

170245

ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MEVSİMSEL ZAMAN SERİLERİNDE KOİNTEGRASYON
VEKTÖRÜNÜN TAHMİNİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA ÇALIŞMASI

Hasan TÜRE

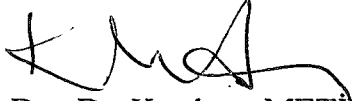
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

ANKARA

2005

Her hakkı saklıdır

Doç. Dr. Yılmaz AKDİ danışmanlığında, Hasan TÜRE tarafından hazırlanan bu çalışma 21/9/2005 tarihinde aşğıdaki jüri tarafından İstatistik Anabilim Dalı'nda yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.



Başkan : Doç. Dr. Kıvılcım METİN

(Bilkent Üniversitesi)



Doç. Dr. Yılmaz AKDİ

(Ankara Üniversitesi)



Yrd. Doç. Dr. İhsan KARABULUT

(Ankara Üniversitesi)

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Ülkü Mehmetoğlu
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

MEVSİMSSEL ZAMAN SERİLERİNDE KOİNTEGRASYON VEKTÖRÜNÜN TAHMINİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA ÇALIŞMASI

Hasan TÜRE

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Yılmaz AKDİ

Bu çalışmada Türkiye' nin makroekonomik değişkenlerinden Gayri Safi Yurtiçi Hasıla ile tüketim serileri arasında 1987:1–2003:4 döneminde mevsimsel kointegre bir ilişki olup olmadığı araştırılmaya çalışılmıştır. Kointegrasyon testine geçebilmek için serilerin bütünleşme sıraları hesaplanmıştır. Mevsimsel birim kök testleri HEGY metodu kullanılarak yapılmış ve her iki seride de mevsimsel birim köke rastlanmıştır. Daha sonra mevsimsel kointegrasyon testleri Hylleberg *et al.* (1990) ve Engle *et al.* (1993) yöntemleri ile yapılmıştır. Serilerde 0, 1/4 ve 3/4 frekansta kointegre ilişki bulunmuştur. Fakat 1/2 frekansta kointegre ilişkiye rastlanamamıştır.

2005, 84 sayfa

Anahtar kelimeler: Zaman serileri, mevsimsellik, birim kökler, mevsimsel birim kökler, mevsimsel kointegrasyon.

ABSTRACT

Master Thesis

Estimation of The Cointegration Vector for Seasonal Time Series: An Application

Hasan TÜRE

Ankara University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Statistic

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Yılmaz AKDİ

In this study, a possible seasonal cointegration relationship between income and consumption in the period 1987:1-2003:4 for Turkey. In order to search for cointegration relationship, both series are checked whether they are integrated at the same level or not. Seasonal integrations have been checked by using HEGY method and seasonal unit roots are observed for both series. Later, seasonal cointegration is searched by using the methods proposed by Hylleberg *et al.* (1990) and Engle *et al.* (1993). We observed that these series are cointegrated at the frequencies 0, 1/4 and 3/4. But the series are not cointegrated at 1/2 frequency.

2005, 84 pages

Key words: Time series, seasonality, unit roots, seasonal unit roots, seasonal kointegration.

TEŞEKKÜR

Çalışmanın her safhasında yakın ilgi ve önerileri ile beni yönlendiren danışman hocam, Sayın Doç. Dr. Yılmaz AKDİ'ye, ilgi ve yardımlarını esirgemeyen Yrd. Doç. Dr. İhsan KARABULUT'a (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi) teşekkürlerimi sunarım. Hiçbir zaman yardımlarını esirgemeyen çalışma arkadaşlarım; Hüseyin GÜLER, Yeliz YALÇIN, Furkan EMİRMAHMUTOĞLU, Erkan AĞASLAN ve Nükhet DOĞAN'a (Gazi Üniversitesi İ.İ.B.F.) ve ismini sayamadığım bütün arkadaşlarıma ve hocalarıma, desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen her zaman benimle olan, bugünlere gelmemi sağlayan aileme teşekkürlerimi sunarım.

Hasan TÜRE

Ankara, Eylül 2005

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
SİMGELER DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ	vii
1. GİRİŞ	1
2. ZAMAN SERİLERİNDE TEMEL KAVRAMLAR.....	4
2.1 Zaman Serisi	4
2.2 Durağanlık	5
3. BAZI DURAĞAN ZAMAN SERİLERİ	10
3.1 Hareketli Ortalama MA(q) Serileri.....	10
3.2 Otoregresif AR(p) Seriler	13
3.3 Otoregresif Hareketli Ortalama ARMA(p,q) Serileri	16
3.4 Mevsimsel Zaman Serileri.....	20
4. DURAĞAN OLMAYAN ZAMAN SERİLERİ	28
4.1 Birim Kök Testleri	30
4.1.1 Dickey – Fuller birim kök testi (DF)	31
4.1.2 Genişletilmiş Dickey – Fuller birim kök testi (ADF)	40
4.1.3 Birden çok birim köklü seriler.....	40
4.2 Mevsimsel Birim Kök Testleri	44
4.2.1 Simetrik en küçük kareler yöntemi (DHF).....	45
4.2.2 Hylleberg, Engle, Granger, Yoo (1990) mevsimsel birim kök testi	51
5. ÇOK DEĞİŞKENLİ ZAMAN SERİLERİ	57
5.1 Temel kavramlar	57
5.2 Vektör Otoregresif Seriler (VAR Modelleri).....	59
5.3 Kointegrasyon Analizi	59
5.3.1 Engle ve Granger metodu.....	60
5.3.2 Johansen metodu	62
5.4 Mevsimsel Kointegrasyon.....	66
6. UYGULAMA.....	70
7. TARTIŞMA ve SONUÇ	79
KAYNAKLAR	81
ÖZGEÇMİŞ.....	84

SİMGELER DİZİNİ

ACF	Otokorelasyon Fonksiyonu
ADF	Augmented (Genişletilmiş) Dickey- Fuller
AIC	Akaike Bilgi Kriteri
AR	Otoregresif Zaman Serisi (Autoregressive Series)
ARMA	Hareketli Ortalama – Otoregresif Zaman Serisi (Autoregressive-Moving Average Series)
DF	Dickey – Fuller
DHF	Dickey – Hazsa – Fuller
EGHL	Engle – Granger – Hylleberg – Lee
HEGY	Hylleberg – Engle – Granger – Yoo
MA	Hareketli Ortalama Serisi (Moving Average Series)
PACF	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
SAR	Mevsimsel Otoregresif Zaman Serisi (Seasonal Autoregressive Series)
WN	Beyaz Gürültü Süreci (White Noise)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1	$Y_t = e_t - 1,85e_{t-1} + 0,75e_{t-2}$ modeline ilişkin rasgele üretilen verilerin ACF ve PACF grafikleri.....	11
Şekil 3.2	$Y_t = e_t - 1,85e_{t-1} + 0,75e_{t-2}$ modelinin hesaplanan ACF ve PACF değerlerinin grafikleri.....	12
Şekil 3.3	$Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t$ modeline ilişkin rasgele üretilen verilerin ACF ve PACF grafikleri.....	15
Şekil 3.4	$Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t$ modelinin hesaplanan ACF ve PACF değerlerinin grafikleri.....	16
Şekil 3.5	$Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t + e_{t-1}$ modeline ilişkin rasgele verilerin ACF ve PACF grafikleri.....	18
Şekil 3.6	$Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t + e_{t-1}$ modelinin hesaplanan ACF ve PACF değerlerinin grafikleri.....	19
Şekil 3.7	$Y_t = \rho Y_{t-4} + e_t$ modeline ilişkin üretilen rasgele veriler ile $\rho = 0,8, 0,9, 0,95, 1$ değerleri için çizilmiş ACF ve PACF grafikleri..	26
Şekil 3.8	$Y_t = 0,8Y_{t-4} + e_t$ modelinin hesaplanan ACF ve PACF değerlerinin grafikleri.....	27
Şekil 4.1	Özel nihai tüketim serisinin grafikleri.....	48
Şekil 4.2	Özel nihai tüketim serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının grafikleri.....	49
Şekil 4.3	GSYİH serisinin grafikleri.....	55
Şekil 4.4	GSYİH serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu grafikleri.....	56
Şekil 6.1	GSYİH ve tüketim serilerindeki üçer aylık değişimler ve birinci sıra farkları.....	71
Şekil 6.2	$Y_{4t} = (1 - B^4)Y_t$ ve $C_{4t} = (1 - B^4)C_t$ dönüşümlerinin grafikleri....	72
Şekil 6.3	GSYİH ve Tüketim serilerinin periyotlara göre grafikleri.....	72
Şekil 6.4	GSYİH ve tüketim serileri için birim kök dönüşümleri.....	73

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 6.1	1987:1 - 2003:4 dönemi Türkiye, Log(GSYİH) ve Log(Tüketim) serileri için HEGY testi sonuçları.....	74
Çizelge 6.2	Sıfır frekanstaki (uzun dönem) kointegrasyon testi sonuçları.....	75
Çizelge 6.3	1/2 frekanstaki (altı aylık) kointegrasyon testi sonuçları.....	76
Çizelge 6.4	1/4 (ve 3/4) frekanstaki kointegrasyon testi sonuçları.....	77

1. GİRİŞ

Son yıllarda birim kök ve kointegrasyon kavramları ile bunların uygulamaları ekonometristlerin büyük ilgisini çekmiştir. Özellikle 90'lı yıllardan itibaren ekonometristler mevsimsellikten arındırılmamış serilerin modellenmesi ile ilgili çalışmalara yönelmişlerdir. Genel olarak oluşmuş bir kanıya göre, serideki mevsimsel dalgalanmalar sadece mevsimlerin değişmesi ve takvimsel olaylardan meydana gelmektedir. Aksine bu dalgalanmalarda ekonomiye yön veren kuruluşların da büyük etkisi olmaktadır Franses and McAleer (1998), Hylleberg (1992), Ghysels (1994), Miron (1996) mevsimsel modellemeyle ilgilenmişlerdir.

Birim köklü zaman serileri analizindeki hızlı gelişmeler ekonomik uygulamalar üzerinde etkili olmuştur. Tek değişkenli birim kök testleri ilk olarak Fuller (1976) ve Dickey and Fuller (1979)'ın çalışmaları ile başlamış ve Nelson and Plosser (1982) bu metotları çeşitli makroekonomik verilere uygulamıştır. Granger (1981) kointegrasyon kavramını ortaya atmış ve herhangi iki serinin kointegre olabilmesi için her iki serinin de aynı dereceden bütünleşik olması gerektiğini vurgulamıştır. Yukarıda sayılan bütün bu teknikler, serilerde mevsimsel dalgalanmaların olmadığı durumlarda geçerlidir. Ancak bir çok ekonomik seride mevsimsel dalgalanmanın yanı sıra mevsimsel birim kök bulunabilmektedir. Mevsimsel fark filtre yönteminin kullanılması ile seride mevsimsel birim kökün varlığı üstü kapalı şekilde belirtilmiştir (Box and Jenkins 1970).

İstatistiki sonuç çıkarım açısından, serinin durağanlığı önemlidir. Çünkü hemen hemen bütün istatistiki sonuç çıkarımlar serinin durağan olduğu varsayımına dayanmaktadır. Bu sebepten serilerin önce birim kök içerip içermediğinin sınanması gerekir. Seri durağan değil, yani birim köklü ise durağanlaştırılmalıdır. Bunun için en pratik yol da fark almaktır. Seride kaç tane birim kök varsa o kadar fark alma işlemi yapılmalıdır. Yoğun olarak kullanılan Dickey-Fuller yöntemi, bir tek birim kökün varlığının sınanması için geliştirilmiş olup, birden fazla birim kökün sınanması için kullanılamayacağı Dickey and Pantula (1987) tarafından belirtilmiştir. Dickey ve Pantula birden fazla birim kökün olması durumunda, istatistiki sonuç çıkarımların

anlamsız olacağını belirtmiş ve ardışık birim kök testi (sequential unit root tests) olarak adlandırdıkları bir test yöntemi önermişlerdir. Fakat mevsimsel serilerde birim kök varsa, bu birim kökler tekrar etmektedir. Bu durumda tekrar eden birim kök sayısı kadar fark almak seriyi durağanlaştırmayabileceği gibi, çok karmaşık modellere de dönüştürebilmektedir. Onun için, mevsimsel birim köke sahip serilerde mevsimsel fark alma yöntemleri kullanılmalıdır (Akdi 2003). Bu yüzden, serideki birim kökün mevsimsel olup olmadığını belirlemek gerekir. Bunun için birçok yöntem geliştirilmiştir. DHF olarak adlandırılan Dickey *et al.* (1984) yöntemi ile HEGY testi olarak adlandırılan Hylleberg *et al.* (1990) çalışmaları ön plana çıkmaktadır.

DIHF tekniğinde birim kökün hangi frekansta olduğu ile ilgilenilmemiştir. Ancak bu eksiklik HEGY yöntemi ile giderilmiştir. Hylleberg *et al.* (1990) üçer aylık seriler üzerinde bu frekansları uygulamaları ile birlikte incelemişlerdir. Daha sonra Beaulieu and Miron (1990) ve Franses (1990) aylık verilerde mevsimsel birim kökün varlığını sınamışlardır.

Çok değişkenli zaman serilerinde serinin kendisi durağan olmadığı halde herhangi bir lineer birleşimi durağan oluyorsa, seriye kointegrasyonludur denmektedir. Herhangi iki seri aynı dereceden bütünleşik ise bu iki serinin kointegrasyonlu olup olmadığının sınanması için regresyondan elde edilen artıklar serisinin durağan olup olmadığının araştırılması gerekmektedir. Aynı yöntem mevsimsel seriler için de kullanılabilir. Engle and Granger (1987)'de önerilen kointegrasyon testi, benzer şekilde ilk defa Hylleberg *et al.* (1990) tarafından İngiltere verilerine (gelir ve tüketim) uygulanarak geliştirilmiştir. Daha sonra, Engle *et al.* (EGHL 1993) Japonya verilerine aynı metodu uygulamışlar ve Japonya'nın gelir ve tüketim verilerinde mevsimsel birim kök olduğu sonucuna varmışlardır. Ayrıca seriler arasında 1/4 frekansta kointegrasyon ilişkisi bulmuşlardır. Hylleberg *et al.* (1990)'da üretilmeyen kritik değerler (1/4 ve 3/4 frekanslarında) EGHL(1993)'de üretilmiştir.

Çalışma altı bölümden oluşmaktadır. İkinci bölümde zaman serilerinde yararlanılan temel kavramlar üzerinde durulacaktır. Üçüncü bölümde çeşitli durağan zaman serisi

modelleri incelenecektir. Dördüncü bölümde zaman serileri analizinde önemli bir yere sahip olan Dickey and Fuller (1979), Genişletilmiş Dickey and Fuller (1981) ve birden çok birim kök içeren seriler için testler verilmiştir. Ayrıca bunlara ilave olarak mevsimsel birim kök testlerinden Dickey *et al.* (1984) ve Hylleberg *et al.* (1990) incelenmiştir. Çalışmanın beşinci bölümünde ise çok değişkenli zaman serileri üzerinde durulmuş ve mevsimsel kointegrasyon kavramı incelenmiştir. Altıncı ve son bölümde ise Türkiye'nin mevsimsel özellikler taşıyan makro ekonomik değişkenlerinden Gayri Safi Yurt İçi Hasıla ve Tüketim serileri arasındaki olası mevsimsel kointegrasyon ilişkisi araştırılmıştır.



2. ZAMAN SERİLERİNDE TEMEL KAVRAMLAR

2.1 Zaman Serisi

Zaman serileri, gözlemlerden elde edilen sonuçların ardı ardına sıralanması ile oluşmaktadır. Bu sıralama zaman eksenini doğrultusunda yıllık, üçer aylık, aylık, hatta haftalık, günlük, saatlik gibi zaman aralıklarında yapılmaktadır. İlgilenilen dönem ise eşit zaman aralıklarında olmaktadır (Wei 1990).

Zaman serileri çeşitli çalışma alanlarında kullanılmaktadır. Her şeyden önce zaman serisi analiz tekniklerinin kullanabilmesi için uygun verilere sahip olunması gerekmektedir. Bu çalışma alanlarından bazılarını sıralamak gerekirse; işletme ve ekonomi gibi sosyal bilimlerde; günlük hisse senedi kapanış fiyatları, haftalık faiz oranları, aylık indeks değerleri, üçer aylık satış miktarları, yıllık GSMH değerleri gözlenmektedir. Mühendislik gibi fen bilimlerinde; ses ve elektrik sinyalleri, voltaj değerleri gözlemlenirken, jeofizikte hava akım miktarları, okyanus dalgalarının boyları kaydedilmektedir. Tıpta kalp ritimleri, electrocardiogram (EKG) değerleri ölçülmektedir. Meteorolojide saatlik rüzgar hızları, günlük hava sıcaklıkları, yıllık yağış miktarları gözlemlenmektedir. İşte bütün bu gözlemlerin ve kayıtların zaman doğrultusunda sıralanması, zaman serilerini meydana getirmektedir. Sayılan bütün bu alanlarda yapılan gözlemler sonsuza dek sürdürülebilmektedir (Wei 1990).

Zaman serisi analizlerinde amaçlardan belki de en önemlisi; gözlemlenen geçmiş değerleri kullanarak serinin gelecek zamanlarda alacağı değerleri öngörmektir. Örneğin bir işletmeci, geçen yıllardaki satış miktarlarından yola çıkarak bir sonraki sene yapması gerekecek üretim miktarını öngörebilmeyi isteyebilir. Hatta satıştaki artışla reklam giderleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu da araştırmak isteyebilir.

Bu ve benzeri problemlerin çözümü için zaman serileri teknikleri yoğun olarak kullanılmaktadır. Zaman serilerini durağan ve durağan olmayan seriler olmak üzere iki

grupta toplamak mümkündür. Bunlar ileride ayrıntılarına fazla girmeden kısaca özetlenecektir. Bazı seriler verilerin toplanış esasına göre mevsimsellik gösterir. Mevsimsel seriler de yine durağan ve durağan olmayan seriler olmak üzere iki gruba ayrılır. Mevsimsel zaman serilerinde en önemli problem uygun dönüşümün belirlenmesidir.

Zaman serilerine özel bir stokastik süreç olarak da bakılabilir. Ω örneklem uzayını, F , Ω üzerindeki bir σ -cebirini ve P 'de F üzerindeki bir olasılık ölçüsünü göstermek üzere, (Ω, F, P) bir olasılık uzayı olsun. T herhangi bir indis kümesini göstermek üzere reel değerli bir stokastik süreç

$$\begin{aligned} Y : \Omega \times T &\rightarrow \mathbb{R} \\ (w, t) &\rightarrow Y(w, t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

olarak tanımlanır. Genellikle $\{Y_t : t \in T\}$ 'yi Y_t olarak göstereceğiz. Eğer T indis kümesi $\mathbb{R}$ veya $(0,1)$ gibi aralıklardan seçilirse bu zaman serisine sürekli zamanlı stokastik süreç denir. T indis kümesi doğal sayılar kümesi veya doğal sayılar kümesinin bir alt kümesi olarak seçildiğinde $\{Y_t\}$ stokastik sürecine zaman serisi denmektedir. w sabit tutulduğunda, Y_t zaman serisi t nin reel değerli bir fonksiyonu olup, bu fonksiyona zaman serisinin bir realizasyonu veya yörüngesi denmektedir. Stokastik süreçlerde ve zaman serilerinde bütün olası realizasyonlar popülasyonu oluşturmaktadır.

2.2 Durağanlık

Zaman serileri, ortalamadan gösterdiği sapmalara göre, durağan ve durağan olmayan zaman serileri olmak üzere başlıca iki ana başlık altında incelenmektedir. İncelenen zaman serisinin ortalaması (veya trendi) ve varyansı simetrik bir değişme göstermiyorsa veya seri periyodik dalgalanmalardan arınmış ise böyle serilere durağan zaman serileri denir (Chatfield 1991).

Herhangi bir zaman serisinin durağanlığı Tanım 1.1’de verilmiştir.

Tanım 1.1

Eğer $\{Y_t : t \in T\}$ t ’nin tüm değerleri için;

- i) $E(Y_t) = \mu$ beklenen değer zamana göre değişmiyor,
- ii) $Cov(Y_t, Y_s)$ kovaryans sadece $|t - s|$ ’nin bir fonksinu

ise $\{Y_t : t \in T\}$ zaman serisine zayıf durağandır (ikinci dereceden durağan) veya kısaca durağandır denir (Akdi 2003).

Bir çok istatistiki sonuç çıkarım serinin durağan olması koşulu altında yapıldığı için durağanlık kavramı zaman serilerinde oldukça önemlidir. Dolayısıyla, eğer seri durağan değilse herhangi bir yöntemle durağan hale getirilmelidir. Durağanlık, başlıca iki şekilde bozulabilir: Birincisi, serinin trendi deterministik olabilir; deterministik trend ilgili zaman serisinin zaman içerisinde sürekli artması (veya azalması) şeklinde düşünülebilir. Yani gözlenen trend zamanın bir fonksiyonudur. Bu trendden arındırma işlemi oldukça basittir. İkincisi serinin trendi stokastik olabilir; stokastik trend ise serideki zamanla artan (veya azalan) eğilimin sürekli olmaması, genellikle artış (veya azalış) içerisinde olan bir seride düşüşlerin de (veya artışların da) gözlendiği durumu ifade etmektedir. Bu çeşit bir trendden arındırmak için de en pratik yol fark alma işlemidir. Fakat fark alma işlemi çok arzu edilen bir dönüşüm değildir. Yani, zorunlu olmadıkça fark alma işlemi yapılmamalıdır (Köse 1998).

Serinin stokastik bir trend içerip içermediğinin önceden tespiti gerekmektedir. Bu durumun araştırılması için bir çok test geliştirilmiştir. Bunların bazıları ileride kısaca özetlenecektir.

Tanım 1.1'deki $\text{Cov}(Y_t, Y_s)$ terimi $\text{Cov}(Y_t, Y_{t+h})$ olarak değiştirilebilir, durağan bir zaman serisi için bu kovaryans sadece h 'nin bir fonksiyonudur. Bu fonksiyona Y_t zaman serisinin otokovaryans fonksiyonu denir ve $\gamma(h)$ ile gösterilir. Yani, Y_t zaman serisinin otokovaryans fonksiyonu en basit hali ile,

$$\gamma(h) = \text{Cov}(Y_t, Y_{t+h}) \quad (2.2)$$

olarak tanımlanır.

Eğer, $\gamma(h)$ durağan bir zaman serisinin otokovaryans fonksiyonu ise, bu fonksiyon negatif olmayan tanımlı ve simetriktir. Serinin varyansı ile de üstten sınırlı ve azalan bir fonksiyondur. Yani, $\gamma(h)$ otokovaryans fonksiyonu,

- i) Simetrik $\gamma(-h) = \gamma(h)$
- ii) $|\gamma(h)| \leq \gamma(0)$
- iii) $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \gamma(h_i - h_j) \geq 0, \forall a_i \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}.$

özelliklerini sağlar (Akdi 2003). Otokovaryans fonksiyonu yardımı ile durağan bir zaman serisinin otokorelasyon fonksiyonu da,

$$\rho_h = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} \quad (2.3)$$

olarak tanımlanır ve bu fonksiyon da otokovaryans fonksiyonu gibi simetrik, negatif olmayan tanımlı ve bütün h 'ler için $|\rho(h)| \leq 1$ 'dir.

Yine, otokovaryans fonksiyonu yardımı ile serinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu da

$$\phi(h) = \frac{\det(\mathbf{P}_h^*)}{\det(\mathbf{P}_h)} \quad (2.4)$$

olarak verilmektedir. Burada ($h \geq 1$),

$$\mathbf{P}_h = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \rho_{h-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdot & \cdot & \rho_{h-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{h-2} & \rho_{h-3} & \rho_{h-4} & \cdot & \cdot & \rho_1 \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \rho_{h-3} & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

dır. Yukarıda görüldüğü gibi $\mathbf{P}_h$ matrisi ρ_h 'lerden oluşmaktadır. $\mathbf{P}_h^*$ matrisi ise $\mathbf{P}_h$ matrisinin son kolonunda bulunan $\mathbf{c}' = (\rho_{h-1}, \rho_{h-2}, \dots, \rho_1, 1)$ vektörünün $\mathbf{a}' = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{h-1}, \rho_h)$ vektörü ile değiştirilmesinden elde edilen matristir. Yani $\mathbf{P}_h^*$ matrisi,

$$\mathbf{P}_h^* = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdot & \cdot & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdot & \cdot & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{h-2} & \rho_{h-3} & \rho_{h-4} & \cdot & \cdot & \rho_{h-1} \\ \rho_{h-1} & \rho_{h-2} & \rho_{h-3} & \cdot & \cdot & \rho_h \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

şeklindedir. Kısmi otokorelasyonları başka yöntemlerle de hesaplamak mümkündür. Aslında kısmi otokorelasyonlar; Y_t 'nin $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-h}$ üzerine regresyonu yapıldığında, Y_{t-h} 'nin katsayısı h-inci kısmi otokorelasyon olarak tanımlanmaktadır.

Y_t ve Y_{t+h} arasındaki otokorelasyona ilave olarak, $Y_{t+1}, Y_{t+2}, \dots, Y_{t+h-1}$ biliniyorken Y_t ile Y_{t+h} arasındaki korelasyon (2.7)'deki gibi tanımlanabilir. Genel olarak

$$\text{Corr}(Y_t, Y_{t+h} | Y_{t+1}, \dots, Y_{t+h-1}) \quad (2.7)$$

kısmi otokorelasyon fonksiyonu olarak adlandırılır ve $\phi(h)$ ile gösterilir (Wei 1990).

Zaman serisi analizlerinde serinin model derecesinin belirlenmesinde otokorelasyon fonksiyonundan yararlanılır ama bu da tam anlamıyla yeterli bir sonuç vermemektedir. Hareketli ortalama serilerinde otokorelasyonlar belirli bir yerden sonra sıfır olmasına rağmen, durağan zaman serilerinde otokorelasyonlar üstel olarak azalmaktadır. Otokorelasyonlar, azalma hızına göre durağanlık hakkında sezgisel bir bilgi verebilir ancak bu da yeterli değildir. Eğer kısmi otokorelasyonlar belli bir noktadan sonra sıfır oluyorsa (veya anlamlı olarak sıfıra yakınsa) böyle serilere otoregresif seriler denir (Akdi 2003).

3. BAZI DURAĞAN ZAMAN SERİLERİ

Bu bölümde uygulamada çok karşılaşılan bazı durağan zaman serisi modellerine kısaca değinilecektir. Bunlar; Hareketli Ortalama (Moving Average, MA), Otoregresif (Autoregressive, AR) ve Karmaşık (Autoregressive Moving Average, ARMA) modelleridir. Biz bu çalışmada geniş olarak mevsimsel (seasonal) zaman serilerine değineceğiz.

3.1 Hareketli Ortalama MA(q) Serileri

Eğer herhangi bir serinin otokovaryans fonksiyonu

$$\gamma(h) = \begin{cases} \sigma^2 & h = 0 \\ 0 & h \neq 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

şeklinde ise, bu tür serilere beyaz gürültü serisi (White Noise, WN) denmektedir.

Eğer Y_t bir beyaz gürültü süreci ise bunu $Y_t \sim WN(0, \sigma^2)$ şeklinde göstereceğiz. Beyaz gürültü serisinin otokorelasyon fonksiyonu da

$$\rho(h) = \begin{cases} 1 & h = 0 \\ 0 & h \neq 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

şeklinde olacaktır.

Model derecesi q olan hareketli ortalama serisi (moving average), $MA(q)$, $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ ve $\beta_q \neq 0$ ve $\beta_0 = 1$ olmak üzere,

$$Y_t = \mu + e_t + \beta_1 e_{t-1} + \beta_2 e_{t-2} + \dots + \beta_q e_{t-q} = \mu + \sum_{j=0}^q \beta_j e_{t-j} \quad (3.3)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu serinin otokovaryans fonksiyonu,

$$\gamma(h) = \begin{cases} \sigma^2 \sum_{j=0}^{q-h} \beta_j \beta_{j+h} & , 0 \leq h \leq q \\ 0 & , \text{d.d} \end{cases} \quad (3.4)$$

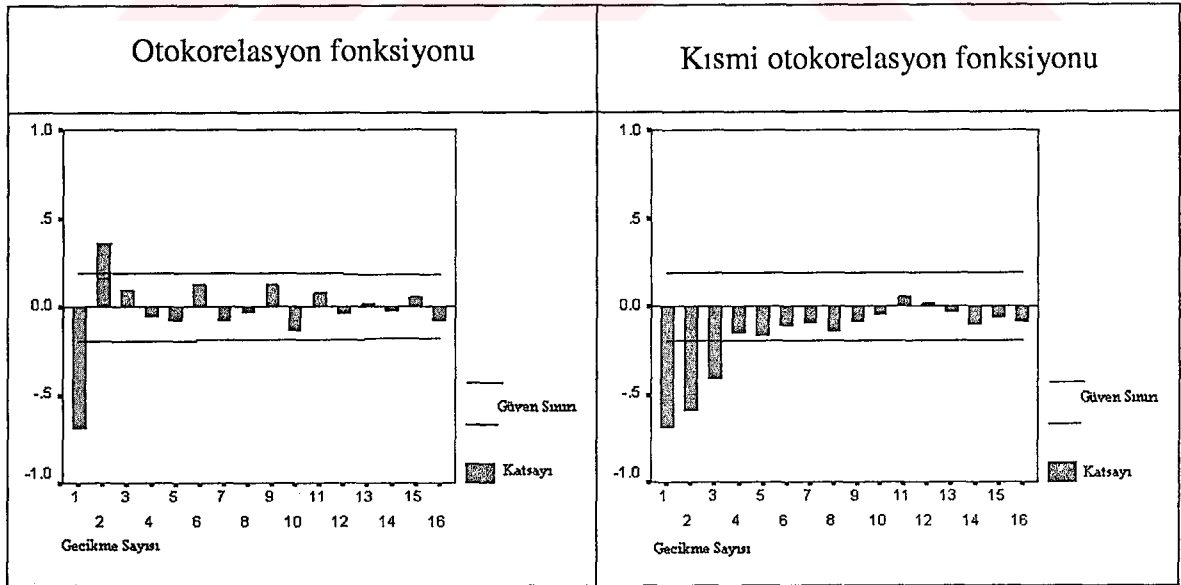
ve otokorelasyon fonksiyonu da,

$$\rho(h) = \begin{cases} \left(\sum_{j=0}^{q-h} \beta_j \beta_{j+h} \right) \left(\sum_{j=0}^q \beta_j^2 \right)^{-1} & , 0 \leq h \leq q \\ 0 & , \text{d.d} \end{cases} \quad (3.5)$$

şeklinde olacaktır. Burada açıkça görüldüğü gibi, bütün sonlu q değerleri için hareketli ortalama serileri her zaman durağandır (Akdi 2003).

Örnek 3.1

$Y_t \sim \text{MA}(2)$ olmak üzere, $Y_t = e_t - 1,85e_{t-1} + 0,75e_{t-2}$ modeline uygun rasgele üretilen verilere ilişkin ACF ve PACF grafikleri Şekil 3.1’de verilmiştir.



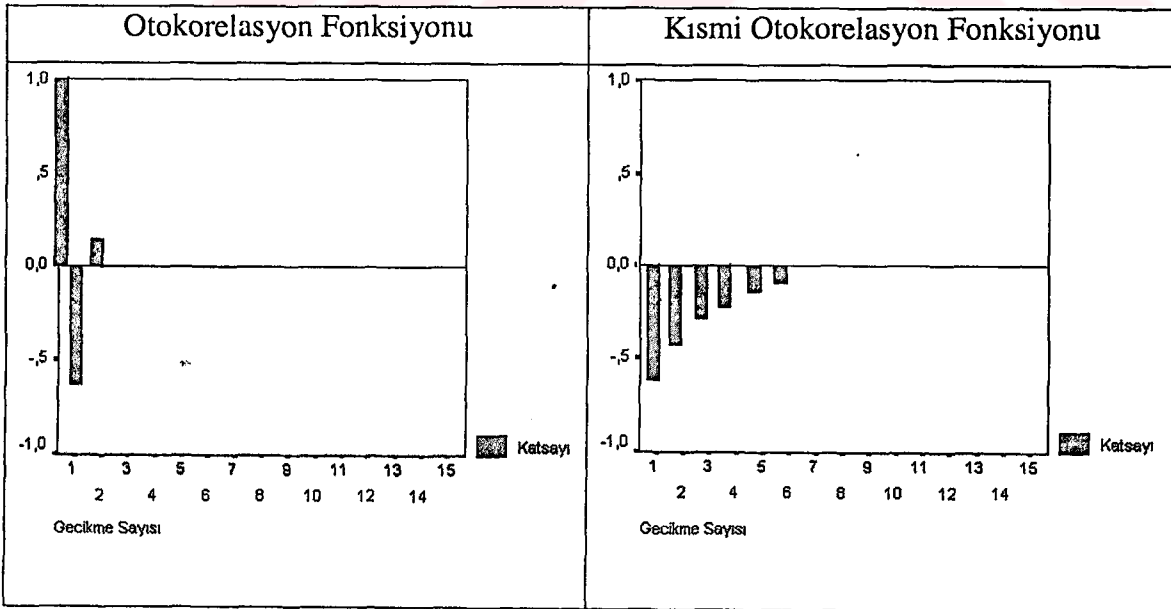
Şekil 3.1 $Y_t = e_t - 1,85e_{t-1} + 0,75e_{t-2}$ modeline ilişkin rasgele üretilen verilerin ACF ve PACF grafikleri

Şekil 3.1’de otokorelasyonların iki gecikmeden sonra anlamsız olduğu gözlenmektedir. Kısmi otokorelasyonlar ise sinüs dalgalanması şeklinde bir seyir izlemektedir. Bu da bize serinin MA(2) olabileceğine dair bir ön bilgi vermektedir. Buradan ACF ve PACF grafiklerinin, model türünün ve derecesinin belirlenmesinde kullanılabileceği sonucu çıkmaktadır. Fakat model türü ve derecesi hakkında bir karara ancak istatistiki değerlendirmeler ışığı altında ulaşabiliriz. Elde edilen bu sonuç sezgisel olmaktan ileriye gitmemektedir.

Aşağıda $Y_t = e_t - 1,85e_{t-1} + 0,75e_{t-2}$ modelinin parametrelerine ilişkin hesaplanan otokorelasyon değerleri ve kısmi otokorelasyon değerleri verilmiştir. Hesaplanan bu değerlere ilişkin grafikler ise Şekil 3.2’dir.

h	0	1	2	3
$\rho(h)$	1	-0,6494	0,1504	0

h	1	2	3	4	5	6
$\phi(h)$	-0,6494	-0,4691	-0,3574	-0,2803	-0,2234	-0,1796



Şekil 3.2 $Y_t = e_t - 1,85e_{t-1} + 0,75e_{t-2}$ modelinin hesaplanan ACF ve PACF

değerlerinin grafikleri

Şekil 3.2’de otokorelasyon fonksiyonunun ikinci gecikmeden sonra sıfır olduğu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonunun ise üstel olarak azaldığı görülmektedir.

3.2 Otoregresif AR(p) Seriler

Yukarıda MA(q) serisinin bazı özellikleri incelendi. MA(q) serisi, $Y_t = \sum_{j=0}^q \beta_j e_{t-j}$ olarak verilmişti. Şimdi, $q = +\infty$ ve $\beta_j = \rho^j, |\rho| < 1$ olarak seçilsin. Buradan $Y_t - \rho Y_{t-1} = e_t$ veya $Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t$ elde edilir. Bu seri, birinci dereceden otoregresif zaman serisi olarak adlandırılır ve AR(1) olarak gösterilir. AR(p) serisi ise,

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + e_t \quad (3.6)$$

olarak gösterilmektedir. Bunu, $(Y_t - \mu) = \sum_{i=1}^p \alpha_i (Y_{t-i} - \mu) + e_t$ veya $\alpha_0 = \left(1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i\right) \mu$ olmak üzere,

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + e_t \quad (3.7)$$

olarak da yazabiliriz.

Kolayca görüleceği gibi, serinin karakteristikleri olan varyans, otokovaryans ve otokorelasyon fonksiyonları

$$\gamma(0) = \alpha_1 \gamma(1) + \alpha_2 \gamma(2) + \dots + \alpha_p \gamma(p) + \sigma^2 \quad (3.8)$$

$$\gamma(h) = \alpha_1 \gamma(h-1) + \alpha_2 \gamma(h-2) + \dots + \alpha_p \gamma(h-p) \quad (3.9)$$

$$\rho(h) = \alpha_1 \rho(h-1) + \alpha_2 \rho(h-2) + \dots + \alpha_p \rho(h-p) \quad (3.10)$$

şeklindedir. Buradaki (3.9) ve (3.10) eşitlikleri AR(p) serisi için Yule – Walker denklemleri olarak bilinmektedir (Akdi 2003).

Daha önce sonlu bir q için, MA(q) serisinin her zaman durağan olduğunu gördük. Fakat $q = +\infty$ olması durumunda, serinin durağanlığı hakkında bir şey söyleyemeyiz.

MA(+ ∞) serisi, $Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j e_{t-j}$ olarak verildiğinde, $E(Y_t) = E\left(\sum_{j=0}^{\infty} \beta_j e_{t-j}\right)$ değerinin

hesaplanması gerekir. Öte yandan beklenen değer operatörü ile sonsuz toplamın yer değiştirebilmesi bazı koşullara bağlıdır. $\sum_{j=0}^{\infty} \beta_j^2 < \infty$ ise bu değiştirme yapılabilir.

$Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t$ serisi $|\rho| < 1$ için durağandır. Çünkü, $\beta_j = \rho^j$ için $\sum_{j=0}^{\infty} \beta_j^2 = \frac{1}{1-\rho^2} < \infty$ olur.

AR(p) serisinin durağanlığı ise

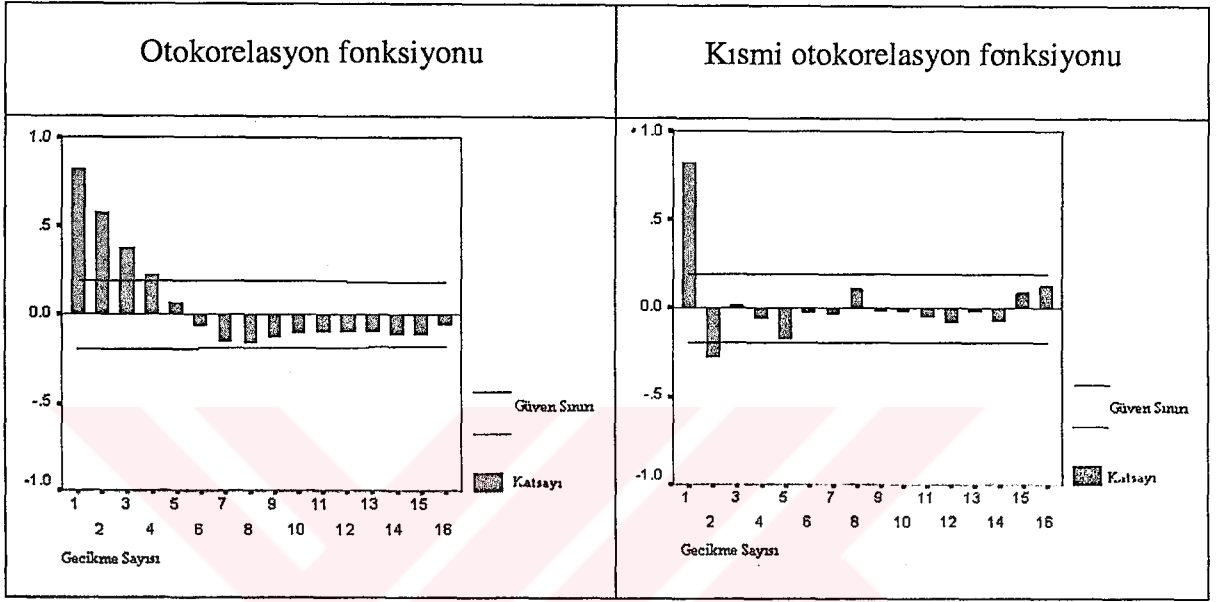
$$m^p - \sum_{j=1}^p \alpha_j m^{p-j} = 0 \quad (3.11)$$

denkleminin karakteristik köklerinin aldığı değerlere bağlıdır. Kısmi otokorelasyon fonksiyonu bu köklere göre üstel veya trigonometrik dalgalanmalar veya ikisinin karışımı şeklinde azalan bir eğilime sahiptir.

Buradan şu sonucu da çıkarabiliriz; otoregresif zaman serileri her zaman durağan değildir. Daha açık bir ifadeyle karakteristik denklemin köklerinden en az bir tanesi 1'e eşit veya 1'den büyükse seri durağan değildir. Köklerden en az bir tanesi mutlak değerce 1'e eşitse böyle serilere *birim köklü* seriler denir.

Örnek 3.2

$Y_t \sim AR(2)$ olmak üzere, $Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t$ modeline uygun üretilen verilere ilişkin ACF ve PACF grafikleri Şekil 3.3’de verildiği gibidir.



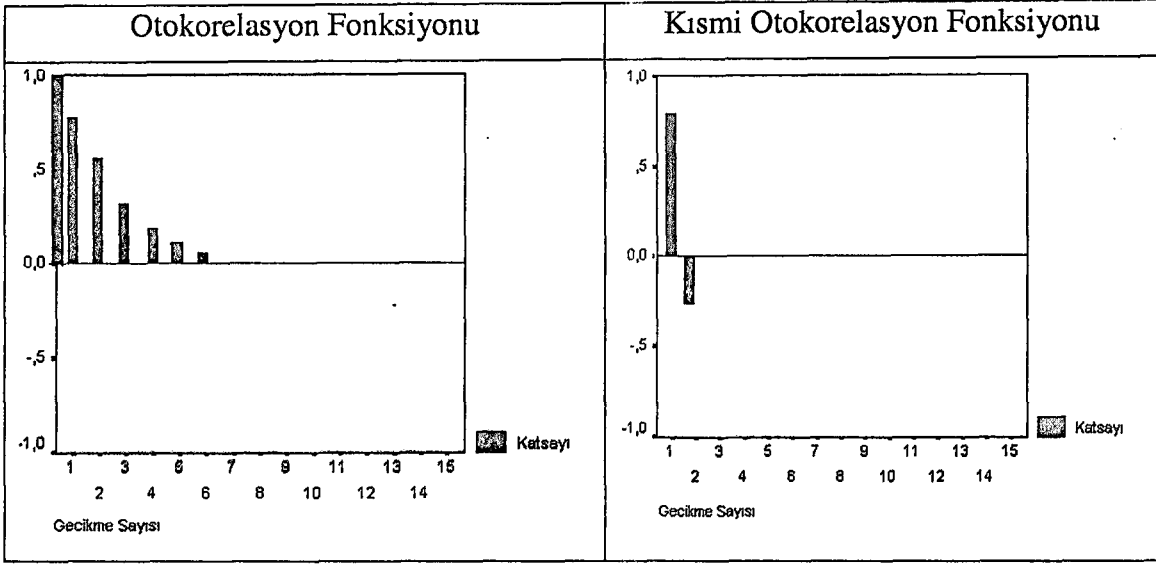
Şekil 3.3 $Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t$ modeline ilişkin rasgele üretilen verilerin ACF ve PACF grafikleri

Şekil 3.3’den görüldüğü gibi otokorelasyonlar mutlak değerce üstel olarak azalmaktadır. Kısmi otokorelasyonlar ise ikinci gecikmeden sonra çok küçük görünmektedir. Bu da serinin modelinin AR(2) olarak ele alınabileceğini göstermektedir.

Aşağıda $Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t$ modelinin parametrelerine ilişkin hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri verilmiştir. Hesaplanan bu değerlere ilişkin grafikler ise Şekil 3.4’de verilmiştir.

h	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\rho(h)$	1	0,8	0,55	0,35	0,2125	0,125	0,0718	0,0406	0,0226	0,0125	0,0068

h	1	2	3	4	5
$\phi(h)$	0,8	-0,25	0	0	0



Şekil 3.4 $Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t$ modelinin hesaplanan ACF ve PACF değerlerinin grafikleri

Şekil 3.4’de otokorelasyon fonksiyonun üstel olarak azaldığı ve kısmi otokorelasyon fonksiyonunun ise ikinci gecikmeden sonra sıfır olduğu görülmektedir.

3.3 Otoregresif Hareketli Ortalama ARMA(p,q) Serileri

Yukarıda, MA ve AR serilerini kısaca tanımlamaya çalıştık. Bazı durumlarda $\phi(h)$ ve $\rho(h)$ fonksiyonları da, her ikisi birden üstel olarak (mutlak değerce) azalır. O zaman serinin MA mı yoksa AR mı olduğuna karar veremeyiz. Bu tür seriler otoregresif hareketli ortalama (ARMA) serileri olarak adlandırılmaktadır.

Otoregresif hareketli ortalama serileri, MA ve AR serilerinin karışımı olarak karşımıza çıkmaktadır. MA serilerinin her zaman durağan olmasına karşın AR serilerinde durağanlık, serinin karakteristik denkleminin köklerine bağlıdır. ARMA serilerinde ise durağanlık yine serinin AR kısmının durağan olup olmamasına bağlıdır.

ARMA(p,q) serisini daha açık bir ifadeyle, ortalaması μ , $\theta_p \neq 0$ ve $\phi_q \neq 0$ olmak üzere,

$$(Y_t - \mu) = \sum_{j=1}^p \phi_j (Y_{t-j} - \mu) + e_t + \sum_{i=1}^q \theta_i e_{t-i} \quad (3.12)$$

olarak yazabiliriz. Eğer serinin ortalaması sıfır ise (değilse $X_t = Y_t - \mu$ dönüşümü ile sıfır ortalamalı hale getirilir fakat bu dönüşüm durağan serilerde anlamlıdır) ARMA(p,q) serisi,

$$Y_t = \sum_{j=1}^p \phi_j Y_{t-j} + e_t + \sum_{i=1}^q \theta_i e_{t-i} \quad (3.13)$$

olarak yazılır. Eğer ARMA(p,q) serisi durağan ise 3.13'ü $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$ olmak üzere,

$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j e_{t-j}$ şeklinde yazabiliriz. Buradan serinin otokovaryans fonksiyonu,

$$\gamma(h) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \psi_{j+h} \quad (3.14)$$

olur. Burada ψ_j katsayılarının belirlenmesi gerekmektedir. Seriyi 3.12'deki gibi yazarsak,

$$\phi(B)Y_t = \theta(B)e_t \Rightarrow Y_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)}e_t \quad (3.15)$$

olur. ψ_j katsayısı ise $|z| < 1$ olmak üzere,

$$\psi(z) = \frac{\theta(z)}{\phi(z)} \equiv \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j z^j \quad (3.16)$$

özdeşliği ile elde edilebilir. Burada,

$$\theta(z) = 1 + \theta_1 z + \theta_2 z^2 + \dots + \theta_q z^q \quad (3.17)$$

$$\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_p z^p \quad (3.18)$$

dir. Bu özdeşliklerin çözülmesi ile $\theta_0 = 1$ ve $j > q$ için $\theta_j = 0$ ve ayrıca $j > p$ için $\phi_j = 0$ olduğunda çözümler,

$$\psi_j - \sum_{0 \leq k \leq j} \phi_k \psi_{j-k} = \theta_j, \quad 0 \leq j < \max(p, q+1) \quad (3.19)$$

$$\psi_j - \sum_{0 \leq k \leq p} \phi_k \psi_{j-k} = 0, \quad j \geq \max(p, q+1) \quad (3.20)$$

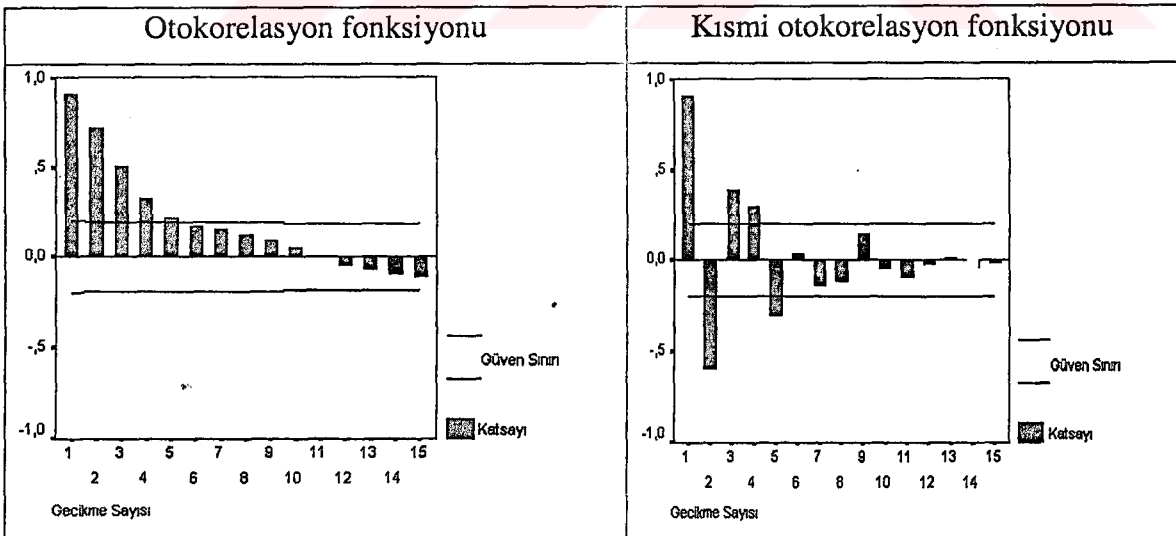
şeklindedir (Brockwell and Davis 1987). Bu eşitlikler çözüldüğünde,

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \theta_0 = 1 \\ \psi_1 &= \theta_1 + \psi_0 \phi_1 = \theta_1 + \phi_1 \\ \psi_2 &= \theta_2 + \psi_0 \phi_2 + \psi_1 \phi_1 = \theta_2 + \phi_2 + \psi_1 \phi_1 + \phi_1^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

ψ_j katsayıları ardışık olarak bulunur.

Örnek 3.3

$Y_t \sim \text{ARMA}(2,1)$ olmak üzere $Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t + e_{t-1}$ modeline uygun üretilen verilere ilişkin ACF ve PACF grafikleri aşağıda verilmiştir.



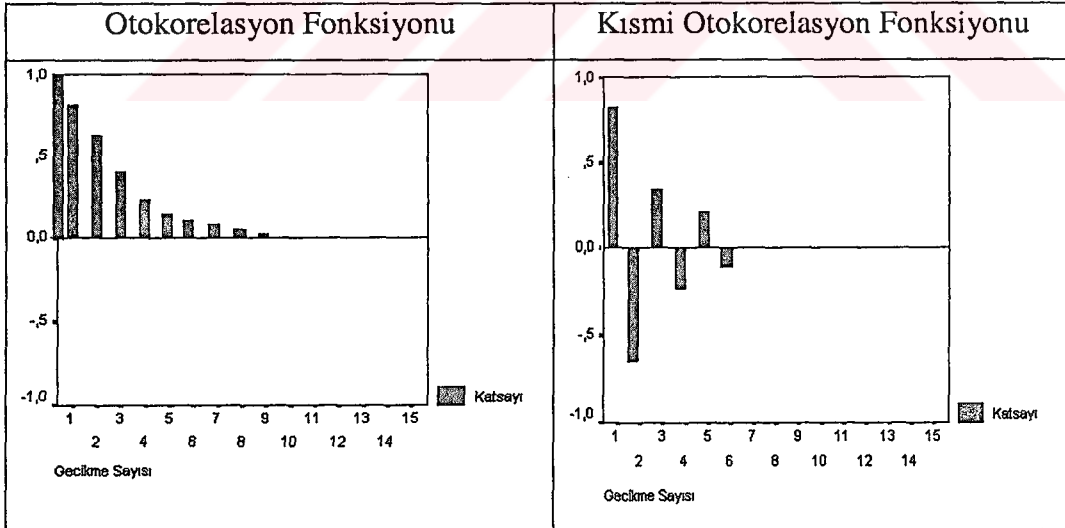
Şekil 3.5 $Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t + e_{t-1}$ modeline ilişkin rasgele verilerin ACF ve PACF grafikleri

Şekil 3.5’den otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının azaldığı gözlenmektedir. Buradan serinin AR ya da MA olmadığını söyleyebiliriz. Ancak serinin grafiklerine bakarak model derecesinin belirlenmesi de zordur. Grafiksel metod sadece önsel bir bilgi verdiği için serilerin model derecelerinin belirlenmesinde bir çok istatistiki metot geliştirilmiştir. Bunlardan en çok kullanılanı Akaike Bilgi Kriteri (AIC) istatistiğidir. AIC istatistiğini en küçük yapan model dereceleri uygun model olarak kullanılmaktadır.

Aşağıda $Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t + e_{t-1}$ modelinin parametrelerine ilişkin hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri verilmiştir. Hesaplanan bu değerlere ilişkin grafikler ise Şekil 3.6’da verilmiştir.

h	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\rho(h)$	1	0,875	0,625	0,4062	0,25	0,1484	0,0859	0,0488	0,0273	0,0151	0,0083

h	1	2	3	4	5	6
$\phi(h)$	0,875	-0,6	0,375	-0,27273	0,214286	-0,17647



Şekil 3.6 $Y_t = Y_{t-1} - 0,25Y_{t-2} + e_t + e_{t-1}$ modelinin hesaplanan ACF ve PACF değerlerinin grafikleri

Bu grafiklere bakıldığında ne otokorelasyonların ne de kısmi otokorelasyonların belli bir gecikmeden sonra sıfır oldukları söylenememektedir. Bu sonuç modelin ARMA olduğuna önsel bir işarettir.

3.4 Mevsimsel Zaman Serileri

Ekonometrik zaman serileri genellikle sabit zaman aralıklarında kaydedilmektedir. Bir çok makroekonomik seri aylık veya üçer aylık frekanslarda toplanmaktadır. Diğer ekonomik verilerden özellikle finansal seriler ise daha sık frekanslarda toplanabilmektedir. Literatürde daha geniş frekanslarda örneğin haftalık, günlük serilere de rastlanabilir.

Bir çok ticari ve ekonomik zaman serisi, mevsimsel davranışlar sergilemektedir. Mevsimsel hareketler zamanın belirli periyotlarında kendiliğinden gerçekleşmektedir. Daha açık bir ifadeyle mevsimsellik, zaman serisinin zamanın belirli bir aralığında belirli sayıda tepe ve dip değerleri içermesidir.

Günlük konuşmada da oldukça geniş anlamlarda kullanıma sahip olan “mevsimsellik” kelimesi acaba neyi ifade etmektedir? Dahası mevsimsellik hakkındaki bazı tanımlamalarda sistematik bir hareketten bahsedilmektedir. Acaba tam olarak sistematiklik neyi ifade etmektedir? İşte cevabı bulunması gereken soru da budur. Bu sorunun cevabı tek şekilde bulunabilir; bu da seride mevsimsel dalgalanmaya neyin sebep olduğunu bulmaktır. Bu konuyla ilgili çalışmalara Thomas and Wallis (1971), Granger (1978) ve Hylleberg (1986)’dan ulaşılabilir (Hylleberg 1992).

Mevsimselliğin oluşmasındaki etkenleri üç sınıfa içerisinde toplayabiliriz:

- i-) hava durumu, yani, sıcaklık, yağış, güneş ışığından faydalanma saati v.b.,
- ii-) takvimsel olaylar, yani, dini bayramlar veya toplumsal festivaller,
- iii-) karar verme zamanları, yani, okul tatilleri, iş sektörü tatilleri, vergi yılları, hesap dönemleri, kar payı veya maaş ödeme dönemleri.

Bu etkenlerden bazıları uzun dönemde değişim göstermezler (dini bayramlar), bazıları da kesikli zaman aralıklarında değişim gösterirler (tatiller, vergi yılları). Bu etkilerden bazılarının ne zaman olacakları tahmin edilebilir (sevgililer günü), bazılarının ise tahmin edilemez (hava durumu) (Hylleberg 1992).

Bu temel sebeplerin çeşitli ekonomik değişkenler üzerinde doğrudan bir etkisi olabilir, örneğin hasat değişkeni mevsimsel değişimden oldukça fazla etkilenir. Hava durumu bu değişkenin yön bulmasında oldukça etkilidir. Hatta bu etkilerin ekonomik karar vericilerin kararları üzerinde doğrudan olmayan etkileri de olabilir. İktisadi bireyler üretim ve tüketim miktarlarını; beklentilerine, tercihlerine, fiyatlara ve fiziksel yeterliliklerine göre düzgün bir şekilde belirleyebilmeyi tercih ederler. Ancak bu faktörler yıl boyunca değişmekte, dahası bu değişim içsel de olabilmektedir. Böylece ekonomik serilerdeki mevsimsel hareketler, içsel değişkenlerin de etkisiyle karmaşık bir süreç doğurmaktadır (Hylleberg 1992).

Dondurma satışlarının oluşturduğu bir zaman serisi mevsimseldir çünkü her yılın belirli aylarında artış (yaz ayları, tepe noktaları) ve belirli aylarında azalış göstermektedir (kış ayları, dip noktaları). Bu hareketini de düzenli bir şekilde her yıl tekrarlamaktadır. Benzer şekilde aylık otomobil satışları Ağustos ve Eylül aylarında azalma eğilimindedirler çünkü bir sonraki yıl yeni modeller piyasaya sürülecektir. Bu doğrultuda Ağustos ve Eylül aylarında dip noktaları gerçekleşen mevsimsel bir zaman serisi gözlemlenecektir.

Daha önce vurgulandığı gibi mevsimsellik olgusunun oluşmasındaki başlıca faktör hava durumudur. Ticaret ve ekonomik aktiviteler havanın durumuna göre yön bulmaktadır. Örneğin ülkeye gelecek turist sayısı veya inşaat sektörünün ilerlemesi havanın durumuna bağlıdır. Geleneksel alışkanlıklar örneğin bayramlar, yılbaşıları hediye sektöründe artışlar meydana getirmektedir tabi bu artışlar veya azalışlar bir defaya mahsus değil periyodik bir biçimde tekrarlanmaktadır. İşte bu da mevsimsellik olgusunu doğurmaktadır (Wei 1990).

Mevsimsel serilerde dikkatle yapılması gereken şey uygun fark almanın yani uygun dönüşümün belirlenmesidir. Ayrıca otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlardan model derecesinin belirlenmesi de zordur.

Genel olarak aylık bir mevsimsel seri için, $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere;

$$(Y_t - \mu) = \alpha(Y_{t-12} - \mu) + e_t \quad (3.22)$$

şeklinde bir model önerilebilir.

Eğer $\alpha=1$ ise seri durağan değildir. Burada önemli olan seriyi durağan hale getirmek için uygun dönüşümün belirlenmesidir. Bu serinin karakteristik denklemi $m^{12} - 1 = 0$ olup, aslında serinin 12 tane birim kökü vardır. O zaman ilk aklımıza gelen serinin 12 defa farkının alınması gerektiğidir. Böyle bir fark operatörü, hem seriyi çok karmaşık hale getirir hem de uygun olmayabilir. Eğer seri $W_t = (1-B)^{12} Y_t$ dönüşümü ile durağan hale getirilmeye çalışılırsa model oldukça karmaşık bir hale dönüşecektir. Yani, dönüşüm uygun değildir. Fakat seri $W_t = (1-B^{12})Y_t$ dönüşümü ile durağan hale getirilebilmektedir ve bu dönüşüm hem uygun, hem pratiktir hem de daha anlamlıdır (Akdi 2003).

Mevsimsel zaman serilerinde otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları Yule-Walker denklemleri kullanılarak kolay bir şekilde hesaplanabilir.

$Y_t = \alpha Y_{t-3} + e_t$ herhangi bir dörder aylık (yılda üç defa) seri ve $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere, serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları (3.23)'deki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \text{Cov}(Y_t, Y_{t-h}) = \text{Cov}(\alpha Y_{t-3} + e_t, Y_{t-h}) \\ &= \alpha \text{Cov}(Y_{t-3}, Y_{t-h}) + \text{Cov}(e_t, Y_{t-h}) \\ &= \alpha \gamma(h-3) + \sigma^2 I(h=0) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Buradan, h 'ye değişik değerler verildiğinde otokovaryanslar,

$$\begin{aligned}\gamma(0) &= \alpha\gamma(3) + \sigma^2 \\ \gamma(1) &= \alpha\gamma(2) \\ \gamma(2) &= \alpha\gamma(1) \\ \gamma(3) &= \alpha\gamma(0)\end{aligned}\tag{3.24}$$

şeklinde olacaktır. (3.24) eşitliği (3.23)'de yerine konulursa,

$$\begin{aligned}\gamma(0) &= \alpha\gamma(3) + \sigma^2 = \alpha(\alpha\gamma(0)) + \sigma^2 \\ (1 - \alpha^2)\gamma(0) &= \sigma^2\end{aligned}\tag{3.25}$$

$$\gamma(0) = \frac{\sigma^2}{1 - \alpha^2}\tag{3.26}$$

olarak serinin varyansı elde edilir. Ayrıca bu eşitliklerin sağlanabilmesi için $\gamma(1) = \gamma(2) = 0$ olması gerekmektedir. Yani, $\gamma(0) = \frac{\sigma^2}{1 - \alpha^2}$, $\gamma(1) = \gamma(2) = 0$, $\gamma(3) = \alpha\gamma(0) = 0$, $\gamma(4) = \alpha\gamma(1) = 0$, $\gamma(5) = \alpha\gamma(2) = 0 \dots$ şeklinde otokovaryanslar hesaplanır.

Genel bir ifade ile $h > 0$ için;

$$\gamma(h) = \begin{cases} \alpha^h \frac{\sigma^2}{1 - \alpha^2} & , h = 3j, \quad j = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & , \text{d.d.} \end{cases}\tag{3.27}$$

Otokorelasyonlar ise,

$$\rho(h) = \begin{cases} \alpha^h & , h = 3j, \quad j = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & , \text{d.d.} \end{cases}\tag{3.28}$$

olarak hesaplanır. Kısmi otokorelasyonlar ise,

$$\phi(1) = \rho(1) = 0 \quad (3.29)$$

olup ikinci kısmi otokorelasyon,

$$\phi(2) = \frac{\det(\underline{P}_2^*)}{\det(\underline{P}_2)} \quad (3.30)$$

formülünden hesaplanır.

$$\underline{P}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \rho(1) \\ \rho(1) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

ve

$$\underline{P}_2^* = \begin{bmatrix} 1 & \rho(1) \\ \rho(1) & \rho(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

şeklindeki matrislerden $\det(\underline{P}_2^*) = 0$ ve $\det(\underline{P}_2) = 1$ dir. Buradan,

$$\phi(2) = \frac{\det(\underline{P}_2^*)}{\det(\underline{P}_2)} = \frac{0}{1} = 0 \quad (3.33)$$

$$\phi(3) = \frac{\det(\underline{P}_3^*)}{\det(\underline{P}_3)} \quad (3.34)$$

için aynı şekilde $\underline{P}_3$ ve $\underline{P}_3^*$ matrisleri oluşturulursa;

$$\underline{P}_3 = \begin{bmatrix} 1 & \rho(1) & \rho(2) \\ \rho(1) & 1 & \rho(1) \\ \rho(2) & \rho(1) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\underline{P}_3^* = \begin{bmatrix} 1 & \rho(1) & \rho(1) \\ \rho(1) & 1 & \rho(2) \\ \rho(2) & \rho(1) & \rho(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

dır. Buradan,

$$\phi(3) = \frac{\det(P_3^*)}{\det(P_3)} = \frac{\alpha}{1} = \alpha \quad (3.37)$$

olarak bulunur. Diğer kısmi otokorelasyonlar

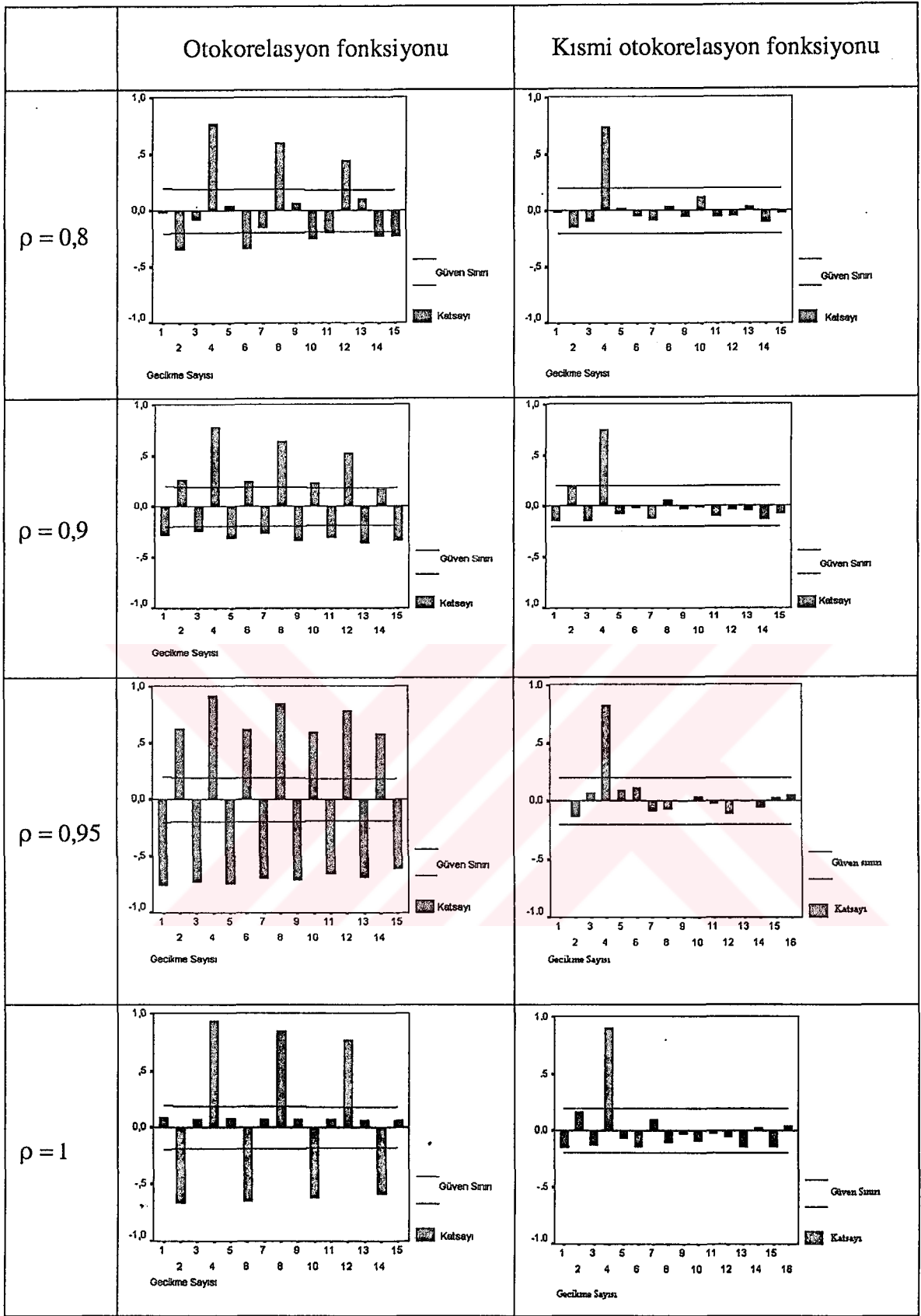
$$\phi(h) = \det(P_h^*) / \det(P_h) \quad (3.38)$$

den hesaplanır. α 'nın özel durumuna göre bu kısmi otokorelasyonlar aşağıdaki örnekte verilmiştir.

Örnek 3.4

$Y_t = \rho Y_{t-4} + e_t$ modeline uygun olarak ρ 'nun değişik değerleri için üretilen verilerin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafikleri çizilmiştir. Şekil 3.7'deki grafikler yardımıyla artan ρ değerinin, serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarında nasıl bir değişim yarattığı gözlenmeye çalışılmıştır.

Şekil 3.7'deki grafikler incelendiğinde otokorelasyonlar her dört gecikmeden sonra azalarak sıfıra doğru yaklaşmaktadır. Yalnız dikkat edilirse bu azalma artan ρ değerleri karşısında yavaşlamaktadır. Yani ρ değeri arttıkça bu azalma hızı azalmaktadır. ρ değerinin 0'dan 1'e doğru yaklaşması seride bir takım değişimlere sebebiyet vermektedir. Kısmi otokorelasyonlar ise ilk üç gecikmede küçük değerler almakta iken dördüncü gecikmede büyük bir değer almaktadır. Devam eden değerler de yine oldukça küçüktür. Dolayısıyla gecikme aralıkları göz ardı edildiğinde model, birinci dereceden otoregresif zaman serisi modeline uygundur. Sonuç olarak serinin $Y_t \sim SAR_4(1)$ modeline uygun olduğunu söyleyebiliriz. Ancak yine bu sonuç sezgisel bir sonuç olmaktan ileriye gitmemektedir.

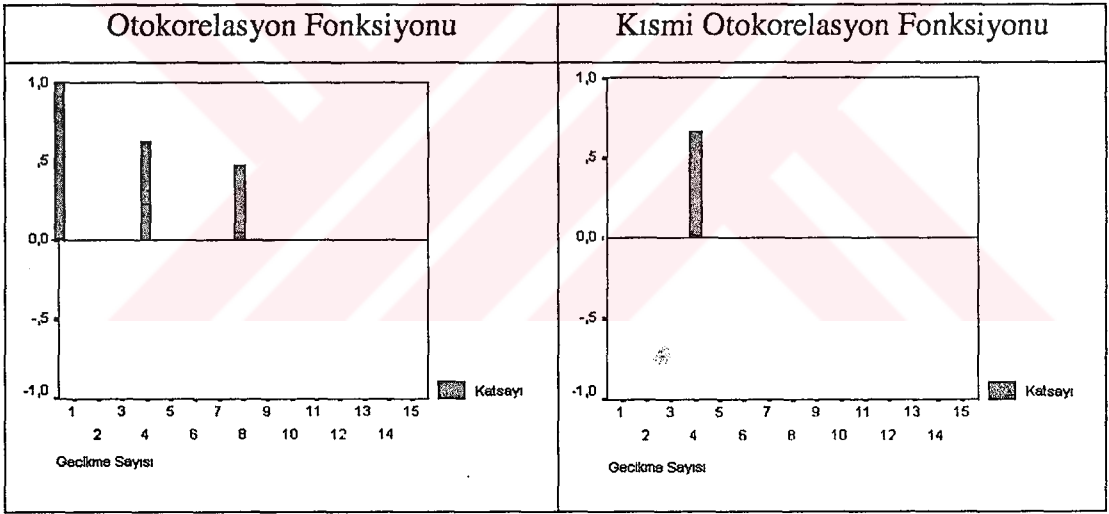


Şekil 3.7 $Y_t = \rho Y_{t-4} + e_t$ modeline ilişkin üretilen rasgele veriler ile $\rho = 0,8, 0,9, 0,95, 1$ değerleri için çizilmiş ACF ve PACF grafikleri

Aşağıda $Y_t = 0,8Y_{t-4} + e_t$ modelinin parametrelerine ilişkin hesaplanan otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon değerleri verilmiştir. Hesaplanan bu değerlere ilişkin grafikler ise Şekil 3. 8’de verilmiştir. Aşağıda $\rho(h)$ ’nin $h = 0, 1, 2, 3$ ’de sıfır değerini aldığı, $h = 4$ ’de ise 0,64 değerini aldığı ve tekrar yine $h = 5, 6, 7$ değerlerinde sıfır olduğu görülmektedir. $\rho(h)$ ’nin değerindeki bu iniş ve çıkışlar serideki mevsimsel yapıdan meydana gelmektedir.

h	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\rho(h)$	1	0	0	0	0,64	0	0	0	0,512

h	1	2	3	4	5	6
$\phi(h)$	0	0	0	0,64	0	0



Şekil 3.8 $Y_t = 0,8Y_{t-4} + e_t$ modelinin hesaplanan ACF ve PACF değerlerinin grafikleri

Şekil 3.8’e göre otokorelasyonlar her dört gecikmeden sonra azalarak sıfıra doğru yaklaşmaktadır. Kısmi otokorelasyonlar ise ilk üç gecikmede sıfır, dördüncü gecikmede ise 0,64 değerini almıştır.

4. DURAĞAN OLMAYAN ZAMAN SERİLERİ

Buraya kadar durağan zaman serilerinden bahsettik. Gerçek şu ki bir çok ekonomik seri durağan değildir ve bunun incelenmesi gerekmektedir. Çünkü yapılan istatistiki sonuç çıkarımların çoğu durağanlık koşulu altında yapılmaktadır. Yukarıda bahsedildiği gibi MA serileri her zaman durağandır. Fakat AR serilerindeki durağanlık, serinin karakteristik denkleminin köklerine bağlıdır. ARMA serilerinde ise AR kısmının durağan olup olmamasına bağlıdır. Durağan olmayan zaman serilerinde trend mevcuttur. Bu trend deterministik de olabilir stokastikde. Daha önce de söylendiği gibi deterministik trend, ilgili zaman serisinin zaman içerisinde sürekli artması (veya azalması) şeklinde bir eğilim olarak düşünülür. μ rasgele olmayan bir terim olmak üzere,

$$Y_t = Y_0 + \mu t \quad (4.1)$$

modeldeki $\{\mu t\}$ deterministik trendi ifade etmektedir. Bu seride daha önce de bahsedildiği gibi otokovaryanslar zamana bağlı değil ancak beklenen değer zamana bağlıdır. Bu durum denklem 4.1'de açıkça görülmektedir.

Stokastik trend ise serideki zamanla artan (veya azalan) eğilimin sürekli olmaması, genellikle artış (veya azalış) içerisinde olan bir seride düşüşlerin de (veya artışların da) gözlemlendiği durumları ifade etmektedir. $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere,

$$Y_t = Y_0 + \sum_{j=1}^t e_j \equiv Y_0 + v_t \quad (4.2)$$

modelindeki $v_t \equiv \sum_{j=1}^t e_j$ serisi stokastik trendi ifade etmektedir. 4.2'de ise v_t 'nin otokovaryansları zamana bağlıdır. Kısaca serinin sadece beklenen değeri zamana bağlı ise serinin deterministik trend içerdiği, sadece otokovaryansları zamana bağlı ise stokastik trend içerdiği söylenebilir.

Eğer veri üretim süreci zaman değişkenini içeriyorsa seride deterministik trendin bulunduğu, modelde serinin gecikmeli değerlerinin açıklayıcı değişken olarak kullanılması durumunda ise stokastik trendin bulunduğu düşünülmelidir. Uzun dönemde bir çok iktisadi seri, deterministik trend ile stokastik trendin toplamı şeklinde yazılabilir.

$$Y_t = Y_0 + \mu t + \sum_{j=1}^t e_j \equiv Y_0 + \mu t + v_t \quad (4.3)$$

Model (4.3)'de $\{\mu t + v_t\}$ terimi ise deterministik ve stokastik trendlerin birleşimidir. Durağan olmayan bir seriyle karşılaşıldığında ilk akla gelen işlem serinin farkını almaktır. Bu işlem için de serinin kaç kez farkının alınacağı önem kazanmaktadır. d serinin kaç kez farkının alınacağını gösterir ve bütünleşme derecesi (integrated order) olarak adlandırılır. $X_t = (1-B)^d Y_t$ serisi durağan ise Y_t serisine d -inci dereceden durağan zaman serisi denir ve $Y_t \sim I(d)$ ile gösterilir. Burada, B gerileme operatörünü ifade etmektedir.

Yapılan bütün istatistiki sonuç çıkarımlar durağan zaman serilerine göre yapıldığı için durağan olmayan zaman serileri uygulamada bir çok sorun yaratmaktadır. Çünkü zaman serileri teknikleri kullanılacak verilerin durağan olduğu varsayımına dayanmaktadır. Örneğin bir serinin bir başka seriye göre regresyon çözümlemesi yapılırken elde edilen yüksek R^2 değerine ne kadar güvenebiliriz. Bulduğumuz yüksek R^2 değeri her iki serinin de trend taşımasından kaynaklanabilir. Yani iktisadi olarak birbiriyle ilişkisiz iki değişken arasında yüksek bir ilişki bulmuş olabiliriz. Bu da, oldukça yanıltıcı sonuçlar doğurmaktadır. Bu bağlamda, zaman serileri için durağanlık kavramı büyük bir önem taşımaktadır (Gujarati 1999).

Durağan zaman serilerinde parametrelerin en küçük kareler tahmin edicileri asimptotik olarak normal dağılıma sahiptir. Fakat durağan olmayan zaman serilerinde asimptotik dağılımlar farklıdır. Durağan zaman serilerinde öngörüler ortalamaya doğru yaklaşırken, durağan olmayan zaman serilerinde bu yaklaşma gerçekleşmez. Onun

için seri durağan değilse önce durağan hale getirilir, daha sonra durağanlaşan seri üzerinden öngörüler yapılabilir (Akdi 2003).

(4.4)'de verilen zaman serisinin model derecesini bulmaya çalıştığımızı farz edelim.

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + e_t \quad (4.4)$$

Modelin derecesine α_2 'nin alacağı değere göre karar verilmektedir. Eğer $H_0 : \alpha_2 = 0$ yokluk hipotezini reddedemezsek modelin AR(1) olduğuna istatistiksel olarak karar veririz. H_0 yokluk hipotezi red ediliyorsa modelin AR(2) olduğuna karar veririz. Ancak bu hipotezlerin test edilebilmesi için kullanılan test istatistiklerinin dağılımı asimptotik olarak t dağılmaktadır. Fakat test edilmek istenen seriler durağan değilse bu test istatistikleri t dağılmamaktadır.

4.1 Birim Kök Testleri

Zaman serilerinde birim kökler oldukça önemli yer tutmaktadırlar. Bu yüzden bu alanda birçok çalışmaya rastlanmaktadır. Birim köklerin varlığının testi için oldukça fazla birim kök testi geliştirilmiştir. Bu birim kök testlerinden biri; parametrelerin en küçük kareler tahmin edicilerine bağlı olarak geliştirilen ve pratikte Dickey – Fuller birim kök testi olarak bilinen test yöntemidir. Bu test başlangıçta AR(1) serisi için geliştirilmiş olup daha sonra AR(p) serilerine de genişletilmiştir. Hatta Dickey – Fuller testi bu alanda standart birim kök testi haline gelmiştir. Bu test, parametrelerin en küçük kareler tahmin edicisinin birim kök varsayımı altındaki dağılımına dayanmaktadır. Şimdi bunları biraz ayrıntılarıyla incelemeye çalışalım.

4.1.1 Dickey – Fuller birim kök testi (DF)

Uygulamada bir çok birim kök test metodu bulunmasına rağmen genel kabul görmüş ve en çok tercih edilen bir test Dickey-Fuller testidir. Parametrelerin en küçük kareler tahmin edicilerinin birim kök varsayımı altındaki dağılımına dayanan bir test istatistiğidir.

Önce AR(1) modelini göz önüne alalım. Bunun için, $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere model,

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.5)$$

şeklinde verilmiş olsun. Burada, ρ 'nun en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\hat{\rho}_n = \frac{\sum_{t=1}^n Y_t Y_{t-1}}{\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} \quad (4.6)$$

şeklinde olacaktır. Y_t yerine $\rho Y_{t-1} + e_t$ yazılırsa $\hat{\rho}_n$ en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\hat{\rho}_n = \frac{\sum_{t=1}^n (\rho Y_{t-1} + e_t) Y_{t-1}}{\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} = \rho + \frac{\sum_{t=1}^n e_t Y_{t-1}}{\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} \quad (4.7)$$

olarak yazılır. Dolayısıyla, asimptotik dağılımı bulmak için, $\hat{\rho}_n - \rho$ 'yu

$$(\hat{\rho}_n - \rho) = \frac{\sum_{t=1}^n Y_{t-1} e_t}{\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} \quad (4.8)$$

olarak yazalım.

$\hat{\rho}_n$ 'nin asimptotik dağılımını elde edebilmek için, $\sum_{t=1}^n e_t Y_{t-1}$ ve $\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2$ istatistiklerinin yakınsama hızlarının bilinmesi gerekmektedir.

Eğer, $|\rho| < 1$ ise;

$\sum_{t=1}^n e_t Y_{t-1} = O_p(\sqrt{n})$ ve $\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2 = O_p(n)$ 'dir (Fuller 1996).

Buradan $n \rightarrow \infty$ için,

$$\hat{\rho}_n = \rho + \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\sum_{t=1}^n e_t Y_{t-1}}{\frac{1}{n} \sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} \xrightarrow{p} \rho \quad (4.9)$$

dir. Yani ρ 'nun en küçük kareler tahmin edicisi tutarlıdır. $n \rightarrow \infty$ için $\sqrt{n}(\hat{\rho}_n - \rho)$ 'nin asimptotik dağılımı,

$$\sqrt{n}(\hat{\rho}_n - \rho) \xrightarrow{D} N(0, 1 - \rho^2) \quad (4.10)$$

olur.

Diğer taraftan, $\rho = 1$ ise seri,

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.11)$$

olarak yazılır. $Y_0 = 0$ olarak verildiğinde,

$$Y_t = \sum_{j=1}^t e_j \quad (4.12)$$

olacaktır. ρ 'nun en küçük kareler tahmin edicisinin pay ve paydasındaki istatistiklerin yakınsama hızları ρ durumuna göre farklıdır. Yani $\rho=1$ ise,

$$\sum_{t=2}^n e_t Y_{t-1} = O_p(n) \quad (4.13)$$

ve buradan

$$\frac{1}{n} \sum_{t=2}^n e_t Y_{t-1} = O_p(1) \quad (4.14)$$

elde edilir. Ayrıca payda için

$$\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2 = O_p(n^2) \quad (4.15)$$

olduğu gösterilmiştir (Fuller 1976). Dolayısıyla

$$\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2 = O_p(1) \quad (4.16)$$

dir. Buradan da

$$\hat{\rho}_n = 1 + \frac{\sum_{t=2}^n e_t Y_{t-1}}{\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} \xrightarrow{p} 1 \quad (4.17)$$

olacaktır. Yani EKK tahmin edicisi tutarlıdır (Fuller 1996), (4.8) eşitliğinin pay ve paydası $\frac{1}{n^2}$ ile çarpılırsa,

$$\hat{\rho}_n - \rho = \frac{\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n Y_{t-1} e_t}{\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} = \frac{1}{n} \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=2}^n Y_{t-1} e_t}{\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} \quad (4.18)$$

yazılır. Dolayısıyla, $\rho = 1$ yazıldığında

$$n(\hat{\rho} - 1) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=2}^n e_t Y_{t-1}}{\frac{1}{n^2} \sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2} = O_p(1) \quad (4.19)$$

elde edilir. Yani $\hat{\rho}_n - 1$ 'in yakınsama hızı n 'dir. Dickey and Fuller (1979) yukarıdaki istatistiğin dağılımını

$$n(\hat{\rho} - 1) \xrightarrow{D} \frac{0.5(T^2 - 1)}{\Gamma}, \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{T^2 - 1}{\Gamma} \right) \quad (4.20)$$

şeklinde vermiştir.

$$\sum_{t=1}^n e_t Y_{t-1} = \sum_{t=1}^n e_t \sum_{j=1}^{t-1} e_j = \frac{1}{2} \left[\left(\sum_{t=1}^n e_t \right)^2 - \sum_{t=1}^n e_t^2 \right] \quad (4.21)$$

$$= \frac{1}{2} \left[Y_n^2 - \sum_{t=1}^n e_t^2 \right] \quad (4.22)$$

olarak yazılır. $Y_n = \sum_{i=1}^n e_i$ olduğundan $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum e_i \xrightarrow{D} N(0,1)$ 'dir. Yani, $Z \sim N(0,1)$ olmak üzere $\frac{1}{n} \left(\sum e_i \right)^2 \xrightarrow{D} Z^2$ yazılır. Ayrıca zayıf büyük sayılar yasası gereğince $\frac{1}{n} \sum e_i^2 \xrightarrow{P} \sigma^2$ 'dir. Fakat paydadaki $\frac{1}{n^2} \sum Y_{t-1}^2$ nin dağılımının elde edilmesi zordur. Bu istatistiğin asimptotik dağılımı elde edilmiş ve kritik değerleri de üretilmiştir. Aynı şekilde, $Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t$ modelinde birim kök testi için en küçük kareler yönteminden elde edilecek t-istatistiği de kullanılabilir. Bu istatistik,

$$s^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=2}^n \hat{e}_t^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=2}^n (Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1})^2 \quad (4.23)$$

olmak üzere,

$$\hat{\tau} = \frac{(\hat{\rho} - 1)}{\left[s^2 \left(\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2 \right)^{-1} \right]^{1/2}} \quad (4.24)$$

şeklindedir. Ancak buradaki istatistiğin dağılımı standart t-dağılımı değildir. Bu istatistiğin dağılımı da Dickey- Fuller dağılımıdır.

Yukarıda serinin ortalamasının sıfır olduğunu varsaydık. Fakat model $(Y_t - \mu) = \rho(Y_{t-1} - \mu) + e_t$ şeklinde olursa hesaplanması gereken istatistik değişir. Model $\alpha_0 = \mu(1-\rho)$ olmak üzere, $Y_t = \alpha_0 + \rho Y_{t-1} + e_t$ şeklinde yazılabileceğinden ρ 'nun en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\hat{\rho}_\mu = \frac{\sum_{t=2}^n (Y_t - \bar{Y}_{(0)})(Y_{t-1} - \bar{Y}_{(1)})}{\sum_{t=2}^n (Y_{t-1} - \bar{Y}_{(1)})^2} \quad (4.25)$$

olarak hesaplanır (Fuller 1996).

Burada, $i = 0,1$ için, $\bar{Y}_{(i)} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n Y_{t-i}$ 'dir.

Olabilirlik oran testi de denilen ve katsayıların ortak test edilmesine dayanan test yöntemi Dickey ve Fuller tarafından geliştirilmiştir. Katsayıların ortak hipotezlerinin testinde ϕ_1 , ϕ_2 ve ϕ_3 istatistiklerinin hesaplanması gerekmektedir. Modellerin aşağıdaki,

$$Y_t = \alpha + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (4.26)$$

$$Y_t = \alpha + \rho Y_{t-1} + \beta t + e_t \quad (4.27)$$

şeklinde verilmesi ile (4.26)'da $H_0 : \alpha = 0, \rho = 1$ şeklinde kurulan hipotez ϕ_1 istatistiği ile test edilebilecektir. ϕ_1 'in alacağı değer,

$$\phi_1 = (2S_{e\mu}^2)^{-1} [(n-1)\hat{\sigma}_0^2 - (n-3)S_{e\mu}^2] \quad (4.28)$$

yardımları ile hesaplanır. Burada,

$$S_{e\mu}^2 = (n-3)^{-1} \sum_{t=2}^n (Y_t - \hat{\alpha}_\mu - \hat{\rho}_\mu Y_{t-1})^2 \quad (4.29)$$

$$\hat{\rho}_\mu = \left[\sum_{t=2}^n (Y_{t-1} - \bar{y}_{(-1)})^2 \right]^{-1} \sum_{t=2}^n (Y_t - \bar{y}_{(0)}) (Y_{t-1} - \bar{y}_{(-1)}) \quad (4.30)$$

$$\hat{\alpha}_\mu = \bar{y}_{(0)} - \hat{\rho}_\mu \bar{y}_{(-1)} \quad (4.31)$$

Eğer (4.27) modeli için hipotez testi yapacak olursak yokluk hipotezini $H_0 : \alpha = 0, \beta = 0, \rho = 1$ şeklinde kurarız ve ϕ_2 'nin alacağı değer,

$S_e^2 = (n-4)^{-1} Y' [I - X(X'X)^{-1} X'] Y$ olmak üzere,

$$\phi_2 = (3S_{\epsilon\tau}^2)^{-1} [(n-1)\hat{\sigma}_0^2 - (n-4)S_{\epsilon\tau}^2] \quad (4.32)$$

ile hesaplanır.

Burada $\underline{Y}' = (Y_2, Y_3, \dots, Y_n)$ ve $\underline{X}$ $(n-1) \times 3$ matrisinin i -inci satırıdır. Eğer (4.27) modelinde $H_0 : \beta = 0, \rho = 1$ hipotezini test etmek istersek ϕ_3 istatistiği,

$$\phi_3 = (S_{\epsilon\tau}^2)^{-1} [(n-1)\{\hat{\sigma}_0^2 - (\bar{y}_{(0)} - \bar{y}_{(-1)})^2\} - (n-4)S_{\epsilon\tau}^2] \quad (4.33)$$

şeklindedir (Dickey and Fuller 1981).

Ayrıca $\rho = 0$ hipotezi altında (4.26) modelindeki $H_0 : \alpha = 0$ hipotezi için

$$\tau_{\epsilon\mu} = S_{\alpha\mu}^{-1} \hat{\alpha}_\mu \quad (4.34)$$

istatistiği kullanılır. $\rho = 0$ hipotezi altında (4.27) modelindeki $\alpha = 0$ hipotezinin testinde, C_{ij} , $(\underline{X}'\underline{X})^{-1}$ 'nin (i,j) -inci elemanı olmak üzere,

$$\tau_{\alpha\tau} = (C_{11}S_{\epsilon\tau}^2)^{-\frac{1}{2}} \hat{\alpha}_\tau \quad (4.35)$$

kullanılır. Yine $\rho = 0$ hipotezi altında (4.27) modelindeki $H_0 : \beta = 0$ hipotezinin testi için de

$$\tau_{\beta\tau} = (C_{22}S_{\epsilon\tau}^2)^{-\frac{1}{2}} \hat{\beta}_\tau \quad (4.36)$$

istatistikleri kullanılmaktadır (Dickey and Fuller 1981, Enders 1995).

Birinci dereceden otoregresif zaman serisi için önerilen τ , τ_μ , τ_τ dağılımları p_inci dereceden otoregresif zaman serileri için de genişletilmiştir.

Eğer model AR(p) ise yani $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere

$$Y_t = \sum_{j=1}^p \alpha_j Y_{t-j} + e_t \quad (4.37)$$

şeklinde verilmiş ise bu modele karşılık gelen karakteristik denklem, $m^p - \sum_{j=1}^p \alpha_j m^{p-j} = 0$ olup, bu denklemin köklerinden en az bir tanesinin mutlak değerce

1 olması için gerek ve yeter koşul $\sum_{j=1}^p \alpha_j = 1$ olmasıdır. O zaman model,

$$Y_t = \theta_1 Y_{t-1} + \sum_{j=2}^p \theta_j (Y_{t-j} - Y_{t-j+1}) + e_t \quad (4.38)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $\theta_1 = \sum_{j=1}^p \alpha_j$ ve $\theta_j = -\sum_{j=1}^p \alpha_j$ dır. Dolayısıyla $H_0 : \theta_1 = 1$ hipotezinin test edilmesi, serinin birim köklü olup olmadığının test edilmesi ile denktir.

p_inci dereceden bir otoregresif zaman serisi modeli, $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere,

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + e_t \quad (4.39)$$

biçiminde verilsin. Verilen bu model çeşitli dönüşümlerden sonra,

$$Y_t = \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + e_t \quad (4.40)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Ortalaması sıfırdan farklı olmayan ve zaman trendi içeren AR(p) süreci için,

$$Y_t = \alpha + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + e_t \quad (4.41)$$

$$Y_t = \alpha + \gamma Y_{t-1} + \theta t + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + e_t \quad (4.42)$$

elde edilmektedir (Enders 1995). Model (4.42)'deki gibi yazılarak test istatistikleri daha kolay hesaplanabilir. AR(p) modeli $\theta_1 = \sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$ ise birim köke sahiptir. Bu aynı şekilde,

$$m^p - \alpha_1 m^{p-1} - \dots - \alpha_p = 0 \quad (4.43)$$

denkleminin köklerinde görülebilmektedir. Kökler $|m_i| < 1$ ($i= 1,2,\dots,p$) ise seri durağan olmaktadır. Köklerden bir tanesi 1 ise (örneğin, $m_1=1$) , $\theta_1 = \sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$ dir. Yani Y_t serisinin birinci dereceden farkı durağandır. Çünkü,

$$\Delta Y_t = \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i+1} + e_t \quad (4.44)$$

olacağından, ΔY_t 'nin karakteristik denkleminin

$$m^{p-1} - \sum_{i=2}^p \beta_i m^{p-i} = 0 \quad (4.45)$$

kökleri $|m_i| < 1$ $i=2,3,\dots,p$ olup birinci sıra farkı alınmış ΔY_t serisi durağandır.

Sadece bir birim kökün varlığı incelenirken, Y_t 'nin $Y_{t-1}, \Delta Y_{t-1}, \dots, \Delta Y_{t-p+1}$ üzerine regresyonu yapılmakta ve Y_{t-1} 'in katsayısının 1 olup olmadığı yani

$H_0 : 0_1 = \sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$ (seri durağan değildir) hipotezi test edilmektedir. Eğer H_0 hipotezi reddedilirse seri durağandır. Reddedilemez ise seri birim kök içermektedir (Yalçın 2001).

4.1.2 Genişletilmiş Dickey – Fuller birim kök testi (ADF)

Dickey and Fuller (1979) birim kök testinde, e_t hata terimleri arasındaki otokorelasyon durumu dikkate alınmamıştır. Daha sonra otokorelasyon sorununu gidermek için yine Dickey and Fuller (1981) tarafından Genişletilmiş Dickey – Fuller birim kök testi önerilmiştir. Bu testte bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri regresyona açıklayıcı değişken olarak katılarak otokorelasyon sorunu giderilmiştir. Y_t serisinin

$$\Delta Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta Y_{t-j} + e_t \quad (4.46)$$

şeklinde yazılması durumunda, Y_t 'nin $Y_{t-1}, \Delta Y_{t-1}, \dots, \Delta Y_{t-p}$ üzerine regresyonu yapılarak Y_{t-1} 'in katsayısı tahmin edilir ve

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\alpha}_1}{S_{\hat{\alpha}_1}} \quad (4.47)$$

test istatistiği kullanılır. Kritik değerler ise standart birim kök testinde kullanılanlar ile aynıdır.

4.1.3 Birden çok birim köklü seriler

DF ve ADF birim kök testleri serilerin bir birim kök içerebileceği durumlar için geliştirilmiştir. Ancak bir çok iktisadi serinin birden fazlada birim kök içerebileceği bilinmektedir. Bu gibi durumlarda, serinin birden fazla birim kök içerip içermediğinin

sınanması gerekmektedir. Serinin birinci farkı alındığında da durağan olmadığı anlaşılırsa tekrar bu seriye Dickey – Fuller testini uygulamak hatalı olacaktır (Dickey and Pantula 1987).

Durağan olmayan zaman serilerini durağan hale getirmenin yollarından biri serinin farkının alınmasıdır. Eğer durağan bir zaman serisinde fark alınır veya durağan olmayan zaman serisinde gerektiğinden fazla fark alınır tekrar durağan bir zaman serisi elde edilmektedir. Fakat bu beraberinde birçok istatistiksel problemi getirecektir. Örneğin durağan bir zaman serisinin farkının alınması varyansının büyümesine sebep olmaktadır. Gereğinden fazla fark alma işlemi, yapılan regresyonun katsayısı olarak hesaplanan DF test istatistiğinin değerini pozitif veya negatif yönde çok büyütecektir (Charemza and Deadman 1992). Dolayısıyla serinin kaç kez farkının alınacağını bilmesi gerekmektedir. Dickey and Pantula (1987) doğru fark alma derecesini geliştirdikleri test istatistikleri ile belirlemektedirler. Bu ardışık test yöntemini daha iyi anlayabilmek için üçüncü dereceden bir AR serisini göz önüne alalım. Üçüncü dereceden bir AR zaman serisi, $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere,

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \alpha_3 Y_{t-3} + e_t \quad (4.48)$$

biçiminde verilsin. Bu serinin karakteristik denklemi $m^3 - \alpha_1 m^2 - \alpha_2 m - \alpha_3 = 0$ şeklindedir. (4.48)'de verilen eşitlik

$$X_t = \theta_1 Y_{t-1} + \theta_2 Z_{t-1} + \theta_3 W_{t-1} + e_t \quad (4.49)$$

şeklinde de yazılabilir. Burada,

$Z_t = Y_t - Y_{t-1}$, $W_t = Z_t - Z_{t-1}$ ve $X_t = W_t - W_{t-1}$ 'dir. (4.48) denkleminin karakteristik köklerinin $1 \geq |m_1| \geq |m_2| \geq |m_3|$ olduğu varsayımı altında (4.49) denkleminde (4.50)'de verilen hipotezler kurulmaktadır:

$$H_0: |m_1| < 1 \text{ veya } \theta_1 < 0, \theta_2 < 0, \theta_3 < 0$$

$$H_1: m_1 = 1, |m_2| < 1 \quad \text{veya} \quad \theta_1 = 0, \theta_2 < 0, \theta_3 < 0 \quad (4.50)$$

$$H_2: m_1 = m_2 = 1, |m_3| < 1 \quad \text{veya} \quad \theta_1 = \theta_2 = 0, \theta_3 < 0$$

$$H_3: m_1 = m_2 = m_3 = 1 \quad \text{veya} \quad \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$$

Sıfır hipotezi altında, ele alınan AR(3) serisi durağandır. H_1 hipotezi altında seri bir birim kök içermekte, H_2 hipotezi altında seri iki birim kök içermekte ve H_3 hipotezi altında ise seri üç birim kök içermektedir. Serinin doğru bütünleşme derecesini belirlemek için önce X_t 'nin Y_{t-1} , Z_{t-1} ve W_{t-1} üzerine regresyonu yapılır ve $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ ve $\hat{\theta}_3$ en küçük kareler tahmin edicileri elde edilir. Buradan elde edilen F istatistikleri $H_i: \theta_1 = \dots = \theta_i = 0$ ($i=0, 1, 2, 3$) hipotezinin testinde kullanılır. Bu istatistiğe ilişkin asimptotik dağılımlar Dickey and Pantula (1987)'da türetilmiştir.

Üçüncü dereceden bir otoregresif zaman serisinde $H_i: \theta_1 = \dots = \theta_i = 0$ testi için F istatistiği $F_{i,n}(3)$ şeklinde gösterilirse ardışık test yönteminde ilk olarak,

$$F_{3,n}(3) > F_{3,n}(3, \alpha) \quad (4.51)$$

ise $H_3: \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$ hipotezi red edilir ve ikinci adıma geçilir. Aksi takdirde hipotez reddedilemez yani seri üç birim köke sahiptir denir. Eğer H_3 reddedilirse ikinci adımda,

$$F_{3,n}(3) > F_{3,n}(3, \alpha) \text{ ve } F_{2,n}(3) > F_{2,n}(2, \alpha) \quad (4.52)$$

ise $H_2: \theta_1 = \theta_2 = 0, \theta_3 < 0$ hipotezi reddedilir. H_2 reddedilemezse seri iki birim köke sahiptir ve diğer adımlara geçilmez. Eğer H_2 reddediliyorsa üçüncü adım olarak H_0 yokluk hipotezi H_1 alternatifine karşı test edilir. H_2 reddedilirse,

$$F_{i,n}(3) > F_{i,n}(i, \alpha) \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.53)$$

ise $H_1: \theta_1 = 0, \theta_2 < 0, \theta_3 < 0$ hipotezi $H_0: \theta_1 < 0, \theta_2 < 0, \theta_3 < 0$ hipotezine karşı reddedilir yani seri durağandır. Aksi takdirde hipotez reddedilemez yani seri bir birim köke sahiptir sonucuna varılır (Dickey and Pantula 1987).

Bu testler için $F_{i,n}(i, \alpha)$ $i=1,2,3$ tablo değerleri üretilmiştir (Dickey and Pantula 1987). Bu ardışık test yönteminde F istatistiğinin hesabı, alternatif hipotezlerin çift yönlü olmasına dayanmaktadır. Fakat tek yönlü alternatif hipotezler kullanılarak testin gücü artırılabilir. Dolayısıyla pseudo t istatistiğine dayanan ardışık test prosedürü önerilmektedir. Pseudo t istatistiği adı verilen $t_{i,n}(p)$ değeri $(1-B)^p Y_t$ nin $(1-B)^{i-1} Y_{t-1}$, $(1-B)^i Y_{t-1}, \dots, (1-B)^{p-1} Y_{t-1}$ üzerine regresyonu yapıldığında $(1-B)^{i-1} Y_{t-1}$ nin katsayısından elde edilmektedir.

Yukarıda verilen üç hipotez için ardışık test metodunun ilk adımında X_t 'nin W_{t-1} üzerine regresyonu sonucu $t_{3,n}(3)$ istatistiği elde edilir ve

$$i) \quad t_{3,n}(3) \leq \hat{\tau}_{n,\alpha}$$

ise üç birim kök iddiası olan H_3 hipotezi reddedilir ve ikinci adıma geçilir.

İkinci adımda X_t 'nin Z_{t-1} ve W_{t-1} üzerine regresyonu sonucunda sırasıyla $t_{2,n}(3)$ ve $t_{3,n}(3)$ elde edilir ve

$$ii) \quad t_{3,n}(3) \leq \hat{\tau}_{n,\alpha} \text{ ve } t_{2,n}(3) \leq \hat{\tau}_{n,\alpha}$$

ise iki birim kök iddiası olan H_2 hipotezi red edilir ve üçüncü adıma geçilir.

Üçüncü adımda X_t 'nin Y_{t-1} , Z_{t-1} ve W_{t-1} üzerine regresyonu sonucu $t_{i,n}(3)$ $i=1,2,3$ elde edilir ve

$$t_{i,n}(3) \leq \hat{\tau}_{n,\alpha} \quad i=1,2,3 \quad (4.54)$$

ise birim kök yoktur hipotezine karşı kurulan bir birim kök H_1 hipotezi reddedilir (Dickey and Pantula 1987).

4.2 Mevsimsel Birim Kök Testleri

Mevsimselliğin ifade edilmesi için önerilen en eski ve bildik yöntemlerden biri içinde bulunulan yılın herhangi ayı (veya çeyreği) ile geçmiş yılın aynı ayı (veya çeyreği) arasındaki farkın göz önüne alınmasıdır. B gerileme operatörü olmak üzere mevsimsel farklar $\Delta_4 = 1 - B^4$ ve $\Delta_{12} = 1 - B^{12}$ şeklinde gösterilmektedir (Box and Jenkins 1970). 70'lerin sonları, 80'lerin başlarında; Dickey and Fuller (1976), Dickey and Fuller (1979, 1981) ve Evans and Savin (1981, 1984) gibi çalışmalarda sıfır frekanstaki $((1 - \phi B)Y_t = e_t \sim \text{nid}(0, \sigma^2), \phi = 1)$ seriler için birim kök testleri geliştirilmiştir. Bu çalışmalardan sonra mevsimsel süreç $((1 - \phi B^s)Y_t = e_t \sim \text{nid}(0, \sigma^2), \phi = 1, s = 2, 4, 12)$ şeklinde genişletilmiştir. Dağılım özellikleri ve test prosedürleri Dickey *et al.* (1984)'da geliştirilmiş olan bu metod, geleneksel Dickey-Fuller test prosedürünü takip etmektedir. Bu test prosedürü (4.55)'de verilen yardımcı regresyon denklemine dayanmaktadır.

$$(1 - B^s)Y_t = \delta Y_{t-s} + e_t, \quad s = 2, 4, 12 \quad (4.55)$$

DHF metoduna alternatif bir metod, $1 - B^4$ polinomunun $(1 - B)(1 + B + B^2 + B^3) = (1 - B)(1 + B)(1 + B^2) = (1 - B)(1 + B)(1 - iB)(1 + iB)$ ve kökler $B = \pm 1, \pm i$ olmak üzere bileşenlerine ayrılması ile geliştirilmiştir. Hylleberg *et al.* (1990)'da geliştirilen bu metod için önerilen yardımcı regresyon denklemi ise,

$$(1 - B^4)Y_t = \delta_1 Y_{t-1} + \delta_2 Y_{t-2} + \delta_3 Y_{t-3} + \delta_4 Y_{t-4} + e_t \quad (4.56)$$

şeklinde verilmiştir.

DHF tekniğinde birim kökün hangi frekansta olduğu ile ilgilenilmemiştir ancak bu eksiklik HEGY yöntemi ile giderilmiştir. Hylleberg *et al.* (1990) üçer aylık seriler üzerinde bu frekansları uygulamaları ile birlikte incelemişlerdir. Daha sonra Beaulieu and Miron (1990) ve Franses (1990) aylık verilerde mevsimsel birim kökün varlığını sınamışlardır.

4.2.1 Simetrik en küçük kareler yöntemi (DHF)

Dickey, Hasza ve Fuller tarafından geliştirilen bu test normal birim kök testlerine benzer şekilde geliştirilmiştir. Mevsimsel olmayan birim köklerin test edilmesi için önerilen yöntem, serinin mevsimsellik taşıması durumunda geçerliliğini kaybetmektedir. Bu sebeple Dickey *et al.* (1984) mevsimsel seriler için test istatistiklerini türetmişler ve Monte Carlo tekniği ile ilgili kritik değerleri üretmişlerdir. DHF tekniğinde birim kökün hangi frekansta, olduğu ile ilgilenilmemiş sadece seride mevsimsel birim kök olup olmadığı ile ilgilenilmiştir.

$e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ olmak üzere,

$$Y_t = \alpha_d Y_{t-d} + e_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots \quad (4.57)$$

olarak verilen zaman serisi modelinde, aylık seriler için $d=12$, üçer aylık seriler için $d=4$ alınabilir.

Kısaca mevsimsel birim kök testi, $\tilde{\alpha}_d$ istatistiğinin hesaplanıp (4.58)'de verilen hipotezin sınanmasıyla sonuçlanmaktadır.

$$\begin{aligned} H_0 : \alpha_d &= 1 \\ H_1 : \alpha_d &< 1 \end{aligned} \quad (4.58)$$

H_0 hipotezi reddedilemezse seri mevsimsel birim köke sahiptir denilecektir. Kritik değerler Monte Carlo yöntemiyle hesaplanmıştır (Dickey *et al.* 1984).

$\tilde{\alpha}_d$ 'nin en küçük kareler tahmin edicisi,

$$\tilde{\alpha}_d = \left(\sum_{t=1}^n Y_{t-d}^2 \right)^{-1} \sum_{t=1}^n Y_{t-d} Y_t \quad (4.59)$$

şeklindedir. Başlangıç durumları sabit ve e_t normal dağılıma sahip bir rasgele değişken olduğunda, $\tilde{\alpha}_d$ en çok olabilirlik tahmin edicisidir. $H_0 : \alpha_d = 1$ hipotezini test etmek için kullanılan t – türü istatistik de

$$\tilde{\tau}_d = \left[\left(\sum_{t=1}^n Y_{t-d}^2 \right)^{-1} S^2 \right]^{-1} (\tilde{\alpha}_d - 1) \quad (4.60)$$

olarak verilmektedir. Burada,

$$S^2 = (n-1)^{-1} \sum_{t=1}^n (Y_t - \tilde{\alpha}_d Y_{t-d})^2 \quad (4.61)$$

dır. $\tilde{\alpha}_d$ ve $\tilde{\tau}_d$ standart regresyon çıktılarıdır.

α_d için alternatif bir tahmin edici de simetrik en küçük kareler tahmin edicisidir. Y_t 'nin Y_{t+d} üzerine regresyonu ve Y_t 'nin Y_{t-d} üzerine regresyonu beraber düşünüldüğünde,

$$\tilde{\alpha}_d = \frac{2 \sum_{t=1}^n Y_t Y_{t-d}}{\sum_{t=1}^n (Y_t^2 + Y_{t-d}^2)} \quad (4.62)$$

şeklinde olacaktır. Buna göre t- türü istatistik de,

$$\tilde{\tau}_d = 2^{1/2} \left[\left\{ \sum_{t=1}^n (Y_t^2 + Y_{t-d}^2) \right\}^{-1} S^2 \right]^{-1/2} (\tilde{\alpha}_d - 1) \quad (4.63)$$

olarak verilecektir. Burada

$$S^2 = (2n - 1)^{-1} \sum_{t=1}^n [(Y_t - \tilde{\alpha}_d Y_{t-d}) + (Y_{t-d} - \tilde{\alpha}_d Y_t)^2] \quad (4.64)$$

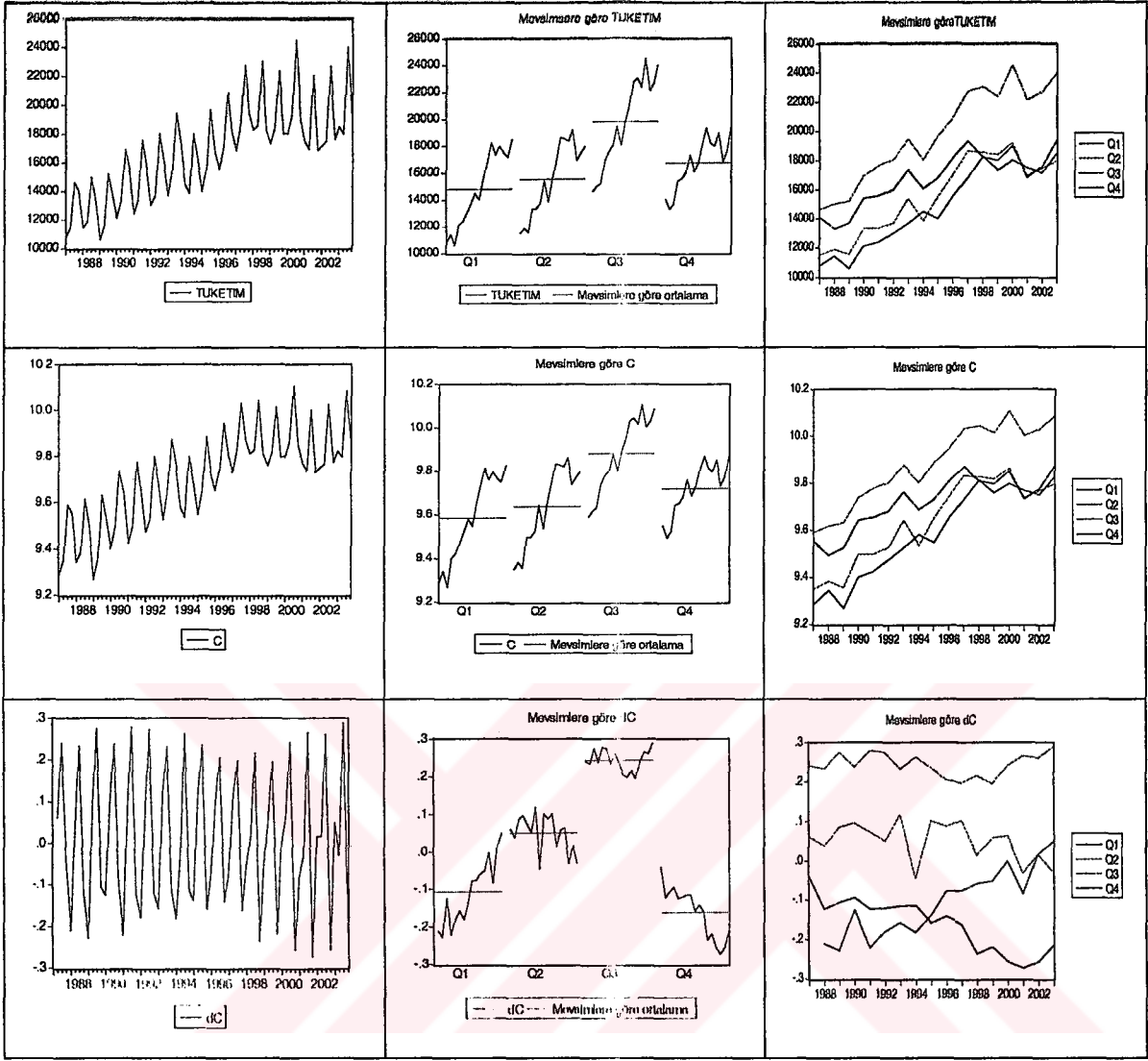
ve $-1 \leq \tilde{\alpha}_d \leq 1$ olarak elde edilmektedir Ayrıca

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\tau}_d = -[(2n - 1)(1 - \tilde{\alpha}_d)]^{1/2} (1 + \tilde{\alpha}_d)^{1/2} \quad (4.65)$$

olduğundan $\tilde{\tau}_d$ istatistiği $\tilde{\alpha}_d$ nin monoton bir fonksiyonu olup $H_0 : \alpha_d = 1$ hipotezini test etmek için $\tilde{\tau}_d$ 'ye bağlı olarak elde edilen test ile $\tilde{\alpha}_d$ 'ye bağlı olarak elde edilen testler özdeştir.

Örnek 4.1

Bu örnekte 1987:1-2003:4 üçer aylık Özel Nihai Tüketim(Cari Fiyatlarla) serisine DHF testi uygulanarak mevsimsel birim kök içerip içermediği araştırılacaktır. İktisadi olarak bu serinin mevsimsel olduğu bilinmektedir. Bu ön bilgi Şekil 4.1'de çizilen grafikler yardımıyla da desteklenmektedir. Şekil 4.1 yardımıyla tüketim serisindeki mevsimsel davranışlar kolayca gözlenmektedir. Şekil 4.1'de C ile log(tüketim) serisi, dC ile de log(tüketim) serisinin birinci sıra farkı ifade edilmektedir.



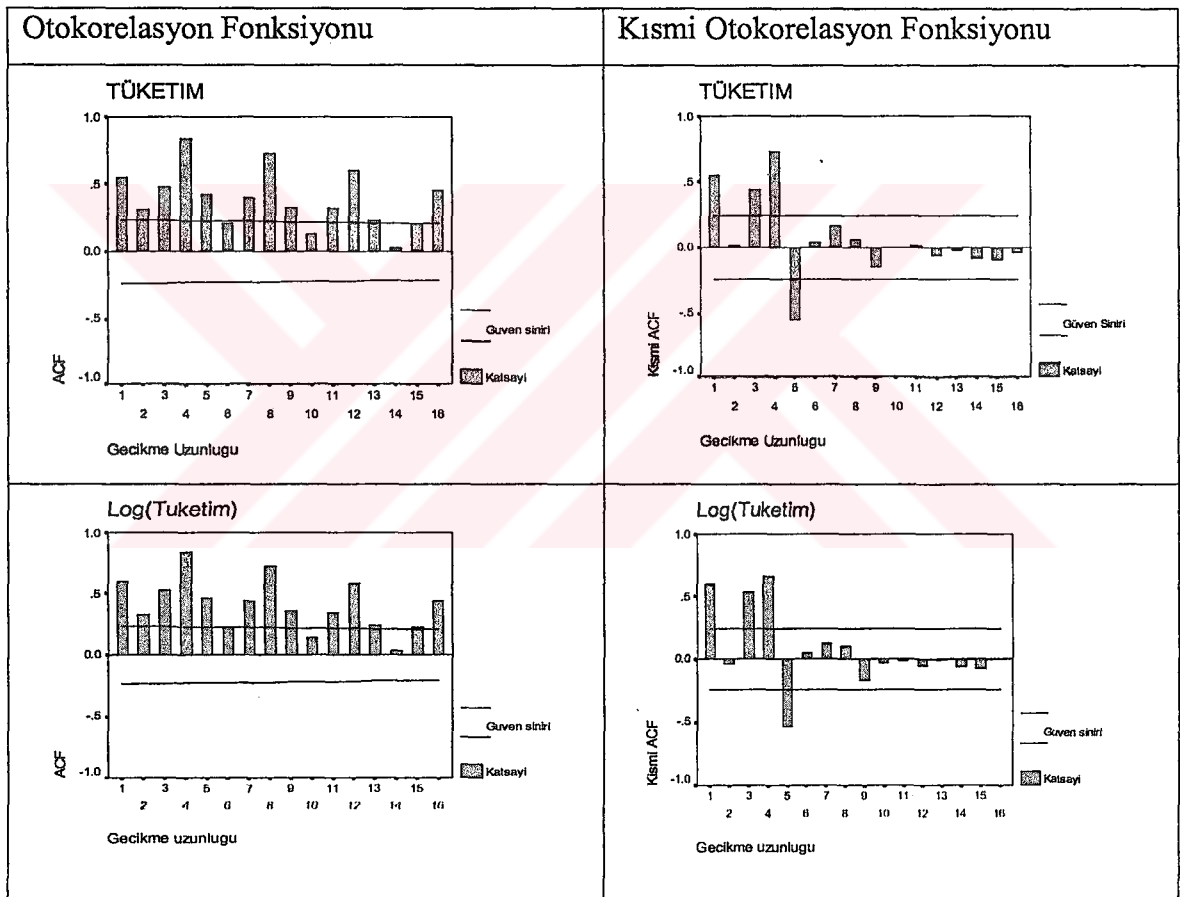
Şekil 4.1 Özel nihai tüketim serisinin grafikleri

Şekil 4.1'in ilk sütununda ham serinin, logaritması alınmış serinin ve logaritması alınmış fark serisinin grafikleri verilmiştir. Sütunda aşağı doğru ilerledikçe serideki mevsimsel hareketlilik daha rahat gözlenmektedir.

İkinci sütunda ise bütün yıllar için aynı dönemdeki verilerin ortalaması alınarak çizilmiş grafikler bulunmaktadır. Aynı sütunun ilk satırında bu ortalamalara ait doğru parçaları birbirine yakın seyretmekte iken serinin logaritmasının farkı alındığında bu doğru parçaları birbirinden uzaklaşmakta ve mevsimsel hareket daha rahat gözlenmektedir.

Yani yılların aynı dönemlerinin birbirine yakın değerler aldığı grafikten açıkça görülmektedir.

Üçüncü sütunda ise üçer aylık serideki dört dönemin ayrı ayrı grafikleri çizilmiştir. Grafikteki birinci eğri yıllar itibariyle ilk dönemlerin (ocak, şubat, mart) verilerinden çizilip diğerleri ise ilerleyen dönemlerin verilerinden çizilmiştir. Bu grafikten ilerleyen yılların aynı dönemlerinin diğer dönemlerinden farklı seyir ettiği görülmektedir. Bu durum seride mevsimsel bir hareket olduğuna işarettir. Bu farklılık, aynı sütunun son satırında bariz bir şekilde gözlenmektedir.



Şekil 4.2 Özel nihai tüketim serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının grafikleri

Şekil 4.2’de ise serinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlarının grafikleri verilmiştir. Otokorelasyon fonksiyonundaki yavaş azalış serideki birim kökün varlığına

işarettir. Ancak her ne kadar grafiklerle birim kökün varlığı gözlense de sonuca istatistiksel testlerden sonra varılacaktır.

1987:1-2003:4 dönemleri üzer aylık Özel Nihai Tüketim serisi için grafiksel olarak önsel bilgiler verilmişti. Şimdi Dickey *et al.* (1984) testi kullanılarak seride mevsimsel birim kökün olup olmadığı araştırılacaktır. Kısmi otokorelasyonlar dördüncü gecikmeden sonra sifıra yakın olduğundan verilere

$$Y_t = \alpha_d Y_{t-4} + e_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

şeklinde bir model önerebiliriz. Burada amacımız bu serinin mevsimsel birim kök içerip içermediğini sınamaktır. Yani, α_d parametresinin 1 olup olmadığını sınamak istiyoruz. O zaman,

$$H_0 : \alpha_d = 1$$

$$H_1 : \alpha_d < 1$$

hipotezlerini kuralım. Burada α_d için simetrik en küçük kareler tahmin edicisi (4.62)'deki gibi hesaplanır. Buradan,

$$\sum_{t=1}^n Y_t Y_{t-4} = 6034,522 \quad \sum_{t=1}^n Y_t^2 = 6408,99 \quad \sum_{t=1}^n Y_{t-4}^2 = 6017,29$$

$$\tilde{\alpha}_d = \frac{2(6034,522)}{(6408,99 + 6017,29)} = \frac{12069,04}{12426,28} = 0,971252$$

olup test istatistiğinin değeri,

$$n(\tilde{\alpha}_d - 1) = 68(0,97 - 1) = -2,04$$

olarak bulunmuştur.

Hesaplanan değer (Dickey *et al.* (1984), Tablo 8, $n=68 \approx 60$, $d=4$ için $n(\tilde{\alpha}_d - 1) = -11,73$) değeriyle karşılaştırılınca değerimiz kabul bölgesine düştüğü için mevsimsel birim kökü reddedemeyiz. Yani tüketim serisi mevsimsel birim kök içermektedir.

4.2.2 Hylleberg, Engle, Granger, Yoo (1990) mevsimsel birim kök testi

Daha önce söylendiği gibi DHF metodunda birim kökün hangi frekansta olduğuyla ilgilenilmemişti. Sadece seride mevsimsel birim kök olup olmadığı ile ilgilenilmişti. Ancak mevsimsel serilerde çeşitli frekansların bulunması (aylık, üçer aylık, altı aylık gibi) “Acaba bulunan birim kök hangi frekansta?” sorusunu karşımıza çıkarmaktadır. Bu soruya ise Hylleberg *et al.* (1990) tarafından önerilen ve HEGY testi olarak bilinen metot cevap aramaktadır. Aynı şekilde,

$$Y_t = \delta_4 Y_{t-4} + e_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots \quad (4.66)$$

şeklindeki model tekrar göz önüne alalım. Modeli fark operatörü yardımıyla ifade edersek, $\delta_4 = 1$ olmak üzere

$$(1 - B^4)Y_t = e_t \quad (4.67)$$

şeklinde yazılır. Burada $(1 - B^4)$ 'ü çarpanlarına ayırırsak $(1 - B)(1 + B)(1 + B^2)$ 'yi elde ederiz. Kökler ise 1, -1, +i, -i'dir. Yani her biri mutlak değerce 1 olup seride sanki 4 tane birim kökün olduğu gözlenmektedir.

Y_t serisinin üçer aylık bir seri olduğunu kabul edelim öncelikle $(1 - \delta_4 B^4)$ polinomunu çarpanlarına ayıralım,

$$(1 - \delta_4 B^4) = (1 - \delta_4^{1/4} B)(1 + \delta_4^{1/4} B)(1 - i\delta_4^{1/4} B)(1 + i\delta_4^{1/4} B) \quad (4.68)$$

Y_t serisi $\delta_4 = 1$ olması durumunda birim kök içerir. HEGY yöntemi ile serinin sıfır, altı aylık ve mevsimsel frekanstaki birim kökleri araştırılabilir. Y_t serisini,

$$A(B)Y_t = e_t \quad (4.69)$$

şeklinde yazalım. Burada $A(B)$ dördüncü sıradan bir polinomdur.

$$(1 - a_1 B)(1 + a_2 B)(1 - a_3 i B)(1 + a_4 i B)Y_t = e_t \quad (4.70)$$

Eğer $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$ alınırsa $\delta = 1$ olmak üzere (4.68) ile (4.70) ifadesi ile aynıdır. O zaman $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$ ise seride mevsimsel birim kök vardır. Olası durumlar aşağıda ayrı ayrı incelenmiştir.

a) $a_1 = 1$ ise (4.68) denkleminin homojen çözümü $Y_t = Y_{t-1}$ 'dir. Bu durum serinin her periyot için kendini tekrarladığını gösterir. Bu da mevsimsel olmayan birim köke karşılık gelir.

b) $a_2 = 1$ olması durumunda ise denklemin homojen çözümü $Y_t + Y_{t-1} = 0$ 'dır. Bu durumda, Y_t serisi altı aylık periyotlarda kendini tekrarlayacaktır. Bu sebeple seri, altı aylık birim köke sahiptir.

c) Son olarak hem a_3 hem de a_4 1'e eşitse Y_t serisi yıllık döngüye sahiptir. $a_3 = 1$ için (4.68) denkleminin homojen çözümü $Y_t = iY_{t-1}$ olur. Buradan, $Y_t = 1$ ise,

$Y_{t+1} = i$, $Y_{t+2} = i^2 = -1$, $Y_{t+3} = -i$, $Y_{t+4} = -i^2 = 1, \dots$ olur ki buradan serinin her dört periyotta kendini tekrarladığını söyleyebiliriz.

Burada amaç tekrar eden birim kökleri ve farklı birim kökleri bulmaktır. Anımsanacak olursa DHF testinde böyle bir inceleme yapılmamış, sadece serinin birim kök içerip içermediği test edilmişti.

HEGY yöntemini kısaca özetlemek için,

$$\begin{aligned}
 Y_{1,t} &= (1 + B + B^2 + B^3)Y_t \\
 Y_{2,t} &= -(1 - B + B^2 - B^3)Y_t \\
 Y_{3,t} &= -(1 - B^2)Y_t \\
 Y_{4,t} &= (1 - B^4)Y_t
 \end{aligned} \tag{4.71}$$

dönüşümlerini yazalım. Buradan da

$$Y_{4,t} = \delta_1 Y_{1,t-1} + \delta_2 Y_{2,t-1} + \delta_3 Y_{3,t-2} + \delta_4 Y_{3,t-1} + e_t \tag{4.72}$$

“yardımcı regresyon” modeli yazılır. HEGY yönteminin özü bu denkleme dayanmaktadır. Buradaki parametrelere değişik yorumlar getirilmiştir (Hylleberg *et al.* 1990). Burada; $Y_{1t} = (1 + B + B^2 + B^3)Y_t$, $\theta = 1/4, 1/2, 3/4$ frekanslarındaki birim köklerden arındırılmış bileşen, $Y_{2t} = -(1 - B + B^2 - B^3)Y_t$, $\theta = 0, 1/4, 3/4$ frekanslarındaki birim köklerden arındırılmış bileşen, $Y_{3t} = -(1 - B^2)Y_t$ de $\theta = 0, 1/2$ frekanslarındaki birim köklerden arındırılmış bileşenlerdir (Engle *et al.* 1993). Regresyon denklemine açıklayıcı değişken olarak katılan bu bileşenler, birim kökün frekansının belirlenmesine yardımcı olmaktadır. Yani, regresyon denklemindeki Y_{1t} değişkeninin katsayısı için $H_0 : \delta_1 = 0$ hipotezinin $H_a : \delta_1 < 0$ alternatifine karşı reddedilememesi, serinin 0 frekansta birim köklü olduğu anlamına gelmektedir. Benzer şekilde, $H_0 : \delta_2 = 0$ hipotezi $H_a : \delta_2 < 0$ alternatifine karşı reddedilemezse, seri 1/2 frekansta birim köke sahiptir. Kompleks kökler için δ_3 ve δ_4 parametrelerinin her ikisinin de sıfıra eşit olup olmadığı test edilmektedir. $H_0 : \delta_2 = 0$ ve $H_0 : \delta_3 = \delta_4 = 0$ hipotezlerinin reddedilememesi serinin mevsimsel birim köklü olduğunu göstermektedir (Hylleberg *et al.* 1990). Regresyon denklemine, bağımlı değişken $(1 - B^4)Y_t$ ’nin gecikmeli değerlerinin katılması, dağılım üzerinde herhangi bir etki yaratmamaktadır. Ayrıca, regresyon denklemine sabit terim (intercept), mevsimsel kukla (dummy) değişken ve trend gibi deterministik terimler de eklenebilmektedir. Regresyon denklemi

trend, sabit terim ve kukla değişken içerdiğinde, dağılımın kritik değerleri değişmektedir (Engle *et al.* 1993).

Diğer taraftan $\delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$ varsayımı altında $H_0 : \delta_1 = 0$ hipotezinin test edilmesi durumunda, model $Y_{1,t} = (1 + \delta_1)Y_{1,t-1} + e_t$ şekline dönüşeceğinden standart Dickey-Fuller testine karşılık gelmektedir.

Örnek 4.2

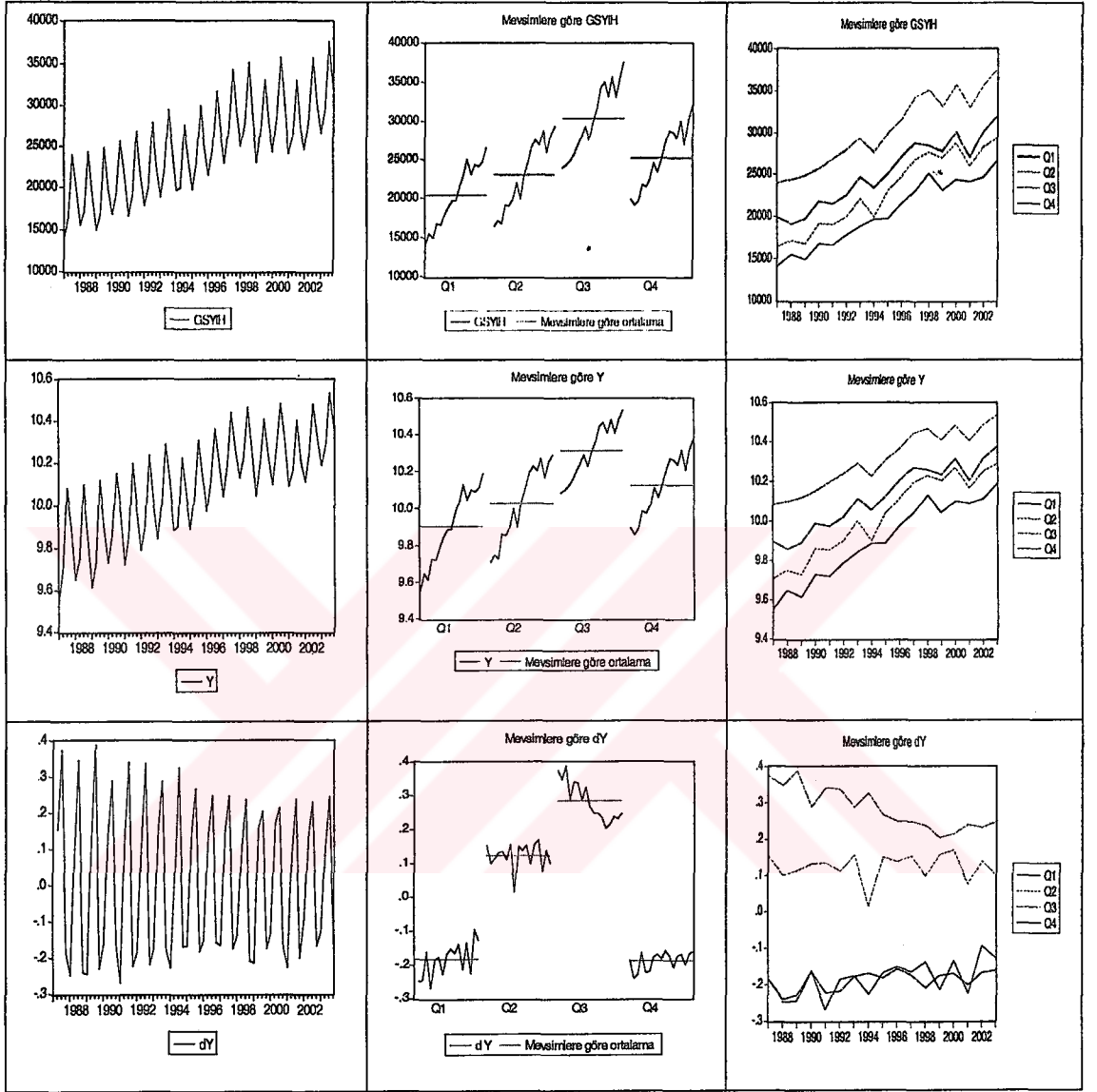
1987:1-2003:4 dönemi üçer aylık Gayri Safi Yurtiçi Hasıla (GSYİH) serisinin mevsimsel birim kökün varlığı, mevsimsel birim kök testlerinden HEGY testi ile araştırılacaktır. İlk aşamada serideki mevsimsel hareketin gözlenmesi için bazı grafikler Şekil 4.3’de verilmiştir. Şekil 4.3’de Y ile $\log(\text{GSYİH})$ gösterilmektedir.

Şekil 4.3’ün birinci sütununda ham serinin grafiği serideki dalgalanmaları gözlemleyebilmek için çizilmiştir. Ancak bu dalgalanmaları daha rahat gözleyebilmek için ham serinin logaritması alınıp grafiği çizilmiştir. Son olarak logaritması alınmış serinin birinci sıra farkı alınıp grafiği çizildiğinde mevsimsel dalgalanma en açık şekilde gözlenmektedir.

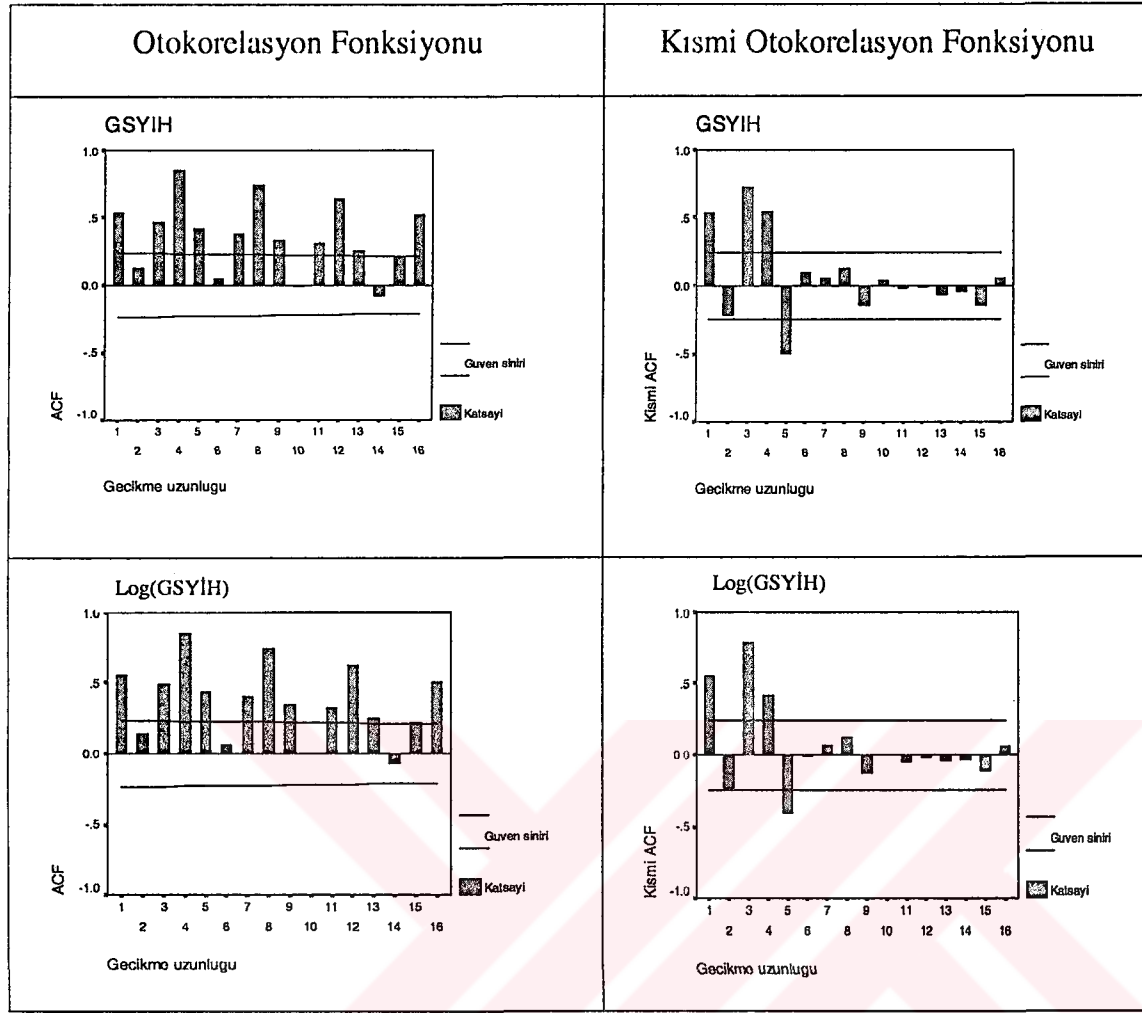
İkinci sütunda ise bütün yıllar için aynı dönemdeki verilerin ortalaması alınarak çizilmiş grafik bulunmaktadır. Aynı sütunun ilk satırında bu ortalamalara ilişkin çizilmiş doğru parçaları birbirine yakın seyretmekte iken serinin logaritmasının farkı alındığında bu doğru parçaları birbirinden uzaklaşmakta ve mevsimsel hareket daha rahat gözlenmektedir. Yani yılların aynı dönemlerinin birbirine yakın değerler aldığı grafikten açıkça görülmektedir.

Üçüncü sütunda ise üçer aylık serideki dört dönemin ayrı ayrı grafikleri çizilmiştir. Grafikteki birinci eğri yıllar itibariyle ilk dönemlerin (ocak, şubat, mart) verilerinden, diğerleri ise ilerleyen dönemlerin verilerinden çizilmiştir. Bu grafikten ilerleyen yılların aynı dönemlerinin diğer dönemlerinden farklı seyir ettiği görülmektedir. Bu da seride

mevsimsel bir hareket olduğuna işaretler. Bu farklılık aynı sütunun son satırında bariz bir şekilde görülmektedir.



Şekil 4.3 GSYİH serisinin grafikleri



Şekil 4.4 GSYİH serisinin otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonu grafikleri

Şekil 4.4'de serinin otokorelasyonlarındaki azalmanın yavaş olması önsel olarak seride bulunan birim köke işaretidir. GSYİH ve Tüketim serilerinin HEGY test yöntemini kullanılarak yapılan mevsimsel birim kök testi sonuçları ise uygulama bölümünde verilecektir.

5. ÇOK DEĞİŞKENLİ ZAMAN SERİLERİ

Bu bölüme kadar tek bir zaman serisi ele alındı ve tek başına ele alınan bu seri hakkında yapılanlar özetlenerek aktarılmaya çalışıldı. Ancak tek bir seriyi ele alıp bu seri hakkında çeşitli sonuçlar çıkarmak gerçek hayat için yeterli görülmemektedir. İktisat bilimi daha çok ele alınan değişkenlerin içerisinde bulundukları iktisadi ortamda birbirlerini nasıl etkiledikleri ve değişkenlerin arasında bulunan neden sonuç ilişkileriyle ilgilenir. Bu doğrultuda makroekonomik yorumlar yapılabilir. Bu sebepten tek değişkenden çok değişkene geçmek neredeyse zorunluluk haline gelmiştir.

Örneğin; bütçe açıkları ve enflasyon serileri ele alınıp bu seriler hakkında çeşitli sonuçlar elde edilebilir. Ancak bu sonuçlar bütçe açıkları ile enflasyon arasında güçlü bir ilişkinin bulunduğunu kanıtlamamıza yardımcı değildir. Böyle bir sonuç için bu iki serinin birlikte incelenmesi gerekmektedir. Bu noktada tek değişkenden çok değişkenliye doğru bir geçişe ihtiyaç vardır.

İlk bakışta iki seri arasındaki bu ilişkinin bir regresyon ilişkisi ile araştırılabileceği düşünülebilir. Fakat regresyonda bağımsız değişken rolündeki değişkenin sabit (bilinen) olması gerekir. Bu örnekte ise her iki değişken de stokastik olması ile beraber bu değişkenler hem kendi geçmiş değerlerine hem de diğer değişkenlere bağlıdır. Dolayısıyla regresyon yönteminin temel bir varsayımı sağlanmamaktadır (Akdi 2003).

5.1 Temel Kavramlar

Tek değişkenli zaman serilerinde olduğu gibi çok değişkenli zaman serilerinde de durağanlık kavramı oldukça önemlidir ve durağanlık kavramının temel mantığı çok değişkenli zaman serileri için de geçerlidir.

k-boyutlu herhangi bir rasgele vektör, $\underline{Y} = (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_k)'$ olmak üzere bu vektörün beklenen değeri,

$$E(\underline{Y}) = [E(Y_1), E(Y_2), E(Y_3), \dots, E(Y_k)]' \quad (5.1)$$

şeklindedir. Varyans – kovaryans matrisi ise,

$$\text{Var}(\underline{Y}) = \begin{bmatrix} \text{Var}(Y_1) & \text{Cov}(Y_1, Y_2) & \cdot & \cdot & \text{Cov}(Y_1, Y_k) \\ \text{Cov}(Y_2, Y_1) & \text{Var}(Y_2) & \cdot & \cdot & \text{Cov}(Y_2, Y_k) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \text{Cov}(Y_k, Y_1) & \text{Cov}(Y_k, Y_2) & \cdot & \cdot & \text{Var}(Y_k) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

şeklindedir.

Herhangi bir k – değişkenli vektör zaman serisi, $\{\underline{Y}_t : t \in T\}$ olsun. Tek değişkenli zaman serilerinde olduğu gibi, eğer

$$i) E(\underline{Y}_t) = \underline{\mu}, t \text{ den bağımsız,}$$

ve

$$ii) \Gamma(h) = \text{Cov}(\underline{Y}_t, \underline{Y}_{t+h}) = E(\underline{Y}_t, \underline{Y}_{t+h}') - E(\underline{Y}_t)E(\underline{Y}_{t+h})'$$

sadece h 'nin bir fonksiyonu (t den bağımsız) ise $\{\underline{Y}_t : t = 1, 2, 3, \dots\}$ zaman serisine durağandır denir.

Burada $E(\underline{Y}_t) = (E(Y_{1,t}), E(Y_{2,t}), E(Y_{3,t}), \dots, E(Y_{k,t}))'$ ve

$$\Gamma(h) = \begin{bmatrix} \text{Cov}(Y_{1,t}, Y_{1,t+h}) & \text{Cov}(Y_{1,t}, Y_{2,t+h}) & \cdot & \cdot & \text{Cov}(Y_{1,t}, Y_{k,t+h}) \\ \text{Cov}(Y_{2,t}, Y_{1,t+h}) & \text{Cov}(Y_{2,t}, Y_{2,t+h}) & \cdot & \cdot & \text{Cov}(Y_{2,t}, Y_{k,t+h}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}(Y_{k,t}, Y_{1,t+h}) & \text{Cov}(Y_{k,t}, Y_{2,t+h}) & \cdot & \cdot & \text{Cov}(Y_{k,t}, Y_{k,t+h}) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

şeklindedir. Tek değişkenli zaman serilerinden farklı olarak otokovaryans matrisi

$$\Gamma(-h) = [\Gamma(h)]' \quad (5.4)$$

özelliğine sahiptir (Akdi 2003).

5.2 Vektör Otoregresif Seriler (VAR Modelleri)

Birinci dereceden bir vektör otoregresif zaman serisi, $e_t \sim WN(0, V)$ olmak üzere,

$$Y_t = A Y_{t-1} + e_t \quad (5.5)$$

olarak verilir ve VAR(1) olarak gösterilir. Burada V beyaz gürültü serisinin varyans – kovaryans matrisini, A ’da parametre matrisini ifade etmektedir. Hata terimleri kendi içinde korelasyonsuz, çapraz korelasyonları ise sıfırdan farklıdır.

5.3 Kointegrasyon Analizi

Granger and Newbold (1974) belirttiği gibi kointegrasyon metodu zaman serilerinin durağan olmamaları durumunda regresyon sonuçlarının hatalı olabileceği düşüncesine bir çözüm getirmek amacıyla geliştirilmiştir. Bu gibi durumlarda da zaten “t – oranları ve diğer istatistiklerle regresyon modelini değerlendirmenin hatalı sonuçlar doğuracağı” görüşü oldukça yaygındır (Köse 1998).

Sahte regresyon sorununu çözmek ve serilerin uzun dönemli ilişkilerini incelemek için kointegrasyon kavramından faydalanılır. Kointegrasyon analizinde yaygın olarak kullanılan iki yöntem; Engle and Granger (1987) ve Johansen (1988) metotlarıdır.

Bunlardan Engle ve Granger başlangıçta iki değişkenli bir sistem için önerilmiştir. Öte yandan Johansen tekniği VAR modelinden türetilmiş ve ikiden fazla değişkene de uygulanabilmektedir.

Kointegrasyon analizinin ekonometrik anlamda popüler olması Granger ve çalışma arkadaşları sayesinde mümkün olmuştur. Zaman serisi istatistikçisi olan Granger, iktisadi serilerin çoğunun belirli bir trende sahip olduklarını ancak bu serilerin durağan büyüme oranlarına sahip olduklarını gözlemiştir. Bu ise serilerin durağan olmadıkları ancak farkları alındığında durağanlaştıkları anlamına gelir. Dolayısıyla iktisadi serilerin çoğunun $I(1)$ oldukları söylenebilir. Engle and Granger (1987), serinin durağan olmayan yapısının, durağan değişken(ler)ce açıklanıp açıklanamayacağını tartışmıştır. Sonuç olarak hata düzeltme modeli ile hem durağan olmayan hem de durağan değişkenlerin aynı anda modellenebileceğini göstermişlerdir. Bu modeli kullanabilmek için değişkenlerin kointegrasyonlu olması gerektiğini kanıtlayan Engle and Granger (1987) çalışmasının, günümüz uygulamalı ekonometrik analizlerine yön verdiği söylenebilir.

5.3.1 Engle ve Granger metodu

Engle ve Granger metodunda uzun dönem ilişki içerisinde olduğu düşünülen değişkenlerin bütünleşme sıraları önem kazanmaktadır. Eğer iki değişken arasında uzun dönem ilişkinin varlığı düşünülüyorsa öncelikle bu iki değişkenin aynı sıradan bütünleşik olması gerekmektedir.

Kointegrasyonun Engle and Granger (1987) tanımı şu şekilde verilebilir:

$X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt})'$ şeklindeki k tane değişkenden oluşan vektör olsun. Eğer;

1. Her bir X_{it} ($i=1,2,\dots,k$) değişkeni $I(d)$ ve
2. $X_t \alpha \sim I(d-b)$ 'yi sağlayan bir $k \times 1$ boyutlu α vektörü varsa

X_t 'yi oluşturan değişkenlerin kointegrasyonlu olduğu söylenebilir ve $X_t \alpha \sim CI(d,b)$ şeklinde gösterilir.

İki değişkenli bir serinin bileşenleri X_t ve Y_t olmak üzere,

$$X_t = a_{11}U_t + a_{12}S_t \text{ ve } Y_t = a_{21}U_t + a_{22}S_t \quad (5.6)$$

olarak yazılabilir. Burada s_t durağan bir seriyi, u_t ise durağan olmayan (birim köklü) bir seriyi göstermektedir. Her iki seride u_t yi içerdiğinden durağan değildir. Fakat,

$$R_t = Y_t - \frac{a_{21}}{a_{11}}X_t = \left(a_{22} - \frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}} \right) s_t \quad (5.7)$$

olarak yazılabildiğinden R_t serisi durağandır. Yani, X_t ve Y_t nin her ikisinde durağan olmamasına rağmen,

$$R_t = \begin{pmatrix} -\frac{a_{21}}{a_{11}}, 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t \\ Y_t \end{pmatrix} = \beta' \tilde{X}_t \quad (5.8)$$

serisi durağandır. Yani, $\tilde{X}_t$ serisi kointegrasyonludur.

Buradaki R_t serisi, Y_t nin X_t üzerine regresyonu yapıldığında artılar serisine benzemektedir. Engle and Granger (1987) metodunun özü de bu artıklar serisinin durağan olup olmadığının sınanmasıdır. Eğer artıklar serisi durağan ise, kointegrasyon

vektörü $\beta = \begin{pmatrix} -\frac{a_{21}}{a_{11}}, 1 \end{pmatrix}'$ olmak üzere seri kointegrasyonludur. Kısaca, Y_t nin X_t üzerine regresyonu yapılır:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + e_t \quad t=1, 2, \dots, n \quad (5.9)$$

Buradaki, β 'nın en küçük kareler tahmin edicisi $\frac{a_{21}}{a_{11}}$ oranı için tutarlıdır. Regresyona

herhangi bir trendin eklenmesi de durumu değiştirmemektedir. Fakat, test istatistiğinde kritik değerler değişmektedir. Bunun için tablolar üretilmiş olmasına rağmen bir çok ekonometrik paket program kritik değerleri vermektedir.

Kointegrasyonun varlığını sınamak için Engle and Granger (1987)'ın önerdiği süreç şu şekilde özetlenebilir:

Adım 1. Değişkenlerin bütünleşme sırası belirlenir. Bu amaçla Dickey-Fuller, ADF, Phillips-Perron vb. testleri kullanılabilir. Her iki değişken de durağansa kointegrasyon analizi yapmaya gerek yoktur, bu durumda klasik zaman serisi yöntemleri ile değişkenler incelenebilir. Değişkenler farklı sıradan bütünleşmişse kointegrasyonlu olmadıklarına karar verilir. Tüm değişkenler aynı sıradan bütünleşmişse 2. adımdan devam edilir.

Adım 2. (5.9) numaralı denklemin parametreleri tahmin edilir. Değişkenlerin kointegrasyonlu olup olmadığını belirlemek için (5.9) numaralı modelin artıklarına durağanlık testlerini uygulanır. Ancak bu artıklara Dickey-Fuller ya da ADF testleri yapılırken klasik tablo değerleri kullanılamaz. Bunun nedeni elimizde hata terimleri e_t 'ler değil, bunların tahminleri olan $\hat{e}_t$ 'lerin olmasıdır. Kritik değerler için Engle and Yoo (1987)'ya bakılabilir. Durağanlık testi sonucunda $\hat{e}_t$ serisi durağan bulunursa değişkenlerin kointegrasyonlu oldukları sonucuna varılır.

5.3.2 Johansen metodu

Johansen metodu kointegrasyon vektörünün yapısı ve kointegrasyon vektör sayısı hakkında bir bilgiye gereksinim duymamaktadır. Bu bilgi modelden tahmin edilmektedir. Johansen metodunda, serinin kointegrasyonlu olup olmadığının sınanmasında parametre matrisinin öz değerlerinden yararlanılmaktadır.

(5.10)'de verilen p_inci dereceden VAR modelini göz önüne alalım;

$$\tilde{Y}_t = \sum_{i=1}^p A_{\tilde{i}} \tilde{Y}_{t-i} + e_t, \quad t = 1, \dots, n \quad (5.10)$$

Burada, $\tilde{Y}_t$ 'ler k-değişkenli zaman serisi vektörünü, e_t 'ler hata vektörünü göstermektedir. Bu model daha açık bir ifadeyle,

$$\tilde{Y}_t = A_{\tilde{1}} \tilde{Y}_{t-1} + A_{\tilde{2}} \tilde{Y}_{t-2} + \dots + A_{\tilde{p}} \tilde{Y}_{t-p} + e_t \quad (5.11)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitliğin her iki tarafından $\tilde{Y}_{t-1}$ çıkarılırsa,

$$\Delta \tilde{Y}_t = (A_{\tilde{1}} - I) \tilde{Y}_{t-1} + A_{\tilde{2}} \tilde{Y}_{t-2} + \dots + A_{\tilde{p}} \tilde{Y}_{t-p} + e_t \quad (5.12)$$

eşitliği elde edilir. (5.12) eşitliğinin sağ tarafına $(A_{\tilde{1}} - I) \tilde{Y}_{t-2}$ ifadesi eklenip çıkartılırsa,

$$\Delta \tilde{Y}_t = (A_{\tilde{1}} - I) \Delta \tilde{Y}_{t-1} + (A_{\tilde{1}} + A_{\tilde{2}} - I) \tilde{Y}_{t-2} + \dots + A_{\tilde{p}} \tilde{Y}_{t-p} + e_t \quad (5.13)$$

olacaktır. Yine eşitliğin sağ tarafına $(A_{\tilde{2}} + A_{\tilde{1}} - I) \tilde{Y}_{t-3}$ ifadesinin çıkartılıp eklenmesiyle de,

$$\Delta \tilde{Y}_t = (A_{\tilde{1}} - I) \Delta \tilde{Y}_{t-1} + (A_{\tilde{1}} + A_{\tilde{2}} - I) \Delta \tilde{Y}_{t-2} + (A_{\tilde{1}} + A_{\tilde{2}} + A_{\tilde{3}} - I) \tilde{Y}_{t-3} + \dots + A_{\tilde{p}} \tilde{Y}_{t-p} + e_t \quad (5.14)$$

eşitliği elde edilir. Bu işlem ardışık olarak devam ettirilirse,

$$\Delta \tilde{Y}_t = \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \tilde{Y}_{t-i} + \Pi \tilde{Y}_{t-p} + e_t \quad (5.15)$$

eşitliğine ulaşırız. Burada,

$$\begin{aligned}\Gamma_{\sim i} &= -I + A_{\sim 1} + A_{\sim 2} + \dots + A_{\sim i} \\ \Pi_{\sim k} &= -\left(I - A_{\sim 1} - A_{\sim 2} - \dots - A_{\sim p}\right)\end{aligned}\quad (5.16)$$

dir. (5.15) eşitliğindeki VAR modeli ortak bütünleşme dönüşümü olarak adlandırılır. $Y_{\sim t}$ vektöründe k tane değişken varsa Π matrisinin boyutu k x k'dir ve bu matrisin rankı da en fazla k'ye eşittir.

Verilen herhangi bir serinin kointegrasyonlu olması (5.15)'deki Π matrisinin rankına bağlıdır. Bu matrisin rankına r diyelim. Yani, $\text{rank}(\Pi) = r$ olsun. Johansen yöntemi aslında bu Π matrisinin rankına dayanmaktadır.

i) $r = k$ ise sistem durağandır.

ii) $0 < r < k$ ise öyle α ve β vektörleri (veya matrisleri) vardır ki,

$$\Pi = \alpha \beta' \quad (5.17)$$

olarak yazılır. Öyle ki $W_t = \beta' Y_{\sim t}$ durağandır. Yalnız burada dikkat edilmesi ve atlanmaması gereken durum B herhangi bir singüler olmayan matris olmak üzere, $\Pi = \alpha B B^{-1} \beta'$ şeklinde de yazılabileceğinden sonsuz çoklukta α veya β vektör veya matrisleri bulunur. Dolayısıyla Johansen metodunda β vektörünün tahmini yerine Π matrisinin rankı ile serinin kointegrasyonlu olup olmadığı incelenmektedir.

Genel hatlarıyla Johansen metodunda;

ΔY_t 'nin $\Delta Y_{t-1}, \Delta Y_{t-2}, \dots, \Delta Y_{t-p}$ üzerine regresyonu yapılır. Bu durum VAR modelinde açıklanan değişken sayısı k tane olduğundan k tane ayrı ayrı regresyonun yapılması demektir. Bu regresyonların her birinden t zamanındaki artıklar kullanılarak $n \times 1$ boyutunda bir vektör düzenlenir. Buna R_{0k} diyelim. Daha sonra ΔY_{t-k} 'nin $\Delta Y_{t-1}, \Delta Y_{t-2}, \dots, \Delta Y_{t-p+1}$ üzerine regresyonu yapılır. Yine bu regresyonların her birinden t zamanındaki artıklar kullanılarak $k \times 1$ boyutunda bir vektör düzenlenir ve R_{kt} ile gösterilir.

Daha sonra R_{0k} ve R_{kt} 'nin çapraz çarpımları ve ikinci momentlerinden S_{00}, S_{0k}, S_{k0} ve S_{kk} olmak üzere dört tane $k \times k$ boyutunda matris hesaplanır.

$$S_{ij} = \sum_{t=1}^n R_{it} R_{jt} \quad i, j = 0, k \quad (n: \text{örnek hacmi}) \quad (5.18)$$

eşitlik çözülerek,

$$\begin{vmatrix} \mu S_{kk} & -S_{k0} & S_{00}^{-1} S_{0k} \end{vmatrix} = 0 \quad (5.19)$$

yukarıdaki matrisin determinantının oluşturduğu karakteristik denklemin kökleri olan öz değerler hesaplanır. Bulunan bu öz değerler $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_n$ koşulunu sağlar. Daha sonra bu öz değerlere karşılık gelen öz vektörler hesaplanır. Hesaplanan bu öz vektörler de bir matrisin sütunları olacak şekilde düzenlenirler.

$$V = (V_1, V_2, \dots, V_n) \quad (5.20)$$

Öz vektörler $V' S_{kk} V = I$ olacak şekilde normalleştirilirler.

Rank $r < k$ ise ilk r öz vektör $\underline{V}_1, \underline{V}_2, \dots, \underline{V}_r$ ortak bütünleşik vektördür ve ortak bütünleşik matris $\underline{\beta}$ 'nin kolonlarını oluşturur.

Π matrisinin rankının r olması demek r tane birbirinden lineer bağımsız kointegrasyon ilişkisi var demektir (geriye kalan $k-r$ tane de birim köklü lineer bileşim vardır). Dolayısıyla $H_0 : r < r_0$ hipotezi, en az r_0 tane birbirinden lineer bağımsız kointegrasyon ilişkisi vardır yokluk hipotezinin $H_a : r > r_0$ alternatif hipotezine karşı test edilmesi gerekir. Bunun için olabilirlik oran istatistiği, λ_i 'ler Π matrisinin özdeğerlerini ve $\hat{\lambda}_i$ 'lar da λ_i 'lerin en çok olabilirlik tahmin edicilerini göstermek üzere,

$$LR = \frac{\left[\prod_{i=0}^k (1 - \hat{\lambda}_i) \right]^{n/2}}{\left[\prod_{i=0}^{r_0} (1 - \hat{\lambda}_i) \right]^{n/2}} = \left[\prod_{i=r_0+1}^k (1 - \hat{\lambda}_i) \right]^{n/2} \quad (5.21)$$

şeklinde olacaktır (Johansen 1988). Buradan,

$$\lambda_{trace} = -n \sum_{i=r_0+1}^k \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (5.22)$$

test istatistiği için kritik değerler üretilmiştir. Eğer test istatistiğinin aldığı değer kritik değerden büyük ise $H_0 : r \leq r_0$ veya $H_0 : r = r_0$ yokluk hipotezi reddedilir. Yani, r_0 'dan daha fazla lineer bağımsız kointegrasyon ilişkisi vardır. H_0 reddedilemezse, r_0 tane kointegrasyon ilişkisi mevcuttur. Burada r_0 Π matrisinin rankını göstermektedir.

5.4 Mevsimsel Kointegrasyon

Hylleberg *et al.* (1990)'da mevsimsel birim kök ve mevsimsel kointegrasyon vektörünün tahmin edilmesi için önerilen ve eksik yönleri Engle *et al.* (1993)'de

tamamlanan yöntemi kullanarak, GSYİH ve tüketim verilerinin kointegrasyonlu olup olmadığını uygulama bölümünde incelemeye çalışacağız.

Hylleberg *et al.* (1990)'da farklı frekanslardaki birim köklerin araştırılması amacıyla oluşturulan teori genişletilerek mevsimsel kointegrasyon sistemi oluşturulmuştur. $Q = 0, 1/4, 1/2, 3/4$ frekanslar olsun. Burada $I_Q(1)$, serinin Q -inci frekansta birinci sıradan bütünleşik olduğunu göstermektedir. Wold gösterimi $(1 - B^4)X_t = C(B)e_t$ olarak

verilmektedir. Burada $e_t \sim WN\left(0, \sigma^2 I_N\right)$ dağılımlı ve $N \times 1$ boyutlu bir rasgele vektörü,

$C(B)$ ise $N \times N$ boyutlu gecikme polinom matrisini göstermektedir.

Sıfır frekansındaki kointegrasyon ilişkisi, $N \times r$ boyutlu ($N > r_1 \geq 0$), $\alpha_1' C(1) = 0$ olan α_1 matrisinin varlığına bağlıdır. $1/2$ frekanstaki kointegre ilişki ise, $N \times r_1$ boyutlu $\alpha_2' C(-1) = 0$ olan α_2 matrisinin varlığına bağlıdır. Sütunlardaki α_1 ve α_2 sırasıyla sıfır ve $1/2$ frekanstaki kointegre vektörleri; r_1 ve r_2 ise kointegre rankları göstermektedir. $1/4$ ve $3/4$ frekanslardaki kointegre ilişki için, bu frekanslardaki birim köklerin, i ve eşleniği $-i$ şeklinde kompleks olmasından dolayı α_3 ve α_4 , $N \times r_3$ boyutlu ($N > r_3 \geq 0$ olmak üzere) $\alpha(B) = \alpha_3 + \alpha_4 B$ şeklinde kointegre polinom vektörüne genişletilmiştir (Engle *et al.* 1993). Hata düzeltme modeline (ECM), frekanslar eklenerek Hylleberg *et al.* (1990)'ya uyum gösteren model, aşağıdaki gibi yeniden düzenlenmiştir

$$A^*(B)\Delta_4 X_t = \gamma_1 \alpha_1 Y_{t-1} + \gamma_2 \alpha_2 Y_{t-2} - \left(\gamma_3 \alpha_3 - \gamma_4 \alpha_4 \right) Y_{t-3} + \left(\gamma_4 \alpha_3 + \gamma_3 \alpha_4 \right) Y_{t-4} + e_t \quad (5.23)$$

veya

$$\tilde{A}^*(B)\Delta_4 X_{-t} = \gamma_{-1} \alpha_{-1} Y_{-1,t-1} + \gamma_{-2} \alpha_{-2} Y_{-2,t-1} - \left(\gamma_{-3} + \gamma_{-4} B \right) \left(\alpha_{-3} + \alpha_{-4} B \right) Y_{-3,t-2} + e_{-t}. \quad (5.24)$$

Burada, $\gamma_{-1}, \gamma_{-2}, \gamma_{-3}$ ve γ_{-4} sırası ile $N \times r_1, N \times r_2, N \times r_3$ ve $N \times r_3$ boyutlu matrisler olmak üzere, N eşitlikteki farklı her bir frekanstaki kointegre ilişki ağırlıklarını göstermektedir. Y_{-1t}, Y_{-2t} ve Y_{-3t} $N \times 1$ boyutlu vektörler olmak üzere $Y_{-1t} = (1 + B + B^2 + B^3)Y_{-t}$, $Y_{-2t} = -(1 - B + B^2 - B^3)Y_{-t}$ ve $Y_{-3t} = -(1 - B^2)Y_{-t}$ şeklinde Y_{-t} 'nin gözlemlerinin dönüşümlerinden elde edilen vektörlerdir. $\tilde{A}^*(B)$ ve $\tilde{A}^*(B)$ nin tüm kökleri birim çemberin dışındadır ve $\tilde{A}^*(0) = \tilde{A}^*(0) = I_N$ 'dir. Uzun dönem kointegre ilişkinin $\alpha'_{-1} Y_{-1t}$, $1/2$ frekanstaki kointegre ilişkinin $\alpha'_{-2} Y_{-2t}$ şeklinde olması ve $1/4$ (ve $3/4$) frekansta ise $(\alpha'_{-3} + \alpha'_{-4} B)Y_{-t}$ şeklindeki kointegre polinom ilişkisinin olması, eşitliğin sol tarafının dördüncü dereceden durağan bir otoregresif süreç olmasını gerektirmektedir (Engle *et al.* 1993).

Y_t , GSYİH ve C_t tüketim değişkenlerini göstermek üzere, Y_t ve $C_t \sim I_\theta(1)$, $\theta = 0, 1/2, 1/4, 3/4$ her bir frekansta bir veya sıfır kointegre ilişki var olabilir. Y_t ve C_t için bütün frekanslarda, $\theta = 0, 1/2, 1/4, 3/4$ kointegre seriler ise (5.24) eşitliği (5.25)'deki gibi yeniden yazılabilir

$$\Delta_4 C_t = \sum_{j=1}^q \delta_j \Delta_4 Y_{t-j} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta_4 C_{t-i} + \gamma_{11} (C_{1,t-1} - \alpha_{12} Y_{1,t-1}) + \gamma_{12} (C_{2,t-1} - \alpha_{22} Y_{2,t-1}) - (\gamma_{13} + \gamma_{14} B) (C_{3,t-2} - \alpha_{32} Y_{3,t-2} - \alpha_{41} C_{3,t-3} - \alpha_{42} Y_{3,t-3}) + e_t. \quad (5.25)$$

Buna göre, (5.25) numaralı eşitliğin farklı periyotlardaki bileşenleri ilişkisiz olmak zorunda olduğundan durağan olacaklardır. Aşağıda verilen özel kombinasyonlar her frekansta $I(0)$ dir. Yani,

$$Z_{1t} = C_{1t} - \alpha_{12} Y_{1t}, \text{ (sıfır frekans)}$$

$$Z_{2t} = C_{2t} - \alpha_{22} Y_{2t}, \text{ (1/2 frekans)}$$

$$Z_{3t} = C_{3t} - \alpha_{32} Y_{3t} - \alpha_{41} C_{3,t-1} - \alpha_{42} Y_{3,t-1} \text{ (1/4 ve 3/4 frekansları)}$$

durağandır. Fakat Z_{3t} 'nin durağanlığının görülmesi biraz zordur. Önce $Y_{3t} + Y_{3,t-2}$ ve $C_{3t} + C_{3,t-2} I_{1/4}(0)$ olmalıdır. Yani, $Z_{4t} = Z_{3,t-1} + (1 + B^2)(C_{3,t+1} - \alpha_{32} Y_{3,t+1})$ serisi $I(0)$ 'dır.

C_{3t} ve Y_{3t} arasındaki kointegre ilişki, C_{3t} 'nin Y_{3t} ve $Y_{3,t-1}$ üzerine regresyonu ile tahmin edilebilir. C_{1t} 'nin Y_{1t} , C_{2t} 'nin Y_{2t} ve C_{3t} 'nin Y_{3t} ve $Y_{3,t-1}$ üzerine yapılan regresyonlardan elde edilen hatalar sırasıyla u_t , v_t ve w_t şeklinde gösterilsin. Sıfır frekanstaki kointegrasyon testi Δu_t 'nin u_{t-1} üzerine regresyonu ile yapılır. Δu_t 'nin anlamlı bulunan gecikmeleri modele ilave edilebilir. Burada u_{t-1} 'in katsayısına ilişkin "t" istatistiğinin dağılımı Dickey-Fuller'da verilen t-türü istatistikle aynı değildir. Bunun yerine, Engle and Granger (1987) veya Engle and Yoo (1987)'da elde edilen dağılımlar kullanılmaktadır. 1/2 frekansta ise $(v_t + v_{t-1})$ 'in $-(v_{t-1})$ üzerine regresyonu yapılır. Dağılım sıfır frekanstaki ile aynıdır. 1/4 (ve 3/4) frekansta ise $C_{3t} = \hat{\beta}_1 Y_{3t} + \hat{\beta}_2 Y_{3,t-1} + w_t$ şeklinde kurulan regresyon denkleminin artıkları, $(w_t + w_{t-2}) = \pi_3(-w_{t-2}) + \pi_4(-w_{t-1}) + \zeta_t$, şeklinde oluşturulan model kullanılarak test edilir (Engle *et al.* 1993).

6. UYGULAMA

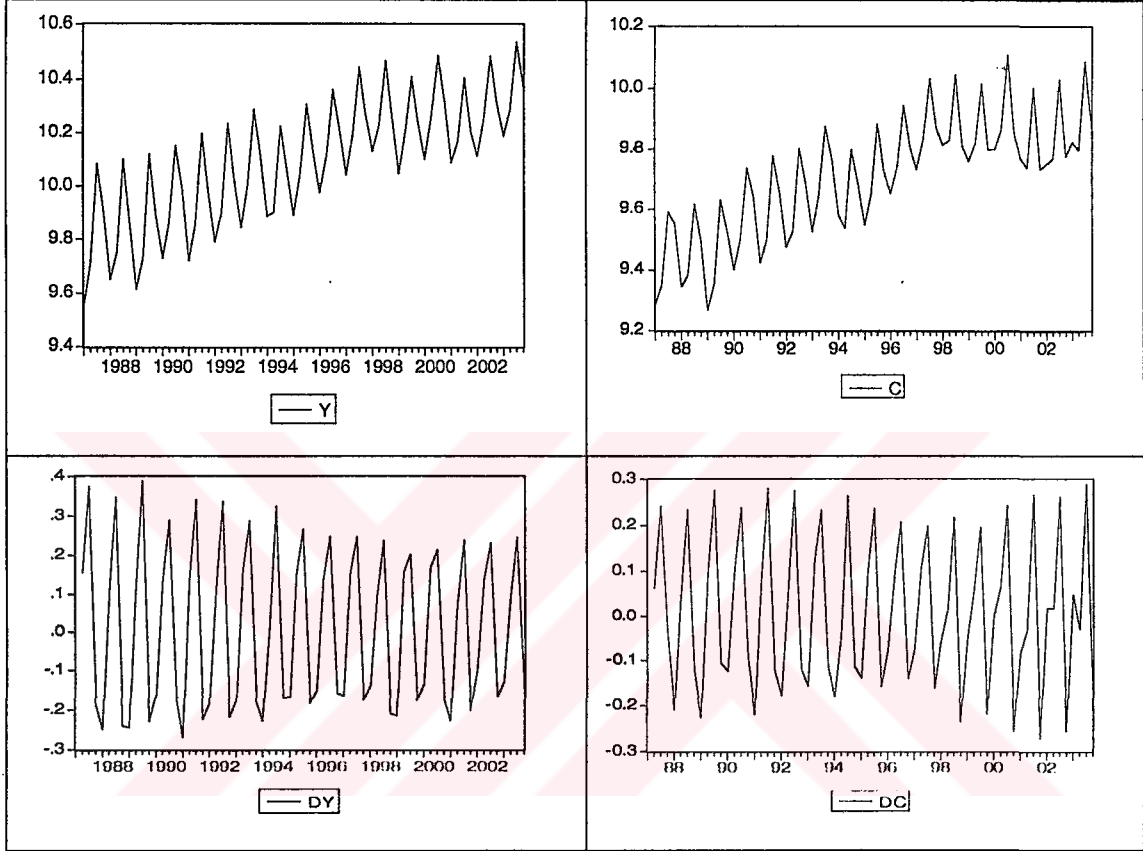
Çalışmanın bu bölümünde Türkiye'nin makroekonomik değişkenlerinden Gayri Safi Yurtiçi Hasıla (GSYİH) (sabit fiyatlarla) ile Özel Nihai Tüketim (sabit fiyatlarla) serileri arasındaki olası mevsimsel kointegre ilişki araştırılmıştır. Kointegrasyon ve birim kök testlerinde kullanılan veriler üçer aylık olup 1987:1 – 2003:4 dönemini kapsamaktadır. Tüm veriler TCMB'dan alınmıştır. Makro ekonomik değişkenlerin kullanıldığı çalışmalarda serilerin doğal logaritmasının alınması ortak bir görüş birliği haline gelmiştir. Bu sebepten her iki serinin de logaritması alınmıştır. Serilerin logaritmalarının alınmasının sebepleri; düzeyde üstel bir büyüme gösteren serinin logaritması alındığında büyümenin lineer hale dönüşmesi, logaritmanın alınması ile varyansın stabilize olması ve aykırı gözlemlerin etkilerinin azalması olarak sıralanmaktadır (Franses and McAleer 1998).

Çalışmamıza benzer olarak; Hylleberg *et al.* (1990)'da İngiltere'nin tüketim (consumption) ve gelir (income) serilerinin mevsimsel durağanlık yapıları araştırılmıştır. Sıfır frekansta her iki seride de mevsimsel birim kök yoktur hipotezi reddedilememiştir. Ancak önsel bilgi olarak kointegre vektörün $[1, -1]$ olduğu durumda hataları temsil eden tüketim-gelir (c-y) vektörü durağan olmadığından iki seri arasında sıfır frekansta kointegre bir ilişki bulunamamıştır. Aynı şekilde $1/2$ frekansta da iki seri arasında herhangi bir kointegre ilişkiye rastlanamamıştır.

Yine benzer bir çalışmada; Engle *et al.* (1993)'de Japonya'nın tüketim ve gelir serileri arasındaki olası kointegre ilişki araştırılmıştır. Sıfır ve $1/2$ frekansta herhangi bir kointegre ilişkiye rastlanamamış ancak $1/4$ frekansta iki seri arasında kointegre ilişkiye rastlanmıştır.

Logaritması alınmış GSYİH ve tüketim serilerinin grafikleri Şekil 6.1'de verilmiştir. Grafiklerde Y, $\log(\text{GSYİH})$ ve C de $\log(\text{tüketim})$ serilerini temsil edilmektedir. Şekil 6.1'in ilk satırında GSYİH ve Tüketim serilerinin mevsimsel dalgalanmalara sahip oldukları açık bir şekilde gözlenmektedir. Fark alma işlemi bu dalgalanmaları daha açık bir şekilde ortaya koyacağından serilerin birinci sıra farkları alınarak grafikleri

izilmiştir. şekil 6.1'in ikinci satırında birinci sıra farkların grafikleri yer almaktadır. GSYİH serisindeki dalgalanmalar Tüketim serisindeki dalgalanmalara oranla daha düzgün bir seyir izlemektedir.

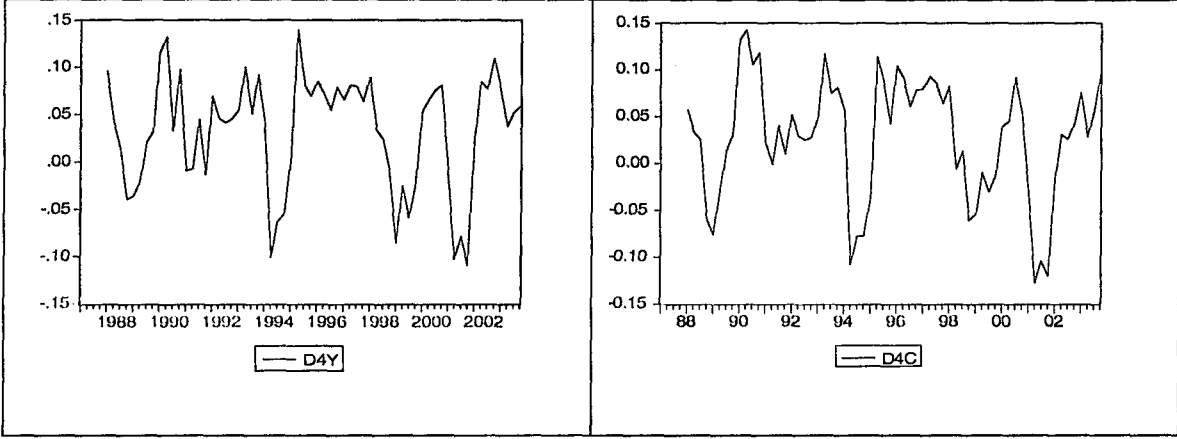


$$DY = Y_t - Y_{t-1}, DC = C_t - C_{t-1}$$

şekil 6.1 GSYİH ve tüketim serilerindeki üçer aylık değışimler ve birinci sıra farkları

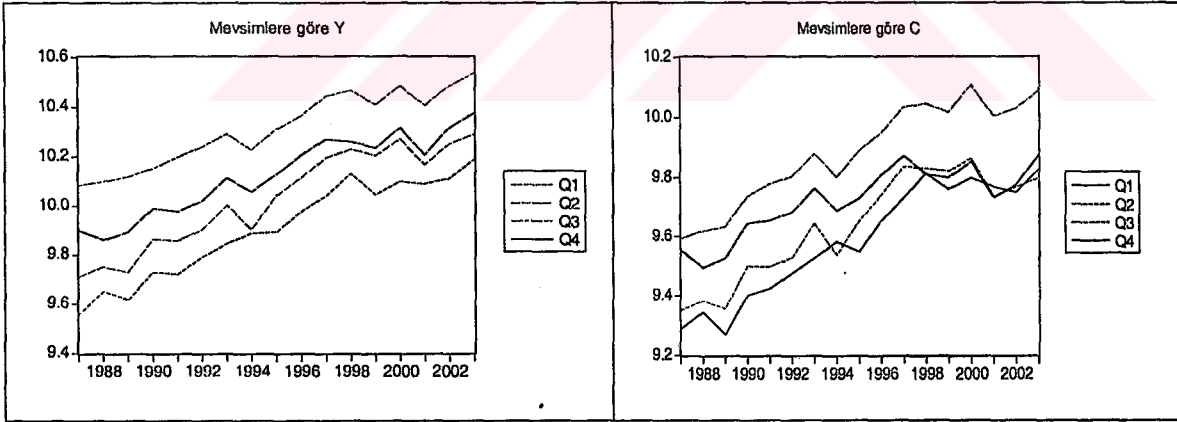
Box and Jenkins (1970)'de belirtildiği gibi serinin dördüncü sıra farkını almak yani, $Y_{4t} = (1 - B^4)Y_t$ dönüşümü serideki mevsimsel bileşeni kaldırmak için kullanılır. şekil 6.2'de GSYİH ve tüketim serilerindeki mevsimsel bileşenin ortadan kalktığı görölmektedir. Hylleberg *et al.* (1990)'da dördüncü sıradan fark $1 - B^4 = (1 - B)(1 + B)(1 + B^2)$ şeklinde bileşenlerine ayrılmıştır. Burada, birinci sıradan fark $(1 - B)$, uzun dönemde bütünleşmiş (zero frequency) bileşeni, $(1 + B)$ altı aylık frekansta bütünleşmiş bileşeni temsil eder. $(1 + B^2) = (1 - B)(1 - B)$ ise 1/4 ve 3/4 frekanslarında bütünleşmiş bileşeni temsil etmektedir. şekil 6.1'de mevsimsel gidişatın

periyod boyunca her iki seride de değiştiği gözlenmektedir. Bu durum şekil 6.3’de daha açık bir şekilde gözlenebilir.



şekil 6.2. $Y_{4t} = (1 - B^4)Y_t$ ve $C_{4t} = (1 - B^4)C_t$ dönüşümlerinin grafikleri

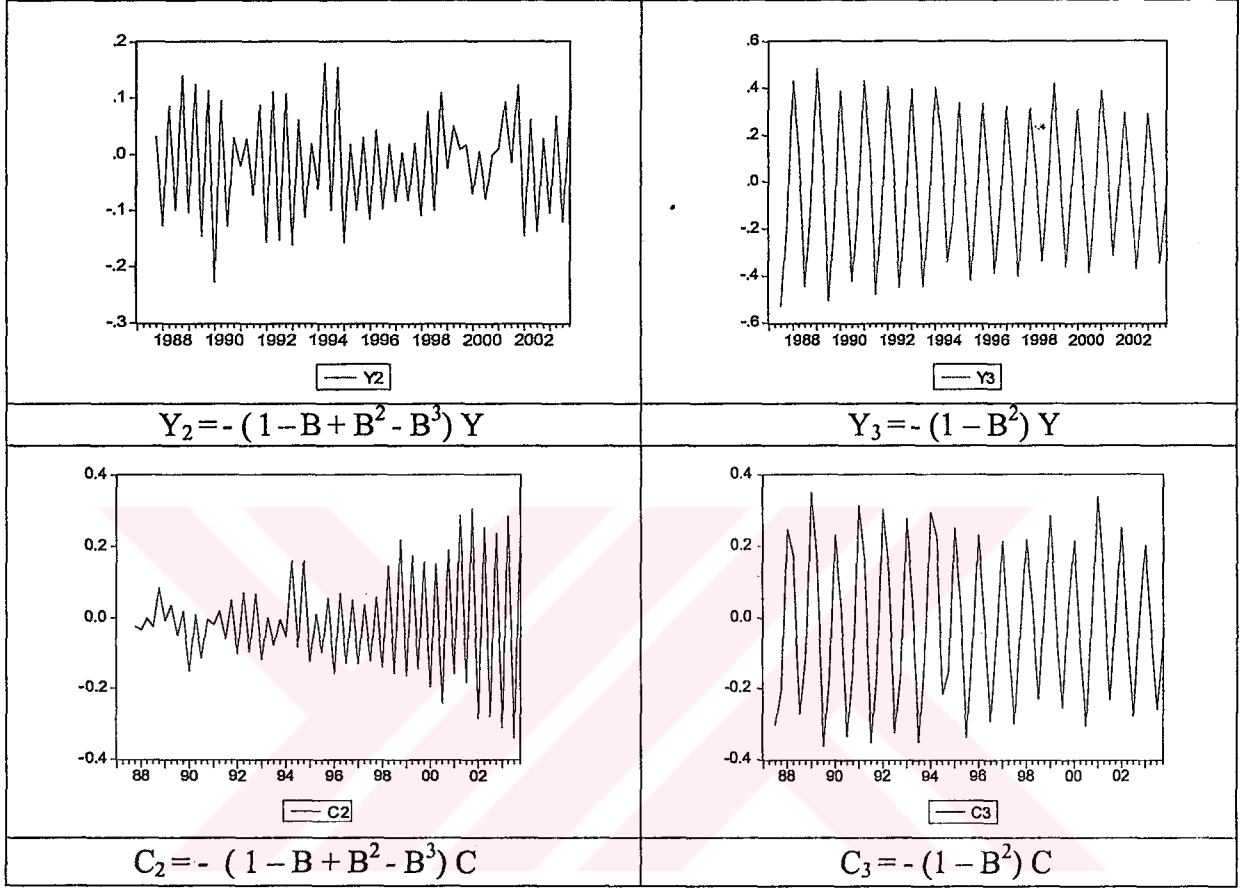
şekil 6.3’de üçer aylık serilerin her bir periyota göre ayrı ayrı grafikleri çizilmiştir. şekil 6.3’de görüldüğü gibi her iki grafikte de dört eğri bulunmaktadır. Bunlar birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü üçer ayları temsil etmektedir.



şekil 6.3. GSYİH ve Tüketim serilerinin periyotlara göre grafikleri

şekil 6.4’de ise $Y_2 = -(1 - B + B^2 - B^3)Y$ ve $Y_3 = -(1 - B^2)Y$ dönüşümleri her iki seriye de uygulanmıştır. şekil 6.4’de Y_2 dönüşümü ile seri $\theta = 0, 1/4, 3/4$ frekanstaki birim köklerden arındırıldıktan sonra $1/2$ frekansta birim kök olup olmadığı grafiksel olarak gözlenmeye çalışılmıştır. Bu frekansta tüketim serisindeki mevsimsel dalgalanmanın daha belirgin olduğu gözlenmektedir. Y_3 dönüşümü ile $1/4$ ve $3/4$ frekanstaki

dalgalanma gözlenmeye çalışılmıştır. Bu dalgalanmaların Y_2 dönüşümdeki kadar hareketli olmadığı gözlenmiştir. Tabi bütün bu grafikler önsel bir bilgi olmaktan ileri gitmemektedir.



Şekil 6.4 GSYİH ve tüketim serileri için birim kök dönüşümleri

Buraya kadarki aşamalarda grafiksel olarak her iki seri incelenmeye çalışıldı. Şimdi ise GSYİH ve tüketim verileri arasında mevsimsel kointegre ilişkinin varlığı araştırılacaktır. Mevsimsel kointegre ilişkinin varlığının araştırılması için öncelikle serilerin bütünleşme sıralarının hesaplanması gerekmektedir. Çizelge 6.1’de her iki seriye ilişkin mevsimsel birim kök testlerine yer verilmiştir.

Çizelge 6.1’de aşağıda verilen ve HEGY metodunda yardımcı regresyon denklemi olarak adlandırılan denklemin parametrelerine ilişkin tahminlere yer verilmiştir.

$$Y_{4,t} = \delta_1 Y_{1,t-1} + \delta_2 Y_{2,t-1} + \delta_3 Y_{3,t-2} + \delta_4 Y_{3,t-1} + e_t \quad (6.1)$$

Ayrıca bu modelle bağımlı değişken $Y_{4,t}$ 'nin anlamlı bulunan gecikmeleri ilave edilmiştir. Yardımcı regresyon denkleminde deterministik değişkenlerin etkilerini gözlemek amacıyla; sabit terim, mevsimsel kukla değişken, trend ilave edilmiştir. I ile sabit terim, SD ile mevsimsel kukla değişken, TR ile trend temsil edilmektedir.

Çizelge 6.1 1987:1 - 2003:4 dönemi Türkiye, Log(GSYİH) ve Log(Tüketim) serileri için HEGY testi sonuçları

Değişken	Yardımcı Regresyon		't'	't'	't'	't'	'F'
	Deterministik Kısım ^a	Gecikme ¹	π_1	π_2	π_3	π_4	$\pi_3 \cap \pi_4$
Y_t	-	1, 4, 5, 8	2,9351	-0,8820	-2,2099*	-0,6509	2,6666
	I	1, 4, 5, 8	-1,5022	-0,9390	-2,1433*	-0,6538	2,5227
	I, SD	4	-0,9160	-4,1371*	-3,5324	-2,6571*	11,9087*
	I, TR	1, 4, 5, 8	-1,0667	-0,9345	-2,0732*	-0,6962	2,4102
	I, SD, TR	-	-2,1997	-4,7509*	-4,0884*	-2,5713*	14,3180*
C_t	-	1, 4, 5	2,1205	1,7659	-1,6644	0,1278	1,3929
	I	1, 4, 5	-1,8349	1,6958	-1,6614	0,0584	1,3816
	I, SD	1, 4	-1,6522	-0,4514	-1,7581	-0,8181	1,8105
	I, TR	1, 4, 5	-2,1811	1,9233	-1,8545	0,0837	1,7225
	I, SD, TR	1, 4, 5	-1,9810	-0,1568	-1,4387	-0,5121	1,0915
$C_t - Y_t$	-	2	0,6825	-0,7994	-2,2365*	-0,9718	3,0015
	I	2	-0,9841	-0,8900	-2,2539*	-0,9971	3,0655*
	I, SD	1	-1,0631	-0,0931	-3,5910	-0,7421	6,9356*
	I, TR	2	-2,2219	-0,8891	-2,2038*	-1,0219	2,9781*
	I, SD, TR	1	-1,9540	-0,1069	-3,4766	-0,5601	6,3320

^aI = sabit terim, SD = mevsimsel kukla değişken, TR = trend.

¹ bağımlı değişkenin gecikmeleri %5 de anlamlı bulunan p değerlerine göre seçilmiştir.

(*) yokluk hipotezi reddedilmiştir (%5).

Çizelge 6.1'de görüldüğü üzere tüketim serisi için sıfır frekansta ve diğer bütün mevsimsel frekanslarda ayrı ayrı kurulan birim kök yoktur ve mevsimsel birim kök yoktur hipotezleri %5 anlamlılık düzeyinde reddedilememiştir. Bu durum tüketim serisi için hem sıfır frekansta hem de mevsimsel frekanslarda birim kök olduğu anlamına gelmektedir. Ayrıca seriye eklenen deterministik bileşenler de bu durumda bir değişiklik yaratmamıştır. Ancak GSYİH serisinde 0 frekansta birim kök bulunmuş, 1/2

frekansta; deterministik değişkenin bulunmadığı, sadece sabit terimin bulunduğu ve sabit terim ile trendin birlikte bulunduğu modellerde birim kök bulunmuştur. Sonuç olarak GSYİH serisinde de bazı durumlarda (deterministik bileşen yok, I, I ve TR) mevsimsel birim kök yoktur hipotezi reddedilememiştir.

İktisadi teoriden her iki seri arasındaki kointegrasyon vektörünün (1, -1) olduğu düşünülebilir. Bu duruma da Çizelge 6.1’de yer verilmiştir. Kointegrasyon ilişkisi vektörünün (1, -1) olması durumunda $C_t - Y_t$ iki seriye ilişkin artıkları temsil etmektedir. Kointegrasyon ilişkisinin artık serisinin durağan olup olmamasına bağlı olduğu bilinmektedir. Sıfır frekanstaki artık serisi durağan olmadığından bu frekansda kointegrasyon ilişkisine rastlanamamıştır. Diğer frekanslar da aynı şekilde incelenebilir. Çalışmanın ilerleyen kısmında her frekans için kointegrasyon vektörü tahmin edilmeye çalışılacaktır.

GSYİH ve tüketim serilerinin, sıfır frekans, 1/2 frekans ve mevsimsel frekanstaki kointegrasyon ilişkileri için yapılan test sonuçları sırasıyla Çizelge 6.2, Çizelge 6.3 ve Çizelge 6.4’de verilmiştir.

Çizelge 6. 2 Sıfır frekanstaki (uzun dönem) kointegrasyon testi^a

Bağımlı Değişken	Kointegrasyon Denklemi			Yardımcı Regresyon		Hataların Birim Kök Testi
	Açıklayıcı Değişken Y_{1t}	Deterministik Bileşen	R^2	Deterministik Bileşen	Gecikmeler	$DF \quad \hat{\pi}_1$
C_{1t}	1,2873 (0,0577)	I, TR	0,9861	-	1, 2	-3,4105
C_{1t}	0,9104 (0,0179)	I	0,9761	-	1, 2	-2,71
C_{1t}	0,9618 (0,0003)	-	0,9729	-	1, 2	-2,1967*
C_{1t}	1 (sabit)	-	-	I, TR I, TR, SD	2 1	-2,1226 -1,9467

^a $\Delta u_t = \pi_1 u_{t-1} + \sum_{j=1}^k b_j \Delta u_{t-j} + e_t$, u_t ’ler kointegre regresyondan elde edilen hataları göstermektedir.

Çizelge 6.2’de sıfır frekanstaki kointegre vektör tahmin edilmeye çalışılmıştır. Sıfır frekanstaki kointegrasyon ilişkisinin araştırılması için C_{1t} değişkeninin Y_{1t} değişkeni üzerine yapılan regresyonundan elde edilen artıklar serisi kullanılmıştır. Bu regresyon dekleminde çeşitli deterministik bileşenler de ilave edilmiştir. Daha sonra elde edilen bu artık serisi $\Delta u_t = \pi_1 u_{t-1} + \sum_{j=1}^k b_j \Delta u_{t-j} + e_t$ şeklinde regresyona tabi tutulmuştur. Kointegrasyon testi ise bu regresyon denkleminin parametresi olan π_1 ’e göre yapılmıştır. Sabit terim ve trendin birlikte deterministik bileşen olarak bulunduğu modelde ve sadece trendin deterministik bileşen olarak bulunduğu modelde kointegre ilişkiye rastlanamamıştır. Modelde herhangi bir deterministik bileşen yokken iki seri arasında kointegre ilişki saptanmıştır. Kointegre vektör ise (1, 0.9618) olarak tahmin edilmiştir. Bir sonraki çizelgede ise altı aylık frekanstaki kointegrasyon testi verilmiştir.

Çizelge 6.3 1/2 frekanstaki (altı aylık) kointegrasyon testi^a

Bağımlı Değişken	Kointegrasyon Denklemi			Yardımcı Regresyon	Hataların Birim Kök Testi
	Açıklayıcı Değişken Y_{2t}	Deterministik Bileşen	R^2	Gecikmeler	DF $t_{\hat{\pi}_2}$
C_{2t}	0,2251 (0,2399)	I, SD	0,6477	1, 4	1,3240
C_{2t}	1,1534 (0,1374)	I	0,5279	2, 4	-0,4049
C_{2t}	1,1434 (0,1347)	-	0,5264	1, 2	-0,3786

^a $(v_t + v_{t-1}) = \pi_2 (-v_{t-1}) + \sum_{j=1}^k b_j (v_{t-j} + v_{t-j-1}) + e_t$, v_t ’ler kointegre regresyondan elde edilen hataları göstermektedir.

Çizelge 6.3’de altı aylık frekanstaki kointegre ilişki araştırılmıştır. Altı aylık frekanstaki kointegre ilişkiyi araştırmak için C_{2t} değişkeninin Y_{2t} değişkeni üzerine yapılan regresyonundan elde edilen artık serisi kullanılmıştır. Deterministik değişkenlerin etkisini gözlemek amacıyla yine bu modele çeşitli deterministik bileşenler ilave

edilmiştir. Elde edilen bu artıklar serisi $(v_t + v_{t-1}) = \pi_2(-v_{t-1}) + \sum_{j=1}^k b_j(v_{t-j} + v_{t-j-1}) + e_t$ şeklindeki regresyona tabi tutulmuştur. Altı aylık frekanstaki kointegrasyon testi ise bu regresyon denkleminin parametresi olan π_2 'ye göre yapılmıştır. Ancak deterministik bileşenlerin bulunması ve bulunmaması durumlarında hiçbir kointegre ilişkiye rastlanamamıştır. Seriler arasında altı aylık frekansta kointegre ilişkinin olmadığı sonucuna varılmıştır.

Çizelge 6.4 1/4 (ve 3/4) frekanstaki kointegrasyon testi^a

						Hataların Birim Kök Testi		
Kointegrasyon Denklemi					Yardımcı Regresyon	HEGY test		
Bağımlı Değişken	Açıklayıcı Değişken		Deterministik Bileşen	R^2		t	t	F
	Y_{3t} ,	Y_{3t-1}			Gecikmeler	$\hat{\pi}_3$	$\hat{\pi}_4$	$\hat{\pi}_3 \cap \hat{\pi}_4$
C_{3t}	0,9038 (0,0579)	0,3188 (0,0559)	I, SD	0,9867	1	-4,3887	-3,0577	17,8149*
C_{3t}	0,7418 (0,0145)	0,0446 (0,0142)	I	0,9768	1	-3,1750	-1,1172	5,6269
C_{3t}	0,7422 (0,0144)	0,0451 (0,0140)	-	0,9767	1	-3,1755	-1,1106	5,6212

^a $(w_t + w_{t-2}) = \pi_3(-w_{t-2}) + \pi_4(-w_{t-1}) + \sum_{j=1}^k b_j(w_{t-j} + w_{t-j-2}) + e_t$, w_t 'ler kointegre regresyondan elde edilen hataları göstermektedir.

Çizelge 6.4'de ise 1/4 ve 3/4 frekanstaki kointegrasyon ilişkisi araştırılmıştır. Kointegrasyon testi için öncelikle C_{3t} 'nin Y_{3t} ve Y_{3t-1} üzerine regresyonu yapılmıştır. Diğer iki frekansta oldu gibi bu frekansta da modele deterministik bileşenler ilave edilmiştir. Regresyon denkeleminden elde edilen artıklar ise $(w_t + w_{t-2}) = \pi_3(-w_{t-2}) + \pi_4(-w_{t-1}) + \sum_{j=1}^k b_j(w_{t-j} + w_{t-j-2}) + e_t$ şeklinde regresyona tabi tutulmuştur. Sabit terim ve mevsimsel kukla değişkenin deterministik değişken olarak bulunduğu modelde hataların durağan olmasından dolayı kointegre ilişki

saptanmıştır. Ancak sadece sabit terim ve deterministik değişkensiz modellerde herhangi bir kointegre ilişkisiye rastlanamamıştır.

Sonuçları özetlemek gerekirse tüketim serisinde sıfır frekansta ve diğer mevsimsel frekanslarda birim kök hipotezi reddedilememiştir ve tüketim serisinin durağan olmadığı sonucuna varılmıştır. Benzer sonuçlar GSYİH serisi için de gözlenmiştir. GSYİH serisinde sıfır frekansta mevsimsel birim kök yoktur hipotezi reddedilememiştir. Ancak altı aylık ve 1/4 (ve 3/4) frekanslarında mevsimsel birim kök testinin sonuçları deterministik bileşenlere göre değişim göstermiştir. GSYİH ve tüketim serileri arasında sıfır frekansta modelde deterministik değişken yok iken kointegrasyon ilişkisi bulunmuştur. 1/4 (ve 3/4) frekansta ise modele sabit terim ve mevsimsel kukla değişken ilave edildiğinde kointegrasyon ilişkisine rastlanmıştır. 1/2 frekansta herhangi bir kointegrasyon ilişkisine rastlanamamıştır.

Sonuç olarak, iki seri uzun dönem dengeye sıfır frekansta ve (1/4)(ve 3/4) frekansta gelmişlerdir. Sıfır frekansta iki seri arasında uzun dönem denge denkleminde tüketimin gelir esnekliği 0,9618 olarak bulunmuştur. Sıfır frekansta gelirden %1’lik bir artış meydana geldiğinde tüketimde %0,9618’lik bir artış olacaktır.

7. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bir çok iktisadi zaman serisinde mevsimsel dalgalanmalar gözlenmektedir. Mevsimsel birim kök testleri ve mevsimsel kointegrasyon testlerinin geliştirilmeden önce mevsimsellik içeren serilere bu teknikler, seriler mevsimsellikten arındırıldıktan sonra uygulanmaktaydı. Ancak mevsimsellikten arındırma yöntemleri de serilerde bilgi kaybına yol açmaktadır. Mevsimsellikten arındırma işlemi için önerilmiş birçok yöntemin mevcut olmasına karşın bu yöntemlerden hangisinin seçileceği sorunu ve hatta mevcut yöntemlerin birbirinden farklı sonuçlar doğuracağı da açıktır. Bu sebeple serileri mevsimsellikten arındırmadan, mevsimsel seriler için birim kök ve kointegrasyon testi yöntemleri geliştirilmiştir. Bu sayede de mevsimsel serilerde gereksiz yere yapılan bilgi kaybı da önlenmiş olmaktadır.

Bu çalışmada ilk olarak genel hatlarıyla zaman serileri hakkında bilgiler verildi. Bu alanda kullanılan durağan zaman serisi modelleri tanıtılmaya çalışıldı ve bu modellere çeşitli örnekler verildi. Kointegrasyon analizinde kullanılması sebebiyle birim kök ve mevsimsel birim kök testleri teorik olarak anlatıldı. Ayrıca mevsimler birim kök testleri örneklerle açıklanmaya çalışıldı. Daha sonra çok değişkenli zaman serileri bölümünde ise kointegrasyon analizi ve mevsimsel kointegrasyon analizi incelendi. Uygulama kısmında ise Türkiye'nin makro ekonomik değişkenlerinden tüketim ve GSYİH arasındaki olası mevsimsel kointegrasyon ilişkisi araştırıldı.

Uygulama kısmında Gayri Safi Yurtiçi Hasıla ve Özel Nihai Tüketim serileri üçer aylık olarak kullanılmıştır. Çalışma 1987:1 – 2003:4 dönemini kapsamaktadır. Sonuçlar dikkate alındığında logaritması alınmış tüketim serisinde sıfır frekansta ve diğer mevsimsel frekanslarda birim kök hipotezi reddedilememiştir. Bu sonuçlar altında tüketim serisinin durağan olmadığı ve mevsimsel dalgalanmanın anlamlı bir değişim gösterdiği sonucuna varılmıştır. Benzer sonuçlar GSYİH serisi için de gözlenmiştir. GSYİH serisinde sıfır frekansta mevsimsel birim kök yoktur hipotezi reddedilememiştir. Ancak altı aylık ve 1/4 (ve 3/4) frekanslarında mevsimsel birim kök testinin sonuçları deterministik bileşenlere göre değişim göstermiştir. GSYİH ve tüketim serileri arasında sıfır frekansta modelde deterministik değişken yok iken

kointegrasyon ilişkisi bulunmuştur. $1/4$ (ve $3/4$) frekansta ise modele sabit terim ve mevsimsel kukla değişken ilave edildiğinde kointegrasyon ilişkisine raslanmıştır.

Sonuç olarak; iki seri uzun dönem dengeye sıfır frekansta ve $(1/4)$ (ve $3/4$) frekansta gelmişlerdir. Sıfır frekansta iki seri arasında uzun dönem denge denkleminde tüketimin gelir esnekliği 0,9618 olarak bulunmuştur. Bu sonuçla sıfır frekansta gelir değişkeninde meydana gelecek %1'lik artışın tüketim değişkeninde %0,9618'lik bir artışa sebebiyet vereceği söylenebilir.



KAYNAKLAR

- Akdi, Y. 2003. Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon). Bıçaklar Kitabevi İstatistik Dizisi No:2, 298, Ankara.
- Beaulieu, J. and Miron, J.A. 1990. Seasonal Unit Roots and Deterministic Seasonals in Aggregate U.S. Data. Manuscript (Boston University, Boston, MA).
- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. 1970. Time Series Analysis: Forecasting and Control. San Francisco:Holden-Day.
- Brockwell, P.J. and Davis, R.A. 1987. Time Series Theory and Methods. Springer – Verlag, New York.
- Charemza, W.W. and Deadman, D. F. 1997. New Directions in Econometric Practice Edwarp Elgar Pub. Lim., Aldershot.
- Chatfield, C. 1991. The Analysis of Time Series An Introduction (reprinted). Printed in Great Britain by St Edmundsbury Pres Ltd, Bury St Edmunds, 241, Suffolk.
- Dickey, D. A. and Fuller, W. A. 1979. Distrubition of the Estimators for Autogressive Time Series with a Unit Root. Journal of the American Statistical Association, 84; 427-431.
- Dickey, D. A. and Fuller, W. A. 1981. Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with Unit Root. Econometrica.Vol.49, No.4
- Dickey, D. A., Hasza, H. P. and Fuller, W. A. 1984. Testing For Unit Roots in Seasonal Time Series. Journal of the American Statistical Association, 79; 355-367.
- Dickey, D.A. and Pantula, S. G. 1987. Determining the Order of Differencing in Autoregressive Process. Journal of Economics Statistics, 5; 455-461.
- Enders, W. 1995. Applied Econometric Time Series. John Wiley and Sons, Canada
- Engle, R. F. and Granger C. W. J. 1987. Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. Econometrica, Vol:55; 251-276.
- Engle, R. F., Granger, C. W. J., Hylleberg, S. and Lee, H. S. 1993. Seasonal Cointegration: The Japanese Consumption Function. Journal of Econometrics, 55; 275-298.
- Engle, R.F. and Yoo, B.S. 1987. Forecasting and Testing in Cointegrated Systems. Journal of Econometrics 35; 143-159.

- Evans, G. B. A. and Savin, N. E. 1981. The calculation of the limiting distribution of the least squares estimator of the parameter in a random walk model. *Annals of Statistics*, 5; 1114-18.
- Franses, P. H. 1990. Testing for Seasonal Unit Roots in Monthly Data. reportno. 9032/A Erasmus University, Rotterdam.
- Franses, P. H. and McAleer, M. 1998. Cointegration Analysis of Seasonal Time Series. *Journal of Economic Surveys* Vol:12, no:5.
- Fuller, W. A. 1976. *Introduction to Statistical Time Series*. John Wiley, New York.
- Fuller, W. A. 1996. *Introduction to Statistical Time Series*. Wiley, New York, NY.
- Ghysels, E. 1994. On The Economics and Econometrics of Seasonality. In C.A. Sims (ed.) *Advances in Econometrics, Sixth World Congress of the Econometrics Society*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Granger, C. W. J. 1978. Seasonality: Causation Interpretation, and Implications in Seasonal Analysis of Economic Time Series. *Proceedings of the Conference on the Seasonal Analysis of Economic Time Series*, 9-10 Sept. 1976 (A. Zellner, ed.), US Department of Commerce, Bureau of the Census, Washington DC.
- Granger, C. W. J. and Newbold, P. 1974. Spurious Regression in Econometrics. *Journal of Econometrics*, Vol.35; 143-159.
- Gujarati, N. D. 1999. *Temel Ekonometri. Çevirenler: Ümit Şenesen, Gülay Günlük Şenesen*, Literatür Yayıncılık, Dağıtım, Pazarlama San. ve Tic. Ltd. Şti., İstanbul, Türkiye.
- Hylleberg, S. 1986. The Historical Perspective, in *Seasonality in Regression*. Orlando: Academic Pres; 7-14.
- Hylleberg, S. 1992. *Modelling Seasonality*. Oxford University Press. New York.
- Hylleberg, S., Engle, R. F., Granger, C. W. J. and Yoo, B. S. 1990. Seasonal İntegration and Cointegration. *Journal of Econometrics*, 44; 215-238.
- Johansen, S. 1988. Statistical Analysis of Cointegration Vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.12; 231-254.
- Köse, N. 1998. *Vektör Otoregressif Modeller Üzerine Bir İnceleme*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı, Ankara.
- Miron, J. A. 1996. *The Economics of Seasonal Cycles*. Cambridge: MIT Pres.

- Nelson, C.R. and Plosser C. I. 1982. Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series. *Journal of Monetary Economics*, 10; 129-162.
- Thomas, J. J. and Wallis, K. F. 1971. Seasonal Variation in Regression Analysis. *Journal of the Royal Statistical Society Series A*, 134; 67-72.
- Wei, W. S. M. 1990. *Time Series Analysis*. Addison Wesley Pub, California.
- Yalçın, Y. 2001. Zaman Serilerinde Birim Köklerin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniv. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim Dalı, Ankara.



ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Hasan TÜRE

Doğum Yeri: Ankara

Doğum Tarihi: 03.04.1980

Medeni Hali: Bekar

Yabancı Dili: İngilizce

Eğitim Durumu:

Lise : Gazi Çiftliği Lisesi 1995-1998

Lisans: Selçuk Üniv. Fen Edebiyat Fak. İstatistik Böl. 1998-2002

Çalıştığı Kurum:

Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fak. Ekonometri Böl. 2002-...