz başlatma ve takip yeteneğine sahiptir. Hedef takibinde, her hedef için kullanılan kestirici algoritma, hedefin bulunduğu topografik konuma bağlı olarak adaptif bir şekilde değiştirilmektedir. Örneğin, bir hedefin kestirilen konumu etrafında ulaşabileceği bir yol bulunuyorsa, hedefe ait takip filtrelerine yol üzerinde hareket modeline ait bir filtre eklenmektedir. Yol üzerinde hareketi modelleyen bu filtre Simon (2002) tarafından önerilen izdüşüm tabanlı kısıtlı Kalman filtre yapısını taşır. Benzer şekilde, bir kavşağa yaklaşan hedef için dönüş yapabileceği tüm yollara ait ayrı birer izdüşüm tabanlı

filtre, hâlihazırda kullanılan hedef takip filtrelerine eklenmekte; dönüş gerçekleştikten sonra dönüşün gerçekleştiği yol haricindeki yollar üzerinde hareketi modelleyen filtreler hedef takip yapısından düşürülmektedir. Tasarlanan otomatik hedef takip sistemi, askeri araçları da göze alacak şekilde yollara giriş ve çıkışın her an mümkün olduğu varsayımı ile çalışır (bu duruma bir istisna olarak, yol haritası takip edilen yoldan çıkışın mümkün olmadığını gösteriyorsa, yalnızca yol üzerinde hareket modeli aktifleştirilir). Otomatik takip sistemi, hedef konumuna bağlı olarak ortaya çıkabilecek gözlem engellerini (tünel vb.) değerlendirerek, gözlemi engellenen hedefi takip listesinden düşürmez; hedefin takibi tahminler üzerinden devam ettirilir. Bu şekilde işlem maliyeti yüksek iz başlatma modülünde tasarruf sağlanır.

Hedef takip sistemlerinde başa çıkılması gereken en önemli problemlerden biri iz-ölçüm eşleştirilmesidir. Tasarlanan otomatik hedef takip sistemi ölçüm hedef eşleştirilmesini atama yöntemini kullanarak (Bar-Shalom *et al*. 1996, 1997) gerçekleştirir. Atama probleminin çözümünde açık arttırma algoritması (*auction algorithm*) kullanılır.(Bertsekas, 1992)

Bu tez çalışması aşağıda gösterildiği şekilde gelişecektir.

- 2. bölümde öncelikle filtreleme problemi açıklanarak, Kalman, genişletilmiş Kalman ve unscented Kalman filtrelerinden bahsedildikten sonra durum kısıtlarının Kalman filtreleme yapısı içerisinde nasıl uygulanabileceği gösterilecektir.
- 3. bölümde geliştirilen VS-IMM tabanlı kara hedef takip sistemi detaylı olarak açıklanacaktır
- 4. bölümde hedef takip sisteminin test edildiği benzetim çalışması anlatılacak, benzetim bulguları ortaya koyulacaktır.
- 5. bölümde benzetim sonuçları tartışılacak ve geleceğe yönelik öneriler verilecektir.

2. KISITLI KALMAN FİLTRELEME

2.1 Ayrık Zaman Durum-Uzay Modellerinde Filtreleme Problemi

2.1.1 Durum uzay modeli

Bu çalışmada aşağıda belirtilen durum-uzay modeli kullanılacaktır: Θ sistemin zaman içerisinde değişen durum parametresini belirtir. Sistem durumu hakkında çıkarsamalarda bulunabilmek için Θ'den $\{t_1, t_2, ...\}$ile belirtilen zamanlarda gözlemler alınmaktadır. Eşitliklerde, Θ_k, t_k anındaki sistem durumunu; z_k ise bu anda alınan ölçümü belirtir.

Durum, zaman içerisinde, Eş. 2.1'de ifade edilen stokastik denkleme göre değişir. Bu denklem durum denklemi olarak adlandırılır. Durum denklemi Markov yapısına sahiptir.

$$\Theta_k = f(\Theta_{k-1}, W_k) \tag{2.1}$$

Durum denkleminde W_k, bilinen bir olasılık dağılım fonksiyonuna göre bağımsız ve özdeşçe dağılımlı bir rasgele değişkendir. Denklemin t_0 anındaki durum dağılımı olan p(Θ_0)'ın bilindiği varsayılır.

z_k gözleminin Eş. 2.2 ile verilen Z_k rasgele değişkeninin bir gerçeklenişi olduğu varsayılır. Bu denklem, gözlem denklemi olarak adlandırılır.

$$Z_k = g(\Theta_k, V_k) \tag{2.2}$$

Gözlem denkleminde V_k bilinen bir olasılık dağılım fonksiyonuna göre bağımsız özdeşçe dağılmış rasgele bir değişkendir.

V ve W dizileri sırasıyla gözlem ve işlem gürültüsünü belirtmekte olup, gürültülerin birbirlerinden bağımsız olduğu varsayılır. Aynı zamanda f ve g fonksiyonları da bilinen iki fonksiyondur. Gürültüler ve fonksiyonlar zaman içerisinde değişebilir, değişen dağılımların ve ilgili fonksiyonların bilindiği varsayılmaktadır.

2.1.2 Filtreleme problemi ve Bayes çözümü

Eşitlikler 2.1 ve 2.2 ile ifade edilen sisteme ait t_k anındaki Θ_k durumunun t_k anına kadar alınan tüm gözlemler kullanılarak kestirilmesi problemi filtreleme problemi olarak adlandırılır. Bu bölümde filtreleme problemine yönelik Bayes çözüm yöntemi açıklanacaktır. D_k tanım olarak t_k anına kadar yapılan ölçümlerin kümesi olursa ($D_k := \{z_1,.....,z_k\}$), Bayes yönteminde amaç sonsal dağılım (*a posteriori* dağılım) olarak adlandırılan $p(\Theta_k \mid D_k)$ dağılımının bulunmasıdır (Fearnhead, 1998). $p(\Theta_k \mid D_k)$ dağılımı parametrenin önsel dağılımı (*a priori* dağılım) olan $p(\Theta_0)$ ile gözlemler kümesinin sağladığı tüm bilgiyi ihtiva edecektir. $p(\Theta_k \mid D_k)$ hesaplandıktan sonra Θ_k parametresi istenilen optimalite kriterine göre kestirilebilir. Örneğin kestirimin en küçük karesel hata kriterine göre yapılması isteniyorsa (MMSE kestiricisi), bu şartı $E[\Theta_k \mid D_k]$ sağlar (Van Trees, 1968). Buna göre kestirim:

$$\widehat{\Theta}_k^{MMSE} = E[\Theta_k \mid D_k] = \int \Theta_k \times p(\Theta_k \mid D_k) d\Theta_k \qquad (2.3)$$

şeklinde elde edilir.

MMSE yerine maksimum a posteriori olasılığa (MAP) sahip parametrenin kestirim olarak kulanılması istenebilir. Bu kestirici MAP kestiricisi adını alır ve

$$\widehat{\Theta}_k^{MAP} = \arg\max_{\Theta_k} \{p(\Theta_k \mid D_k)\} \qquad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir.

2.1.3 Sonsal dağılımın indirgemeli (*recursive*) hesaplanması

Eşitlikler 2.3 ve 2.4 ile ifade edilen kestirimlerin yapılabilmesi için öncelikle $p(\Theta_k \mid D_k)$ 'nın bulunması gerekmektedir. Bu bölümde $p(\Theta_k \mid D_k)$ 'nın indirgemeli olarak hesaplanışı formülleştirilecektir. İndirgemeli yöntem sayesinde sonsal dağılımın her bir yeni öçlüm ile güncellemesinin lokal olarak yapılması sağlanacak, böylece her adımda tüm ölçümlerin tekrar tekrar kullanıldığı toplu (*batch*) işleme gerek duyulmayacaktır. Durum-uzay modelini kurarken yapılan varsayımlar bu sonsal dağılımın indirgemeli yazılabilecek şekilde parçalanmasını mümkün kılar. Öncelikle sistemin Markov yapısından dolayı:

$$p(\Theta_k, \Theta_{k-1} \mid D_{k-1}) = p(\Theta_{k-1} \mid D_{k-1})\; p(\Theta_k \mid \Theta_{k-1}) \tag{2.5}$$

şeklinde yazılabilir. Eş. 2.5'de Θ_{k-1} entegre edilerek atılırsa $p(\Theta_k \mid D_{k-1})$ marjinal dağılımı:

$$p(\Theta_k \mid D_{k-1}) = \int p(\Theta_{k-1} \mid D_{k-1})\; p(\Theta_k \mid \Theta_{k-1})\; d\Theta_{k-1} \tag{2.6}$$

ile hesaplanır. Eş. 2.6 literatürde tahmin (*prediction*) denklemi olarak adlandırılır (Sorenson, 1988). z_k gözlemi alındıktan sonra filtreleme Eş. 2.7 ile gerçekleştirilir ve bu eşitlik literatürde güncelleme (*update*) denklemi olarak adlandırılır.

$$p(\Theta_k \mid D_k) = \frac{p(\Theta_k \mid D_{k-1})\; p(z_k \mid \Theta_k)}{\int p(\Theta_k \mid D_{k-1})\; p(z_k \mid \Theta_k) d\Theta_k} \tag{2.7}$$

Her ne kadar 2.6 ve 2.7 eşitliklerinde gösterilen entegraller kolay alınabilirmiş gibi görünse de bu entegrallerin kapalı çözümleri özel durumlar haricinde yoktur.

2.1.4 Optimal çözümü mümkün olan bir durum – Kalman filtresi

Eşitlikler 2.6 ve 2.7 ile ifade edilen filtreleme denklemlerinin kapalı form çözümü, durum ve gözlem denklemlerinin doğrusal; işlem ve gözlem gürültülerinin sinyalden ve birbirlerinden bağımsız normal dağılımlı olduğu durumda mümkündür. Bu durum, Kalman filtresi olarak bilinir (Kalman, 1961). Kalman filtresi özellikle hedef takibinde en sık kullanılan durum kestiricisidir.

Kalman Filtresi Varsayımları:

- f ve g doğrusal birer fonksiyondur
- V ve W birbirinden ve kestirilecek parametreden bağımsız eklenebilir sıfır ortalamalı ve sırasıyla R ve Q kovaryanslarına sahip beyaz gürültü süreçleridir
- $p(\Theta_0)$, ortalaması $\hat{\Theta}_0$, kovaryansı P_0 olan normal dağılımlı bir rasgele değişken

Bu varsayımlar altında Eş. 2.1 ve Eş. 2.2 ile ifade edilen durum ve gözlem denklemleri:

$$\Theta_k = F_k \Theta_{k-1} + W_k \tag{2.8}$$

$$z_k = G_k \Theta_k + V_k \tag{2.9}$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda Eş. 2.6 ile belirtlen tahmin denklemi sonucu entegral almaya gerek kalmadan:

$$p(\Theta_1 | z_0) \quad = N(F_k \hat{\Theta}_0, F_k P_0 F_k{}^T + Q) \tag{2.10}$$

$\hat{\Theta}_{1|0} = F\hat{\Theta}_0$, $P_{1|0} = FP_0F^T + Q$ olursa, güncelleme denklemi hesabında gerekli olan

$$p(z_1 | \Theta_1) = N(G_k \hat{\Theta}_{1|0}, G_k P_{1|0} G_k{}^T + R) \tag{2.11}$$

ile bulunur. $p(z_1|\Theta_1)$ ve $p(\Theta_1|z_0)$ güncelleme denkleminde kullanılarak $p(\Theta_1|z_1)$ dağılımı $N(\hat{\Theta}_{1|1}, P_{1|1})$ hesaplanır (Ho, 1964).

$$K = \mathrm{P}_{1|0} G_k{}^T (G_k P_{1|0} G_k{}^T + R)^{-1}$$

$$\hat{\Theta}_{1|1} = \hat{\Theta}_{1|0} + K(z_1 - G_k \hat{\Theta}_{1|0})$$

$$P_{1|1} = (1 - KG_k) P_{1|0} \tag{2.12}$$

Bu durumda hem MAP hem de MMSE kriterlerinde aynı optimal kestirim olan normal dağılımın ortalama değeri kolaylıkla bulunacaktır. Bulunan kestirimin kovaryansı sonsal dağılımın kovarsansına eşit olacaktır. Sonsal dağılım kullanılarak filtrenin bir sonraki tahmini hesaplanır ve ardından filtre tahmini yeni alınan gözlem ile güncellenerek yeni kestirim oluşturulur ve bu şekilde filtrelemeye devam edilir. İndirgemeli bu kestirim yapısına Kalman filtresi adı verilir.

Kalman filtresinin bazı özellikleri

- Durum ve gözlem denklemleri doğrusal ve gürültüler normal dağılımlıysa MMSE ve MAP optimal ve yansız kestirim üretilir.
- Durum ve gözlem denklemleri doğrusal, fakat gürültüler normal dağılımlı değilse, kestirim MMSE optimal fakat MAP optimal değildir. Bu durumda kestirim aynı zamanda yanlıdır (Bar-Shalom, 2001).
- Durum ve gözlem denklemleri doğrusal ve gürültüler normal dağılımlıysa verimli (efficient) kestirim yapılır. (*A posterior*i kovaryans, Cramer Rao alt sınırına (CRLB) eşit) (Bar-Shalom, 2001).
- Filtre gürültü hakkında varsayımlar yaptığından gürbüz değildir.
- Modelleme hatalarına karşı oldukça hassastır.
- Sistem hakkında bilinen ek bilgilerin (durum kısıtları vb.) filtrelemeye ilave edilmesi olukça zordur.

2.1.5 Genişletilmiş Kalman filtre

Kalman filtresi doğrusal modeller için tasarlanmış bir kestirim algoritmasıdır. Eşitlikler 2.1 ve 2.2 ile ifade edilen durum ve gözlem denklemlerinden herhangi biri doğrusal yapıda değil ise Kalman filtresinin gerçeklenmesi mümkün değildir. Bu durumda yaygın bir şekilde kullanılan ideal altı (*suboptimal*) kestiricilerden birisi genişletilmiş Kalman filtresidir. (EKF - *Extended Kalman Filter*) EKF'de doğrusal olmayan durum veya gözlem fonksiyonları Taylor serisi açılımı ile doğrusallaştırılarak Kalman filtre yapısı içerisinde

kullanılır. Taylor açılımında sıklıkla birinci dereceden açılım ile yetinilir. Daha üst derecede Taylor açılımı kullanımı mümkün olmasına rağmen üst düzey türevlerin hesaplanmasının zorluğu, açılım sonucunda ortaya çıkacak karmaşık ifadelerin hesaplanmasında gerekecek işlem gücü ve yapılacak işlemlerin numerik stabilitesi açısından ikinci derecenin üzerinde açılımlar genellikle kullanılmaz. EKF de Kalman filtresi gibi gürültü dağılımlarının normal olduğunu varsayar.

Birinci derece Taylor açılımı kullanan EKF için doğrusallaştırılmış f ve g fonksiyonları aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$F_k = \left.\frac{\partial f}{\partial \hat{\Theta}}\right|_{\hat{\Theta}_{k-1|k-1}}$$

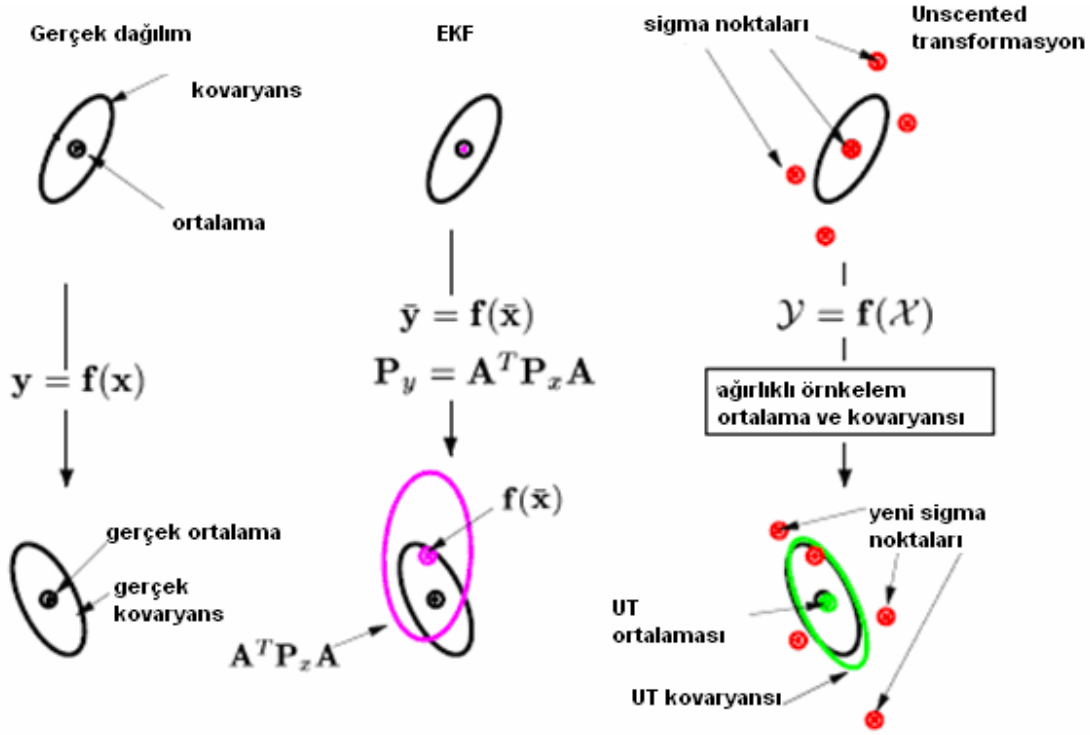
$$G_k = \left.\frac{\partial g}{\partial \hat{\Theta}}\right|_{\hat{\Theta}_{k|k-1}} \tag{2.13}$$

Genişletilmiş Kalman filtre ile ilgili en büyük problem, doğrusallaştırmanın doğasından kaynaklanan hatalar sebebiyle filtrenin ıraksama ihtimalinin bulunmasıdır.

2.1.6 *Unscented* Kalman filtre

Filtreleme probleminde durum veya gözlem denklemleri doğrusal olmaktan uzak ise içeriyorsa EKF algoritmasının kestirim performansı düşecek, filtre ıraksaması problemi ortaya çıkabilecektir. Filtre ıraksaması gerçekleşmese dahi filtrenin yapmış olduğu kestirim ile gerçek parametrenin istatistikleri birbirlerini tutmayabilecektir (Julier and Jeffrey, 1997). Bu duruma bir örnek Şekil 2.1'de gösterilmektedir. Şekilde doğrusal olmayan bir transformasyonun ardından EKF'nin yapmış olduğu kestirim ve kovaryansın gerçek parametre istatistiklerinden uzakta olduğu rahatlıkla gözlenebilir. Bu soruna çözüm olarak Julier and Jeffrey (1997) *unscented* transformasyon (UT) adında, örneklem tabanlı, Monte Carlo yöntemlerine benzer bir yöntem önerir. UT metodu Monte Carlo yöntemleri gibi, olasılık dağılımlarının parçacık (örneklem) bazlı yaklaşımlarını kullanır. UT yöntemi, Monte Carlo metotlarından farklı olarak yapmış olduğu örneklemleri rasgele oluşturmaz;

bu yöntemde yaklaşımı yapılan olasılık dağılımının ortalaması etrafında deterministik olarak seçilen minimal sayıda parçacık kullanılır. Seçilen örneklerin ortalama ve kovaryanslarının gerçek dağılımın ortalama ve kovaryansına eşit olması amaçlanır. Bunun yanında, UT ile yalnızca ilk iki momentin değil, daha üst düzey momentlerin korunması da mümkündür. UT örneklemleri daha sonra doğrusal olmayan transformasyona sokulur ve bunun ardından örneklemlerden yeni olasılık dağılımının ilk iki momenti oluşturulabilir. Şekil 2.1'de UT ile parçacık bazlı olasılık dağılım yaklaşımının gerçek dağılım istatistiklerini EKF'den çok daha iyi koruduğu görülmektedir.



Şekil 2.1 İki boyutlu normal dağılımlı bir rasgele değişkenin doğrusal olmayan bir transformasyon ardından ilk iki momentin gerçek değerleri ile EKF ve unscented transformasyon (UT) yaklaşıklamaları (Wan and Van der Merwe, 2001)

Julier and Jeffrey (1997), UT kullanan Kalman filtresi tabanlı bir kestirim algoritması önermiştir. Bu algoritma Kalman filtresi gibi tahmin ve gözlem güncellemesi kısımlarından oluşur.

2.1.6.1 Tahmin

- İşlem gürültüsü vektörü parametre vektörüne eklenerek genişletilmiş parametre vektörü ve genişletilmiş parametre kovaryansı oluşturulur.

$$\Theta^{g}{}_{k-1|k-1} = [\hat{\Theta}^{T}{}_{k-1|k-1}\ E[W_k^T]^T \tag{2.14}$$

$$P^{g}{}_{k-1|k-1} = \begin{bmatrix} P_{k-1|k-1} & 0 \\ 0 & Q_k \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

- Genişletilmiş durum ve kovaryanstan $2L+1$ tane sigma noktası oluşturulur. (L genişletilmiş parametre vektör boyutudur.)

$$\begin{aligned} \mathrm{X}^{0}_{k-1|k-1} &= \Theta^{g}_{k-1|k-1} \\ \mathrm{X}^{i}_{k-1|k-1} &= \Theta^{g}_{k-1|k-1} + \left(\sqrt{(L+\lambda)P^{g}_{k-1|k-1}}\right)_i,\ i = 1,...,L \\ \mathrm{X}^{i}_{k-1|k-1} &= \Theta^{g}_{k-1|k-1} - \left(\sqrt{(L+\lambda)P^{g}_{k-1|k-1}}\right)_i,\ i = L+1,...,2L \end{aligned} \tag{2.16}$$

- Sigma noktaları doğrusal olmayan f fonksiyonu ile doğrusal olmayan transformasyona sokulur.

$$\mathrm{X}^{i}_{k|k-1} = f(\mathrm{X}^{i}_{k-1|k-1}),\quad i = 0,...,2L \tag{2.17}$$

- Transformasyon sonrası sigma noktalarının ortalaması ve kovaryansı bulunarak tahmini parametre durumu elde edilir.

$$\hat{\Theta}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L} W_D^i \mathrm{X}^{i}_{k|k-1} \tag{2.18}$$

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L} W_K^i (\mathrm{X}_{k|k-1}^i - \hat{\Theta}_{k|k-1})(\mathrm{X}_{k|k-1}^i - \hat{\Theta}_{k|k-1})^T \tag{2.19}$$

Noktaların durum ve kovaryans hesabı için ağırlıkları sırasıyla:

$$\begin{aligned} W_D^0 &= \frac{\lambda}{L+\lambda} \\ W_D^i &= W_K^i = \frac{1}{2(L+\lambda)} \\ W_K^0 &= \frac{\lambda}{L+\lambda} + (1-\alpha^2+\beta) \\ \lambda &= \alpha^2(L+\kappa) - L \end{aligned} \tag{2.20}$$

Gürültülerin normal dağılımda olduğu varsayılırsa α, β, ve κ için 10^{-3}, 2 ve 0 değerleri kullanılabilir.

2.1.6.2 Gözlem güncellemesi

- Gözlem gürültüsü vektörü tahmin edilen parametre vektörüne eklenerek genişletilmiş parametre vektörü ve genişletilmiş parametre kovaryansı oluşturulur. Genişletilmiş parametre ve kovaryans vektörlerinden Eşitlikler 2.14 - 2.16 aracılığı ile 2K+1 tane sigma noktası oluşturulur ve bu noktalar doğrusal olmayan *g* transformasyonuna sokulur.

$$\mathrm{X}_{k|k-1}^i = g(\mathrm{X}_{k-1|k-1}^i), \quad i = 0,...,2K \tag{2.21}$$

- Transformasyon sonrası sigma noktalarının ortalaması ve kovaryansı bulunarak öçlüm dağılım istatistikleri elde edilir. Ardından filtrelemede kullanılmak üzere durum-ölçüm kros-kovaryansı hesaplanır.

$$\hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2L} W_D^i \mathrm{X}_{k|k-1}^i \tag{2.22}$$

$$P_{z_k z_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_K^i (\mathrm{X}_{k|k-1}^i - \hat{z}_{k|k-1})(\mathrm{X}_{k|k-1}^i - \hat{z}_{k|k-1})^T \tag{2.23}$$

$$P_{\Theta_k z_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_K^i (\mathrm{X}_{k|k-1}^i - \hat{\Theta}_{k|k-1})(\mathrm{X}_{k|k-1}^i - \hat{z}_{k|k-1})^T \tag{2.24}$$

- Kalman kazancı hesaplanır.

$$K_k = P_{\Theta_k z_k} P^{-1}{}_{z_k z_k} \tag{2.25}$$

- Filtreleme gerçekleştirilir.

$$\hat{\Theta}_{k|k} = \hat{\Theta}_{k|k-1} + K_k (z_k - \hat{z}_{k|k-1}) \tag{2.26}$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} + K_k P_{z_k z_k} K_k^T \tag{2.27}$$

2.2 Kısıtlı Kalman Filtreleri

Dinamik sistemleri modellerken kullanılan durum değişkenleri, modellenen sistemin içersinde hareket edebileceği özgürlük derecelerini (*degrees of freedom*) belirtir. Modelde kullanılan değişkenlerin matematiksel boyut kavramında olduğu gibi birbirlerinden bağımsız olduğu varsayılır. Buna rağmen, kullanılan model gözlenen gerçek sisteme ait bir yakınsamadır. Model kurulurken kullanılan değişkenler arasında modellenen dinamik sistemin yapısı gereği bulunan bazı ilişkiler model karmaşıklığını beli seviyede tutmak adına ihmal edilebilir veya bunun tam tersi yönde, model üzerinde çalışacak algoritmaların işini rahatlatmak adına modelde gereksiz değişkenler kullanılabilir. Sonuçta, dinamik sistem adına kullanılan modelde, değişkenlerin hem kendi özelliklerinden bazıları, hem de diğer değişkenler ile ilişkileri ihmal edilmiş olabilir. Örneğin, kapalı bir kimyasal reaktörde tepkimeye girecek maddelerin toplam kütlesinin sabit kalması gerekir, buna rağmen

kimyasal tepkime modeli içerisinde kütlenin korunuşunu sağlayacak bir kısıt kullanılmamış olabilir. Benzer şekilde, koordineli dönüş yapan bir uçağın hareketinde ivme vektörünün hareket yönüne dik olması gerekir, fakat bu durum model tarafından ihmal edilmiş olabilir. Dinamik modele ait değişkenlerin kestirilmesi amaçlanıyorsa, bu tarz *ek* bilgilerin kullanılmasının kestirici performansını arttıracağı düşünülebilir. Buna rağmen en çok kullanılan durum kestiricilerinden biri olan Kalman filtresinde durum değişkenleri arasında bulunan ilişkilerin filtreleme süreci içerisinde kullanılması oldukça zordur. Bu yüzden, *ek* bilgiler çoğunlukla Kalman filtrelemesi yapısı içerisinde ihmal edilir veya sağlam matematiksel temellere dayamayan buluşsal yöntemler ile (Massicotte *et al*. 1995) düzeltmeler yapılmaya çalışılır.

Bu bölümde Kalman filtrelemesi yapısı içerisinde durum kısıtlarının değerlendirilmesine yönelik yöntemler anlatılacaktır. Özellikle eşitlik kısıtları olarak adlandırılan:

- Doğrusal eşitlik kısıtları
- Doğrusal olmayan eşitlik kısıtları: $D_e(\Theta) = d_e$

durum kısıtları detaylı olarak incelenecektir.

2.2.1 Doğrusal eşitlik kısıtları

Kalman filtrelemesinin parametre kestiriminde kullanılacağı sistem dinamiğinin, her an için Eş. 2.28 ile gösterilen doğrusal eşitliği sağladığının bilindiği varsayılmıştır. Burada amaç Kalman filtresi kestirimlerinin de Eş. 2.28 ile uyumlu sonuçlar üretmesidir.

$$D_e\Theta = d_e \tag{2.28}$$

Eş. 2.28'de kullanılan D matrisi tam satır rankına sahip bir matristir. Bu şekilde kısıt denklemleri arasında gereksiz denklemlerin (doğrusal bağımlı denklem) kullanılmayacağı varsayılmıştır. Problemin çözümünün apaçık (*trivial*) olmaması için, D matrisi rankının, Θ durum parametremizin boyutunun altında olduğu varsayılmıştır. D matrisi rankının parametremizin boyutunun üstünde olduğu çok fazla belirlenmiş durumlar genellikle birbirleriyle çelişen kısıtlar ihtiva eder, bu tez çalışmasında bu durum incelenmeyecektir.

2.2.1.1 Çözüm yöntemleri

2.2.1.1.1 Model parametrizasyon değişimi

Kalman filtrelemesinde durum değişkenleri arasında $D_e\Theta = d_e$ ilişkisi olduğu biliniyorsa, durum denkleminde kestirilmesi gerekmeyen değişkenler var demektir ($\Theta \in R^n$ ve D matrisinin m satır rankına sahip bir matris olduğu varsayılırsa, kestirilmesi gereken değişken sayısı n-m olacaktır). Sorun, her zaman için, modelin gereksiz değişkenlerin kullanılmayacağı şekilde tekrar parametrize edilmesi ve yeni sistem üzerinde Kalman filtrelemesi yapılması ile çözülebilir.

Bu yöntem iki açıdan uygun olmayabilir. İlk olarak, durum değişkeninin her bir elemanının kendine ait fiziksel anlamı vardır. Bu anlamın korunması filtreleme sonucunda elde edilen bulguların yorumlanmasının kolaylığı açısından önemlidir. İkinci olarak, D matrisi zaman içerisinde değişen bir yapıda olabilir. Her bir kestirim adımında kestirim denklemlerinin tekrar parametrize edilmesi kolay olmayabilir.

2.2.1.1.2 Mükemmel ölçüm kullanan Kalman filtresi

Bu yöntem ilk kez Tahk (1990) tarafından hedef takibinde kinematik kısıt kullanma amacıyla önerilmiştir (Tahk, 1990). Yöntem, Chia *et al*. (1991) tarafından elektrikle uyarılan kaslara ait parametrelerin kestirilmesinde (Chia *et al*. 1991); Wen ve Durrant-Whyte (1992) tarafından ise model bazlı çoklu sensör füzyonunda (Wen and Durrant Whyte, 1992) kullanılmıştır.

Bu yöntemde klasik Kalman filtresi algoritmasında herhangi bir değişiklik yapılmaz. Durum kısıtları gözlem denklemine mükemmel ölçüm (sıfır varyanslı) olarak eklenir. Buna göre, gözlem denklemi

$$\begin{bmatrix} y_k \\ d_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_k \\ D_k \end{bmatrix} \Theta_k + \begin{bmatrix} w_k \\ 0_m \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

olacak şekilde değiştirilir.

Bu yöntem ile gözlem denklemlerinin boyutu artırılmakta ve gözlem kovaryansı tekilleştirilmektedir. Kalman filtrelemesinde daha büyük boyutta ve tekil kovaryans matrisi kullanılmasının nümerik kararlılık sıkıntılarına yol açabileceği rapor edilmiştir (Simon and Chia, 2002).

2.2.1.1.3 Simon-Chia kısıtlı Kalman filtresi (izdüşüm metodu)

Simon ve Chia (2002) tarafından önerilen bu yöntemde (Simon and Chia, 2002) durum kısıtları, Kalman filtrelemesinin her iterasyonunda yapılan kestirimin kısıt yüzeyine izdüşümünün alınması ile uygulanır. Bu yöntem sayesinde gözlem denklemlerinde herhangi bir boyut artışı ya da gözlem kovaryansı tekilleşmesi sorunu oluşmadığından nümerik stabilite sıkıntıları yaşanmaz (Simon and Chia, 2002).

$P(\Theta_k \mid D_k) \sim N(\hat{\Theta}_k, P_k)$, k anında Kalman filtresi tarafından yapılan kestirimi, Eş. 2.28'de doğrusal durum kısıtlarını belirtsin. Simon-Chia izdüşümü üç şekilde yapılarak kısıtlı kestirim elde edilir:

- Maksimum olasılık yöntemi:

$P(\Theta_k \mid D_k) \sim N(\hat{\Theta}_k, P_k)$ dağılımından:

$$P(\Theta_k \mid Z_{1:k}) \propto \exp((\Theta_k - \hat{\Theta}_k)^T P_k^{-1} (\Theta_k - \hat{\Theta}_k)) \tag{2.30}$$

olur. Buna göre $P(\Theta_k \mid D_k)$ dağılımından kısıt koşullarını yerine getiren en yüksek olasılıklı nokta

$$\arg\max_{\Theta_k} \left\{ (\Theta_k - \hat{\Theta}_k)^T P_k^{-1} (\Theta_k - \hat{\Theta}_k)) \right\}$$

$$D_e\Theta = d_e \tag{2.31}$$

optimizasyonu yardımı ile bulunur. Optimizasyona ait Lagrange denklemi yazılır ve gereken türevler alınırsa:

$$L = (\Theta_k - \hat{\Theta}_k)^T P_k^{-1}(\Theta_k - \hat{\Theta}_k)) + 2\lambda^T (D_k \Theta_k - d_k)$$

$$\nabla_\Theta L = 2P_k^{-1}(\Theta_k - \hat{\Theta}_k)) + 2D_k{}^T\lambda$$

$$\nabla_\lambda L = (D_k \Theta_k - d_k) \tag{2.32}$$

bulunur. Buradan Lagrange çarpanı ve kestirim sırasıyla

$$\lambda = (D_k P D_k{}^T)^{-1}(D_k \hat{\Theta}_k - d_k))$$

$$\breve{\Theta}_k = \hat{\Theta}_k - P D_k{}^T (D_k P D_k{}^T)^{-1}(D_k \hat{\Theta}_k - d_k)) \tag{2.33}$$

bulunur (Simon and Chia, 2002).

- En küçük kare hata yöntemi

Bu durumda kısıt koşulunu sağlayan noktalar arasında en küçük kare hata beklenen değerine sahip olan nokta bulunacaktır. Eş. 2.31 bu optimizasyonu ifade eder.

$$\arg\ \min_{\Theta_k} E\left[\left\|(\Theta_k - \breve{\Theta}_k)^T (\Theta_k - \breve{\Theta}_k)\right\|\right]$$

$$D_e\Theta = d_e \tag{2.34}$$

Optimizasyona ait Lagrange denklemi yazılır ve gereken türevler alınırsa:

$$L = E\left[(\Theta_k - \breve{\Theta}_k)^T (\Theta_k - \breve{\Theta}_k)\right] + 2\lambda^T (D_k \Theta_k - d_k)$$

$$\nabla_\Theta L = 2E[(\Theta_k - \breve{\Theta}_k)] + 2D_k{}^T\lambda \ = 2(\hat{\Theta}_k - \breve{\Theta}_k) + 2D_k{}^T\lambda$$

$$\nabla_\lambda L = (D_k \breve{\Theta}_k - d_k) \tag{2.35}$$

bulunur. Buradan Lagrange çarpanı ve kestirim sırasıyla :

$$\lambda = (D_k D_k{}^T)^{-1}(D_k \hat{\Theta}_k - d_k))$$

$$\breve{\Theta}_k = \hat{\Theta}_k - D_k{}^T (D_k D_k{}^T)^{-1}(D_k \hat{\Theta}_k - d_k)) \tag{2.36}$$

çıkacaktır.

- Genel izdüşüm yöntemi

Bu yöntemde Simon ve Chia, Kalman filtresi kestiriminin Eş. 2.37 yardımıyla kısıt yüzeyine izdüşümünü bulur. Eş 2.37'de W pozitif tanımlı ve simetrik bir ağırlıklandırma matrisidir. W problem ihtiyaçlarına bağlı olarak seçilebilir, fakat seçilişinde dikkatli olunmazsa, kısıtlı kestirim kovaryansı kısıtsız kestirim kovaryansının üzerinde olacaktır. (Chia, 1991)

$$\arg\min_{\Theta_k} \left\{ (\Theta_k - \hat{\Theta}_k)^T W^{-1} (\Theta_k - \hat{\Theta}_k)) \right\}$$
$$D_e \Theta = d_e \tag{2.37}$$

Genel izdüşüm kestirimi maksimum olasılık yönteminde gösterildiği gibi yapılarak kısıtlı kestirim Eş. 2.38 ile bulunur.

$$\breve{\Theta}_k = \hat{\Theta}_k - W D_k^T (D_k W D_k^T)^{-1} (D_k \hat{\Theta}_k - d_k)) \tag{2.38}$$

İzdüşüm kullanılarak uygulan kısıtlar aşağıda belirtilen özelliklere sahip olacaktır.

- Yansızlık:

İzdüşüm ile bulunan kısıtlı kestirimler yansızdır.

İspat:

$$E[\Theta_k] = E[\breve{\Theta}_k]$$
$$E[\breve{\Theta}_k] = E[\hat{\Theta}_k - W D_k^T (D_k W D_k^T)^{-1} (D_k \hat{\Theta}_k - d_k))]$$
$$= \hat{\Theta}_k - W D_k^T (D_k W D_k^T)^{-1} (D_k E[\hat{\Theta}_k] - d_k)) \; = E[\Theta_k] \text{ (Q.E.D.)}$$

- İzdüşüm ile bulunan kısıtlı kestirimlerden, maksimum olasılık yönteminin kestirim kovaryansı kısıtsız Kalman filtresi kestirim kovaransının altındadır.

İspat:

$$P_{kisitli} = E[(\Theta_k - \breve{\Theta}_k)(\Theta_k - \breve{\Theta}_k)^T] \text{ ve}$$
$$\Theta_k - \breve{\Theta}_k = \Theta_k - \hat{\Theta}_k + P D_k^T (D_k P D_k^T)^{-1} (D_k \hat{\Theta}_k - d_k - (D_k \Theta_k - d_k))$$

$$\Theta_k - \breve{\Theta}_k = (I - K)(\Theta_k - \hat{\Theta}_k)$$
$$K = PD_k^T (D_k P D_k^T)^{-1} D_k$$

Buna göre:

$P_{kisitli} = (I - K)P(I - K)^T$ olacaktır. Aynı zamanda:

$$(I - K)P(I - K)^T = (I - K)P$$

İspat:

$$(I - K)P(I - K)^T = P - KP - PK^T + KPK^T$$
$$KPK^T = PD_k^T (D_k P D_k^T)^{-1} D_k P D_k^T (D_k P D_k^T)^{-1^T} D_k P$$
$$= PD_k^T (D_k P D_k^T)^{-1^T} D_k P$$
$$= P(PD_k^T (D_k P D_k^T)^{-1} D_k)^T = PK^T \text{ (Q.E.D.)}$$

Buna göre $P_{kisitli} = (I - K)P$ olacaktır. P simetrik ve pozitif tanımlı olduğundan KP de pozitif tanımlıdır. Dolayısıyla kısıtlı Kalman filtresinin kovaryansı kısıtsız filtreden düşüktür (Simon and Chia, 2002).

- İzdüşüm ile bulunan kısıtlı kestirimlerden maksimum olasılık yönteminin kestirim kovaryansı, diğer tüm W ağırlıklandırma matrisleri ile yapılacak izdüşümlerin kestirim kovaryansının altındadır.

$$K = WD_k^T (D_k W D_k^T)^{-1} D_k$$
$$P_{kisitli}^W = (I - K)P(I - K)^T$$

$$K_P = PD_k^T (D_k P D_k^T)^{-1} D_k$$
$$P_{kisitli}^P = (I - K_P)P(I - K_P)^T$$

$$P_{kisitli}^{\ W} - P_{kisitli}^{\ P} = ((I-K)-(I-K_p))P((I-K)-(I-K_p))^T$$
$$=(K-K_p)P(K-K_p)^T$$

$$(K-K_p) = (PD_k^{\ T}(D_k PD_k^{\ T})^{-1}D_k - WD_k^{\ T}(D_k WD_k^{\ T})^{-1}D_k)$$

$(K-K_p)$ tüm W matrisleri için pozitif yarı tanımlıdır (Anderson, 1979). Dolayısıyla $P_{kisitli}^{\ W} \geq P_{kisitli}^{\ P}$ (Q.E.D.) (Simon and Chia, 2002).

2.2.1.1.4 Bitmead-Ko kısıtlanmış Kalman filtresi

Bu yöntem model parametrizasyon değişimi yönteminin otomatik hale getirilmesi anlamında düşünülebilir. Ko ve Bitmead (2007) çalışmalarında, izdüşüm yöntemleri ile optimal kestirim kısıtlamasının sağlanamayacağını göstermiştir. Argümanları, aşağıdaki gözleme dayanır:

Kısıtlı Kalman durum denklemi tekrar yazılır ve kısıt denkleminin *k-1* ve *k* anları arasında değişmediği varsayılırsa, Eş. 2.40'da gösterilen eşitliklerinin bir arada sağlanması gerekir. Bu durum $D_e W_k = d_e$ koşulunu zorunlu kılar. Dolayısıyla, doğrusal eşitlik kısıtları işlem gürültüsünü de kısıtlayıcı yapıda olmak zorundadır. Simon ve Chia (2002) yönteminde olduğu gibi yalnızca kestirimin kısıt yüzeyine projeksiyonu değil, dağılımların tamamının filtreleme sırasında kısıtlanması gerekmektedir. Ko ve Bitmead bu duruma betimleyici Kalman filtresi (descriptor Kalman filter) tabanlı bir çözüm önermiştir (Ko and Bitmead, 2007).

$$\Theta_k = F_k \Theta_{k-1} + W_k \tag{2.39}$$

$$\begin{aligned} D_e \Theta_{k-1} &= d_e \\ D_e \Theta_k &= d_e \end{aligned} \tag{2.40}$$

Betimleyici Kalman Filtresi

Betimleyici Kalman filtresi denklemleri Eşitlikler 2.41 ve 2.42'de gösterilmiştir. Betimleyici Kalman filtresinde Θ_k parametresi betimleyici vektör adını alır; sistemin gerçek durum değişkeni olan $y_k = E\Theta_k$ betimleyici vektörün bir *E* matrisi ile çarpımı sonucu elde edilir. Durum değişkeni, betimleyici vektörden düşük bir boyuttadır (Ko and Bitmead, 2007).

$$E\Theta_{k+1} = F\Theta_k + W_k \tag{2.41}$$

$$z_k = G\Theta_k + V_k \tag{2.42}$$

Kısıtlı Kalman Filtresi

Tanım: Rankı *r* olan $N \in \Re^{nxm}$ matrisi için aşağıda belirtilen iki şartı da birden sağlayan herhangi bir matris $N^{\perp} \in \Re^{(n-r)xn}$ matrisi olarak tanımlanmıştır: (Ko and Bitmead, 2007)

- $N^{\perp}N = 0$
- $N^{\perp}N^{\perp^T} > 0$

N matrisi doğrusal bağımlı satırlara sahip ise $N^{\perp}$ matrisi vardır ve $N^{\perp}$ matrisi N matrisinin tekil değer ayrışımı (*singular value decomposition*) yapılarak $N^{\perp}$=TU_2^T şeklinde elde edilebilir. Burada T, tekil olmayan herhangi bir matristir; U_2 Eş. 2.43'de gösterilen tekil değer ayrışımından bulunur. Ko ve Bitmead T matrisini birim matris olarak kullanmıştır.

$$N = [U_1 U_2]\begin{bmatrix}\Sigma & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1^T\\ V_2^T\end{bmatrix} \tag{2.43}$$

D matrisi tam satır rankına sahip olduğundan dolayı D^T matrisi doğrusal bağımlı satırlara sahiptir. Dolayısıyla $D^{T\perp}$ matrisi bulunabilir. Kalman durum denklemleri $D^{T\perp}$ ile çarpılıp, durum kısıt denklemi ile birleştirilirse aşağıda verilen betimleyici Kalman denklemleri elde edilir.

$$E\Theta_k = \overline{F}_k\Theta_{k-1} + EW_k \tag{2.44}$$

$$z_k = G_k \Theta_{k-1} + V_k \tag{2.45}$$

$$E = \begin{bmatrix} D^{T\perp} \\ 0 \end{bmatrix}, \overline{F} = \begin{bmatrix} D^{T\perp} F \\ D \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

Bu denklemlerde Θ_k betimleyici vektör ve $y_k = D^{T\perp}\Theta_k$ betimleyici sistemin durum değişkenini ifade eder. Aynı zamanda $\begin{bmatrix} D^{T\perp} \\ D \end{bmatrix}$ karesel bir matris olup tersi $\begin{bmatrix} D^{T\perp} \\ D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} D^{T\perp T} & D^{+} \end{bmatrix}$ [1] ile bulunur (Ko and Bitmead, 2007). Buradan:

$$\Theta_k = D^{T\perp T} y_k \text{ ve } \Theta_{k+1} = D^{T\perp T} y_{k+1} \tag{2.47}$$

elde edilir. Kalman durum denkleminden:

$$y_{k+1} = D^{T\perp}\Theta_{k+1} = D^{T\perp}(F\Theta_k + W_k) \tag{2.48}$$

Eş. 2.47 yardımıyla:

$$\Theta_{k+1} = D^{T\perp T} D^{T\perp}(F\Theta_k + W_k) = P_{N(D)}(F\Theta_k + W_k) \tag{2.49}$$

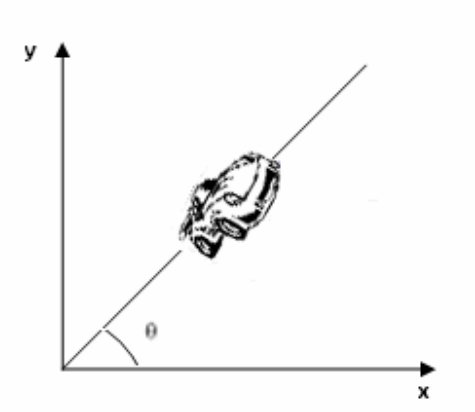
bulunur. $P_{N(D)} = D^{T\perp T} D^{T\perp} = U_2 U_2{}^T$ D kısıt matrisinin sıfır uzayına (null space) ortogonal izdüşüm matrisidir. Ko-Bitmead yönteminde tüm Kalman kestirim ve kovaryansları $P_{N(D)}$ ile çarpılarak durum kısıtları uygulanır.

2.2.2. Doğrusal eşitlik kısıtlarına yönelik bir benzetim çalışması

Bu bölümde kısıtlı Kalman filtreleri basit bir kara hedef takip örneği üzerinde test edilerek, performansları karşılaştırılacaktır. Hedef takip benzetiminde, iki boyulu kartezyen uzayda tanımlı doğrusal bir yol üzerinde hareket eden bir aracın konum ve hızının kestirilmesi amaçlanmıştır. Kestirim algoritmaları olarak kısıtsız ve kısıtlı Kalman filtreleri

[1] D^{+} ifadesi Moore-Penrose matris tersini ifade eder.

kullanılmıştır. Kısıtlı filtreler, aracın kestirilen konumunun Şekil 2.2'de gösterilen doğru üzerinde ve hızının bu doğru doğrultusunda olması şartını sağlayacak şekilde tasarlanmıştır.



Şekil 2.2 Doğrusal yolda hareket eden araç

Araç hareketine ait durum ve gözlem denklemleri Eşitlikler 2.50 ve 2.51'de verilmiştir. Kestirim parametresi aracın eksenlerdeki konum ve hızlarını belirler.($\Psi = [x\, v_x\, y\, v_y]^T$) Denklemlerde geçen T parametresi ölçüm alma periyodunu belirtir. Ölçümlerin 3 saniyede bir alındığı varsayılmıştır. W_k, sıfır ortalamalı, kovaryansı köşegen elemanları [4 1 4 1] olan Q köşegen matrisi (Koşegen([4 1 4 1])) ile modellenen normal dağılımlı işlem gürültüsünü; V_k ise sıfır ortalamalı, kovaryansı Koşegen([900 900]) olan R matrisi ile modellenen normal dağılımlı gözlem gürültüsünü ifade eder.

$$\Psi_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Psi_k + W_k \tag{2.50}$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Psi_k + V_k \tag{2.51}$$

Aracın yol üzerinde hareket etmesi kısıtı $D\Psi_k = d$ denklemi ile ifade edilir. Bu denkleme ait matrisler Eşitlikler 2.52 ve 2.53 ile tanımlanmıştır. Yol eğim açısı $\Theta = 60^o$ alınmıştır.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\tan(\Theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\tan(\Theta) \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

Aracın başlangıç kestirim ve bu kestirime ait kovaryans sırasıyla:

$$\Psi_0 = [10\ 0\ 17\ 0]^T$$

$$P_0 = Köşegen([900\ 4\ 900\ 4])$$

alınmıştır. Araç hareketi Çizelge 2.1'de gösterilen filtreler tarafından, 100 ölçüm örneği boyunca takip edilmiştir. 100 Monte Carlo koşusu sonucunda filtrelerin toplam senaryo için yapmış olduğu etkin değer (rms) kestirim hataları Çizelge 2.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. Filtre kestirim hataları

100 Monte Carlo Sonucu	Kalman Filtresi	Mükemmel Ölçüm Filtresi	İzdüşüm Filtresi Maksimum Olasılık	İzdüşüm Filtresi En Küçük Kare Hata	Ko-Bitmead Filtresi
RMS x ekseni konum hatası (metre)	1.7685	1.0931	1.0931	1.0931	1.0931
RMS x ekseni hız hatası (metre/saniye)	0.2046	0.1860	0.1860	0.1860	0.1860
RMS y ekseni konum hatası (metre)	2.0457	1.8933	1.8933	1.8933	1.8933
RMS y ekseni hız hatası	0.3270	0.3222	0.3222	0.3222	0.3222

Çizelge 2.1'de 100 ölçüm adımı ortalama etkin değer konum ve hız hatalarının, 100 Monte Carlo koşusu ortalaması gösterilmektedir. Çizelgede kısıtlı kestiricilerin Kalman filtresinden daha düşük hata yapmış olduğu gözlenebilir. Kısıtlı filtreler arasında kestirim performansı açısından herhangi bir fark görülmemiştir. Teorik olarak Ko-Bitmead filtresinin en iyi performansı vermesi, ardından sırasıla maksimum olasılık kriterini

kullanan izdüşüm filtresinin daha sonra en küçük kare hata kriterini kullanan izdüşüm filtresinin ve en son olarak mükemmel ölçüm kullanan kısıtlı filtenin gelmesi beklenmekle beraber tüm senaryo ortalaması sonuçlarında başlangıç kısıtlı kestirimlerine ait ufak performans farklılıklarının kaybolduğu gözlenmiştir.

2.2.3 Doğrusal olmayan kısıtlar

Kalman filtrelemesinin parametre kestiriminde kullanılacağı sistem dinamiğinin, her an için Eş. 2.54 ile gösterilen doğrusal olmayan eşitliği sağladığının bilindiği varsayılmıştır. Burada amaç Kalman filtresi kestirimlerinin de Eş 2.54 ile uyumlu sonuçlar üretmesidir.

$$D_e(\Theta) = d_e \tag{2.54}$$

2.2.3.1 Çözüm yöntemleri

2.2.3.1.1 Doğrusallaştırma

Yöntem EKF algoritmasında olduğu gibi doğrusal olmayan kısıt denkleminin Taylor açılımı yardımıyla doğrusallaştırılması esasına dayanır. 2.54 eşitliğinin Kalman kestirimi etrafında birinci dereceden Taylor açılımı kullanılarak:

$$D_e(\hat{\Theta}) + D_e{}'(\hat{\Theta})(\Theta - \hat{\Theta}) \approx d_e \tag{2.55}$$

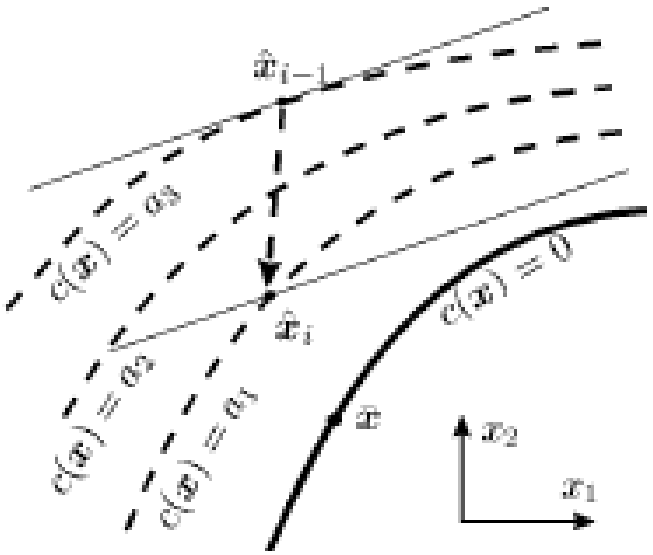
$$D_e{}'(\hat{\Theta})\Theta \approx d_e - D_e(\hat{\Theta}) + D_e{}'(\hat{\Theta})\hat{\Theta} \tag{2.56}$$

Yazılır (Simon and Chia, 2000). Eş. 2.56 doğrusallaştırılmış kısıt denklemini ifade eder. Doğrusallaştırılmış kısıt denklemi kullanılarak bir önceki bölümde gösterilen yöntemler kısıtlı kestirimi elde etmek için uygulanabilir.

Doğrusallaştırma hataları

Geeter *et al*. (1997), doğrusal olmayan durum kısıtlarının doğrusallaştırma yolu ile uygulanmasında iki tür hatadan dolayı kestiriminin gerçek parametreye asla

yakınsamayabileceğini göstermiştir. Geeter *et al*. (1997), hatalardan birincisini kırpma hatası (*truncation error*) olarak adlandırır. Bu hata Taylor açılımının doğrusal olmayan fonksiyonu tam anlamıyla karşılamamasından kaynaklanır. Kırpma hatası döngülü EKF (*Iterated* EKF) yönteminde olduğu gibi, kısıt uygulamasının, bulunan iki ardışık kısıtlı kestirim arasındaki fark istenilen düzeye inene kadar tekrar edilmesi ile minimize edilebilir. İkinci hata, taban noktası hatası (*base point error*) olarak adlandırılmıştır. Taban noktası hatası, kısıt denklemi Taylor açılımının gerçek parametre etrafında değil, Kalman kestirimi etrafında yapılmasından kaynaklanır. Bu hatadan ötürü, kısıtlı Kalman filtresi gerçek parametreye asla yakınsamayabilecektir. Şekil 2.3 kırpma ve taban noktası hatalarını göstermektedir.



Şekil 2.3 Taban noktası ve kırpma hataları (Geeter *et al*., (1997)'dan alınmıştır.)

Şekil 2.3'te kesikli çizgiler ile gösterilen kısıt uygulaması iterasyonları ile kırpma hatasının azaltılabileceği fakat taban noktası hatasından dolayı doğrusallaştırılmış kısıt yüzeyin gerçek parametreyi kapsamayabileceği gösterilmiştir. Geeter *et al*. (1997), bu probleme *Smoothly Constrained Kalman Fitler (SCKF)* algoritması ile yanıt vermiştir. SCKF'de sert durum kısıtları yumuşak kısıtlara çevrilmekte, yumuşak kısıtlar daha sonra iteratif bir yapı içerisinde daraltılmaktadır.

2.2.3.1.2 Monte Carlo Yöntemi

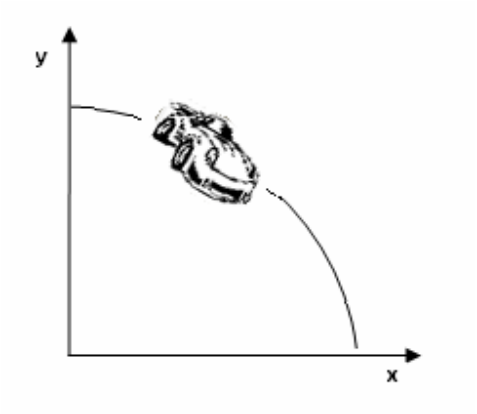
Tek noktadan Taylor açılımı yapmanın sakıncaları Geeter *et al* (1997) tarafından ortaya konulmuştur. Bu duruma çözüm olarak Monte Carlo yaklaşımları kullanılabilir. Kestirim dağılımından N tane rasgele parçacık üretilmesi ve bu parçacıkların kısıt yüzeyine izdüşümlerinin yapılması ile kısıtlı olasılık dağılımının bir yakınsaması elde edilebilir. Kısıtlı kestirim ve kovaryans, daha sonra izdüşümü alınan parçacıkların ortalama ve kovaryansları bulunarak hesaplanır. Bu yöntemde, parçacıkların hepsinin kısıt denklemini sağlamasına karşın, parçacıklara dayanarak yapılan kestirimin kısıt denklemini sağlayacağı garanti edilemez. Kullanılan parçacık sayısı arttıkça yapılan kestirimin kalitesi de artacaktır.

2.2.3.1.3. Sigma noktası izdüşümü (UT tabanlı kısıt)

Monte Carlo yönteminde başarılı kısıtlama ancak yüksek sayıda parçacık kullanarak gerçekleştirilebilmektedir. Kullanılan parçacık sayısını azaltmak amacıyla unscented transform kullanılabilir. UT ile Kalman kestiriminden elde edilen sigma (Eş. 2.16) noktalarının kısıt yüzeyine izdüşümü yapılarak kısıtlı kestirim ve kovaryans elde edilebilir.

2.2.4. Doğrusal olmayan eşitlik kısıtlarına yönelik bir benzetim çalışması

Bu bölümde kısıtlı Kalman filtreleri basit bir kara hedef takip örneği üzerinde test edilerek, performansları karşılaştırılacaktır. Hedef takip benzetiminde, iki boyulu kartezyen uzayda tanımlı dairesel bir yol üzerinde hareket eden bir aracın konum ve hızının kestirilmesi amaçlanmıştır. Kestirim algoritmaları olarak kısıtsız ve kısıtlı Kalman filtreleri kullanılmıştır. Kısıtlı filtreler, aracın kestirilen konumunun Şekil 2.4'de gösterilen daire üzerinde olması ve hızının bu daireye teğet geçmesi şartını sağlayacak şekilde tasarlanmıştır.



Şekil 2.4 Dairesel yolda hareket eden araç

Araç hareketi Eş. 2.57 kullanılarak oluşturulmuştur. Hareket senaryosu oluşturulurken işlem gürültüsü ihmal edilerek aracın her hareket anında daire üzerinde kalması sağlanmıştır. Eş 2.57'de T, ölçüm alma periyodunu; w ise açısal dönüş hızını belirtir. Aracın saniyede 2° dönüş yaptığı ve ölçümlerin 3 saniyede bir alındığı varsayılmıştır.

$$\Psi_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\mathrm{wT})}{\mathrm{w}} & 0 & \frac{(\cos(\mathrm{wT})-1)}{w} \\ 0 & \cos(\mathrm{wT}) & 0 & -\sin(\mathrm{wT}) \\ 0 & \frac{(1-\cos(\mathrm{wT}))}{w} & 1 & \frac{\sin(\mathrm{wT})}{\mathrm{w}} \\ 0 & \sin(\mathrm{wT}) & 0 & \cos(\mathrm{wT}) \end{bmatrix} \Psi_k \tag{2.57}$$

Aracın yol üzerinde hareket etmesi kısıdı $D(\Psi_k) = d$ denklemi ile ifade edilir. Bu denkleme ait kısıt fonksiyonları Eşitlikler 2.58 ve 2.59 ile tanımlanmıştır. Denklemlerde r aracın hareket ettiği dairenin yarıçapını belirtir.

$$D = \begin{bmatrix} \Theta(1)^2 + \Theta(3)^2 \\ -\frac{\Theta(3)\Theta(4)}{\Theta(1)} \end{bmatrix} \tag{2.58}$$

$$d = \begin{bmatrix} r^2 \\ \Theta(2) \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

Araç takibi Eşitlikler 2.60 - 2.63 ile belirtilen kesik zamanlı beyaz gürültü ivmelenme modeli kullanılarak Kalman ve kısıtlı Kalman filtreleri ile gerçekleştirilecektir. Bu durum açıkça filtrelemede model uyumsuzluğuna işaret eder. Model uyumsuzluğu altında takibin sağlanması için tüm filtreler için işlem gürültüsü kovaryansı yüksek tutulmuştur. Gözlem denkleminde V_k sıfır ortalamalı, kovaryansı Koşegen([900 900]) olan R matrisi ile modellenen gözlem gürültüsünü ifade eder.

$$\Psi_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Psi_k + \Gamma W_k \tag{2.60}$$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Psi_k + V_k \tag{2.61}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^2/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.62}$$

$$W_k \sim \begin{bmatrix} N(0,\sigma_x) \\ N(0,\sigma_y) \end{bmatrix} \tag{2.63}$$

Kestirimler sırasında $W_k = \begin{bmatrix} N(0,3.5m/s^2) \\ N(0,3.5m/s^2) \end{bmatrix}$ kullanılmıştır.Filtre başlatması iki nokta arası fark alma (*two point differencing*) (Bar-Shalom *et al*.,2001) yöntemi kullanılarak yapılmıştır. $\Psi_0 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 17 & 0 \end{bmatrix}^T$. Araç hareketi Çizelge 2.2'de gösterilen filtreler tarafından, 45 ölçüm örneği boyunca takip edilmiştir (araç 90° dönüş gerçekleştirmiştir). 100 Monte Carlo koşusu sonucunda filtrelerin toplam senaryo için yapmış olduğu etkin değer (rms) kestirim hataları Çizelge 2.2'de gösterilmiştir.

Çizelge 2.2. Filtre kestirim hataları

100 Monte Carlo Sonucu	Kalman Filtresi	Mükemmel Ölçüm Filtresi	İzdüşüm Filtresi Maksimum Olasılık	İzdüşüm Filtresi En Küçük Kare Hata	Ko-Bitmead Filtresi	500 Partiküllü Monte Carlo	Sigma Noktası İzdüşümü
RMS x ekseni konum hatası (metre)	31.7146	14.2219	14.2219	14.2219	14.2219	13.7304	13.7897
RMS x ekseni hız hatası (metre/saniye)	12.2737	3.8846	3.8846	3.8846	3.8846	3.8161	3.8293
RMS y ekseni konum hatası (metre)	30.7784	14.9731	14.9731	14.9731	14.9731	14.5575	14.6569
RMS y ekseni hız hatası (metre/saniye)	13.0872	4.3706	4.3706	4.3706	4.3706	4.3111	4.3205

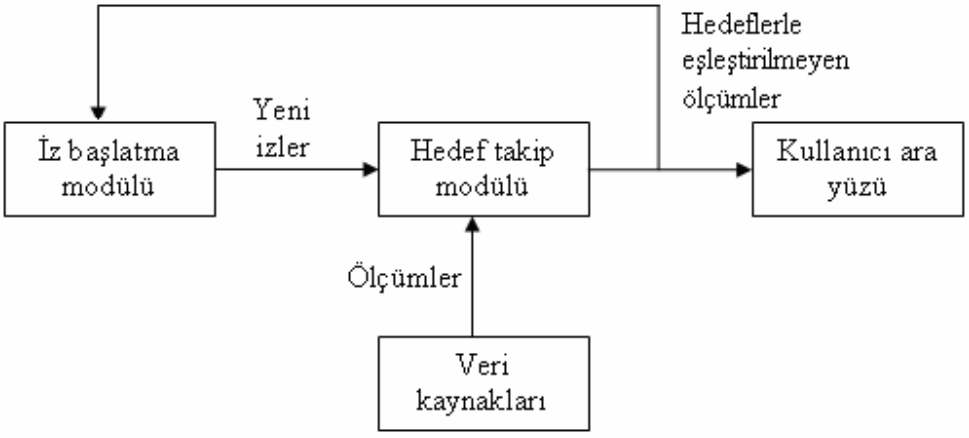
Çizelge 2.2'de görüldüğü üzere kısıtlı filtreler Kalman filtresinden daha başarılı kestirimler gerçekleştirmiştir. En iyi kestirim Monte Carlo yöntemi ile sağlanmıştır. Monte Carlo yönteminin ardından performans açısından sigma noktası izdüşümü yöntemi gelir. Doğrusallaştırma kullanan kısıtlı filtrelerin performansı, bir önceki bölümde verilen doğrusal durum senaryosuna benzer şekilde eşdeğer çıkmıştır. Hem Sigma noktası izdüşümü hem de Monte Caro yöntemi, doğrusallaştırma kullanan kısıtlı filtrelere kıyasla çok daha yüksek işlem yükü gerektirir. Monte Carlo yönteminde 500 kere, sigma noktası izdüşümü yönteminde ise 8 kere izdüşüm işlemi gerçekleştirilir. Dolayısıyla, bu yöntemlerin sırasıyla 500 ve 8 kat daha yüksek işlem gücü gerektireceği düşünülebilir. Kestirim performansı açısından değerlendirildiğinde, ilgilenilen senaryoda bu derece işlem miktarını arttıracak bir kazancın ortaya çıkmadığı söylenebilir.

3. KARASAL HEDEF TAKİP SİSTEMİ

3.1 Hedef Takibi

Hedef takibi en basit anlamda hareket eden bir nesnenin uzaktan alınan gözlemler yardımıyla durumunun (pozisyon, hız, ivme, açısal hız vb.) kestirilmesidir (Bar-Shalom 2001). Otomatik hedef takip sistemleri, radar, sonar ve benzeri sensörlerden alınan ölçümleri kullanarak, gözlem yaptıkları saha içerisinde hareket eden nesnelerin tespit ve takibinden sorumludur. Hedef takip sistemlerinin kullandığı sensörler doğaları gereği hatalı, eksik (sensörün gözlem alanında hareket eden bir hedeften ölçüm alamaması durumu - *misdetection*) ve fazla (sensörün gözlem alanında hedef olmayan bir bölgeden yanlış ölçüm çıkarılması durumu, yanlış alarm - *false alarm*) ölçümler üretir. Ölçümler, hedef takip sistemleri tarafından hedeflerle ilgili olabilecek ölçümler ve parazit yankılar şeklinde iki sınıfa ayrılır. Hedeflerle ilgili olabilecek ölçümler kullanılarak izler başlatılır ve başlatılmış izlerin kestirim güncellemesi yapılarak hedef takibi gerçekleştirilir. Takip edilen bir iz ile belli sayıda kestirim adımı boyunca eşleştirilebilecek bir ölçüm bulunamıyor veya önceden karar verilen bir kurallar kümesine bağlı olarak hedefe ait izin sona erdirilmesi gerekiyorsa (örneğin, hedef kestirim belirsizliğinin sensör sistem kapasitesini aşacak seviyelere çıkması veya daha sistemin iz kapasitesinin sınırları yüzünden çok önem arz eden hedeflerin takibine yönelinmesi vb. durumlarında) takip listesinden iz düşürülür. Şekil 3.1'de otomatik bir hedef takip sistemine ait blok şema gösterilmiştir. Şekilde gösterilen hedef takip sistemi, iz başlatma ve hedef takip modülü olmak üzere iki ana bloktan meydana gelir. İz başlatma modülü, hedef takip sistemi tarafından kullanılan sensörlerin sağladığı ölçüm ve hedef takip modülü tarafından takip altında bulunan izlerin ölçümler ile eşleştirme bilgilerini kullanarak gözetim altındaki sahaya giren yeni hedeflerin tespit ve hedef takip modülüne bildirilmesinden sorumludur. Hedef takip modülü, yeni alınan ölçümlerin takip altındaki izler ile eşleştirilmesi, izlerin kestirim güncellemelerinin gerçekleştirilmesi ve takibi sona ermesi gereken izlerin hedef takip listesinden düşürülmesinden sorumludur. Hedef takip modülü kullanıcı arayüzüne güncelleştirilmiş iz

konumlarını rapor eder ve iz başlatma modülüne iz-ölçüm eşleştirme bilgisini ileterek, hâlihazırda takip edilen hedeflerden yeni izlerler başlatılmasını engeller.



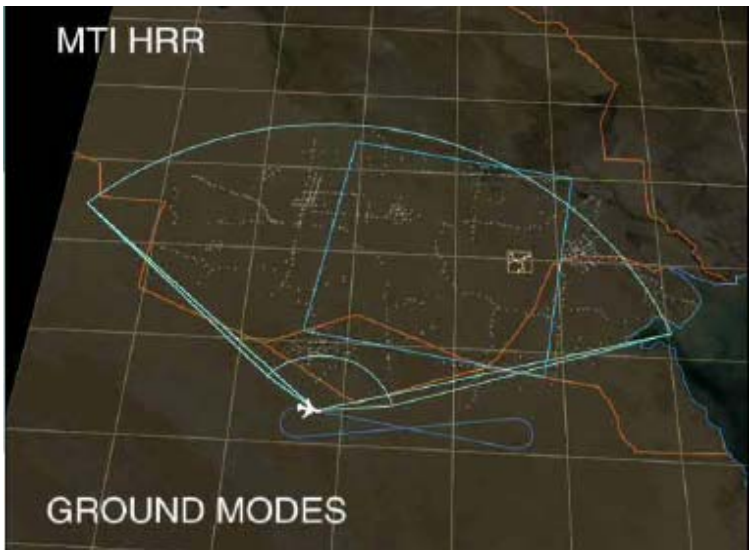
Şekil 3.1 Otomatik hedef takip sistemi blok şeması

Bu tez çalışmasında karasal bir hedef takip sistemi tasarlanmıştır. Hedef takip sisteminin enformasyon kaynağı olarak bir GMTI radar kullanılmıştır. Hedef takibi, kestirimde VS-IMM algoritması altında çalışan unscented Kalman filtreleri ile dinamik hareket ve topografik kısıt modelleri kestirimde gerçekleştirilmiştir. Ölçüm-hedef eşleştirilmesi, atama yöntemi ile açık arttırma algoritması kullanılarak yapılmıştır. İz başlatma 2/2 ve 2/3 kuralı; iz sonlandırma, dört ardışık kestirim adımında iz-ölçüm eşleştirilmesi yapılmaması kuralına göre gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde hedef takip sistem modülleri detaylı olarak açıklanacaktır.

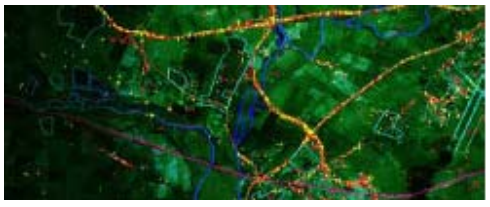
3.2 GMTI Radar

Tez çalışmasında modellenen kara hedef takip sistemi, gözetleyici olarak bir GMTI radar kullanmaktadır. Kara gözetlemesinde STAP işlemeli GMTI uçak radarları önemli bir sensör teknolojisidir. (Koller et al. 2005) GMTI radar, Doppler etkisi yardımıyla karada hareket halinde olan araçların tespitini gerçekleştirir. Özellikle SAR teknolojisiyle beraber kullanıldığında, hem hareketli hem de durağan haldeki hedeflerin tespit ve takibi

gerçekleştirilebilir. GMTI teknolojisinin kara savaşlarında sağladığı avantaj hem Kosova hem de ikinci körfez savaşında görülmüştür. İkinci körfez savaşında Irak kara kuvvetleri şu ikilem ile karşı karşıya kalmıştır: Irak kuvvetleri, bir araya gelerek hareket etmeleri durumunda havadan tespit edilerek yok edilme; bölgeye yayılıp kamufle halde sabit bekleme durumundaysa koalisyon kara birlikleri tarafından teker teker yok edilme veya atlatılma risklerinden birini seçmek durumunda bırakılmıştır. Özellikle hava saldırısı korkusu Irak birliklerinin çok sayıda askeri aracı terk etmesine neden olmuştur (Dunn *et al*. 2004). Şekiller 3.2 ve 3.3'te GMTI radar ekran görüntülerine ait örnekler verilmiştir.



Şekil 3.2 Yüksek çözünürlüklü radar ile karasal hedef gözetimi (Dunn sunumundan alınmıştır)



Şekil 3.3 SAR + GMTI radar görüntüsü (Dunn sunumundan alınmıştır)

Tez çalışmasında yapılan benzetimde kullanılan GMTI radarın sinyal tabanında bir modellemesi yapılmamış; bunun yerine kullanılan radarın bilinen tespit ve yanlış alarm

olasılıklarına göre ölçümler ürettiği varsayılmıştır. Hava radarının sinyal işleme ünitesi tarafından, gereken koordinat değişimlerinin yapılması suretiyle (örneğin, World Geodetic System 84 (WGS84) koordinatlarında alınan GMTI ölçümlerinin, Universal Transverse Mercator (UTM) koordinat sisteminde olduğu gibi kartezyen bir koordinat sistemine dönüşümünün sinyal işleme birimi tarafından gerçekleştirilerek hedef takip sistemine aktarılması yoluyla) oluşturulan GMTI radar ölçümlerinin, iki boyutlu kartezyen bir koordinat sisteminde, radar platform izdüşümüne göre polar olarak alındığı varsayılmıştır. Bu durumda, GMTI ölçümleri bilinen radar konumu referans alınarak bulunacak menzil, kerteriz ve menzil oranından (*range rate*) meydana gelir. $R = (\xi_r, \varsigma_r)$ bilinen GMTI radar izdüşüm konumunu (metre), $x_k = (\xi, \varsigma)$ k anında x hedefinin konumunu (metre) ve $(\dot{\xi}, \dot{\varsigma})$ x hedefinin hızını (metre/saniye) belirtmek üzere x hedefinden k anında alınması gereken z_k ölçümü

$$z_k = H(x_k) + w_k \tag{3.1}$$

$$H(x_k) = \begin{bmatrix} \sqrt{(\xi - \xi_r)^2 + (\varsigma - \varsigma_r)^2} \\ a\tan(\dfrac{\varsigma - \varsigma_r}{\xi - \xi_r}) \\ \dfrac{(\xi - \xi_r)(\dot{\xi} - \dot{\xi}_r) + (\varsigma - \varsigma_r)(\dot{\varsigma} - \dot{\varsigma}_r)}{\sqrt{(\xi - \xi_r)^2 + (\varsigma - \varsigma_r)^2}} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

şeklinde elde edilir. Bulunan ölçümde menzil metre, kerteriz radyan ve menzil oranı metre/saniye cinsinden olacaktır. Eş. 3.1'de kullanılan w_k gözlem gürültüsünü ifade etmekte olup, radarın yapmış olduğu menzil, kerteriz ve menzil oran hatalarından meydana gelir. Ölçüm hatalarının birbirlerinden ve hedef konumundan bağımsız, normal dağılımda olduğu varsayılmıştır.

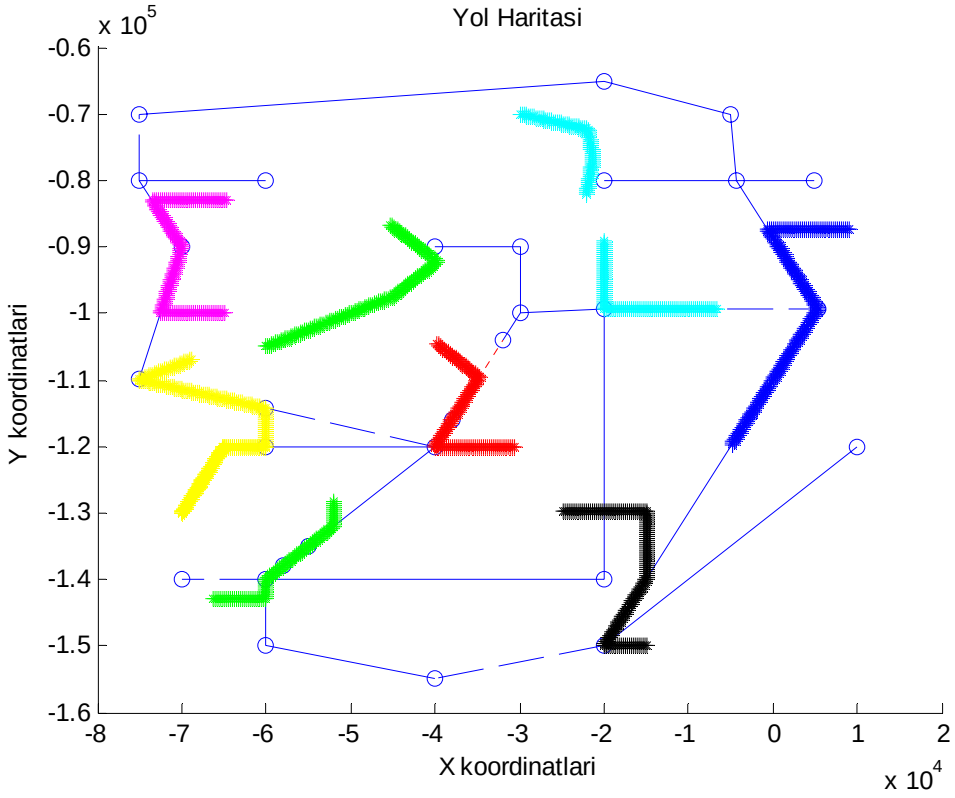
Her bir ölçüm anında, radarın gözlem sahasında hareket eden hedeflerden ölçüm gelip gelmeyeceğine karar vermek amacıyla, her bir hedef için sıfır ile bir arasında düzgün dağılımdan rasgele bir sayı oluşturulur. Oluşturulan sayı GMTI radarın tespit olasılığının

altında ise o hedefe ait ölçüm Eşitlikler 3.1 ve 3.2 kullanılarak bulunur. Bulunan ölçümün menzil oranı GMTI radarın tespit edebileceği minimum menzil oranından yüksek ise, ölçüm gözlemler listesine atılır.

GMTI radar, hedeflerden oluşturulan ölçümlerin yanı sıra parazit yankılar (*clutter*) da üretebilecektir. Parazit yankıların radarın gözetim sahası içerisinde düzgün bir şekilde dağıldığı varsayılmıştır. Parazit yankı oluşturulurken, radarın gözetlediği bölge içerisinden düzgün dağılımdan rasgele çekilen (ξ,ς) konumunda bir hedef varmış gibi menzil ve kerteriz ölçümleri oluşturulur. Menzil oranı GMTI radarın minimum menzil oran değeri ile karasal hedeflerin yapabileceği maksimum hız (60 metre/saniye = 216 km/saat alınmıştır) arasında düzgün dağılımdan bir sayı çekilerek oluşturulur. Bulunan menzil oranına daha sonra eşit olasılıkta pozitif veya negatif olmak üzere rasgele bir yön atanır. Oluşturulacak parazit yankı sayısı Poisson yaklaşım modeli kullanılarak elde edilir (Bar-Shalom, 1995). Bu modele göre her bir ölçüm adımında oluşturulacak parazit yankı sayısı, ortalaması GMTI radarın ortalamada oluşturması beklenen parazit yankı sayısına eşit olan bir poisson dağılımından rasgele bir sayı çekilerek elde edilir. Örneğin, GTI radarın her bir ölçüm için ortalama 1000 parazit yankı üreteceği tahmin ediliyorsa, ortalaması 1000 olan bir poisson dağılımından rasgele sayı çekilir ve çekilen sayı kadar parazit yankı o ölçüm adımında oluşturulur.

Koller *et al*. (2005) çalışmasında, NATO Strong Resolve 2002 tatbikatında Fransız HORIZON helikopterinin yapmış olduğu GMTI ölçümlerinin analizinden HORIZON radarının tespit olasılığının (P_d, probability of detection) P_d = 0.9, yanlış alarm olasılığınınsa (P_f, *probability of false alarm*) $P_f = 0.1/km^2$ olduğunu kestirmiştir. Bu tez çalışmasında kullanılan GMTI radar için de aynı tespit ve yanlış alarm olasılık değerleri kullanılmıştır. Tez çalışmasında GMTI radarın 100 km x 100 km ebadında bir sahada hareket eden 90 hedefin takibini gerçekleştirdiği varsayılmıştır. Şekil 3.4'te radar tarafından gözetlenen saha, bu saha üzerinde bulunan yol haritaları ve hedef hareket senaryoları gösterilmektedir. Bu parametrelere göre Şekil 3.4 ile gösterilen gözetim sahasından her bir ölçüm adımında ortalamada 1000 parazit yankı ve 81 hedeften gelecek ölçüm olmak üzere

yaklaşık 1100 ölçüm radar modülü tarafından oluşturularak, hedef takip ve iz başlatma modüllerine aktarılır.



Şekil 3.4 GMTI radar tarafından gözetlenen saha, bu saha üzerindeki yollar ve hedef hareketleri

3.3 Hedef Takip Modülü

Hedef takip modülü, yeni alınan ölçümlerin takip altındaki izler ile eşleştirilmesi, izlerin kestirim güncellemelerinin gerçekleştirilmesi ve takibi sona ermesi gereken izlerin hedef takip listesinden düşürülmesinden sorumludur. Modül, üç ana alt modülden oluşur. Bu alt modüller sırasıyla:

- Veri ilişkilendirme alt modülü
- Kestirim alt modülü
- İz sonlandırma alt modülü

olarak adlandırılır. Tez anlatım akışının doğrusallığı açısından hedef takip modülünün, iz başlatma modülü ardından açıklanması gerekmektedir. Buna rağmen, hedef takip modülünde iz başlatma modülü ile ortak bazı yöntemler kullanılacaktır. Bu yöntemlerin hedef takip modülünde açıklanmasının daha doğal olacağı düşünülmüş, bu yüzden tez anlatımında akış sıralaması bozulmuştur. Bu bölümde iz başlatma modülü tarafından hâlihazırda bir iz listesinin oluşturulmuş olduğu varsayılmalıdır.

3.3.1 Kestirim alt modülü

Bu modül, izlerin yeni alınan gözlemler ile güncellenerek, kestirimlerin yapılmasından sorumludur. Modül, veri ilişkilendirme modülü tarafından takip altındaki izler ile bu izlere ait gözlemlerin doğru bir şekilde eşleştirildiğini varsayar. Bu bölümde, öncelikle hedef hareket ve radar gözlem modelleri yazılacak, ardından VS-IMM algoritması ile değişken yapılı çok modlu filtreleme yöntemi açıklanacak, son olarak da karasal hedef takibine yönelik topografik kısıt modlarından bahsedilecektir.

3.3.1.1 Hareket ve gözlem modelleri

Doğrudan ayrık zamanlı kinematik model (*direct discrete time kinematic model*) (Bar-Shalom *et al*. 2001) kullanılır ve takip edilen hedefin iki boyutlu kartezyen düzlemde doğrusal hareket yaptığı varsayılırsa hedef hareketine ait durum denklemi Eş. 3.3 ile yazılabilir.

$$x_{k+1} = Fx_k + \Gamma v_k \tag{3.3}$$

Eş. 3.3'te v_k bilinen bir Q kovaryansına sahip beyaz gürültü sürecini belirtmektedir. x_k hedefin kartezyen düzlemdeki konum ve hızlarını içeren durum vektörüdür. İkinci dereceden beyaz ivmelenme hareket modelinde T ölçümler arası geçen süreyi belirtmek üzere F ve Γ matrisleri:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

yapısındadır.

Gözlem denklemi Eş. 3.1 ile verilen doğrusal olmayan $z_k = H(x_k) + w_k$ denklemidir. Bu denklemde H fonksiyonu Eş. 3.2 ile ifade edilir ve v_k bilinen bir R kovaryansına sahip beyaz gürültü sürecini belirtmektedir.

Gözlem denklemi doğrusal olmayan bir yapıya sahip olduğundan dolayı, hedef durum kestiriminin tek başına veya bir IMM / VS-IMM modu olarak Kalman filtresi kullanılarak yapılması mümkün değildir. Bu yüzden tez çalışmasında kestirici olarak Bölüm 2.1.6'da açıklanan UKF algoritması kullanılmıştır.

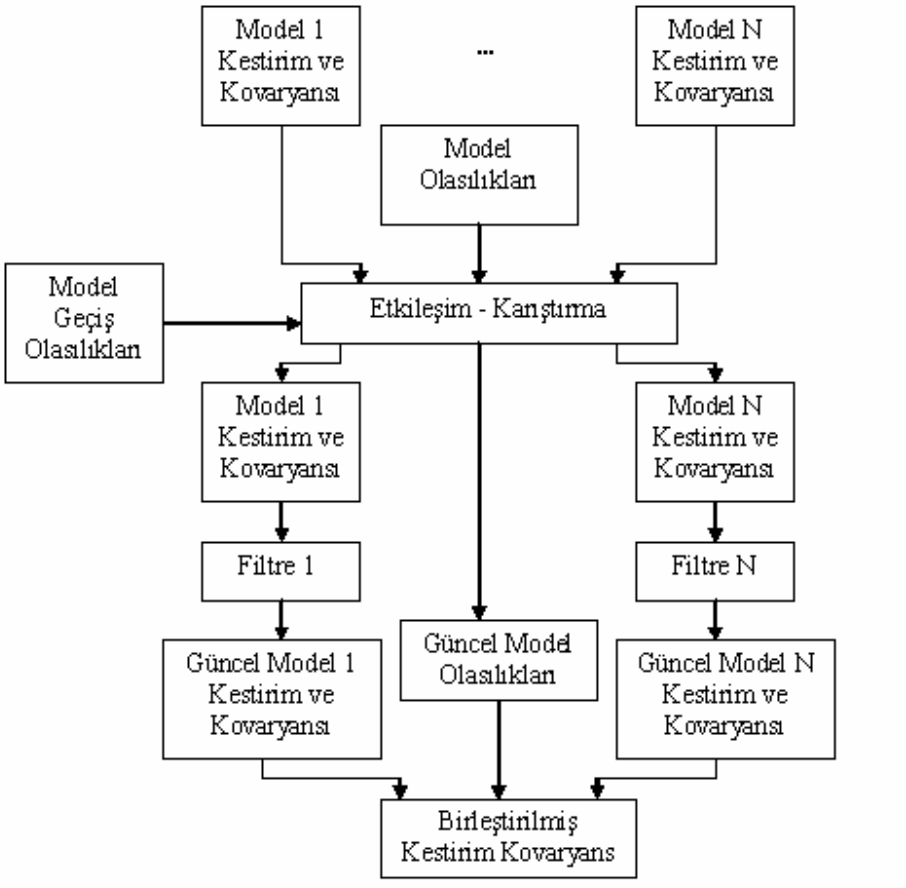
3.3.1.2 Değişken yapılı etkileşimli çoklu model algoritma

Etkileşimli çoklu model kestirici (IMM) manevra yapan hedeflerin takibinde kullanılan başarılı bir kestiricidir. Algoritma, takip edilen hedef hareketinin farklı zaman aralıklarında, farklı hareket modelleri kullanılarak modellenebileceğini varsayar. IMM, hedef takibini mümkün olan tüm hareket modellerine göre uyarlanmış bir takip filtreler dizisini paralel bir şekilde çalıştırarak gerçekleştirir. Kestirim, filtre tahminlerinin alınan ölçüme yakınlıklarına göre ağırlıklandırılıp birleştirilmesi ile elde edilir. Bu yöntem, kestirimde az sayıda hedef hareket modeli kullanıldığında başarılı olmakla beraber; kestirim için 'rekabete' (Li and Bar-Shalom, 1996) giren hareket model sayısının artışı ile ciddi performans kaybına maruz kalmaktadır. Bu duruma çözüm olarak literatürde değişken yapılı bir etkileşimli çoklu model kestiricisi (VS-IMM algoritması) önerilmiştir (Li and Bar-Shalom 1996). VS-IMM algoritması her kestirim anında tüm hareket modelleri kümesi arasından aktif olması ihtimali yüksek olan sınırlı sayıda hareket modelini seçerek IMM algoritması yapısı altında

kullanır. Bu bölümde öncelikle etkileşimli çoklu model algoritma açıklanacak ardından VS-IMM algoritmasının IMM algoritmasından farklılıklarından bahsedilecektir.

3.3.1.2.1 Etkileşimli çoklu model algoritma

Etkileşimli Çoklu Model algoritma, *N* adet kestiriciyi bir arada, paralel bir yapı içersinde çalıştırarak birden farklı hareket modeline göre hareket edebilecek hedeflerin takibini gerçekleştirir. Kestiricilerin yapmış olduğu kestirimlerin normal dağılımda olduğu varsayılır. Dolayısıyla algoritma Gauss katışım dağılımları tabanlıdır. IMM algoritması, blok şema olarak Şekil 3.5'de görülmektedir.



Şekil 3.5 Etkileşimli çoklu model filtre blok şeması

Şekil 3.5 incelendiğinde etkileşimli çoklu model algoritmasının dört adımdan oluştuğu görülmektedir.

- Etkileşim - Karıştırma
- Filtreleme
- Model Olasılıklarının Hesaplanması
- Kestirim ve Kovaryans Birleştirme

- **Etkileşim - Karıştırma:**

Bir önceki kestirim adımında filtrelerin bulmuş olduğu kestirim ve kovaryanslar ile önceki adıma ait filtre olasılıkları ve model geçiş olasılıkları kullanılarak, yeni kestirim adımı için filtrelemelerde kullanılacak başlangıç kestirim ve kovaryansları IMM algoritmasının bu ilk kısmında elde edilir. Örneğin, iki modelli bir IMM yapısında birinci model filtrelemesinde kullanılacak başlangıç kestirim ve kovaryans hesaplanırken, hedefin bir önceki adımda birinci hareket modunda hareket ederken bu adımdaki birinci hareket moduna veya bir önceki adımda ikinci hareket modunda hareket ederken bu adımdaki birinci moda geçiş yapmış olabileceğinin düşünülmesi; ihtimallerin ve kestirimlerin buna göre birleştirilmesi gerekir. Filtre *j*'nin *k*-1 anında yapmış olduğu kestirim $\hat{X}_j(k-1)$, ve bu kestirime ait kovaryans $P_j(k-1)$ ile gösterilirse, model j için durum kestirimlerinin karıştırılması, model olasılıkları $W_i(k)$ ve geçiş olasılıkları P_{ij} kullanılarak Eşitlikler 3.5 ve 3.6'ya göre yapılır.

$$\hat{X}_j^0(k-1) = \sum_{i=1}^{N} \frac{P_{ij} w_i(k)}{\sum_{l=1}^{N} P_{lj} w_l(k)} \hat{X}_i(k-1) \tag{3.5}$$

$$\hat{P}_j^0(k-1)=\sum_{i=1}^{N}\left\{\frac{P_{ij}w_i(k)}{\sum_{l=1}^{N}P_{lj}w_l(k)}\left[P_i(k-1)+(\hat{X}_i(k-1)-\hat{X}_i^0(k-1))(\hat{X}_i(k-1)-\hat{X}_i^0(k-1))^T\right]\right\} \tag{3.6}$$

Model geçiş olasılıklarını seçmek için Bar-Shalom *et al*. (2001)'de verilen yöntem kullanılabilir. Buna göre:

$$P_{ij}=\begin{cases}A & ,i=1 \;\; ise\\ \dfrac{1-A}{M-1} & ,diger\end{cases} \tag{3.7}$$

Eş. 3.7'de M etkileşimli çoklu model filtrede kullanılan alt modellerin sayısıdır. A kullanıcı tarafından seçilecek bir tasarım parametresidir. A değerinin büyük olması hareket model değişimin ihtimalinin düşük olduğunu belirtir.

- **Filtreleme:**

Etkileşim-Karıştırma adımında elde edilen başlangıç kestirim-kovaryansları ile yeni alınan gözlem model kestiricilerine iletilerek, güncel model kestirimleri yapılır. Bu çalışmada model kestiricisi olarak unscented Kalman filtreleri kullanılmıştır.

- **Model Olasılıklarının Hesaplanması:**

Bu adımda, modellerin yapmış olduğu tahminlerin alınan gözleme uzaklığına göre model olasılık ağırlıları güncellenir. $\hat{z}_{k|k-1}$ unscented Kalman filtresinin *k* anı için yapmış olduğu gözlem tahminini (Bakınız Eş. 2.22) ve z_k *k* anında alınan gözlemi ifade etmek üzere, filtre tahmininin gözlemden uzaklığı olan

$$v_k = z_k - \hat{z}_{k|k-1} \tag{3.8}$$

ifadesi inovasyon olarak adlandırılır. Eş. 2.23 ile inovasyon kovaryansı , $P_{z_k z_k}$, hesaplanır. Normal dağılım yakınsamasından dolayı j'inci modelde z_k gözleminin alınması ihtimali Eş. 3.9 ile verilir.

$$P({z_k}^j \mid {\hat{z}^j}_{k|k-1}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\left|{P^j}_{z_k z_k}\right|}} \exp(-\frac{1}{2} v_j^T(k) {P^j}_{z_k z_k}{}^{-1} v_j(k)) \tag{3.9}$$

Eş. 3.9 ile bulunan gözlem olasılıkları yardımıyla model olasılıkları aşağıdaki gibi güncellenir.

$$w_j(n) = \frac{P({z_k}^j \mid {\hat{z}^j}_{k|k-1}) \sum_{i=1}^{N} p_{ij} w_i(n-1)}{c} \tag{3.10}$$

Burada c normalizasyon sabitidir ve olasılıklar toplamının bir olmasını garanti eder.

- **Kestirim ve Kovaryans Kombinasyonu:**

IMM kestirimi, bütün filtrelerin kestirimlerinin ağırlıklandırılmış toplamıdır.

$$\hat{X}(k) = \sum_{i=1}^{N} w_i(k) \hat{X}_i(k) \tag{3.11}$$

Kestirim kovaryansı şöyle verilir.

$$P(k) = \sum_{i=1}^{N} w_i(k) \left[P_i(k) + (\hat{X}_i(k) - \hat{X}_i(k))(\hat{X}_i(k) - \hat{X}_i(k)^T \right] \tag{3.12}$$

3.3.1.2.2 Değişken yapılı etkileşimli çoklu model algoritma farkları

Değişken yapılı etkileşimli çoklu model algoritma, etkileşimli çoklu model algoritma ile aynı temel algoritmik yapıyı paylaşmaktadır. Bununla birlikte değişken yapılı IMM'de:

- Filtrelemelerde kullanılacak hareket modelleri statik değildir. Her kestirim adımı öncesi hangi kestirim filtrelerin hale getirileceğine, hangi kestirim filtrelerinin aktif filtreler listesinden çıkarılacağına karar verilmesi gerekir.
- Değişen filtre yapılarına uygun bir şekilde model geçiş olasılıklarının değiştirilmesi gerekir.

3.3.1.3 Karasal hedef takibinde VS-IMM modları

VS-IMM algoritması standart olarak iki ikinci derece (Bar-Shalom *et al*. 2001) takip filtresi ile başlatılır. Filtrelerden birincisi sabit hızlı hareketi diğeri ise manevrayı modelleyecek şekilde, sırasıyla düşük ve yüksek işlem gürültüsü kovaryansına sahip olacak şekilde tasarlanmıştır. Bu iki filtre tüm hedef takibi boyunca aktif kalacaktır. Bunun yanında, VS-IMM filtrelerine hedefin bulunduğu konuma bağlı olarak ek takip filtreleri eklenmesi veya takip VS-IMM filtre listesinden bazı takip filtrelerin çıkarılması mümkündür. Adaptif olarak değiştirilen bu filtreler bir yol üzerinde hareketi modellemektedir ve bu filtreler kısıtlı unscented Kalman kestiricisi yardımı ile gerçeklenmiştir. Aşağıda yolda hareketi modelleyen filtrelerin hangi durumlarda ve nasıl VS-IMM yapısına girdiği açıklanmaktadır.

- **Yol üzerinde hareket**

  Hedefin yol üzerinde hareket edebileceği yönünde bir karar alınmışsa yol üzerinde hareket filtresi VS-IMM filtreler listesine sokulmaktadır. Öncelikle yol üzerinde hareket kararının nasıl verileceği açıklanmalıdır.

  Yol Testi

$\hat{X}_{k-1}$ ve P_{k-1} sırasıyla *k*-1 anında VS-IMM kestiricisinin yapmış olduğu birleştirilmiş kestirim ve bu kestirime ait birleştirilmiş kovaryansı belirtsin. Yol testinde öncelikle birleştirilmiş kestirim ve birleştirilmiş kovaryansın *k* zamanındaki tahmini değerleri bulunur. (Q_B manevra filtresinin işlem gürültüsü kovaryansını belirtmektedir.)

$$\hat{X}_{k|k-1} = F\hat{X}_{k-1} \tag{3.13}$$

$$P_{k|k-1} = FP_{k-1}F^T + Q_B \tag{3.14}$$

Bulunan tahmini değerlerden yalnızca düşey ve yatay eksen konumları ile ilgili olanlar ayrılarak $x(k) = \begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ \hat{y}(k) \end{bmatrix}$ ve $P(k) = \begin{bmatrix} P_{xx} P_{xy} \\ P_{xy} P_{yy} \end{bmatrix}$ elde edilir. Ardından, yol, herhangi bir noktasından giriş ve çıkış yapılmasına el veriyorsa, *k* anındaki tahmini hedef konumu olan x(k) notasının yolun belirttiği doğru parçası üzerine iz düşümü yapılarak $x_y(k) = \begin{bmatrix} x_{yol} \\ y_{yol} \end{bmatrix}$, yol üzerindeki hedefe en yakın nokta hesaplanır. Yalnızca yolun giriş noktasından yola geçiş mümkünse, $x_y(k)$ herhangi bir hesaba gerek duyulmadan giriş noktası olarak alınır. Eğer:

$$\begin{bmatrix} \hat{x} - x_{yol} \\ \hat{y} - y_{yol} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P_{xx} P_{xy} \\ P_{xy} P_{yy} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{x} - x_{yol} \\ \hat{y} - y_{yol} \end{bmatrix} \leq \alpha \tag{3.15}$$

sağlanıyor ise yolun girilebilir olduğuna karar verilir.

Yol Üzerinde Kısıtlı Filtre

Bir izin herhangi bir yol üzerinde hareket edilebileceğine yönelik bir karar oluşmuş ise, o ize ait manevra filtresinin bir önceki adımda bulmuş olduğu kestirimin Simon-Chia maksimum olasılık projeksiyonu ile yol üzerine izdüşümü alınır ve bu kestirime ait kovaryans kısıtlanır. İzdüşüm işlemlerinde kullanılacak doğrusal yol kısıtları Bölüm 2.2.2'de verilen Eş. 2.52 ve 2.53 ile bulunabilir. Elde edilen bir önceki adıma ait kısıtlı kestirim ve kovaryans daha sonra manevra filtresi ile güncellenir. Filtre ile

güncellenmiş kestirim yol kısıtları kullanılarak *tekrar* kısıtlanır ve yol üzerinde hareket modeli kestirimi oluşturulur. Etkileşimli çoklu model algoritmanın etkileşim-karıştırma adımında diğer filtrelerin durum kısıtlarını bozucu etkilerini önlemek amacıyla durum kısıtları filtreleme öncesi ve filtreleme sonrası olmak üzere iki kez uygulanmıştır.

- **Kavşaklar**

  Bir kavşak noktası, yol testine tabi tutulup (bu durumda kavşak noktası direkt Eş. 3.15'te değerlendirilir) hedefin ulaşabileceği bir bölgede bulunduğuna karar verildiyse o kavşağa ait bütün yollar üzerinde hareket, VS-IMM mod listesine koyulur. Yol testinden önce kavşak testi yapılması test için yapılacak işlemlerde tasarruf sağlayacaktır.

- **Yola giriş – yoldan çıkış kısıtları**

  Takip edilen hedef giriş çıkış noktaları haricinde yola giriş veya yoldan ayrılış kabul etmeyen bir yola sadece, giriş noktasının yapılan yol testini geçmesi durumunda girebilir. Benzer şekilde, yoldan çıkış yalnızca çıkış noktasının yol testini geçmesi durumunda mümkündür.

- **Hedeften gözlem alınamaması durumu**

  Takibi yapılan bir hedef, gözlem alınmayacak bölgelere girmişse, bu hedef için iz düşürme yapısı durdurulur ve tahminler ile takip sürdürülür.

3.3.2 Veri ilişkilendirme alt modülü

Hedef takip alt modülünde anlatılan VS-IMM kestiricisinin ölçüm hedef eşleştirilmesinin yapılması gerekmektedir. Ölçüm hedef eşleştirmeleri iki boyutlu atama yöntemi ile yapılmış olup ilgili atama probleminin çözümünde açık arttırma algoritması kullanılmıştır.

İki boyutlu atama yönteminde hedef ölçüm eşleştirilmesi bir ayrık optimizasyon problemi olarak ele alınır. Amaç, minimum maliyete neden olacak şekilde takip altındaki izlerle en son alınan ölçümlerin eşleştirilmesinin yapılmasıdır. Atama yönteminde bir hedefin yalnızca bir gözlem üretebileceği varsayılır, dolayısıyla iz-gözlem eşleştirmelerin bire bir olması zorunludur. Bununla birlikte hedef takibinde parazit yankılarla da baş edilmesi gerekir. Atama problemini çözerken parazit yankının eşleştirileceği bir kurgu hedef oluşturulur ve parazit yankı olduğuna kanaat getirilen tüm ölçümler bu kurgu hedef ile eşleştirilir. Bundan ötürü kurgu hedef için bire birlik şartı aranmaz. Kurgu hedefe ait endeks sıfır olarak kabul edilmiştir.

k anında, *T(k)* ortamda takip edilen izleri, *Z(k)* radar tarafından veri ilişkilendirme modülüne bildirilen ölçümleri, *a(k,m,n) m* izi ile n ölçümünün eşleştirilip eşleştirilmediğini gösteren indikatör fonksiyonunu ve *c(k,m,n) m* izi ile n ölçümünün eşleştirilme maliyetini bildiren fonksiyonu belirtmek üzere iki boyutlu atama yönteminde Eş. 3.13'i minimize eden eşleştirmeler yapılır.

$$C(k,a(k)) = \sum_{m=0}^{T(k)} \sum_{n=1}^{Z(k)} a(k,m,n) c(k,m,n) \tag{3.13}$$

Indikatör *a* fonksiyonu ve *c* maliyet fonksiyonu sırasıyla Eşitlikler 3.14 ve 3.15'te tanımlanmıştır.

$$a(k,m,n) = \begin{cases} 1 & Iz\ m,\ olcum\ n\ ile\ eslestirilmis\ ise \\ 0 & Diger\ hallerde \end{cases} \tag{3.14}$$

$$c(k,m,n) = -\log\left(\frac{\Phi(k,m,n)}{\Phi(k,m,0)}\right) \tag{3.15}$$

Eşleştirme maliyeti hesaplanırken, yapılan eşleştirmenin gerçek bir hedeften kaynaklanması olabilirliğinin, yapılan eşleştirmenin bir yanlış alarmdan kaynaklanıyor olma olasılığına oranı kullanılmıştır. Eş. 3.15 bu durumu göstermektedir. Eş. 3.16 olabilirliklerin nasıl hesaplandığını göstermekte olup bu eşitlikte, P_t tespit, P_y yanlış alarm olasılıklarını ifade eder. $\Lambda(k,m,n)$, *n* ölçümünün, *m* izi için hedef takip filtresi tarafından hesaplanan olabilirliğidir. Hedef takibinde çoklu model algoritmalar kullanıldığından dolayı

$\Lambda(k,m,n)$, Eş 3.17'de gösterildiği üzere tüm hedef takip filtre olabilirliklerinin filtre olasılıkları ile ağırlıklı ortalaması alınarak hesaplanır. Her bir filtre için $\Lambda_i(k,m,n)$ ölçüm olabilirliği Eş. 3.9 ile bulunur.

$$\Phi(k,m,n) = \begin{cases} Pt\,\Lambda(k,m,n) & n > 0 \\ Py & n = 0 \end{cases} \tag{3.16}$$

$$\Lambda(k,m,n) = \sum_{i=1}^{S(i)} \Lambda_i p_i \tag{3.17}$$

3.3.3 İz sonlandırma alt modülü

Takip altındaki bir hedef için gizli hedef modeli aktif değil ve dört ardışık ölçüm adımında hedefle ilişkili ölçüm alınmamış ise hedef iz listesinden silinir.

3.4 İz Başlatma Modülü

İz başlatma modülü halihazırda takip altında bulunan hedefler ile eşleştirilmemiş radar gözlemlerini, ortamdaki herhangi bir hedefe ait olanlar ve olmayanlar şeklinde iki sınıfa ayırır. Ortamdaki bir hedefe ait olduğuna karar verilen gözlemlerden, ait odlukları hedefin konum ve hızını kestirerek iz başlatır ve başlatılan izi hedef takip modülüne bildirir. Tez çalışmamızda, iz başlatmada kural tabanlı bir yöntem olan 2/2 ve N-de-M iz başlatma algoritması (Bar-Shalom, 1995) kullanılmıştır. 2/2 ve N-de-M iz başlatma yönteminde ardışık anlarda gelen ölçümler ilişkilendirilmeye çalışılır. Yöntem; iki ardışık anda gelen ölçümlerin birbiri ile ilişkili olup olmadığının belirlenmesi (yöntemin 2/2 kısmı), eğer bir ilişki var ise ilgili iki ölçümden bir olası hedefin konum ve hızına ait bir başlangıç kestirimi ve başlangıç kestirim kovaryansı hesaplanarak, izin hedef takip filtresi tarafından N ardışık örnekleme zamanı için takip edilmesi ve N zaman süresinde izin en az M sefer ölçüm ile güncellenmesi (yöntemin N-de-M kısmı) adımlarını içerir (Soysal 2005). Tez çalışmamızda kullanılan . 2/2 ve N-de-M algoritması aşağıda detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

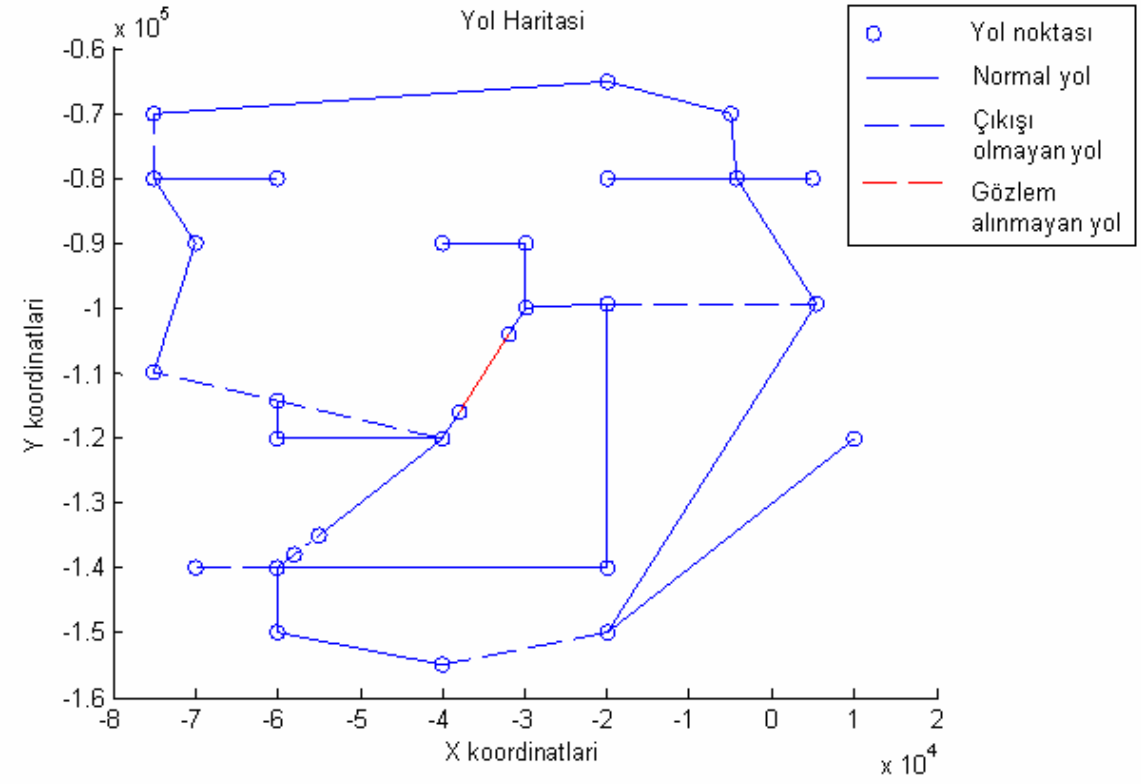
3.4.1 2/2 ve M-de-N algoritması

- Her ilişkilendirilmemiş ölçüm bir iz başlatıcı olarak değerlendirilir. İz başlatıcı ölçüm unscented dönüşüm kullanılarak polar koordinat sisteminden kartezyen koordinat sistemine dönüştürülür. Bu adımda, işlem yükünden tasarruf edilmesi açısından menzil oranı bilgisi ihmal edilir.
- İz başlatıcının kestirilen kartezyen konumu etrafında, takip edilmesi planlanan hedeflerin maksimal hareket kabiliyeti ve kestirilen konum belirsizliği dikkate alınarak bir geçerlilik bölgesi oluşturulur Takip edilecek kara hedeflerinin saatte 216 km maksimum hız (60 m/sn) yapabileceği varsayılır, GMTI radarın ölçümlerinin 10 saniyede bir alındığı bilinirse bir sonraki ölçüm için hedefe bağlı belirsizlik her iki kartezyen eksende 600 m olacaktır. Bu belirsizliğe, radar ölçüm dönüşüm belirsizlikleri de eklenerek bir geçerlilik kapısı boyutları hesaplanır.
- Bir sonraki ölçüm adımında geçerlilik kapısı içerisinde bir gözlem elde edilmiş ise, iz başlatıcı ile yeni ölçümden iki nokta farkı alma yöntemi yardımıyla (Bar-Shalom *et al*. 2001) konum ve hız kestirimleri ve bu kestirimlere ait kovaryansı içeren bir iz hipotezi oluşturulur. İz hipotezi daha sonra hipotezler listesine eklenir.
- Sonraki her bir ölçüm adımında hipotezler, iz-gözlem eşleştirmesinde olduğu gibi açık arttırma algoritması kullanılarak yeni gözlemlerle eşleştirilir. Eşleştirmede minimum toplam Mahalanobis uzaklığı kriter olarak kullanılmıştır. Geçerlilik kapılaması (*validation gating*) (Bar-Shalom and Li 1995) ile birbiriyle eşleştirilmesi ihtimali düşü olan hedef - ölçüm ikilileri açık arttırma algoritmasına girmez.
- *M* ölçüm adımında en az *N* kere bir ölçüm ile güncellenen hipotezler, iz listesine atılır.

Tez çalışmamızda M=3 ve N=2 değerleri kullanılmıştır. Bu şart altında ortaya çıkan iz başlatma performansı 4. bölümde incelenecektir. Alternatif olarak denenen M=2 ve N=1 ve M=3 ve N=1 konfigürasyonlarında çok yüksek sayıda yanlış iz başlatılışı gerçekleştiği gözlenmiş, dolayısıyla bu kofigürasyonlar Monte Carlo koşularına sokulmamıştır.

4. BENZETİM ÇALIŞMASI

Bu bölümde hedef takip algoritmalarının üzerinde denendiği senaryo açıklanacak, senaryo hedeflerinin takibinden elde edilen bulgular ortaya konacaktır. Çalışmamızda GMTI radar olarak (0,0) referans notasından yatay *x* ekseninde -100, düşey *y* ekseninde -200 km uzakta bulunan bir Fransız HORIZON platformunun (Koller *et al*. 2005) kullanıldığı varsayılmıştır. Radar, yatayda [-80, +20] ve düşeyde [-60,-160] km'ler arasında bulunan karesel bir bölgeyi taramaktadır. Sekil 4.1'de radar tarafından gözetlenen saha ve bu sahada bulunan yolların haritası gösterilmiştir.



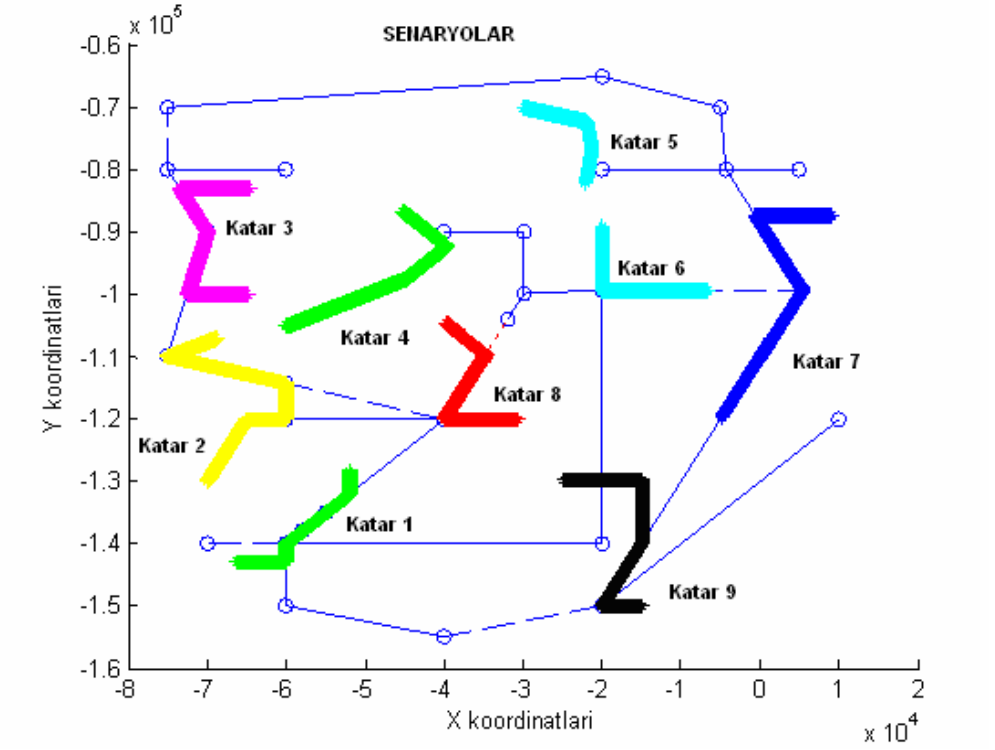
Şekil 4.1 GMTI radar tarafından gözetlenen saha ve yol haritası

Harita üzerinde, yolların doğrusal yol parçacıları ile yakınsaması yapılmıştır. Her bir yol parçacığı giriş ve çıkış noktaları ve tür bilgisi ile tanımlanmıştır. Giriş ve çıkış noktalarında yol parçacığının başlangıç ve bitiş koordinatları tutulur. Tür bilgisinde ise yolun özellikleri tanımlıdır. Harita üzerinde üç tarz yol tanımlıdır:

- Normal yol
- Sadece giriş ve çıkış notalarından yola girilebilecek veya yoldan ayrılabilecek yol (köprü vs.)
- Gözlem alınması mümkün olmayan yol (tünel, doğal engel vs.)

Şekil 4.1'de normal yollar mavi düz çizgi, gözlem alınması mümkün olmayan yollar kırmızı düz çizgi ve sadece giriş ve çıkış notalarından yola girilebilecek veya yoldan ayrılabilecek yollar mavi kesikli çizgi ile gösterilmiştir.

Benzetim çalışması ile oluşturulan hedef senaryosunda toplam 90 araç, 9 araç katarı halinde hareket etmektedir. Araç katarlarının yapmış olduğu hareket senaryoları Şekil 4.2.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2 Benzetim çalışmasında kullanılan senaryo

Senaryolar oluşturulurken takip edilecek araçların askeri araçlar olduğu, dolayısıyla hem yol üzerinde hem de yol haricinde hareket edebilecekleri düşünülmüştür. Hedef senaryoları

yalnızca araç katarındaki ilk hedef için oluşturulmuş, katardaki diğer araçlar ilk hedefin önceki zamanlardaki konumlarından elde edilmiştir. Bu şekilde oluşturulan senaryolarda herhangi bir *t* anında katar araç konumları, ilk hedefin *t, t*-1 ... *t*-10 anlarındaki konumlarından meydana gelir. Katar araçlarının Şekil 4.2'de gösterilen hareketleri sırasında yapmış olduğu maksimum manevra ivmeleri Çizelge 4.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1 Katar manevra ivmeleri (m/sn^2)

Katar 1	Katar 2	Katar 3	Katar 4	Katar 5	Katar 6	Katar 7	Katar 8	Katar 9
11	32	22	2	2	9.5	22.5	7	5

Senaryolarda manevralar çoğunlukla, kara hedeflerinden bekleneceği üzere, düşük ivmelenme ile gerçekleştirilmekle beraber katarlar 2, 3 ve 7'e ait senaryolarda kısa süreli sert manevralar tanımlanmıştır.

Hedefleri takip eden GMTI radarının yapmış olduğu ölçüm hatalarının sıfır ortalamalı, standart sapması menzilde 30 m, kerterizde 0.001 radyan (radar konumunu merkez alan bir çemberde haritanın orta noktasından geçen 0.001 radyanlık bir yay yaklaşık 110 metre uzunluğundadır. Bundan ötürü, ölçüm hatalarının kartezyen düzlemde kabaca 30 metreye 110 metre standart sapma ile geldiği düşünülebilir. 30 - 110 metre değerlerinin hedef ve radar konumuna bağlı olarak referans alınan kartezyen eksenlere izdüşümünün değişeceği unutulmamalıdır.) ve menzil oranında 1 m/sn olan normal dağılımlı birer rasgele değişken olduğu varsayılmıştır. Radara ait tespit olasılığı 0.9, hatalı alarm olasılığı ise 0.1 parazit yankı/km^2 olarak alınmıştır. Radarın ölçümlerini 10 saniyede bir aldığı varsayılmıştır.

Hedef takibinde kestiriciler, iki beyaz gürültü ivmelenme modeli kullanan filtre ile başlatılmıştır. Bu filtrelerden birincisi düşük işlem gürültüsüne sahip sabit hızlı hareket modunu, ikincisi yüksek işlem gürültüsüne sahip manevra modunu oluşturmaktadır. Filtre başlatılışında hedefin hareket edebileceği her iki yöndeki belirsizlik eşit kabul edilmiştir. Sabit hızlı hareket modunda işlem gürültüsü kovaryansı standart sapması 0.05 m/sn^2 olan

ivmeye; manevra modelinde ise işlem gürültüsü kovaryansı standart sapması 2 m/sn^2 olan ivmeye göre hesaplanmıştır.

Benzetim çalışmalarında hedefler hem topografik yol bilgisi kullanan VS-IMM algoritması hem de yalnızca yukarıda belirtilen sabit hızlı hareket ve manevra modlarına sahip iki modelli bir IMM algoritması ile takip edilmiş, elde edilen takip performansları karşılaştırılarak yol bilgisi kullanımının hedef takibine katkıları incelenmiştir. Algoritma karşılaştırmalarında aşağıda verilen kriterler baz alınmıştır:

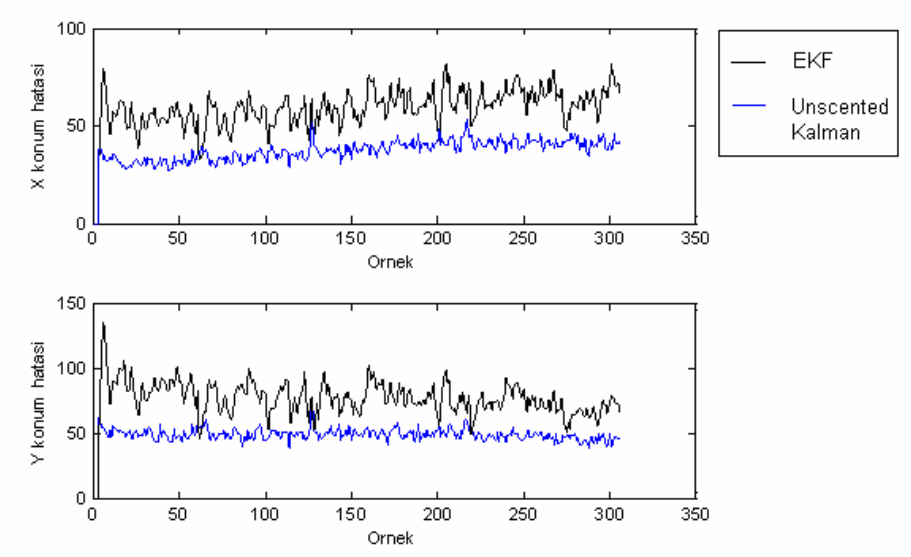
- RMS kestirim hataları
- Başlatılan yanlış iz sayısı
- Takip edilmeyen hedeflerin sayısı
- Atama yönteminde yapılan yanlış eşleştirmeler
- Ortalama iz kaybı sayısı
- Ortalama iz ömrü

4.1 Kestirici (EKF ile Unscented Kalman Kestiricisi) Karşılaştırışı

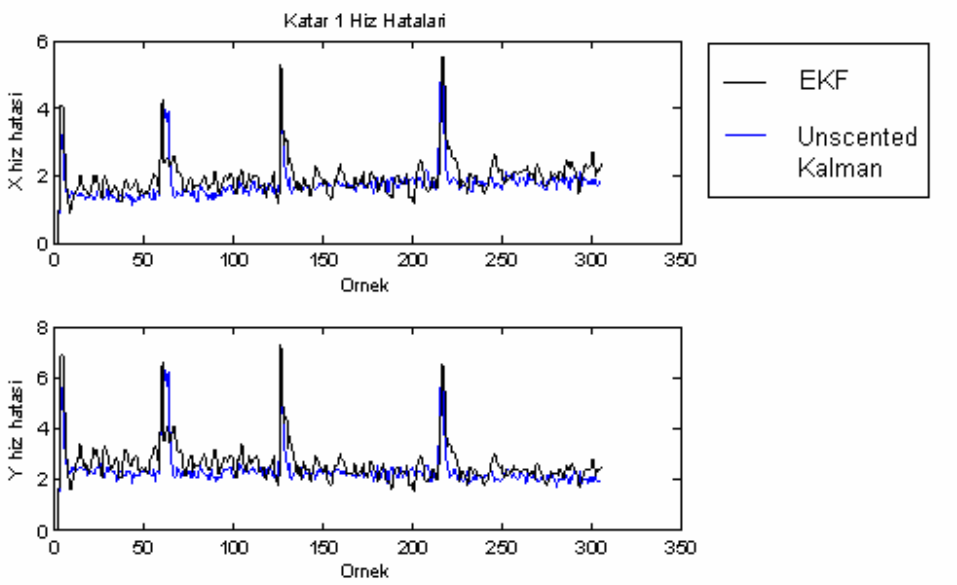
EKF algortiması en yaygın doğrusal olmayan kestiricidir. Buna rağmen, çalışmalarımızda unscented Kalman algoritmasının EKF algoritmasından daha başarılı olduğu görülmüş ve tezimizde ana kestirici olarak UKF filtesi tercih edilmiştir. IMM-EKF ile IMM-UKF algoritmaları kıyaslaması, radar tespit olasılığının mükemmel alındığı ve ortamda parazit yankıların bulunmadığı tek hedefli bir senaryo üzerinde yapılan bir hedef takip benzetimi sonuçları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Benzetimde dokuzuncu katarının birinci aracı hedef olarak kullanılmıştır. Hedef takibine ait 100 Monte Carlo koşusu kestirim sonuçları Şekiller 4.3 – 4.4 ile Çizelge 4.2'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.2 IMM-EKF ile IMM-UKF kestiricilerinin yapmış olduğu 100 Monte Carlo koşusu kestirim hataları (RMS)

	EKF Algoritması	UKF Algoritması
X konum hatası	58.91 m	37.10 m
X hız hatası	1.94 m/s	1.74 m/s
Y konum hatası	76.76 m	48.74 m
Y hız hatası	2.60 m/s	2.34 m/s



Şekil 4.3 IMM EKF – IMM Unscented Kalman kestiricileri 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



Şekil 4.4 IMM EKF – IMM Unscented Kalman kestiricileri 100 Monte Carlo koşusu hız kestirim hataları

Hem Çizelge 4.2 hem de Şekiller 4.3-4.4'de UKF kestiricisinin EKF'den başarılı kestirimler yaptığı görülmektedir. Buna rağmen benzetim çalışmamızda IMM-UKF algoritmasının IMM-EKF algoritmasından yaklaşık ***4 kat*** daha uzun süre boyunca çalıştığı gözlenmiştir. Kestirici seçiminde ihtiyaç duyulan kestirim başarımı ile elde buluna işlem gücü kapasitesinin bir arada değerlendirilmesi gerekir.

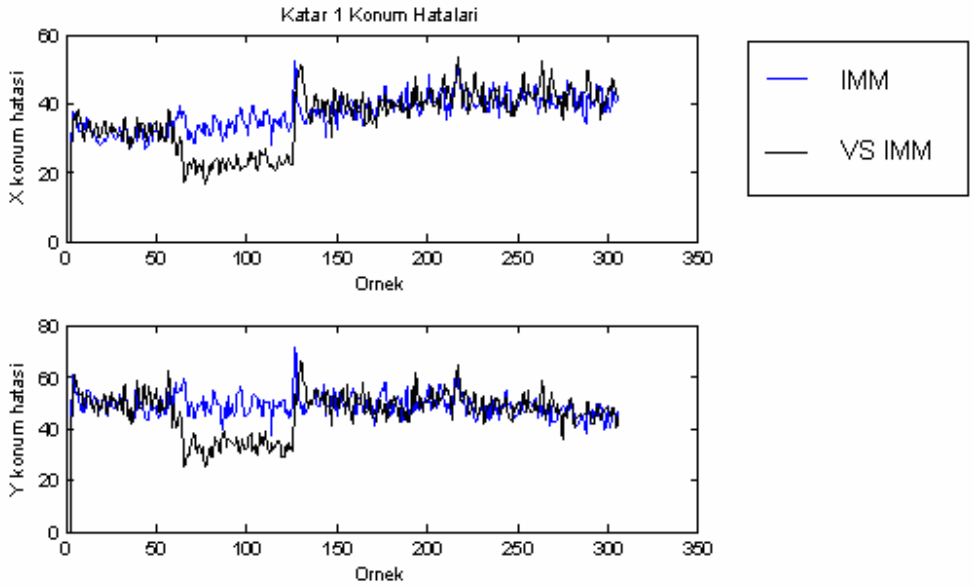
4.2 İdeal Şartlar Altında VS-IMM – IMM Takip Karşılaştırışı

VS-IMM ile IMM algoritmaları karşılaştırılırken öncelikle radarın tespit olasılığının mükemmel alındığı ve ortamda parazit yankıların bulunmadığı tek hedefli bir senaryo kullanılmıştır. Burada amaç veri ilişkilendirme kaynaklı hataların izole edilerek yalnızca takip algoritma performanslarının incelenmesidir. Bu şartlar altında Şekil 4.2.'de gösterilen dokuzuncu katara ait birinci aracın takibi 100 Monte Carlo koşusu boyunca gerçekleştirilmiştir. 100 Monte Carlo koşusu ortalama kestirim hataları Çizelge 4.3.'te gösterilmektedir. Çizelge 4.3'te gözleneceği üzere VS-IMM algoritması kestirimlerini yol

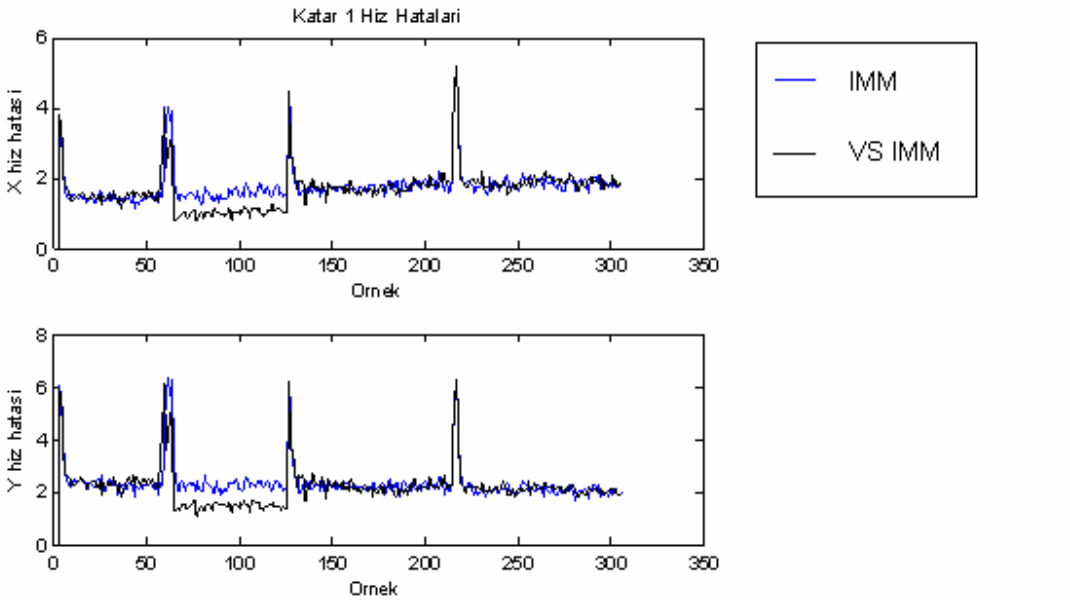
bilgisine dayanarak IMM algoritmasına kıyasla daha başarılı bir şekilde gerçekleştirmektedir. Kestirim performansları arasındaki fark her bir zaman adımı boyunca yapılan ortalama kestirim hatalarının grafik halinde sunulduğu şekiller 4.3-4.6 ile daha açık olarak da görülebilir.

Çizelge 4.3 İdeal şartlar altında 100 Monte Carlo koşusu kestirim hataları

	VS-IMM Algoritması	IMM Algoritması	VS-IMM Kısıt Aktifken
X konum hatası	35.22 m	37.83 m	21.15 m
X hız hatası	1.65 m/s	1.77 m/s	0.95 m/s
Y konum hatası	46.07 m	49.52 m	32.44 m
Y hız hatası	2.19 m/s	2.37 m/s	1.46 m/s



Şekil 4.5 İdeal şartlar altında IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



Şekil 4.6 İdeal şartlar altında IMM - VS-IMM 100 Monte Carlo koşusu hız kestirim hataları

Şekiller 4.5-4.6'da görüleceği üzere hedefin yol üzerine çıkışı ardından hem konumda hem de hızda VS-IMM algoritması IMM algoritmasına kıyasla çok daha başarılı kestirimler gerçekleştirmektedir. Yol üzerindeki harekete ait kestirim başarımı artışı Çizelge 4.3'te açıkça görülmektedir.

4.3 Çoklu Hedef Senaryosunda VS-IMM ile IMM Kıyaslaması

Bu bölümde Şekil 4.2.'de gösterilen tüm hedef senaryolarını içeren, gerçekçi (radar tespit olasılığının mükemmel olmadığı ve parazit yankı ihtiva eden bir ortamda) çoklu hedef takibi VS-IMM ve IMM algoritmaları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Algoritma performansları alt başlıklarda değerlendirilecektir.

4.3.1 Toplam kestirim RMS hataları

100 Monte Carlo koşusu boyunca hem IMM hem de VS-IMM tabanlı hedef takip sistemleri 9 araç katarından oluşan senaryo hedeflerini takip etmiştir. Hedef takibi sırasında takip altındaki hedef listesi dinamik olarak değiştiğinden ötürü (yeni izler eklenerek veya var olan izler düşürülerek) RMS kestirim hataları hesaplanırken senaryo hedefleri ile takip altındaki izler arasında bire bir eşleştirme kurulması mümkün olmamıştır. Bunun yerine, veri ilişkilendirme bölümündekine benzer bir şekilde, açık arttırma algoritması kullanılarak, hedef listesi üyeleri ile iz listesi üyeleri eşleştirilmiştir. Eşleştirilmelerin yapılmasında kriter olarak, eşleştirilen hedef – iz ikililerinin birbirlerinden konumda uzaklıklarının toplamının minimize edilmesi kullanılmıştır.

Bu kritere göre eşleştirilen hedef-iz ikililerinin 100 Monte Carlo koşusu sonucunda tüm hedeflerin ortalaması alınarak bulunan (IMM algoritmasında katar 8 hedefleri için ölçüm alınmamasından ötürü iz kaybı yaşamaktadır. Bu yüzden IMM ortalamaları bulunurken katar 8 hedefleri yok sayılmıştır.) kestirim RMS hataları Çizelge 4.4'de gösterilmektedir.

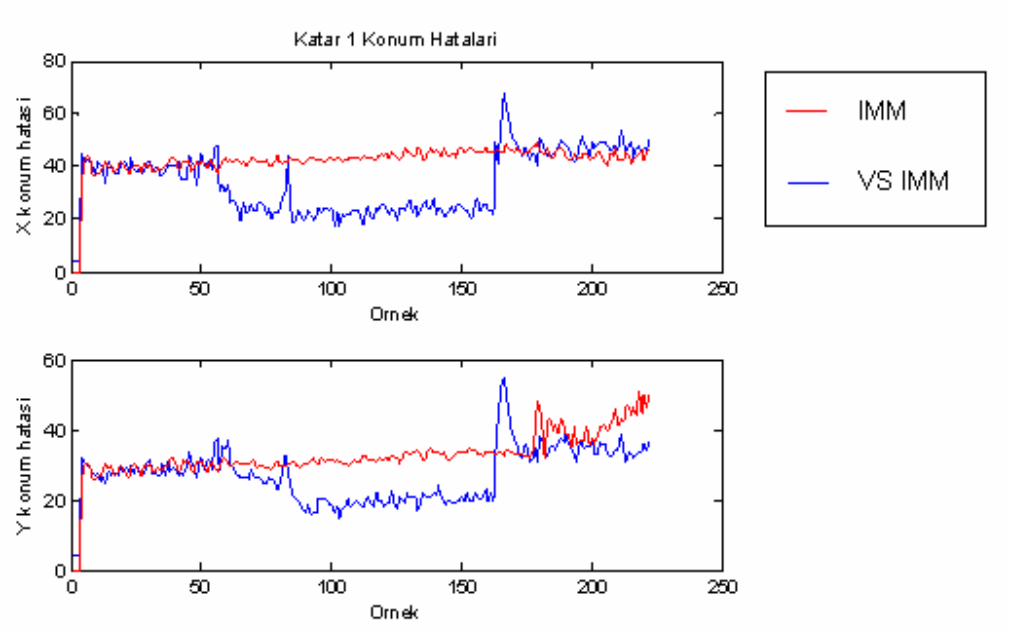
Çizelge 4.4 Çoklu senaryoda 100 Monte Carlo koşusu kestirim hataları

	VS-IMM Algoritması	IMM Algoritması
X konum hatası	51.42 m	58.77 m
X hız hatası	2.37 m/s	2.70 m/s
Y konum hatası	36.04 m	41.38 m
Y hız hatası	1.60 m/s	1.83 m/s

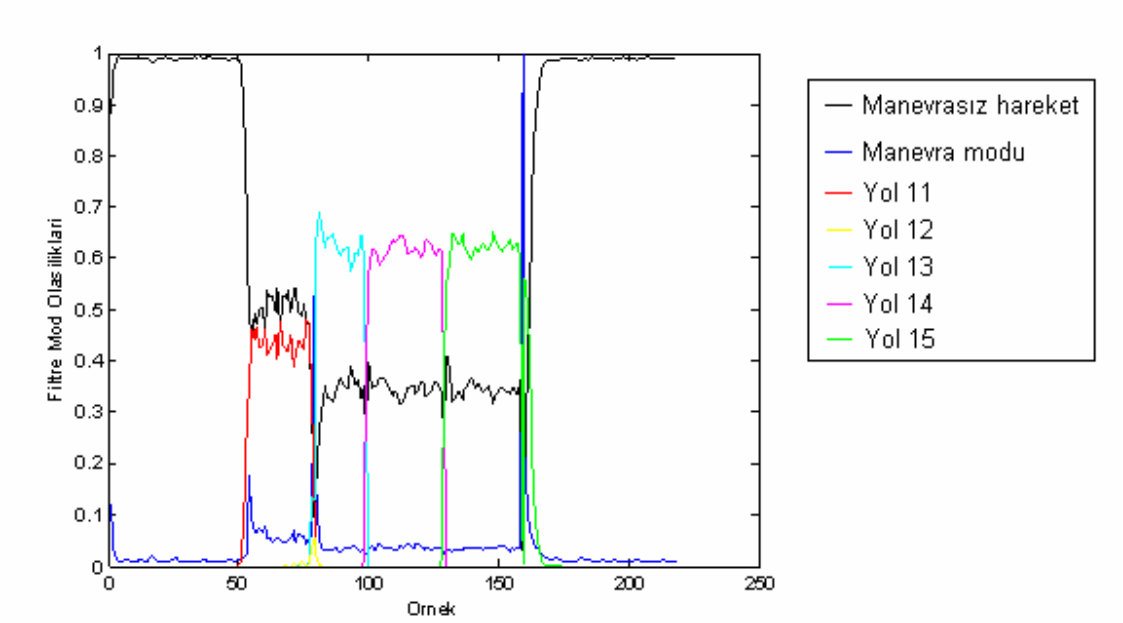
Çizelge 4.4'de de görülebileceği üzere VS-IMM algoritması tüm hedefler ortalamasında standart IMM algoritmasından daha iyi bir kestirim performansına sahiptir. Algoritmalar arasındaki performans farkı bir üst bölümde açıklanan ideal şart durumu kadar birbirinden ayrık değildir. Üç araç katarının hareketinin hiçbir noktasında yol üzerinde hareket etmediği düşünülürse bu durumun beklenilebilir olabileceği varsayılabilir. Şekiller 4.7-4.24'te her bir

araç katarı için ayrı ayrı gösterilen takip RMS hata grafiklerinden, yol üzerindeki harekette VS-IMM algoritmasının başarım farkı gözlenebilir. Çoklu hedef ortalama kestirim hatalarının, ideal şartlar altındaki kestirim hatalarının üzerinde çıkması da beklenti dahilinde bir durumdur. Radar ölçümlerinin menzilde 30 metre, kerterizde yaklaşık 110 metre standart sapmalı hatalarla geldiği düşünülürse, takip performansının makul olduğu görülür.

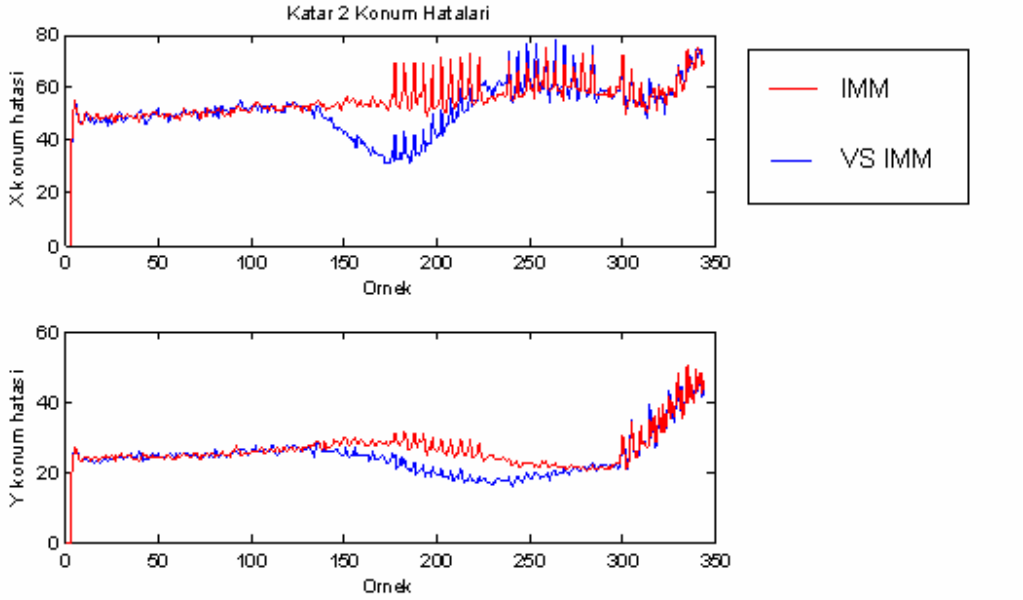
Şekiller 4.7 - 4.24 ile tüm araç katarları için, katar içinde hareket eden araçların senaryo boyunca yapmış oldukları 100 Monte Carlo koşusu ortalama RMS konum ve hız hataları gösterilmektedir. Katar hareket senaryolarının yalnızca bir araç senaryosunun zamanda kaydırılarak oluşturulmasından dolayı, hata grafiklerinde testere dişi gibi bir yapı ortaya çıkmıştır. Grafiklerde hedeflerin yol üzerinde hareketlerinde VS-IMM kestirimlerinin ortalamada daha başarılı yapıldığı görülmektedir.



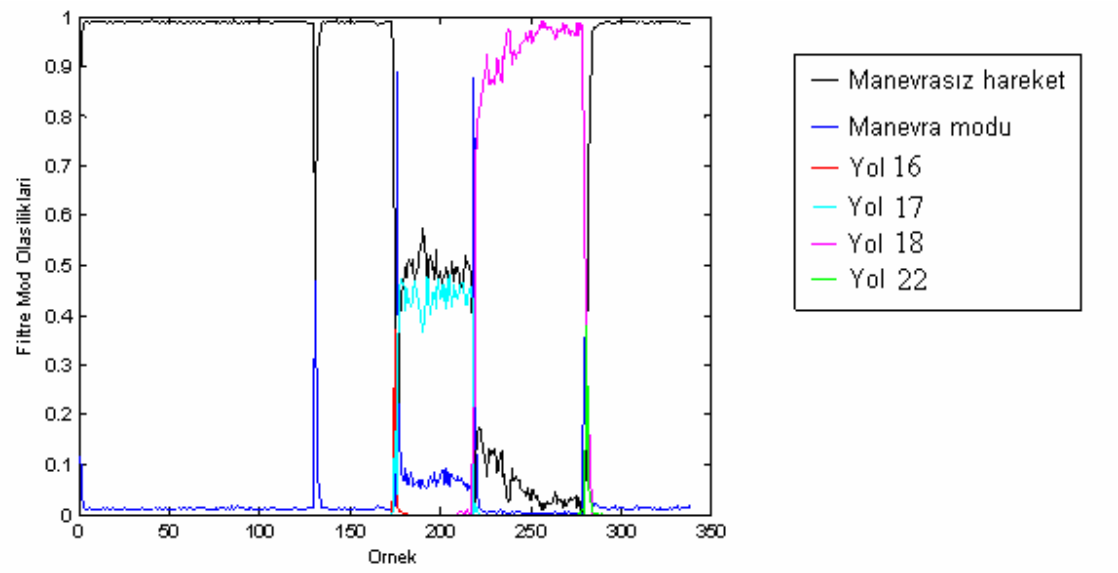
Şekil 4.7 Katar 1 IMM - VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



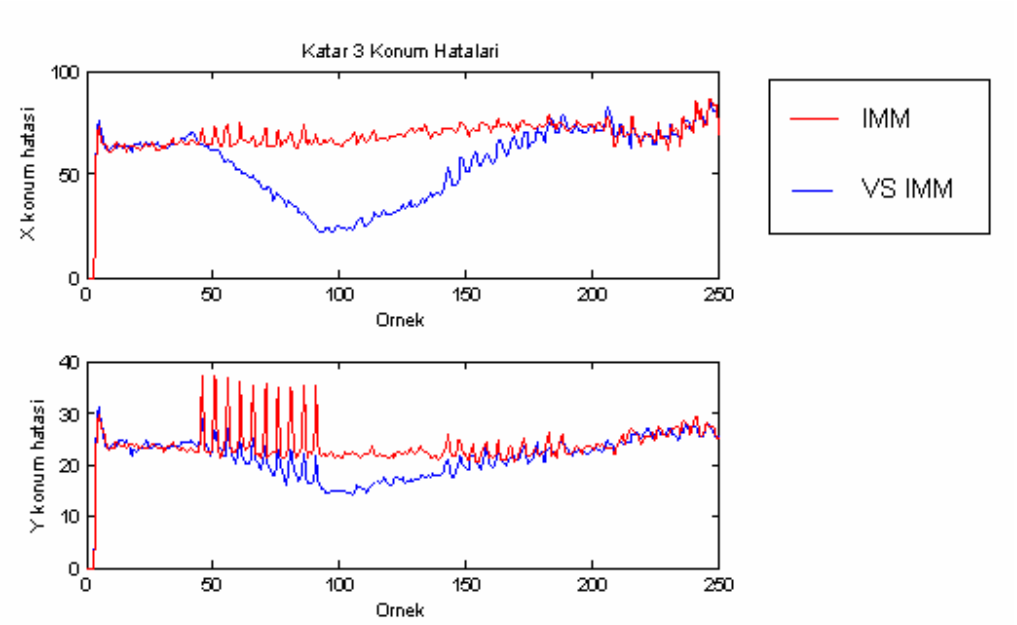
Şekil 4.8 Katar 1 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları



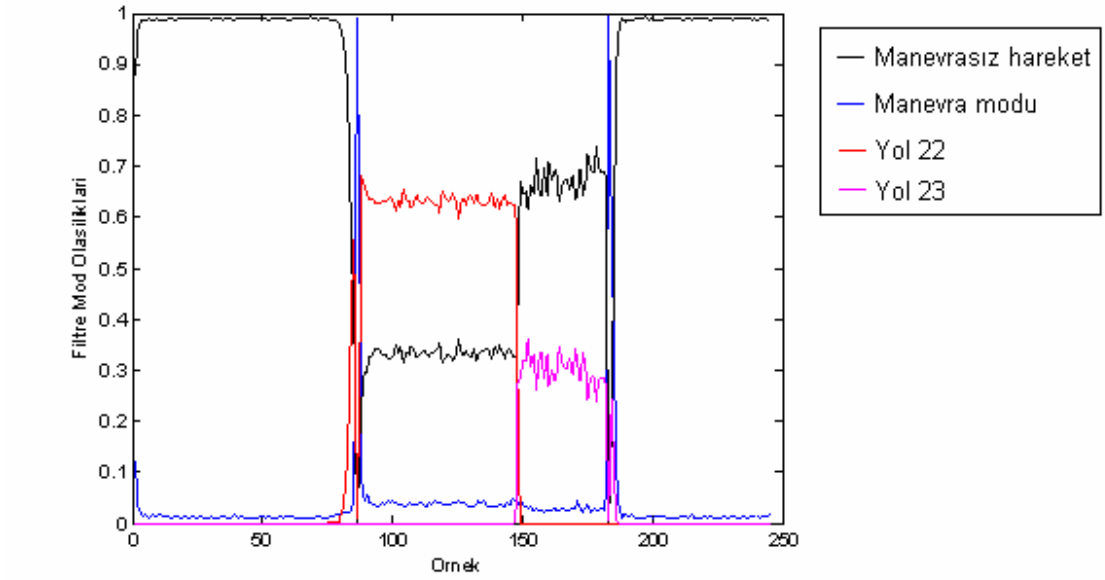
Şekil 4.9 Katar 2 IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



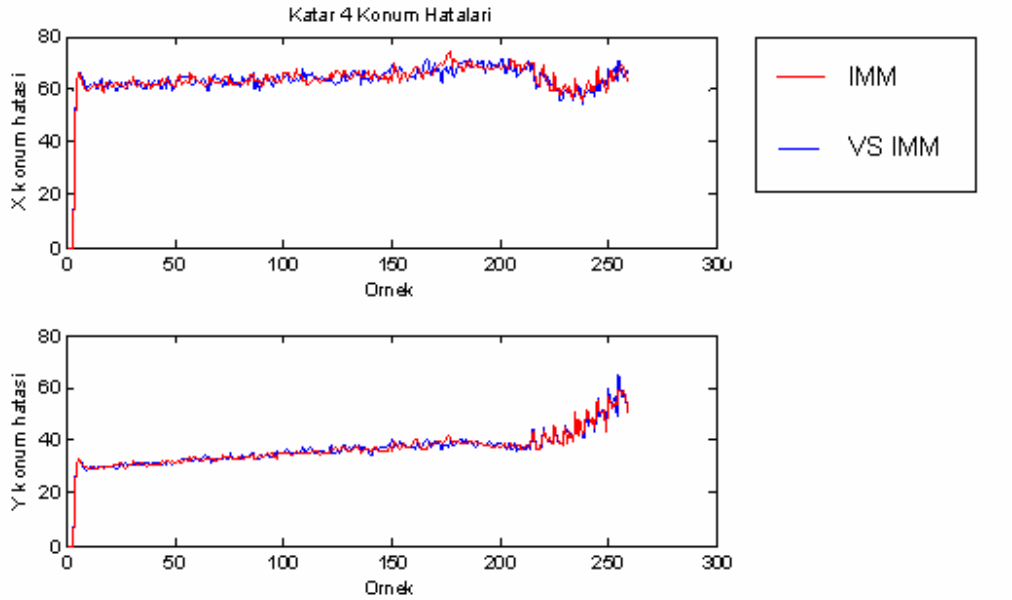
Şekil 4.10 Katar 2 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları



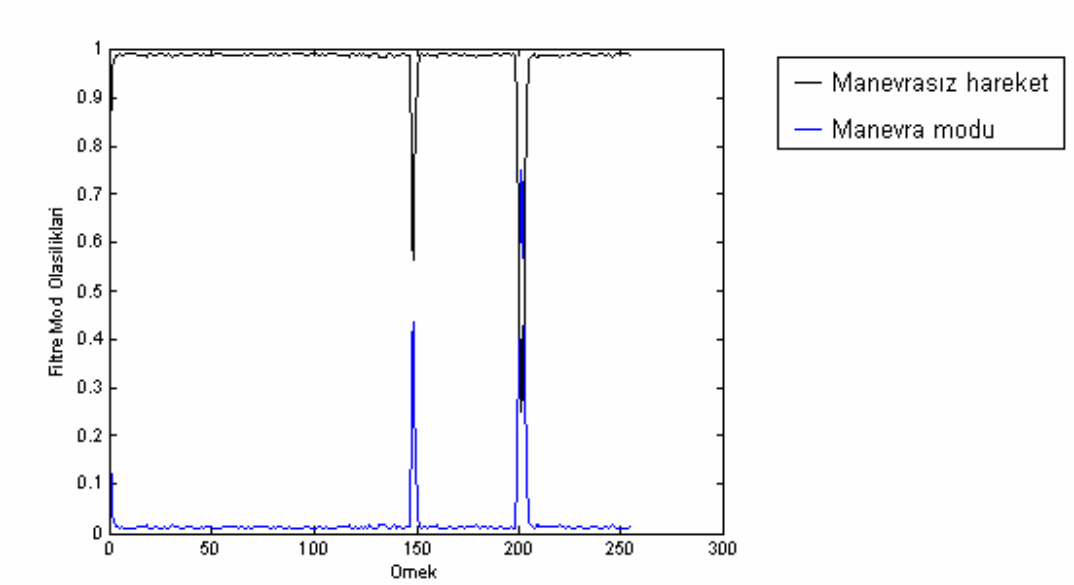
Şekil 4.11 Katar 3 IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



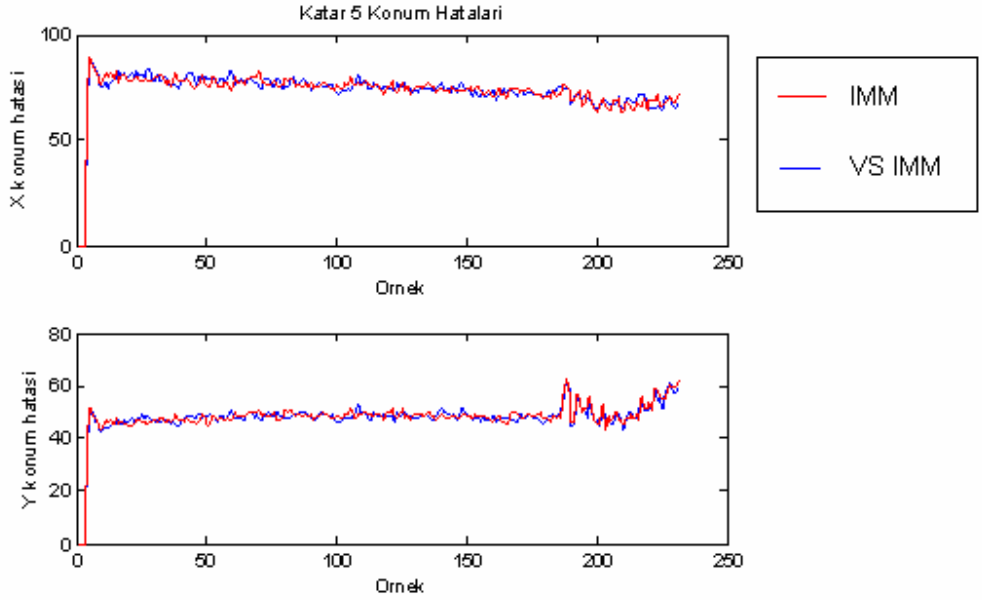
Şekil 4.12 Katar 3 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları



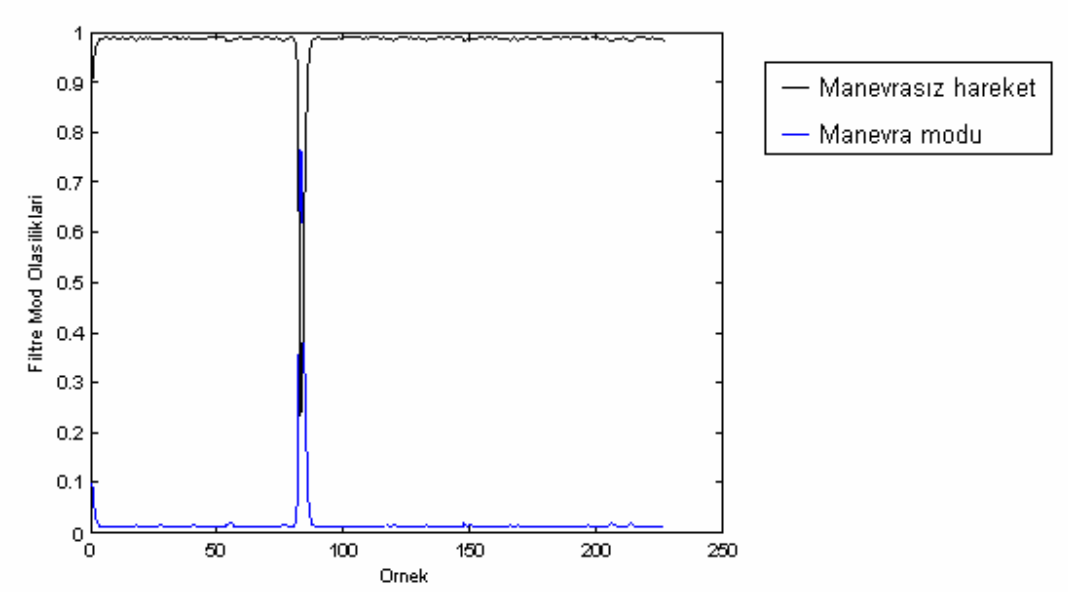
Şekil 4.13 Katar 4 IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



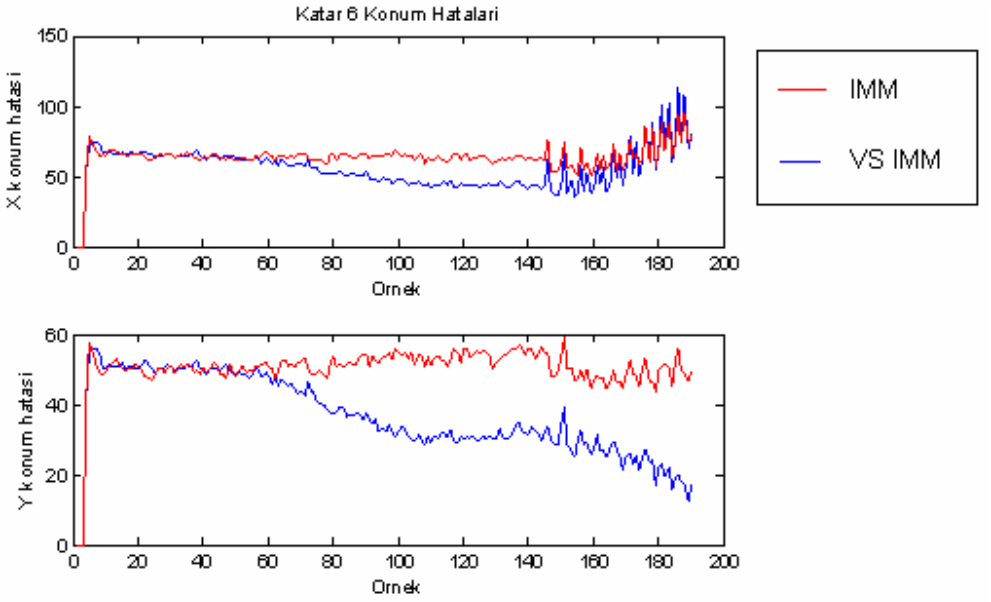
Şekil 4.14 Katar 4 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları



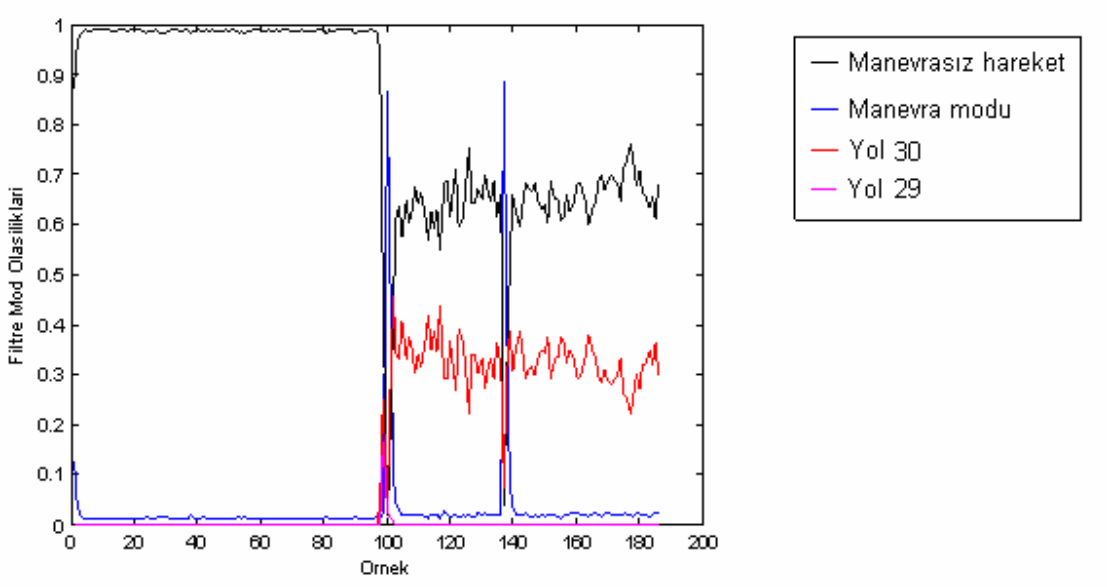
Şekil 4.15 Katar 5 IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



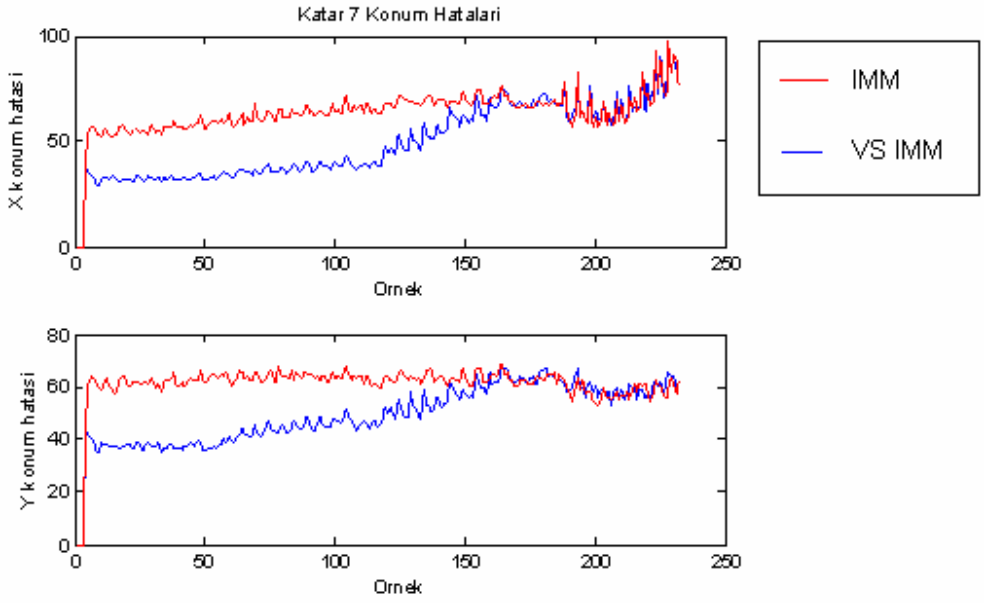
Şekil 4.16 Katar 5 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları



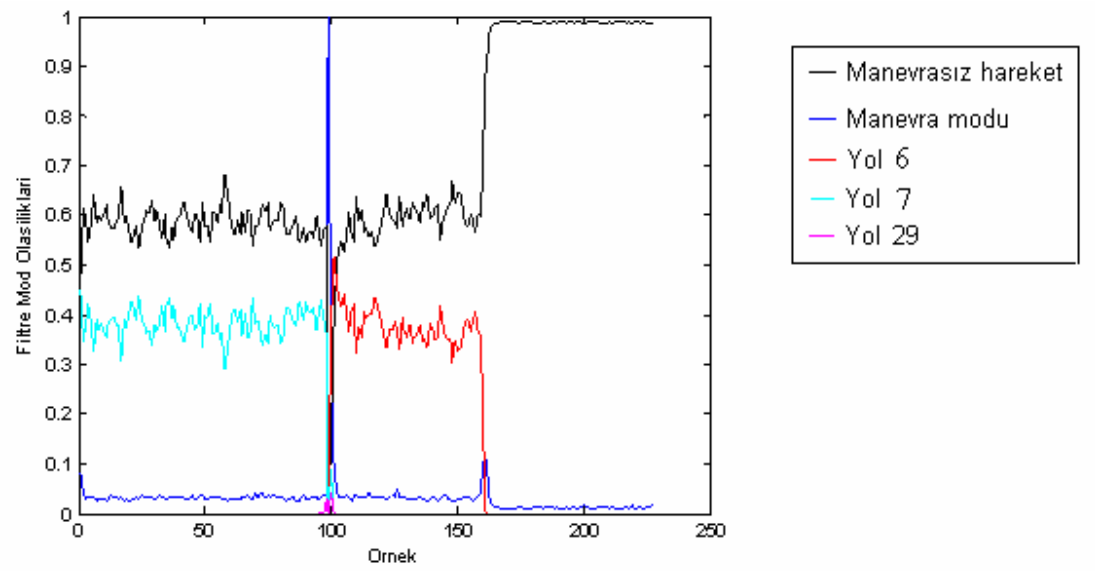
Şekil 4.17 Katar 6 IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



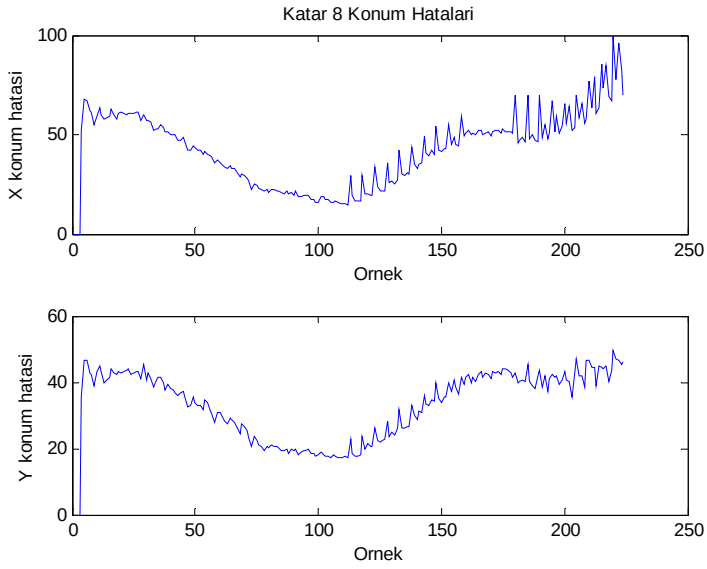
Şekil 4.18 Katar 6 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları



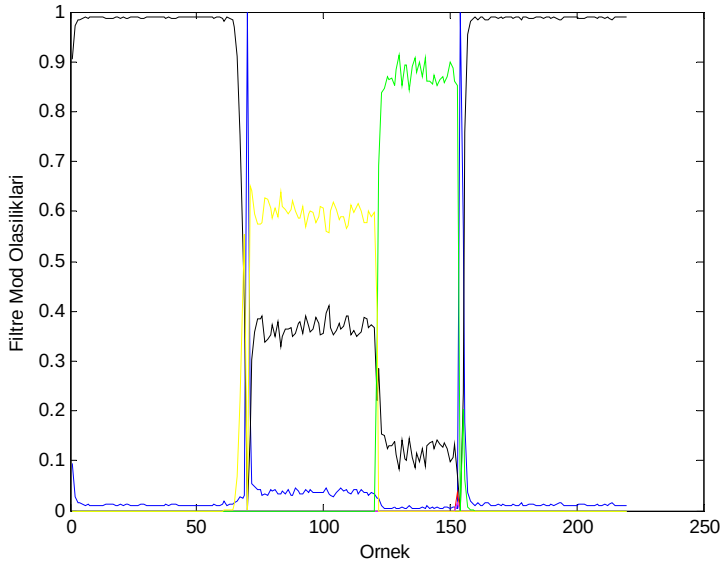
Şekil 4.19 Katar 7 IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



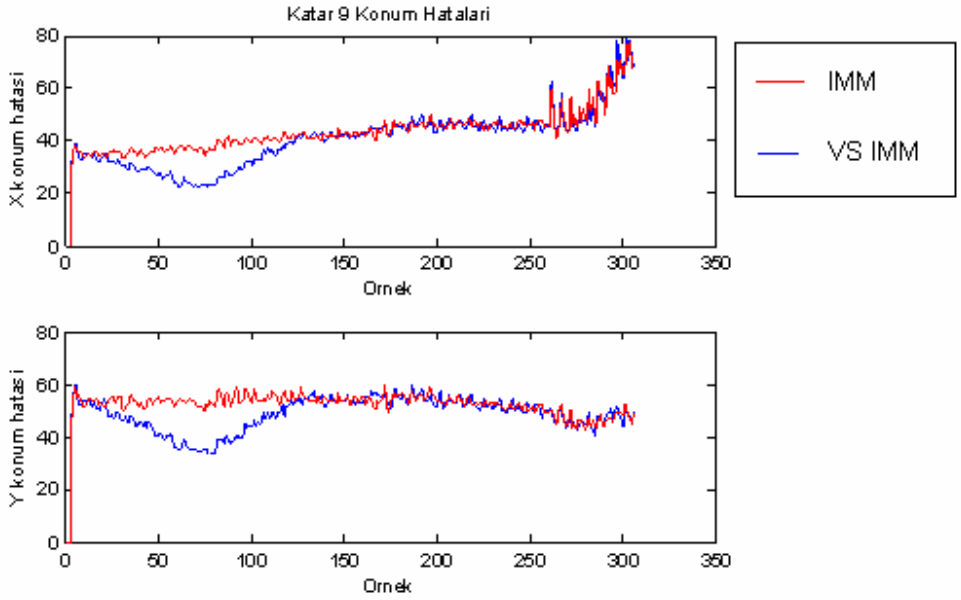
Şekil 4.20 Katar 7 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları



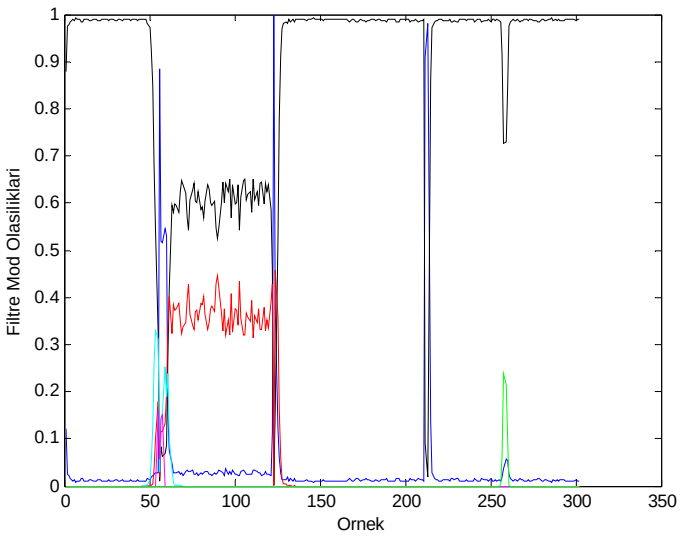
Şekil 4.21 Katar 8 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



Şekil 4.22 Katar 8 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları



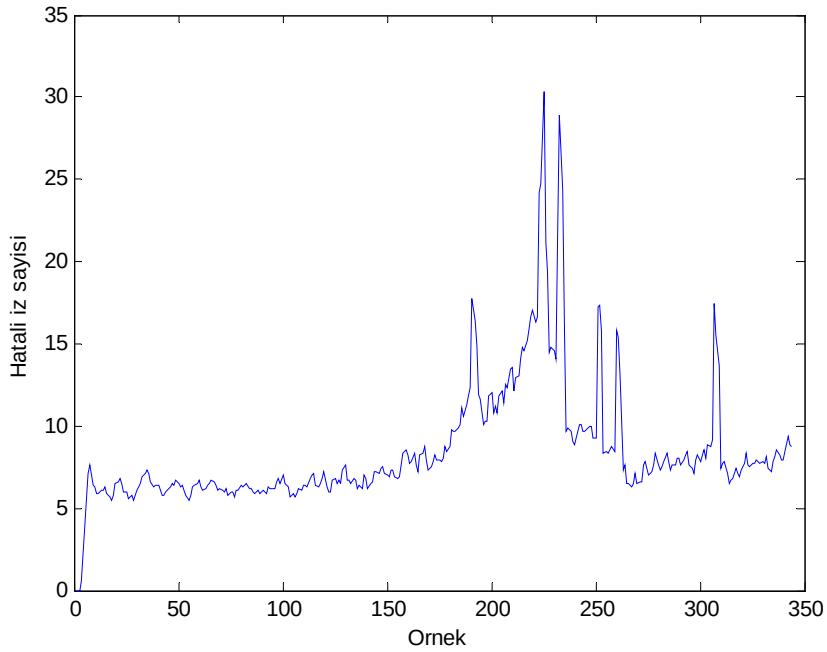
Şekil 4.23 Katar 9 IMM – VS IMM 100 Monte Carlo koşusu konum kestirim hataları



Şekil 4.24 Katar 9 VS IMM 100 Monte Carlo koşusu Mod Olasılıkları

4.3.2 Algoritma tarafından başlatılan yanlış izler

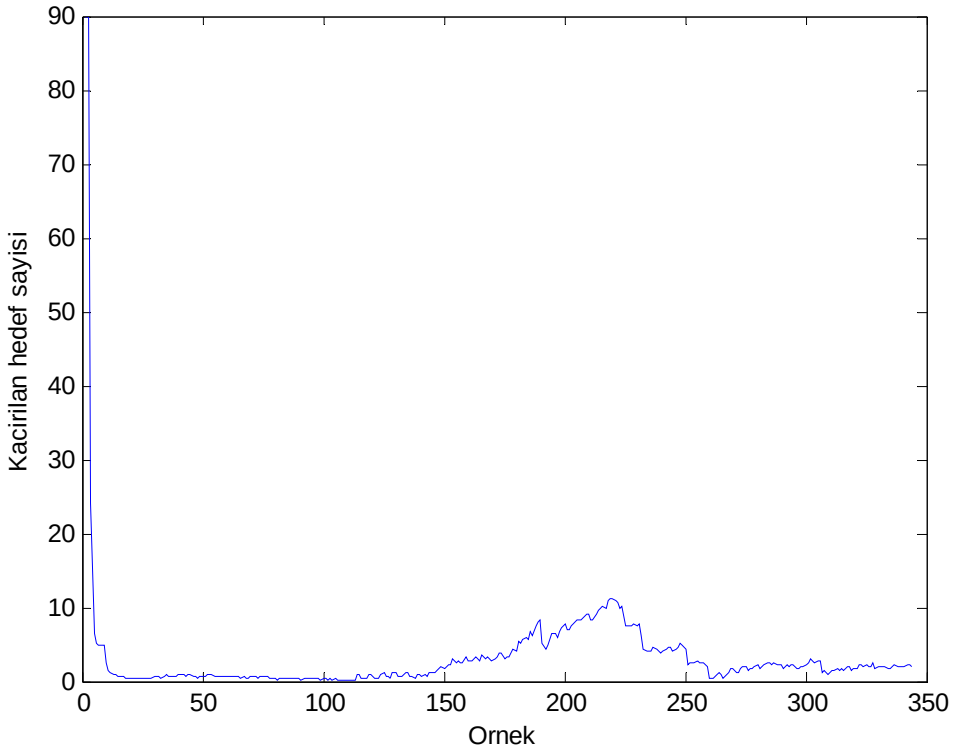
Takip algoritma performansları kıyaslanırken başlatılan yanlış iz sayısı önemli bir kıstastır. Yanlış izler başlatılması radar kaynaklarının boşa harcanmasına neden olduğundan dolayı takip kapasitesini düşürücü etki yapar. Her iki algoritma için de aynı iz başlatma mekanizması kullanıldığından başlatılan yanlış iz sayısı benzer özelliler göstermiştir. VS-IMM algoritmasının başlattığı yanlış iz sayıları Şekil 4.5'de gösterilmiştir. Şekil 4.5'de görülen ani hata yükselmeleri senaryo kaynaklı olup hedef senaryosunun sona ermesine rağmen hedef takip sisteminin takibe devam etmeye çalışmasından dolayı gerçekleşmiş, kısa süre sonra ölçüm alınmayan izler takip listesinden düşürülmüştür. Ortalamada VS-IMM algoritması için tüm hedefler için her bir adımda 8.69; IMM algoritması ise 8.94 yanlış iz oluşturmuştur.



Şekil 4.25 VS-IMM ile başlatılan hatalı izler

4.3.3 Algoritma tarafından takip edilmeyen hedefler

Takip algoritma performansları kıyaslanırken karşılaşılacak bir başka önemli kriter ortalama takibi yapılmayan hedef sayısıdır. Şekil 4.6'da VS-IMM algoritmasının 100 Monte Carlo koşusu boyunca senaryolarda takip edilmesi gerekirken iz listesinde bulunmayan ortalama hedef sayısı gösterilmektedir. Orta bölümde görülen takip edilmeyen hedef artışı sert senaryodaki sert manevralardan kaynaklanmakta olup yaşanan iz kayıpları kaynaklıdır. Algoritma her bir ölçüm adımında ortalama 90 hedeften 3.38'ini takip etmemekte, hedeflerin ortalamada %96.2'sinin hedef takibi başarı ile sürektedir. IMM algoritması da benzer bir yapı göstererek senaryo boyunca her bir adımda ortalama 3.50 hedefi takip etmemektedir.



Şekil 4.26 VS-IMM ile takip edilmeyen ortalama hedef sayısı

4.3.4 Atama yönteminde yanlış eşleştirmeler

Veri eşleştirme algoritmasının performansı bu bölümde değerlendirilecektir. VS-IMM algoritması 100 Monte Carlo koşusu ortalamasında 3.67, IMM algoritması ise 3.74 hedefi yanlış ölçüm kullanarak güncellemiştir. İki boyutlu atama algoritması VS-IMM algoritması ile hedeflerin yaklaşık %96'sını doğru ölçümler kullanarak güncellemiştir.

4.3.5 Ortalama iz kaybı sayısı

100 Monte Carlo koşusu boyunca VS-IMM algoritması 90 hedefte ortalama 283.82 kere iz kaybı ilan etmiştir. Bu duruma başlatılan yanlış izler ve sert manevralardan kaynaklanan iz kayıpları neden olmaktadır. IMM algoritması ile ortalama 285.36 iz kaybı yaşanmıştır.

4.3.6 Ortalama iz ömrü

Başlatılan izler VS-IMM algoritması tarafından ortalama 74.78 ölçüm boyunca, IMM algoritması tarafındansa 73.24 ölçüm boyunca takip edilmiştir.

4.4 VS-IMM Algoritma Kompleksitesi

Kestirimde VS-IMM algoritması, aktifleşmiş yol sayısı açısından IMM algoritmasına kıyasla doğrusal bir işlem gücü artışına yol açmaktadır. Her bir kestirim adımı öncesi VS-IMM algoritması yol ve kavşak kontrollerini gerçekleştirmekte, dolayısıyla takip altındaki hedefin bulunduğu konumdaki harita yoğunluğuna bağlı olarak doğrusal olarak değişen bir kestirim öncesi kontoller dizisine ait ek bir işlem maliyetine neden olmaktadır.

5. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında VS-IMM algoritması tabanlı otomatik bir kara hedef takip sistemi tasarlanmıştır. Hedef takip sistemi, yüksek sayıda parazit yankı içeren GMTI radar verisini işleyerek hedef tespit, iz başlatma ve takip yeteneğine sahiptir. Hedef takibinde, her hedef için kullanılan kestirici algoritma, hedefin bulunduğu topografik konuma bağlı olarak adaptif bir şekilde değiştirilmektedir. Örneğin, bir hedefin kestirilen konumu etrafında ulaşabileceği bir yol bulunuyorsa, hedefe ait takip filtrelerine yol üzerinde hareket modeline ait bir filtre eklenmektedir. Yol üzerinde hareketi modelleyen bu filtre Simon (2002) tarafından önerilen izdüşüm tabanlı kısıtlı Kalman filtre yapısını taşımaktadır. Benzer şekilde, bir kavşağa yaklaşan hedef için dönüş yapabileceği tüm yollara ait ayrı birer izdüşüm tabanlı filtre, hâlihazırda kullanılan hedef takip filtrelerine eklenmekte; dönüş gerçekleştikten sonra dönüşün gerçekleştiği yol haricindeki yollar üzerinde hareketi modelleyen filtreler hedef takip yapısından düşürülmektedir. Tasarlanan otomatik hedef takip sistemi, askeri araçları da göze alacak şekilde yollara giriş ve çıkışın her an mümkün olduğu varsayımı ile çalışmaktadır.

Hedef takip sisteminde ölçüm hedef eşleştirilmesini atama yöntemini kullanarak (Bar-Shalom *et al*.1996, 1997) gerçekleştirilmiştir. Atama probleminin çözümünde açık arttırma algoritması (*auction algorithm*) kullanılmıştır.(Bertsekas, 1992)

Topografik bilgileri değerlendirecek şekilde oluşturulan VS-IMM algoritması tabanlı hedef takip sistemi, topografik verilerin ihmal edildiği standart iki hareket modu içeren bir IMM kestiricisi tabanlı hedef takip sistemiyle karşılaştırılmış ve şu sonuçlara ulaşılmıştır.

- VS-IMM algoritması yol üzerinde hareket eden hedeflerin konum ve hızını daha yüksek doğrulukla kestirmiştir.
- Kavşağa giriş veya yoldan ayrılış durumlarında VS-IMM algoritması standart IMM algoritmasından daha kötü kestirimler gerçekleştirmiştir.

- Başlatılan hatalı iz sayısı her iki algoritma için de benzer sayıda çıkmıştır. 2/2 & 2/3 yönteminin yapılan benzetim senaryosu şartları altında, iz başlatılışında başarılı olduğu düşünülmüştür.
- Düşürülen iz sayısında, gözlem alınamayan hedefler ayrı tutulduğu takdirde, VS-IMM algoritmasının IMM algoritmasına kıyasla marjinal bir iyileşmeye neden olduğu görülmüştür.
- Ortalama hedef ömründe benzer şekilde VS-IMM kestiricisi marjinal bir iyileşme sağlamıştır.
- Veri ilişkilendirilmesinde iki boyutlu atama yöntemi, incelenen senaryo için harcanan işlem yükü – eşleştirme başarımı açısından yeterli görülmekle beraber daha yüksek boyutlu atama algoritmalarının kullanımının gerektireceği ek işlem gücü ve hafıza maliyeti karşılığında kazanılabilecek kestirim performans artışının gelecek çalışmalarda araştırılması önerilebilir.

KAYNAKLAR

Bar-Shalom, Y., Chang, K.C. and Blom, H.A.P. 1989. Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation Versus The Interacting Multiple Model Algortihm. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, AES-25, pp 296-300

Bar Shalom, Y. 1990. Mulltitarget–Multisensor Tracking : Advanced Applications Vol I.

Bar-Shalom, Y. and Li, X. R. 1995. Mulltitarget–Multisensor Tracking: Principles and Techniques. YBS Publishing

Bar-Shalom, Y., Li, X. R. and Kirubarajan, T. 2001. Estimation with Application to Tracking and Navigation. Wiley – Interscience Publication

Blom, H.A.P. and Bar-Shalom, Y. 1988. The Interacting Multiple Model Algorithm for System with Markovian Switching Coefficient. IEEE Trans. Automatic Control, AC-33, pp 780-783

Bozdogan, A.Ö. and Efe, M. 2007. Application of Topographic State Constraints in Ground Target Tracking. IEEE 15th Signal Processing and Communications Applications.

Chia, T. Chow, P. and Chizeck, H. J. 1991. Recursive parameter identification of constrained systems: An application to electrically stimulated muscle. IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. 38, no. 5, pp. 429–442.

Dunn, R. J., Bingham, P. T. and Fowler, C. A. 2008. Ground moving target indicator radar and the transformation of U.S. warfighting. http://www.analysiscenter.northropgrumman.com/files/gmti.pdf (En son gözlem tarihi 06.01.2008)

Dunn, R. J. 2008. Ground moving target indicator radar and the transformation of U.S. warfighting. http://www.analysiscenter.northropgrumman.com/files/gmti_brief.pdf (En son gözlem tarihi 06.01.2008)

Fearnhead, P. 1998. Sequential Monte Carlo Methods in Filter Theory. Phd Thesis, Metron College, University of Oxford

Ho, Y.C. 1964. A Bayesian Approach to Problems in Stochastic Estimation and Control. IEEE Trans. Automatic Control, AC-9, 333

Geeter, J. D., Brussel, H. V. and De Schutter, J. 1997. A smoothly constrained kalman filter,*IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol.19, no. 10, pp. 1171–1177.

Li, X.R. and Bar-Shalom, Y. 1993. Design of an Interacting Multiple Model Algorithm for Air Traffic Control Tracking. IEEE Trans. Control Technologies, Vol 1, No 3, pp 186-194

Julier, S. J. and Jeffrey, K. U. 1997. A New Extension of the Kalman Filter to nonlinear Systems. The Proceedings of AeroSense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls, Multi Sensor Fusion, Tracking and Resource Management II, SPIE.

Kalman, R. E.1960. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Journal of Basic Engineering, Vol 82, No 1, pp 35 - 46

Kirubarajan, T., Bar-Shalom, Y., Pattipati, K.R. and Kadar, I. 2000. Ground target tracking with variable structure IMM estimator. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Vol 36, No 5, pp 26-46

Ko, S. and Bitmead, R. 2007. State estimation for linear systems with state equality constraints. Automatica Volume 43, Issue 8, Pages 1363-1368

Koller, J., Bös, H. and Ulmke, M. 2005. Track Extraction and multi hypothesis tracking for GMTI sensor data, FKIE (Forchungsinstitut für Kommunikation, Informationsverarbeitung und Ergonomie) Bericht Nr. 90

Li, X. R. 1996. Hybrid estimation techniques. in C. T. Leondes (Ed.), Control and Dynamic Systems, Vol. 76.San Diego, CA: Academic Press, 1996.

Massicotte, D., Morawski, R. and Barwicz, A. 1995. A. Incorporation of a positivity constraint into a Kalman-Filter-based algorithm for correction of spectrometric data. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 44(1) pp. 2-7

Moore J. and Anderson B. 1979. Optimal Filtering. Prentice Hall, Englewood Cli®s, New Jersey,

Pannetier, B., Benameur, K., Nimier, V. and Rombaut, M. 2005. VS-IMM using road map information for a ground target tracking. Information Fusion, 2005 8th International Conference on Volume 1, 25-28

Tahk, M. and Speyer, J. L. 1990. Target tracking problems subject to kinematic constraints. IEEE Trans. Autom. Control, vol. 35, no. 3, pp. 324–326,

Wen, W. and Durrant-Whyte, H.F. 1992. Model-based multi-sensor data fusion. in *Proc.* IEEE Int. Conf. Robotics Automation. : IEEE Press, pp. 1720– 1726.

Van Trees, H. 1968. Detection, Estimation and Modulation Theory. Wiley New York.

Wan, E. A. and Van der Merwe, R. 2001. Kalman Filtering and Neural Networks. Chapter 7 : The Unscented Kalman Filter. Wiley Publishing.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Ali Önder Bozdoğan

Doğum Yeri: Hatay

Doğum Tarihi: 06/07/1979

Medeni Hali: Bekar

Yabancı Dili: İngilizce, Almanca

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise: İstiklal Makzume Anadolu Lisesi (1998)

Lisans: Purdue University, Electrical Engineering Department (2004)

Yüksek Lisans: Ankara Üniversitesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü (2008)

Yayınları (SCI ve diğer)

- Bozdogan, A.O. and Efe, M. 2007. Application of Topographic State Constraints in Ground Target Tracking. IEEE 15th Signal Processing and Communications Applications., SIU 2007. Page(s):1 - 4
- Bozdogan, A.O. and Efe, M. 2007. Swarm Optimization Approaches for the Generalized Assignment Problem. IEEE 15th Signal Processing and Communications Applications., SIU 2007. Page(s):1 - 4