

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ÇOK YANITLI DENEYSEL VERİLERİN GÖRÜNÜŞTE İLİŞKİSİZ
REGRESYON ANALİZİ İLE MODELLENMESİ VE OPTİMAL DEĞİŞKEN
DEĞERLERİNİN BELİRLENMESİ**

Serhan TUNÇEL

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**ANKARA
2022**

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ÇOK YANITLI DENEYSEL VERİLERİN GÖRÜNÜŞTE İLİŞKİSİZ REGRESYON ANALİZİ İLE MODELLENMESİ VE OPTİMAL DEĞİŞKEN DEĞERLERİNİN BELİRLENMESİ

Serhan TUNÇEL

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Özlem TÜRKŞEN

Çok yanıtlı deneysel verilerin regresyon analizinde parametre tahmini için En Küçük Kareler (EKK) en yaygın kullanılan yöntemdir. Bu yöntem ile yanıtların her biri ayrı ayrı analiz edilerek model parametre tahminleri elde edilir. Yanıtlar arasında doğrusal ilişki olması durumunda EKK ile elde edilen parametre tahminleri güvenilir olmayabilir. Bu nedenle, yanıtlar arasında mevcut olan doğrusal ilişkiyi modele aktarabilen parametre tahmin yönteminin uygulanması gerekir. Bu çalışmada, çok yanıtlı deneysel verilerin modellenmesi amacıyla yanıt değişkenleri arasında doğrusal ilişki olması durumunda Görünüşte İlişkisiz Regresyon (GİR) analizi uygulanmıştır. Optimizasyon aşamasında, çok yanıtlı problem çok amaçlı optimizasyon (ÇAO) problemi olarak ele alınıp, metasezgisel yöntemlerden NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II) ve MODE (Multi Objective Differential Evolution) kullanılmıştır. ÇAO sonucu elde edilen Pareto çözümler arasından Çok Ölçütlü Karar Verme yöntemleriyle (TOPSIS, MABAC ve CODAS) uzlaşık çözüme karar verilmiştir. Mühendislik, kimya ve gıda çalışmalarından alınan üç deneysel veri kümesi için uygulamalar yapılmıştır. Veri kümeleri üzerinde modelleme ve optimizasyon süreçlerine ilişkin performans metrikleri incelendiğinde, sırasıyla GİR yönteminin ve MODE algoritmasının etkin olduğu gözlenmiştir. TOPSIS, MABAC ve CODAS yöntemleri ile uzlaşık çözüme karar verilerek veri kümelerine ilişkin optimal deney koşulları belirlenmiştir.

Haziran 2022, 100 sayfa

Anahtar Kelimeler: Görünüşte İlişkisiz Regresyon (GİR) Analizi; Çok Amaçlı Optimizasyon; Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II); Multi Objective Differential Evolution (MODE); Çok Ölçütlü Karar Verme

ABSTRACT

Master Thesis

MODELING OF MULTI-RESPONSE EXPERIMENTAL DATA WITH SEEMINGLY UNRELATED REGRESSION ANALYSIS AND DETERMINING THE OPTIMAL VALUES OF THE VARIABLES

Serhan TUNÇEL

Ankara University
Graduate School Institute of Natural and Applied Sciences
Department of Statistics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Özlem TÜRKSİN

Ordinary Least Squares (OLS) is the most widely used method for parameter estimation in regression analysis of multi-response experimental data. With this method, model parameter estimates are obtained by analyzing each of the responses separately. If there is a linear relationship between the responses, the parameter estimates obtained by the OLS may not be reliable. Therefore, parameter estimation method should be applied that can consider the linear relationship between the responses to the model. In this study, Seemingly Unrelated Regression (SUR) analysis was applied in case of linear relationship between response variables in order to model multi-response experimental data. In the optimization phase, the multi-response problem was considered as a multi-objective optimization (MOO) problem and the metaheuristic methods NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II) and MODE (Multi Objective Differential Evolution) were used. Among the Pareto solutions obtained as a result of the MOO, the compromise solution was decided by using Multi-Criteria Decision Making methods (TOPSIS, MABAC and CODAS). Applications are made for three experimental datasets from engineering, chemistry and food studies. When the performance metrics related to the modeling and optimization processes on the datasets are examined, it has been observed that the SUR method and the MODE algorithm are effective, respectively. Optimal experimental conditions for the datasets were determined by deciding on the compromise solution with TOPSIS, MABAC and CODAS methods.

June 2022, 100 Page

Kew Words: Seemingly Unrelated Regression (SUR) Analysis; Multi Objective Optimization; Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II); Multi Objective Differential Evolution (MODE); Multi-Criteria Decision Making

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans sürecinde bana tüm akademik desteğini, ilgisini, tecrübesini yer ve zaman tanımadan aktaran akademik düşünce anlamında gelişmemi sağlayan tez danışmanım değerli hocam Doç. Dr. Özlem TÜRKŞEN'e

Yüksek Lisans sürecimden başlayarak her aşamada bana desteğini, hayata dair motive anlamında ilgisini hiç esirgemeyen Neslihan ERSOY'a

Beni bu alanda lisans eğitimimde yetiştiren, geliştiren Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü'ndeki değerli hocalarıma,

Bugünlere gelmemde her anlamda desteklerini hissettiğim Aileme teşekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalışması, Ankara Üniversitesi BAP (Bilimsel Araştırmalar Projeleri) komisyonu tarafından kabul edilen 21L0430015 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir. Katkılarından dolayı Ankara Üniversitesi BAP Koordinatörlüğü'ne teşekkür ederim.

Serhan TUNÇEL
Ankara, Haziran 2022

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI	
ETİK.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	iv
KISALTMALAR DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ VE ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	1
1.1 Giriş	1
1.2 Önceki Çalışmalar.....	4
2. GÖRÜNÜŞTE İLİŞKİSİZ REGRESYON ANALİZİ.....	12
3. TAHMİNİ YANIT FONKSİYONLARININ OPTİMİZASYONU	18
3.1 Çok Amaçlı Optimizasyon.....	18
3.2 Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II	23
3.3 Çok Amaçlı Diferansiyel Gelişim Algoritması	26
3.4 Performans Metrikleri.....	30
4. ÇOK ÖLÇÜTLÜ KARAR VERME	34
4.1 TOPSIS	34
4.2 MABAC.....	36
4.3 CODAS.....	38
5. UYGULAMA.....	41
5.1 Uygulama 1 (Mühendislik)	42
5.2 Uygulama 2 (Kimya)	55
5.3 Uygulama 3 (Gıda)	67
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	80
KAYNAKLAR	84
EKLER.....	89
EK 1 Uygulama 1 Pareto çözüm kümesi.....	90
EK 2 Uygulama 2 Pareto çözüm kümesi.....	93
EK 3 Uygulama 3 Pareto çözüm kümesi.....	97
ÖZGEÇMİŞ.....	100

KISALTMALAR DİZİNİ

GİR	Görünüşte İlişkisiz Regresyon
EKK	En Küçük Kareler
ÇAO	Çok Amaçlı Optimizasyon
NSGA-II	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II)
MODE	Multi Objective Differential Evolution Algorithm (Çok Amaçlı Diferansiyel Gelişim Algoritması)
ÇÖKV	Çok Ölçütlü Karar Verme

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1 İki Amaç Fonksiyonu için olabilecek Pareto Çözüm Kümeleri (Deb 2001)...	20
Şekil 3.2 Hızlı baskın sıralama ile elde edilen yüzeyler	23
Şekil 3.3 Kalabalık uzaklığı (Araujo vd. 2012)	24
Şekil 3.4 NSGA-II süreci (Türkşen, 2011)	26
Şekil 3.5 Pareto çözüm kümeleri	31
Şekil 5.1 Mühendislik veri seti Y_1 ve Y_2 saçılım grafiği	44
Şekil 5.2 Mühendislik verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları	50
Şekil 5.3 Mühendislik verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları	51
Şekil 5.4 Mühendislik verisi NSGA-II ve MODE Pareto grafiği	52
Şekil 5.5 Mühendislik verisi deneysel çözümler	53
Şekil 5.6 Mühendislik verisi NSGA-II, MODE ve Deneysel-Rank1 Pareto grafiği	53
Şekil 5.7 Kimya verisi yanıtların saçılım grafiği	57
Şekil 5.8 Kimya verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları.....	62
Şekil 5.9 Kimya verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları.....	63
Şekil 5.10 Kimya verisi NSGA-II ve MODE Pareto grafiği	65
Şekil 5.11 Kimya verisi deneysel çözümler saçılım grafiği.....	65
Şekil 5.12 Kimya verisi NSGA-II, MODE ve deneysel çözümler Pareto grafiği.....	66
Şekil 5.13 Gıda verisi yanıtların saçılım grafiği	69
Şekil 5.14 Gıda verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları.....	75
Şekil 5.15 Gıda verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları.....	76
Şekil 5.16 Gıda verisi NSGA-II ve MODE Pareto grafiği.....	77
Şekil 5.17 Gıda verisi yanıt değişkenleri saçılım grafiği	78
Şekil 5.18 NSGA-II, MODE ve Deneysel-Rank1 Pareto grafiği.....	78

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Çok yanıtli deneysel veri kümesi	12
Çizelge 3.1 Diferansiyel Gelişim Algoritması hiper-parametreleri	27
Çizelge 5.1 Mühendislik veri seti (Rout vd. 2015)	42
Çizelge 5.2 Girdi değişkenlerin gerçek değerleri ve kodlanmış düzeyleri	43
Çizelge 5.3 Mühendislik veri seti yanıt değişkenleri Shapiro Wilk normallik testi	43
Çizelge 5.4 Mühendislik veri seti EKK Y_1 ANOVA tablosu	44
Çizelge 5.5 Mühendislik veri seti EKK Y_2 ANOVA tablosu	45
Çizelge 5.6 Mühendislik veri seti GİR Y_1 ANOVA tablosu.....	45
Çizelge 5.7 Mühendislik veri seti GİR Y_2 ANOVA tablosu.....	45
Çizelge 5.8 Mühendislik verisi Y_1 için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	46
Çizelge 5.9 Mühendislik verisi Y_1 için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	47
Çizelge 5.10 Mühendislik verisi Y_2 için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	48
Çizelge 5.11 Mühendislik verisi Y_2 için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	48
Çizelge 5.12 Mühendislik verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları	49
Çizelge 5.13 Mühendislik verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları	50
Çizelge 5.14 Mühendislik verisi yanıt değişkenleri için EKK ve GİR yönteminin performans metrikleri karşılaştırması	51
Çizelge 5.15 Mühendislik verisi 100 kez çalıştırılmış performans metrikleri istatistikleri.....	54
Çizelge 5.16 MODE uzlaşık çözümler.....	54
Çizelge 5.17 Kimya veri seti.....	55

Çizelge 5.18 Kimya verisi girdi değişkenler ve kodlanmış düzeyleri	56
Çizelge 5.19 Kimya verisi yanıt değişkenleri Shapiro-Wilk Testi	56
Çizelge 5.20 Kimya verisi Y_1 ile elde edilen EKK modeli ANOVA tablosu	57
Çizelge 5.21 Kimya verisi Y_2 ile elde edilen EKK modeli ANOVA tablosu	58
Çizelge 5.22 Kimya verisi Y_1 ile elde edilen GİR modeli ANOVA tablosu	58
Çizelge 5.23 Kimya verisi Y_2 ile elde edilen GİR modeli ANOVA tablosu	58
Çizelge 5.24 Kimya verisi $\hat{Y}_1$ için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	59
Çizelge 5.25 Kimya verisi $\hat{Y}_1$ için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	59
Çizelge 5.26 Kimya verisi $\hat{Y}_2$ için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	60
Çizelge 5.27 Kimya verisi $\hat{Y}_2$ için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	61
Çizelge 5.28 Kimya verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları	62
Çizelge 5.29 Kimya verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları	63
Çizelge 5.30 Kimya verisi yanıt değişkenleri için EKK ve GİR yönteminin performans metrikleri karşılaştırması	64
Çizelge 5.31 Kimya verisi algoritmaların 100 kez çalıştırılmış performans metrikleri istatistikleri	67
Çizelge 5.32 Kimya verisi MODE uzlaşık çözümler	67
Çizelge 5.33 Gıda veri seti (Khuri vd. 1996)	68
Çizelge 5.34 Gıda verisi girdi değişkenlerinin kod düzeyleri ve gerçek değerleri	68
Çizelge 5.35 Gıda verisi Shapiro-Wilk testi	69
Çizelge 5.36 Gıda verisi Y_1 EKK ANOVA tablosu	70
Çizelge 5.37 Gıda verisi Y_2 EKK ANOVA tablosu	70
Çizelge 5.38 Gıda verisi Y_1 GİR ANOVA tablosu	71

Çizelge 5.39 Gıda verisi Y_2 GİR ANOVA tablosu	71
Çizelge 5.40 Gıda verisi $\hat{Y}_1$ için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	71
Çizelge 5.41 Gıda verisi $\hat{Y}_1$ için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	72
Çizelge 5.42 Gıda verisi $\hat{Y}_2$ için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	73
Çizelge 5.43 Gıda verisi $\hat{Y}_2$ için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları	73
Çizelge 5.44 Gıda verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları....	74
Çizelge 5.45 Gıda verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları....	75
Çizelge 5.46 Gıda verisi yanıt değişkenleri için EKK ve GİR yönteminin performans metrikleri karşılaştırması	76
Çizelge 5.47 Gıda verisi algoritmaların 100 kez çalıştırılmış performans metrikleri istatistikleri.....	79
Çizelge 5.48 Gıda verisi MODE algoritmasından seçilen uzlaşık çözümler	79

1. GİRİŞ VE ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

1.1 Giriş

Fen ve mühendislik alanında yapılan çalışmalarda deneysel verilerin analizi oldukça önemlidir. Deneysel veriler, yanıt (bağımlı, açıklanan) değişken/değişkenler ile girdi (bağımsız, açıklayıcı) değişken/değişkenler değerlerini içerir. Birden fazla yanıt değişkenine ilişkin ölçüm değerlerini içeren çok yanıtlı deneylerden elde edilen verilerin analizinde çok değişkenli yapının dikkatlice incelenmesi gerekir. Araştırmaların çoğunda, girdi değişkenlerinin $(X_i, i = 1, 2, \dots, p)$ ilgilenilen yanıt değişkeni/değişkenleri $(Y_j, j = 1, 2, \dots, r)$ üzerindeki etkisinin, incelenmesi temel amaçtır. Buna göre bir yanıt değişkeninin girdi değişkenleri ile fonksiyonel ilişkisinin oluşturulması ve bu matematiksel bağlantının çözümlenmesi regresyon analizi ile mümkündür. Birden fazla yanıt değişkeni içeren deneysel verilen matematiksel modeli çok değişkenli çoklu regresyon analizi uygulanarak elde edilir. Çok değişkenli çoklu regresyon analizinde, yanıt değişkenleri birbirinden bağımsız olarak modellenir. Model parametrelerine göre doğrusal olarak oluşturulan tahmini regresyon modellerinde, model parametre tahminleri genellikle En Küçük Kareler (EKK) yöntemi ile elde edilmektedir. EKK yöntemi 1805 yılında Adrien-Marie Legendre tarafından hazırlanan bir çalışma ile ilk defa ortaya konulmuştur (Legendre 1805). Bu yöntem ile yanıtların gözlem değerleri ile tahmin değerleri arasındaki farklar alınarak hata terimleri elde edilir. Hata terimlerinin kareler toplamının minimizasyonu sonucu EKK tahminlerine ulaşılır.

Çok yanıtlı deneysel verilerin regresyon analizi ile çözümlemesi yapılırken yanıtların birbiriyle ilişkili olup olmama durumunun da incelenmesi gerekir. Yanıtlar arasında doğrusal ilişkinin gerçekte mevcut olması halinde model parametrelerinin tahmin edilmesi için uygun yöntemin seçilmesi gerekmektedir. Yanıtlar arasında mevcut olan doğrusal ilişkinin dikkate alınmaması durumunun bilgi kaybına neden olacağı düşünülmektedir. Buna göre, yanıtlar arasındaki doğrusal ilişkiyi dikkate alan ve bütün yanıtların birlikte değerlendirildiği bir yöntem üzerinden parametre tahminlerinin elde edilmesi uygun olacaktır. Bu amaçla çalışmada, literatürde tanımlı bulunan Görünüşte

İlişkisiz Regresyon (GİR) yönteminin model parametrelerinin tahmininde kullanılması uygun olacağı düşünülmüştür. GİR yöntemi, 1962 yılında Arnold Zellner tarafından önerilmiştir. Bu yöntemle elde edilen parametre tahminlerinin, her bir yanıt için ayrı model oluşturulup analiz edilmesi sonucu elde edilen EKK tahminlerinden standart hataları düşük duyarlı tahminler olduğu görülmüştür (Zellner 1962). Oluşturulan regresyon modelinde yanıtlar arasındaki doğrusal ilişki dikkate alınarak bir bütün olarak deneysel veri kümesi analiz edilebilir (Gruber 1998).

Deneysel verilerin analizinde model tahminleri elde edildikten sonra uygun deney koşullarına karar verilmesi gerekmektedir. Uygun deney koşullarını belirleyebilmek için öncelikle tahmini yanıt fonksiyonlarının belirlenen kısıtlar altında optimizasyonu gerçekleştirilmelidir. Optimizasyon, genel tanımı ile bir amaç fonksiyonu için belirli kısıtlar altında en iyi (optimal) çözümün elde edilmesidir (Apaydın 1996). Deneysel verilerin analizinde birden fazla tahmini yanıt modeli, amaç fonksiyonları olarak dikkate alınabilir. Amaç fonksiyonlarının birden fazla olması durumunda problem, Çok Amaçlı Optimizasyon (ÇAO) problemi olarak ele alınabilir. Optimizasyon sonucunda birden fazla amaç için tek bir çözümün en iyi olması söz konusu değildir. Bu durumda, alternatif çözümlerden oluşan bir çözüm kümesi elde edilir. Bu çözüm kümesi, Pareto çözüm kümesi olarak adlandırılır. ÇAO için bir çok klasik yöntem uygulanmasına rağmen fonksiyonun karmaşık olduğu durumlarda daha hızlı etkili sonuçlar elde edilebilmesi için Çok Amaçlı Metasezgisel Yöntemler sıklıkla tercih edilmektedir. Literatürde tanımlı çok çeşitli metasezgisel yöntemler mevcuttur. Bu yöntemler aynı zamanda Yapay Zeka Optimizasyon Algoritmaları olarak da adlandırılmaktadır (Karaboğa 2020). Bu çalışmada, Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Non-dominated Sorting Algorithm-II-NSGA-II) ve Çok Amaçlı Evrimsel Algoritma (Multi-Objective Differential Evolution-MODE) uygulanması tercih edilmiştir. NSGA-II, popülasyon tabanlı Pareto baskınlık kavramı ile çözümleri sıralayan bir stokastik arama yöntemidir. Deb (2002) çalışmasında, daha öncesinde yapılan algoritmalara göre daha hızlı sonuçlar elde edebilen NSGA-II yöntemini tanıtmıştır. Çeşitli test problemlerinde yapılan simülasyon çalışmalarında NSGA-II ile elde edilen çözümlerin Pareto optimal yüzeyde iyi yayıldığı ve Pareto yüzeye yakınsamasının güçlü olduğu gösterilmiştir. MODE algoritması popülasyon tabanlı uygulanması genetik algoritmaya benzer yapıda bir

sezgisel algoritmadır . Storn ve Price (1995) çalışmasında, MODE algoritmasını tanıtarak, bu algoritmanın zor optimizasyon problemlerinde hızlı ve kullanımı kolay olduğunu göstermişlerdir. Bu tez çalışmasında, MODE algoritması detaylıca incelenerek, doğrusal ilişkili yanıtları optimize etmeye yönelik olarak MATLAB R2020b programlama dilinde düzenlenmiştir. NSGA-II ve MODE algoritmaları kullanılarak Pareto çözüm kümeleri elde edilmiştir. Uygun deney koşullarının belirlenmesi için optimizasyon yöntemleri ile elde edilen Pareto çözümlerden bir uzlaşık çözüme karar verilmesi gerekmektedir. Uzlaşık çözüm, yanıtlar için ideal çözüme en yakın baskın çözümdür. Pareto çözümler, karar verme aşamasında birden fazla yanıt içerdiği için bu yanıtlar kriter olarak düşünülmektedir. Bu kriterlerin minimum ya da maksimum olma durumuna göre uzlaşık çözüm için Çok Ölçütlü Karar Verme (ÇÖKV) yöntemleri uygulanmaktadır. Literatürde tanımlı çok çeşitli kriterlerle oluşturulan karar verme yöntemleri mevcuttur (Özçalıcı 2021). Bu çalışmada, uzaklık tabanlı karar verme yöntemlerinden TOPSIS (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution), MABAC (Multi-Attributive Border Approximation area Comparison) ve CODAS (Combinative Distance-based Assessment) yöntemleri uygulanacaktır. Bu yöntemler ile elde edilen uzlaşık çözümler deneysel verilerin analizinde uygun deney koşulları olarak değerlendirilecektir. Böylece, yanıtların ilişkisini dikkate alarak yapılan analizlerde daha gerçekçi deneysel koşullar elde edilmiş olacaktır.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, yanıtların ilişkili olduğu durumda önerilen GİR yöntemi tanıtılacaktır. GİR yönteminin teorik açıklamalarına yer verilecektir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde, ÇAO probleminin yapısı tanımlanacaktır. Bu probleme ilişkin ÇAO algoritmalarından söz edilerek, çok amaçlı metasezgisel algoritmalarından NSGA-II ve MODE yöntemleri detaylı biçimde incelenecektir. Algoritmaların karşılaştırılması için literatürde mevcut olan performans metrikleri ile ilgili bilgiler verilecektir.

Çalışmanın dördüncü bölümünde, ÇÖKV süreci tanımlanarak, TOPSIS, MABAC ve CODAS yöntemlerinin işleyişi hakkında açıklamalar yapılacaktır.

Çalışmanın beşinci bölümünde, literatürde mevcut bulunan farklı alanlardan üç adet deneysel veri seti üzerinden GİR yöntemi ile modelleme, NSGA-II ve MODE yöntemleri ile optimizasyon, TOPSIS, MABAC ve CODAS yöntemleri ile karar verme süreçlerine ilişkin analiz sonuçları sunulacaktır.

Çalışmanın altıncı bölümünde, deneysel veri setlerine ilişkin elde edilen sonuçlar çalışmanın önemi bakımından ele alınarak detaylıca yorumlanacaktır.

1.2 Önceki Çalışmalar

Bu bölümde, GİR yöntemi ile ilgili teorik ve farklı alanlardaki uygulamaları içeren önceki çalışmalardan söz edilecektir. GİR yöntemi ile ilgili yapılan teorik çalışmalar aşağıdaki gibi özetlemek mümkündür.

Zellner (1962) çalışmasında regresyon etkilerini ayrı ayrı tahmin etmekten ziyade Aitken Genelleştirilmiş En Küçük Kareler ile tek bir denklemle tahmin etmeyi önermiştir. Bu önerilen yöntemle daha etkin sonuçlar elde edildiğini göstermiştir. Zellner ve Huang (1962) çalışmalarında GİR için Aitken tahmin edicilerin ek özelliklerini belirlemiştir. Aitken tahmininin minimal genelleştirilmiş ortalama kare tahmin hatası olduğunu, tek denklemlilik EKK artıklarını yansız bozulma kovaryanslarının nasıl tahmin edilebileceğini göstermiştir. Zellner (1963) çalışmasında iki denklemlilik model için GİR eşitliğinde tahminlerin katsayılarının sonlu örnek yoğunluk fonksiyonunu ve kesin momentlerini türetmiştir. İki aşamalı tahmin edicinin varyanslarının çok çeşitli gözlem sayısı (n) ve korelasyon değerleri için asimptotik varyanslarından çok farklı olmadığını ortaya koyulmuştur. Ayrıca $n > 20$ için, iki aşamalı tahmin edicinin yoğunluk fonksiyonunun normal yoğunluğa çok yakın olduğu görülmüştür.

Parks (1967) çalışmasında M regresyon denklemleri sisteminin parametreleri için verimli tahminler elde etme problemini ele almıştır. Bu sistemin bozulma terimlerinin hem seri hem de geçici korelasyon ile ilişkili olduğu varsayılmaktadır. Tutarlı ve

kovaryans matrisinin bilineceğini varsayan Aitken tahmin edicisi ile aynı asimptotik normal dağılıma sahip bir tahmin edici geliştirmektedir. Bazı alternatif kovaryans spesifikasyonlarının tartışılmasıyla sonuçlanmakta ve oto-regresif şemaları ele almak için standart tek denklem prosedürleri ile ilgili bazı zorluklara işaret etmektedir.

Kmenta ve Gilbert (1968) çalışmalarında küçük örneklemlerle karşılıklı korelasyonlu bir grup lineer regresyon eşitliklerini tahmin etmek için beş farklı tahmin ediciyi Monte Carlo deneyi ile karşılaştırmıştır. Zellner'in iki düzeyli Aitken tahmin edicisi diğerlerine göre daha iyi performans sergilediği görülmüştür.

Revankar (1974) çalışmasında iki denklemlili GİR modelinin sonlu örnek özelliklerini incelenmiştir. İki bağımlı değişken arasında ilişki %50'den büyük olduğunda küçük örneklerde bile GİR tahmininin EKK'dan daha verimli olduğu ve gözlem sayısı arttıkça bu ilişkinin daha da artabileceği doğrulanmıştır.

Singh ve Ullah (1974) çalışmalarında regresyon katsayıları rasgele olduğunda, GİR ile tahmin etmenin sorun olduğu durumları ele almışlardır. Çalışmada, tutarlı ve kovaryans matrisinin bilindiği varsayılan Aitken genelleştirilmiş EKK tahmin edicisi ile aynı asimptotik normal dağılıma sahip bir tahmin edici önerilmiştir. Ayrıca, gerçek modelin rasgele katsayılara sahip olması koşuluyla, önerilen tahmin edicinin Zellner'in GİR tahmin edicisinden asimptotik olarak daha iyi olduğu gösterilmiştir.

Mehta ve Swamy (1976) çalışmalarında iki denklemlili GİR modelinde açıklayıcı değişkenler üzerinde gözlem matrislerine ek kısıtlama getirmeden, Zellner tahmin edicisinin ikinci momentlerini türetmişlerdir.

Baltagi (1980) çalışmasında GİR'de hataların varyans kovaryans matrisinin tersi için açık bir form vererek, Aitken tahmin edicisinin doğal bir yorumunu önermiştir. Ayrıca önceki çalışmalarda elde edilmiş bazı sonuçları, hata kovaryans matrisinin tersinde bir lemma kullanarak yeniden türetmiştir.

Kariya (1981) çalışmasında iki denklemlı GİR modelinde sınırsız örneklem kovaryans matrisiyle birlikte Zellner'in kovaryans matrisine bir sınır verilmiştir. Ayrıca bu tahmin edicilerin EKK'ya göre verimliliği incelenmiştir.

Liu (2002) çalışmasında GİR tahmin edicilerin örnek hacminin yeterince büyük olması durumunda EKK'ya göre daha küçük varyansta tahmin ediciler olduğunu göstermiştir.

You vd. (2006) çalışmalarında GİR modelinin parametrik olmayan tahmini ile ilgilenmişlerdir. Yeni bir yöntem elde ederek bu yöntem asimtotik olarak normal ve ayrı ayrı regresyon eşitliğinin çözümlenmesine göre daha etkili olduğu gösterilmiştir.

Sun vd. (2014) çalışmalarında tekil GİR modeli altında parametrik fonksiyonların tutarlılığını, doğal kısıtlamalarını tahmin edilebilirliğini matris rank yöntemiyle karakterize edilebileceğini göstermişlerdir.

Jiang vd. (2020) çalışmalarında karesel matris optimizasyon yöntemi kullanarak bir çift kısıtlı GİR modelinin bilinmeyen tüm parametrelerinin en iyi yansız tahmin edicisi ve tahmini konusunda bir grup hesaplama formülü verilmiştir.

Wagner vd. (2020) çalışmalarında görünüşte ilişkisiz eşbütünleşen polinom regresyonları, entegre süreçleri ve açıklayıcı değişkenler olarak entegre proseslerin tamsayı güçlerini içeren sistemler için tamamen modifiye edilmiş EKK tahmin edicileri geliştirmişlerdir. Yapılan simülasyonlarda tamamen modifiye edilmiş GİR'in EKK'dan daha iyi performans gösterdiği belirlenmiştir.

GİR yönteminin ekonomi-fınans, turizm, tarım ve hayvancılık, ulaşım, mühendislik, sağlık, sosyoloji vb. gibi farklı alanlardaki uygulamalarını içeren çalışmalar mevcuttur.

Martin vd. (2007) çalışmalarında 1995-2002 dönemi boyunca 200 İngiliz hastanesi için üç aylık verilerden oluşan bir panel kullanarak elektif (acil olmayan) cerrahi talep ve tedarik modelleri geliştirilmiştir. Modelleme için EKK ve GİR yöntemleri

karşılaştırılmış hatalar arasında korelasyon görülmesi nedeniyle GİR yöntemini uygun bulmuşlardır. Parajuli vd. (2018) çalışmalarında 2006 ABD-Kanada Yumuşak Ağaç Kereste Anlaşmasının Kanada eyaletlerinden ABD kereste ithalatındaki etkilerini değerlendirmişlerdir. İthalat denklemleri arasında yüksek korelasyon nedeniyle GİR yaklaşımını kullanarak ABD yumuşak ağaç kereste ithalat denklemleri sistemi tahmin edilmiştir. GİR tahminlerinin EKK tahminlerinden daha etkili olduğu görülmüştür.

Aksakal ve Çılan (2015) çalışmalarında Türkiye'nin turizm alanındaki pazar payının önemli bir bölümünü oluşturan Avrupa ülkelerinin Türkiye'ye yönelik turizm talebinin modellenmesi amaçlamışlardır. Bu amaçla GİR kullanılmış ve bu modeller temel alınarak tahmin edilen parametreler, EKK tahminleri ile karşılaştırılmıştır. GİR modeli kullanılarak elde edilen parametre tahminlerinin klasik regresyon modeli tahmin tekniklerine kıyasla daha etkin sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Cadavez ve Henningsen (2012) çalışmalarında kuzu karkas bileşimini tahmin etmek için GİR yöntemi kullanmışlardır. Bu yöntem ile EKK'ya göre daha iyi tahminler elde edilebildiğini göstermişlerdir. Jaleta vd. (2015) çalışmalarında Etiyopya'daki mısır tabanlı sistemlerde hane halkı mısır ocak kullanımının belirleyicileri hayvan yemi, yakıt ve toprak iyileştirilmesi olarak incelemek istemişlerdir. Karşılıklı ilişkiyi gösteren GİR yönteminin veriye uygun olduğu görülmüş ve tahminler yapılmıştır.

Welki ve Zlatoper (2009) çalışmalarında altı farklı türdeki motorlu taşıt ölümleri için 1975-2000 yılları Ohio verileri kullanılarak GİR yöntemi uygulamışlardır. GİR yönteminin bu verinin analizi için iyi sonuç verdiğini görmüşlerdir. Sheng ve Sharp (2019) çalışmalarında Yeni Zelanda'da karayolu taşımacılığı talepleri GİR modeli ile tahmin etmişlerdir. Talep fonksiyonları arasında anlamlı bir ilişki olması nedeniyle EKK yöntemine göre GİR yönteminin daha iyi olduğu görülmüştür.

Fu vd. (2017) çalışmalarında Kuzey Çin'de karaçam örneklerinden taç genişliklerini modelleyerek sistemi geliştirmek için katkıyı ve doğal korelasyonu vurgulayan doğrusal olmayan GİR modeli kullanılmıştır. Diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında GİR yöntemi ile elde edilen tahminlerin doğruluğunun daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir.

Montoya ve Haddock (2019) çalışmalarında GİR yaklaşımı kullanarak asfalt karışımı hacimsel özelliklerinin tahminlerini elde etmişlerdir. Bu makalede GİR yaklaşımı modellerde hacimsel özellikler arasında etkileşim, gözlemlenmeyen faktörler arasındaki eş zamanlı korelasyon ve seri korelasyonunu açık bir şekilde tahmine yansıtmaya imkan kılmıştır. Bu nedenlerden dolayı parametre tahminlerinde kazanç elde edilmiştir. Türkşen vd. (2019) çalışmalarında Yeşil Kimya’da bir ekstraksiyon sürecinde GİR yöntemi uygulamışlardır. Çok yanıtlı deneylerde bağımlı değişkenlerin ilişkili olduğu durumda GİR yönteminin EKK’ya göre daha uygun olduğu ve GİR yöntemi ile daha küçük varyanslı tahminler elde edildiği gösterilmiştir.

Jahanshad vd. (2015) çalışmalarında alzheimer hastalığı nörogörüntüleme girişiminden alınan verilerle alzheimer hastalığında beyin bağlantısı giderek bozulduğundan burada bilişsel skorlarla ilgili yapısal bağlantıları tanımlama gücünü artırmak amacıyla verilere GİR yöntemini uygulamışlardır. Liew (2017) çalışmasında GİR yöntemi ile Endonezya’da orta yaşlı bireylerin sosyo-demografik özelliklerinin sağlığı ve refahı nasıl etkilediğine yönelik bir çalışma yapmıştır.

Çalışmada, çok yanıtlı deneysel verilere ilişkin elde edilen tahmini yanıt fonksiyonlarının eş anlı optimizasyonu ÇAO yöntemleri kullanarak gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla literatürde tanımlı olan NSGA-II ve MODE algoritmaları tercih edilmiştir. Bu algoritmalara ilişkin çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Deb (2001) ve Deb vd. (2002) çalışmalarında daha öncesinde yapılan algoritmalara göre daha hızlı sonuçlar elde edebilen NSGA-II yöntemini tanıtmıştır. NSGA-II yöntemiyle elde edilen Pareto çözüm kümesinde çözüm çeşitliliğinin fazla olduğu ve Pareto optimal yüzeye yakınsamanın daha iyi olduğu test fonksiyonları üzerinde gösterilmiştir.

Ravichandran vd. (2014) çalışmalarında çift beslemeli endüksiyon jeneratörü rüzgar türbini sisteminin rotor tarafı dönüştürücü ve şebeke tarafı dönüştürücü kontrolörlerinin koordineli ayarı için yeni bir tasarım prosedürü sunmaktadır. Tasarım, yanıt yüzey metodolojisiyle oluşturulmuştur. Optimizasyon aşamasında NSGA-II uygulanmıştır.

Türkşen (2015) çalışmasında çok yanıtlı yüzey probleminin optimizasyonu aşamasında kısıtlı NSGA-II yöntemini uygulayarak Pareto çözüm kümesi elde etmiştir. Elde edilen Pareto çözümlerden FCM ve TOPSIS karar verme yöntemleriyle uzlaşık çözümler elde edilerek optimal deney koşullarına karar verilmiştir.

Esfe vd. (2017), çift duvarlı karbon nanotüpler, nanoakışkanını maliyet düşürme ve termal performansını iyileştirme bakımından optimize etmek amacıyla çalışmalarında NSGA-II kullanmışlardır.

Torabi vd. (2017) çalışmalarında türbin kanadı üretmek için kalıpların optimizasyonu ile ilgilenmişlerdir. Çok amaçlı optimizasyon amacıyla NSGA-II yöntemini kullanmayı tercih etmişlerdir.

Kun vd. (2019) çalışmalarında NSGA-II yaklaşımını fiber takviyeli kompozit enjeksiyon kalıplama sürecini optimize etmek için önermişlerdir. Sonuçlardan, NSGA-II yöntemi ve yanıt yüzey metodolojisi birlikteliğinde etkili olduğu görülmüştür.

Li vd. (2019) çalışmalarında lazer cilt kaynağının parametrelerini optimize etmek için yanıt yüzeyi metodolojisini NSGA-II optimizasyonu ile birleştirerek uygulamışlardır.

Hu vd. (2021) çalışmalarında betonarme iskeleler için risk bazlı çok amaçlı optimal sismik tasarım yöntemi önerilmiştir. Pareto optimal çözüm kümesi, NSGA-II'nin geliştirilmiş bir versiyonu uygulanarak elde edilmiştir.

Storn ve Price (1995) çalışmasında Diferansiyel Gelişim (Differential Evolution) Algoritmasını tanıtmıştır. Bu algoritmanın optimizasyon problemlerinde kullanımının kolay olduğunu ve hızlı sonuçlara ulaşıldığını göstermişlerdir.

Xue vd. (2003) çalışmalarında MODE algoritmasını Pareto tabanlı tanımlanmıştır. Bu algoritmanın gerçek Pareto yüzeye doğruluk ve yakınsama bakımından iyi performans gösterme eğilimi olduğunu belirlemişlerdir.

Babu ve Anbarasu (2005) çalışmalarında MODE için yeni bir yaklaşım önermişlerdir. MODE'un performansı, dört test probleminde NSGA-II ile karşılaştırılmıştır. MODE'nin Pareto yüzeyde elde edilen çözümlerin çok çeşitli olduğu gözlemlenmiştir.

Huang vd. (2008) çalışmalarında MODE algoritmasının farklı test probleminde MOPSO, NSGA-II ve PAES algoritmaları ile karşılaştırması yapılmıştır. Karşılaştırmalarda MODE algoritmasının gerçek Pareto yüzeye iyi yakınsadığını ve yayılımının daha iyi olduğu görülmüştür.

Basu (2011) ekonomik çevre sevkıyatı problemi için MODE, NSGA-II yöntemleri ile optimizasyon gerçekleştirmiştir. Sonuçlar karşılaştırıldığında MODE algoritmasıyla elde edilen sonuçların basit, sağlam ve etkili olduğu görülmüştür.

Monsef vd. (2019) çalışmalarında iyi bilinen NSGA-II, MODE ve MOPSO çok amaçlı optimizasyon algoritmaları su dağıtım şebekesi optimum tasarımına uygulanmıştır. Sonuçlarda MODE algoritması diğer algoritmalara göre Pareto optimal yüzeye daha yakın ve hızlı sonuçlar elde ettiği görülmüştür.

Singh vd. (2020) çalışmalarında covid-19 hastalığını belirlemede bilgisayarlı göğüs tomografisiyle elde edilen sonuçları sınıflamak için yapay sinir ağları uygulamışlardır. Bu sinir ağının başlangıç parametreleri belirlenmesinde MODE algoritması kullanılmıştır.

Zhao vd. (2020) çalışmalarında motor performanslarını iyileştirmek için çok amaçlı optimizasyon amacıyla MODE için adımsal değişiklikler yapıp farklı bir versiyonu olarak oluşturulan MODE-RMO'yu uygulamışlardır. Buna göre, MODE ile karşılaştırma sonucu çözümlerin daha iyi çeşitlilik ve dağılıma sahip olduğunu görmüşlerdir.

Çok amaçlı metasezgisel optimizasyon algoritması olarak adlandırılan NSGA-II ve MODE aynı zamanda yapay zeka optimizasyon algoritmaları olarak da

adlandırılmaktadır. Yapay zeka optimizasyon algoritmaları ile ilgili detaylı ve açıklayıcı bilgiye Karaboğa (2020) ve Bektaş vd. (2021)'den ulaşılabilir.

Optimal deney koşulları belirlenmesi amacıyla karar aşamasında ÇÖKV yöntemleri kullanılmıştır. TOPSIS, MABAC ve CODAS bu çalışmada kullanılacak olan uzaklık tabanlı karar verme yöntemleri olarak tercih edilmiştir. ÇÖKV yöntemleri ile ilgili detaylı bilgiye Özçalıcı (2021) çalışmasından görülebilir.



2. GÖRÜNÜŞTE İLİŞKİSİZ REGRESYON ANALİZİ

Çok yanıtlı deneysel verilerin istatistiksel analizinin minimum hata ile yapılması için yanıtlar arasında gerçekte mevcut olan ilişkilerin dikkate alınması gerekmektedir. Yanıtlar arasındaki ilişkiler doğrusal ve doğrusal olmayan yapıda olabilir. Yanıtlar arasında bir ilişki bulunmadığı durumda her bir tahmini yanıt modeli için ayrı ayrı analizler yapılarak sonuç çıkarımları elde edilebilir. Fakat, yanıtlar arasında doğrusal ya da doğrusal olmayan bir ilişki söz konusu olduğunda bu ilişki dikkate alınarak tahmini yanıt modelleri elde edilmelidir. Bu çalışmada, doğrusal ilişkili yanıtların analizi ele alınacaktır. Çok yanıtlı deneylerin tasarımında ve analizinde, bir yanıt için uygun olan bir tasarım diğer yanıtlar için iyi sonuçlar vermeyebilir. Bu durumda, uygulanacak olan tasarım, bireysel yanıtlar yerine bütün yanıtları ilgilendiren biçimde olmalıdır.

Çizelge 2.1 Çok yanıtlı deneysel veri kümesi

<i>No</i>	<i>Girdi Değişkeni</i>				<i>Yanıt Değişkenleri Vektörü</i>			
	X_1	X_2	$\dots$	X_p	Y_1	Y_2	$\dots$	Y_r
1	x_{11}	x_{12}	$\dots$	x_{1p}	y_{11}	y_{12}	$\dots$	y_{1r}
2	x_{21}	x_{22}	$\dots$	x_{2p}	y_{21}	y_{22}	$\dots$	y_{2r}
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$		$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$		$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$		$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$		$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\dots$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\dots$	$\cdot$
n	x_{n1}	x_{n2}	$\dots$	x_{np}	y_{n1}	y_{n2}		y_{nr}

p sayıda girdi değişkeni, r tane yanıt değişkeninden oluşan n gözlemlili deneysel veri kümesi Çizelge 2.1'deki gibi tanımlanabilir. Burada girdi değişkenlerinden oluşan tasarım matrisi

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

biçiminde $n \times p$ boyutlu olur. Eşitlik (2.1)'de verilen $\mathbf{X}$ veri matrisi aynı zamanda tasarım matrisi olarak değerlendirilmektedir. Tasarım matrisindeki her bir satır gözlem değeri olmak üzere, bu gözlemlere göre elde edilen yanıt değişkenleri vektörü, $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_2 \dots \mathbf{Y}_r]'$ olarak tanımlanır. Burada, her bir $\mathbf{Y}_i$, $i = 1, 2, \dots, r$, $n \times 1$ boyutlu vektördür.

r yanıtıtan oluşan çok yanıtlı deneysel veri kümesinde, yanıt değişkenlerinin girdi değişken değerleri ile fonksiyonel ilişkisi doğrusal regresyon modeli ile ifade edilsin. Buna göre i . yanıt modeli, $i = 1, 2, \dots, r$,

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.2)$$

biçimindedir. Burada, $\mathbf{Y}_i$, $n \times 1$ boyutlu i . yanıt vektörü $\mathbf{Y}_i = [y_{1i} \ y_{2i} \ \dots \ y_{ni}]'$; $\mathbf{X}$, $n \times p$ boyutlu bağımsız değişkenlerin tasarım matrisi, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]'$, $p \times 1$ boyutlu regresyon katsayı vektörü, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$, $n \times 1$ boyutlu rasgele hata vektörüdür, $\boldsymbol{\varepsilon}_i = [\varepsilon_{1i} : \varepsilon_{2i} : \dots : \varepsilon_{ni}]'$, $i = 1, 2, \dots, r$. Eşitlik (2.2) için varsayımlar,

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= 0 \\ \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= \sigma_{ii} \mathbf{I}_n, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= \sigma_{ij} \mathbf{I}_n, \quad i, j = 1, 2, \dots, r, \quad i \neq j \end{aligned} \quad (2.3)$$

biçimindedir. Burada, hataların beklenen değerinin sıfır olduğu görülmektedir. Her bir yanıt için hataların varyansının sabit bir sayıya eşit olduğu ve modeller arasında hataların ilişkili olduğu varsayımlar arasındadır.

Yanıtlar arasında ilişki bulunmadığı durumda, Eşitlik (2.2) ile gösterilmiş her bir i . yanıt modeli için ayrı ayrı parametre tahminleri yapılabilir. EKK yöntemine göre

$$\min_{\beta} (Y_i - X\beta)'(Y_i - X\beta) \quad (2.4)$$

biçiminde tanımlı amaç fonksiyonunun optimizasyonu ile β model parametreleri elde edilir. Eşitlik (2.4)'ü minimum yapan β değeri

$$\hat{\beta}^{EKK} = (X'X)^{-1} X'Y_i, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.5)$$

biçiminde elde edilir.

$\hat{\beta}^{EKK}$ tahmin edicisi kullanılarak tahmini regresyon modeli

$$\hat{Y}_i = X\hat{\beta}^{EKK}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.6)$$

elde edilir. Burada, model parametrelerine göre tahmini doğrusal regresyon modeli

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_{i0} + \sum_{j=1}^p \hat{\beta}_{ij} x_{ij} + \sum_{j < k} \hat{\beta}_{ijk} x_{ij} x_{ik} + \sum_{j=1}^p \hat{\beta}_{ijj} x_{ij}^2, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.7)$$

dir.

Yanıtlar arasında doğrusal ilişki olması durumunda, yanıt değişkenlerini ayrı ayrı modellemek yerine yanıtlar arasındaki ilişkileri dikkate alarak modelleme yapılması gerekir. Buna göre yanıtlar için genel regresyon modeli

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.8)$$

olur. Burada, $\mathbf{Y}$, $rn \times 1$ boyutlu yanıt vektörü, $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1 : \mathbf{Y}_2 : \dots : \mathbf{Y}_r]'$, $\mathbf{X}$, $rn \times p^*$ boyutlu köşegen açıklayıcı değişken matrisi ($p^* = \sum_{i=1}^r p_i$), $\boldsymbol{\beta}$, $p^* \times 1$ boyutlu regresyon katsayı vektörü, $\boldsymbol{\varepsilon}$, $rn \times 1$ boyutlu hata vektörüdür, $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1 : \boldsymbol{\varepsilon}_2 : \dots : \boldsymbol{\varepsilon}_r]'$. Eşitlik (2.8)'in daha açık biçiminde gösterimi ise

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{n1} \\ \dots \\ y_{12} \\ y_{22} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{n2} \\ \dots \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dots \\ y_{1r} \\ y_{2r} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_{nr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & 0 \\ n \times p_1 & & \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & X_2 & 0 \\ & n \times p_2 & \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & X_r \\ & & n \times p_r \\ & & \dots \\ & & \dots \\ & & X_r \\ & & n \times p_r \\ & & \dots \\ & & \dots \\ & & X_r \\ & & n \times p_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{01} \\ \beta_{11} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_{p_1 1} \\ \dots \\ \beta_{02} \\ \beta_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_{p_2 2} \\ \dots \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dots \\ \beta_{0r} \\ \beta_{1r} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_{p_r r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_{1n} \\ \dots \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{22} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_{n2} \\ \dots \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dots \\ \varepsilon_{1r} \\ \varepsilon_{2r} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_{nr} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

biçiminde yazılabilir.

Eşitlik (2.8) ile ifade edilen modele ilişkin varsayımlar,

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}_s$$
$$Var(\boldsymbol{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} \sigma_{11}I & . & . & \sigma_{1r}I \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ \sigma_{r1}I & . & . & \sigma_{rr}I \end{bmatrix} = \boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\Sigma} \otimes I_n \quad (2.10)$$

biçimindedir. Burada, $\boldsymbol{\Sigma}$, $r \times r$ boyutlu varyans kovaryans matrisi ; I_n , $n \times n$ boyutlu birim matris ve $\otimes$, kronecker çarpımdır. Bu durumda, $Var(\boldsymbol{\varepsilon})$, $rn \times rn$ boyutludur.

Yanıtlar arasında gerçekte doğrusal ilişkiye sahip bir veri kümesinde EKK yöntemi yerine ilişkiyi tahmine aktarabilen bir parametre tahmin yönteminin tahminleri elde etmede etkili olacağı düşünülmektedir. Bu durumda literatürde mevcut bulunan Görünüşte İlişkisiz Regresyon (GİR) yönteminin kullanılması uygun olur.

GİR yöntemi ilk olarak Zellner tarafından önerilmiştir (Zellner 1962). Bu yöntem regresyon katsayılarını Aitken' in genelleştirmiş EKK yönteminin tüm denklem sistemine eş zamanlı uygulanarak tahmin edilmiştir.

GİR yöntemin uygulanabilmesi için adımlar aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Adım 1: EKK yöntemi ile her bir yanıt için tahmini regresyon modeli, $\hat{Y}_i$, elde edilerek, yanıtlar için artık değerleri hesaplanır, e_i , $i = 1, 2, \dots, r$.

Adım 2: Yanıtlara ilişkin artıkların kovaryans matrisi elde edilir, $\hat{\Sigma}$. Burada, $\hat{\Sigma} = [\hat{\sigma}_{il}]$

olup, kovaryans matrisinin bileşenleri, $\hat{\sigma}_{il} = \frac{e_i e_l}{n}$, $i, l = 1, 2, \dots, r$, biçiminde hesaplanır.

Adım 3: β parametre vektörü için GİR yöntemi tahmin edicisi

$$\hat{\beta}^{GIR} = \left(X'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_n)X \right)^{-1} X'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I_n)Y \quad (2.11)$$

olur.

Çok yanıtlı veri kümesinde yanıtlar arasında yüksek dereceli doğrusal ilişkinin var olması durumunda, GİR yöntemi ile parametre nokta tahminleri daha düşük standart hata ile elde edilmektedir. GİR yöntemi elde edilen parametre aralık tahminleri EKK yöntemi ile elde edilen parametre aralık tahminlerine göre daha dar olup bu nedenle daha güvenilirdir denilebilir. Yanıtlar arasında gerçekte mevcut olan doğrusal ilişkinin düşük olması durumunda ise GİR tahminleri, EKK tahminleri ile benzerlik gösterir.

3. TAHMİNİ YANIT FONKSİYONLARININ OPTİMİZASYONU

Optimizasyon, verilen amaç fonksiyonu için belirli kısıtlamalar altında en iyi çözümün elde edilme işlemidir (Apaydın 1996). En iyi çözüm amaç fonksiyonunun kimi zaman minimizasyonu, kimi zaman da maksimizasyonu olarak gerçekleştirilebilir.

Tek amaçlı optimizasyon problemleri için model yapısı

$$\begin{aligned} \min / \max f(X) \\ X \in S \end{aligned} \quad (3.1)$$

biçiminde gösterilir. Burada, $X = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ biçiminde tanımlı girdi değişken vektörüdür. $f(X)$ girdi değişkenlerinden oluşan amaç fonksiyonunu temsil etmektedir. S ise kısıt kümesi olarak tanımlanmıştır. Tek amaçlı optimizasyonda optimizasyonu sağlanacak tek bir fonksiyon olduğu için en iyi çözüm elde edilmeye çalışılır.

Gerçek dünyada karşılaşılan problemlerin çoğu birden fazla amacın aynı anda en iyilemesini içerir. Bu nedenle, problem çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alınabilir.

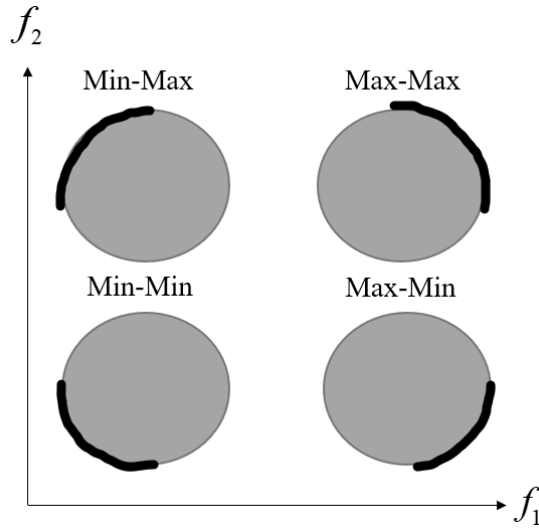
3.1 Çok Amaçlı Optimizasyon

Çok amaçlı optimizasyon'un (ÇAO) tek amaçlı optimizasyondan farkı birden çok amaç fonksiyonu içermesidir. Çok amaçlı optimizasyon problemi ÇAO problemi gibi düşünülebilir. Bu durumda ÇAO probleminin matematiksel modeli

$$\begin{aligned}
\min / \max f_1 &= \hat{Y}_1(\mathbf{X}) \\
\min / \max f_2 &= \hat{Y}_2(\mathbf{X}) \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
\min / \max f_r &= \hat{Y}_r(\mathbf{X}) \\
\mathbf{X} &\in S
\end{aligned} \tag{3.2}$$

biçiminde tanımlanabilir. Eşitlik (3.2)'de Eşitlik (3.1)'den farklı olarak r adet amaç fonksiyonu olduğu görülmektedir. Diğer bir deyişle Eşitlik (3.2) r yanıttan oluşan çok yanıtlı optimizasyon problemi olarak ele alınır. Tek amaçlı optimizasyon probleminde bir çözüm optimal çözüm olarak seçilebilmektedir. Fakat, ÇAO'da bir amaç fonksiyonu için optimal çözüm diğer amaç fonksiyonları için optimalliği sağlayamamaktadır. Bu nedenle ÇAO'da tek bir çözüm yerine alternatif çözümler oluşturulmaktadır. Bu çözümler Pareto çözüm olarak adlandırılmaktadır.

Pareto çözüm kümesinin içerisindeki elemanlar baskınlık kavramına göre oluşmaktadır. Baskın ve basılgın çözümler optimizasyon probleminin amaç türüne göre amaç fonksiyonları üzerinden ikili karşılaştırma ile belirlenmektedir. Bir çözümün diğer çözüme baskın gelebilmesi için çözümü sağlayan bütün amaç fonksiyonlarının diğer çözüm amaç fonksiyonlarından daha iyi ya da eşit gelmesi beklenir. Bu durumda daha iyi amaç fonksiyonlarından oluşan çözüm baskın çözüm, diğer çözüm ise basılgın çözüm olarak nitelendirilir.



Şekil 3.1 İki Amaç Fonksiyonu için olabilecek Pareto Çözüm Kümeleri (Deb 2001)

Eşitlik (3.2) ile tanımlı ÇAO problemlerinin çözümü için literatürde tanımlı çeşitli optimizasyon yöntemleri mevcuttur. Bu yöntemler, klasik yöntemler ve metasezgisel yöntemler olarak iki başlık altında incelenebilir.

Klasik yöntemler, çok amaçlı bir modeli tek bir amaç fonksiyonuna dönüştürerek optimize eder. Fakat tek bir amaca dönüştürme durumunda hedef değer veya ağırlıklandırma gibi parametrelerin öznel olarak ayarlanması yöntemin dezavantajlarından biridir. Ayrıca bu yöntemler kullanılarak tek bir uzlaşık çözüm elde edilmektedir. Bu yöntemler tercih bilgisinin kullanılmadığı, önsel tercih bilgisinin kullanıldığı, sonsal tercih bilgisinin kullanıldığı ve etkileşimli yöntemler olarak değerlendirilebilir.

Tercih bilgisinin kullanılmadığı yöntemlerde karar vericinin yorumuna ihtiyaç duyulmamaktadır. Optimizasyonda kullanılan yöntemler genellikle uygulaması basit yöntemlerdir. Optimizasyonu yapılan amaçların önemine ilişkin bir bilgi bilinmemektedir. Bu yönteme Mutlak Ölçüt Yöntemi örnek olarak verilebilir. Önsel tercih bilgisinin kullanıldığı yöntemler, çözümleme işlemine başlamadan önce amaçlar ile ilgili bir bilgiye sahip olunması gerekmektedir. Bu yönteme örnek olarak Hedef Programlama verilebilir. Sonsal tercih bilgisinin kullanıldığı yöntemlerde, Pareto çözüm kümesi oluşturulduktan sonra alternatif çözümler içerisinde bir sonuca karar verilir. Bu

yöntemde hesaplama aşaması kısmen zor olabilmektedir. Ayrıca karar verici alternatif çözümler arasından uygun çözümü seçmekte zorlanabilir. Ağırlıklandırılmış Metrik Yöntemi bu yönetime bir örnektir. Etkileşimli yöntemler, optimizasyon işlemi sırasında tercih bilgilerini aşamalı olarak kullanır. Bu yönetime örnek olarak STEP yöntemi verilebilir.

Klasik yöntemlerin yeterli olmadığı durum da çok amaçlı optimizasyon için hızlı ve etkili sonuçlar üreten Çok Amaçlı Metasezgisel Yöntemler kullanılmaktadır. Metasezgisel yöntemler karmaşık görünen problemlerde hızlı etkin çözümler bulunmasında oldukça faydalıdır. Yerel optimumlara takılmadan global optimumu bulmada oldukça başarılıdır. Literatürde bir çok metasezgisel algoritma mevcuttur (Karaboğa 2020).

Metasezgisel yöntemler içerisinde yer alan sık kullanılan algoritmalarından biri Genetik algoritmalarıdır. Genetik algoritma, doğadaki canlıların biyolojik süreçlerini modelleyerek çözümleme yapan algoritmalarıdır. Literatürde ilk olarak John Holland 1960'ta tarafından genetik algoritma tanımı ortaya atılmıştır. Bu algoritmalar çözümlemenin karışık olduğu bir matematiksel modelin yapılamadığı problemlerde sıklıkla kullanılmaktadır.

Genetik algoritmalarda çeşitliliği artırmak için seçim, çarpazlama ve mutasyon operatörlerinden yararlanılmaktadır. Bu operatörlere genetik operatörler adı verilmektedir. Seçim aşamasında, yeni kromozomlar elde etmek için popülasyondan ebeveyn kromozomlar belirlenir. Ebeveyn kromozomlarının seçimi en iyinin hayatta kalması prensibine dayanmaktadır. Amaca yönelik olarak uygunluk fonksiyonuna daha iyi sonuç veren kromozomlar tercih edilir. Bu operatör için rulet çemberi, turnuva, rasgele gibi yöntemler sıklıkla kullanılmaktadır. Çarpazlama aşaması, seçim aşamasında seçilen ebeveyn kromozomlardan herhangi iki kromozomun çeşitli yöntemlerle birleştirilerek yeni kromozomların oluşumunu sağlayan işlemidir. Yeni oluşacak neslin niteliği için çarpazlama önem taşımaktadır. Çarpazlama yöntemleri tek nokta, çift nokta, düzgün ve aritmetik yöntemler olarak farklı şekillerde yapılabilmektedir. Mutasyon aşaması, kromozomları oluşturan genlerin rasgeleliğe

bağlı olarak değiştirilmesine dayanmaktadır. Mutasyon oranı yüksek seçilirse rasgele aramaya benzeyebilir. Düşük seçilirse de yerel optimum bölgelere takılabilir. Mutasyon için kullanılan yöntemler gaussian, düzgün, sınırlı, adaptive feasible mutasyon olarak sıralanabilir.

Hiper-parametreler algoritmaya özgü parametreler olup, aynı zamanda ayarlanabilir parametreler olarak adlandırılır. Genetik algoritmanın hiper-parametreleri ise popülasyon büyüklüğü, çarpazlama oranı, mutasyon oranı ve yineleme sayısı olarak değerlendirilebilir.

Genetik algoritmanın işleyişi algoritmik adımlar biçiminde aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

Adım 1: Oluşturulmuş dizilerden rasgele çözüm kümesi üretilir ve başlangıç popülasyonu belirlenir.

Adım 2: Başlangıç popülasyonunda her bir dizi için amaç fonksiyonu (uygunluk değeri) hesaplanır.

Adım 3: Yeni nesiller üretilmesi için belirli olasılıklarla bir grup dizi seçilir.

Adım 4: Seçilmiş dizilerdeki bireylere çarpazlama ve mutasyon işlemleri uygulanarak yeni nesiller elde edilir.

Adım 5: Oluşturulan yeni nesillerdeki bireylerin uygunluk değerleri hesaplanır.

Adım 6: Durdurma kriterindeki hedefe ulaşılamamışsa Adım 3'e dönülür

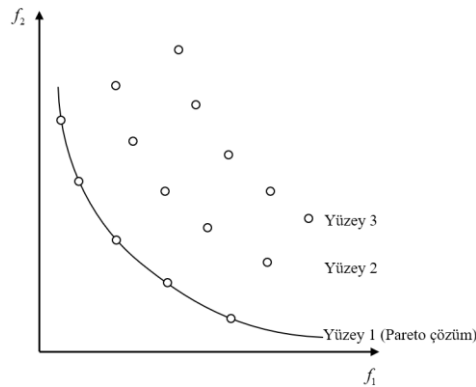
Adım 7: Durdurma kriterine ulaşılmışsa süreç sonlanır. Amaç fonksiyonuna göre en uygun olan dizi seçilir.

ÇAO'da kullanılacak yöntemin seçimi Pareto çözüm kümesinin hızlı ve etkin biçimde elde edilmesinde önemlidir. Bu çalışmada, ÇAO için çok amaçlı metasezgisel yöntemler olan aynı zamanda yapay zeka optimizasyon algoritmaları olarak adlandırılan NSGA-II ve MODE yöntemleri kullanılacaktır.

3.2 Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II

Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II - NSGA-II), Deb vd. (2002) tarafından keşfedilen çok amaçlı metasezgisel bir algoritmadır. NSGA-II, genetik algoritma tabanlı çok amaçlı optimizasyon problemlerinin Pareto çözüm kümesinin elde edilmesinde çok amaçlı metasezgisel yöntemler içerisinde en etkin yöntemlerden biridir (Deb vd. 2002). NSGA-II'nin çok yanıtlı yüzey optimizasyonu konusunda literatürde de sıklıkla kullanıldığı görülmektedir (Ravichandran vd. 2014, Torabi vd. 2017, Li vd. 2019, Kun vd. 2019). NSGA-II, genetik algoritma operatörlerini hızlı baskın sıralama ve kalabalık uzaklığı ile birleştirerek Pareto çözüm kümesi elde edilmektedir.

Hızlı baskın sıralama yaklaşımında baskınlık kavramına göre yüzeyler belirlenmekte ve Pareto çözümler sıralanmaktadır. Öncelikle birinci yüzey belirlenebilmesi için elde edilen her bir çözüm birbirleriyle baskınlık yönünden karşılaştırılırlar. Bu karşılaştırma sonucunda çözümlerden baskınlık sayacı sıfır olanlar birinci yüzeye aktarılırlar. Diğer yüzeylerin elde edilebilmesi için birinci yüzeydeki çözümlerin baskın olduğu çözümler sırasıyla baskınlık düzeyleri düşürülerek baskınlık sayaçları 0 olma sıralarına göre diğer yüzeyler belirlenmektedir. Bütün yüzeyler belirlendiğinde her bir yüzey kendi içinde ne baskın ne basılgın çözümlerden oluşmaktadır. Şekil 3.2'de, iki amaç fonksiyonu için hızlı baskın sıralamaya göre elde edilen Pareto yüzeyler görülmektedir.

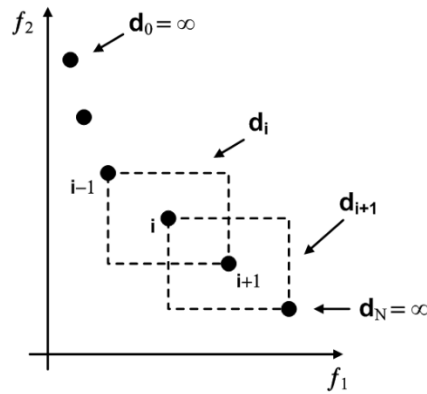


Şekil 3.2 Hızlı baskın sıralama ile elde edilen yüzeyler

Kalabalık uzaklığı yaklaşımı, amaç uzayında tanımlanmış baskın yüzey çözümleri içerisindeki fonksiyon değerleri arasındaki Öklid uzaklığının belirlenmesi esasına dayanmaktadır.

- Tüm elemanlar için başlangıç uzaklığı sıfır olarak tanımlanır.
- Her bir yüzey içinde amaç fonksiyonuna bağlı olarak değerler küçükten büyüğe sıralanır.
- Yüzeylerdeki en büyük ve en küçük olan sınır değerleri uzaklıkları sonsuz olarak belirlenir
- Diğer noktalar için uzaklıklar $i = 1, 2, \dots, r$ olmak üzere $d_k = d_k + \frac{f_r^{(k+1)} - f_r^{(k-1)}}{f_r^{\max} - f_r^{\min}}$, $k = 2, 3, \dots, n-1$ ile hesaplanır. (Türkşen 2011).

Burada, d_k , k . sıradaki kalabalık uzaklığı, f_r^{k+1} , r . amaç için $k+1$. sıradaki fonksiyon değeri, f_r^{k-1} , r . amaç için $k-1$. sıradaki fonksiyon değeri, $f_r^{\max}$, r . amaç için maksimum fonksiyon değeri, $f_r^{\min}$, r . amaç için minimum fonksiyon değeridir.



Şekil 3.3 Kalabalık uzaklığı (Araujo vd. 2012)

Bu yaklaşımlarla NSGA-II algoritması farklı seçenek çözümler elde ederek, optimal sonuca daha kısa sürede erişebilmektedir. Şekil 3.3'te, iki amaç fonksiyonu için Pareto çözüm kümesinde kalabalık uzaklığı yaklaşımına ilişkin değerler görülmektedir.

NSGA-II yöntemi ile optimizasyon sürecine başlamadan önce genetik operatörler (seçim operatörü, çarpazlama operatörü ve mutasyon operatörü) ile algoritma hiperparametreleri olan popülasyon sayısı (n_{pop}), çarpazlama oranı (Pr_{cr}), mutasyon oranı (Pr_{mu}) ve nesil sayısı (n_{gen}) tanımlanmalıdır. Burada nesil sayısı yineleme sayısı olup, algoritma için durdurma koşulu olarak kullanılmaktadır. NSGA-II yönteminin algoritmik adımları aşağıdaki gibidir.

Adım 1: Başlangıç popülasyonunu (P) girdi değişken sınırlarına göre rasgele biçimde oluşturulur. n_{pop} büyüklüğünde yeni nesil popülasyonunu (Q) oluşturulur ($n_{gen} = 0$).

Adım 2: Ebeveyn ve yeni nesil popülasyonları birleştirilir, $R = P \cup Q$.

Adım 3: Baskın olmayan yüzeyler elde edilir ve sıralanır.

Adım 3.1: Her $p \in P$ için süreç şu şekilde tanımlanmaktadır.

- p çözümünün baskın olduğu çözüm kümesi olarak $S_p = \emptyset$ tanımlanır.
- p çözümünün baskın olamadığı çözüm kümesi $n_p = 0$ tanımlanır.
- Her $q \in P$ için
 - p çözümü q çözümüne baskın ise $S_p = S_p \cup \{q\}$ olarak eklenir.
 - q çözümü p çözümüne baskın ise $n_p = n_p + 1$ olarak eklenir.
 - $n_p = 0$ ise p çözümüne baskın çözüm bulunmamaktadır. p çözümü 1 numaralı çözüm olarak yüzeye eklenerek, birinci yüzey güncellenir.

$$F_1 = F_1 \cup \{p\}$$

Adım 3.2: Her $p \in P$ için süreç tekrarlanır.

Adım 3.3: Yüzey sayacı $i = 1$ olarak alınır.

Adım 3.4: i .yüzey $F_i = \emptyset$ olduğu sürece aşağıdaki süreç tekrarlanır.

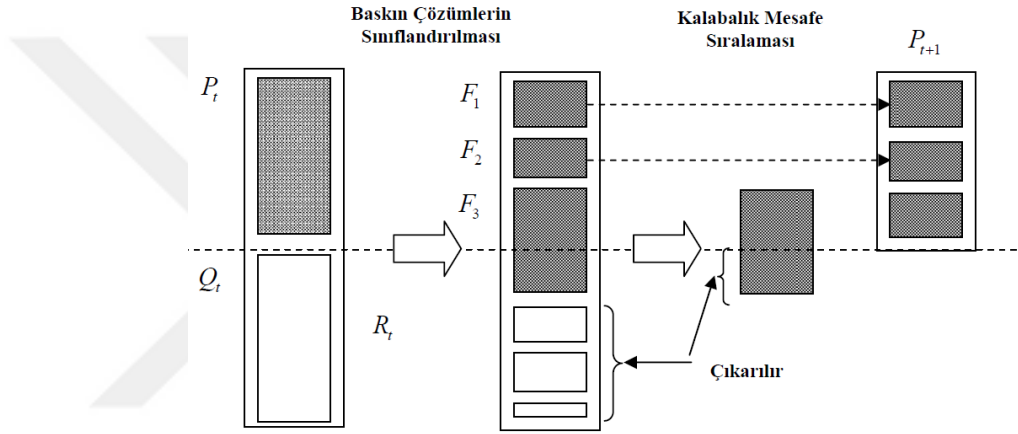
- $Q = \emptyset$ olarak alınır
- Her $p \in F_i$ için
 - Her $q \in S_p$ için
 - $n_q = n_q - 1$
 - $n_q = 0$ ardışık çözümlerde q çözümüne baskın çözüm bulunamamıştır. q çözümünün eklenmesiyle Q güncellenir.
 - $Q = Q \cup \{q\}$
 - Yüzey sayacı artırılır.

$F_i = Q$ olarak güncellenir.

Adım 4: Her bir yüzeyde çözümlerin kalabalık uzaklıkları hesaplanır. Yüzeyler küçükten büyüğe, yüzey içindeki kalabalık uzaklıkları büyükten küçüğe sıralanır.

Adım 5: Ebeveyn çözümlerden belirlenen seçim, çaprazlama ve mutasyon operatörleri kullanılarak çaprazlama ve mutasyon oranlarına göre yeni nesil çözümleri (Q) oluşturulur. Nesil sayısı artırılır ($n_{gen} = n_{gen} + 1$).

Adım 6: Başlangıçta belirlenen nesil sayısına ulaşılmazsa, Adım 2'ye dönülür. Aksi halde, algoritma sonlandırılır.



Şekil 3.4 NSGA-II süreci (Türkşen, 2011)

Şekil 3.4'te NSGA-II ile optimizasyon süreci özet olarak gösterilmiştir. Hızlı baskın sıralama özelliği gereği her bir çözüm baskınlık tanımına uygun biçimde sıralanmıştır. $2N$ boyutlu birleşik popülasyon N boyutlu tek bir popülasyonda bütün çözümleri değerlendirmek seçkinlik kazandırmıştır. Oluşturulan P_{t+1} popülasyonunda F_1 çözüm kümesi popülasyondaki en iyi çözümler olduğu söylenilebilir. Bu popülasyondaki çözümlere çaprazlama ve mutasyon işlemleri uygulanarak yeni nesil popülasyonlar oluşturulur.

3.3 Çok Amaçlı Diferansiyel Gelişim Algoritması

Diferansiyel Gelişim Algoritması (Differential Evolution Algorithm), popülasyon temelli güçlü bir sezgisel algoritmadır. Bu algoritma 1995 yılında Storn ve Price

tarafından geliştirilmiştir. Basit uygulanması ve çeşitli problemler karşısında iyi sonuçlar vermesi algoritmanın öne çıkması sağlanmıştır (Storn ve Price 1995). Diferansiyel gelişim algoritması rasgele olarak seçilmiş amaç vektör çiftlerinin farklarına dayalı bir mutasyon işlemi kullanır. Bu kullanılan basit mutasyon işlemi, algoritmanın performansını geliştirmekte ve onu daha sağlam yapmaktadır (Karaboğa 2020). Algoritmanın hiper-parametreleri Çizelge 3.1’deki gibi tanımlanabilir.

Çizelge 3.1 Diferansiyel Gelişim Algoritması hiper-parametreleri

NP : Populasyon büyüklüğü $NP \geq 4$
D : Değişken Sayısı
CR : Çarpazlama Oranı
G : Jenerasyon (1, 2,, $G_{\max}$)
F : Ölçekleme Vektörü
$x_{j,i,G}$: G . jenerasyonda i . kromozomun j . geni
$n_{j,i,G+1}$: Mutasyona uğramış ara kromozom
$x_{j,u,G+1}$: Çarpazlama sonucu oluşan kromozom
r_1, r_2, r_3 : Populasyondan rasgele seçilmiş kromozomlar ($r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$)
$lower(x_j), upper(x_j)$: Değişkenlerin alt ve üst sınırları

Diferansiyel Gelişim Algoritması ile tek bir amaç içeren optimizasyon problemi için tanımlanan operatörler ile tek bir çözüm elde edilebilir. Fakat çok amacın bulunduğu durumda algoritma yeterli olmayacaktır. Diferansiyel Gelişim Algoritması adımlarıyla elde edilecek çözümler üzerinden bir Pareto çözüm elde edilmesi gerekmektedir.

Eşitlik (3.2) tanımlı CAO’nin çözümü için Çok amaçlı Diferansiyel Gelişim Algoritması (Multi Objective Differential Evolutionary Algorithm-MODE) uygulanarak, bu problemin optimizasyonu ile Pareto çözüm kümesi elde edilir.

MODE algoritmasının adımları aşağıda gösterilmiştir. (Karaboğa 2020, Babu 2005)

Adım 1: Hiper-parametreler, değişken sayısı, popülasyon sayısı, maksimum jenerasyon sayısı, ölçekleme vektörü ve çaprazlama oranı tanımlanır.

Adım 2: Başlangıç popülasyonu belirlenir.

$$\forall_i \leq NP \wedge \forall_j \leq D: x_{j,i,G=0} = \text{lower}(x_j) + \text{rand}_j[0,1].(\text{upper}(x_j) - \text{lower}(x_j)) \quad (3.3)$$

Burada, her bir kromozom için ($i = 1, 2, \dots, NP$), x_j değişkenlerinin ($j = 1, 2, \dots, D$) sınır değerlerine göre rasgele sayılar üretilmiştir.

Adım 3: Mutasyon operatörü uygulanır.

$$\forall_j \leq D: n_{j,i,G+1} = x_{j,r_3,G} + F \times (x_{j,r_1,G} - x_{j,r_2,G}) \quad (3.4)$$

Mutasyon işlemi uygulanacak kromozoma ek üç adet rasgele kromozom seçilir. Rasgele seçilen kromozomlar üzerinden Eşitlik (3.4)'teki işlemler uygulanır. F ölçekleme vektörü 0 ile 1 arasında değerler alır.

Adım 4: Çaprazlama operatörü uygulanır.

$$\forall_j \leq D, x_{j,u,G+1} = \begin{cases} n_{j,i,G+1} & \text{eğer}(\text{rand}_j[0,1] < CR \vee j = j_{\text{rand}}) \\ x_{j,i,G} & \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (3.5)$$

Yeni aday çözümü oluştururken çaprazlamada 0 ile 1 arasında üretilen bir sayının çaprazlama oranından küçükse mutasyona uğramış çözümünden, diğer durumlarda hedef vektöründeki çözümünden seçileceği Eşitlik (3.5)'te gösterilmiştir.

Adım 5: Seçim işlemi yapılır.

$$\forall_i \leq NP: x_{i,G+1} = \begin{cases} x_{u,G+1} & \text{eğer} f(x_{u,G+1}) \leq f(x_{i,G}) \\ x_{i,G} & \text{diğer durum} \end{cases} \quad (3.6)$$

Seçim aşamasında amaç fonksiyon değerlerine göre hedef ve yeni üretilen vektör karşılaştırılır. Üretilen yeni vektörün uygunluğu oluşturulan amaç fonksiyonunun tipine göre hedef vektörün uygunluğundan daha iyi ise yeni vektör popülasyon içerisine girer.

Adım 6: Adım 3 sonrası işlemler G sayısına ulaşınca devam etmelidir.

Adım 7: Baskın olmayan sıralama adımları aşağıdaki gibi uygulanır.

Adım7.1: Her $p \in P$ için süreç şu şekilde tanımlanmaktadır. (Deb vd. 2002).

- p çözümünün baskın olduğu çözüm kümesi olarak $S_p = \emptyset$ tanımlanır.
- p çözümünün baskın olamadığı çözüm kümesi $n_p = 0$ tanımlanır.
- Her $q \in P$ için

- p çözümü q çözümüne baskın ise $S_p = S_p \cup \{q\}$ olarak eklenir.
- q çözümü p çözümüne baskın ise $n_p = n_p + 1$ olarak eklenir.
- $n_p = 0$ ise p çözümüne baskın çözüm bulunmamaktadır. p çözümü 1 numaralı çözüm olarak yüzeye eklenerek, birinci yüzey güncellenir.

$$F_1 = F_1 \cup \{p\}$$

Adım 7.2: Her $p \in P$ için süreç tekrarlanır.

Adım 7.3: Yüzey sayacı $i = 1$ olarak alınır.

Adım 7.4: i .yüzey $F_i = \emptyset$ olduğu sürece aşağıdaki süreç tekrarlanır.

- $Q = \emptyset$ olarak alınır
- Her $p \in F_i$ için
 - Her $q \in S_p$ için
 - $n_q = n_q - 1$
 - $n_q = 0$ ardışık çözümlerde q çözümüne baskın çözüm bulunamamıştır. q çözümünün eklenmesiyle Q güncellenir.

$$Q = Q \cup \{q\}$$
 - Yüzey sayacı artırılır.
 - $F_i = Q$ olarak güncellenir.

Adım 8: Kalabalık uzaklığı adımları aşağıdaki gibi uygulanır.

- Tüm elemanlar için başlangıç uzaklığı sıfır olarak tanımlanır.
- Her bir yüzey içinde amaç fonksiyonuna bağlı olarak değerler küçükten büyüğe sıralanır.
- Yüzeylerdeki en büyük ve en küçük olan sınır değerleri uzaklıkları sonsuz olarak belirlenir.

- Diğer noktalar için uzaklıklar $i = 1, 2, \dots, r$ olmak üzere $d_k = d_k + \frac{f_r^{(k+1)} - f_r^{(k-1)}}{f_r^{\max} - f_r^{\min}}$

, $k = 2, 3, \dots, n-1$ ile hesaplanır. (Türkşen 2011).

Burada, d_k , k . sıradaki kalabalık uzaklığı, f_r^{k+1} , r . amaç için $k+1$. sıradaki fonksiyon değeri, f_r^{k-1} , r . amaç için $k-1$. sıradaki fonksiyon değeri, $f_r^{\max}$, r . amaç için maksimum fonksiyon değeri, $f_r^{\min}$, r . amaç için minimum fonksiyon değeridir.

Adım 9: Yüzeyler küçükten büyüğe, yüzey içindeki kalabalık uzaklıkları büyükten küçüğe sıralanır.

MODE algoritmasının seçilmesinin sebebi uygulamalarda MODE’de bulunan çaprazlama ve mutasyon işlemlerinin basitliğinden ötürü hızlı etkili sonuçlar elde edebilmesidir. MODE algoritmasının gerçek sonuçlara yakınsama konusunda iyi performans gösterdiği yayılımın iyi olduğu da belirtilmektedir. Ayrıca yerel optimumlara sıkışmadan global optimum noktada çözümler üretebilmektedir (Huang vd. 2008, Basu 2011, Monsef vd. 2019).

3.4 Performans Metrikleri

ÇAO problemlerinde Pareto çözüm bulmak için farklı algoritmalar uygulanabilir. ÇAO algoritmaları ile Pareto çözümler elde edildikten sonra algoritmaların performanslarının belirlenebilmesi istenir. Bu amaçla, elde edilen Pareto çözümler ve gerçekte var olduğu düşünülen Pareto yüzey arasında sayısal verilere dayandırılarak çeşitli performans metrikleri hesaplanabilir. Performans metriklerinin hesaplanmasında temel amaç, ÇAO’da gerçek Pareto çözümlere mümkün olduğunca yakın çözümler keşfedilmesi ve elde edilen baskın olmayan yüzeyde mümkün olduğunca çözüm çeşitliliğinin sağlanmasıdır (Deb 2001). Algoritmalarından elde edilen Pareto çözümlerin gerçek Pareto optimal yüzeye olan mesafesi en aza indirilmeli ve elde edilen Pareto çözüm kümesindeki elemanların birbiri ile arasındaki mesafe uygun olmalıdır (Zitzler vd. 2000).

P^* , gerçek Pareto çözüm kümesi ve Q , ÇAO algoritması ile elde edilen Pareto çözüm kümesi olsun. P^* ve Q , sırasıyla

$$P^* = \begin{bmatrix} f_{11}^* & f_{12}^* & \cdot & \cdot & \cdot & f_{1r}^* \\ f_{21}^* & f_{22}^* & \cdot & \cdot & \cdot & f_{2r}^* \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_{m1}^* & f_{m2}^* & \cdot & \cdot & \cdot & f_{mr}^* \end{bmatrix}_{m \times r} \quad (3.7)$$

ve

$$Q = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & f_{1r} \\ f_{21} & f_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & f_{2r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & f_{nr} \end{bmatrix}_{n \times r} \quad (3.8)$$

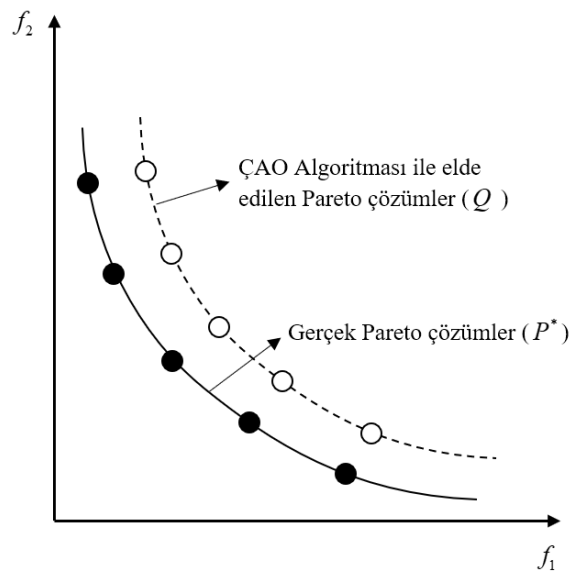
biçiminde tanımlansın. Burada, m , gerçek Pareto çözüm kümesindeki çözüm sayısı, n , ÇAO algoritması ile elde edilen Pareto çözüm kümesindeki çözüm sayısı ve r ise çok amaçlı problemdeki amaç sayısıdır. Ayrıca,

f_{mr}^* : Gerçek Pareto çözüm kümesinde r . amaç fonksiyonunun m . çözümü,

f_{nr} : ÇAO algoritması ile elde edilen Pareto çözüm kümesinde r . amaç fonksiyonunun n . çözümü

olarak tanımlanır.

Şekil 3.5'te, en küçük değeri elde edilmek istenilen iki amaç fonksiyonu için Pareto yüzey üzerinde ÇAO ile elde edilen çözümler ve gerçek Pareto çözümler gösterilmiştir.



Şekil 3.5 Pareto çözüm kümeleri

P^* ve Q ile tanımlı Pareto çözüm kümelerine ilişkin performans metrikleri, yakınsama, çeşitlilik ve yakınsama-çeşitlilik başlıklarında değerlendirilebilir. Yakınsama metrikleri, elde edilen çözümlerin gerçek Pareto yüzeyden ne kadar uzak olduğunu değerlendirir. Örneğin, Nesilsel Mesafe. Çeşitlilik metriği, CAO algoritması ile elde edilen Pareto çözüm kümesinin elemanlarının dağılımı ve yayılımı ile ilgilenmektedir. Örneğin, Aralık ve Yayılım. Bu metriklerle ilişkin verilen örnek metrikler aşağıdaki gibi özetlenebilir.

i. Nesilsel Mesafe

Van Veldhuizen ve Lamont (1998) tarafından tanımlanan nesilsel mesafe (Generational Distance-GD), oluşturulan Pareto yüzey ile gerçek Pareto yüzey arasındaki mesafeyi ifade eder. Bu metrik ile gerçek Pareto çözüme en yakın Pareto çözüm belirlenir. En düşük GD'ye sahip algoritmalar, optimal Pareto yüzeye ile en iyi yakınsamaya sahiptir. nesilsel mesafe metriği

$$GD = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n d_i \right) \quad (3.9)$$

biçimindedir. Burada, n , Pareto çözüm sayısını göstermektedir.

$$d_i = \min_{j=1}^m \sqrt{\sum_{k=1}^r (f_{ik} - f_{jk}^*)^2} \quad (3.10)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada, f_{jk}^* gözlemlenmiş Pareto optimalde k . amaç fonksiyonunun j . çözümüdür. Bu metrik ne kadar düşük değer alırsa oluşturulan Pareto çözüm gerçek Pareto yüzeye o kadar yaklaşmış demektir.

ii. Aralık

S , bir algoritma tarafından elde edilen baskın olmayan çözümlerin dağılımını gösteren Aralık (Spacing) metriğini ifade eder. Bu metrik, elde edilen çözümlerin birbirleri arasında ne kadar iyi dağıldığını gösterir. Aralık metriği

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \quad (3.11)$$

biçimindedir (Deb 2001). Burada uzaklık $d_i = \min_{l \in n, l \neq i} \sum_{k=1}^r |f_k^i - f_k^l|$, $\bar{d} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{n}$ ile hesaplanmaktadır. Metrik değeri en küçük olan yöntem en başarılı çeşitliliği sağlar.

iii. Yayılım

Yayılım metriği, bir sistemden elde edilen baskın olmayan çözümler tarafından elde edilen yayılma derecesini gösterir. Yayılım metriği (Audet vd. 2018)

$$\Delta = \frac{d_u + d_l + \sum_{i=1}^n |d_i - \bar{d}|}{d_u + d_l + (n-1)\bar{d}} \quad (3.12)$$

biçimindedir. Burada, d_l Pareto optimal çözüm kümesinde sol uç çözüm ile baskın olmayan sol uç çözüm arasındaki öklit uzaklığıdır. d_u ise Pareto optimal çözüm kümesinde sağ uç çözüm ile baskın olmayan sağ uç çözüm arasındaki öklit uzaklığıdır.

$d_i = \sqrt{\sum_{k=1}^r \sum_{i=2}^n (f_{ik} - f_{(i-1)k})^2}$ dir. Metriğin düşük değeri, çözümlerin en iyi şekilde dağıtılması ve genişletilmesi anlamına gelir.

4. ÇOK ÖLÇÜTLÜ KARAR VERME

Çok yanıtli deneysel veriler için modelleme ve optimizasyon aşamalarından sonra uygun deney koşullarının belirlenmesi gerekir. Bu aşamada, ÇÖKV yöntemlerinden faydalanılacaktır. Karar verme, alternatifler arasından amaca en uygun olan durumun seçilmesidir. ÇÖKV ise birden çok alternatif arasından belirlenen kriterlere göre en uygun olanın belirlenmesidir. Kriterler, alternatiflerin değerlendirilmesini sağlamaktadır. Kriterler seçilirken önem derecesi farklılık gösterebilir. ÇÖKV’de öncelikle bir karar matrisi oluşturulur. Bu karar matrisi satırlarda alternatiflerin sütunlarda kriterlerin bulunduğu bir matristir. Bu matris üzerinden çok ölçütlü yöntemin adımlarına göre uzlaşık çözümler elde edilmeye çalışılır. Literatürde çeşitli çok ölçütlü karar verme yöntemleri mevcuttur.

4.1 TOPSIS

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity), 1981 yılında Hwang ve Yoon tarafından keşfedilen bir çok ölçütlü karar verme yöntemidir (Hwang ve Yoon 1981). Bu yöntem pozitif ideal olarak tanımlanan fayda matrisini oluştururken, negatif ideal ise maliyet matrisi olarak düşünülebilir. Yöntem pozitif ideale en kısa negatif ideale en uzak alternatif çözümü belirlemeye dayalıdır. En az iki alternatifin bulunması gerekmektedir. Yöntem altı adımda incelenebilir (Yıldırım ve Demirci 2015).

Adım1: Karar matrisi oluşturulur.

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & . & . & . & d_{1r} \\ d_{21} & d_{22} & . & . & . & d_{2r} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ d_{n1} & d_{n2} & . & . & . & d_{nr} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Karar verici tarafından n tane alternatif, r tane kriterden oluşan $n \times r$ boyutlu bir karar matrisi Eşitlik (4.1)’de gösterilmiştir. D karar matrisi aynı zamanda ÇAO sonucu elde

edilen Pareto çözüm kümesi olarak ele alınabilir. Alternatifler, Pareto çözüm kümesindeki çözümleri, kriterler ise yanıt fonksiyonlarını temsil etmektedir.

Adım 2: Karar matrisi normalleştirilir.

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & z_{1r} \\ z_{21} & z_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & z_{2r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & z_{nr} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Karar matrisinin normalleştirilmesi için matriste bulunan her bir elemanın o sütuna ait kareler toplamının kareköküne bölünmesiyle elde edilir. Normalleştirilmiş matris Eşitlik

$$(4.2)'de gösterilmiştir. Her bir standartlaştırılmış karar matris elemanı $z_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2}}$$$

$i = 1, 2, \dots, n$ $j = 1, 2, \dots, r$ ile hesaplanır.

Adım 3: Ağırlıklandırma işlemi uygulanır.

$$V = \begin{bmatrix} w_1 z_{11} & \cdot & \cdot & w_r z_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_1 z_{n1} & \cdot & \cdot & w_r z_{nr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdot & \cdot & v_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ v_{n1} & \cdot & \cdot & v_{nr} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Karar verici için değerlendirme kriterlerinin önemi birbirinden farklılık gösterebilir. Bu durumda kriterler için ağırlıklandırma işlemi uygulanır. Ağırlıklandırma işlemi Eşitlik (4.3)'te gösterilmiştir. Daha önemli kriteri baz alarak TOPSIS en uygun alternatifi

seçebilir. Ağırlık değerleri w_j , $j = 1, 2, \dots, r$ olarak tanımlanır. Burada $\sum_{j=1}^r w_j = 1$ olmalıdır.

Adım 4: Pozitif ideal ve negatif ideal çözümler elde edilir.

V matrisinin her bir elemanı için, o elemana ait sütunda bulunan kriterin amacına göre pozitif ideal ve negatif ideal belirlenir. Bu durumda eğer belirlenen kriter fayda olarak tanımlanmış ise pozitif ideal çözümlerde sütunda bulunan çözümlerin en büyük değerleri, negatif ideal çözümde ise en büyük değerler yer alacaktır. Kriterler maliyet olarak tanımlanmış ise pozitif ideal çözümde sütunlarda bulunan çözümlerin en küçük değerleri, negatif ideal çözümde ise çözümlerin en büyük değerlerinden oluşacaktır.

Pozitif ideal çözüm kümesi $V^* = \{v_1^*, v_2^*, \dots, v_r^*\}$, negatif ideal çözüm kümesi $V^- = \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_r^-\}$ olarak tanımlanmıştır.

Adım 5: Uzaklık değerleri belirlenir.

V matrisindeki her bir alternatifin içerisindeki çözümlerin ait olduğu değerlendirme kriterine göre belirlenmiş Pozitif ideal ve negatif ideal çözüme olan uzaklığı hesaplanmalıdır. Bu uzaklık için öklid yaklaşımından yararlanılır. Uzaklık değerleri

$$S_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^r (v_{ij} - v_j^*)^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.4)$$

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^r (v_{ij} - v_j^-)^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

biçiminde hesaplanır. Eşitlik (4.4) pozitif ideal çözüme uzaklık, Eşitlik (4.5) negatif ideal çözüme uzaklık olarak tanımlanmıştır.

Adım 6: Görelî yakınlık katsayıları hesaplanır.

Karar matrisindeki alternatiflerin değerlendirme kriterlerine göre pozitif ideal ve negatif ideal çözümden uzaklıkları tanımlanmıştır. Buna göreli yakınlık katsayısı

$$C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^* + S_i^-} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.6)$$

biçiminde hesaplanır. Eşitlik (4.6)'da , $0 \leq C_i^* \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$ dir. Bulunan sonuç negatif ideal çözüme olan uzaklığın toplam uzaklık içindeki oranı olduğundan, negatif ideal çözümlere uzak olan alternatiflerin C_i^* değerleri 1'e yakın olacaktır. Bu durumda hesaplama sonucunda öncelikli olarak 1'e yakın alternatifler tercih edilirler.

4.2 MABAC

MABAC (Multi-Attributive Border Approximation area Comparison), Pamučar ve Čirović (2015) tarafından geliştirilen bir ÇÖKV yöntemidir Bu yöntem ile en iyi alternatif, tanımlanmış olan sınır yakınlık alanından uzaklıklarına göre belirlenmektedir. MABAC yöntemi kullanılarak karar matrisinde gerekli normalizasyon ve ağırlıklandırma işlemi gerçekleştirildikten sonra, her bir kriter için sınır yakınlık alanı

bulunur. Ağırlıklandırılması yapılmış karar matrisinin sınır yakınlık alanına uzaklığı belirlendikten sonra alternatiflerin sıralanması yapılır ve en iyi alternatif seçilir. MABAC adımları şu şekilde tanımlanmıştır (Božanić vd. 2016).

Adım 1: Karar matrisi oluşturulur.

Eşitlik (4.1)' de n tane alternatif, r tane kriterden oluşan $n \times r$ boyutlu bir karar matrisi elde edilmiştir.

Adım 2: Karar matrisi normalleştirilir.

Eşitlik (4.2)'de normalleştirilmiş değerleri içeren matrisin elemanları

$$z_{ij} = \frac{d_{ij} - d_i^-}{d_i^+ - d_i^-} \quad (4.7)$$

$$z_{ij} = \frac{d_{ij} - d_i^+}{d_i^- - d_i^+} \quad (4.8)$$

biçiminde elde edilir. Eşitlik (4.7)'de fayda cinsinden normalleştirme işlemi, Eşitlik (4.8)'de maliyet cinsinden normalleştirme işlemi hesabı yer almaktadır. Burada, $d_i^+ = \max(d_1, d_2, \dots, d_n)$ ilgili kriterdeki alternatifler arasından maksimum değer, $d_i^- = \min(d_1, d_2, \dots, d_n)$ ilgili kriterdeki alternatifler arasından minimum değerdir.

Adım 3: Ağırlıklandırma işlemi uygulanır.

$$v_{ij} = w_j (z_{ij} + 1) \quad (4.9)$$

$$V = \begin{bmatrix} w_1(z_{11} + 1) & \cdot & \cdot & w_r(z_{1r} + 1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_1(z_{n1} + 1) & \cdot & \cdot & w_r(z_{nr} + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdot & \cdot & v_{1r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ v_{n1} & \cdot & \cdot & v_{nr} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Ağırlıklandırma Eşitlik (4.9) ile elde edilmektedir. Eşitlik (4.10) ile ağırlıklandırılmış karar matrisi gösterilmiştir.

Adım 4: Sınır yakınlık alanı hesaplanır.

$$g_j = \left(\prod_{i=1}^n v_{ij} \right)^{(1/n)} \quad (4.11)$$

$$G = [g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_r] \quad (4.12)$$

Eşitlik (4.11) ile her bir kriter için sınır yakınlık alanı hesaplanmaktadır. Kriter sınır yakınlık alanlarının birleşimiyle Eşitlik (4.12)'deki vektör oluşturulmuştur.

Ağırlıklandırılmış karar matrisindeki her bir alternatiften G vektörü çıkartılarak uzaklıklar hesaplanır.

$$Q = V - G = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & \dots & q_r \\ q_1 & q_2 & \dots & q_r \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_1 & q_2 & \dots & q_r \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Uzaklıklar, Eşitlik (4.13) ile gösterilmiştir.

A_i karar matrisinde bir alternatif olmak üzere, sınır yakınlık alanında pozitif bölgede (G^+) ya da negatif bölgede (G^-) olabilir.

$$A_i = \begin{cases} G^+ & q_{ij} > 0 \\ G & q_{ij} = 0 \\ G^- & q_{ij} < 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

Eşitlik (4.14)'te uzaklık matrisi üzerinden alternatif çözümün hangi bölgede olduğu gösterilmiştir. A_i alternatifi en iyi alternatif olması için kriterlerinde mümkün olduğunca pozitif bölgede yer almalıdır (Pamučar ve Ćirović 2015).

Adım 5: Alternatifler sıralanır.

$$S_i = \sum_{j=1}^r q_{ij} \quad i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,r \quad (4.15)$$

Q matrisinde her bir satırda bulunan değerlerin toplamı ile Eşitlik (4.15) hesaplanır. Burada, her bir alternatif için skor değerleri elde edilmektedir. Skorlar arasından en yüksek skor değeri elde eden alternatif, en iyi alternatif olarak seçilmektedir.

4.3 CODAS

CODAS (Combinative Distance-based Assessment), Ghorabae vd. (2016) çalışmasıyla literatüre kazandırılmış bir ÇÖKV yöntemidir. Bu yöntem karar matrisinde bulunan alternatiflerin negatif ideal çözüm uzaklıklarıyla değerlendirme yapmaktadır. Negatif ideal çözümlerden en uzak olan alternatif en iyi alternatif olarak seçilmektedir. Uzaklık

ölçüleri için ilk olarak öklid uzaklığı kullanılmaktadır. Öklid uzaklığı ile alternatiflerin kıyaslanamadığı durumlarda Taxicab uzaklığı tercih edilmektedir.

CODAS adımları şu şekilde tanımlanabilir (Ghorabae vd. 2016).

Adım 1: Karar matrisi oluşturulur.

n tane alternatif, r tane kriterden oluşan $n \times r$ boyutlu bir karar matrisi Eşitlik (4.1)' de elde edilmiştir.

Adım 2: Karar matrisi normalleştirilir.

Eşitlik (4.2)'de bulunan normalleştirilmiş karar matrisindeki elemanlar için CODAS'ta

$$z_{ij} = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{\max_i d_{ij}} & j \in N_b \text{ ise} \\ \frac{\min_i d_{ij}}{d_{ij}} & j \in N_c \text{ ise} \end{cases} \quad (4.16)$$

Eşitlik(4.16)'daki işlemler yapılmalıdır. Burada N_b fayda, N_c ise maliyet cinsinden kriterleri temsil etmektedir.

Adım 3: Ağırlıklandırma işlemi yapılır.

Eşitlik (4.3)'teki ağırlıklandırma işlemi CODAS için de benzer şekilde uygulanmaktadır.

Adım 4: Negatif İdeal Çözüm belirlenir.

$$ns_j = \min_j v_{ij} \quad (4.17)$$

Normalleştirilme ve ağırlıklandırılma işlemi gerçekleşmiş karar matrisinde negatif ideal çözüm Eşitlik(4.17) ile gösterilmiştir. Burada, ilgili kriter için en düşük değeri veren alternatiflerden bir vektör oluşturulmaktadır.

Adım 5: Öklid ve Taxicab uzaklıkları hesaplanır.

$$E_i = \sqrt{\sum_{j=1}^r (v_{ij} - ns_j)^2} \quad (4.18)$$

$$T_i = \sum_{j=1}^r |v_{ij} - ns_j| \quad (4.19)$$

Eşitlik (4.18) ile negatif ideal çözümden uzaklığı öklid uzaklığı ile, Eşitlik (4.19)'da ise taxicab uzaklığı ile hesaplanması gösterilmiştir.

Adım 6: Görelî değerlendirme matrisi oluşturulur.

$$h_{ik} = (E_i - E_k) + (\psi(E_i - E_k) \times (T_i - T_k)) \quad (4.20)$$

Eşitlik (4.20)'de $k \in 1, 2, \dots, n$, h_{ik} $n \times n$ boyutunda bir matristir. ψ bir sınır fonksiyonudur. Bu fonksiyon

$$\psi(d) = \begin{cases} 1 & |d| \geq \tau \text{ ise} \\ 0 & |d| < \tau \text{ ise} \end{cases} \quad (4.21)$$

biçiminde tanımlıdır. τ sınır parametresi karar verici tarafından belirlenmelidir. [0.01, 0.05] aralığında olması önerilmektedir.

Adım 7: Alternatiflerin skor değerleri hesaplanır.

$$H_i = \sum_{k=1}^n h_{ik} \quad (4.22)$$

Eşitlik (4.22) ile her bir alternatif h_{ik} matrisinde satır bazında toplanarak genel skorları oluşmaktadır. En yüksek değeri elde eden alternatif en iyi alternatif olarak seçilmektedir.

5. UYGULAMA

Çalışmanın bu bölümünde, çok yanıtli deneysel veri kümesi için yanıtların doğrusal ilişkili olması durumunda yanıtların modellenmesi, model parametrelerinin tahmini ve çok yanıtli optimizasyon için mühendislik, kimya ve gıda alanından üç uygulama verisi seçilmiştir. Modelleme aşamasında EKK ve GİR yöntemleri ile parametre tahminleri elde edilmiştir. Modellerin değerlendirilmesi için metrikler Belirtme Katsayısı (Coefficient of Determination - R^2), Ortalama Mutlak Yüzde Hata (Mean Absolute Percentage Error - $MAPE$), Ortalama Hata Kare Kökü (Root Mean Square Error - $RMSE$) ve Ortalama Mutlak Hata (Mean Absolute Error - MAE) metrikleri kullanılmıştır. Bu metrikler sırasıyla

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}, \quad (5.1)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right| \times 100 \right), \quad (5.2)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}, \quad (5.3)$$

ve

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i| \quad (5.4)$$

biçimindedir. Burada, Y_i ve $\hat{Y}_i$ $i=1,2,...,n$ sırayla gözlenen ve beklenen yanıt değişkenleridir. Performans metriklerince uygun görülen parametre tahmin yöntemi ile oluşturulan modeller optimizasyon aşamasında amaç fonksiyonu olarak dikkate alınmıştır. Çok yanıtli yüzey problemi, ÇAO problemi olarak ele alınıp, NSGA-II ve MODE algoritmaları ile optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Pareto çözümler elde edilerek, çözümlerin performansları değerlendirilmiştir. Çok Ölçütlü Karar Verme yöntemleriyle uzlaşık çözümler elde edilmeye çalışılmıştır. Uygulama verilerinde

istatistiksel analizler için R programlama dili ve optimizasyon için ise MATLAB R2020b programından yararlanılmıştır.

5.1 Uygulama 1 (Mühendislik)

Bu uygulamada veriler mühendislik alanında bir çalışmadan seçilmiştir. Bu çalışmada, yanıt yüzeyi metodolojisi kullanılarak içten kanatlı bir tüpün CAO çalışması ile birlikte hesaplamalı akışkanlar dinamiği gerçekleştirilmiştir. Bu veri setinde kanat sayısı, kanat yüksekliği ve kanat kalınlığı girdi değişkenleridir. Nusselt sayısı ve Reynolds sayısı ile çarpılan sürtünme katsayısı yanıt değişkenleridir (Rout vd. 2015).

Çizelge 5.1 Mühendislik veri seti (Rout vd. 2015)

No	X ₁	X ₂	X ₃	Y ₁	Y ₂
1	-1	-1	0	7	15
2	+1	-1	0	4	11
3	-1	+1	0	18	26
4	+1	+1	0	11	18.5
5	-1	0	-1	12.6	19
6	+1	0	-1	8	14.8
7	-1	0	+1	12.6	19.7
8	+1	0	+1	8.5	15
9	0	-1	-1	6.5	13.7
10	0	1	-1	15.8	22.7
11	0	-1	1	8.45	15.7
12	0	1	1	16.6	23.8
13	0	0	0	12.2	19
14	0	0	0	12.4	18.4
15	0	0	0	12.8	18.9
16	0	0	0	12.3	18.1
17	0	0	0	12.5	18.6

Bu veri setinde girdi değişkenleri BBD (Box-Behnken Design) adı verilen deneysel tasarım yöntemi ile kodlanmıştır. Çizelge 5.1’de gösterilen veri setine ilişkin girdi değişkenlerinin gerçek değerleri Çizelge 5.2’de gösterilmiştir.

Çizelge 5.2 Girdi değişkenlerin gerçek değerleri ve kodlanmış düzeyleri

Girdi Değişkenleri	Kodlanmış Düzeyler		
	-1	0	1
X ₁ :Kanat sayısı	6	8	10
X ₂ :Kanat ağırlığı	0.0125	0.02125	0.0325
X ₃ :Kanat kalınlığı	0.02	0.4	0.6

Veri setinde iki yanıt bulunmaktadır. İstatistiksel olarak daha uygun bir analiz yapılabilmesi için ilk olarak yanıtlar arasında doğrusal ilişki olup olmadığı korelasyon katsayısı hesaplanarak kontrol edilmelidir. Pearson korelasyon katsayısı hesaplamak için öncelikle yanıtların normal dağılım varsayımı incelenmelidir. Buna ilişkin hipotez aşağıdaki gibi kurulabilir.

H₀:Yanıt değişkenlerine ilişkin gözlem değerleri Normal dağılımlıdır.

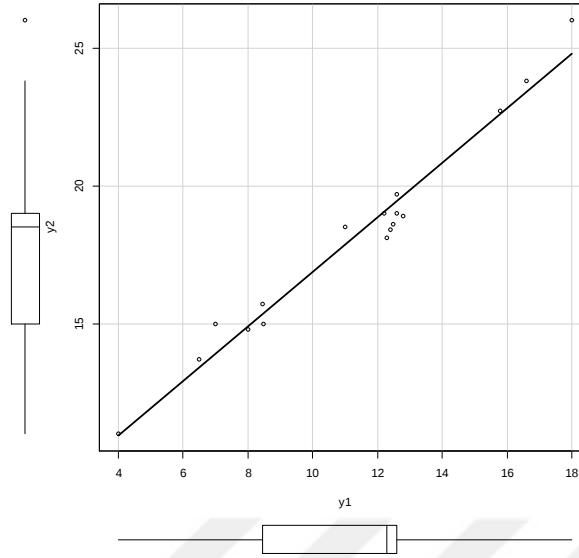
H_s:Yanıt değişkenlerine ilişkin gözlem değerleri Normal dağılımlı değildir.

Hipoteze ilişkin test istatistiği sonucu Çizelge 5.3'te verilmiştir. Burada, anlamlılık düzeyi 0.05 olarak kabul edilmiştir. p değerine göre ($p \geq 0.05$) H₀ hipotezi red edilemez. Buna göre, Y₁ ve Y₂ yanıt değişkenlerine ilişkin gözlem değerleri Normal dağılım göstermektedir.

Çizelge 5.3 Mühendislik veri seti yanıt değişkenleri Shapiro Wilk normallik testi

Yanıt Değişkenleri	p-value
Y ₁	0.5225
Y ₂	0.5733

Pearson korelasyon katsayısı hesaplanarak yanıtlar arasındaki ilişkinin miktarı ve yönü elde edilebilir. Yanıtlar arasındaki korelasyon 0.985 olarak hesaplanmıştır. Bu korelasyon %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Yanıt değişkenlerine ilişkin verilerin saçılım grafiği Şekil 5.1'deki gibidir.



Şekil 5.1 Mühendislik veri seti Y_1 ve Y_2 saçılım grafiği

Şekil 5.1 incelendiğinde, Y_1 değişkeni minimum 4 maksimum 17 arasında değişim göstermekte ve ortancasının 12'ye yakın bir değer olduğu görülmektedir. Y_2 değişkeni incelendiğinde ise minimum 11 maksimum 26 değerleri arasında değişim göstermekte ve ortancasının 18'e yakın bir sayı olduğu görülmektedir. Y_2 yanıtında aykırı değer görülmektedir. Saçılım grafiği incelendiğinde Y_1 ve Y_2 değişkenleri arasında pozitif yönlü doğrusal bir ilişkiden söz edilebilir.

Çizelge 5.4 ve Çizelge 5.5 incelendiğinde, modellerin %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir.

Çizelge 5.4 Mühendislik veri seti EKK Y_1 ANOVA tablosu

Y_1	sd	EKK			
		K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	223.95	24.88	159.23	0.000
Artıklar	7	1.09	0.16		
Toplam	16	225.04			

Çizelge 5.5 Mühendislik veri seti EKK Y_2 ANOVA tablosu

Y_2		EKK			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	224.78	24.98	78.22	0.000
Artıklar	7	2.24	0.32		
Toplam	16	227.02			

GİR yöntemi ile modellenebilmesi için varyans kovaryans tahminine ihtiyaç duyulmaktadır. EKK yöntemi ile elde edilen tahmini modellerin artıklarına ilişkin varyans-kovaryans matrisi GİR yöntemi için tahmini varyans-kovaryans matrisi, $\hat{\Sigma}$,

olarak ele alınmıştır. $\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.0643 & 0.0722 \\ 0.0722 & 0.1315 \end{bmatrix}$ biçimindedir.

Çizelge 5.6 ve

Çizelge 5.7 incelendiğinde, GİR modellerinin %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir.

Çizelge 5.6 Mühendislik veri seti GİR Y_1 ANOVA tablosu

Y_1		GİR			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	223.95	24.88	159.23	0.000
Artıklar	7	1.09	0.16		
Toplam	16	225.04			

Çizelge 5.7 Mühendislik veri seti GİR Y_2 ANOVA tablosu

Y_2		GİR			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	224.78	24.98	78.22	0.000
Artıklar	7	2.24	0.32		
Toplam	16	227.02			

Çizelge 5.8’de ve Çizelge 5.9’da $\hat{Y}_1$ yanıtı için sırasıyla EKK ve GİR parametre tahminleri bulunmaktadır. İki yöntemin tahmin modelleri arasında bir farklılık gözlenmemiştir. Standart hataların GİR yöntemi elde edilen parametrelerde daha düşük olduğu görülmüştür.

Çizelge 5.8 Mühendislik verisi Y_1 için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	EKK		
	Parametre Tahminleri	(p value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	12.440	(0.0000)	0.177
$\hat{\beta}_1$	-2.338	(0.0000)	0.140
$\hat{\beta}_2$	4.431	(0.0000)	0.140
$\hat{\beta}_3$	0.406	(0.0228)	0.140
$\hat{\beta}_4$	-1.926	(0.0000)	0.193
$\hat{\beta}_5$	-0.514	(0.0322)	0.193
$\hat{\beta}_6$	-0.089	(0.6590)	0.193
$\hat{\beta}_7$	-1.000	(0.0015)	0.198
$\hat{\beta}_8$	0.125	(0.5472)	0.198
$\hat{\beta}_9$	-0.288	(0.1891)	0.198

$$\hat{Y}_1^{EKK} = 12.440 - 2.338X_1 + 4.431X_2 + 0.406X_3 - 1.926X_1^2 - 0.514X_2^2 - 1.000X_1X_2 \quad (5.5)$$

Çizelge 5.9 Mühendislik verisi Y_1 için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	GİR		
	Parametre Tahminleri	(p value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	12.440	(0.0000)	0.113
$\hat{\beta}_1$	-2.338	(0.0000)	0.090
$\hat{\beta}_2$	4.431	(0.0000)	0.090
$\hat{\beta}_3$	0.406	(0.0027)	0.090
$\hat{\beta}_4$	-1.926	(0.0000)	0.124
$\hat{\beta}_5$	-0.514	(0.0043)	0.124
$\hat{\beta}_6$	-0.089	(0.4966)	0.124
$\hat{\beta}_7$	-1.000	(0.0000)	0.127
$\hat{\beta}_8$	0.125	(0.3572)	0.127
$\hat{\beta}_9$	-0.288	(0.0578)	0.127

Elde edilen tahmini regresyon modeli

$$\hat{Y}_1^{GIR} = 12.440 - 2.338X_1 + 4.431X_2 + 0.406X_3 - 1.926X_1^2 - 0.514X_2^2 - 1.000X_1X_2 \quad (5.6)$$

biçimindedir.

Çizelge 5.10'da ve Çizelge 5.11'de $\hat{Y}_2$ yanıtı için sırasıyla EKK ve GİR parametre tahmin modelleri bulunmaktadır. Oluşturulan modellerde GİR yönteminin tahmin modelinde daha fazla değişken anlamlı bulunmuştur. Standart hatalar bakımından GİR yöntemi EKK'ya göre daha düşük standart hatalara sahiptir. Bu durumun istatistiksel olarak daha avantajlı olduğu bilinmektedir.

Çizelge 5.10 Mühendislik verisi Y_2 için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	EKK		
	Parametre Tahminleri	(p value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	18.600	(0.0000)	0.253
$\hat{\beta}_1$	-2.550	(0.0000)	0.200
$\hat{\beta}_2$	4.450	(0.0000)	0.200
$\hat{\beta}_3$	0.500	(0.0408)	0.200
$\hat{\beta}_4$	-1.413	(0.0014)	0.275
$\hat{\beta}_5$	0.438	(0.1561)	0.275
$\hat{\beta}_6$	-0.063	(0.8269)	0.275
$\hat{\beta}_7$	-0.875	(0.0174)	0.283
$\hat{\beta}_8$	-0.125	(0.6715)	0.283
$\hat{\beta}_9$	-0.225	(0.4520)	0.283

$$\hat{Y}_2^{EKK} = 18.600 - 2.550X_1 + 4.450X_2 + 0.500X_3 - 1.413X_1^2 - 0.875X_1X_2 \quad (5.7)$$

Çizelge 5.11 Mühendislik verisi Y_2 için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

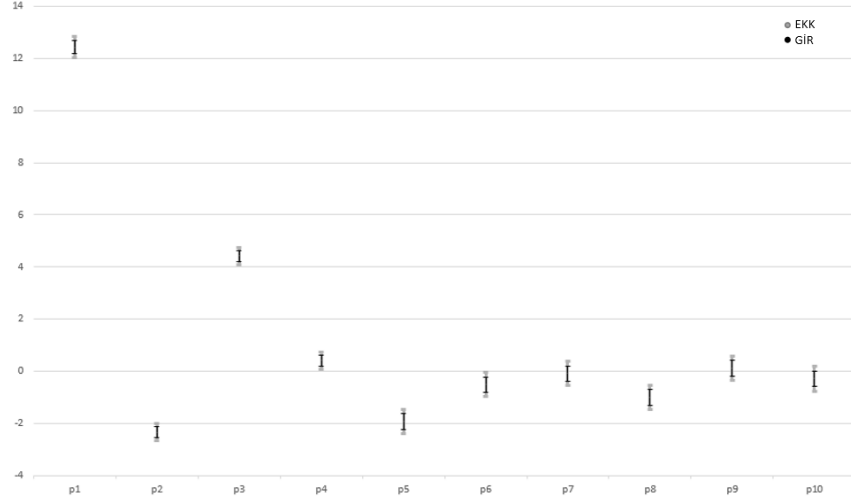
Parametre	GİR		
	Parametre Tahminleri	(p value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	18.600	(0.0000)	0.162
$\hat{\beta}_1$	-2.550	(0.0000)	0.128
$\hat{\beta}_2$	4.450	(0.0000)	0.128
$\hat{\beta}_3$	0.500	(0.0059)	0.128
$\hat{\beta}_4$	-1.413	(0.0001)	0.177
$\hat{\beta}_5$	0.438	(0.0425)	0.177
$\hat{\beta}_6$	-0.063	(0.7345)	0.177
$\hat{\beta}_7$	-0.875	(0.0019)	0.181
$\hat{\beta}_8$	-0.125	(0.5130)	0.181
$\hat{\beta}_9$	-0.225	(0.2546)	0.181

$$\hat{Y}_2^{GIR} = 18.600 - 2.550X_1 + 4.450X_2 + 0.500X_3 - 1.413X_1^2 + 0.438X_2^2 - 0.875X_1X_2 \quad (5.8)$$

Çizelge 5.12’de $\hat{Y}_1$ yanıtında bulunan parametre tahminleri için güven aralıkları ve bu güven aralıklarının uzunlukları hesaplanmıştır. Burada, GİR ile elde edilen parametrelerin güven aralık uzunluklarının EKK’dan daha kısa olduğu gösterilmek istenmiştir. Şekil 5.2’de görsel olarak güven aralık uzunlukları incelenirse siyah olarak gösterilen GİR, gri ile gösterilen EKK’dan daha kısa olduğu görülmektedir. Bu durumda parametre tahminlerinde güven aralık uzunlukları daha kısa olan GİR tahminlerinin daha güvenilir olduğu söylenebilir.

Çizelge 5.12 Mühendislik verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları

$\hat{Y}_1$ Parametre	EKK			GİR		
	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu
$\hat{\beta}_0$	12.440	[12.02 , 12.86]	(0.84)	12.440	[12.17 , 12.71]	(0.53)
$\hat{\beta}_1$	-2.338	[-2.67, -2.01]	(0.66)	-2.338	[-2.55, -2.13]	(0.43)
$\hat{\beta}_2$	4.431	[4.10, 4.76]	(0.66)	4.431	[4.22, 4.64]	(0.43)
$\hat{\beta}_3$	0.406	[0.07, 0.74]	(0.66)	0.406	[0.19, 0.62]	(0.43)
$\hat{\beta}_4$	-1.926	[-2.38, -1.47]	(0.91)	-1.926	[-2.22, -1.63]	(0.59)
$\hat{\beta}_5$	-0.514	[-0.97, -0.06]	(0.91)	-0.514	[-0.81, -0.22]	(0.59)
$\hat{\beta}_6$	-0.089	[-0.55, 0.37]	(0.91)	-0.089	[-0.38, 0.20]	(0.59)
$\hat{\beta}_7$	-1.000	[-1.47, -0.53]	(0.94)	-1.000	[-1.30, 0.70]	(0.60)
$\hat{\beta}_8$	0.125	[-0.34, 0.59]	(0.94)	0.125	[-0.18, 0.43]	(0.60)
$\hat{\beta}_9$	-0.288	[-0.76, 0.18]	(0.94)	-0.288	[-0.59, 0.01]	(0.60)

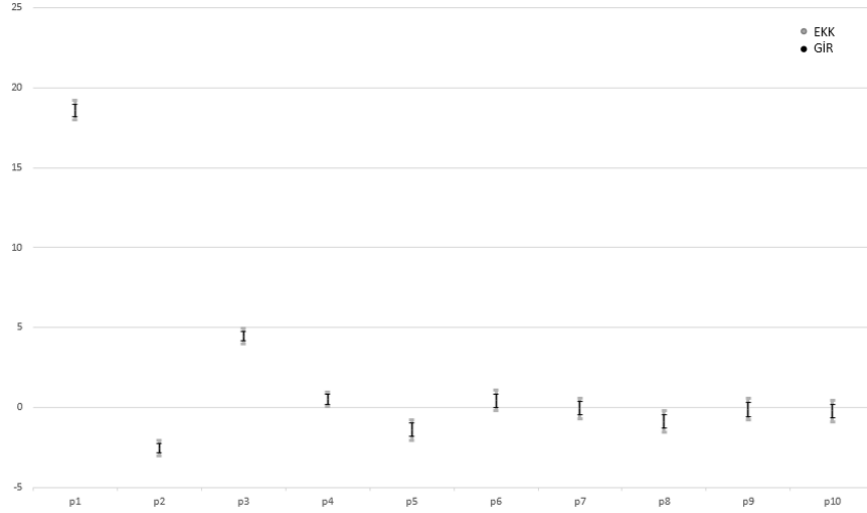


Şekil 5.2 Mühendislik verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları

Çizelge 5.13'te $\hat{Y}_2$ yanıtı için parametre tahminlerinde güven aralıkları ve aralık uzunlukları hesaplatılmıştır. Benzer olarak Şekil 5.3'te görsel olarak aralık uzunlukları gösterilmek istenmiştir. Siyah ile gösterilen GİR, gri ile gösterilen EKK'dan güven aralık uzunlukları daha kısa olduğu bu durum da parametre tahmininde daha kısa güven aralıkları ile tahmin edildiğinden dolayı GİR yöntemini öne çıkarmaktadır.

Çizelge 5.13 Mühendislik verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları

$\hat{Y}_2$ Parametre	EKK			GİR		
	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu
$\hat{\beta}_0$	18.600	[18.00 , 19.20]	(1.20)	18.600	[18.22 , 18.98]	(0.77)
$\hat{\beta}_1$	-2.550	[-3.02, -2.08]	(0.95)	-2.550	[-2.85, -2.25]	(0.61)
$\hat{\beta}_2$	4.450	[3.98, 4.92]	(0.95)	4.450	[4.15, 4.75]	(0.61)
$\hat{\beta}_3$	0.500	[0.03, 0.97]	(0.95)	0.500	[0.20, 0.80]	(0.61)
$\hat{\beta}_4$	-1.413	[-2.06, -0.76]	(1.30)	-1.413	[-1.83, -0.99]	(0.84)
$\hat{\beta}_5$	0.438	[-0.21, 1.09]	(1.30)	0.438	[0.02, 0.86]	(0.84)
$\hat{\beta}_6$	-0.063	[-0.71, 0.59]	(1.30)	-0.063	[-0.48, 0.36]	(0.84)
$\hat{\beta}_7$	-0.875	[-1.54, -0.21]	(1.34)	-0.875	[-1.30, -0.45]	(0.86)
$\hat{\beta}_8$	-0.125	[-0.79, 0.54]	(1.34)	-0.125	[-0.55, 0.30]	(0.86)
$\hat{\beta}_9$	-0.225	[-0.89, 0.44]	(1.34)	-0.225	[-0.65, 0.20]	(0.86)



Şekil 5.3 Mühendislik verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları

Çizelge 5.14’te tahmini yanıtlar iki yöntem için performans metriklerince incelendiğinde $\hat{Y}_1$ tahmin modelinde iki yöntem için farklılık görülmemiştir. Fakat $\hat{Y}_2$ tahmin modelinde, parametre tahminlerinin açıklanabilirliğinin göstergesi bir metrik olan R^2 ’de GİR yönteminin EKK’dan daha yüksek sonuç elde etmiştir. Hataların metriği olan diğer metriklerde GİR yönteminin EKK’dan daha düşük olması sebebiyle GİR yönteminin daha iyi sonuçlar elde ettiği söylenebilir.

Çizelge 5.14 Mühendislik verisi yanıt değişkenleri için EKK ve GİR yönteminin performans metrikleri karşılaştırması

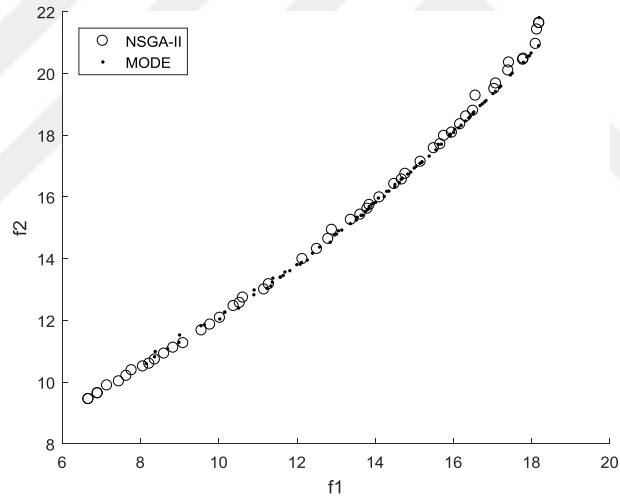
Tahmini Modeller	$\hat{Y}_1$				$\hat{Y}_2$			
Performans Metrikleri	R^2	$MAPE$	$RMSE$	MAE	R^2	$MAPE$	$RMSE$	MAE
EKK	0.9931	2.5725	0.3020	0.2391	0.9291	3.9415	0.9730	0.6749
GİR	0.9931	2.5725	0.3020	0.2391	0.9889	1.9986	0.3859	0.3382

Model tahminleri iki yanıt için elde edildikten sonra deneysel çalışmada $\hat{Y}_1$ yanıtının maksimum $\hat{Y}_2$ yanıtının ise minimum yapılması amaçlanmıştır. Bu nedenle tahmin modellerinin optimizasyonu için çok amaçlı metasezgisel optimizasyon yöntemlerinden olan NSGA-II ve MODE uygulanması kararlaştırılmıştır. GİR yöntemi ile daha iyi

sonuçlar elde ettiğinden optimizasyondaki amaç fonksiyonları için GİR modelleri kullanılacaktır. Her bir yanıt bir amaç fonksiyonu gibi düşünülerek çok yanıtlı optimizasyon problemi

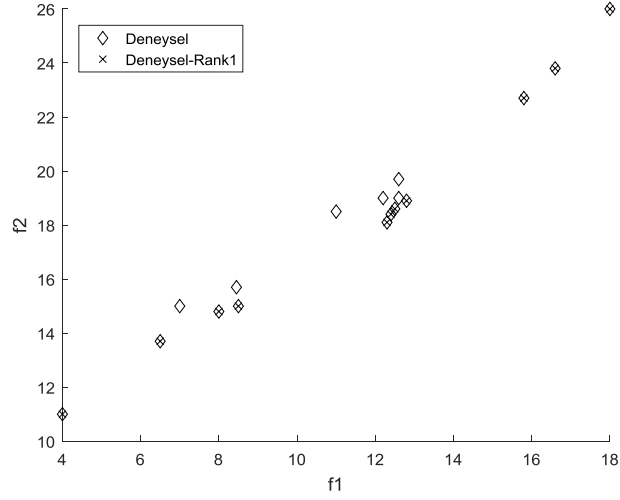
$$\begin{aligned} \max f_1 &= \hat{Y}_1^{GIR}(\mathbf{X}) \\ \min f_2 &= \hat{Y}_2^{GIR}(\mathbf{X}) \\ -1 &\leq \mathbf{X} \leq 1 \end{aligned}$$

biçiminde ÇAO olarak yazılabilir. ÇAO probleminin NSGA-II ve MODE ile elde edilen Pareto zm kümesi EK 1’de verilmiştir. şekil 5.4’te Pareto zm kümesi görülmektedir.



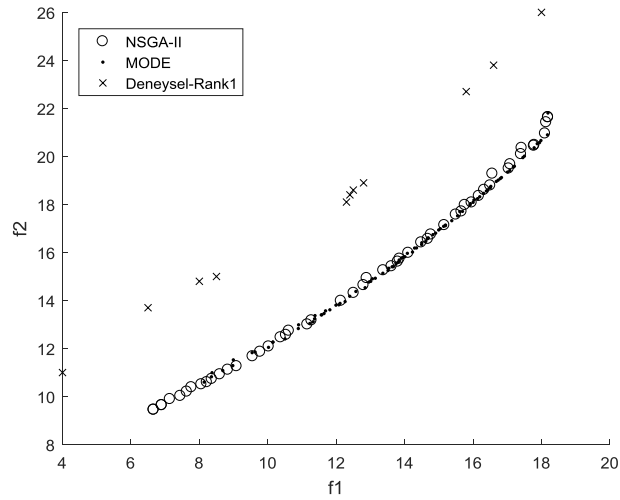
şekil 5.4 Mühendislik verisi NSGA-II ve MODE Pareto grafiği

Çizelge 5.1’de tanımlı gözlenen yanıt değerleri gerçek Pareto zm kümesi olarak değerlendirilmiştir. şekil 5.5’te gözlenen yanıt değerleri gösterilmiştir. Burada, Rank 1 olarak belirtilen gözlemler, diğer gözlemlere baskın olanlardır. Analizlerde Rank 1 olan gözlem değerleri gerçek Pareto zm kümesi olarak kullanılmıştır. Deneysel olarak isimlendirilmiştir.



Şekil 5.5 Mühendislik verisi deneysel çözümler

Şekil 5.6’da gözlemlenmiş yanıtların baskın çözümleri ile NSGA-II ve MODE Pareto çözümleri yer almaktadır. NSGA-II ve MODE çözümleri gözlemlenmiş yanıtlardan birinci yanıt için daha yüksek değerler elde ederken, ikinci yanıt için daha minimum değerler elde edebilen çözümler barındırmaktadır.



Şekil 5.6 Mühendislik verisi NSGA-II, MODE ve Deneysel-Rank1 Pareto grafiği

NSGA-II ve MODE Pareto çözümlerine ilişkin performans metrikleri hesaplanarak, 100 yinleme sonucunda elde edilen istatistiklere Çizelge 5.15’te yer verilmiştir. Çizelge 5.15’e göre, nesilsel mesafe metriğine göre daha düşük değer olan MODE gerçek Pareto optimale daha yakın olduğu söylenebilir. Benzer şekilde Aralık metriğinde de MODE

çözümleri daha düşük değer aldığından çözümler arasındaki dağılım daha iyidir. Yayılım metriğinde NSGA-II yöntemi iyi görülmektedir.

Çizelge 5.15 Mühendislik verisi 100 kez çalıştırılmış performans metrikleri istatistikleri

	NSGA-II					MODE				
	Ort.	Std.	Min.	Maks.	Med.	Ort.	Std.	Min.	Maks.	Med.
N.Mesafe	3.2504	0.0364	3.1642	3.3431	3.2456	3.2486	0.0225	3.1916	3.3038	3.2470
Aralık	0.1487	0.0245	0.0909	0.2150	0.1469	0.0811	0.0488	0.0277	0.2308	0.0522
Yayılım	0.6652	0.0643	0.5069	0.8400	0.6631	0.7948	0.0863	0.5950	1.0000	0.7880

MODE çözümleri NSGA-II'den daha iyi sonuçlar verdiği için MODE çözümleri içerisinde uzlaşık çözüm seçilir. Uzlaşık çözümler seçilebilmesi için TOPSIS, MABAC ve CODAS yöntemleri kullanılmıştır. Bu amaçla, her iki yanıt ayrı ayrı değerlendirilerek pozitif ideal ve negatif ideal çözüm noktaları elde edilmiştir. $\hat{Y}_1$ 'in maksimum $\hat{Y}_2$ 'nin minimum değeri için pozitif ideal çözüm $V^+ = [18.20 \ 9.25]$, negatif ideal çözüm $V^- = [3 \ 8 \ 2 \ 2]$ olarak belirlenmiştir. Bu değerler kullanılarak, TOPSIS, MABAC ve CODAS ile uzlaşık çözümler elde edilmiştir. Elde edilen uzlaşık çözümlere Çizelge 5.16'da yer verilmiştir.

Çizelge 5.16 MODE uzlaşık çözümler

Yöntem	No	X			$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$
TOPSIS	4	1	1	1	18.175	20.900
MABAC	38	1	0.304	-0.559	14.229	16.018
CODAS	1	1	0.527	0.290	18.188	21.810

Çizelge 5.16'dan, yanıtların birlikte değerlendirilmesi dikkate alındığında olası uzlaşık çözümün TOPSIS yöntemi ile elde edilen uzlaşık çözüm olarak değerlendirilmesi uygun olabilir. TOPSIS yönteminin, üç karar verme yöntemi arasında pozitif ideale yakın negatif idealden uzak çözüm elde etme bakımından daha uygun yöntem olduğu söylenebilir. Deney koşulları TOPSIS yönteminden seçilen girdi değişkenlerinden

oluşturulduğunda, deneysel çalışmada $\hat{Y}_1$ için $\hat{Y}_2$ 'ye göre daha iyi sonuçlar elde edilebildiği gözlenmiştir.

5.2 Uygulama 2 (Kimya)

Modelleme ve optimizasyon uygulamaları için ikinci veri kimya alanından seçilmiştir. Veri setinde girdi değişkenleri sıcaklık(K), basınç(MPa) ve yardımcı çözücü(%) olarak üç tane olduğu görülmüştür. Bağımlı değişkenler ise karotenoidlerin ekstraksiyon verimi ve klorofillerin ekstraksiyon verimi olarak tanımlanmıştır. 15 gözlem mevcuttur (Lu vd. 2014).

Çizelge 5.17 Kimya veri seti (Lu vd. 2014)

No	X ₁	X ₂	X ₃	Y ₁	Y ₂
1	+1	+1	0	0.206	2.122
2	0	-1	+1	0.107	1.888
3	-1	0	-1	0.138	1.519
4	0	-1	-1	0.159	1.750
5	-1	+1	0	0.123	1.468
6	0	+1	+1	0.196	2.473
7	+1	-1	0	0.185	1.612
8	+1	0	-1	0.167	1.956
9	0	0	0	0.244	2.113
10	0	0	0	0.238	1.987
11	-1	-1	0	0.058	1.348
12	-1	0	+1	0.014	1.485
13	+1	0	+1	0.098	2.286
14	0	+1	-1	0.251	1.992
15	0	0	0	0.226	2.031

Çizelge 5.17'de Kimya veri seti yer almaktadır. Bu veri setinde girdi değişkenleri BBD (Box-Behnken Design) ile kodlanmıştır. Çizelge 5.18'de girdi değişkenlerinin kodlanmış düzeylere karşılık gelen gerçek değerleri gösterilmiştir.

Çizelge 5.18 Kimya verisi girdi değişkenler ve kodlanmış düzeyleri

Girdi Değişkenleri	Kodlanmış Düzeyler		
	-1	0	1
X ₁ : Sıcaklık(K)	303	318	333
X ₂ : Basınç	5	11	17
X ₃ : Yardımcı çözücü(%)	2	4	6

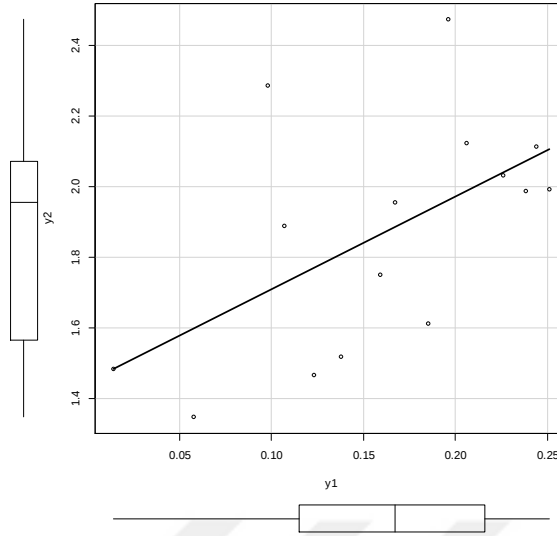
Yanıtlar arasında ilişki kontrolü yapılabilmesi için yanıtların normalliğinin incelenmesi gerekmektedir. Birinci uygulamada kurulan hipotez Shapiro-Wilk normallik testi ile incelenmiştir.

Çizelge 5.19’da göre anlamlılık düzeyi 0.05 kabul edildiğinde, her iki yanıt için ($p > 0.05$) sağlandığından Shapiro-Wilk testi iki yanıt için de hipotezler reddedilemez. Bu durumda iki yanıt Normal dağılım göstermektedir.

Çizelge 5.19 Kimya verisi yanıt değişkenleri Shapiro-Wilk Testi

Yanıt Değişkenleri	p-value
Y ₁	0.5564
Y ₂	0.6780

Şekil 5.7’de Y₁ yanıtı için, minimum 0.014, maksimum 0.251, ortanca değerinin ise yaklaşık 0.17 değeri olduğu söylenilebilir. Y₂ yanıtı için, minimum 1.348, maksimum 2.473, ortanca değerinin de yaklaşık 2 değeri olduğu görülmektedir.



Şekil 5.7 Kimya verisi yanıtların saçılım grafiği

İki yanıt arasındaki korelasyon Pearson Korelasyon Katsayısı ile hesaplanmıştır. Korelasyon 0.566 bulunmuştur. Bu korelasyon değeri 0.95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmüştür.

Yanıtlar arasında ilişki görüldüğü için GİR ile model tahmini yapılması EKK ile model tahmini yapılmasından daha etkili olacağı düşünülmüştür. Bu yüzden EKK ve GİR ile model tahminleri yapılmıştır.

Çizelge 5.20 ve Çizelge 5.21 incelendiğinde EKK ile elde edilen modellerin, $p < 0.05$ olduğundan %95 güven düzeyinde anlamlı olduğu görülmüştür.

Çizelge 5.20 Kimya verisi Y_1 ile elde edilen EKK modeli ANOVA tablosu

Y_1		EKK			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	0.067	0.007	10.91	0.009
Artıklar	5	0.003	0.001		
Toplam	14	0.070			

Çizelge 5.21 Kimya verisi Y_2 ile elde edilen EKK modeli ANOVA tablosu

Y_2		EKK			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	1.469	0.163	21.01	0.002
Artıklar	5	0.039	0.008		
Toplam	14	1.508			

GİR ile model tahmini yapılabilmesi için varyans-kovaryans matrisi tahmini ($\hat{\Sigma}$) EKK yanıt tahminlerinin artıklarından hesaplanmıştır. $\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.0002 & 0.0002 \\ 0.0002 & 0.0026 \end{bmatrix}$ biçimindedir.

Çizelge 5.22 ve

Çizelge 5.23'te GİR yöntemi ile elde edilen modellerin %95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmüştür.

Çizelge 5.22 Kimya verisi Y_1 ile elde edilen GİR modeli ANOVA tablosu

Y_1		GİR			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	0.067	0.007	10.91	0.009
Artıklar	5	0.003	0.001		
Toplam	14	0.070			

Çizelge 5.23 Kimya verisi Y_2 ile elde edilen GİR modeli ANOVA tablosu

Y_2		GİR			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	1.469	0.163	21.01	0.002
Artıklar	5	0.039	0.008		
Toplam	14	1.508			

Çizelge 5.24'te ve Çizelge 5.25'te birinci yanıt için sırasıyla EKK ve GİR model tahminleri bulunmaktadır. İki yöntem ile elde edilen model tahminlerinin aynı değişkenler tarafından oluşturduğu görülmektedir.

Çizelge 5.24 Kimya verisi $\hat{Y}_1$ için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	EKK		
	Parametre Tahminleri	(p value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	0.236	(0.0000)	0.015
$\hat{\beta}_1$	0.040	(0.0072)	0.009
$\hat{\beta}_2$	0.033	(0.0152)	0.009
$\hat{\beta}_3$	-0.038	(0.0100)	0.009
$\hat{\beta}_4$	-0.084	(0.0017)	0.014
$\hat{\beta}_5$	-0.010	(0.5149)	0.014
$\hat{\beta}_6$	-0.048	(0.0163)	0.014
$\hat{\beta}_7$	-0.011	(0.4371)	0.013
$\hat{\beta}_8$	0.014	(0.3397)	0.013
$\hat{\beta}_9$	-0.001	(0.9564)	0.013

Elde edilen tahmini regresyon modeli

$$\hat{Y}_1^{EKK} = 0.236 + 0.040X_1 + 0.033X_2 - 0.038X_3 - 0.084X_1^2 - 0.048X_3^2 \quad (5.9)$$

biçimindedir.

Çizelge 5.25 Kimya verisi $\hat{Y}_1$ için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	GİR		
	Parametre Tahminleri	(p value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	0.236	(0.0000)	0.009
$\hat{\beta}_1$	0.040	(0.0006)	0.005
$\hat{\beta}_2$	0.033	(0.0015)	0.005
$\hat{\beta}_3$	-0.038	(0.0009)	0.005
$\hat{\beta}_4$	-0.084	(0.0001)	0.008

$\hat{\beta}_5$	-0.010	(0.2793)	0.008
$\hat{\beta}_6$	-0.048	(0.0016)	0.008
$\hat{\beta}_7$	-0.011	(0.2039)	0.008
$\hat{\beta}_8$	0.014	(0.1272)	0.008
$\hat{\beta}_9$	-0.001	(0.9250)	0.008

$$\hat{Y}_1^{GIR} = 0.236 + 0.040X_1 + 0.033X_2 - 0.038X_3 - 0.084X_1^2 - 0.048X_3^2 \quad (5.10)$$

biçimindedir.

Çizelge 5.26’da ve Çizelge 5.27’de ikinci yanıt için oluşturulan sırasıyla EKK ve GİR parametre tahminlerinde, standart hataların GİR tahminlerinde daha düşük olduğu görülmektedir. Standart hataların düşük olması istatistiksel olarak tahmini modelde açıklayıcı değişkenin seçiminde avantaj olacağı bilinmektedir. İkinci yanıt için yanıtların doğrusal ilişkili olmasını dikkate alan GİR yöntemi ile EKK yöntemine göre daha fazla açıklayıcı değişken ile tahmini model oluşturulmuştur.

Çizelge 5.26 Kimya verisi $\hat{Y}_2$ için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	EKK		
	Parametre Tahminleri	(p value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	2.044	(0.0000)	0.051
$\hat{\beta}_1$	0.270	(0.0003)	0.031
$\hat{\beta}_2$	0.182	(0.0020)	0.031
$\hat{\beta}_3$	0.114	(0.0145)	0.031
$\hat{\beta}_4$	-0.310	(0.0011)	0.046
$\hat{\beta}_5$	-0.096	(0.0908)	0.046
$\hat{\beta}_6$	0.078	(0.1497)	0.046
$\hat{\beta}_7$	0.098	(0.0779)	0.044
$\hat{\beta}_8$	0.091	(0.0939)	0.044
$\hat{\beta}_9$	0.086	(0.1094)	0.044

$$\hat{Y}_2^{EKK} = 2.044 + 0.270X_1 + 0.182X_2 + 0.114X_3 - 0.310X_1^2 \quad (5.11)$$

Çizelge 5.27 Kimya verisi $\hat{Y}_2$ için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	GİR		
	Parametre Tahminleri	(<i>p</i> value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	2.044	(0.0000)	0.029
$\hat{\beta}_1$	0.270	(0.0000)	0.018
$\hat{\beta}_2$	0.182	(0.0002)	0.018
$\hat{\beta}_3$	0.114	(0.0014)	0.018
$\hat{\beta}_4$	-0.310	(0.0001)	0.026
$\hat{\beta}_5$	-0.096	(0.0152)	0.026
$\hat{\beta}_6$	0.078	(0.0320)	0.026
$\hat{\beta}_7$	0.098	(0.0122)	0.025
$\hat{\beta}_8$	0.091	(0.0160)	0.025
$\hat{\beta}_9$	0.086	(0.0199)	0.025

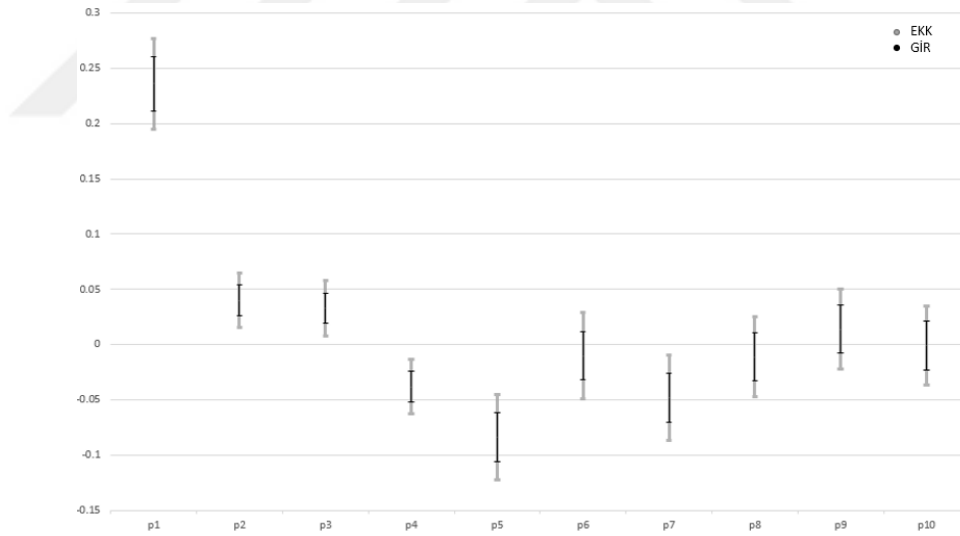
$$\hat{Y}_2^{GIR} = 2.044 + 0.270X_1 + 0.182X_2 + 0.114X_3 - 0.310X_1^2 - 0.096X_2^2 + 0.078X_3^2 + 0.098X_1X_2 + 0.091X_1X_3 + 0.086X_2X_3 \quad (5.12)$$

biçimindedir.

Çizelge 5.28’de güven aralıkları ve aralık uzunlukları hesaplanmıştır. $\hat{Y}_1$ yanıtında GİR ile elde edilen parametrelerin güven aralıklarının daha dar aralıkta olduğu görülmektedir. Şekil 5.8’de siyah olan GİR aralık uzunlukları gri olan EKK uzunluklarından kısa olduğu gösterilmek istenmiştir. Aralık tahmini açısından GİR yönteminin avantajlı olduğu söylenilebilir.

Çizelge 5.28 Kimya verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları

$\hat{Y}_1$ Parametre	EKK			GİR		
	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu
$\hat{\beta}_0$	0.236	[0.19 , 0.28]	(0.08)	0.236	[0.21 , 0.26]	(0.05)
$\hat{\beta}_1$	0.040	[0.02, 0.06]	(0.05)	0.040	[0.03, 0.05]	(0.03)
$\hat{\beta}_2$	0.033	[0.01, 0.06]	(0.05)	0.033	[0.02, 0.05]	(0.03)
$\hat{\beta}_3$	-0.038	[-0.06, -0.01]	(0.05)	-0.038	[-0.05, -0.02]	(0.03)
$\hat{\beta}_4$	-0.084	[-0.12, -0.05]	(0.08)	-0.084	[-0.11, -0.06]	(0.04)
$\hat{\beta}_5$	-0.010	[-0.05, 0.03]	(0.08)	-0.010	[-0.03, 0.01]	(0.04)
$\hat{\beta}_6$	-0.048	[-0.09, -0.01]	(0.08)	-0.048	[-0.07, -0.03]	(0.04)
$\hat{\beta}_7$	-0.011	[-0.05, 0.02]	(0.07)	-0.011	[-0.03, 0.01]	(0.04)
$\hat{\beta}_8$	0.014	[-0.02, 0.05]	(0.07)	0.014	[-0.01, 0.04]	(0.04)
$\hat{\beta}_9$	-0.001	[-0.04, 0.03]	(0.07)	-0.001	[-0.02, 0.02]	(0.04)

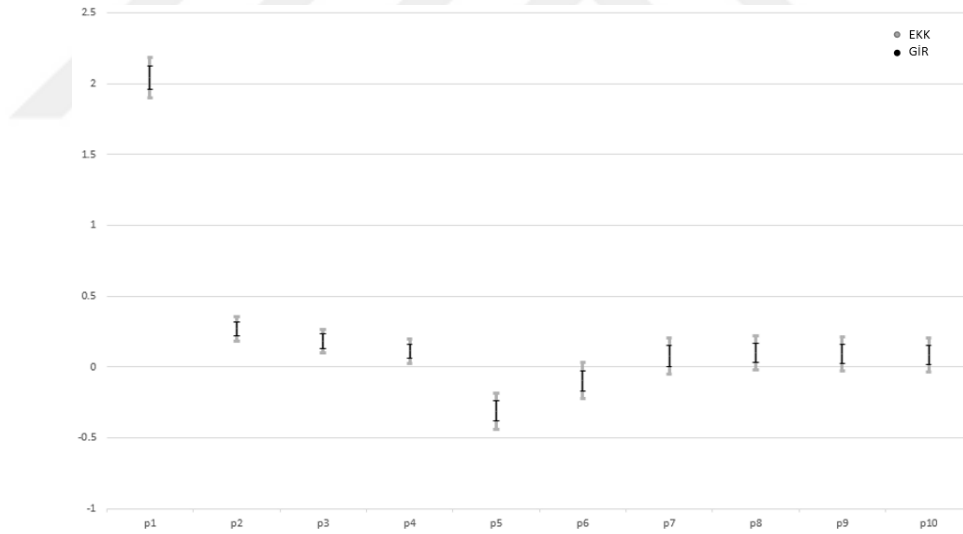


Şekil 5.8 Kimya verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları

Çizelge 5.29'da $\hat{Y}_2$ yanıtında benzer şekilde GİR ile elde edilen parametrelerin güven aralık daha dar olduğu görülmektedir. Şekil 5.9'da aralık uzunlukları açısından siyah olan GİR aralık uzunluklarının daha kısa olduğu belirtilmiştir.

Çizelge 5.29 Kimya verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları

$\hat{Y}_2$ Parametre	EKK			GİR		
	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu
$\hat{\beta}_0$	2.044	[1.90 , 2.18]	(0.28)	2.044	[1.96 , 2.12]	(0.16)
$\hat{\beta}_1$	0.270	[0.18, 0.36]	(0.17)	0.270	[0.22, 0.32]	(0.10)
$\hat{\beta}_2$	0.182	[0.10, 0.27]	(0.17)	0.182	[0.13, 0.23]	(0.10)
$\hat{\beta}_3$	0.114	[0.03, 0.20]	(0.17)	0.114	[0.06, 0.16]	(0.10)
$\hat{\beta}_4$	-0.310	[-0.44, -0.18]	(0.25)	-0.310	[-0.38, -0.24]	(0.14)
$\hat{\beta}_5$	-0.096	[-0.22, 0.03]	(0.25)	-0.096	[-0.17, 0.02]	(0.14)
$\hat{\beta}_6$	0.078	[-0.05, 0.20]	(0.25)	0.078	[0.01, 0.15]	(0.14)
$\hat{\beta}_7$	0.098	[-0.02, 0.22]	(0.24)	0.098	[0.03, 0.17]	(0.14)
$\hat{\beta}_8$	0.091	[-0.03, 0.21]	(0.24)	0.091	[0.00, 0.16]	(0.14)
$\hat{\beta}_9$	0.086	[-0.04, 0.21]	(0.24)	0.086	[0.02, 0.15]	(0.14)



Şekil 5.9 Kimya verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları

Oluşturulan tahmin modelleri Eşitlik (5.1), Eşitlik (5.2), Eşitlik (5.3) ve Eşitlik (5.4) metrikleriyle karşılaştırılmıştır.

Çizelge 5.30’da EKK ve GİR yöntemiyle elde edilen tahmin modellerinin karşılaştırılmasında birinci yanıt için herhangi bir değişiklik görülmemektedir. İkinci yanıt için GİR modeli daha fazla açıklayıcı değişken ile model kurmasının katkısını açıklanma metriği olan R^2 ’de daha yüksek değer olarak göstermiştir. Benzer şekilde $MAPE$, $RMSE$ ve MAE gibi hata metriklerinde daha düşük değerler gözlemlenmiştir. Böylelikle GİR yöntemi EKK yönteminden daha iyi sonuçlar elde ettiği söylenilebilir.

Çizelge 5.30 Kimya verisi yanıt değişkenleri için EKK ve GİR yönteminin performans metrikleri karşılaştırması

Tahmini Modeller	$\hat{Y}_1$				$\hat{Y}_2$			
Performans Metrikleri	R^2	$MAPE$	$RMSE$	MAE	R^2	$MAPE$	$RMSE$	MAE
EKK	0.9237	17.027	0.0189	0.0163	0.8660	5.6085	0.1161	0.0997
GİR	0.9237	17.027	0.0189	0.2391	0.9742	2.2823	0.0509	0.0416

Tahmini modeller için GİR tahminleri seçildikten sonra yanıtların optimizasyonu sağlanmalıdır. Veri setinde yanıt değişkenlerinin maksimum yapılması istenmiştir. Bu durumda yanıt değişkenlerinin optimizasyonu için metasezgisel yöntemlerden NSGA-II ve MODE algoritmaları kullanılmıştır. Her bir yanıt değişkeni amaç değişkeni gibi düşünüldüğünde optimizasyon problemi

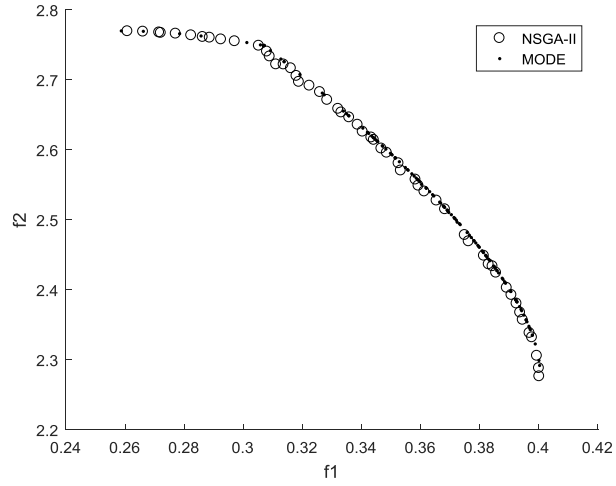
$$\max f_1 = \hat{Y}_1^{GIR}(X)$$

$$\max f_2 = \hat{Y}_2^{GIR}(X)$$

$$-1 \leq X \leq 1$$

biçimindedir.

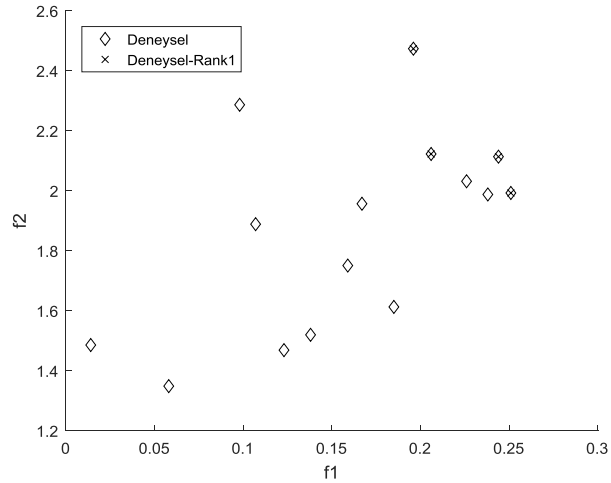
ÇAO probleminin NSGA-II ve MODE ile elde edilen Pareto çözüm kümesi EK 2’de verilmiştir. Şekil 5.10’da Pareto grafiği verilmiştir.



Şekil 5.10 Kimya verisi NSGA-II ve MODE Pareto grafiği

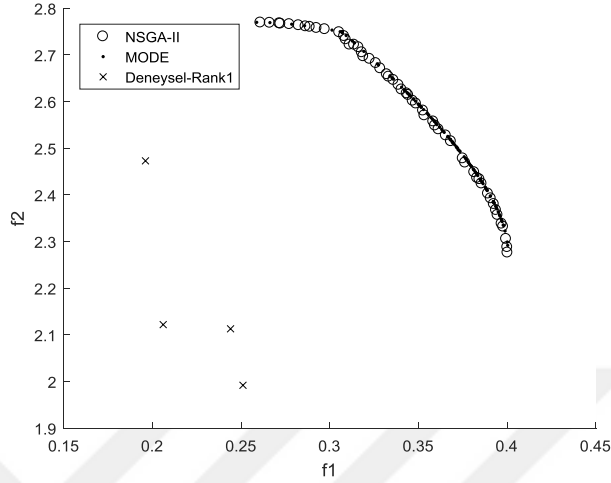
NSGA-II ve MODE çözümlerinin yanı sıra verisetinde olan gözlemler de bir çözüm kümesi olarak düşünülmüştür.

Şekil 5.11 incelendiğinde kimya verisinde olan yanıtların saçılım grafiğinde on beş gözlemden dört tanesi Rank1 olarak belirtilmiştir. Rank1 olan gözlemler diğerlerine baskın olarak bulunmuştur. Pareto çözüm olarak baskın gözlemler tercih edilmiştir. Deneysel çözüm olarak isimlendirilmiştir.



Şekil 5.11 Kimya verisi deneysel çözümler saçılım grafiği

Şekil 5.12’de NSGA-II ve MODE çözümleri, gözlenmiş yanıtlara göre iki yanıt için de daha maksimum değerler içeren çözümler elde edebilmişlerdir.



Şekil 5.12 Kimya verisi NSGA-II, MODE ve deneysel çözümler Pareto grafiği

Şekil 5.12’de Pareto çözümler ve veri setindeki gözlemlerin birleştiği Pareto grafiği bulunmaktadır. NSGA-II ve MODE çözümlerini karşılaştırmak için performans metriklerinden yararlanılabilir.

Çizelge 5.31’de performans metrikleriyle 100 kez algoritmalar çalıştırılarak istatistikler elde edilmiştir. Karşılaştırma sonucunda, nesil mesafe metriği deneysel çözümlere yakınsamasını incelediğinden daha düşük değer olarak MODE algoritması tercih edilebilir. Aralık metriğinde dağılım açısından daha düşük değerli MODE algoritması avantaj sağlamıştır. Yayılm olarak çözümlerin genişliği bakımından NSGA-II algoritması öne çıkmaktadır. Bütün olarak incelendiğinde karşılaştırılma sonucunda üç metrikten ikisinde MODE iyi sonuçlar vermiştir. Bu sebeple uzlaşık çözümler, MODE algoritmalarından elde edilen Pareto çözüm kümesinden seçilecektir.

Çizelge 5.31 Kimya verisi algoritmaların 100 kez çalıştırılmış performans metrikleri istatistikleri

	NSGA-II					MODE				
	Ort.	Std.	Min.	Maks.	Med.	Ort.	Std.	Min.	Maks.	Med.
N. Mesafe	0.2333	0.0033	0.2251	0.2426	0.2333	0.2255	0.0057	0.2142	0.2445	0.2249
Aralık	0.0044	0.0006	0.0031	0.0063	0.0044	0.0005	0.0007	0.0001	0.0043	0.0003
Yayılım	0.6276	0.0588	0.4638	0.7719	0.6288	0.8174	0.0943	0.6233	1.0000	0.8000

Uzlaşık çözümü belirlemek için TOPSIS, MABAC ve CODAS çok ölçütlü karar verme yöntemlerinden yararlanılmıştır. Çizelge 5.32 incelendiğinde veri setinde iki yanıtın da maksimum olması amaçlandığı için pozitif ideal çözüm $V^* = [0.400 \ 2.7699]$, negatif ideal çözüm $V^- = [0.112 \ 1.445]$ olarak hesaplanmıştır. Bu durumda TOPSIS ve CODAS yönteminin ortak uzlaşık çözümü pozitif ideal çözüme daha yakın olduğundan deney koşullarını belirlemede uygun çözüm olarak seçilmiştir.

Çizelge 5.32 Kimya verisi MODE uzlaşık çözümler

Yöntem	No	X			$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$
TOPSIS	2	1	1	-0.333	0.400	2.292
MABAC	17	1	1	0.956	0.313	2.730
CODAS	2	1	1	-0.333	0.400	2.292

5.3 Uygulama 3 (Gıda)

Modelleme ve optimizasyon aşamalarının uygulaması için üçüncü olarak gıda alanı seçilmiştir. Uygulama verisinde açıklayıcı değişkenler Sıcaklık ($^{\circ}\text{C}$), yıkama zamanı (dk) ve yıkama oranı olarak belirlenmiştir. Yanıt değişkenleri ise thiobarbituric asit sayısı ve pişirme kaybı yüzdesi olara iki yanıt bulunmaktadır (Khuri ve Cornell 1996).

Çizelge 5.33 Gıda veri seti (Khuri vd. 1996)

No	X ₁	X ₂	X ₃	Y ₁	Y ₂
1	-1	-1	-1	29.31	29.50
2	+1	-1	-1	39.32	19.40
3	-1	+1	-1	25.16	25.70
4	+1	+1	-1	40.81	27.10
5	-1	-1	+1	29.82	21.40
6	+1	-1	+1	32.20	24.00
7	-1	+1	+1	22.01	19.60
8	+1	+1	+1	40.02	25.10
9	-1.682	0	0	33.00	24.20
10	+1.682	0	0	51.59	30.60
11	0	-1.682	0	20.35	20.90
12	0	+1.682	0	20.53	18.90
13	0	0	-1.682	23.85	23.00
14	0	0	+1.682	20.16	21.20
15	0	0	0	21.72	18.50
16	0	0	0	21.21	18.60
17	0	0	0	21.55	16.80

Çizelge 5.33'te iki yanıtı, üç açıklayıcı değişkenden oluşan veri seti görülmektedir. Girdi değişkenleri CCD (Central Composite Design) ile oluşturulmuştur. Çizelge 5.34 ile CCD ile kodlanmış girdi değişkenlerinin gerçek değerleri verilmiştir.

Çizelge 5.34 Gıda verisi girdi değişkenlerinin kod düzeyleri ve gerçek değerleri

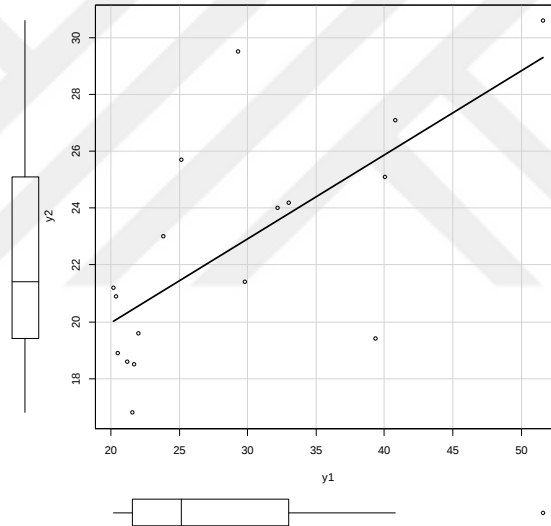
Girdi Değişkenleri	Kodlanmış Düzeyler				
	-1.682	-1	0	1	+1.682
X ₁ : Sıcaklık(°C)	21.2	26	33	40	44.8
X ₂ : Yıkama zamanı(dk)	1	2.8	5.5	8.2	10
X ₃ : Yıkama oranı	14.9	18	22.5	27	30.1

Yanıtların arasındaki ilişkinin incelenebilmesi için yanıtların normal dağılım göstermesi gerekmektedir. Bu yüzden yanıtlara Shapiro-Wilk Normallik testi uygulanmıştır.

Çizelge 5.35 Gıda verisi Shapiro-Wilk testi

<i>Yanıt Değişkenleri</i>	<i>p-value</i>
Y_1	0.0144
Y_2	0.4144

Çizelge 5.35'te Shapiro Wilk testleri incelendiğinde birinci yanıtın ($p < 0.05$) olduğu görülmektedir. Fakat Kolmogrov-Smirnov normallik testine göre ($p > 0.05$) olarak hesaplanmıştır. Kolmogrov-Smirnov testi büyük örneklerde geçerli olsa da bu uygulamanın devamı için de kullanılmıştır. Birinci yanıt için normal dağılım varsayımı sağlanmıştır. İkinci yanıt ise Shapiro-Wilk testine göre Normal dağılım göstermektedir.



Şekil 5.13 Gıda verisi yanıtların saçılım grafiği

Şekil 5.13 incelendiğinde, Y_1 yanıtı için minimum 20.16, maksimum 51.59, ortancasının da 25 civarında olduğu görülmektedir. Aykırı değer gözlemlenmiştir. Y_2 yanıtı için minimum 16.80, maksimum 30.60 ve ortancasının da 22'ye yaklaşık olduğu görülmektedir.

Pearson korelasyon katsayısı ile yanıtlar arasında ilişki incelendiğinde 0.68'lik bir pozitif ilişki görülmüştür. Bu ilişki %95 güven düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Bu

durumda tahmini modeller oluşturulurken yanıtların ilişkili olduğu durumda etkisi incelenmek istenen GİR modellerine de yer verilecektir.

Çizelge 5.36 ve Çizelge 5.37 incelendiğinde her iki yanıt için de EKK modellerinin istatistiksel olarak anlamlı olduğu %95 düzeyinde söylenilebilir.

Çizelge 5.36 Gıda verisi Y_1 EKK ANOVA tablosu

Y_1		EKK			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	1132.19	148.021	18.32	0.000
Artıklar	7	56.54	8.08		
Toplam	16	1188.73			

Çizelge 5.37 Gıda verisi Y_2 EKK ANOVA tablosu

Y_2		EKK			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	226.867	25.21	5.66	0.016
Artıklar	7	31.198	4.457		
Toplam	16	258.065			

GİR ile parametre tahminleri elde etmek için EKK artıkları üzerinden hesaplanan tahmini varyans-kovaryans matrisi $\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 3.3260 & -0.3976 \\ -0.3976 & 1.8352 \end{bmatrix}$ biçimindedir.

Çizelge 5.38 ve Çizelge 5.39 incelendiğinde her iki yanıt için de GİR modellerinin istatistiksel olarak anlamlı olduğu %95 düzeyinde söylenilebilir.

Çizelge 5.38 Gıda verisi Y_1 GİR ANOVA tablosu

Y_1		GİR			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	1132.19	148.021	18.32	0.000
Artıklar	7	56.54	8.08		
Toplam	16	1188.73			

Çizelge 5.39 Gıda verisi Y_2 GİR ANOVA tablosu

Y_2		GİR			
	sd	K.T	Ort.K.T	F	pvalue
Regresyon	9	226.867	25.21	5.66	0.016
Artıklar	7	31.198	4.457		
Toplam	16	258.065			

Çizelge 5.40'da ve Çizelge 5.41'de birinci yanıt için model tahminleri sırasıyla EKK ve GİR tarafından oluşturulmuştur. GİR tahmin modelinde EKK tahminine göre daha fazla açıklayıcı değişken bulunmaktadır. Girdi değişkenleri 0.10 anlamlılık düzeyine göre modele alınmıştır.

Çizelge 5.40 Gıda verisi $\hat{Y}_1$ için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	EKK		
	Parametre Tahminleri	(p value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	21.257	(0.0000)	1.638
$\hat{\beta}_1$	5.6609	(0.0002)	0.769
$\hat{\beta}_2$	-0.1719	(0.8295)	0.769
$\hat{\beta}_3$	-1.2268	(0.1547)	0.769
$\hat{\beta}_4$	8.1685	(0.0000)	0.846
$\hat{\beta}_5$	0.4435	(0.6165)	0.846
$\hat{\beta}_6$	0.9966	(0.2774)	0.846
$\hat{\beta}_7$	2.6587	(0.0331)	1.005
$\hat{\beta}_8$	-0.6587	(0.5330)	1.005
$\hat{\beta}_9$	0.3338	(0.7495)	1.005

$$\hat{Y}_1^{EKK} = 21.257 + 5.661X_1 + 8.1685X_1^2 + 2.6587X_1X_2 \quad (5.13)$$

Çizelge 5.41 Gıda verisi $\hat{Y}_1$ için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	GİR		
	Parametre Tahminleri	(<i>p</i> value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	21.257	(0.0000)	1.051
$\hat{\beta}_1$	5.6609	(0.0000)	0.493
$\hat{\beta}_2$	-0.1719	(0.7381)	0.493
$\hat{\beta}_3$	-1.2268	(0.0418)	0.493
$\hat{\beta}_4$	8.1685	(0.0000)	0.543
$\hat{\beta}_5$	0.4435	(0.4411)	0.543
$\hat{\beta}_6$	0.9966	(0.1091)	0.543
$\hat{\beta}_7$	2.6587	(0.0044)	0.645
$\hat{\beta}_8$	-0.6587	(0.3412)	0.645
$\hat{\beta}_9$	0.3338	(0.6207)	0.645

$$\hat{Y}_1^{GIR} = 21.257 + 5.661X_1 - 1.227X_3 + 8.1685X_1^2 + 2.6587X_1X_2 \quad (5.14)$$

Çizelge 5.42’de ve Çizelge 5.43’te ikinci yanıt için sırasıyla EKK ve GİR parametre tahminleri oluşturulmuştur. Standart hataların GİR tahminlerinde daha düşük değerli olduğu görülmüştür. GİR tahmin modelinde EKK ile oluşturulan tahmin modeline ek olarak bir değişken modele eklenmiştir. Girdi değişkenleri 0.10 anlamlılık düzeyine göre modele alınmıştır.

Çizelge 5.42 Gıda verisi $\hat{Y}_2$ için EKK parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	EKK		
	Parametre Tahminleri	(<i>p</i> value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	17.933	(0.0000)	1.217
$\hat{\beta}_1$	0.744	(0.2339)	0.571
$\hat{\beta}_2$	-0.012	(0.9838)	0.571
$\hat{\beta}_3$	-1.071	(0.1029)	0.571
$\hat{\beta}_4$	3.452	(0.0009)	0.629
$\hat{\beta}_5$	0.801	(0.2434)	0.629
$\hat{\beta}_6$	1.579	(0.0403)	0.629
$\hat{\beta}_7$	1.800	(0.0467)	0.746
$\hat{\beta}_8$	2.100	(0.0260)	0.746
$\hat{\beta}_9$	-0.575	(0.4663)	0.746

Çizelge 5.42'e göre tahmini modeller

$$\hat{Y}_2^{EKK} = 17.933 + 3.452X_1^2 + 1.579X_3^2 + 1.800X_1X_2 + 2.100X_1X_3 \quad (5.15)$$

Çizelge 5.43 Gıda verisi $\hat{Y}_2$ için GİR parametre tahminleri, standart hataları ve anlamlılıkları

Parametre	GİR		
	Parametre Tahminleri	(<i>p</i> value)	St.Hata
$\hat{\beta}_0$	17.933	(0.0000)	0.781
$\hat{\beta}_1$	0.744	(0.0819)	0.367
$\hat{\beta}_2$	-0.012	(0.9754)	0.367
$\hat{\beta}_3$	-1.071	(0.0223)	0.367
$\hat{\beta}_4$	3.452	(0.0001)	0.403
$\hat{\beta}_5$	0.801	(0.0875)	0.403
$\hat{\beta}_6$	1.579	(0.0058)	0.403
$\hat{\beta}_7$	1.800	(0.0071)	0.479
$\hat{\beta}_8$	2.100	(0.0032)	0.479
$\hat{\beta}_9$	-0.575	(0.2692)	0.479

$$\hat{Y}_2^{GIR} = 17.933 - 1.071X_3 + 3.452X_1^2 + 1.579X_3^2 + 1.800X_1X_2 + 2.100X_1X_3 \quad (5.16)$$

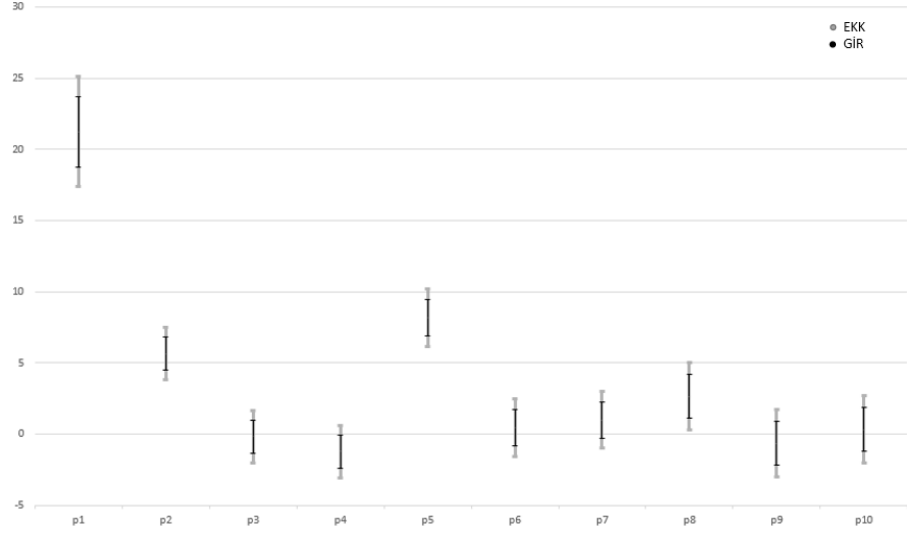
biçimindedir.

Nokta tahminlerinin yanı sıra güven aralıkları da incelenmiştir.

Çizelge 5.44 incelendiğinde $\hat{Y}_1$ yanıtı için güven aralıkları bakımından GİR yönteminin EKK yönteminden daha dar aralıkta olduğu görülmektedir. Şekil 5.14’de siyah ile belirtilen GİR aralık uzunlukları gri ile belirtilen EKK aralık uzunluklarından daha kısa olduğu gösterilmiştir.

Çizelge 5.44 Gıda verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları

$\hat{Y}_1$ Parametre	EKK			GİR		
	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu
$\hat{\beta}_0$	21.257	[17.38 , 25.13]	(7.75)	21.257	[18.77 , 23.74]	(4.97)
$\hat{\beta}_1$	5.6609	[3.84, 7.48]	(3.64)	5.6609	[4.49, 6.83]	(2.33)
$\hat{\beta}_2$	-0.1719	[-1.99, 1.65]	(3.64)	-0.1719	[-1.34, 0.99]	(2.33)
$\hat{\beta}_3$	-1.2268	[-3.05, 0.59]	(3.64)	-1.2268	[-2.39, -0.06]	(2.33)
$\hat{\beta}_4$	8.1685	[6.17, 10.17]	(4.00)	8.1685	[6.88, 9.45]	(2.57)
$\hat{\beta}_5$	0.4435	[-1.56, 2.44]	(4.00)	0.4435	[-0.84, 1.73]	(2.57)
$\hat{\beta}_6$	0.9966	[-1.00, 3.00]	(4.00)	0.9966	[-0.29, 2.28]	(2.57)
$\hat{\beta}_7$	2.6587	[0.28, 5.04]	(4.75)	2.6587	[1.13, 4.18]	(3.05)
$\hat{\beta}_8$	-0.6587	[-3.04, 1.72]	(4.75)	-0.6587	[-2.18, 0.87]	(3.05)
$\hat{\beta}_9$	0.3338	[-2.04, 2.71]	(4.75)	0.3338	[-1.19, 1.86]	(3.05)

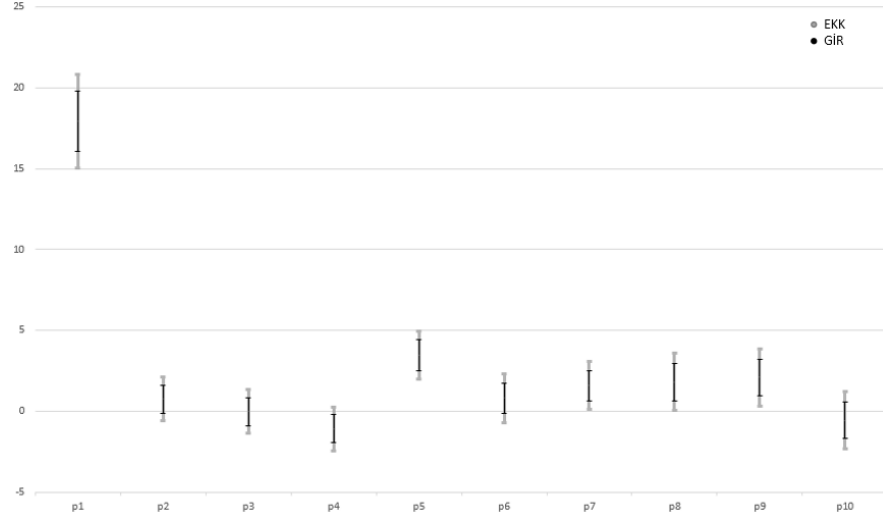


Şekil 5.14 Gıda verisi $\hat{Y}_1$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları

Çizelge 5.45'te $\hat{Y}_1$ yanıtı için GİR tahminlerinde güven aralık sınırları daha dar olarak hesaplandığı görülmektedir. Şekil 5.15'te aralık uzunluğu yönünden incelendiğinde GİR aralık uzunlukları daha kısa çubuklardan oluşmuştur.

Çizelge 5.45 Gıda verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralıkları ve aralık uzunlukları

$\hat{Y}_2$	EKK			GİR		
Parametre	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu	Nokta Tahmini	Güven Aralığı	Aralık Uzunluğu
$\hat{\beta}_0$	17.933	[15.05 , 20.81]	(5.76)	17.933	[16.09 , 19.78]	(3.69)
$\hat{\beta}_1$	0.744	[-0.61, 2.09]	(2.70)	0.744	[-0.12, 1.61]	(1.74)
$\hat{\beta}_2$	-0.012	[-1.36, 1.33]	(2.70)	-0.012	[-0.88, 0.86]	(1.74)
$\hat{\beta}_3$	-1.071	[-2.42, 0.28]	(2.70)	-1.071	[-1.94, -0.20]	(1.74)
$\hat{\beta}_4$	3.452	[1.96, 4.94]	(2.98)	3.452	[2.50, 4.41]	(1.91)
$\hat{\beta}_5$	0.801	[-0.69, 2.29]	(2.98)	0.801	[-0.15, 1.75]	(1.91)
$\hat{\beta}_6$	1.579	[0.09, 3.07]	(2.98)	1.579	[0.63, 2.53]	(1.91)
$\hat{\beta}_7$	1.800	[0.04, 3.56]	(3.53)	1.800	[0.67, 2.93]	(2.27)
$\hat{\beta}_8$	2.100	[0.34, 3.86]	(3.53)	2.100	[0.97, 3.23]	(2.27)
$\hat{\beta}_9$	-0.575	[-2.34, 1.19]	(3.53)	-0.575	[-1.71, 0.56]	(2.27)



Şekil 5.15 Gıda verisi $\hat{Y}_2$ için EKK ve GİR güven aralık uzunlukları

EKK ve GİR tahmin modellerini karşılaştırmak için performans metriklerinden yararlanılmıştır.

Çizelge 5.46 incelendiğinde, EKK ve GİR performansının karşılaştırılmasında iki yanıt için de GİR yöntemiyle oluşturulan tahmin modellerinin açıklanma metriği R^2 'de yüksek, $MAPE$, $RMSE$ ve MAE hata metriklerinde düşük değerler aldığı görülmüştür. Yanıtların ilişkili olduğu durumda GİR yöntemi tahmin modelini daha başarılı şekilde oluşturmuştur.

Çizelge 5.46 Gıda verisi yanıt değişkenleri için EKK ve GİR yönteminin performans metrikleri karşılaştırması

Tahmini Modeller	$\hat{Y}_1$				$\hat{Y}_2$			
Performans Metrikleri	R^2	$MAPE$	$RMSE$	MAE	R^2	$MAPE$	$RMSE$	MAE
EKK	0.9154	6.5272	2.6292	1.9984	0.7192	7.0686	2.0645	1.6850
GİR	0.9302	5.9779	2.3882	1.8425	0.7799	6.5247	1.8278	1.5196

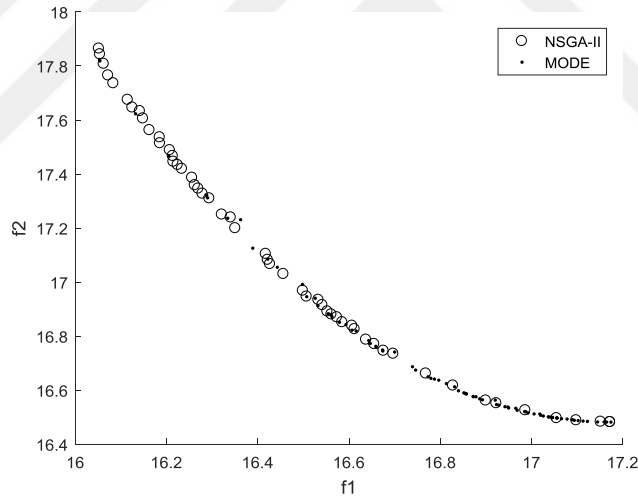
Modelleme aşamasından sonra elde edilen tahmini modellerin iyileşmesi gerekmektedir. Veri alınan kaynaktan yanıtın minimum yapılması amaçlanmıştır. Bu sebeple

yanıtların optimizasyonu için metasezgisel yöntemlerden NSGA-II ve MODE algoritmaları kullanılmıştır. Tahmini modellerde GİR tahminleri daha iyi sonuçlar verdiği için GİR modellerinin optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Optimizasyon problemi

$$\begin{aligned} \min f_1 &= \hat{Y}_1^{GIR}(X) \\ \min f_2 &= \hat{Y}_2^{GIR}(X) \\ -1.682 &\leq X \leq 1.682 \end{aligned}$$

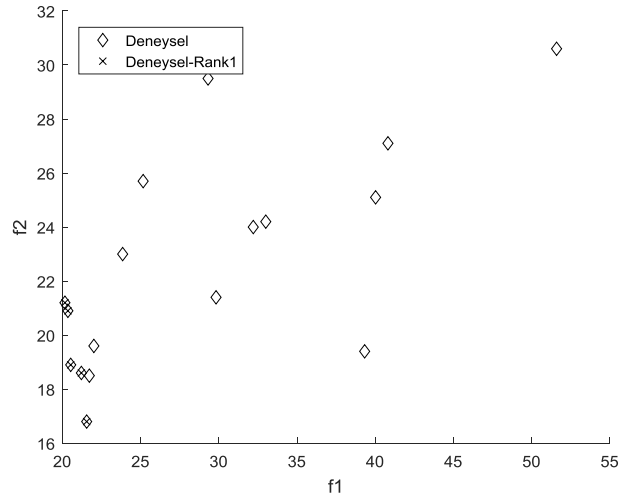
biçimindedir.

Şekil 5.16'de Pareto grafiğinde NSGA-II ve MODE Pareto çözüm grafiği yer almaktadır. Pareto Çözümler EK 3'te verilmiştir.



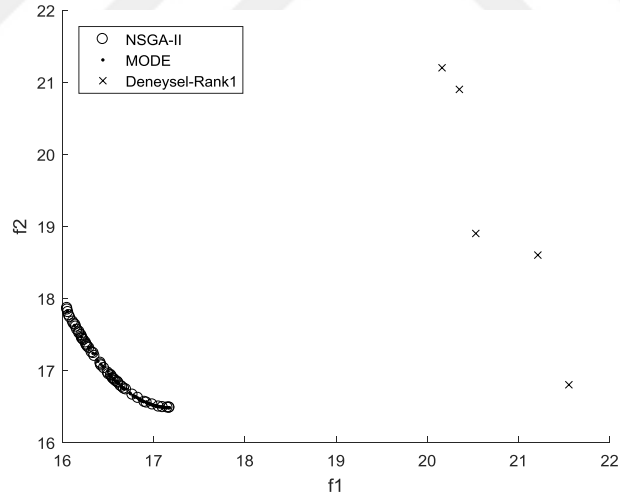
Şekil 5.16 Gıda verisi NSGA-II ve MODE Pareto grafiği

Veri setinde bulunan gözlemler bir Pareto çözüm kümesi olarak tanımlanmıştır. Şekil 5.17'de Deneyisel-Rank 1 gösterilenler diğer çözümlere baskın olduklarından Pareto çözüm kümesi olarak düşünülmüştür.



Şekil 5.17 Gıda verisi yanıt değişkenleri saçılım grafiği

Şekil 5.18 incelendiğinde gözlemlenmiş yanıtlara göre NSGA-II ve MODE çözümleri iki yanıt için daha minimum değerler içeren çözümler içermektedir. Pareto çözümleri karşılaştırmak için performans metrikleri kullanılmıştır.



Şekil 5.18 NSGA-II, MODE ve Deneysel-Rank1 Pareto grafiği

Algoritmalar karşılaştırılmak için 100 kez çalıştırılarak performans metrik değerlerinin istatistikleri elde edilmiştir. Çizelge 5.47 incelendiğinde nesil mesafe metriğinde düşük ortalama ve medyan değerleri ile MODE yakınsama yönünde daha iyi gözükmetedir. Aralık metriğinde düşük değer alması sebebiyle MODE daha iyi bir

dağılım ortaya koymuştur. Yayılım metriğinde NSGA-II metriği MODE'den daha geniş bir alanda yayıldığı görülmüştür.

Çizelge 5.47 Gıda verisi algoritmaların 100 kez çalıştırılmış performans metrikleri istatistikleri

	NSGA-II					MODE				
	Ort.	Std.	Min.	Maks.	Med.	Ort.	Std.	Min.	Maks.	Med.
N. Mesafe	4.4528	0.0134	4.3719	4.4880	4.4535	4.3498	0.0217	4.2959	4.3973	4.3488
Aralık	0.0167	0.0031	0.0111	0.0331	0.0166	0.0083	0.0057	0.0028	0.0295	0.0058
Yayılım	0.8853	0.0224	0.8179	0.9306	0.8869	0.9946	0.0347	0.9198	1.0000	0.9951

Üç metrikte MODE algoritması daha iyi sonuçlar elde ettiğinden Çok Ölçütlü Karar Verme teknikleri bu algoritmanın çözüm kümesinden hesaplanmıştır. Uzlaşık çözümler Çok Ölçütlü Karar Verme yöntemlerinden TOPSIS, MABAC ve CODAS ile hesaplanmıştır. İki yanıtın da minimum yapılması amaçlandığına göre pozitif ideal çözüm $V^* = [16.05 \ 16.48]$ negatif ideal çözüm $V^- = [63.47 \ 45]$ olarak elde edilmiştir. Çizelge 5.48'e göre üç yöntem içinde MABAC yöntemi pozitif ideal çözümlere iki yanıt için de daha iyi değerler elde etmiştir. Bu çalışmada deney koşulları MABAC yönteminin girdi değerlerinden seçilebilir.

Çizelge 5.48 Gıda verisi MODE algoritmasından seçilen uzlaşık çözümler

Yöntem	No	X	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$
TOPSIS	1	-0.6356 1.6820 1.6820	16.053	17.824
MABAC	22	-0.6738 1.6820 1.2709	16.579	16.851
CODAS	2	-0.6764 1.6820 0.7877	17.174	16.482

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Çok yanıtli deneysel verilerde regresyon modeline ilişkin parametre tahminlerini elde etmek amacıyla genellikle EKK yöntemi kullanılmaktadır. Literatürde bu konu ile ilgili pek çok çalışma bulunmaktadır. Yanıt değişkenleri birbirleriyle doğrusal ilişkili olduğunda EKK yöntemi ile parametre tahmini yapmak yerine, GİR yöntemi ile parametre tahmini yapılması daha güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır. Yanıtların doğrusal ilişkili olma durumunu dikkate alarak tahmini modelleri oluşturmak optimizasyon aşamasında da daha iyi sonuçlar elde etmek bakımından önem taşımaktadır. Çok yanıtli optimizasyon problemi ÇAO problemi gibi düşünülebilir. ÇAO problemlerinin çözümü için popülasyon tabanlı NSGA-II ve MODE algoritmaları yaygın olarak kullanılan çok amaçlı metasezgisel algoritmalarlardır. NSGA-II, genetik algoritma tabanlı operatörleri daha karmaşık iken, MODE algoritması operatörleri daha basit yapıda ve etkili olduğu bilinmektedir. Optimizasyon algoritmalarının performans değerlendirilmeleri elde edilen Pareto çözüm kümeleri üzerinden yapılabilir. Karşılaştırmada, Pareto gerçek çözümlere yakınlığı, tahmini çözümlerin dağılımını ve yayılımını ölçen metrikler kullanılmaktadırlar. Pareto çözüm kümesinden uygun olan çözümün seçilme aşamasında da ÇÖKV yöntemlerinden (TOPSIS, MABAC, CODAS) yararlanılabilir. Elde edilen uzlaşık çözüm deneysel veri için optimal deney koşulu olarak dikkate alınabilir.

Birinci uygulama mühendislik veri setinden alınmıştır. Box-Behnken tasarımı ile kodlanmış veri setinde iki yanıt bulunmaktadır. Yanıtlar arasında pozitif doğrusal ilişki ($r = \%98.5$) olduğu için kurulacak modelde hem EKK hem de GİR yer almıştır. İstatistiksel olarak anlamlı bulunan modellerde standart hataların GİR tarafında düşük olduğu görülmüştür. Birinci yanıtla kurulan modeller aynı değişkenlerce elde edilmiş olsa da, ikinci yanıt ile oluşturulan modellerde GİR modelinde daha fazla değişkenin yanıt değişkeni açıklayabildiği belirlenmiştir. Performans metriklerinde ikinci yanıt için GİR yönteminin EKK'ya üstünlüğü gösterilmiştir. Dolayısıyla modellerin GİR yöntemi ile oluşturulması avantaj sağlamıştır. Optimizasyon aşamasında yanıtlar için oluşturulan tahmini modeller bir amaç fonksiyonu gibi düşünülmüştür. Tahmini yanıt modelleri GİR yöntemi ile elde edilen modellerden alınmıştır. Çalışmada birinci yanıt için

maksimum, ikinci yanıt için minimum olması amaçlanmıştır. NSGA-II ve MODE algoritmaları ile optimizasyon sonuçları elde edilmiştir. Performans metriklerince algoritmalar 100 kez çalıştırılma sonucu karşılaştırıldığında MODE algoritması ile gerçek Pareto yüzeye yakınlık ve Pareto çözümlerin dağılımı bakımından NSGA-II yöntemine göre daha iyi sonuçlar elde edildiği görülmüştür. Uzlaşık çözümler, MODE ile elde edilen çözüm kümesinden seçilmiştir. Uzlaşık çözüme karar verme sürecince ÇÖKV yöntemlerinden TOPSIS, MABAC ve CODAS yöntemleriyle sonuçlar elde edilmiştir. Deney koşullarına TOPSIS yönteminden seçilen girdi değişken değerlerinin uygun olacağı görülmüştür.

İkinci uygulamada, kimya alanından seçilen bir veri seti ele alınmıştır. Burada da üç açıklayıcı değişken Box-Behnken tasarımıyla kodlanmıştır. İki yanıt değişkeni mevcuttur. Bu yanıt değişkenleri arasında %57'lik pozitif doğrusal ilişki görülmektedir. Bu durumdan ötürü yanıtların modellenmesinde EKK yöntemine ek olarak GİR yöntemi ile de tahminler elde edilmiştir. Modellerin istatistiksel olarak 0.95 güven düzeyinde anlamlı bulundukları görülmüştür. Modeller incelendiğinde birinci yanıt için EKK ve GİR aynı tahmin modelleri oluştururken, ikinci yanıtta GİR yönünde ek olarak beş tane açıklayıcı değişken etkisi modele dahil olmuştur. Bu durum tahmini modeller için gözle görülür bir fark oluşturmuştur. Modellerin tahmininde GİR yönünde standart hataların düşük olması bu farkın oluşmasına imkan sağlamıştır. Performans metrikleri ile modeller incelendiğinde ikinci yanıt için bütün metriklerde GİR tahminlerinin daha iyi olduğu görülmektedir. Optimizasyon kısmında iki yanıt için maksimum değerin elde edilmesi istenmektedir. Bu amaçla EKK'dan daha iyi sonuçlar elde eden GİR tahmin modelleri maksimum olacak biçimde optimizasyon problemi tanımlanmıştır. NSGA-II ve MODE algoritmaları ile Pareto çözüm kümeleri oluşturulmuştur. Algoritmaların karşılaştırılması için 100 kez çalıştırılmıştır. Performans metriklerine göre sonuçlar elde edilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde yakınsama, dağılım ve çeşitlilik metriklerinden ikisinde MODE algoritmasının daha iyi sonuçlar verdiği tespit edilmiştir. TOPSIS, MABAC ve CODAS yöntemleri iki yanıtın da maksimum değeri sağlaması göz önüne alındığında TOPSIS ve CODAS aynı çözümleri seçmiştir. Bu çözümler ile çalışma için deney koşulları belirlenmiştir.

Üçüncü uygulama ise gıda alanından seçilmiştir. Buradaki açıklayıcı değişkenler diğer uygulamalardan farklı olarak Merkezi Birleşik Tasarım (Central Composite Design-CCD) ile kodlanmıştır. Veri kümesinde iki yanıt bulunmaktadır. Bu yanıtlar arasında %68’lik pozitif yönlü doğrusal ilişki , $r = 0.68$. EKK ve GİR ile kurulan modeller 0.95 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Önceki uygulamalarda olduğu gibi her iki yanıtla kurulan modellerde standart hataların GİR yönünde azalışı dikkat çekmektedir. Birinci yanıtta GİR tahmin denkleminde bir açıklayıcı değişken EKK tahmin denkleminde fazla olduğu görülmektedir. Benzer şekilde ikinci yanıtta da GİR yönünde bir açıklayıcı değişkenin varlığı gözlemlenmiştir. Bu durumda her iki yanıtta da ilişkinin varlığında GİR tahmin modelleri daha fazla açıklayıcı değişken ile yanıtları açıklamaktadır. Performans Metrikleri incelendiğinde GİR tahminlerinin bütün metriklerde daha iyi değerler elde ettiği görülmüştür. GİR tahmin denklemleriyle analiz sürdürülmesi kararlaştırılmıştır. Optimizasyon aşamasında verinin alındığı çalışmada iki yanıt için de minimum değerin daha iyi olacağı belirlenmiştir. Bu yüzden yanıtların denklemleri minimum şekilde olacak bir çok amaçlı optimizasyon problemi tanımlanmıştır. Optimizasyon NSGA-II ve MODE algoritmaları ile çalıştırılmış sonuçlar alınmıştır. İki algoritma da baskın olmayan Pareto çözüm kümeleri üretmişlerdir. Bu Pareto çözüm kümelerinin karşılaştırılması daha iyi sonuç gösteren algoritmanın seçimi adına Pareto çözüm kümeleri için performans metrikleri ile ölçümler sağlanmıştır. 100 kez çalıştırma üzerinde alınan istatistiklerde MODE algoritmasının sayıca daha fazla metrikte iyi sonuçlar elde ettiği belirlenmiştir. MODE Pareto çözüm içerisinde uzlaşık çözümü seçebilmek için TOPSIS, MABAC ve CODAS yöntemleri uygulanmıştır. MABAC yöntemi pozitif ideal çözümlere yakın çözümler elde ettiğinden deney koşulları MABAC yöntemine göre seçilmiştir.

Üç farklı alanda (mühendislik, kimya, gıda) oluşturulmuş veri setlerinde, yanıtların doğrusal ilişkili olma durumunda GİR yöntemi ile bu doğrusal ilişki parametre tahmin sürecine dahil edilerek tahmini yanıt modelleri oluşturulmuştur. EKK ile elde edilen model tahminleri ile GİR tahminleri karşılaştırıldığında, GİR tahminlerinin performans metriklerince daha iyi olduğu görülmüştür. Uzlaşık çözüme karar verme aşamasında, GİR modelleri ile hesaplanan optimizasyon çözümleri amaca yönelik iyi sonuçlar elde edilmiştir. Optimizasyon kısmında ise farklı amaç türlerine ait durumlarda da olsa

MODE algoritması NSGA-II algoritmasına göre metrikler yönünden üç uygulamada da daha iyi sonuçlar sergilemiştir. Algoritma yapısının basitliği, kullanabilirliği açısından düşünüldüğünde MODE'nin avantajlı olduğu görülmüştür. ÇÖKV yöntemleri bakımından üç uygulamada da ÇÖKV yöntemlerinin tercih edilebilirliği karar vericinin beklentilerine bağlıdır. Deney çalışmasını yapan uzman üç yöntem ile elde edilen uzlaşık çözümlerden çalışmasına uygun olanı seçebilir. Bu tez çalışmasından sonra yapılacak çalışmalar için GİR modelinde kurulan kovaryans yapısının daha farklı bir yapıda tercih edilmesi doğrusal ilişkinin tahmine aktarılmasında katkı sağlayabilir. Çok amaçlı optimizasyon aşamasında kullanılacak çözüm algoritmaları için hibrit yöntemler tercih edilebilir. ÇÖKV yöntemlerinin birbirleriyle uyumuna bakmak için çözümlerin sıralamasına bağlı olarak parametrik olmayan istatistiksel testler uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- Aksakal, M. ve Çılan, C. A. 2015. Türkiye'ye yönelik turizm talebinin görünürde ilişkisiz regresyon modelleri ile incelenmesi. Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi, 7(14), 235-256.
- Apaydın, A. 1996. Optimizasyon. A. Ü. F. F. Döner Sermaye İşletmesi Yayınları, Ankara.
- Araujo, F., Trindade, J., Borges, J., Klautau, A. and Couto, I. 2012. Multi- objective genetic algorithm to automatically estimating the input parameters of formant-based speech synthesizers. Real-World Application of Genetic Algorithm, 283-302.
- Audet, C., Bignon, J., Cartier, D., Digabel, S. L. and Salomon L. 2018. Performance indicators in multiobjective optimization. 2020. European Journal of Operational Research, 292, 397-422.
- Baltagi, B.H. 1980. On seemingly unrelated regressions with error components. Econometrica, 48(6), 1547-1551.
- Babu, B. V. and Anbarasu, B. 2005. Multi-objective differential evolution (mode): an evolutionary algorithm for multi-objective optimization problems (moops). Proceedings of International Symposium and 58th Annual Session of IICHe.
- Basu, M. 2011. Economic environmental dispatch using multi-objective differential evolution. Applied Soft Computing. 11, 2845-2853.
- Božanić, D., Pamucar, D. and Karovic, S. 2016. Application the mabac method in support of decision-making on the use of force in a defensive operation. Tehnika, 71(1), 129-136.
- Cadavez, V. A. P. and Henningsen, A. 2012. The use of seemingly unrelated regression to predict the carcass composition of lambs, Meat Science, 92, 548-553.
- Deb, K. 2001. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. John-Wiley and Sons ,497 p., New York.
- Deb, K., Pratab, A., Agarwal, S. and Meyarivan, T. 2002. Fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6(2), 182-197
- Esfe, M. H., Hajmohammad, H., Moradi, R. and Arani, A.A.A. 2017. Multi-objective optimization of cost and thermal performance of double walled carbon nanotubes/water nanofluids by NSGA-II using response surface method. Applied Thermal Engineering. 112, 1648-1657.

- Fu, L., Sharma, R. P., Wang, G. and Tang, S. 2017. Modelling a system of nonlinear additive crown width models applying seemingly unrelated regression for prince rupprecht larch in nothern China. *Forest Ecology and Management*, 386, 71-80.
- Ghorabae, M. K., Zavadskas, E. K., Turskis, Z. and Antucheviciene. 2016. A new combinative distance-based assessment(codas) method for multi-criteria decision-making. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 50(3), 25-44.
- Gruber, M. H. J. 1998. *Inproving Efficiency by Shrinkage*. Marcel Dekker, 632p, New York
- Hu. S., Zou. Y., Gai, Y., Huang, Z. and Song, G. 2021. Risk-based multiobjective optimal seismic design for rc piers using the response surface method and NSGA-II. *Advances in Civil Engineering*. 3, 1-11.
- Huang, V. L. , Suganthan, P. N., Qin, K. and Baskar, S. 2008. Differential evolution with external archive and harmonic distance-based diversity measure. School of Electrical and Electronic Engineering Nanyang, Technological University Technical Report.
- Hwang, C. L. and Yoon, K. 1981. *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Springer- Verlag, New York.
- Jahanshad, N., Nir, T. M., Toga, A. W., Jack Jr, C. R., Bernstein, M. A., Weiner, M. W. and Thompson, P.M. 2015. Seemingly unrelated regression empowers detection of network failure in dementia. *Neurobiology of Aging*, 36, 103-112.
- Jaleta, M., Kassie, M. and Erenstein, O. 2015. Determinants of maize stover utilization as feed, fuel and soil amendment in mixed crop-livestock systems, Ethiopia. *Agricultural Systems*, 134, 17-23.
- Jiang, H., Qian, J. and Sun, Y. 2020. Best linear unbiased predictors and estimators under a pair of constrained seemingly unrelated regression models. *Statistics and Probability Letters*, 158, 108669.
- Karaboğa, D. 2020. *Yapay Zeka Optimizasyon Algoritmaları*. Nobel Yayınları, Ankara.
- Kariya, T. 1981. Bounds for the covariance matrices of Zellner's estimator in the SUR model and the 2SAE in a heteroscedastic model. *Journal of the American Statistical Association*, 76(376), 975-979.
- Khuri, A. I. and Cornell, J. A. 1996. *Response Surfaces: Designs and Analyses*. Marcel Dekker, 510 p., New York.
- Kmenta, J. and Gilbert, R. F. 1968. Small sample properties of alternative estimators of seemingly unrelated regressions. *Journal of the American Statistical Association*, 63(324), 1180-1200.

- Kun, L., Shilin, Y., Yucheng, Z., Wenfeng, P. and Gang, Z. 2019. Multi-objective optimization of the fiber-reinforced composite injection molding process using taguchi method, rsm and nsga-ii. *Simulation Modelling Practice and Theory*. 91, 69-82.
- Legendre, A. 1805. *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*. Paris.
- Li, C., Huang, J., Wang, K., Chen, Z. And Liu, Q. 2019. Optimization of processing parameters of laser skin welding in vitro combining the response surface methodology with nsga-ii. *Infrared Physics & Technology*. 103.
- Liew, H. 2017. Health and well-being of middle age Indonesians: an application of seemingly unrelated regression (sur) models. *Health Policy and Technology*, 6, 323-327.
- Liu, A. 2002. Efficient estimation of two seemingly unrelated regression equations. *Journal of Multivariate Analysis*, 82(2), 445-456.
- Lu, J., Feng, X., Han, Y. and Xue, C. 2014. Optimization of subcritical fluid extraction of carotenoids and chlorophyll a from *Laminaria japonica* aresh by response surface methodology. *Journal of the Science of Food and Agriculture*, 94, 139-145.
- Martin, S., Rice, N., Jacobs, R. and Smith, P. 2007. The market for elective surgery: joint estimation of supply and demand. *Journal of Health Economics*, 26, 263-285.
- Mehta, J.S. and Swamy, P. A. V. B. 1976. Further evidence on the relative efficiencies of Zellner's seemingly unrelated regressions estimator. *Journal of the American Statistical Association*, 71(355), 634-639.
- Monsef, H., Naghashzadegan, M., Jamali, A. and Farmani, R. 2019. Comparison of evolutionary multi objective optimization algorithms in optimum design of water distribution network. *Ain Shams Engineering Journal*. 10, 103-111.
- Montoya, M. A. and Haddock, J. E. 2019. Estimating asphalt mixture volumetric properties using seemingly unrelated regression equations approaches. *Construction and Building Materials*, 225, 829-837.
- Özçalıcı, M. 2021. *Matlab ile Çok Kriterli Karar Verme Teknikleri*. Nobel Yayıncılık, Ankara.
- Parajuli, R., Zhang, D. and Kosman, K. 2018. Province specific impacts of the 2006 United States-Canada softwood lumber agreement: a seemingly unrelated regression approach. *Forest Policy and Economics*, 90, 1-6.
- Parks, R. W. 1967. Efficient estimation of a system of regression equations when disturbances are both serially and contemporaneously correlated. *Journal of the American Statistical Association*, 62(318), 500-509.

- Pamučar, D. and Ćirović, G. 2015. The selection of transport and handling resources in logistics centers using multi-attributive border approximation area comparison(mabac). *Expert Systems with Applications*, 42(6), 3016-3028.
- Ravichandran, S., Kumudinidevi, R. P., Bharathidasan, S. G. and Jeba, E. 2014. Cordinated controller design of grid connected DFIG based wind turbine using response surface methodology and NSGA II. *Sustainable Energy Technologies and Assesments*. 8, 120-130.
- Revankar, N.S. 1974. Some finite sample results in the context of two seemingly unrelated regression equations. *Journal of the American Statistical Association*, 69(345), 187-190.
- Rout, S. K. and Hussein, A. K. 2015. Multi-objective optimization of a three-dimensional internally finned tube based on response surface methodology(rsm). *Journal of Thermal Engineering*, 1(2), 131-145.
- Sheng, M. and Sharp, B. 2019. Aggregate road passenger travel demand in New Zelland: a seemingly unrelated regression approach. *Transportation Research Part A*, 124, 55-68.
- Singh, B. and Ullah, A. 1974. Estimation of seemingly unrelated regressions with random coefficients. *Journal of the American Statistical Association*, 69(345), 191-195.
- Singh, D., Kumar, V., Vaishali, Kaur, M. 2020. Classification of covid-19 patients from chest ct images using multi-objective differential evolution-based convolutional neural networks. *European Journal of Clinical Microbiology&Infectious Diseases*. 39, 1379-1389.
- Storn, R. and Price, K. 1995. Differential evolution- a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 23(1).
- Sun, Y., Ke, R. and Tian, Y. 2014. Some overall properties of seemingly unrelated regression models. *AStA Adv Stat Anal*, 98, 103–120.
- Torabi, S. H. R., Alibabaei, S., Bonab, B. B., Sadeghi, M.H. and Faraji, G. 2017. Design and optimization of turbine blade preform forging using RSM and NSGA II. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 28, 1409-1419.
- Türkşen, Ö. 2011. Çok yanıtlı yüzey problemlerinin çözümüne bulanık ve sezgisel yaklaşım. Doktora Tezi. Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Türkşen, Ö. 2015. Optimization and decision making stages for multiple responses: an application of NSGA-II and FCM clustering algorithm. *Gazi University Journal of Science*, 28(2), 321-330.

- Türkşen, Ö., Tunçel, S and Vural, N. 2019. A seemingly unrelated regression modeling for extraction process in green chemistry. y-BIS 2019 Conference Book: Recent Advances in Data Science and Business Analytics, 129-133.
- Van Veldhuizen, D. A. and Lamont, G. B. 1998. Multiobjective evolutionary algorithm research: A history and analysis. Technical Report TR-98-03. Air Force Institute of Technology, WrightPatterson AFB, Ohio.
- Wagner, M., Grabarczyk, P. and Hong, S. H. 2020. Fully modified ols estimation and inference for seemingly unrelated cointegrating polynomial regressions and the environmental kuznets curve for carbon dioxide emission. Journal of Econometrics, 214, 216-255.
- Welki, A. M. and Zlatoper, T. J. 2009. How highway safety regulations and enforcement activities affect subcategories of motor vehicle fatalities. Transportation Research Part E, 45, 1030-1038.
- Xue, F., Sanderson, A. C. and Graves, R. J. 2003. Pareto based multi-objective differential evolution. The 2003 Congress on Evolutionary Computation, 2, 862-869.
- Yıldırım, B. F. ve Demirci, E. 2017. Banka performansının topsis-m uygulaması ile değerlendirilmesi. Priene Uluslararası Sosyal Bilimler Dergisi, 1(1), 35-48.
- You, J., Xie, S. and Zhou, Y. 2006. Two-stage estimation for seemingly unrelated nonparametric regression models. Journal of Systems Science and Complexity, 20, 509-520.
- Zellner, A. 1962. An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests of aggregation bias. Journal of the American Statistical Association, 57, 348-368.
- Zellner, A. 1963. Estimators for seemingly unrelated regression equations: some exact finite sample results. Journal of the American Statistical Association, 58(304), 977-992.
- Zellner, A. and Huang, D.S. 1962. Further properties of efficient estimators for seemingly unrelated regression equations. International Economic Review, 3(3), 300-313.
- Zhao, W., Ma, A., Ji, J., Chen, X. and Yao, T. 2020. Multiobjective optimization of a double-side linear vernier pm motor using response surface method and differential evolution. IEEE Transactions on Industrial Electronics. 67(1), 80-90.
- Zitzler, E., Deb, K. and Thiele, L. 2000. Comparison of multiobjectecive evolutionary algorithms: empirical results. Evolutionary Computation, 8(2), 173-195.

EKLER

EK 1 Uygulama 1 Pareto çözüm kümesi

EK 2 Uygulama 2 Pareto çözüm kümesi

EK 3 Uygulama 3 Pareto çözüm kümesi

EK 1 Uygulama 1 Pareto çözüm kümesi

No	MODE		NSGA-II	
	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$
1	18.188	21.810	14.488	16.418
2	8.140	10.603	18.139	21.420
3	10.504	12.401	18.105	20.955
4	18.175	20.900	16.503	18.789
5	8.993	11.529	8.061	10.508
6	9.542	11.829	17.421	20.354
7	10.893	12.833	15.162	17.138
8	10.021	12.049	10.618	12.740
9	8.683	11.086	6.904	9.642
10	17.786	20.361	9.559	11.676
11	12.574	14.377	13.620	15.423
12	12.845	14.533	9.779	11.864
13	8.978	11.291	15.961	18.081
14	15.378	17.325	17.045	19.496
15	17.500	20.012	16.567	19.280
16	12.395	14.178	11.159	13.002
17	9.628	11.861	6.665	9.452
18	17.456	19.952	18.194	21.632
19	13.363	15.137	11.280	13.171
20	17.208	19.591	7.770	10.386
21	8.353	10.825	14.771	16.747
22	15.547	17.527	10.378	12.465
23	8.371	10.994	10.029	12.084
24	12.260	13.956	16.326	18.605
25	15.691	17.712	15.761	17.977
26	11.227	13.042	12.512	14.314
27	17.983	20.664	8.836	11.116
28	10.900	12.989	6.900	9.638
29	15.911	17.972	8.366	10.733
30	11.814	13.613	6.665	9.451
31	13.142	14.928	17.088	19.673
32	17.007	19.349	9.090	11.262
33	10.151	12.270	8.602	10.925

34	16.830	19.123	10.535	12.566
35	11.992	13.808	17.781	20.443
36	16.678	18.959	12.893	14.933
37	16.309	18.462	14.109	15.983
38	14.229	16.018	7.636	10.204
39	16.519	18.753	15.500	17.577
40	12.955	14.770	8.222	10.597
41	14.080	15.965	7.141	9.894
42	14.829	16.744	12.139	13.985
43	15.194	17.143	7.446	10.025
44	16.194	18.322	13.855	15.739
45	13.515	15.252	14.681	16.563
46	17.075	19.419	13.803	15.617
47	17.875	20.531	12.799	14.639
48	14.497	16.331	17.403	20.095
49	11.380	13.373	15.665	17.707
50	14.905	16.806	18.194	21.632
51	14.347	16.190	17.795	20.477
52	10.147	12.265	13.378	15.257
53	11.327	13.115	16.172	18.353
54	15.613	17.703		
55	11.688	13.570		
56	14.617	16.463		
57	14.995	16.938		
58	12.112	13.880		
59	14.690	16.610		
60	13.750	15.535		
61	16.132	18.242		
62	17.179	19.553		
63	14.007	15.824		
64	11.367	13.238		
65	15.043	16.992		
66	14.291	16.185		
67	16.026	18.188		
68	13.539	15.343		
69	15.140	17.090		
70	11.645	13.459		
71	13.058	14.905		

72	16.390	18.561		
73	16.000	18.088		
74	14.501	16.407		
75	16.428	18.608		
76	11.564	13.401		
77	13.671	15.410		
78	17.942	20.575		
79	13.008	14.797		
80	16.734	19.012		
81	13.910	15.772		
82	16.795	19.077		
83	15.919	18.034		
84	13.635	15.406		
85	13.842	15.689		
86	12.077	13.821		
87	13.801	15.587		
88	14.662	16.570		
89	16.496	18.700		
90	13.951	15.790		
91	13.842	15.636		
92	11.579	13.409		
93	15.189	17.114		
94	16.502	18.702		
95	14.647	16.588		

EK 2 Uygulama 2 Pareto çözüm kümesi

No	MODE		NSGA-II	
	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$
1	0.259	2.770	0.400	2.276
2	0.400	2.292	0.261	2.769
3	0.286	2.763	0.266	2.769
4	0.319	2.708	0.272	2.768
5	0.301	2.753	0.400	2.288
6	0.278	2.766	0.308	2.740
7	0.266	2.769	0.399	2.306
8	0.327	2.681	0.349	2.596
9	0.334	2.655	0.326	2.682
10	0.327	2.679	0.393	2.380
11	0.340	2.631	0.277	2.766
12	0.399	2.323	0.394	2.367
13	0.309	2.742	0.328	2.671
14	0.314	2.726	0.297	2.755
15	0.400	2.299	0.336	2.646
16	0.336	2.649	0.318	2.705
17	0.313	2.730	0.339	2.636
18	0.376	2.482	0.316	2.716
19	0.353	2.583	0.353	2.581
20	0.306	2.750	0.293	2.758
21	0.373	2.493	0.272	2.767
22	0.355	2.575	0.397	2.338
23	0.348	2.601	0.389	2.403
24	0.389	2.409	0.398	2.332
25	0.365	2.534	0.322	2.692
26	0.395	2.364	0.347	2.602
27	0.367	2.525	0.314	2.722
28	0.391	2.398	0.282	2.764
29	0.392	2.386	0.375	2.478
30	0.391	2.398	0.289	2.760
31	0.386	2.424	0.361	2.540
32	0.398	2.335	0.368	2.515
33	0.363	2.540	0.332	2.658

34	0.360	2.551	0.309	2.733
35	0.383	2.441	0.376	2.469
36	0.357	2.566	0.395	2.357
37	0.394	2.376	0.286	2.761
38	0.388	2.417	0.344	2.614
39	0.350	2.595	0.305	2.749
40	0.370	2.507	0.358	2.557
41	0.397	2.343	0.386	2.424
42	0.385	2.434	0.343	2.618
43	0.335	2.651	0.383	2.436
44	0.377	2.475	0.353	2.570
45	0.342	2.625	0.365	2.527
46	0.347	2.606	0.340	2.626
47	0.396	2.354	0.319	2.697
48	0.397	2.348	0.391	2.392
49	0.377	2.478	0.384	2.434
50	0.346	2.612	0.359	2.549
51	0.394	2.370	0.381	2.449
52	0.307	2.749	0.333	2.653
53	0.358	2.562	0.311	2.722
54	0.344	2.620		
55	0.362	2.546		
56	0.381	2.456		
57	0.356	2.571		
58	0.364	2.536		
59	0.379	2.467		
60	0.352	2.588		
61	0.398	2.335		
62	0.393	2.382		
63	0.367	2.524		
64	0.360	2.554		
65	0.380	2.461		
66	0.362	2.545		
67	0.396	2.357		
68	0.371	2.503		
69	0.370	2.510		
70	0.342	2.623		
71	0.350	2.593		

72	0.359	2.559		
73	0.347	2.605		
74	0.385	2.431		
75	0.379	2.463		
76	0.368	2.520		
77	0.372	2.497		
78	0.307	2.749		
79	0.394	2.372		
80	0.383	2.444		
81	0.378	2.470		
82	0.372	2.499		
83	0.383	2.447		
84	0.382	2.449		
85	0.368	2.518		
86	0.314	2.726		
87	0.388	2.415		
88	0.381	2.453		
89	0.388	2.412		
90	0.369	2.514		
91	0.356	2.572		
92	0.345	2.616		
93	0.373	2.494		
94	0.345	2.614		
95	0.397	2.345		
96	0.378	2.470		
97	0.386	2.427		
98	0.359	2.557		
99	0.386	2.427		
100	0.336	2.649		
101	0.359	2.557		
102	0.369	2.513		
103	0.351	2.589		
104	0.380	2.462		
105	0.372	2.502		
106	0.382	2.448		
107	0.350	2.594		
108	0.381	2.454		
109	0.344	2.617		

110	0.396	2.357		
111	0.351	2.589		
112	0.385	2.433		
113	0.345	2.612		
114	0.344	2.617		
115	0.389	2.410		
116	0.392	2.385		
117	0.342	2.624		
118	0.393	2.383		
119	0.372	2.502		
120	0.368	2.519		
121	0.368	2.518		
122	0.369	2.514		
123	0.393	2.383		
124	0.385	2.433		
125	0.392	2.385		
126	0.307	2.749		
127	0.307	2.749		
128	0.307	2.749		
129	0.307	2.749		
130	0.307	2.749		
131	0.307	2.749		

EK 3 Uygulama 3 Pareto çözüm kümesi

No	MODE		NSGA-II	
	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$
1	16.052	17.824	17.172	16.482
2	17.174	16.482	17.172	16.482
3	16.132	17.623	16.125	17.646
4	16.204	17.467	16.607	16.838
5	16.053	17.819	16.573	16.870
6	16.288	17.322	16.185	17.536
7	16.389	17.126	16.256	17.386
8	16.498	16.991	16.083	17.736
9	16.442	17.055	16.213	17.467
10	16.362	17.231	16.224	17.434
11	16.334	17.236	17.151	16.483
12	16.289	17.312	16.541	16.915
13	16.700	16.741	16.052	17.864
14	16.421	17.085	16.072	17.765
15	16.739	16.687	16.697	16.735
16	16.532	16.913	16.115	17.674
17	16.507	16.946	16.148	17.606
18	16.643	16.784	16.279	17.327
19	16.615	16.819	16.417	17.104
20	16.746	16.674	16.054	17.843
21	16.773	16.649	16.215	17.445
22	16.579	16.851	16.350	17.199
23	16.813	16.624	16.062	17.808
24	16.526	16.940	16.422	17.082
25	16.593	16.843	16.162	17.562
26	16.554	16.883	16.637	16.787
27	16.831	16.612	16.585	16.851
28	16.920	16.563	16.533	16.934
29	16.606	16.822	16.321	17.250
30	16.562	16.872	16.507	16.946
31	16.796	16.637	16.207	17.488
32	16.839	16.598	17.055	16.496
33	17.144	16.483	16.427	17.067

34	16.892	16.564	16.262	17.359
35	17.122	16.484	16.900	16.561
36	16.646	16.773	16.828	16.617
37	16.674	16.745	16.612	16.826
38	16.968	16.526	16.561	16.880
39	17.005	16.512	16.294	17.310
40	17.078	16.493	16.456	17.030
41	16.660	16.758	16.768	16.661
42	16.658	16.762	16.234	17.419
43	16.965	16.533	17.098	16.488
44	16.941	16.539	16.986	16.525
45	16.928	16.544	16.499	16.968
46	16.673	16.749	16.340	17.239
47	16.984	16.521	16.923	16.551
48	17.065	16.494	16.552	16.891
49	16.992	16.516	16.675	16.746
50	16.886	16.568	16.185	17.514
51	16.857	16.586	16.141	17.633
52	16.872	16.577	16.269	17.346
53	16.923	16.547	16.655	16.771
54	16.787	16.641		
55	16.851	16.590		
56	17.113	16.485		
57	17.026	16.504		
58	17.102	16.487		
59	16.949	16.534		
60	16.878	16.576		
61	16.779	16.644		
62	17.089	16.491		
63	17.018	16.512		
64	17.159	16.482		
65	17.094	16.488		
66	17.036	16.501		
67	17.020	16.507		
68	16.560	16.878		
69	17.164	16.482		
70	17.056	16.497		
71	16.948	16.538		

72	16.988	16.520		
73	17.046	16.498		
74	17.055	16.497		
75	16.556	16.881		
76	17.042	16.500		
77	16.854	16.588		
78	16.872	16.576		
79	17.038	16.501		
80	17.161	16.482		
81	17.045	16.499		
82	16.857	16.586		
83	17.055	16.497		