**ANKARA ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

# 3-3-1 MODELLERİNDE ÖNGÖRÜLEN $Z'$ BOZONUNUN YÜKSEK ENERJİLİ MÜON ÇARPIŞTIRICILARINDA İNCELENMESİ

**Beyzanur AKA**

**FİZİK ANABİLİM DALI**

**ANKARA**
**2025**

**Her hakkı saklıdır**

:

# ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

3-3-1 MODELLERİNDE ÖNGÖRÜLEN $Z'$ BOZONUNUN YÜKSEK ENERJİLİ MÜON ÇARPIŞTIRICILARINDA İNCELENMESİ

Beyzanur AKA

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Doç.Dr. Aysuhan OZANSOY

Bu tezde, farklı $\beta$ değerlerine karşılık gelen farklı 3-3-1 modellerinde öngörülen $Z'$ bozonu $\mu^+\mu^- \to f\bar{f}$ süreci yoluyla incelenmiştir. Yüksek enerjili müon-antimüon çarpıştırıcıları için (kütle-merkezi-enerjileri sırasıyla $\sqrt{s} = 6$, 10 ve 14 TeV) toplam tesir kesitleri hesaplanmış ve son durum fermiyonlarının kinematik dağılımları elde edilmiştir. $Z'$ bozonu ile Standart Model (SM) parçacıkları arasındaki ayar etkileşmelerini tanımlayan Lagranjiyenler kullanılarak etkileşme köşe faktörleri bulunmuş ve bu köşe faktörleri kullanılarak bozunma genişliğinin analitik ifadesi elde edilmiştir. $\mu^+\mu^- \to \mu^+\mu^-$ sürecine $Z'$ bozonunun katkıları göz önüne alınarak $Z'$ kütlesi ve bağlaşımları üzerine getirilebilecek sınırlamalar belirlenmiştir.

**Temmuz 2025, 76 sayfa**

**Anahtar Kelimeler:** Ayar grubu, simetri, Standart Model ötesi, elektrik yük işlemcisi, yeni yüksüz ayar bozonu, müon çarpıştırıcısı

## ABSTRACT

Master Thesis

INVESTIGATION OF THE $Z'$ BOSON PREDICTED IN 3-3-1 MODELS AT HIGH ENERGY MUON COLLIDERS

Beyzanur AKA

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Assoc. Prof. Aysuhan OZANSOY

In this thesis work, the predicted $Z'$ boson production via $\mu^+\mu^- \to f\bar{f}$ process has been investigated for different 3-3-1 models corresponding to different β values. Total cross sections for high energy muon-antimuon colliders (with center-of-mass energies of $\sqrt{s} =$ 6, 10 and 14 TeV, respectively) have been calculated, and the kinematic distributions of fermions have been obtained. Interaction vertex factors have been determined using Lagrangians that describe the gauge interactions between $Z'$ boson and Standard Model particles, and the analytical expression for the decay width has been derived based on these vertex factors. By considering the contributions of the $Z'$ boson to the $\mu^+\mu^- \to \mu^+\mu^-$ process, limits on the $Z'$ boson mass and its couplings have been determined.



**July 2025, 76 pages**

**Key Words**: Gauge group, symmetry, beyond the Standard Model, electric charge operator, new neutral gauge boson, muon collider

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her aşamasında bilgi ve deneyimiyle bana yol gösteren, yönlendirmeleriyle akademik gelişimime büyük katkı sağlayan danışmanım Sayın Doç. Dr. Aysuhan OZANSOY (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi)'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Bilimsel rehberliği, anlayışı ve sabrı benim için çok kıymetliydi. Ayrıca jüri üyelerimden Sayın Prof. Dr. Berin Belma ŞİRVANLI (Gazi Üniversitesi Fen Fakültesi)'ya ve Prof. Dr. Volkan ARI (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi)'ya tez savunmamdaki katkıları ve destekleri için teşekkürlerimi sunarım.

Bu süreçte yanımda olan, fikir alışverişlerinden moral desteğine kadar her alanda bana yardımcı olan değerli arkadaşlarıma da gönülden teşekkür ederim. Özellikle en umutsuz anlarımda yanımda olduklarını hissettirmekten bir an bile geri durmadılar.

En büyük teşekkürü ise her zaman arkamda duran, sevgisini ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen aileme borçluyum. Sabırları, anlayışları ve koşulsuz sevgileri olmasaydı, bu süreci bu şekilde tamamlamam mümkün olmazdı. Onların varlığı, en zorlu zamanlarda dahi bana güç verdi.

Beyzanur AKA
Ankara, Temmuz 2025

## İÇİNDEKİLER

**TEZ ONAY SAYFASI**

**ETİK** ..... **i**
**ÖZET** ..... **ii**
**ABSTRACT** ..... **iii**
**TEŞEKKÜR** ..... **iv**
**SİMGELER DİZİNİ** ..... **vi**
**ŞEKİLLER DİZİNİ** ..... **viii**
**ÇİZELGELER DİZİNİ** ..... **x**
**1. GİRİŞ** ..... **1**
**2. SM VE ÖTESİ** ..... **4**
**2.1 SM Lagranjiyeni** ..... **7**
**2.2 SM'nin Cevaplayamadığı Sorular** ..... **11**
**2.3 BSM Modeller** ..... **13**
**3. SM'NİN MİNİMAL BİR GENİŞLETİLMESİ OLARAK 3-3-1 MODELLERİNİN TEORİK ALTYAPISI** ..... **18**
**3.1 Higgs Sektörü** ..... **19**
**3.1.1 Nötr Skalerler** ..... **21**
**3.1.2 Yüklü Skalerler** ..... **22**
**3.2 Ayar Sektörü** ..... **24**
**3.3 Fermiyon Sektörü** ..... **28**
**3.4 Yukawa Sektörü** ..... **30**
**3.5 Model I** ..... **30**
**3.6 Model II** ..... **33**
**4. $Z'$ BOZONU VE KÜTLE LİMİTLERİ** ..... **36**
**4.1 $Z'$ Bozonu Kütle Limitleri** ..... **37**
**4.2 $Z'$ Bozonunun Üretimi** ..... **38**
**4.3 $Z'$ Bozonu Bozunum Kanalları** ..... **40**
**5. MÜON ÇARPIŞTIRICILARI** ..... **45**
**5.1 Müon Hızlandırıcı Programı (MAP)** ..... **46**
**5.2 Düşük Emittanslı Müon Çarpıştırıcısı Programı (LEMMA)** ..... **49**
**6. SONUÇLAR VE YORUM** ..... **51**
**KAYNAKLAR** ..... **72**
**ÖZGEÇMİŞ** ..... **76**

# SİMGELER DİZİNİ

| | |
|---|---|
| $A_\mu$ | Kütlesiz ayar alanı, foton |
| $B_\mu$ | $U(1)_Y$ için ayar alanı |
| $B_{\mu\nu}$ | $U(1)_X$ için alan tensörü |
| $\beta$ | 3-3-1 model parametresi |
| $\psi_{f_i}^{L,R}$ | Üç aile için lepton veya kuark temsili |
| $f^{\alpha bc}$ | Yapı sabiti |
| $G_N$ | Newton sabiti |
| $g$, $g'$ve $g''$ | $SU(2)_L$ , $U(1)_Y$ ve $SU(3)_C$ gruplarının bağlaşım sabitleri |
| $G^{\pm Q_Y}$ | $G^{\pm Q_Y}$, $Y^{\pm Q_Y}$ ve $V^{\pm Q_V}$ tarafından yenen Goldstone bozonları |
| $G_\mu$ | $SU(3)_C$ için ayar bozonu |
| $G_{\mu\nu}^{\alpha}$ | Güçlü kuvvetin alan tensörü |
| $G^{\pm}, W^{\pm}$ | Goldstone bozonları |
| $H$ | Higgs bozonu |
| $H_2$ ve $H_3$ | Yeni nötr skaler |
| $H^{\pm}$ | ±1 yüklü skalerler |
| $H^{\pm Q_Y}$ , $H^{\pm Q_V}$ | Sırasıyla $\pm Q_Y$ , $\pm Q_V$ yüklü skalerler |
| $I$ | Birim matris |
| $\mathcal{L}$ | Lagranjiyen |
| $\lambda_\alpha/2$ | $SU(3)_C$ grubunun üreteci ($\lambda_\alpha$ Gell-Mann matrisi) |
| $\sigma_k/2$ | $SU(2)_L$ grubunun üreteci ($\sigma_k$ Pauli matrisi) |
| $Y/2$ | $U(1)_Y$ grubunun üreteci |
| $M_W$ | Elektrozayıf etkileşmelerin kütle ölçeği |
| $M_{GUT}$ | Büyük Birleşme Teorisi (GUT) enerji ölçeği |
| $M_P$ | Planck ölçeği |
| $M_D$ | Ek boyutlu teorideki kütle ölçeği |
| $M_H^2$ | Higgs potensiyelinin kütle matrisi |
| $\mu^-$ ($\mu^+$) | Müon (karşıt-müon) |
| $P_{L,R}$ | Kiral simetri temsilleri izdüşüm işlemcileri |
| $Q$ | Elektrik yük işlemcisi |
| $\Gamma$ | Bozunma genişliği |
| $\sqrt{s}$ | Kütle merkezi enerjisi |
| $V_{Higgs}$ | Higgs potansiyeli |
| $V^{\pm Q_V}, Y^{\pm Q_Y}$ | Yeni ayar bozonları |
| $W_\mu$ | $SU(2)_L$ için ayar bozonu |
| $X_\rho, X_\eta$ ve $X_\chi$ | Higgs üçlüsünün $X$ kuantum sayısı |
| $Z'$ | Yeni nötral ayar bozonu |
| $\sigma$ | Tesir Kesiti |
| $\theta_W$ | Weinberg açısı |
| $\Phi$ | Skaler alan |
| $\rho, \eta$ ve $\chi$ | Higgs üçlüsü |
| $\lambda'_{i(j)}$ | Boyutsuz parametre |

**Kısaltmalar**

| | |
|---|---|
| ADD Modeli | Arkani-Hamed, Dimopoulos ve Dvali Modeli |
| ATLAS | A Toroidal LHC Apparatus (Bir Toroidal LHC Cihazı) |
| GUT | Grand Unification Theory (Büyük Birleştirme Teorisi) |
| BR | Branching Ratio (Dallanma Oranı) |
| BSM | Beyond the Standard Model (SM Ötesi) |
| CDF | Collider Detector at Fermilab (Fermilab Çarpıştırıcı Dedektörü) |
| CKM matrisi | Cabibbo-Kobayashi-Maskawa matrisi |
| CMS | Compact Muon Solenoid (Kompakt Müon Solenoidi) |
| EMC | European Muon Collaboration (Avrupa Müon İş Birliği) |
| ESPPU | European Strategy for Particle Physics Update (Parçacık Fiziği Avrupa Stratejisi Güncellenmesi) |
| GSW Teorisi | Glashow-Salam-Weinberg Teorisi |
| h.c. | hermitian conjugate (hermitik eşlenik) |
| IHEP | Institute for High Energy Physics (Yüksek Enerji Fiziği Enstitüsü) |
| IMCC | International Muon Collider Collaboration (Uluslararası Müon Çarpıştırıcısı İş Birliği) |
| INP | Institute of Nuclear Physics (Nükleer Fizik Enstitüsü) |
| JINR | Joint Institute for Nuclear Research (Joint Nükleer Araştırma Enstitüsü) |
| KK Modeli | Kaluza-Klein Modeli |
| LEMMA | Low EMittance Muon Accelerator (Düşük Emittanslı Müon Çarpıştırıcısı Programı) |
| LEP2 | Large Electron-Positron Collider 2(Büyük Elektron-Pozitron Çarpıştırıcısı 2) |
| LHC | Large Hadron Collider (Büyük Hadron Çarpıştırıcısı) |
| L/R | Left-Handed (Sol-Elli) / Right-Handed (Sağ-Elli) |
| MAP | Muon Accelerator Program (Müon Hızlandırıcı Programı) |
| MICE | Muon Ionization Cooling Experiment (Müon İyonlaşma Soğutma Deneyi) |
| NFMCC | Neutrino Factory and Muon Collider Collaboration (Nötrino Fabrikası ve Müon Çarpıştırıcı İş Birliği) |
| NWA | Narrow Width Approximation (Dar Genişlik Yaklaşımı) |
| PDF | Parton Distribution Function (Parton Dağılım Fonksiyonu) |
| PDG | Particle Data Group (Parçacık Veri Grubu) |
| PS | Proton Synchrotron (Proton Sinkrotronu) |
| QCD | Quantum ChromoDynamics (Kuantum Renk Dinamiği) |
| QED | Quantum ElectroDynamics (Kuantum Elektrodinamiği) |
| RS Modeli | Randal-Sundrum Modeli |
| SM | Standart Model |
| SPS | Super Proton Synchrotron (Süper Proton Sinkrotronu) |
| SS | Statistical Significance (İstatistiksel Anlamlılık) |
| SUSY | SUperSYmmetry (Süpersimetri) |
| UFO | The Universal FeynRules Output (Evrensel FeynRules Çıktısı) |

## ŞEKİLLER DİZİNİ


Şekil 2.1 SM ve süpersimetri parçacıkları ..... 14
Şekil 2.2 Yüksek enerjilerde BBT bağlaşım şiddeti-enerji grafiği ..... 15
Şekil 2.3 Sicim teorisi enerji ölçeği ..... 15
Şekil 3.1 3-3-1 modeli simetri kırılma deseni ..... 19
Şekil 3.2 Üçlü ve karşıt-üçlü alanların ayar etkileşimi ..... 29
Şekil 5.1 Proton güdümlü kaynaktan müon çarpıştırıcısı ..... 47
Şekil 5.2 MICE deneyi şeması ..... 48
Şekil 5.3 LEMMA projesi deney şeması ..... 49
Şekil 6.1 $Z' \longrightarrow f\bar{f}$ bozunum süreci Feynman diyagramı ..... 51
Şekil 6.2 Model I için $\Gamma_{Z'}$-$M_{Z'}$ grafiği ..... 52
Şekil 6.3 Model II için $\Gamma_{Z'}$-$M_{Z'}$ grafiği ..... 52
Şekil 6.4 $\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z\ /\ Z' \longrightarrow f\bar{f}$ süreci s-kanalı (a) ve t-kanalı (b) Feynman z diyagramı ..... 54
Şekil 6.5 $\mu^+\mu^- \longrightarrow Z' \longrightarrow \mu^+\mu^-$ süreci *s*-kanalı Feynman diyagramı ..... 55
Şekil 6.6 $\sqrt{s} = 6$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II (b) için $\sigma(pb)$- $M_{Z'}$ grafikleri ..... 57
Şekil 6.7 $\sqrt{s} = 10$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II (b) için σpb- MZ' grafikleri ..... 58
Şekil 6.8 $\sqrt{s} = 14$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II (b) için $\sigma(pb)$- $M_{Z'}$ grafikleri ..... 59
Şekil 6.9 $\sqrt{s} = 6$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II (b) için $\sigma(pb)$- $M_{Z'}$ grafikleri (auto) ..... 60
Şekil 6.10 $\sqrt{s} = 10$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II (b) için $\sigma(pb)$- $M_{Z'}$ grafikleri (auto) ..... 61
Şekil 6.11 $\sqrt{s} = 14$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II (b) için $\sigma(pb)$- $M_{Z'}$ grafikleri (auto) ..... 62
Şekil 6.12 $\sigma(pb)$- $\sqrt{s}$ Grafikleri: Model I için $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \mu^-\mu^+$ süreci için tüm katkıların karşılaştırılması ..... 63

Şekil 6.13 $\sigma(pb)$- $\sqrt{s}$ Grafikleri: Model II için $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \mu^-\mu^+$ süreci için tüm katkıların karşılaştırılması ..... 64
Şekil 6.14 SM dağılım grafikleri ..... 68
Şekil 6.15 $\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z\ /\ Z' \longrightarrow \mu^-\mu^+$ Model II için dağılım grafikleri ($\sqrt{s}$=6 TeV) ..... 69
Şekil 6.16 $\sqrt{s} = 6$ TeV için SS-$M_{Z'}$ ..... 70
Şekil 6.17 $\sqrt{s} = 10$ TeV için SS-$M_{Z'}$ grafiği ..... 70
Şekil 6.18 $\sqrt{s} = 14$ TeV için SS-$M_{Z'}$ grafiği ..... 71

# ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 SM'de fermiyon aileleri ..... 4
Çizelge 2.2 Bazı hadronlar ve özellikleri ..... 5
Çizelge 2.3 Temel etkileşmeler ve aracı parçacıklar ..... 6
Çizelge 2.4 Etkileşmelerle ilgili temel bilgiler ..... 7
Çizelge 2.5 SM fermiyon aileleri temsilleri ..... 11
Çizelge 2.6 SM ve süpersimetri parçacıkları ..... 14
Çizelge 3.1 Farklı $\beta$ değerleri için yeni parçacıklar ve elektrik yükleri ..... 29
Çizelge 3.2 Model I için vektör ve aksiyel bağlaşım sabitleri değerleri ..... 33
Çizelge 3.3 Model II için vektör ve aksiyel bağlaşım sabitleri değerleri ..... 35
Çizelge 4.1 $Z'$ kütle limitleri ..... 38
Çizelge 4.2 $Z'$ bozonu üç-nokta etkileşimleri ($VSS$) ..... 40
Çizelge 4.3 $Z'$ bozonu üç-nokta etkileşimleri ($VVS$) ..... 41
Çizelge 4.4 $Z'$ bozonu fermiyon karşıt-fermiyon bağlaşımları ..... 44
Çizelge 5.1 Proton güdümlü müon çarpıştırıcıları parametreleri ..... 47
Çizelge 5.2 45 GeV pozitron LEMMA deneyi parametreleri ..... 50
Çizelge 6.1 Model I ve Model II için $Z'$ bozunum kanalları ..... 53
Çizelge 6.2 SM toplam tesir kesitleri ..... 54
Çizelge 6.3 Müon çarpıştırıcıları için anlık ışınlık değerleri ..... 64
Çizelge 6.4 Model I ve Model II için $MZ'$'a bağlı tesir kesiti değerleri ($\sqrt{s}$ = 6 TeV) ... 66
Çizelge 6.5 Model I ve Model II için $MZ'$'a bağlı tesir kesiti değerleri ($\sqrt{s}$ = 10 TeV) 66
Çizelge 6.6 Model I ve Model II için$MZ'$'a bağlı tesir kesiti değerleri ($\sqrt{s}$ = 14 TeV) .. 67

# 1. GİRİŞ

Maddenin temel olarak kuark ve leptonlardan oluştuğu bilinmektedir. Yang-Mills teorisi üzerine kurulan Standart Model (SM), bugüne kadar yapılan yüksek enerji fiziği deneyleri ile uyum göstermiştir. SM, teori ile yüksek ölçüde uyumlu deney sonuçları ve özellikle Higgs bozonunun 2012 yılında Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC, Large Hadron Collider) deneyindeki keşfi ile başarıya ulaşmıştır (Aad vd. 2012). Ancak SM, bazı olayları açıklamakta yetersiz kalır, birtakım problemler ve eksiklikler barındırır. Kütleçekim kuvvetinin SM'ye dahil edilememesi, evrendeki madde ve karşıt-madde asimetrisini açıklayamaması (Sakharov 1967), elektrozayıf ve güçlü kuvvetleri yüksek enerji seviyelerinde birleştirememesi (Georgi ve Glashow 1974), nötrinoların kütlesinin kaynağının ne olduğu ve nötrino salınımları hakkında bilgi içermemesi (Fukuda vd. 1998), Higgs kütlesiyle ilgili hiyerarşi sorununa bir çözüm getirememesi (Wilson 1971) ve karanlık madde için bir aday öne sürememesi (Bertone vd. 2005) gibi sorunlar bilim insanlarını yeni bir fizik arayışına yöneltmiştir. SM'ye ek yeni modeller araştırılmaya başlanmış ve bu modeller SM problemlerini çözmek amacıyla güncel olarak çalışılmaktadır. Büyük Birleştirme Teorileri (GUT, Grand Unification Theories), Süpersimetri (SUSY), Sicim Teorisi ve Kompozitlik gibi SM ötesi (BSM, Beyond the SM) modellerin SM'in problemlerine bir çözüm olabileceğine inanılmaktadır. Bölüm 2'de BSM modellerin bilgisi verilecektir.

BSM modeller arasında en önemlilerinden bazıları SM'nin ayar grubunun genişletildiği modellerdir (Pisano ve Pleitez 1992). Bunlardan biri olan 3-3-1 modelleri, SM'den daha geniş bir simetri grubuna sahip ayar teorileridir. Ayar grubu olarak $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ 'e dayanırlar ve sonuç olarak henüz deneysel olarak gözlemlenmemiş ancak SM'nin simetrisinin kırılma ölçeğine yakın enerjilerde açığa çıkması beklenen yeni fermiyonları, skalerleri ve ayar bozonlarını içerirler (Frampton 1992).

Bu tez kapsamında incelenecek olan 3-3-1 modelleri $\beta$ adı verilen bir parametre ile karakterize edilebilen bir modellerdir (Abdinov vd. 2010). Farklı $\beta$ değerlerine sahip

modeller, farklı elektrik yüklerine sahip yeni parçacıkları içerir ancak genel olarak benzer özelliklere sahiptir.

Bu tez çalışmasında, SM sorunları ele alınarak neden yeni fizik arayışına girildiği sebeplendirilmiş ve BSM öngörülen yeni fizik modelleri hakkında da bilgi Bölüm 2'de ele alınmıştır. İlaveten SM'in teorik altyapısını kavrayabilmek ve tez kapsamında araştırılan konunun özünü anlamak amacıyla Bölüm 2'de SM Lagranjiyeni detaylı olarak açıklanmıştır. Bölüm 3'te bu tezin kapsamı olan 3-3-1 modelleri ve teorik altyapısı ayrıntılandırılmıştır. Bu çalışmada, farklı $\beta$ değerlerine karşılık gelen farklı 3-3-1 modellerinde öngörülen $Z'$ bozonu $\mu^+\mu^- \to f\bar{f}$ süreci yoluyla incelenmiştir. Yüksek enerjili müon- karşıt müon çarpıştırıcıları için (kütle-merkezi-enerjileri sırasıyla $\sqrt{s} = 6, 10$ ve $14$ TeV ) toplam tesir kesiti hesaplanmış ve fermiyonların kinematik dağılımları elde edilmiştir. $Z'$ ile SM parçacıkları arasındaki ayar etkileşmelerini tanımlayan Lagranjiyenler kullanılarak etkileşme köşe faktörleri bulunmuş olup, bu köşe faktörleri kullanılarak bozunma genişliğinin analitik ifadesi elde edilmiştir. $\mu^+\mu^- \to f\bar{f}$ sürecine $Z'$ bozonunun katkıları göz önüne alınarak $Z'$ kütlesi ve bağlaşımları üzerine getirilebilecek sınırlamalar belirlenmiştir. Çalışılan 3-3-1 modelinin öngördüğü $Z'$ bozonunun genel özellikleri, $Z'$ bozonu üretimi, bozunum kanalları, kütle ve bağlaşımlara getirilen deneysel limitler Bölüm 4'te ele alınmıştır. Bu tezin çalışılmasındaki motivasyon olan, ileride kurulması planlanan müon çarpıştırıcıları Bölüm 5'de aktarılmıştır. Tez boyunca yapılan hesaplamalar sonunda elde edilen sonuçlar ve tartışmalar Bölüm 6'da analiz edilmiştir.

SM'nin ayar grubunun minimal bir genişletilmesi olan 3-3-1 modellerinde yer alan $Z'$ bozonu ve SM leptonları arasındaki ayar etkileşmelerin açıklanmasında etkin Lagranjiyen yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca, $Z'$ üretimi ve bozunum kanalları için Feynman diyagramları çizilmiş olup, iz yöntemi ile genlikleri hesaplanmıştır. Bu esnada, bilgisayar destekli sembolik hesaplama aracı olarak MATHEMATICA (Anonymous 2024) programı kullanılmıştır. $Z'$ bozonunun bozunma modları ve ilgili süreçlerin toplam tesir kesitleri farklı kütleler ve farklı bağlaşımlar için hesaplanmıştır. Sinyal ve ardalan üretim tesir kesitlerini hesaplamak için, yüksek enerji fiziği simülasyon programı olan MADGRAPH (Anonymous 2004) kullanılmıştır. MADGRAPHprogramında

çalıştırılmak üzere 3-3-1 modeline ait model dosyası FeynRules Model Veri tabanından (Anonymous 2003) elde edilerek, UFO (The Universal FeynRules Output) dosyaları oluşturulmuş ve ilgili benzetimlerin yapılması sağlanmıştır. Sinyal ve ardalan olayları için tesir kesitleri hesaplandıktan sonra, model parametrelerine dair kısıtlamalar elde edilmiştir. Bu analizde, istatistiksel anlamlılık (SS) yöntemi kullanılmıştır. Grafik çizimi GNUPLOT (Anonymous 2024) programı üzerinden yapılmıştır.

## 2. SM VE ÖTESİ

SM, maddenin temel bileşenlerini ve bunların arasındaki etkileşimleri anlamak üzerine kurulu bir teoridir. 2012'de, iki ayrı deney grubu, ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus) ve CMS (Compact Muon Solenoid), CERN'deki LHC'de Higgs bozonunu keşfederek SM'nin eksik parçasını tamamlamıştır.

Fermiyonlar ve bozonlar, SM'ye göre maddenin temel bileşenleridir. Fermiyonlar Fermi-Dirac istatistiği ile, bozonlar ise Bose-Einstein istatistiğine uyarlar (Griffiths, 2017). Leptonlar ve kuarklar, ½ spin değerine sahiptirler. Kütleleri giderek artan leptonlar 3 aile oluştururlar. SM fermiyon aileleri Çizelge 2.1'de yer almaktadır. SM ayar grubu $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 'dir. $SU(3)_C$ güçlü etkileşmeleri temsil eder. Burada $S$, "Special " kelimesinin kısaltması olmak üzere determinantı $+1$' dir. Burada $C$ alt indisi ise renk grubunu ifade eder. $SU(2)_L$ ve $U(1)_Y$ ise elektro-zayıf etkileşmeleri temsil eder. $L$ alt indisi sol-elli fermiyonları ve $Y$ alt indisi hiperyükü temsil eder.

Çizelge 2.1 SM'de fermiyon aileleri

| Parçacık | 1. Aile | 2. Aile | 3. Aile |
|---|---|---|---|
| Leptonlar | $\binom{\nu_e}{e}_L, e_R$ | $\binom{\nu_\mu}{\mu}_L, \mu_R$ | $\binom{\nu_\tau}{\tau}_L, \tau_R$ |
| Kuarklar | $\binom{u}{d}_L, u_R, d_R$ | $\binom{c}{s}_L, c_R, s_R$ | $\binom{t}{b}_L, t_R, b_R$ |

Leptonlar yüklü ve yüksüz leptonlar olmak üzere iki kategoride sınıflandırılır. Elektromanyetik ve zayıf etkileşimle etkileşirler. Yüklü leptonlar yani elektron $(e)$, müon $(\mu)$ ve tau $(\tau)$, "-1" elektrik yüküne sahiptirler. Bu yüklü leptonlarla ilişkili sol-elli nötrinolar (elektron nötrinosu $\nu_e$, müon nötrinosu $\nu_\mu$ ve tau nötrinosu $\nu_\tau$) yüksüzdür. SM'de sağ-elli nötrinolar deneysel olarak gözlenmemiştir ve SM'de bulunmamaktadır. Her lepton ailesinde sol-elli leptonlar yüklü ve yüksüz olmak üzere ikililer şeklindedir.

Kuarklar, renk yükü olarak adlandırılan ayrı bir kuantum sayısına daha sahiptirler. 6 adet kuark 3 aile oluşturur. Her kuark 3 ayrı renge (kırmızı, mavi ve yeşil) sahip olup doğada serbest olarak gözlenmezler. Kuarklar birleşerek hadronları oluşturur. Hadronlar iki gruptur: baryonlar (3 kuarkın bağlı durumu olarak $qqq$) ve mezonlar (bir kuark bir karşıt-kuark bağlı durumu $q\bar{q}$ ). Çizelge 2.2'de hadronların elektrik yükü, kütlesi ve spin sayısı belirtilmektedir.

Çizelge 2.2 Bazı hadronlar ve özellikleri

| Hadron | Hadron Grubu | Elektrik Yükü | Kütlesi (MeV) | Spin |
|---|---|---|---|---|
| Pion $\begin{pmatrix}\pi^+\\ \pi^0\\ \pi^-\end{pmatrix}$ | Mezon | +1 | 139.6<br>135.0<br>139.6 | 0 |
| Kaon $\begin{pmatrix}K^+\\ K^0\\ K^-\end{pmatrix}$ | Mezon | +1 | 494.6<br>497.7<br>494.6 | 0 |
| Nükleon (N) $\begin{pmatrix}\text{proton}, p\\ \text{nötron}, n\end{pmatrix}$ | Baryon | +1<br>0 | 938.3<br>939.6 | $^1/_2$ |
| Lambda ( $\Lambda^0$) | Baryon | 0 | 1115.7 | $^1/_2$ |
| Sigma $\begin{pmatrix}\Sigma^+\\ \Sigma^0\\ \Sigma^-\end{pmatrix}$ | Baryon | +1<br>0<br>-1 | 1189.3<br>1192.6<br>1197.4 | $^1/_2$ |
| Ksi $\begin{pmatrix}\Xi^0\\ \Xi^-\end{pmatrix}$ | Baryon | 0<br>-1 | 1314.8<br>1321.3 | $^1/_2$ |
| Omega ( $\Omega^-$ ) | Baryon | -1 | 1672.4 | $^3/_2$ |

SM, dört farklı ayar bozonu barındırır. Bu ayar bozonları SM'deki kuvvet taşıyıcılarıdır ve farklı etkileşimlere aracılık ederler. Farklı renk yükü taşıyan 8 adet gluon türü vardır. Gluonlar, kuarklar ve diğer renk yüklü parçacıklar arasındaki aracı parçacıklardır. SM çerçevesinde güçlü kuvvet, Kuantum Renk Dinamiği (QCD) ile açıklanır. QCD, kuark ve

gluon etkileşimlerini açıklayan bir teoridir. Renk yüklerinin korunması ve kuarkların gluonlar aracılığıyla etkileşime girmeleri bu teorinin özellikleri arasındadır. Temel etkileşmelerin aracı parçacık, elektrik yükü, spin ve kütle bilgileri Çizelge 2.3'de verilmiştir.

Çizelge 2.3 Temel etkileşmeler ve aracı parçacıklar

| Etkileşme | Aracı Parçacık | Yük ($e$) | Spin ($s$) | Kütle (GeV) |
|---|---|---|---|---|
| Güçlü | Gluon ($g$) | 0 | 1 | 0 |
| Elektromanyetik | Foton ($\gamma$) | 0 | 1 | 0 |
| Zayıf | $W^-$ bozonu<br>$W^+$ bozonu<br>$Z$ bozonu | $-1$<br>$+1$<br>0 | 1 | $M_W = 80.4$<br>$M_Z = 91.2$ |
| Kütle Çekim | Graviton ($G$) | 0 | 2 | 0 |

Elektromanyetik etkileşmelerin taşıyıcı parçacığı olan foton ($\gamma$) kütlesiz olduğu için, elektromanyetik kuvvet sonsuz menzillidir. Elektromanyetik etkileşmenin aracı parçacığı foton olduğu için kuarklar ve leptonlar gibi temel parçacıklar üzerinde bir etkiye sahiptir. Elektromanyetik etkileşmelerin kuantumlu alan teorisi en eski ancak en başarılı teori olan Kuantum Elektrodinamiği (QED) teorisidir.

$W^{\pm}$ bozonları beta bozunumu gibi, $Z$ bozonu nötrino-nötrino etkileşimleri gibi zayıf etkileşmelere aracılık eden kütleli parçacıklardır. Zayıf etkileşmenin taşıyıcısı olan ayar bozonları kütleli olmaları nedeniyle zayıf etkileşmenin menzili sonsuz değildir. $W^{\pm}$ ve $Z$ bozonları $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ayar grubuna dayalı bir simetriye sahiptir. Bu simetri, zayıf kuvvetin orijinal halinde hem sol-elli hem de sağ-elli fermiyonlarla etkileşime girmesine izin verir, bu da kiral simetri olarak bilinir. Burada, $SU(2)_L$ , sol-elli fermiyonların zayıf izospin simetrisini ifade eder ve $U(1)_Y$, zayıf hiperyük simetrisidir. $L$ alt simgesi, zayıf

etkileşimlerin sol-elli parçacıkları içerdiğini, yani kiralliğini gösterir. Zayıf kuvvet çeşni dinamiği teorisi ile açıklanır.

Varsayımsal bir parçacık olan Graviton, kütleçekim etkileşmesinin aracı parçacığıdır. Madde ile etkileşim tesir kesiti çok küçük olduğu için henüz gözlenmemiştir. Teorik olarak Graviton parçacığının kütlesiz olması gerekmektedir çünkü menzili sonsuzdur. Kütleçekim etkileşmesi henüz tutarlı bir kuantumlu ayar teorisine sahip değildir. Çizelge 2.4'te etkileşmeler ile ilgili göreli şiddet, menzil, ilişkili olduğu teori ve ayar grubu ile ilgili bilgiler verilmiştir.

Çizelge 2.4 Etkileşmelerle ilgili temel bilgiler

<table>
<tr><td>Etkileşme</td><td>Göreli Şiddet</td><td>Menzil (m)</td><td colspan="2">Teori</td><td>Ayar Grubu</td></tr>
<tr><td>Güçlü</td><td>1</td><td>$10^{-15}$</td><td colspan="2">Kuantum Renk Dinamiği</td><td>$SU(3)_C$</td></tr>
<tr><td>Elektromanyetik</td><td>$10^{-2}$</td><td>$\infty$</td><td>Kuantum Elekrodinamik</td><td rowspan="2">Elektrozayıf Teori (GSW Teorisi)</td><td rowspan="2">$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$</td></tr>
<tr><td>Zayıf</td><td>$10^{-5}$</td><td>$10^{-18}$</td><td>Çeşni Dinamiği</td></tr>
<tr><td>Kütleçekim</td><td>$10^{-39}$</td><td>$\infty$</td><td colspan="2">Geometrodinamik</td><td>-</td></tr>
</table>

## 2.1 SM Lagranjiyeni

SM, Abelyen olmayan yerel ayar değişmezliğine ve $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ayar grubuna sahip bir kuantum alan teorisi olarak tanımlanmaktadır. Bu teori, güçlü etkileşmelerin $SU(3)_C$ renk grubu ile, elektro-zayıf etkileşmelerin ise $SU(2)_L$ zayıf

izospin grubu ve $U(1)_Y$ hiperyük grubu ile ifade edildiği Yang-Mills tipi ayar teorisidir (Langacker 2017).

SM'de, QED elektrik yükü, zayıf izospinin üçüncü bileşeni ($T_3$) ve hiperyük cinsinden şu şekilde tanımlanır:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \ . \tag{2.1}$$

Güçlü etkileşimleri temsil eden $SU(3)_C$ grubunda sekiz adet gluon bulunmaktadır; bunlar $G_\mu^\alpha; \alpha = 1, \dots, 8$ şeklinde ifade edilir. Bu yapıda dört adet elektrozayıf etkileşme taşıyıcısı mevcuttur. Kütleli üç ayar bozonu $\left(W_\mu^+,\ W_\mu^-, Z_\mu\right)$ ve bir kütlesiz ayar bozonu olan foton $\left(A_\mu\right)$ yer alır (Villamizar 2023). SM'de toplam Lagranjiyen kapalı formda aşağıdaki gibi yazılır:

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{SU(3)_C} + \mathcal{L}_{SU_L(2)\otimes U_Y(1)} \ . \tag{2.2}$$

Güçlü etkileşmelere ait Lagranjiyen şöyle ifade edilir:

$$\mathcal{L}_{SU(3)_C} = \overline{\psi}_i \left(i\gamma^\mu \left(D_\mu\right)_{ij} - m\delta_{ij}\right)\psi_j - \frac{1}{4} G_{\mu v}^\alpha \, G_\alpha^{\mu v} \ . \tag{2.3}$$

Elektrozayıf etkileşmelere ait Lagranjiyen,

$$\mathcal{L}_{SU_L(2)\times U_Y(1)} = \mathcal{L}_{ayar} + \mathcal{L}_{fermiyon} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa} \tag{2.4}$$

şeklindedir. Bu bilgilere dayanarak, aşağıdaki denklemde yer alan Lagranjiyen, SM parçacıklarının dinamiklerini temsil eder:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{SM} = {} & D_\mu \Phi^* D^\mu \Phi - V(\Phi, \Phi^*) + \overline{\psi}(x)\left(i\gamma^\mu D_\mu\right)\psi(x) - \psi_i G_{ij} \psi_j \Phi + h.c. \\ & - \frac{1}{4}\left(\sum_{\alpha=1}^{8} G_{\mu v}^\alpha \, G^{\mu v \alpha} - \sum_{i=1}^{3} W_{\mu v}^i \, W^{\mu v i} - B_{\mu v} \, B^{\mu v}\right) \ .\end{aligned} \tag{2.5}$$

(2.5) denklemindeki Lagranjiyen ifadesinin ilk terimindeki kovaryant türevler şöyle gösterilir:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig'' G_\mu^\alpha \, \frac{\lambda_\alpha}{2}, \tag{2.6}$$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig' \, B_\mu \frac{Y}{2} + ig \, W_\mu^k \, \frac{\sigma_k}{2}, \tag{2.7}$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ig' \, B_\mu \frac{Y}{2}. \tag{2.8}$$

Burada fiziksel olmayan ayar bozonları $SU(3)_C$ için $G_\mu$ , $SU(2)_L$ için $W_\mu$ ve $U(1)_Y$ için $B_\mu$ biçiminde gösterilmektedir. Denklem (2.5)'in içinde bulunan $D_\mu \Phi^* D^\mu \Phi - V(\Phi, \Phi^*)$ terimi skaler Lagranjiyeni, $\overline{\psi}(x)\left(i\gamma^\mu D_\mu\right)\psi(x)$ terimi Dirac Lagranjiyeni, $\psi_i G_{ij} \psi_j \Phi + h.c.$ terimi Yukawa Lagranjiyeni ve $\frac{1}{4}\left(\sum_{\alpha=1}^{8} G_{\mu\nu}^\alpha \, G^{\mu\nu\alpha} - \sum_{i=1}^{3} W_{\mu\nu}^i \, W^{\mu\nu i} - B_{\mu\nu} \, B^{\mu\nu}\right)$ terimi ise Yang-Mills Lagranjiyeni ifade etmektedir. Bu Lagranjien, SM'deki temel etkileşimleri ve alanlarını ifade eder. Güçlü kuvvetin alan şiddet tensörü olan $G_{\mu\nu}^\alpha$, gluon alanlarını temsil eder ve şu şekilde tanımlanır:

$$G_{\mu\nu}^\alpha \equiv \partial_\mu \, G_\nu^\alpha - \partial_\nu \, G_\mu^\alpha + g'' \, f^{\alpha bc} \, G_\mu^b \, G_\nu^b \ . \tag{2.9}$$

Burada $g''$ güçlü etkileşim sabitidir ve kuarklar ile gluonlar arasındaki etkileşimin şiddetini belirlemektedir. Denklem (2.6) ifadesinde geçen $f^{\alpha bc}$ ise $SU(3)_C$ grubunun yapı sabitidir.

$SU(2)_L$ grubunun alan şiddet tensörü olan $W_{\mu\nu}^i$ ise,

$$W_{\mu\nu}^i \equiv \partial_\mu \, W_\nu^i - \partial_\nu \, W_\mu^i + g \, \epsilon^{ijk} \, W_\mu^j \, W_\nu^k \tag{2.10}$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (2.7)'deki $g$ terimi $SU(2)_L$ grubunun ayar teorisindeki bağlaşım sabitidir. $\epsilon^{ijk}$ terimi de, tıpkı $f^{\alpha bc}$ gibi, yapı sabitidir ve hem $SU(3)$ hem de $SU(2)$ ayar gruplarındaki simetrik-olmayan yapıları temsil eder. Ayrıca, $B_\mu$ dört-potansiyel bileşinini temsil etmek üzere, Abelyen hiperyük alanı şiddeti olan $B_{\mu\nu}$, şöyle yazılır:

$$B_{\mu\nu} \equiv \ \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \ . \tag{2.11}$$

(2.5) denklemindeki potansiyel terimi, Φ skaler alan olmak üzere, aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$V(\Phi, \Phi^*) = \mu^2(\Phi^*\Phi) + \lambda\,(\Phi^*\Phi)^2\,. \tag{2.12}$$

Son olarak (2.5) denklemindeki, Yukawa Lagranjiyeni ( $\psi_i G_{ij} \psi_j$) ifadesinde, $\psi$ fermiyon alanını ve $G_{ij}$ ise Yukawa etkileşmesinin bağlaşım sabitini göstermektedir.

$\mathcal{L}_{SU_L(2)\otimes U_Y(1)}$ ayar grubununda Lagranjiyenin ilk terimi $\mathcal{L}_{ayar}$, alan kinetik enerjisini tanımlar. Diğer yandan grubun; üç tanesi $SU(2)_L$ ayar grubunun üreteçleri yani Pauli matrisleri, bir tanesi $U(1)_Y$ ayar grubunun üreteci yani $Y/2$ olmak üzere, dört adet üreteci vardır. Bu bağlamda matematiksel alanlar üç zayıf ayar bozonu ve bir hiperyük bozonu olmak üzere,

$$W_\mu^1 = \frac{W_\mu^- + W_\mu^+}{\sqrt{2}},\ \mathrm{W}_\mu^2 = \frac{W_\mu^- - W_\mu^+}{\sqrt{2}},\ W_\mu^3 = Z_\mu c_W + A_\mu s_W\,,\ B_\mu = -Z_\mu s_W + A_\mu c_W \tag{2.13}$$

şeklinde ifade edilir. Bu matematiksel alanlara karşılık gelen fiziksel alanlar ($W_\mu^+,\ W_\mu^-,\ Z_\mu$ ve foton $A_\mu$ ) şöyle ifade edilir:

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp i W_\mu^2}{\sqrt{2}}\,,\ A_\mu = B_\mu c_W + W_\mu^3 s_W\,,\ Z_\mu = -B_\mu s_W + W_\mu^3 c_W\,. \tag{2.14}$$

Burada $c_W = cos\,\theta_W$ , $s_W = sin\,\theta_W$ ve $\theta_W$ Weinberg açısıdır.

Üç aile için lepton veya kuark temsili $\psi_{f_i}^{L,R}$ olarak ifade edilir. Burada $f_i = l_i, q_i$ olmak üzere fermiyonları gösterir. $i = 1, 2, 3$ aile sayısını temsil eder. Ayrıca, sol-elli ($L$) ve sağ-elli ($R$) temsiller kiral simetriyi simgeler. Bu kiral simetri temsilleri izdüşüm işlemcileri ( $P_{L,R} \equiv \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5$ ) ile şu şekilde tanımlanır:

$$\psi_{L,R} \equiv P_{L,R}\psi\,. \tag{2.15}$$

Tüm bu bilgiler doğrultusunda, SM'nin fermiyonik parçacıklarının elektrozayıf simetri grubundaki tekli ve ikili temsilleri Çizelge 2.1'de belirtilmiştir.

Çizelge 2.5 SM fermiyon aileleri temsilleri

| | Temsil | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Aile | $\psi_L^{l_i}$ | $\psi_R^{l_i}$ | $\psi_L^{q_i}$ | $\psi_R^{q_i}$ | $\psi_R^{q_i}$ |
| 1. Aile | $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$ | $e_R$ | $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$ | $u_R$ | $d_R$ |
| 2. Aile | $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$ | $\mu_R$ | $\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$ | $c_R$ | $s_R$ |
| 3. Aile | $\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$ | $\tau_R$ | $\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$ | $t_R$ | $b_R$ |

## 2.2 SM'nin Cevaplayamadığı Sorular

SM, deneysel verilerle tutarlı olmasına rağmen tamamlanmış bir teori değildir. Hala açıklık getiremediği konular ve eksiklikleri olan bir teoridir. Bu eksiklikler nedeniyle, SM'nin tam bir teori olmadığı ve genişletilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. SM'nin sorunlarından bazıları; Fermiyon ailelerinin kendini tekrar etmesi, hiyerarşi sorununu çözememesi, nötrinoların kütlesinin kaynağının ne olduğu, parametre sayısının fazlalığı, evrendeki madde ve karşıt-madde asimetrisini açıklayamaması, karanlık maddeye ve karanlık enerjiye dair bir aday sunamaması bulunmaktadır (Allanach 2017). Sonuçta SM, temel bir teori olarak yetersiz kalır ve daha kapsamlı bir çerçeveye ihtiyaç vardır. SM'nin bu eksiklikleri bölümün devamında kısaca tartışılacaktır.

Fermiyon aileleri problemi, SM'nin sorunlarından biridir. SM bünyesinde 3 lepton ve 3 kuark ailesi bulunmaktadır. Bu ailelerin birbirini tekrar etmesi dolayısıyla bu aileler dışında bir aile var mı merak konusudur. Sadece 1. kuark ve lepton aileleri kullanılarak bütün madde oluşturulabilirken deneyler sonucunda 2. ve 3. aileler de gözlenmiştir. Madde oluşumu için 1. aile yeterli olduğu halde diğer ailelerin evrendeki varlığı gizemini korumaktadır. Parçacıkların bütün özellikleri aynı olmasına rağmen kütlelerinin giderek arttığı bilinmektedir. Kütlelerindeki farklılık dışında bir aileyi diğer ailelerden ayıran sebep bilinmemektedir.

Bir başka problem, hiyerarşi problemidir. $M_W$ elektrozayıf etkileşmelerin kütle ölçeği, $M_{GUT}$ GUT enerji ölçeği ve $M_P$ Planck ölçeği olmak üzere;

$$M_W \approx 10^2 \text{ GeV}, \tag{2.19}$$

$$M_{GUT} \approx 10^{16} \text{ GeV}, \tag{2.20}$$

$$M_P \approx \frac{1}{\sqrt{8\pi G_N}} \approx 10^{19} \text{ GeV} \tag{2.21}$$

şeklinde ifade edilir. Burada $G_N$ Newton sabiti olmak üzere bu enerji ölçekleri arasında herhangi bir ölçek tanımlanmamaktadır. SM, Planck ve elektrozayıf ölçeği oranının ( $M_P/M_W \approx 10^{17}$ GeV ) veya GUT enerji ölçeği ile elektrozayıf ölçeği oranının ($M_{GUT}/M_W \approx 10^{14}$ GeV) büyük farklılığını açıklayamamaktadır.

Nötrinoların çok küçük bir kütleye sahip oldukları, deneysel olarak gözlemlenen nötrino salınımları ile ortaya konulmuştur. Ancak bir diğer SM sorunu, nötrinolara kütle verecek mekanizmanın ne olduğudur.

Temel parametre sayısının fazlalığı da bir diğer sorundur. SM bünyesinde pek çok parametre bulunmaktadır. SM, temel bir teori olmasına rağmen neden daha az bileşenlerle ifade edilemedeği merak konusudur.

Maddenin baskın olduğu bir evrende yaşadığımız bir gerçektir. Büyük Patlama sonrasında madde ve karşıt maddenin eşit miktarda üretilmiş olması gerekirdi. Çünkü, madde ve karşıt madde aynı kütleye, zıt içsel kuantum sayılarına sahiptir. Ayrıca bozunma ve yaşam ömürleri de aynıdır. Ancak bir madde-karşıt madde asimetrisi mevcuttur. SM, bu asimetrinin nedenlerini açıklayamamaktadır.

Karanlık madde, elektromanyetik ışımaya neden olmaması ve maddeyle elektromanyetik etkileşime girmemesi nedeniyle doğrudan gözlemlenememektedir. Ancak dolaylı gözlemler, varlığını güçlü bir şekilde desteklemektedir. Bazı galaksilerin dönme hızları düşmesi beklenirken, gözlemler bu hızların beklenenden yüksek olduğunu

göstermektedir. Bu durumda içlerindeki yıldızların savrulmasını gerektirirken, gözlemler bunun gerçekleşmediğini ortaya koymaktadır. Bu durum karanlık madde varlığının en büyük kanıtıdır.

Öte yandan, evrenin genişlemesinin hızlanmakta olduğu da gözlemsel verilerle ortaya konmuştur. Hubble Yasası uyarınca uzak galaksilerin, uzaklıkları ile orantılı bir şekilde bizden uzaklaştıkları bilinmektedir. Bunun sebebinin karanlık enerji olduğu öne sürülmektedir. Ancak SM mevcut haliyle ne karanlık maddeyi ne de karanlık enerjiyi açıklayabilecek bir mekanizma içermemektedir.

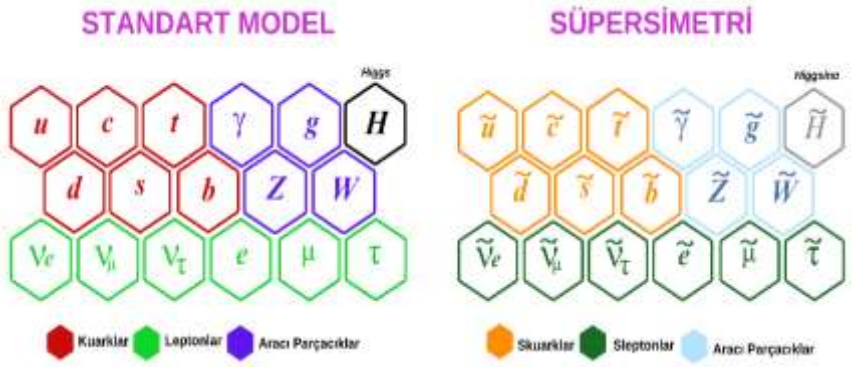
## 2.3 BSM Modeller

GUT, Süpersimetri (SUSY), Sicim Teorisi, kompozitlik ve Ekstra Boyut Modelleri gibi modellerin her biri, SM'nin farklı problemlerine çözüm getirebileceğine inanılmaktadır.

Süpersimetri kavramı, ilk kez 1966 yılında Hironari Miyazawa tarafından baryonlar ve mezonlar arasındaki simetriye dayalı olarak öne sürülmüştür. Bu teori, bozonların fermiyonlara ya da fermiyonların bozonlara dönüşmesini sağlayan ek bir simetri sunar. Süpersimetriye göre, süpereş parçacık olarak adlandırılan, her bozonun bir fermiyonik ve her fermiyonun da bir bozonik karşılığı bulunmaktadır. Parçacık, süpereşi ile arasında ½'lik spin farkı taşır. Şekil 2.1'de ve Çizelge 2.6'da SM parçacıkları ve süpersimetrik parçacıklar gösterilmiştir. SM parçacığının süpersimetrik eşinin spinleri arasında $Q$ işlemcisi ile bağlantı sağlanır. $Q$ işlemcisi fermiyonların spinini ½ azaltırken bozonların spinini ½ arttıran bir işlemci olmak üzere,

$$Q|J\rangle = |J \pm 1/2\rangle \,. \tag{2.22}$$

Ancak bu model parçacık ve parametre sayısını arttırması bakımından dezavantajlıdır. Bunun yanı sıra Higgs kütlesini açıklaması, hiyerarşi problemine çözüm getirmesi ve karanlık madde için bir aday sunması ise modelin avantajlarıdır.



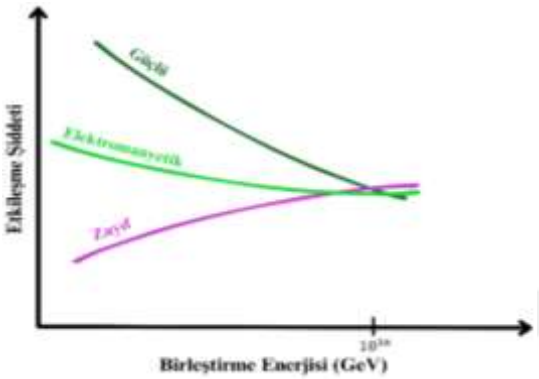

Şekil 2.1 SM ve süpersimetri parçacıkları

Çizelge 2.6 SM ve süpersimetri parçacıkları

| Standart Model | | | | Süpersimetri | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Parçacık | Sembol | Spin | | Parçacık | Sembol | Spin |
| Kuark | $q$ | 1/2 | | Skaler Kuark (Skuark) | $\tilde{q}$ | 0 |
| Lepton | $l$ | 1/2 | | Skaler Lepton (Slepton) | $\tilde{l}$ | 0 |
| Kuvvet Taşıyıcı Parçacıklar | W bozon | $W$ | 1 | Wino | $\widetilde{W}$ | ½ |
| | $Z$ boson | $Z$ | 1 | Zino | $\tilde{Z}$ | ½ |
| | Foton | $\gamma$ | 1 | Fotino | $\tilde{\gamma}$ | ½ |
| | Gluon | $g$ | 1 | Gluino | $\tilde{g}$ | ½ |
| | Graviton | $G$ | 2 | Gravitino | $\tilde{G}$ | 3/2 |
| Higgs bozonu | | $H$ | 0 | Higgsino | $\widetilde{H}$ | ½ |

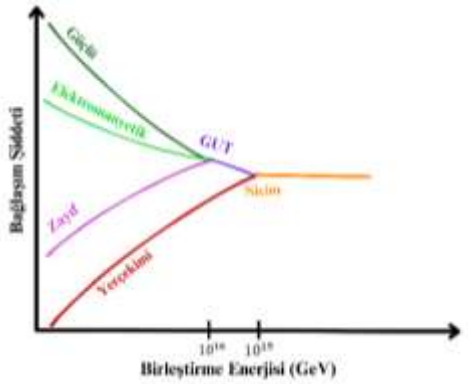
GUT, evrende var olan güçlü ve elektrozayıf etkileşmeleri yeni bir ayar grubu tanımlayarak birleştirmeyi amaçlayan teorilerdir. Bu teoriler sayesinde SM'nin ötesinde gelişmeler sağlanması hedeflenir. Büyük birleşik ölçek yaklaşık olarak $10^{16}$ GeV civarındadır ($M_{GUT}$~$10^{16}$ GeV). Ayar grubu $SU(5)$, $SO(10)$, $SU(8)$, $0(16)$ olan GUT vardır. Bu teoriler etkileşmeleri birleştirdiği için serbest parametre sayısını azaltır. GUT, baryon ve lepton sayılarının korunmadığı süreçleri öngörmesi sebebiyle, evrendeki

madde-karşıt madde asimetrisini açıklamak için bir ipucu sağlamaktadır. Ayrıca nötrinoların çok küçük de olsa kütleye sahip olması ve salınımlar yapması, GUT'un öngördüğü modellerle tutarlıdır. Şekil 2.2'de GUT'un bağlaşım şiddetinin enerjiye göre grafiği verilmiştir.




Şekil 2.2 Yüksek enerjilerde BBT bağlaşım şiddeti-enerji grafiği (Daniels 2017)

Sicim teorisi, evrendeki dört temel kuvveti (elektromanyetik, zayıf, güçlü ve kütle çekim) birleştirmeyi amaçlar. Bu dört temel kuvveti birleşme ölçeği Planck ölçeği ($M_{Planck}$ ~$10^{19}$ GeV) olarak bilinir. Sicim teorisinin diğer kuvvetler ile olan enerji ölçeği ilişkisi Şekil 2.3'de belirtilmiştir.




Şekil 2.3 Sicim teorisi enerji ölçeği (Daniels 2017)

Sicim Teorisi, farklı titreşim modlarına sahip bir boyutlu sicimlerin titreşimlerinden kaynaklandığını öne sürer; her farklı titreşim, farklı bir parçacığa karşılık gelir. Bu sayede, tüm temel parçacıklar (kuarklar, leptonlar, ayar bozonları vb.) sicimlerin çeşitli titreşim modları olarak ortaya çıkar Sicim teorisi ayrıca, uzay-zamanın yalnızca

gözlemlediğimiz 3+1 boyuttan (üç uzay, bir zaman boyutu) ibaret olmadığını, daha fazla boyuta sahip olduğunu öne sürer. 9+1 boyutlu (dokuz uzay, bir zaman boyutu) bir uzay-zaman çerçevesinde, algılayamayacağımız kadar küçük ve kıvrılmış olarak, sicimlerin titreştiği varsayılır.

SM, kuark ve leptonları temel, yani iç yapısız parçacıklar olarak kabul eder. Ancak kompozitlik, bu parçacıkların aslında daha temel ve bilinmeyen noktasal parçacıklardan oluştuğunu ileri sürer. Bu noktasal parçacıklara "preon" adı verilir ve bunların $10^{-17}$ - $10^{-18}$ cm gibi son derece küçük boyutlara sahip oldukları öngörülür. Bir parçacığın kompozit olup olmadığını test etmek için, ona bağlanma enerjisi seviyesinde bir enerji verilerek iç yapısının uyarılması gerekir.

Kompozit modeller, sadece temel parçacıkların iç yapısını açıklamakla kalmaz, aynı zamanda kuark ve leptonların uyarılmış halleri gibi yeni parçacıkların varlığını da öngörür. Ayrıca, kuark ve lepton ailelerinin tekrarlanması da bu iç yapının bir yansıması olabilir. Kompozit modelleri yüksek enerjilerde bilepton, leptokuark, leptogluon ve oktetbozonlar gibi alışılmadık yeni parçacıkların ortaya çıkabileceğini savunur.

Ek Boyut modelleri, evrendeki uzay-zaman yapısına ilaveten, yüksek enerjilerde yeni parçacıkların varlığına yol açan ek boyutların varlığını öngörmektedir. Randal-Sundrum (RS) modelleri, Arkani-Hamed, Dimopoulos and Dvali (ADD) modeli, Kaluza-Klein (KK) modeli vb. modeller SM problemlerine çözüm üretmek amacıyla çalışılmaktadır (Volobuev vd. 2013). Arkani-Hamed, Dimopoulos ve Dvali (ADD) modelini detaylandırmak Ek Boyut modellerini anlamak için faydalı olacaktır (Hewet ve Spiropulu 2002, Alıcı 2019).

Ek boyut modelleri gözlemlenebilen 3+1 uzay-zaman boyuta ek olarak yeni uzay boyutlarının varsayıldığı modellerdir. ADD ek boyutlar modeli, elektrozayıf ölçek ($\sim$100 GeV) ile kütleçekim ölçeği ($\sim 10^{19}$ GeV) arasındaki büyük farktan kaynaklanan hiyerarşi sorununu, ek boyutlar kavramıyla ele alarak çözmeyi hedefler. Bu modele göre, SM parçacıkları, üç boyutlu bir "Duvar" denilen bölgede sınırlı iken, kütleçekim kuvvetinin taşıyıcısı olan Graviton parçacığı, $\delta$ ek boyutun da bulunduğu genişletilmiş 4+$\delta$ boyutlu

bir uzay-zamanda serbestçe hareket eder. Ek boyutlar, düz ve R yarıçapına sahip bir torus şeklinde tasvir edilmiştir. Ek boyutların kompakt torus şeklinde olması, bu boyutların gözlemlenebilir evrenin dışında, sıkıştırılmış ve sınırlı bir yapıda kalmasını sağlar. Ek boyut sayesinde, Planck skalası daha düşük enerjilerde etkisini gösteren yeni bir fizik ölçeği ile ifade edilebilir. Bu kapsamda, dört boyutlu uzayda gözlemlenen Planck ölçeği $M_{Planck}$ ile ek boyutlu teorideki kütle ölçeği olan $M_D$ arasındaki ilişki aşağıdaki denklemle ifade edilir:

$$\bar{M}_{Planck}^2 = M_D^{2+\delta}\, V_\delta \tag{2.23}$$

Burada $V_\delta$, $\delta$ boyutundaki kompakt torusun hacmidir ve $V_\delta = (2\pi R)^\delta$ olarak ifade edilmektedir. $M_D$ değeri TeV seviyesinde kabul edildiğinde, $R$ yarıçapı deneysel olarak ölçülebilir bir boyuta ulaşabilir.

# 3. SM'NİN MİNİMAL BİR GENİŞLETİLMESİ OLARAK 3-3-1 MODELLERİNİN TEORİK ALTYAPISI

BSM, SM'nin açıklayamadığı ve çözemediği fenomenleri çözmek için geliştirilmiştir. BSM modeller arasında en önemlilerinden bazıları SM'nin ayar grubunun genişletildiği modellerdir. SM ayar grubunun genişletildiği BSM modellere 3-3-1 modelleri örnek verilebilir. 3-3-1 modelleri, $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ ayar grubuna dayanan ve $\beta$ parametresi ile tanımlanan bir model sınıfıdır. Bu modellerde yeni parçacıklar, farklı elektrik yüklerine sahip farklı $\beta$ değerlerinden oluşur (Ponce vd. 2002).

3-3-1 modelleri $\beta$ adı verilen bir parametre ile karakterize edilebilen modellerdir. $\beta$ parametresine bağlı olan elektrik yükü işlemcisi, alanların her birinin temsilinin nasıl düzenlediğini belirler. $\beta$ parametresinin $-\sqrt{3}$ değeri 3-3-1 modellerinin minimal versiyonunu ifade eder. $\beta$ 'nın $-1/\sqrt{3}$ seçimi ise egzotik yüklü alanlardan kaçınan ve sağ-elli nötrinoları içeren bir modeli temsil eder (Cao ve Zhang 2016). Bu tez kapsamında $\beta = -\sqrt{3}$ ve $\beta = -1/\sqrt{3}$ değerindeki modeller incelenecektir.

Ayrıca, 3-3-1 modellerinde farklı $\beta$ değerleri de mevcuttur. Örneğin farklı $\beta$ parametrelerinden $\beta = \sqrt{3}$ modeli egzotik parçacıkları içerir. Bu model, SM'de bulunmayan, ağır nötr ve yüklü leptonlar ile kuarkların varlığını öngörür. Deneysel çalışmalarda bu yeni parçacıklar yüksek kütlelere sahip olduğu için gözlenmesi güçtür. Bu model sayesinde, SM' nin nötrino kütleleri, karanlık madde gibi sorunları çözmeye yardımcı olabilir.

Ek olarak, $\beta = 1/\sqrt{3}$ modeli egzotik olmayan bir modeldir. Bu model $\beta = \sqrt{3}$ modeline göre daha az yeni parçacık içerir fakat mevcut deneysel verilere daha yakın sonuçlar vermesi de modelin bir avantajıdır. $\beta = 1/\sqrt{3}$ değeri için SM'e ek olarak birkaç yeni lepton ve kuark öngörür. Bununla birlikte, bu yeni lepton ve kuarklar daha hafiftirler ve daha az egzotik özellikler sergilerler (Ramirez Barreto vd. 2007).

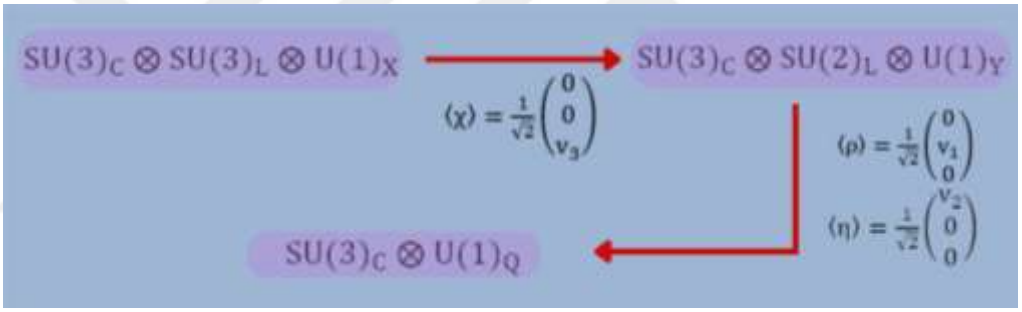
### 3.1 Higgs Sektörü

Bölüm 3'de bahsedildiği üzere, 3-3-1 modelleri $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ ayar grubu üzerine kuruludur. 3-3-1 modelinin simetri kırılma deseni,

$$SU(3)_L \otimes U(1)_X \longrightarrow SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow U(1)_Q \tag{3.1}$$

şeklinde olup Şekil 3.1'de görüldüğü üzere $\rho, \eta$ ve $\chi$ Higgs üçlüleri tarafından sağlanır:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{-Q_V} \end{pmatrix},\ \eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^{-Q_Y} \end{pmatrix},\ \chi = \begin{pmatrix} \chi^{Q_Y} \\ \chi^{Q_V} \\ \chi^0 \end{pmatrix}. \tag{3.2}$$




Şekil 3.1 3-3-1 modeli simetri kırılma deseni

Denklem (3.2)'deki $Q_V$ ve $Q_Y$ Higgs alanlarının belirsiz elektrik yüklerini temsil eder. $\rho, \eta$ ve $\chi$ Higgs üçlülerinin vakum beklenen değerleri,

$$\langle\rho\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \langle\eta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} v_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\ \ \langle\chi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_3 \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

Şekil 3.1'de verilen simetri kırılması deseninde, $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ simetrisi $\chi$ alanı ile yüksek $v_3$ (TeV mertebesinde) ölçeğinde $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetrisine kırılır. $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetrisi $\rho$ ve $\eta$ alanları zayıf ölçekte ( $v_1 \sim v_2 \sim m_W$ ) $U(1)_Q$ elektromanyetik simetrisine kırılmasını sağlar. Burada, vakum beklenen değerleri arasında $v_3 \gg v_{1,2}$ ilişkisi vardır.

3-3-1 modelinde, hiperyük üreteci, $X$ ve $T^8$'in lineer birleşimlerinden oluşur. Burada $T^8$, $SU(3)$ grubunun bir üreteci ve $X$, $U(1)_X$ grubunun üretecidir. Bahsedilen hiperyük üreteci aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$Y = \beta T^8 + X \,. \tag{3.4}$$

Ayrıca 3-3-1 modellerinde elektrik yükü işlemcisi şu şekilde ifade edilir:

$$Q = T^3 + \beta T^8 + X \,. \tag{3.5}$$

Burada $T^3$ ve $T^8$, $SU(3)$ cebirini sağlayan sekiz üreteçten ikisidir:

$$\left[T_i, T_j\right] = i\, f_{ijk} T_k \qquad i,j,k = 1\ldots.8 \,. \tag{3.6}$$

Denklem (3.5)'teki Higgs üçlülerinin $X$ kuantum sayısı aşağıdaki gibi açıklanabilir:

$$X_\rho = \frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\sqrt{3}} \;,\; X_\eta = -\frac{1}{2} - \frac{\beta}{2\sqrt{3}} \;,\; X_\chi = \frac{\beta}{\sqrt{3}} \quad . \tag{3.7}$$

Böylece Denklem (3.2)'teki $Q_Y$ ve $Q_V$ şöyle tanımlanabilir:

$$Q_Y = \frac{\sqrt{3}}{2}\beta + \frac{1}{2},\; Q_V = \frac{\sqrt{3}}{2}\beta - \frac{1}{2} \,. \tag{3.8}$$

Higgs sektörünün Lagranjiyeni aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \left(D_\mu \rho\right)^\dagger (D^\mu \rho) + \left(D_\mu \eta\right)^\dagger (D^\mu \eta) + \left(D_\mu \chi\right)^\dagger (D^\mu \chi) - V_{Higgs} \quad . \tag{3.9}$$

Burada $V_{Higgs}$ şu şekildedir:

$$\begin{aligned} V_{Higgs} = {} & \mu_1^2(\rho^\dagger\rho) + \mu_2^2(\eta^\dagger\eta) + \mu_3^2(\chi^\dagger\chi) + \lambda_1(\rho^\dagger\rho)^2 + \lambda_2(\eta^\dagger\eta)^2 + \lambda_3(\chi^\dagger\chi)^2 \\ & + \lambda_{12}(\rho^\dagger\rho)(\eta^\dagger\eta) + \lambda_{13}(\rho^\dagger\rho)(\chi^\dagger\chi) + \lambda_{23}(\eta^\dagger\eta)(\chi^\dagger\chi) \\ & + \lambda'_{12}(\rho^\dagger\eta)(\eta^\dagger\rho) + \lambda'_{13}(\rho^\dagger\chi)(\chi^\dagger\rho) + \lambda'_{23}(\eta^\dagger\chi)(\chi^\dagger\eta) \end{aligned}$$

$$+\sqrt{2}f\left(\epsilon_{ijk}\rho^{i}\eta^{j}\chi^{k}+h.c.\right)\ . \tag{3.10}$$

Denklem (3.10)'daki Higgs potansiyeli ifadesindeki $\lambda'_{i(j)}$ parametresi boyutsuz parametre iken $\mu_i$ ve $f$ ise kütle-boyutlu parametreleri ifade etmektedir.

### 3.1.1 Nötr Skalerler

Gerçel ve sanal bileşenler cinsinden nötr skaler alanlar şu şekilde ifade edilir:

$$\rho^0=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\xi_\rho+i\zeta_\rho\right),\quad \eta^0=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\xi_\eta+i\zeta_\eta\right),\quad \chi^0=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\xi_\chi+i\zeta_\chi\right). \tag{3.11}$$

Nötr skaler alanların gerçel bileşenleri, vakum beklenen değerlerini oluşturur. Burada Higgs kütle matrisi şu şekildedir:

$$M_H^2=\begin{pmatrix} 2\lambda_1 v_1^2+\frac{fv_2v_3}{v_1} & -fv_3+v_1v_2\lambda_{12} & -fv_2+v_1v_3\lambda_{13} \\ -fv_3+v_1v_2\lambda_{12} & 2\lambda_2 v_2^2+\frac{fv_1v_3}{v_2} & -fv_1+v_2v_3\lambda_{23} \\ -fv_2+v_1v_3\lambda_{13} & -fv_1+v_2v_3\lambda_{23} & 2\lambda_3 v_3^2+\frac{fv_1v_2}{v_3} \end{pmatrix}. \tag{3.12}$$

Denklem (3.12), simetrinin kırılmasından sonra kütle matrisinin öz durumları olarak üç tane CP-çift skaler olduğunu gösterir. Bu skalerler SM Higgs bozonu $(h)$ ile $H_2$ ve $H_3$ olarak bilinir. Bu skalerlerin kütlelerini elde etmek oldukça karışık bir işlemdir. Bu sebeple basitleştirmek için, CP- çift skaler kütleleri vakum beklenen değerleri için $v_3 > v_{1,2}$ koşulu dikkate alınarak genişletilir. Böylece en düşük mertebeden üç kütle özdeğeri,

$$m_h^2=\frac{2\left(\lambda_1 v_1^4+\lambda_{12}v_1^2v_2^2+\lambda_2 v_2^4\right)}{v^2},\quad M_{H^2}^2=\frac{v^2}{v_1v_2}fv_3,\quad M_{H^3}^2=2\lambda_3 v_3^2 \tag{3.13}$$

şeklindedir. Burada $v^2\equiv v_1^2+v_2^2$ 'dir. Ayrıca W-bozonunun kütlesine ulaşmak için $v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}=246\ \text{GeV}$ olduğunu bilmek gerekir. Üç nötr skaler için $h$, $H_2$ ve $H_3$, $U$ dönme matrisi aracılığıyla zayıf öz durumlar şu şekilde tanımlanır:

$$\begin{pmatrix} h \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{pmatrix}^{\dagger} \begin{pmatrix} \xi_\rho \\ \xi_\eta \\ \xi_\chi \end{pmatrix}. \tag{3.14}$$

Denklem (3.14)'teki matrisin ilk sütunundaki değerler aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$U_{11} = c_{12} + \frac{g_{11}(v)}{v_3^2}\,, \quad U_{21} = s_{12} + \frac{g_{21}(v)}{v_3^2}\,, \quad U_{31} = \frac{g_{31}(v)}{v_3}. \tag{3.15}$$

Burada, $g_{i1}(v)$ fonksiyonları ($i = 1, 2, 3$ olmak üzere) $v_3$'ten bağımsız olmak üzere şöyledir:

$$s_{12} = \frac{v_2}{v}\,, \quad c_{12} = \frac{v_1}{v}\,. \tag{3.16}$$

Bu denklemdeki $s_{12}$ ve $c_{12}$ değerleri dönme matrisi karışım açısının sırasıyla sinüs ve kosinüs değerleridir.

### 3.1.2 Yüklü Skalerler

Yüklü skalerlerin elektrik yükleri ±1, $Q_Y$ ve $Q_V$ olmak üzere elektrik yükleri üç çeşittir. ±1 yüküne sahip kütle karışım matrisi şöyledir:

$$M_{\pm 1}^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\lambda'_{12}v_2^2 + \frac{f v_3 v_2}{v_1} & -f v_3 - \frac{1}{2}v_1 v_2 \lambda'_{12} \\ -f v_3 - \frac{1}{2}v_1 v_2 \lambda'_{12} & \frac{1}{2}\lambda'_{12}v_1^2 + \frac{f v_3 v_1}{v_2} \end{pmatrix}. \tag{3.17}$$

Bu matrisin iki kütle özdeğeri vardır:

$$M_{G^\pm}^2 = 0, \quad M_{H^\pm}^2 = \frac{2f v_3 + \lambda'_{12} v_1 v_2}{2 v_1 v_2} v^2. \tag{3.18}$$

Burada $H^\pm$ skalerleri ±1 yüküne sahip fiziksel durumlar iken; $G^\pm$ skalerleri $W^\pm$ tarafından yenen Goldstone bozonlarıdır. Zayıf özdurumlardan kütle özdurumlarına dönüşümü sağlayan dönüşüm matrisi,

$$\begin{pmatrix} H^{\pm} \\ G^{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12} & -s_{12} \\ s_{12} & c_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta^{\pm} \\ \rho^{\pm} \end{pmatrix} \tag{3.19}$$

olarak ifade edilir. İkinci elektrik yükü olan $Q_Y$ için kütle karışım matrisi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$M^2_{\pm Q_Y} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\lambda'_{23}v_3^2 + \frac{f v_1 v_3}{v_2} & -f v_1 - \frac{1}{2}v_2 v_3 \lambda'_{23} \\ -f v_1 - \frac{1}{2}v_2 v_3 \lambda'_{23} & \frac{1}{2}\lambda'_{23}v_2^2 + \frac{f v_1 v_2}{v_3} \end{pmatrix}. \tag{3.20}$$

Bu matrisin iki kütle özdeğeri vardır:

$$M^2_{G^{\pm Q_Y}} = 0, \quad M^2_{H^{\pm Q_Y}} = \frac{2f v_1 + \lambda'_{23} v_2 v_3}{2 v_2 v_3} (v_2^2 + v_3^2). \tag{3.21}$$

Burada $H^{\pm Q_Y}$ skalerleri $\pm Q_Y$ yüküne sahip fiziksel durumlar iken; $G^{\pm Q_Y}$ yeni ayar bozonları $Y^{\pm Q_Y}$ tarafından yenen Goldstone bozonlarıdır. Zayıf özdurumlardan kütle özdurumlarına dönüşümü sağlayan dönüşüm matrisi,

$$\begin{pmatrix} H^{\pm Q_Y} \\ G^{\pm Q_Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{23} & -s_{23} \\ s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi^{\pm Q_Y} \\ \eta^{\pm Q_Y} \end{pmatrix} \tag{3.22}$$

olarak ifade edilir. Burada,

$$s_{23} = \frac{v_3}{\sqrt{v_2^2 + v_3^2}}, \quad c_{23} = \frac{v_2}{\sqrt{v_2^2 + v_3^2}}. \tag{3.23}$$

Üçüncü elektrik yükü olan $\pm Q_V$ için kütle karışım matrisi,

$$M^2_{\pm Q_V} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\lambda'_{13}v_3^2 + \frac{f v_2 v_3}{v_1} & -f v_2 - \frac{1}{2}v_1 v_3 \lambda'_{13} \\ -f v_2 - \frac{1}{2}v_1 v_3 \lambda'_{13} & \frac{1}{2}\lambda'_{13}v_1^2 + \frac{f v_2 v_1}{v_3} \end{pmatrix} \tag{3.24}$$

olarak tanımlanır. Matrisin iki kütle özdeğeri,

$$M^2_{G^{\pm Q_V}} = 0, \quad M^2_{H^{\pm Q_V}} = \frac{2fv_2+\lambda\prime_{13}\,v_1v_3}{2v_1v_3}\,(v_1^2+v_3^2) \tag{3.25}$$

şeklindedir. Burada $H^{\pm Q_V}$ skalerleri $\pm Q_V$ yüküne sahip fiziksel durumlar iken; $G^{\pm Q_V}$ yeni ayar bozonları olan $V^{\pm Q_V}$ tarafından yenen Goldstone bozonlarıdır. Zayıf özdurumlardan kütle özdurumlarına dönüşümü sağlayan dönüşüm matrisi,

$$\begin{pmatrix} H^{\pm Q_V} \\ G^{\pm Q_V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{13} & -s_{13} \\ s_{13} & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi^{\pm Q_V} \\ \rho^{\pm Q_V} \end{pmatrix} \tag{3.26}$$

olarak ifade edilir. Burada,

$$s_{13} = \frac{v_3}{\sqrt{v_1^2+v_3^2}}, \quad c_{13} = \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2+v_3^2}} \tag{3.27}$$

olarak verilir.

### 3.2 Ayar Sektörü

Ayar sektörünün Lagranjiyeni, $SU(3)_L$ ve $U(1)_X$ gruplarına karşılık gelen alan kuvvet tensörleri sırasıyla $F_{\mu\nu}$ ve $B_{\mu\nu}$ olmak üzere aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\,. \tag{3.28}$$

Bu alan kuvvet tensörleri,

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu W^i_\eta - \partial_\eta W^i_\mu, \quad B_{\mu\nu} = \partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu \tag{3.29}$$

olarak tanımlanır. Buradaki $W^i_\mu$ ( $i = 1,..,8$ ) ve $X_\mu$ sırasıyla $SU(3)_L$ ve $U(1)_X$ gruplarına ait ayar alanlarıdır. Kendiliğinden simetri kırılması sonucu ayar bozonları, Higgs alanlarının kinetik terimlerinden kütle kazanırlar:

$$\mathcal{L}^{kinetik}_{Higgs} = \left(D_\mu\rho\right)^\dagger\left(D_\mu\rho\right) + \left(D_\mu\eta\right)^\dagger\left(D_\mu\eta\right) + \left(D_\mu\chi\right)^\dagger\left(D_\mu\chi\right). \tag{3.30}$$

Ayar bozonlarının kütlelerinden sorumlu terimler şu şekli alır:

$$\mathcal{L}_{Ayar}^{kütle} = \langle\chi\rangle^{\dagger} G_{\mu}^{\dagger} G^{\mu} \langle\chi\rangle + \langle\rho\rangle^{\dagger} G_{\mu}^{\dagger} G^{\mu} \langle\rho\rangle + \langle\eta\rangle^{\dagger} G_{\mu}^{\dagger} G^{\mu} \langle\eta\rangle$$

$$= (\langle\chi\rangle + \langle\rho\rangle + \langle\eta\rangle)^{\dagger} G_{\mu}^{\dagger} G^{\mu} (\langle\chi\rangle + \langle\rho\rangle + \langle\eta\rangle)$$

$$= \frac{1}{2}(v_2 \;\; v_1 \;\; v_3)\, G_{\mu}^{\dagger} G^{\mu} \begin{pmatrix} v_2 \\ v_1 \\ v_3 \end{pmatrix} . \qquad (3.31)$$

Burada $G_{\mu}$ terimi şöyle ifade edilir:

$$G_{\mu} = g\, W_{\mu}^{i}\, T^{i} + g_X X X_{\mu}\, T^{9}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} g(W_{\mu}^{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} W_{\mu}^{8}) + 2g_X X X_{\mu} & \sqrt{2} g W_{\mu}^{+} & \sqrt{2} g Y_{\mu}^{+Q_Y} \\ \sqrt{2} g W_{\mu}^{-} & -g(W_{\mu}^{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} W_{\mu}^{8}) + 2g_X X_{\mu} & \sqrt{2} g V_{\mu}^{+Q_V} \\ \sqrt{2} g Y_{\mu}^{-Q_Y} & \sqrt{2} g V_{\mu}^{-Q_V} & -\frac{2}{\sqrt{3}} g W_{\mu}^{8} + 2g_X X X_{\mu} \end{pmatrix} . \qquad (3.32)$$

Yukarıdaki ifadede, $g$ ve $g_X$ sırasıyla $SU(3)_L$ ve $U(1)_X$ gruplarının bağlaşım sabitlerini, $T^i$ Gell-Mann matrislerini, $T^9$ birim matrisini temsil eder. Buradaki $X$, Higgs alanlarının $U(1)_X$ kuantum sayısını belirtmektedir. $Y_{\mu}^{\pm Q_Y}$ ve $V_{\mu}^{\pm Q_V}$ yeni ayar bozonları olmak üzere, yüklü ayar bozonlarının kütle özdurumları şöyle ifade edilir:

$$W_{\mu}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_{\mu}^{1} \mp i W_{\mu}^{2}\right),\; Y_{\mu}^{\pm Q_Y} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_{\mu}^{4} \mp i W_{\mu}^{5}\right),\; V_{\mu}^{\pm Q_V} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_{\mu}^{6} \mp i W_{\mu}^{7}\right). \qquad (3.33)$$

Denklem (3.32) ifadesi Denklem (3.31)'e yerleştirilerek ve Higgs üçlülerinin $X$ kuantum sayıları (Denklem (3.7)) göz önüne alındığında ayar bozonlarının kütle terimleri şu hale gelir:

$$\mathcal{L}_{Ayar}^{kütle} = \frac{1}{4}\, g^2\, v^2\, W_{\mu}^{+}\, W^{\mu,-} + \frac{1}{4} g^2 (v_2^2 + v_3^2)\, Y_{\mu}^{Q_Y}\, Y^{\mu,-Q_Y} + \frac{1}{4} g^{\,2} (v_1^2 + v_3^2)\, V_{\mu}^{Q_V}\, V^{\mu,-Q_V}$$

$$+ \frac{1}{6}\, v_3^2 (-g W_{\mu}^{8} + \beta g_X X_{\mu})^2 + \frac{1}{8} v_1^2 \left[-g W_{\mu}^{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} g W_{\mu}^{8} + \left(1 - \frac{\beta}{\sqrt{3}}\right) g_X X_{\mu}\right]^2$$

$$+\frac{1}{8}v_2^2\left[gW_\mu^3+\frac{1}{\sqrt{3}}g\,W_\mu^8-\left(1+\frac{\beta}{\sqrt{3}}\right)g_X\,X_\mu\right]^2. \tag{3.34}$$

Böylece yüklü ayar bozonlarının kütleleri şu şekildedir:

$$M_{W^\pm}^2=\frac{g^2}{4}v^2\ ,\ M_{Y^{\pm Q_Y}}^2=\frac{g^2}{4}(v_3^2+v_2^2),\ \ M_{V^{\pm Q_V}}^2=\frac{g^2}{4}(v_3^2+v_1^2)\ . \tag{3.35}$$

Burada $v$, SM'deki vakum beklenen değeri olup 246 GeV'dir. Nötr ayar bozonlarının kütle karışım matrisi,

$$M_{Nötr\ Ayar}^2=\begin{pmatrix} A & B & C \\ B & \frac{g^2v^2}{8} & \frac{g^2({v_2}^2-v_1^2)}{8\sqrt{3}} \\ C & \frac{g^2({v_2}^2-v_1^2)}{8\sqrt{3}} & \frac{g^2(v^2+4v_3^2)}{24} \end{pmatrix} \tag{3.36}$$

olarak tanımlanır. Burada $A$, $B$ ve $C$ terimleri şöyledir:

$$A=\frac{1}{24}g_x^2\left[\left(\beta^2-2\sqrt{3}\beta+3\right)v_1^2+\left(\beta^2+2\sqrt{3}\beta+3\right)v_2^2+4\beta^2v_3^2\right], \tag{3.37}$$

$$B=\frac{1}{24}gg_x\left[\left(\sqrt{3}\beta+3\right)v_1^2+\left(\sqrt{3}\beta+3\right)v_2^2\right], \tag{3.38}$$

$$C=\frac{1}{24}gg_x\left[\left(\sqrt{3}-\beta\right)v_1^2+\left(\beta+\sqrt{3}\right)v_2^2-4\beta v_3^2\right]. \tag{3.39}$$

Sıfır özdeğer fotonu temsil ederken, diğer iki özdeğer sırasıyla $Z$ ve $Z'$ bozonlarının kütlelerine karşılık gelir. Bağlaşım limitinde ( $v_3 \gg v_{1,2}$ ), $\frac{1}{6}v_3^2(-gW_\mu^8+\beta g_X X_\mu)^2$ terimi yaklaşık olarak $Z'_\mu$'nin kütle terimi olarak alınabilir. $Z'_\mu$ alanı aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$Z'_\mu=-s_{331}W_\mu^8+c_{331}X_\mu\ . \tag{3.40}$$

Burada,

$$s_{331} = \frac{g}{\sqrt{g^2+\beta^2 g_X^2}}\,, \qquad c_{331} = \frac{\beta g_X}{\sqrt{g^2+\beta^2 g_X^2}} \tag{3.41}$$

şeklindedir. $Z'_\mu$ alanına dik olan ve $U(1)_Y$ grubunun ayar alanı ise şu şekildedir:

$$B_\mu = c_{331} W_\mu^8 + s_{331} X_\mu\,. \tag{3.42}$$

Denklem (3.40) ve Denklem (3.42)'de görülen $W_\mu^8$ ve $X_\mu$ alanları $Z'_\mu$ ve $B_\mu$ cinsinden,

$$W_\mu^8 = -s_{331} Z'_\mu + c_{331} B_\mu \quad , \; X_\mu = c_{331} Z'_\mu + s_{331} B_\mu \tag{3.43}$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (3.34)'e bu iki ifade yerleştirildiğinde ve $Z'_\mu$'nin diğer alanlarla karışımı ihmal edildiğinde elde edilen Lagranjiyen terimi şu şekildedir:

$$\mathcal{L}_{Ayar}^{kütle} \supset \frac{1}{6}(g^2+\beta^2 g_X^2) v_3^2 Z_\mu'^2 + \frac{1}{8} v^2 \left(g W_\mu^3 - g_Y B_\mu\right)^2 + \frac{(g^4+2\beta^2 g^2 g_X^2+\beta^2(\beta^2+3) g_X^4)}{12(g^2+\beta^2 g_X^2)}\, v^2 Z_\mu'^2\,. \tag{3.44}$$

Burada $U(1)_Y$'nin bağlaşım sabitidir:

$$g_Y = \frac{g g_X}{\sqrt{g^2+\beta^2 g_X^2}}\,. \tag{3.45}$$

$Z_\mu$ alanı şu şekilde ifade edilir:

$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2+g_Y^2}}\left(g W_\mu^3 - g_Y B_\mu\right). \tag{3.46}$$

Weinberg açısı şu şekilde tanımlanır:

$$s_W = \frac{g_Y}{\sqrt{g^2+g_Y^2}}, \; c_W = \frac{g}{\sqrt{g^2+g_Y^2}}\,. \tag{3.47}$$

Nötr ayar bozonlarının kütleleri $g$, $s_W$ ve $c_W$ cinsinden şöyle ifade edilir:

$$m_Z^2 = \frac{g^2}{4c_W^2} v^2\,, \tag{3.48}$$

$$M_{Z'}^2 = \frac{g^2 c_W^2}{3(1-(\beta^2+1)s_W^2)} v_3^2 + \frac{g^2(-2\sqrt{3}\beta c_W^2 s_W^2 + c_W^4 + 3\beta^2 s_W^4}{12 c_W^2 (1-(\beta^2+1)s_W^2)} v_1^2$$

$$+\frac{g^2(2\sqrt{3}\beta c_W^2 s_W^2+c_W^4+3\beta^2 s_W^4}{12c_W^2(1-(\beta^2+1)s_W^2)}v_2^2 \ . \tag{3.49}$$

### 3.3 Fermiyon Sektörü

"$\alpha$" fermiyon çeşni sembolü olmak üzere, fermiyon sektörünün Lagranjiyeni,

$$\mathcal{L}_{Fermion} = \bar{\psi}^{\alpha} i D_{\mu} \gamma^{\mu} \psi^{\alpha} \tag{3.50}$$

olarak tanımlanır. Buradaki kovaryant türev şöyledir:

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} - igW_{\mu}^{i}T^{i} - ig_{X}X_{\mu} \ . \tag{3.51}$$

3-3-1 modelinde, farklı gösterimlere sahip fermiyon alanları sırasıyla üçlü, karşıt-üçlü ve tekli olarak aşağıdaki gibidir:

$$\psi_L D_{\mu}\psi_L = \partial_{\mu}\psi_L - igW_{\mu}^{i}T^{i}\psi_L - ig_X X X_{\mu}\psi_L \ , \tag{3.52}$$

$$\bar{\psi}_L D_{\mu}\bar{\psi}_L = \partial_{\mu}\bar{\psi}_L + igW_{\mu}^{i}(T^{i})^{T}\bar{\psi}_L - ig_X X X_{\mu}\bar{\psi}_L \ , \tag{3.53}$$

$$\psi_R D_{\mu}\psi_R = \partial_{\mu}\psi_R - ig_X X X_{\mu}\psi_R \ . \tag{3.54}$$

Burada $X$, $U(1)_X$ simetri grubu altındaki fermiyonlardır. 1. ve 2. nesil kuark alanları $SU(3)_L$ grubunun üçlü temsilinde, 3. nesil kuark alanı ise karşıt-üçlü temsilindedir. Böylece kuark alanlarını şöyle yazabiliriz:

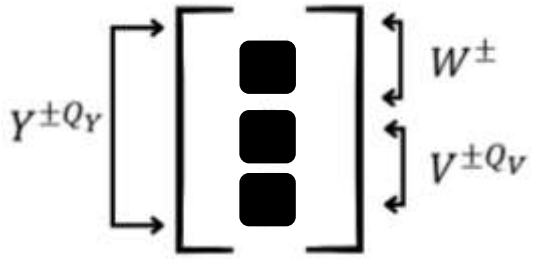
$$q_{1L} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ D \end{pmatrix}_L , \quad q_{2L} = \begin{pmatrix} c \\ s \\ S \end{pmatrix}_L , \quad q_{3L} = \begin{pmatrix} b \\ -t \\ T \end{pmatrix}_L . \tag{3.55}$$

$q_{3L}$ karşıt-üçlü olduğundan dolayı $t$ ve $b$ kuarkları SM kuarklarından farklıdır. Ayrıca Feynman köşe faktörlerinin korunumunu sağlamak için $t$ kuarkın önüne eksi işaret gelmektedir. Egzotik kuark olarak tanımlanan $D, S$ ve $T$ 'nin elektrik yükleri,

$$Q_D = Q_S = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\beta \ , \quad Q_T = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta \ . \tag{3.56}$$

Elektrik yükü $Q_{E_l} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\beta$, $(l = e, \mu, \tau)$ olmak üzere, lepton alanları aşağıdaki şekilde temsil edilir:

$$l_{1L} = \begin{pmatrix} e \\ -\nu_e \\ E_e \end{pmatrix}_L, \quad l_{2L} = \begin{pmatrix} \mu \\ -\nu_\mu \\ E_\mu \end{pmatrix}_L, \quad l_{3L} = \begin{pmatrix} \tau \\ -\nu_\tau \\ E_\tau \end{pmatrix}_L. \tag{3.57}$$




" ■ " sembolü belirli bir madde alanının temsil etmek üzere, fermiyon üçlü ve karşıt-üçlü ayar etkileşimlerini ifade etmektedir.

Şekil 3.2 Üçlü ve karşıt-üçlü alanların ayar etkileşimi

Çizelge 3.1 Farklı $\beta$ değerleri için yeni parçacıklar ve elektrik yükleri

| Parçacıklar | $Q(\beta)$ | $\beta = -1/\sqrt{3}$ | $\beta = 1/\sqrt{3}$ | $\beta =$ - $\sqrt{3}$ | $\beta = \sqrt{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $D, S$ | $\frac{1}{6} - \frac{\sqrt{3}\beta}{2}$ | $^2/_3$ | $-^1/_3$ | $^5/_3$ | $-^4/_3$ |
| $T$ | $\frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}\beta}{2}$ | $-^1/_3$ | $^2/_3$ | $-^4/_3$ | $^5/_3$ |
| $E_l$ | $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\beta}{2}$ | -1 | 0 | -2 | 1 |
| $V$ | $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\beta}{2}$ | -1 | 0 | -2 | 1 |
| $Y$ | $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\beta}{2}$ | 0 | 1 | -1 | 2 |
| $H^{\pm Q_V}$ | $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\beta}{2}$ | -1 | 0 | -2 | 1 |
| $H^{\pm Q_Y}$ | $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}\beta}{2}$ | 0 | 1 | -1 | 2 |
| $H^{\pm}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Çizelge 3.1'de farklı $\beta$ seçimleri için yeni parçacıkların elektrik yükleri verilmiştir

### 3.4 Yukawa Sektörü

Yukawa sektörünün Lagranjiyeni, $\mathcal{L}_{Yuk}^{q}$ kuarkların ve $\mathcal{L}_{Yuk}^{l}$ leptonların Lagranjiyeni olmak üzere aşağıdaki gibidir:

$$\mathcal{L}_{Yuk} = \mathcal{L}_{Yuk}^{q} + \mathcal{L}_{Yuk}^{l}. \tag{3.58}$$

$$-\mathcal{L}_{Yuk}^{q} = y_{ij}^{u}\,\bar{q}_{iL}\eta u_{jR} + y_{3j}^{u}\,\bar{q}_{3L}\rho^{*}u_{jR} + y_{ij}^{d}\,\bar{q}_{iL}\rho d_{jR} + y_{3j}^{d}\,\bar{q}_{3L}\eta^{*}d_{jR}$$

$$+ y_{ik}^{J}\,\bar{q}_{iL}\chi\, J_{kR} + y_{33}^{J}\,\bar{q}_{3L}\chi^{*}J_{3R} + h.c., \tag{3.59}$$

$$-\mathcal{L}_{Yuk}^{l} = y_{mn}^{e}\,\bar{l}_{mL}\eta^{*}e_{nR} + y_{mn}^{E}\,\bar{l}_{mL}\chi^{*}E_{nR} + h.c.\ . \tag{3.60}$$

Burada $i(k)$ 1'den 2'ye kadar ve $j$ $(m,n)$1'den 3'e kadar değer alır. $J_{kR}$ sağ-elli ($D$ ve $S$) kuarklarını, $J_{3R}$ ise sağ-elli kuark olan $T$'yi temsil eder. Bununla birlikte, $E_{nR}$ sağ-elli ağır leptonları ( $E_e$ , $E_\mu$ ve $E_\tau$ ) temsil eder. Kendiliğinden simetri kırılması sonucunda fermiyonlar kütle kazanır. Üniter matrisler ile, kütle özdurumları (üslü temsil, " $'$ ") zayıf özdurumlarla bağlantılıdır:

$$\begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}'_{L} = U_L^{-1}\begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L}, \qquad \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}'_{L} = V_L^{-1}\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L}. \tag{3.61}$$

Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) matrisi $V_{CKM} = U_L^{\dagger}V_L$ olarak yazılır. 3-3-1 modelinde $U_L$ ve $V_L$ üniter matrislerinin fiziksel anlamı önemlidir.

### 3.5 Model I

Bu tez kapsamında incelenecek olan iki 3-3-1 modelinden biri $\beta = -\sqrt{3}$ için olan modeldir. $\beta = -\sqrt{3}$ modelinde $a = 1,2,3$ nesilleri için lepton içeriği aşağıdaki gibi verilir:

$$\psi_{aL} = (\nu_a, l_a, l_a^c)_L^T \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0)\ . \tag{3.62}$$

(3.62) denklemindeki $\nu_a$ nötrino alanı, $l_a$ ($e^-$, $\mu^-$ ve $\tau^-$) lepton alanını temsil eder. Ayrıca $l_a^c$ terimi lepton alanının yük eşleniği yani $l_a$'nın karşıt parçacıklarını ($e^+$, $\mu^+$ ve $\tau^+$) temsil eder. Parantez içindeki $(1, 3, 0)$ değerleri farklı simetri gruplarına karşılık gelen kuantum sayılarını temsil etmektedir. Buradaki ilk terim $SU(3)_C$ renk grubu altındaki kuantum sayısı olmak üzere, leptonların renk yükü olmadığını söyler. İkinci terim $SU(3)_L$ grubu altındaki kuantum sayısı olmak üzere, $\psi_{aL}$'nin üçlü temsilini gösterir. Üçüncü terim ise $U(1)_X$ hiper yük grubu altındaki kuantum sayısı olmak üzere, hiper yük '0' olduğundan dolayı üçlünün toplam elektrik yükünün nötr olduğunu söyler.

İki kuark ailesi $(m = 1, 2)$, $SU(3)_L$ karşıt-üçlü temsilinde yer alırken, üçüncü aile anomali iptalini sağlamak için üçlü temsilinde yer alır:

$$Q_{mL} = (d_m\ , u_m\ , j_m\ )_L^T \sim (3, 3^*, -1/3), \quad Q_{3L} = (u_3\ , d_3\ , J\ )_L^T \sim (3, 3^*, 2/3), \tag{3.63}$$

$$u_{aR} \sim (3, 1, 2/3), \quad d_{aR} \sim (3, 1, -1/3), \tag{3.64}$$

$$J_R \sim (3, 1, 5/3), \quad j_{mR} \sim (3, 1, -4/3). \tag{3.65}$$

Bu bağlamda, $d_m$ alt kuarkları $(d, s)$, $u_m$ üst kuarkları $(u, c)$, $u_{aR}$ üst-sağ-elli kuarkları, $d_{aR}$ alt-sağ-elli kuarkları temsil eder. Ayrıca, $J_R$ ve $j_{mR}$ ise sırasıyla üçüncü kuşak sağ-elli egzotik kuarklar ile birinci ve ikinci kuşak sağ-elli egzotik kuarkları temsil eder.

Bu modelde, beş yeni ek ayar bozonu bulunmaktadır. Bunlardan biri nötr $Z'$ ve dördü ağır yüklü bileptonlardır: $Y^{\pm\pm}$ ve $V^{\pm\pm}$ 'dir. Bu ağır yüklü bileptonların lepton sayısı $L = \pm 2$'dir.

Bölüm 3.1'de bahsedilen $\rho, \eta$ ve $\chi$ Higgs üçlülerinin vakum beklenen değerleri modelin bu versiyonu için de geçerliliğini korumaktadır. Higgs üçlülerinin vakum beklenen değerleri, $Z - Z'$ durumlarının karışım açısıyla sonuçlanır:

$$tan\,2\theta = \frac{M_Z^2 - M_{Z1}^2}{M_Z^2 - M_{Z2}^2} \ . \tag{3.66}$$

$Z_1$, SM'nin nötr ayar bozonunu gösterirken, $Z_2$ ise ek nötr ayar bozonunu temsil etmektedir. Küçük karışımlar için ( $\theta \ll 1$) $Z_2$, $Z'$'ye karşılık gelir. Modelde, $Z'$, $Y$ ve $V$ kütlesinin ilişkisi şöyle ifade edilir:

$$\frac{M_Y}{M_{Z'}} \simeq \frac{M_V}{M_{Z'}} \simeq \frac{\sqrt{3 - 12\,sin^2\,\theta_W}}{2\,cos\,\theta_W} . \tag{3.67}$$

$Z'$ bozonunun bilepton çiftlerine bozunabilmesi için $sin^2\,\theta_W = 0.23$ değeri kullanılmalıdır. Bu durumda (3.67) denklemindeki oran yaklaşık olarak 0.3 olur.

$f$, leptonlar veya kuarklar olmak üzere, $Z$ ve $Z'$ bozonları ile fermiyonları içeren etkileşmeler

$$\mathcal{L} = -\frac{g}{2\,cos\theta_W} \sum_f \{\, \bar{\Psi}_f\, \gamma^\mu \left( g_{vf} - g_{af}\, \gamma^5 \right) \Psi_f\, Z_\mu + \bar{\Psi}_f\, \gamma^\mu \left( g'_{vf} - g'_{af}\, \gamma^5 \right) \Psi_f\, Z'_\mu \} \tag{3.68}$$

ile ifade edilir. Çizelge 3.2, Model I için vektör ve aksiyel vektör bağlaşım sabitlerini ($g_{vf}$ ve $g_{af}$) göstermektedir. Modelin ana özelliklerinden biri olan $SU(3)_L$ ve $U(1)_X$ bağlaşım sabitleri arasındaki ilişki şu şekilde verilir:

$$\frac{g'^2}{g^2} = \frac{sin^2\,\theta_W}{1 - 4sin^2\,\theta_W} \ . \tag{3.69}$$

Modelin bir diğer önemli özelliği, $sin^2\,\theta_W < {}^1/_4$ olmasıdır. Bu özellik, modelin tutarlılığı ve deneysel verilerle uyumu için önemli bir sınırdır.

Çizelge 3.2 Model I için vektör ve aksiyel bağlaşım sabitleri değerleri (Ramirez Barreto ve Coutinho 2007)

| Model I | | |
|---|---|---|
| | $g_V$ | $g_A$ |
| $Z\bar{\nu}_l\nu_l$ | $^1/_2$ | $^1/_2$ |
| $Z\bar{l}l$ | $-^1/_2 + 2\,sin^2\,\theta_W$ | $-^1/_2$ |
| $Z\bar{c}c$ | $^1/_2 - ^{4\,sin^2\,\theta_W}/_3$ | $^1/_2$ |
| $Z\bar{b}b$ | $-^1/_2 + \frac{2\,sin^2\,\theta_W}{3}$ | $-^1/_2$ |
| $Z'\bar{\nu}_l\nu_l$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-4sin^2\,\theta_W}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{6}\sqrt{1-4sin^2\,\theta_W}$ |
| $Z'\bar{l}l$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-4sin^2\,\theta_W}$ | $\frac{\sqrt{3}}{6}\sqrt{1-4sin^2\,\theta_W}$ |
| $Z'\bar{c}c$ | $\frac{\sqrt{3}(1-6\,sin^2\,\theta_W)}{6\sqrt{1-4sin^2\,\theta_W}}$ | $\frac{-\sqrt{3}(1+2\,sin^2\,\theta_W)}{6\sqrt{1-4sin^2\,\theta_W}}$ |
| $Z'\bar{b}b$ | $\frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{1-4sin^2\,\theta_W}}$ | $\frac{-\sqrt{3}(1-4\,sin^2\,\theta_W)}{6}$ |

Çizelge 3.2'deki bu bağlaşım sabitleri, ayar bozonlarının farklı fermiyonlarla nasıl etkileştiğini ifade etmektedir. Vektör bağlaşım sabiti $g_V$, fermiyonların zayıf etkileşimindeki vektör (spin bağımsız) bileşenini gösterirken, aksiyel bağlaşım sabiti $g_A$ ise fermiyonların zayıf kuvvetle etkileşimindeki aksiyel (spin bağımlı) bileşenini ifade eder.

### 3.6 Model II

Bir diğer model $\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ seçimi içindir. Bu modelde $a = 1,2,3$ nesilleri için her $SU(3)_L$ lepton üçlüsünde bir karşıt-nötrino bulunur. Bu bağlamda modelin lepton içeriği şu şekilde verilir:

$$\psi_{\mathrm{aL}} = (\nu_a, e_a, \nu_a^C)_L^T \sim \left(1,3,-\tfrac{1}{3}\right), \quad e_{aR} \sim (1,1,-1)\,. \tag{3.70}$$

(3.70) denklemindeki $\nu_a$ nötrino alanını, $e_a$ yüklü lepton alanını temsil eder. $\nu_a^C$ terimi ise karşıt-nötrino alanını temsil etmektedir. Yüklü leptonların sağ-elli bileşenleri $e_{aR}$, $SU(3)_L$ altında teklilerdir ve $U(1)_X$ altında yükü ' $-1$''dir.

$$Q_{mL} = (d_m\,, u_m\,, d_i')_L^T \sim (3, 3^*, 0),\quad Q_{3L} = (u_3\,, d_3\,, u_3')_L^T \sim (3, 3^*, 1/3)\,, \tag{3.71}$$

$$u_{aR} \sim (3, 1, 2/3),\ d_{aR} \sim (3, 1, -1/3)\ , \tag{3.72}$$

$$u_{3R}' \sim (3, 1, 2/3), d_{mR}' \sim (3, 1, -1/3)\ . \tag{3.73}$$

Denklem (3.71), ilk iki kuark ailesinin $(m = 1, 2)$, $SU(3)_L$ grubu altındaki üçlü-olmayan temsilleri ifade ederken $d_i'$ , egzotik kuarktır. Aynı zamanda üçüncü kuark ailesi $(m = 3)$ , matematiksel tutarlılığını sağlamak amacıyla anomali iptali için $SU(3)_L$ grubu altındaki üçlü temsilleri ifade ederken, $u_3'$, egzotik kuarktır.

Denklem (3.72)'daki $u_{aR}$ ve $d_{aR}$, sırasıyla standart sağ-elli yukarı ve aşağı kuarkları ifade ederken, (3.73) denklemindeki $u_{3R}'$ ve $d_{mR}'$, sırasıyla üçüncü kuark ailesinin sağ-elli yukarı egzotik ve ilk iki ailenin aşağı egzotik kuarklarını ifade eder.

Modelin ana özelliklerinden biri $SU(3)_L$ ve $\mathrm{U(1)_X}$ bağlaşım sabitleri (sırasıyla $g$ ve $g'$) arasındaki ilişkidir. Burada $\theta_W$ Weinberg açısı olmak üzere,

$$\frac{g^2}{g'^2} = \frac{2sin^2\,\theta_W}{1-\frac{4}{3}sin^2\,\theta_W}\,. \tag{3.74}$$

Modelde, $\mathrm{Z}'$, $V$ ve $X_0$ kütlesinin ilişkisi şöyle ifade edilir:

$$\frac{M_V}{M_{Z'}} \approx \frac{M_X}{M_{Z'}} \approx \frac{3-4\,sin^2\,\theta_W}{2\,cos\,\theta_W}\ . \tag{3.75}$$

Bu orandan $M_X \simeq 0.82\,M_{Z'}$ elde edilmektedir. Modeldeki parçacıkların kütle ilişkilerinden dolayı $Z'$bozonu bilepton çiftine (yani $V^+V^-$ veya $X^*X$) bozunmamaktadır. $f$, leptonlar veya kuarkları göstermek üzere fermiyonları içeren $Z$ ve $Z'$ etkileşimleri için Lagranjiyen aşağıdaki gibidir:

$$\mathcal{L} = -\frac{g}{2\,cos\theta_W} \sum_f \{ \bar{\Psi}_f\, \gamma^\mu \left( g_{vf} - g_{af}\, \gamma^5 \right) \Psi_f\, Z_\mu + \bar{\Psi}_f\, \gamma^\mu \left( g'_{vf} - g'_{af}\, \gamma^5 \right) \Psi_f\, Z'_\mu \}\,. \tag{3.76}$$

Model II için vektör ve aksiyel bağlaşım sabitleri $g'_v$ ve $g'_a$ Çizelge 3.3' de gösterilmektedir.

Çizelge 3.3 Model II için vektör ve aksiyel bağlaşım sabitleri değerleri (Ramirez Barreto ve Coutinho 2007)

| Model II | | |
|---|---|---|
| | $g'_v$ | $g'_a$ |
| $Z\bar{\nu}_l\nu_l$ | $1/2$ | $1/2$ |
| $Z\bar{l}l$ | $-\frac{1}{2} + 2\,sin^2\,\theta_W$ | $-1/2$ |
| $Z\bar{c}c$ | $\frac{1}{2} - \frac{4\,sin^2\,\theta_W}{3}$ | $1/2$ |
| $Z\bar{b}b$ | $-\frac{1}{2} + \frac{2\,sin^2\,\theta_W}{3}$ | $-1/2$ |
| $Z'\bar{\nu}_l\nu_l$ | $\frac{-1 + 2\,sin^2\,\theta_W}{2\sqrt{3 - 4\,sin^2\,\theta_W}}$ | $\frac{-1 + 2\,sin^2\,\theta_W}{2\sqrt{3 - 4\,sin^2\,\theta_W}}$ |
| $Z'\bar{l}l$ | $\frac{-1 + 4\,sin^2\,\theta_W}{2\sqrt{3 - 4\,sin^2\,\theta_W}}$ | $\frac{-1}{2\sqrt{3 - 4\,sin^2\,\theta_W}}$ |
| $Z'\bar{c}c$ | $\frac{3 - 8\,sin^2\,\theta_W}{6\sqrt{3 - 4\,sin^2\,\theta_W}}$ | $\frac{-1}{2\sqrt{3 - 4\,sin^2\,\theta_W}}$ |
| $Z'\bar{b}b$ | $\frac{-\sqrt{3 - 4\,sin^2\,\theta_W}}{6}$ | $\frac{1}{2\sqrt{3 - 4\,sin^2\,\theta_W}}$ |

# 4. $Z'$ BOZONU VE KÜTLE LİMİTLERİ

$Z$ bozonunun keşfi 1973 yılında CERN'deki Gargamelle parçacık algılayıcısında gerçekleşmiştir. Burada, Proton Sinkrotronu (PS) kullanılarak nötrino demeti ve elektronlar arasındaki etkileşim incelenirken, bu etkileşimde süreç yalnızca nötr akım yoluyla mümkün olduğundan, dolaylı olarak $Z$ bozonu keşfedilmiştir. Bu dolaylı keşif, $Z$ bozonu için araştırmaların temelini atmıştır (Bendel 2010).

$Z$ bozonunun doğrudan gözlemlenmesi için gerekli enerji seviyesine, 1979 yılında Süper Proton Sinkrotronu (SPS) faaliyete geçtiğinde ulaşılmıştır. UA1 (Underground Area 1) ve UA2 (Underground Area 2) deneyleri, 1983 yılında $Z$ bozonunu $W$ bozonuyla birlikte doğrudan ölçmeyi başarmıştır. Bu önemli keşif dolayısıyla C. Rubbia ve S. van der Meer, 1984'te Nobel Fizik Ödülü kazanmışlardır. (Rubbia 1985 ve van der Meer 1985).

BSM bazı modeller, $Z$ bozonuna ek, $Z'$ olarak adlandırılan ağır kütleli ve nötr ayar bozonlarının varlığını önermektedir. Bu genişletilmiş modeller, ek simetri veya grup yapısı içerir ve $Z'$ bozonu bu simetrilerle birlikte ortaya çıkar.

$Z'$ bozonunu öngören GUT'tan biri olan $SO(10)$ modeli, kuarklar ve leptonlar da dahil olmak üzere üç temel etkileşmeyi birleştirmeyi amaçlamaktadır. Bu model, SM'nin $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetrisini $SO(10)$ grubuna genişletir. $SO(10)$ modelinde ekstra $U(1)$ simetrileri ortaya çıkar, bu da $Z'$ bozonunun varlığına yol açar (Petriello ve Quackenbush 2008).

Bu tez kapsamında incelenen 3-3-1 modelleri ise $Z'$ bozonunu öngören bir başka genişletilmiş SM'dir. Bölüm 3'te bahsedildiği gibi bu model, SM'nin $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetrisini $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ simetrisine genişletir. 3-3-1 modeli ek $SU(3)_L$ ve $U(1)_X$ 'e dayalı olarak bir $Z'$ bozonu öngörmektedir.

### 4.1 $Z'$ Bozonu Kütle Limitleri

CMS (Compact Muon Selenoid, Kompakt Müon Solenoidi) grubunda yapılan deneylerde, $Z'_{SM}$ bozonunun kütlesi, 95% güvenilirlik seviyesinde (C.L.), proton-proton çarpışmalarından elde edilen verilere göre 5150 GeV (Tumasyan vd. 2023) değerinden yüksek olması gerektiği sonucuna varılmıştır. Burada $Z'_{SM}$ , SM benzeri bağlaşım yapısına sahip $Z'$ bozonudur.

Fermilab'da yapılan CDF (Collider Detector at Fermilab, Fermilab Çarpıştırıcı Dedektörü) deneyinde, $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$, sol-sağ simetrik modelde ve ek olarak $E_6$ simetri grubunda yer alan $Z'_{LR}$ ($LR$: Left, Right/ Sağ, Sol) bozonunun kütlesi, 95% güvenilirlik seviyesinde (C.L.), proton-proton çarpışmalarından elde edilen verilere göre (Abe vd. 1997) 630 GeV'den büyük olmalıdır. Bu deneydeki verilerde sol-elli ve sağ-elli bileşenlerinin etkileşme sabitlerinin eşit olduğunu, $g_L = g_R$ belirtmek gerekir.

LEP2 (Large Electron-Positron Collider 2, Büyük Elektron-Pozitron Çarpıştırıcısı 2) verileri de dahil edilerek $Z'_{LR}$ bozonunun kütlesi, 95% güvenilirlik seviyesinde (C.L.), 1162 GeV'den büyük olmalıdır (del Aguila vd. 2010).

GUT-$SO(10)$ grubunun $SU(5) \otimes U(1)_\chi$ alt grubu kırılımından türetilen $Z_\chi$ bozonunun kütlesi, ATLAS deneyinde 95% güvenilirlik seviyesinde (C.L.), proton-proton çarpışmalarından elde edilen verilere göre 4800 GeV'den büyük olmalıdır (Aad vd. 2019). Bu elde edilen verilerde, $g_\chi = e/cos\theta_w$ olduğu varsayılır ve $Z'_\chi$ bozonunun etkileşim şiddetini belirten etkileşme sabitini ifade eder.

Ayrıca, GUT-$E_6$ simetri grubundan türetilen $Z_\psi$ bozonunun kütlesi, CMS deneyinde 95% güvenilirlik seviyesinde (C.L.), proton-proton çarpışmalarından elde edilen verilere göre 4560 GeV'den büyük olmalıdır (Sirunyan vd. 2021). Burada da $g_\chi = e/cos\theta_w$ olarak varsayılır. Burada $E_6 \rightarrow SU(10) \otimes U(1)_\psi$ kırılımı söz konusudur.

$E_6$ simetri grubunda $Q_\eta = \sqrt{3/8}\, Q_\chi - \sqrt{5/8}\, Q_\psi$ ifadesine karşılık gelen $Z'_\eta$ bozonunun kütlesi, ATLAS deneyinde 95% güvenilirlik seviyesinde (C.L.), proton-proton çarpışmalarından elde edilen verilere göre 3900 GeV'den büyük olmalıdır (Aaboud vd. 2017). Burada $Q_\eta$, $U(1)_\eta$ alt grubunun yüküdür ve $U(1)_\chi$ ile $U(1)_\psi$'nin lineer bir kombinasyonudur. $Z'_\eta$, $E_6 \rightarrow SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1) \otimes U(1)_\eta$ kırılımından gelmektedir. Elde edilen verilerde, $g_\eta = e/cos\theta_w$ olduğu varsayılır.

Particle Data Group (PDG) verilerine göre elde edilen tüm kütle limitleri Çizelge 4.1'de çarpıştırıcı ve süreç cinsinden belirtilmiştir.

Çizelge 4.1 $Z'$ kütle limitleri (Navas vd. 2024)

| Çarpıştırıcı | Süreç | Kütle Limiti (GeV) |
|---|---|---|
| $pp$ | $Z'_{SM} \rightarrow e^+e^-, \mu^+\,\mu^-$ | 5150 |
| $p\bar{p}$ | $Z'_{LR} \rightarrow e^+e^-, \mu^+\,\mu^-$ | 630 |
| $p\bar{p}$ | $Z'_{\chi} \rightarrow e^+e^-, \mu^+\,\mu^-$ | 4800 |
| $p\bar{p}$ | $Z'_{\eta} \rightarrow e^+e^-, \mu^+\,\mu^-$ | 4560 |
| $p\bar{p}$ | $Z'_{\eta} \rightarrow e^+e^-, \mu^+\,\mu^-$ | 3900 |

## 4.2 $Z'$ Bozonunun Üretimi

$Z'$ bozonu, çeşitli üretim süreçleri yoluyla elde edilebilir. Elektron-pozitron veya proton-proton çarpışmaları yoluyla $Z'$ bozonu elde edilebilir. $Z'$ bozonunun $f$ fermiyonu ile etkileşimi, sistemin dinamiklerini belirleyen aşağıdaki Lagranjiyen ile tanımlanır:

$$\mathcal{L}_f = Z'_\mu\, \bar{f}\, \gamma^\mu (g_L P_L + g_R P_R) f\ . \tag{4.1}$$

Burada $P_{L,R} = (1 \mp \gamma_5)/2$ , sağ ve sol-elli kiralite izdüşüm işlemcileridir.. $g_{L,R}$ ise $Z'$ bozonunun sağ-sol elli fermiyonlarla olan etkileşim sabitleridir ve $\beta$ parametresine bağlıdırlar. LHC'de, proton-proton çarpışmalarında $Z'$ bozonunun üretimi şöyledir:

$$pp \to Z' \to AB \ . \tag{4.2}$$

Burada $A$ ve $B$, $Z'$ bozonunun herhangi bir bozunum parçacığını temsil etmektedir. Bu bozon üretimi için toplam tesir kesiti şu şekilde hesaplanır (Cao ve Zhang 2016):

$$\sigma_{pp \to C' \to ff'} = \sum_{(ij)} \int_{\tau_0}^{1} \frac{d\tau}{\tau} \ . \ \frac{1}{s}\frac{d\mathcal{L}_{ij}}{d\tau} \ . \ \left[\hat{s}\hat{\sigma}_{ij \to C' \to ff'}(\hat{s})\right] . \tag{4.3}$$

$C'$, herhangi bir aracı parçacığı temsil etmektedir. Çarpışmaya katkıda bulunan tüm parton çiftleri $(ij)$ üzerinden bir toplam alınır. $\tau$, hadronik enerji ölçeğine bağlı bir değişken olup, $\tau \equiv \hat{s}/s$ olarak tanımlanır, burada $\hat{s}$ parton düzeyindeki kütle-merkezi-enerjisi, $s$ ise proton-proton çarpışma enerjisidir. Denklem (4.1)'deki integral alt limiti $\tau_0$, $Z'$ üretimi için eşik değerdir ve $\tau_0 = M_Z^2/s$ olarak tanımlanmaktadır. $\frac{d\mathcal{L}_{ij}}{d\tau}$, $(ij)$ Parton Dağılım Fonksiyonu (PDF), başka bir deyişle, ışınlık fonksiyonu olup iki partonun çarpışma olasılığını göstermektedir. $i$ ve $j$, ilk durumdaki partonları gösterir. $f_j^{(a)}(x)$, $i$ partonunun $(a)$ hadronu (proton) içinde taşıdığı momentum kesri $(x = p_i/p_a)$ olmak üzere, ışınlık fonksiyonu,

$$\frac{1}{s}\frac{d\mathcal{L}_{ij}}{d\tau} = \frac{1}{1+\delta_{ij}} \frac{1}{s} \int_{\tau}^{1} \frac{dx}{x} \left[f_i^{(a)}(x) f_j^{(b)}(\tau/x) + f_j^{(a)}(x) f_i^{(b)}(\tau/x)\right] \tag{4.4}$$

şeklindedir. Kısa ömürlü ve yüksek enerjili rezonans parçacıkların üretim ve bozunma süreçlerinin hesaplamalarını sadeleştiren bir yöntem olan, Dar Genişlik Yaklaşımı (Narrow-Width-Approximation, NWA) uygulandığında, dallanma oranı $\mathrm{Br}(Z' \to AB) = \Gamma(Z' \to AB)/\Gamma_{\mathrm{top}}$ olmak üzere, Denklem (4.2) şöyle olur (Cao ve Zhang 2016):

$$\sigma_{pp \to Z' \to AB} = \left(\sum_{(ij)} \int_{\tau_0}^{1} \frac{d\tau}{\tau} \ . \ \frac{1}{s}\frac{d\mathcal{L}_{ij}}{d\tau} \ . \ \left[\hat{s}\hat{\sigma}_{ij \to Z'}(\hat{s})\right]\right) \times \mathrm{Br}(Z' \to AB) \ . \tag{4.5}$$

### 4.3 $Z'$ Bozonu Bozunum Kanalları

$Z'$ bozonunun bozunum kanallarını ele almadan önce, modeldeki yeni skaler ve ayar bozonlarının ve SM parçacıklarının etkileşimlerini açıklamak faydalı olacaktır. Bu bağlamda, $Z'$ bozonun skalerler ile olan üç-nokta etkileşimleri Çizelge 4.2'de belirtilmiştir. Üç-nokta etkileşimleri, bir ayar bozonunun iki skaler parçacıkla ($VSS$) etkileşime girdiği durumları ifade eder. Bu etkileşimde, bir ayar bozonu (örneğin, $Z'$ gibi yeni bir ağır bozon), iki skaler parçacıkla (örneğin, $h$ , $H_0$ veya $H_2$ gibi parçacıklarla) bir köşe oluşturarak etkileşime girer.

Çizelge 4.2 $Z'$ bozonu üç-nokta etkileşimleri ($VSS$) (Cao ve Zhang 2016)

| Parçacık | Köşe Faktörü |
|---|---|
| $Z'h\,H_0$ | $\frac{e(p_1-p_2)^\mu[(a_+s_W^2-1)\mathcal{O}_{11}U_{11}-(a_-s_W^2+1)\mathcal{O}_{21}U_{21}-2(s_W^2-1)\mathcal{O}_{31}}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ |
| $Z'H_2H_0$ | $\frac{e(p_1-p_2)^\mu[(a_+s_W^2-1)\mathcal{O}_{11}U_{12}-(a_-s_W^2+1)\mathcal{O}_{21}U_{22}-2(s_W^2-1)\mathcal{O}_{31}}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ |
| $Z'H_3H_0$ | $\frac{e(p_1-p_2)^\mu[(a_+s_W^2-1)\mathcal{O}_{11}U_{13}-(a_-s_W^2+1)\mathcal{O}_{21}U_{23}-2(s_W^2-1)\mathcal{O}_{31}}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ |
| $Z'H^{+Q_V}H^{-Q_V}$ | $-\frac{ie(p_1-p_2)^\mu\left[c_{13}^2\left((a_+a_-+2)s_W^2-1\right)+s_{13}^2\left((a_+^2-a_-^2)s_W^2-2\right)\right]}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ |
| $Z'H^+H^-$ | $\frac{ie(p_1-p_2)^\mu[c_{12}^2(1-a_-s_W^2)+s_{12}^2(a_+s_W^2-1)]}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ |
| $Z'H^{+Q_Y}H^{-Q_Y}$ | $-\frac{ie(p_1-p_2)^\mu\left[c_{23}^2\left((a_+a_-+2)s_W^2-1\right)+s_{23}^2\left((a_+^2-a_-^2)s_W^2-2\right)\right]}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ |

Çizelgede belirtilen $p_1 - p_2$ ifadesi, iki parçacığın dört-momentumları arasındaki farkı ifade ederken, $(p_1 - p_2)^\mu$ bu momentum farkının 4-vektör bileşenlerine işaret eder. Burada, $c_W$ ve $s_W$, zayıf karışım açısının kosinüs ve sinüs terimleri olup, $\theta_W$ açısı elektromanyetik ve zayıf kuvvetlerin birleşimini ifade eder:

$$s_W = sin\theta_W, c_W = cos\theta_W \ . \tag{4.6}$$

olarak tanımlnır. $a_\pm$ terimleri, $\beta$'ya bağlı serbest parametrelerdir:

$$a_\pm = \sqrt{3}\beta \pm 1 \ . \tag{4.7}$$

$\mathcal{O}_{ij}$ ve $U_{ij}$ matris elemanları olarak genişletilmiş modelde alanların karışım terimlerini ifade eder; bu, kuramsal temel durumları fiziksel parçacık durumlarına dönüştürmeyi sağlar. $i$, burada faz faktörünü gösteren karmaşık birimdir $(i^2 = -1)$ ve Feynman kurallarında her zaman $i\mathcal{L}$ çarpanıyla gösterilen bir faz kullanılır.

Çizelge 4.2'de görülen, $Z' \to H^+H^-$ , $Z' \to hH_0$ , $Z' \to H_3H_0$ , $Z' \to H_2H_0$ gibi bozunumlarda $H^+$ , $H^-$ , $H_0$ , $H_2$ parçacıkları $M_{Z'}$ kütlesine çok yakın olduğu için bozunum modları baskılanır. Bu nedenle, bu tür bozunum kanallarının deneylerde katkısı çok azdır.

Çizelge 4.3 $Z'$ bozonu üç-nokta etkileşimleri ($VVS$) (Cao ve Zhang 2016)

| Parçacık | Köşe Faktörü |
|---|---|
| $Z'V^{+Q_V}H^{-Q_V}$ | $\frac{e^2 g_{\mu\nu}[-v_3 c_{13}(a_+ a_- s_W^2 - 1) + v_1 s_{13}(a_-^2 s_W^2 - 1)]}{4\sqrt{3} c_W s_W^2 a_0}$ |
| $Z'W^+H^-$ | $\frac{e^2 g_{\mu\nu}[v_2 c_{12}(1 + a_- s_W^2) + v_1 s_{12}(a_-^2 s_W^2 - 1)]}{4\sqrt{3} c_W s_W^2 a_0}$ |
| $Z'Y^{+Q_Y}H^{-Q_Y}$ | $\frac{e^2 g_{\mu\nu}[-v_3 c_{23}(a_+ a_- s_W^2 + 1) + v_2 s_{23}(a_-^2 s_W^2 - 1)]}{4\sqrt{3} c_W s_W^2 a_0}$ |

Çizelge 4.3 $Z'$ bozonu üç-nokta etkileşimleri ($VVS$) (devamı)

| | |
|---|---|
| $ZZ'h$ | $-\frac{ie^2 g_{\mu\nu}[v_1 U_{11}(a_+ s_W^2 - 1) + v_2 U_{21}(1 + a_-^2 s_W^2)]}{2\sqrt{3}\, c_W^2 s_W^2 a_0}$ |
| $ZZ'H_2$ | $-\frac{ie^2 g_{\mu\nu}[v_1 U_{12}(a_+ s_W^2 - 1) + v_2 U_{22}(1 + a_-^2 s_W^2)]}{2\sqrt{3}\, c_W^2 s_W^2 a_0}$ |
| $ZZ'H_3$ | $-\frac{ie^2 g_{\mu\nu}[v_1 U_{13}(a_+ s_W^2 - 1) + v_2 U_{23}(1 + a_-^2 s_W^2)]}{2\sqrt{3}\, c_W^2 s_W^2 a_0}$ |
| $Z'Z'h$ | $\frac{ie^2 g_{\mu\nu}[v_1 U_{11}(a_+ s_W^2 - 1)^2 + v_2 U_{21}(a_- s_W^2 + 1)^2 + 4v_3(s_W^2 - 1)^2 U_{31}]}{6\, c_W^2 s_W^2 a_0^2}$ |
| $Z'Z'H_2$ | $\frac{ie^2 g_{\mu\nu}[v_1 U_{12}(a_+ s_W^2 - 1)^2 + v_2 U_{22}(a_- s_W^2 + 1)^2 + 4v_3(s_W^2 - 1)^2 U_{32}]}{6\, c_W^2 s_W^2 a_0^2}$ |
| $Z'Z'H_3$ | $\frac{ie^2 g_{\mu\nu}[v_1 U_{13}(a_+ s_W^2 - 1)^2 + v_2 U_{23}(a_- s_W^2 + 1)^2 + 4v_3(s_W^2 - 1)^2 U_{33}]}{6\, c_W^2 s_W^2 a_0^2}$ |

Çizelge 4.3 ise $Z'$ bozonu ile bir ayar bozonu ve bir skaler parçacığın ($VVS$) üç-nokta etkileşimlerini göstermektedir. Çizelgedeki $a_0$, bir ölçeklendirme faktörüdür ve

$$a_0 = \sqrt{1 - (1 + \beta^2) s_W^2} \tag{4.8}$$

formülü ile ifade edilir.

3-3-1 modellerinde $Z'$ bozonunun dört ana bozunum kategorisi mevcuttur:

- Fermiyon/Karşıt-Fermiyon Çiftleri Bozunumları: $Z'$ bozonu, sıklıkla bir fermiyon ve ilgili karşıt-fermiyon çifti olarak bozunur (örneğin, elektron ve pozitron). Bu tür bir bozunum, SM'ye uygundur.

- Ayar Bozon Çiftleri Bozunumları: $Z'$ bozonu, modelin öngördüğü yeni ayar bozon çiftlerine de bozunabilir. $SU(3)$ simetri grubuna özgü Abelyen-olmayan etkileşimler bu bozunmalara olanak tanır. $YY$ ve $VV$ bozon çiftlerine bozunabilirler. Ancak, burada belirli kısıtlamalar bulunmaktadır. Yapı sabiti $f^{128} = 0$ özelliği nedeniyle, $WW$ bozon çiftine bozunamaz, bu da bazı bozunma kanallarını kısıtlar. $f^{128} = 0$ durumu, $SU(3)$ yapısında bazı üreteçlerin birbirleriyle doğrudan etkileşime girmediği anlamına gelir. Ayrıca CP simetrisi dolayısıyla $Z' \rightarrow ZZ$ bozunumu da mümkün değildir. Bu kısıtlamalar, 3-3-1 modelinin bozunum kanallarındaki simetrileri ve korunum yasalarını belirler.
- Higgs Bozon Çiftleri Bozunumları: $Z'$ bozonu, hem yüklü Higgs bozon çiftlerine (örneğin, $H^+H^-$) hem de CP-tek (örneğin $H_0$) ve CP-çift (örneğin $h$) Higgs bozonlarına bozunabilir. Bu tür bozunmalar, modelin Higgs sektörünün simetrilerine bağlı olarak şekillenir.
- Ayar Bozonu ve Higgs Bozonu Çiftleri Bozunumları: $Z'$ bozonu, bir ayar bozonu ve bir Higgs bozonu çiftleri (örneğin, $Z' \rightarrow W^+H^-$veya $Z' \rightarrow Zh$ gibi kanallar) olarak da bozunabilir. Bu durum, 3-3-1 modelinin genişletilmiş Higgs sektörü ve ayar simetrisi ile ilgilidir. Ancak, kütle farklarının faz uzayını sınırlaması, etkileşim sabitlerinin küçüklüğü ve daha yüksek dallanma oranına sahip alternatif kanallar bu bozunmaların dallanma oranını düşürebilir. Ayrıca, modelin simetri kısıtlamaları da bazı bozunumları sınırlandırır.

Ayar bozonu $Z'$ ve fermiyonlar arasındaki bağlaşımlar Çizelge 4.4'te belirtilmiştir. Fermiyonların sağ-elli ve sol-elli izdüşüm işlemcileri sırasıyla $P_R = \frac{(1+\gamma^5)}{2}$ ve $P_L = \frac{(1-\gamma^5)}{2}$ olmak üzere köşe faktörü şöyle yazılır:

$$g_L\gamma^\mu P_L + g_R\gamma^\mu P_R \, . \tag{4.9}$$

Çizelge 4.4 $Z'$ bozonu fermiyon karşıt-fermiyon bağlaşımları (Cao ve Zhang 2016)

| Parçacık | Etkileşim Sabitleri | |
|---|---|---|
| | $g_L$ | $g_R$ |
| $\bar{e}eZ'$, $\bar{\mu}\mu Z'$, $\bar{\tau}\tau Z'$ | $-\frac{ie(a_+ s_W^2 - 1)}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ | $-\frac{i\beta e s_W}{c_W a_0}$ |
| $\bar{\nu}_e \nu_e Z'$, $\bar{\nu}_\mu \nu_\mu Z'$, $\bar{\nu}_\tau \nu_\tau Z'$ | $-\frac{ie(a_+ s_W^2 - 1)}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ | 0 |
| $\bar{u}uZ'$, $\bar{c}cZ'$ | $\frac{ie\left[\left(\beta+\sqrt{3}\right)s_W^2 - \sqrt{3}\right]}{6c_W s_W a_0}$ | $\frac{2i\beta e s_W}{3c_W a_0}$ |
| $\bar{t}tZ'$ | $\frac{ie\left[\left(\beta-\sqrt{3}\right)s_W^2 + \sqrt{3}\right]}{6c_W s_W a_0}$ | $\frac{2i\beta e s_W}{3c_W a_0}$ |
| $\bar{d}dZ'$, $\bar{s}sZ'$ | $\frac{ie\left[\left(\beta+\sqrt{3}\right)s_W^2 - \sqrt{3}\right]}{6c_W s_W a_0}$ | $-\frac{i\beta e s_W}{3c_W a_0}$ |
| $\bar{b}bZ'$ | $\frac{ie\left[\left(\beta-\sqrt{3}\right)s_W^2 + \sqrt{3}\right]}{6c_W s_W a_0}$ | $-\frac{i\beta e s_W}{3c_W a_0}$ |
| $\bar{D}DZ'$, $\bar{S}SZ'$ | $-\frac{ie\left[\left(3\sqrt{3}\beta^2 - \beta + 2\sqrt{3}\right)s_W^2 - 2\sqrt{3}\right]}{6c_W s_W a_0}$ | $-\frac{i\beta(3\sqrt{3}\beta+1)e s_W}{6c_W a_0}$ |
| $\bar{T}TZ'$ | $\frac{ie\left[\left(3\sqrt{3}\beta^2 + \beta + 2\sqrt{3}\right)s_W^2 - 2\sqrt{3}\right]}{6c_W s_W a_0}$ | $\frac{i\beta(3\sqrt{3}\beta+1)e s_W}{6c_W a_0}$ |
| $\bar{E}_e E_e Z'$, $\bar{E}_\mu E_\mu Z'$, $\bar{E}_\tau E_\tau Z'$ | $\frac{ie[(a_+^2+1)s_W^2 - 2]}{2\sqrt{3}c_W s_W a_0}$ | $\frac{i\sqrt{3}\beta^2 e s_W}{2c_W a_0}$ |

## 5. MÜON ÇARPIŞTIRICILARI

Müon çarpıştırıcı fikri ilk olarak 1968 yılında Joint Nükleer Araştırma Enstitüsü'nden (JINR, Joint Institute for Nuclear Research) F. F. Tikhonin'in "$\mu$ Mezon Demetlerinin Çarpışması Üzerine" adlı makalesiyle önerilmiştir (Tikhonin 2008). Bu çalışma $\mu$ demetleri çarpışmasının nötr akımların varlığını test etmeyi öngörmek olup müon çarpıştırıcılarının tarihinde önemli bir mihenk taşıdır.

Daha sonra 1969'da, Novosibirsk Nükleer Fizik Enstitüsü'nden (INP, Institute of Nuclear Physics) Gersh Budker, $\mu^+\mu^-$ çiftlerinin çarpışmasında kütle-merkezi-enerjisinin yüksek GeV seviyelerine çıkabilmesi ve müonların uzun süre çarpışma enerjisinde kalması konusunda çalışmalar yürütmüştür (Budker 1969). Budker'ın bu çalışmaları, gelecek yıllardaki müon çarpıştırıcıları için önemli kapıları aralamıştır.

1970 ve 1980 yıllarına gelindiğinde müon çarpıştırıcıları ve inşası için iyonizasyon soğutma teknolojisi konusunda hem teorik hem de deneysel çalışmalar ilerletilmiştir. 1971 yılında Protvino Yüksek Enerji Fiziği Enstitüsü'nden (IHEP, Institute for High Energy Physics) Yuri Ado ve Valery Balbekov, protonların soğutulması üzerine, parçacık demetlerinin yoğunluğunu arttırmak için bir yöntem geliştirmiştir (Ado ve Balbekov 1971). 1981 yılında, INP'den Alexander Skrinsky ve Vasily Parkhomchuk, müon çarpıştırıcılarının tasarımı ve müon demetlerinin soğutulması üzere çalışmalarda bulunmuşlardır (Skrinsky ve Parkhomchuk 1981). 1983 yılına gelindiğinde ise Fermilab'dan David Neuffer, müon iyonizasyon soğutma teorisini daha kapsamlı olarak çalışmıştır (Neuffer 1983).

2000'li yıllar, müon çarpıştırıcıları için önemli gelişmelerin yaşadığı bir dönemdir. 2002 yılında Amerika Birleşik Devletleri'nde Nötrino Fabrikası ve Müon Çarpıştırıcı İş Birliği (NFMCC, Neutrino Factory and Muon Collider Collaboration) sayesinde nötrino fabrikaları ve müon çarpıştırıcıları üzerinde araştırmalar yürütülmüştür (Anonymous 2011). 2011 yılında NFMCC yerine Müon Hızlandırıcı Programı (MAP, Muon Accelerator Program) bu çalışmaları yürütmüştür. MAP dahilinde, 1.5 TeV, 3 TeV ve 6 TeV'de bir dizi çarpıştırıcı için çalışmalar yapılmıştır. 2021 yılında, 3 TeV'lik olası bir

müon çarpıştırıcısı için Avrupa Müon İş Birliği (ECM, European Muon Collaboration) ile daha sonra 10 TeV'lik bir çarpıştırıcıyı incelemek için Uluslararası Müon Çarpıştırıcısı İş Birliği (IMCC, The International Muon Collider Collaboration) kurulmuştur.

Müon çarpıştırıcıları, elektron çarpıştırıcılarına kıyasla bir dizi avantaja sahiptir. Dairesel yapıları sayesinde daha az yer kaplayan bir tasarım sağlanır; bu çarpışma sürecinde verimliliği artırır. Daire şeklindeki çarpıştırıcı halkalarında müon demetleri defalarca çarpışabilir. Müon elektrondan yaklaşık 200 kat daha kütlelidir ve iç yapısı yoktur. Sinkrotron ışınımı bastırılır. Sinkrotron ışınımının gücü parçacığın kütlesinin 4. kuvveti ile ters orantılıdır ($\sim {}^{1}/_{m^4}$). Ayrıca, özellikle s-kanalında 40.000 daha fazla Higgs üretimi olan müon çarpıştırıcıları, yüksek enerji fiziği araştırmalarına önemli katkılar sağlar.

Müon çarpıştırıcıları bu avantajların yanında bazı dezavantajları da beraberinde getirmektedir. Müonlar genellikle pionların bozunmasıyla üretilir ve bu süreçte muonların emittansları fazladır. İyonizasyon yoluyla soğutulmaları gerekir. Hızlanma ve soğutma işlemi bozunma kayıplarını önlemek için hızlı olmalıdır. Halka mıknatısları, kalın tungsten demet boruları içinde bozunan elektronlara karşı korunmak durumundadır.Müon çarpıştırıcıları iki ana kategoriye ayrılmaktadır: proton kaynaklı olanlar ve pozitron kaynaklı olanlardır.

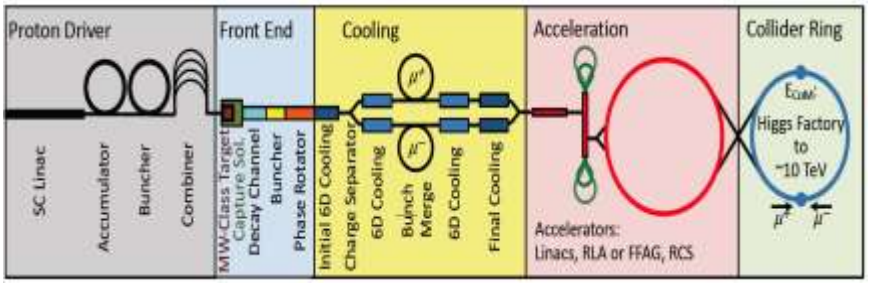
### 5.1 Müon Hızlandırıcı Programı (MAP)

Proton kaynaklı MAP yaklaşımında, kısa ve yoğun proton demetleri kullanılarak hadronik duşlar oluşturulur; bu adım müon üretiminin başlangıcını temsil eder. Hadronik duşlar, yüksek enerjili bir hadronun atom çekirdeğini bombardımana tutmasıyla gerçekleşir. Bu süreçte ortaya çıkan sert etkileşimler, çok sayıda ikincil hadronun ($\pi^+$, $\pi^-$, $\pi^0$, kaonlar vb.) oluşmasına yol açar. Hadronik duş sürecinde oluşan pionlar hızla müonlara dönüşür ve bu müonlar, belirli yöntemlerle yakalanarak demetler haline getirilir. Yakalanan müon demetleri, özel soğutma teknikleriyle kararlı hale getirilir; bu, demet kalitesini artırmak ve müonların ömrünü uzatmak açısından kritik bir işlemdir.

Çizelge 5.1'de, proton kaynaklı müon çarpıştırıcıları için (Higgs fabrikası ve yüksek enerji opsiyonları) gerekli parametreler listelenmiştir. Ayrıca Şekil 5.1'de, proton kaynaklı müon çarpıştırıcı düzeneklerinin bir diyagramı sunulmaktadır.

Çizelge 5.1 Proton güdümlü müon çarpıştırıcıları parametreleri (Palmer 2013)

| Parametre | Birim | Higgs | Multi-TeV | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Kütle-Merkezi-Enerjisi | $TeV$ | 0.126 | 1.5 | 3.0 | 6.0 |
| Ortalama Işınlık | $10^{34}cm^{-2}s^{-1}$ | 0.008 | 1.25 | 4.4 | 12 |
| Demet Enerji Yayılımı | % | 0.004 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |
| Higgs Üretimi/$10^7$s | | 13,500 | 37,500 | 200,000 | 820,000 |
| Çevre | $km$ | 0.3 | 2.5 | 4.5 | 6 |
| Etkileşim Noktaları Sayısı | | 1 | 2 | 2 | 2 |
| Tekrarlama oranı | $Hz$ | 15 | 15 | 12 | 6 |
| $\beta_{x,y}$ | $cm$ | 1.7 | 1(0.5-2) | 0.5(0.3-3) | 0.25 |
| Müon/Paketçik Sayısı | $10^{12}$ | 4 | 2 | 2 | 2 |
| Normalize Enine Emittans, $\varepsilon_T$ | $\pi\ mm-rad$ | 0.2 | 0.025 | 0.025 | 0.025 |
| Normalize Boyuna , $\varepsilon_L$ | $\pi\ mm-rad$ | 1.5 | 70 | 70 | 70 |
| Paketçik Uzunluğu, $\sigma_s$ | $cm$ | 6.3 | 1 | 0.5 | 0.2 |



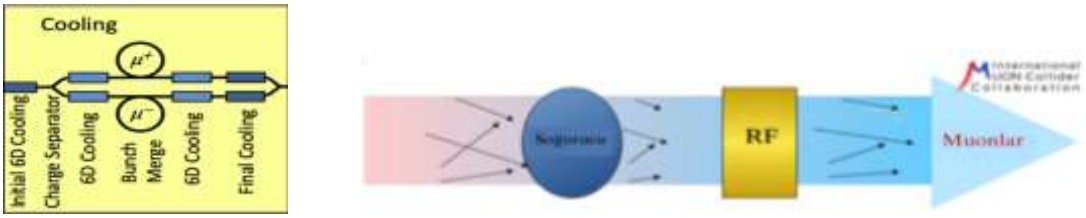

Şekil 5.1 Proton güdümlü kaynaktan müon çarpıştırıcısı (Trifinopoulos 2023)

Müon demetlerinin soğutulması için standart yöntemlerin yetersiz kalması nedeniyle, Müon İyonlaşma Soğutma Deneyi (MICE) adı verilen yeni bir teknik geliştirilmiştir. Bu deneyin şeması Şekil 5.2'de gösterilmiştir. Bu şema incelendiğinde, gelen demet ilk olarak aşağıdaki aşamalardan geçmektedir: (Boscolo vd. 2019)

- İlk 6 Boyutlu Soğutma: İlk aşamada, müon demeti altı boyutlu soğutma işlemine tabi tutulur. Bu süreç, demetin hem konum hem de momentum bileşenlerini dikkate alarak gerçekleştirilir.

- Yük Ayırıcı: İkinci aşamada, müon demetleri yüklerine göre (+ ve -) ayrılır. Bu ayrım, müonların daha verimli bir şekilde soğutulabilmesi için kritik öneme sahiptir.
- 6 Boyutlu Soğutma: Yük ayrımının ardından, müon demetleri yeniden altı boyutlu bir soğutma işlemine tabi tutulur. Bu adım, müonların daha homojen bir demet oluşturmasına yardımcı olur.
- Paketçik Birleştirme: Bu aşamada, pozitif ve negatif yük taşıyan müon demetleri bir araya getirilir. Birleştirme işlemi, demetin yoğunluğunu artırmak amacıyla yapılır.
- 6 Boyutlu Soğutma: Birleştirilen demet tekrar altı boyutlu soğutmaya tabi tutulur. Bu işlem, birleşim sonrası demetin stabilitesini artırmak için gereklidir.
- Son Soğutma: Son aşamada, müon demeti nihai soğutma işlemine alınır. Bu adım, demetin en düşük yayılım değerine ulaşmasını sağlar ve müon çarpıştırıcılarında kullanılmaya hazır hale getirir.

Bu aşamalar, müon demetlerinin etkin bir şekilde soğutulması ve kararlı hale getirilmesi için gereken adımları kapsamaktadır. MICE deneyi, müon demetlerinin verimli bir şekilde soğutulmasına olanak tanıyarak, gelecekteki müon çarpıştırıcılarının potansiyelini artırmaktadır.

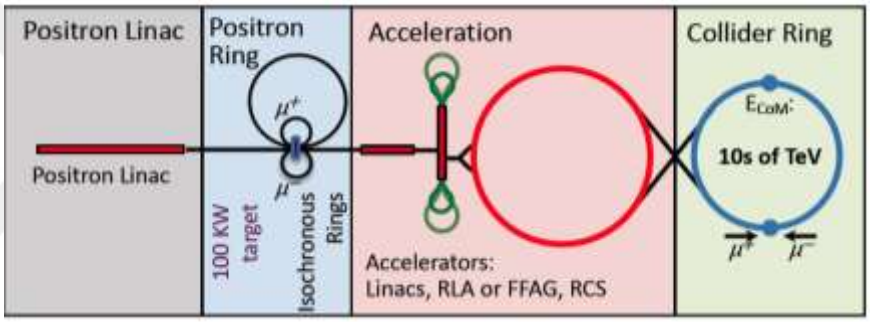



Şekil 5.2 MICE deneyi şeması (Kaplan 2015)

Mevcut teknik zorluklara rağmen, müon demetlerinin üretimi ve soğutulması konusundaki ilerlemeler, bu teknolojinin gelecekteki büyük ölçekli deneyler için önemli bir aday olmasını sağlamaktadır.

## 5.2 Düşük Emittanslı Müon Çarpıştırıcısı Programı (LEMMA)

Müon çarpıştırıcılarının bir diğer kategorisi olan, pozitron güdümlü müon çarpıştırıcıları için LEMMA programı olarak adlandırılan farklı bir uluslararası proje önerilmiştir. Bu projenin deney şeması Şekil 5.3'de belirtilmektedir. Bu program müon çiftleri üretmek için 45 GeV enerjiye sahip pozitronların kullanıldığı yenilikçi bir yaklaşımdır. 45 GeV enerjiye sahip pozitronların kullanıldığı LEMMA projesinin parametreleri Çizelge 5.2'de sıralanmıştır. Bu yöntem, müon demetlerinin düşük emittansa sahip olmasını sağlayarak bazı önemli avantajlar sunar. Bu yöntemle üretilen müon demetleri, ilave soğutma gerektirmez. Bu, müon demetlerinin kararlılığını ve ömrünü artırır. Ayrıca düşük emittanslı demetler, daha az radyasyon yayar. Bu, deney ortamının güvenliğini artırır.




Şekil 5.3 LEMMA projesi deney şeması (Boscolo vd. 2019)

LEMMA, saniyede yaklaşık $10^{17}$ pozitron üretilmesini ve kullanılmasını gerektirir. Bu, mevcut teknolojilerle oldukça zorlu bir hedeftir. Mevcut teknoloji ile hedeflenen parlaklık seviyesine şu anda ulaşılamamaktadır. Bu durumu aşmak için, pozitron demetinin 6.3 km uzunluğundaki bir halka içinde hedefe yönlendirilmesi önerilebilir. Ancak, yoğun bir pozitron demetinin hedef malzemeye çarpması, malzemenin termomekanik stres altında kalmasına yol açabilir. Bu tür bir stres, malzemenin dayanıklılığını zayıflatabilir ve zamanla sorunlar oluşturabilir. Dolayısıyla, yüksek yoğunluklu pozitron demetinin hedef malzeme ile etkileşimi sırasında termomekanik stresi kontrol altına almak ve malzeme dayanıklılığını korumak için gerekli tedbirlerin alınması önemlidir.

Çizelge 5.2 45 GeV pozitron LEMMA deneyi parametreleri (Boscolo vd. 2019)

| Parametre | Birim | LEMMA e+ Halkası |
|---|---|---|
| Demet Enerjisi | $GeV$ | 45 |
| Çevre | $km$ | 6.301 |
| Geometrik Emittans | $m\text{-}rad$ | $5.7 \times 10^{-9}$ |
| $e^+$/Paketçik Sayısı | $10^{11}$ | 3.15 |
| Paketçik Sayısı | | 100 |
| Paketçik Uzunluğu | $Mm$ | 3 |
| Enine Sönümleme Süresi | Döngü | 175 |
| Boyuna Sönümleme Sayısı | Döngü | 87.5 |
| Enerji Kayıp/Döngü | $GeV$ | 0.511 |
| RF Frekansı | $MHz$ | 500 |
| RF Gerilimi | $GV$ | 1.15 |

Müon çarpıştırıcıları, yüksek enerji fiziği araştırmalarının geleceği için büyük potansiyel sunmaktadır. MAP kapsamında yürütülen tasarım çalışmaları ve Ar-Ge faaliyetleri, proton güdümlü müon üretiminin uygulanabilirliğini ve beklenen performansını önemli ölçüde ilerletmiştir. Pozitron güdümlü bir müon kaynağı aracılığıyla elde edilen düşük emittanslı müon demetleri için LEMMA programı umut vadeden bir yöntem sunmaktadır. LHC tünelinde bir 14 TeV Müon Çarpıştırıcısının düşünülmesi, CERN'deki mevcut hızlandırıcı altyapısından faydalanarak aynı enerji ölçeğini 100 TeV proton-proton çarpıştırıcısı ile karşılaştırmak için bir fırsat sunabilir.

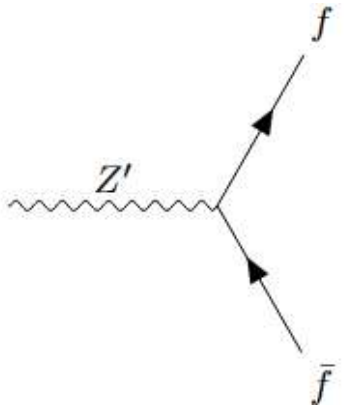
2019 yılında Parçacık Fiziği Avrupa Stratejisi Güncellemesi (ESPPU) ile, Avrupa'da ilk kez müon çarpıştırıcılarının tasarımı ve teknolojisi üzerine kapsamlı bir Ar-Ge programı başlatılması önerilmiştir (Adolphsen vd 2022). Bu girişim, müon çarpıştırıcılarının geliştirilmesi sürecini hızlandırmak amacıyla IMCC kurulmasına vesile olmuştur. Avrupa Hızlandırıcı Ar-Ge Yol Haritası da, 2021 yılında yayımlanarak müon çarpıştırıcıları projesini resmi olarak kapsamına almıştır. Bu bağlamda CERN, 2025 yılına kadar test tesislerinin tasarımı, 2031 yılına kadar bu tesislerin kurulumu tamamlaması ve ardından faaliyete geçmesi sağlanacaktır. Müon çarpıştırıcılarının ana tasarımının ise 2031 yılı itibarıyla tamamlanması ve 2037 yılında kurulum sürecine geçilmesi planlanmaktadır. Bu çalışmalara Avrupa'nın yanı sıra Amerika Birleşik Devletleri'nde bulunan Fermilab'daki Müon Çarpıştırıcı Forumu da katkıda bulunmaktadır.

## 6. SONUÇLAR VE YORUM

Bu tez kapsamında 3-3-1 modellerinde farklı iki beta parametresi, $\beta = -\sqrt{3}$ (Model I) ve $\beta = -1/\sqrt{3}$ (Model II) dikkate alınarak incelemeler yapılmıştır. Bu beta değerleri literatürde en çok kullanılan değerlerdir.

Bu çalışmada, yüksek enerji fiziği simülasyon programı olan MADGRAPH kullanılmıştır. MADGRAPH programında çalıştırılmak üzere 3-3-1 modeline ait model dosyası FeynRules Model Veri tabanından elde edilerek, UFO (The Universal FeynRules Output) dosyaları oluşturulmuş ve ilgili benzetimlerin yapılması sağlanmıştır. Feynrules Model Database internet sitesi (Anonymous 2003) üzerinden "Simple extensions of the SM" başlığı altındaki "The 3-3-1 model" içerisinde ilgili .fr uzantılı dosyalar ve 331.nb Mathematica dosyası kullanılarak UFO dosyaları MADGRAPH'ta kullanılır hale getirilmiştir.

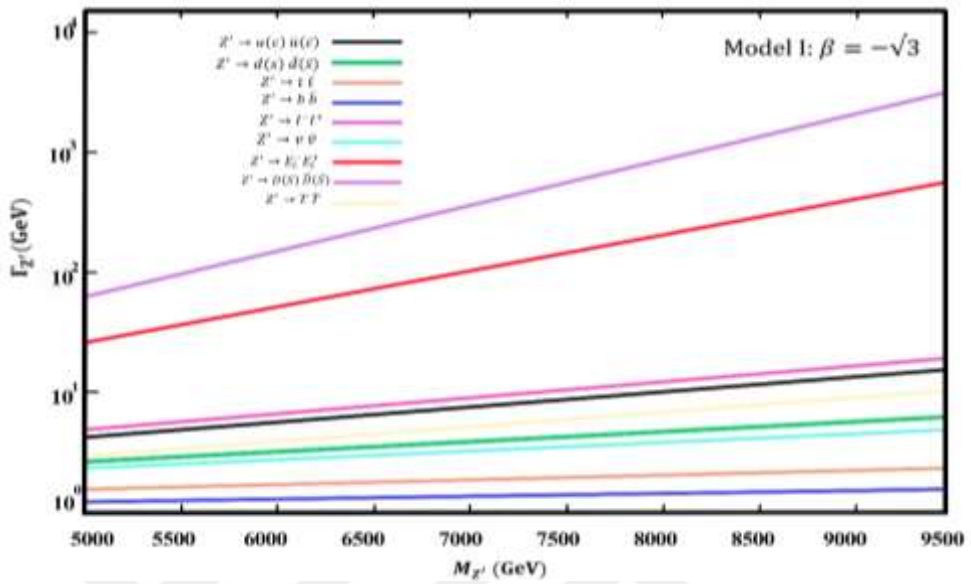
Bu doğrultuda öncelikle $Z'$ bozonunun bozunum modları incelenmiştir. $Z' \longrightarrow f\bar{f}$ bozunumu için Feynman diyagramı Şekil 6.1'de temsil edilmiştir. Bu süreçte $f$, hem SM fermiyonları hem de model kapsamındaki yeni fermiyonları ve $\bar{f}$, bunların karşı-parçacıklarını ifade etmektedir.



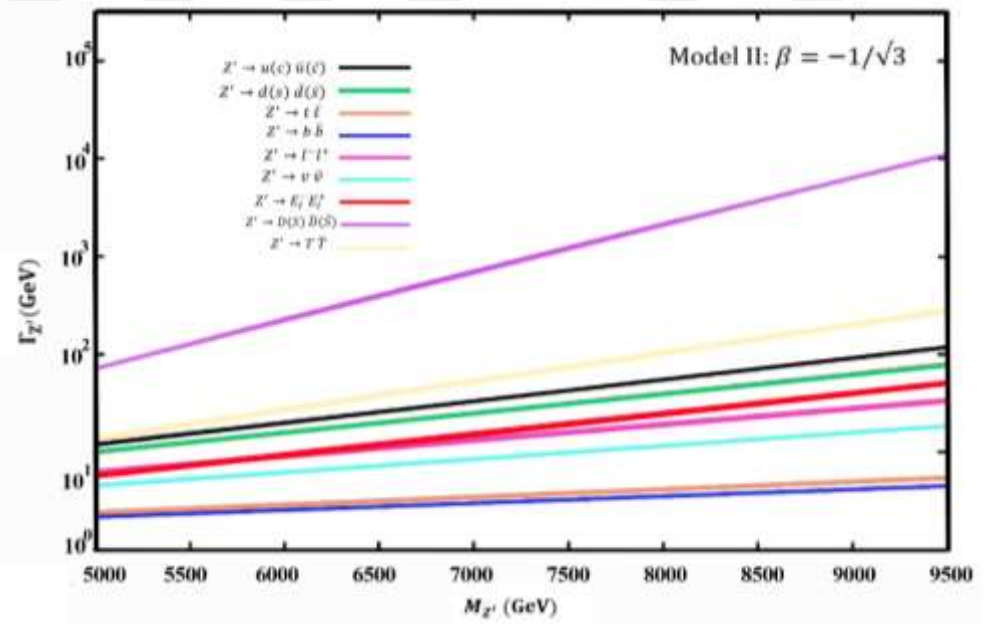

Şekil 6.1 $Z' \longrightarrow f\bar{f}$ bozunum süreci Feynman diyagramı

$Z'$ bozonunun kütleye göre bozunma genişliğinin değişimi ($\Gamma_{Z'} - M_{Z'}$) Model I için Şekil 6.2'de ve Model II için Şekil 6.3'te görülmektedir. Burada yeni parçacıklar olan

ağır leptonların ($E_l^-$, $E_l^+$) ve ağır kuarkların (alt sektör: $D(\bar{D})S(\bar{S})$, üst sektör: $T(\bar{T})$) kütleleri ön tanımlı (default) değer olarak 1000 GeV alınmıştır.




Şekil 6.2 Model I için $\Gamma_{Z'} - M_{Z'}$ grafiği




Şekil 6.3 Model II için $\Gamma_{Z'} - M_{Z'}$ grafiği

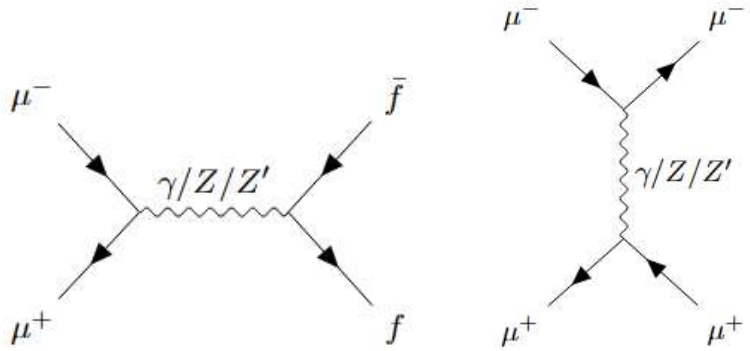
$Z'$ bozonunun farklı bozunum kanalları parçacıklarının içeriği, MADGRAPH üzerinden yapılan hesaplamalarda kullanılan temsiller Çizelge 6.1'de ifade edilmiştir.

Çizelge 6.1 Model I ve Model II için $Z'$ bozunum kanalları

| Süreç | MADGRAPH Temsili | | Bozunum ürünleri |
|---|---|---|---|
| | Model I | Model II | |
| $Z' \to u(c)\bar{u}(\bar{c})$ | $uc- = u\ c$<br>$uc+ = u\sim c\sim$ | $u\ c- = u\ c$<br>$u\ c+ = u\sim c\sim$ | Hafif Kuarklar Üst Sektör |
| $Z' \to d(s)\bar{d}(\bar{s})$ | $ds- = d\ s$<br>$ds+ = d\sim s\sim$ | $ds- = d\ s$<br>$ds+ = d\sim s\sim$ | Hafif Kuarklar Alt Sektör |
| $Z' \to t\bar{t}$ | $t, t\sim$ | $t, t\sim$ | Ağır Kuark Üst Sektör |
| $Z' \to b\bar{b}$ | $b, b\sim$ | $b, b\sim$ | Ağır Kuark Alt Sektör |
| $Z' \to l^- l^+$ | $ll- = e\ -\ mu\ -\ ta\ -$<br>$ll+ = e\ +\ mu\ +\ ta\ +$ | $ll- = e\ -\ mu\ -\ ta\ -$<br>$ll+ = e\ +\ mu\ +\ ta\ +$ | Leptonlar |
| $Z' \to v\bar{v}$ | $vl\ vl\sim$ | $vl\ vl\sim$ | Nötrinolar |
| $Z' \to E_l^- E_l^+$ | $el- = \sim ee\ -\ \sim emu\ -\ \sim eta\ -$<br>$el+ = \sim ee\ +\ \sim emu\ +\ \sim eta\ +$ | $el- = ee\ -\ -emu\ -\ -eta\ --$<br>$el+ = ee\ +\ +emu\ +\ +eta\ ++$ | Yeni Ağır Leptonlar |
| $Z' \to D(\bar{D})S(\bar{S})$ | $dx- = \sim js\ \sim jd$<br>$dx+ = \sim js\sim\ \sim jd\sim$ | $dx- = js\ jd$<br>$dx+ = js\sim\ jd\sim$ | Yeni Ağır Kuarklar Alt Sektör |
| $Z' \to T(\bar{T})$ | $\sim jt\ \ \sim jt\sim$ | $jt\ jt\sim$ | Yeni Ağır Kuarklar Üst Sektör |

$\gamma/Z/Z'$ aracı parçacıklarının katkısı dikkate alınarak, $\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z/Z' \longrightarrow f\bar{f}$ süreci için sırasıyla 6, 10 ve 14 TeV kütle-merkezi-enerjisi için, toplam tesir kesitleri hesaplanmıştır. İlgili sürecin Feynman diyagramı Şekil 6.4'te verilmiştir. Bu hesaplamalar sırasında MADGRAPH üzerinden 'param_card.dat' dosyasında 6, 10 ve 14

TeV kütle-merkezi-enerjileri için olay sayıları sırasıyla 10000, 12000, 16000 olarak ayarlanmıştır.




(a) (b)

Şekil 6.4 $\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z\ /\ Z' \longrightarrow f\bar{f}$ süreci $s$ -kanalı (a) ve $t$ -kanalı (b) Feynman diyagramı

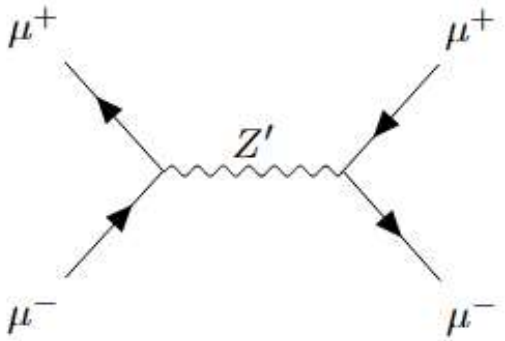
$\mu^-\mu^+ \longrightarrow \gamma\ /\ Z \longrightarrow \mu^-\mu^+, e^-e^+, \tau^+\tau^-, b\bar{b}, t\bar{t}$ süreçlerinin toplam tesir kesitleri SM için kütle-merkezi-enerjileri sırasıyla $\sqrt{s}$ = 6, 10 ve 14 TeV için $\gamma$ ve $Z$ bozonlarının aracılık ettiği durumlar dikkate alınarak hesaplanmıştır.Tüm süreçler için toplam SM tesir kesitleri Çizelge 6.2'de belirtilmiştir.

Çizelge 6.2 SM toplam tesir kesitleri

| | Kütle Merkezi Enerjisi $(\sqrt{s})$ | | |
|---|---|---|---|
| | 6 TeV | 10 TeV | 14 TeV |
| Süreç | Tesir Kesiti (pb) | | |
| $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \gamma/Z \longrightarrow \mu^-\mu^+$ | 1.194 | 0.4308 | 0.2201 |
| $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \gamma/Z \longrightarrow e^-e^+$ | 0.0029 | 0.00104 | 0.00053 |
| $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \gamma/Z \longrightarrow \tau^+\tau^-$ | 0.0029 | 0.00104 | 0.00053 |
| $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \gamma/Z \longrightarrow b\bar{b}$ | 0.0025 | 0.00091 | 0.00046 |
| $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \gamma/Z \longrightarrow t\bar{t}$ | 0.0048 | 0.00172 | 0.00088 |

Çizelge 6.2'de, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \gamma/Z \longrightarrow \mu^-\mu^+$ sürecinin tesir kesitinin son durumda $e^-e^+$ ve $\tau^+\tau^-$ olan süreçlere göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Bunun sebebi, son durumda $\mu^-\mu^+$ olan süreçte *t*- kanalı diyagramlarının da katkı vermesidir.

$Z'$ bozonunun rezonansta üretimi dikkate alınırsa $\mu^+\mu^- \longrightarrow Z' \longrightarrow \mu^+\mu^-$ süreci *s*- kanalı Feynman diyagramı Şekil 6.5'te görülmektedir.




Şekil 6.5 $\mu^+\mu^- \longrightarrow Z' \longrightarrow \mu^+\mu^-$ süreci *s*-kanalı Feynman diyagramı

İlgili sürecin genlik hesabı Feynman kuralları uygulanarak sol-elli bileşen için şu şekildedir:

$$\mathcal{M} = \frac{g_L^2}{4\left(q^2 - M_{Z'}^2 + iM_{Z'}\Gamma_{Z'}\right)} \times [\bar{v}\,(p_2, s_2)\,\gamma^\nu(1 - \gamma^5)\,u(p_1, s_1)] \times \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_{Z'}^2}\right)$$
$$\times [\bar{u}(p_3, s_3)\,\gamma^\mu\,(1 - \gamma^5)\,v(p_4, s_4)] \qquad (6.1)$$

Lorentz değişmez genliğin karesi,

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger \qquad (6.2)$$

şeklinde verilir. Bundan dolayı,

$$\mathcal{M}^\dagger = \frac{g_L^2}{4\left(q^2 - M_{Z'}^2 + iM_{Z'}\Gamma_{Z'}\right)} \times \left[v^\dagger(p_4, s_4)\,(1 - \gamma^5)^\dagger\,\gamma^{\mu'\dagger}\left(\bar{u}(p_3, s_3)\right)^\dagger\right]$$
$$\times \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_{Z'}^2}\right) \times \left[\,u^\dagger(p_1, s_1)\,(1 - \gamma^5)^\dagger\;\gamma^{\nu'\dagger}(\bar{v}(p_2, s_2))^\dagger\right] \qquad (6.3)$$

Denklemde $\gamma^0\gamma^{\mu'\dagger}\gamma^0 = \gamma^{\mu'}$ özelliği ve $\{\gamma^5, \gamma^0\} = 0$ antikomitasyon bağıntısı kullanılarak $\mathcal{M}^\dagger$ şu hale gelmiştir:

$$\mathcal{M}^\dagger = \frac{g_L^2}{4\left(q^2 - M_{Z'}^2 + iM_{Z'}\Gamma_{Z'}\right)} \times \left[\bar{v}\,(p_4, s_4)\,(1 + \gamma^5)\,\gamma^{\mu'\dagger}\,u(p_3, s_3)\right]$$

$$\times \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_{Z'}^2}\right) \times \left[\,\bar{u}\,(p_1, s_1)\,(1 + \gamma^5)\,\gamma^{\nu'\dagger} v(p_2, s_2)\right] \tag{6.4}$$

Wolfram Mathematica (Anonymous 2024) programı altında yüksek enerji fiziği hesaplama paketi Tamara (Anonymous 2024) kullanılarak iz hesabı yapılmıştır. Bu aşamada dörtlü skaler çarpım ifadeleri yerine koydurulmuştur. İlk ve son durumdaki müon ve karşıt-müonların kütlesiz kabul edildiği durumda spin ortalaması alınmış genliğin karesi şu şekilde bulunmuştur:

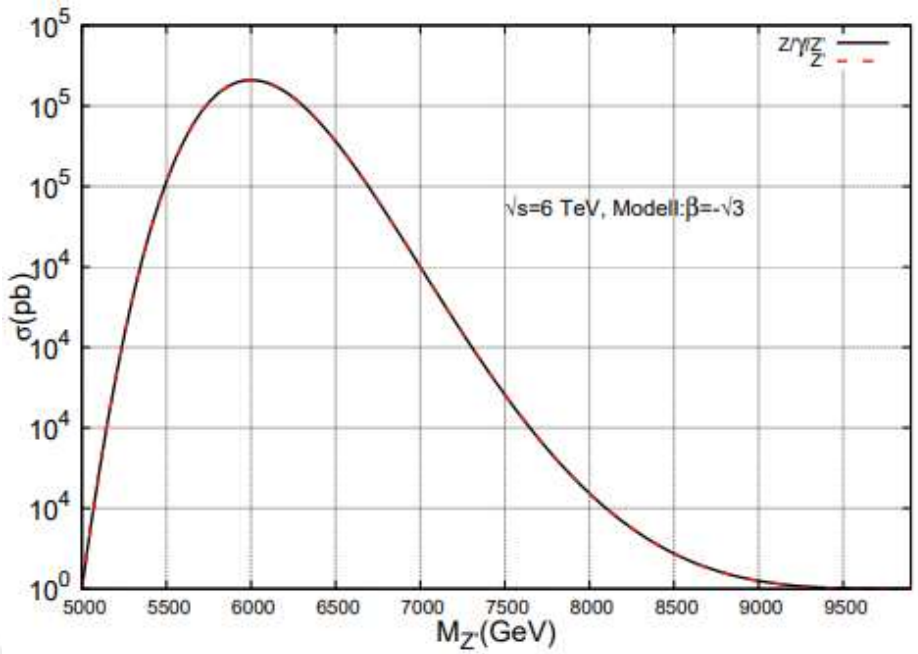
$$\langle|\mathcal{M}|^2\rangle = \frac{g_L^4 u^2}{m_{Z'}^2 + s^2 + m_{Z'}^2\left(-2s + \Gamma_{Z'}^2\right)} \tag{6.5}$$

$t$, Mandelstam değişkeni olmak üzere iki cisim saçılması için diferansiyel tesir kesiti,

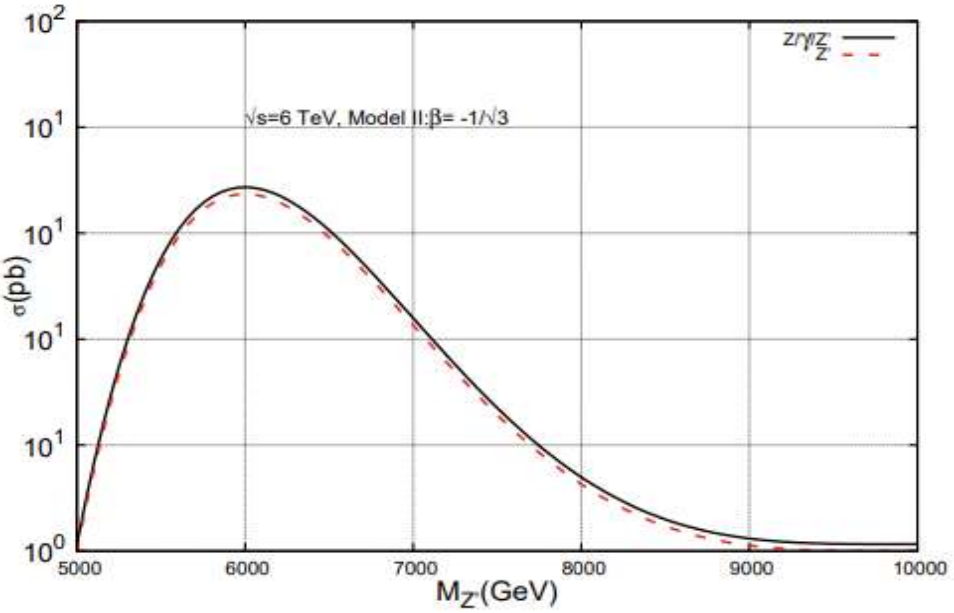
$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi s^2}\langle|\mathcal{M}|^2\rangle \tag{6.6}$$

olarak ifade edilir.

$\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z\ /\ Z' \longrightarrow f\bar{f}$ ve $\mu^+\mu^- \longrightarrow Z' \longrightarrow f\bar{f}$ süreçleri için toplam tesir kesitinin $Z'$ kütlesine göre değişimi $\sqrt{s} = 6$ TeV'de Model I ve Model II için Şekil 6.6' da verilmiştir. Şekil 6.7 ve Şekil 6.8'de de Model I ve Model II için aynı süreçlerin sırasıyla $\sqrt{s} = 10$ TeV ve $\sqrt{s} = 14$ TeV'de grafikleri verilmiştir. Burada $f$ fermiyonları ($f = e^-,\ \mu^-, \tau^-,\ t,\ b$) ve $\bar{f}$ karşıt-fermiyonları ($\bar{f} = e^+,\ \mu^+, \tau^+, \bar{t}, \bar{b}$) temsil etmektedir. Bu grafiklerde kütle-merkezi-enerjisi civarındaki kütle değerlerinde bir tepe değeri oluşmuştur. Bu grafiklerde $Z'$ bozunma genişliği sabit ve 1 TeV olarak alınmıştır.

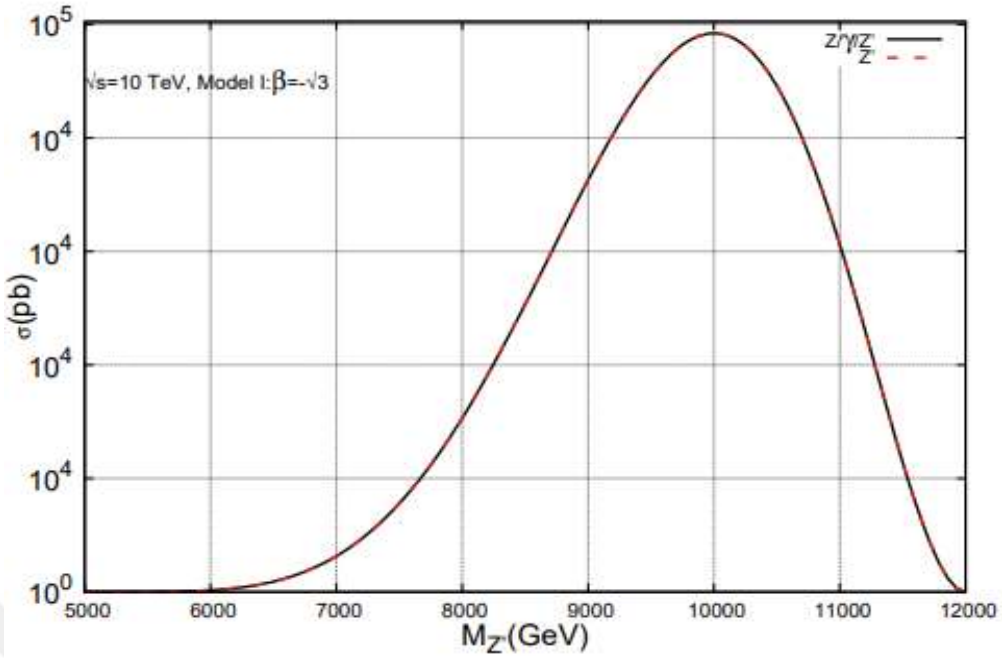



(a)

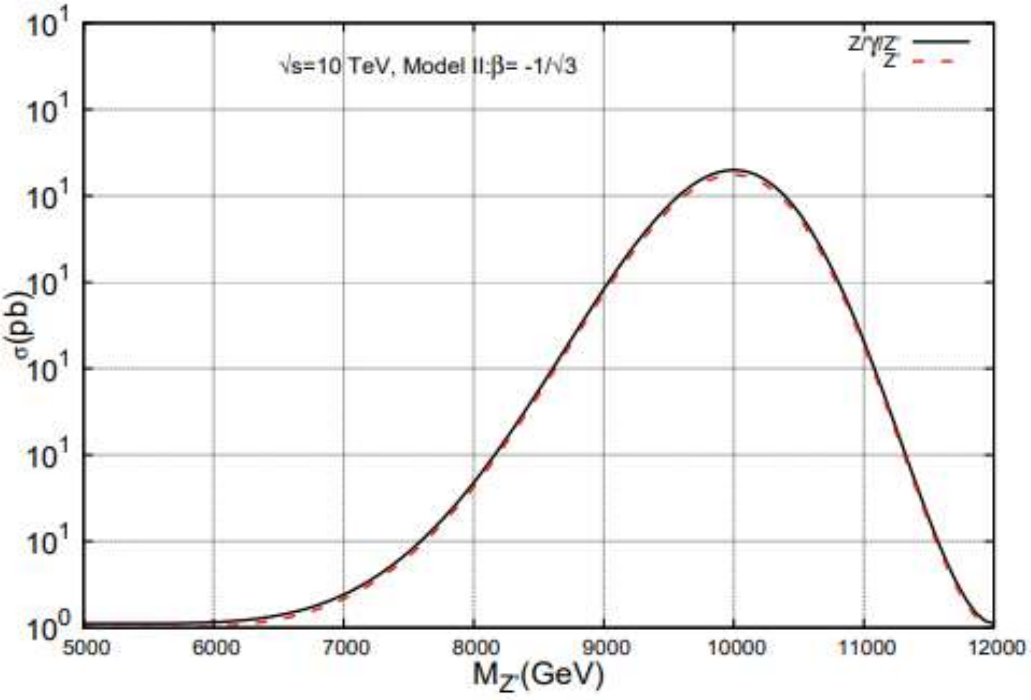



(b)

Şekil 6.6 $\sqrt{s} = 6$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II (b) için $\sigma(pb) - M_{Z'}$ grafikleri

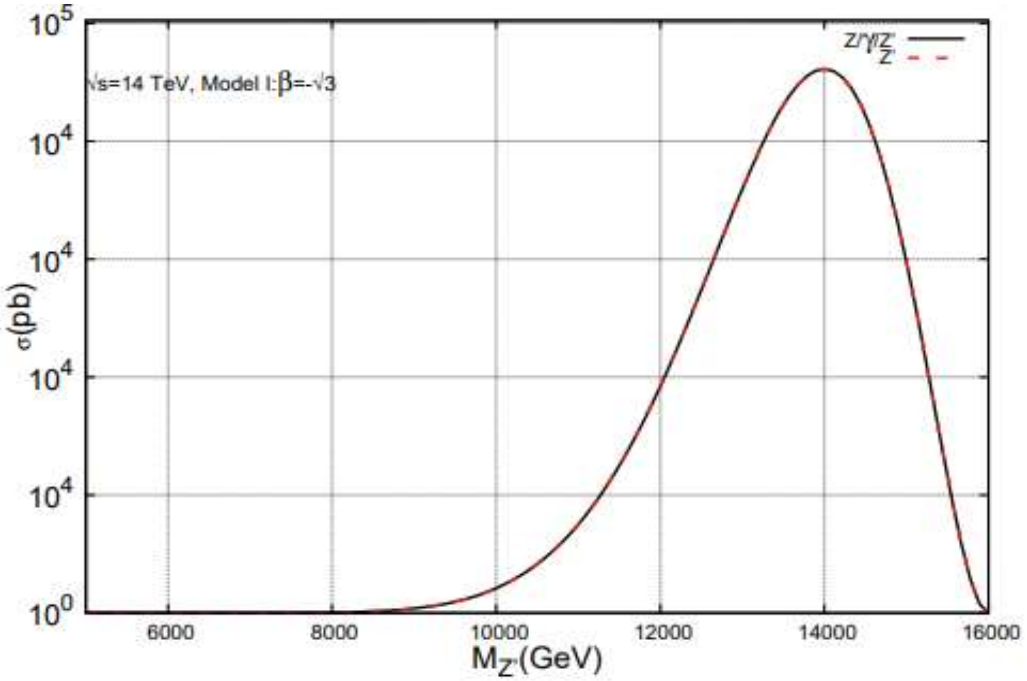



(a)

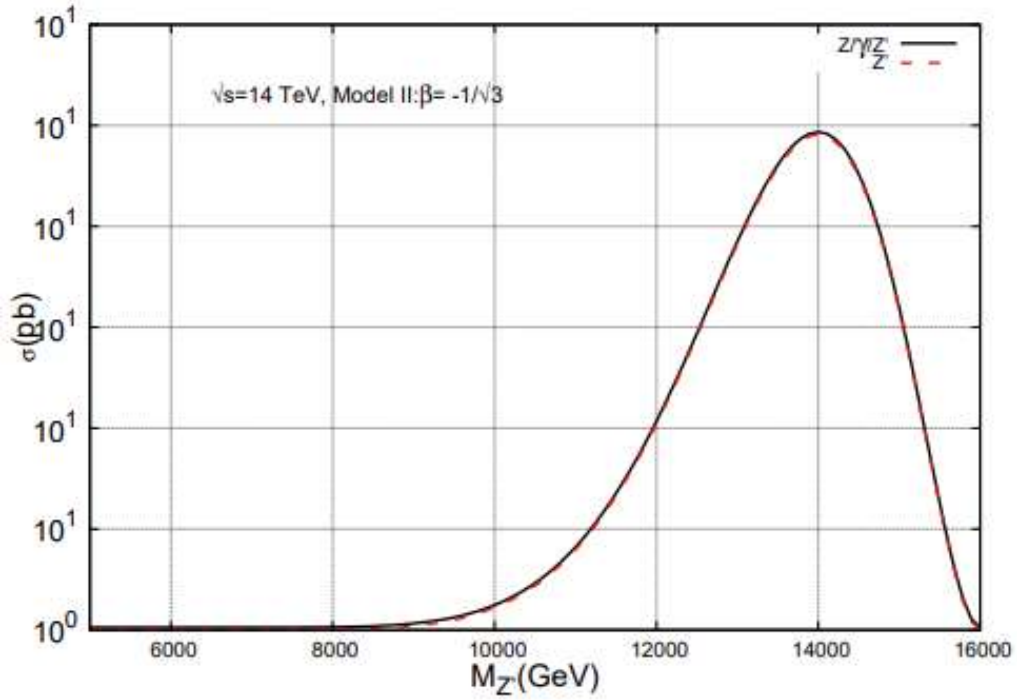



(b)

Şekil 6.7 $\sqrt{s} = 10$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II(b) için $\sigma(pb) - M_{Z'}$ grafikleri



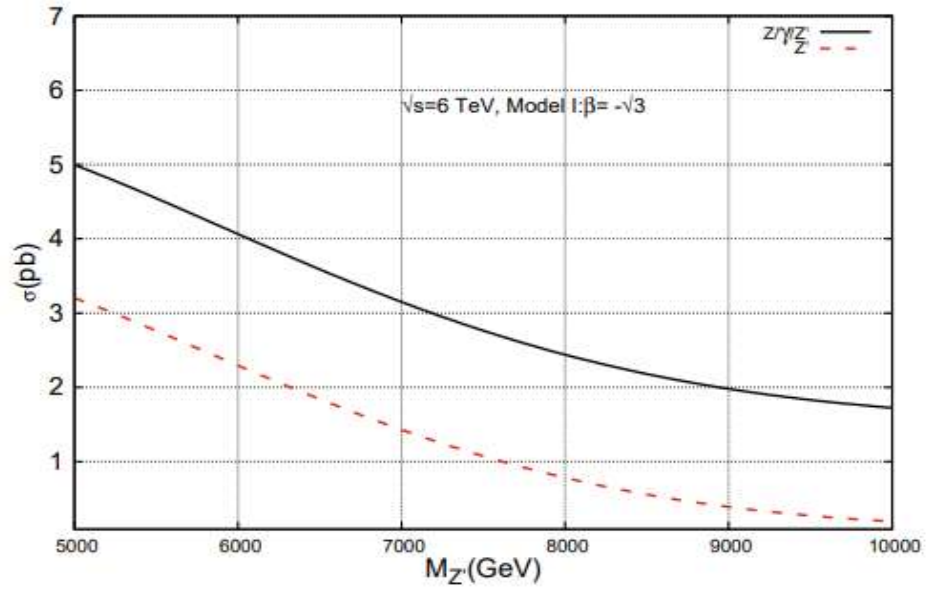

(a)



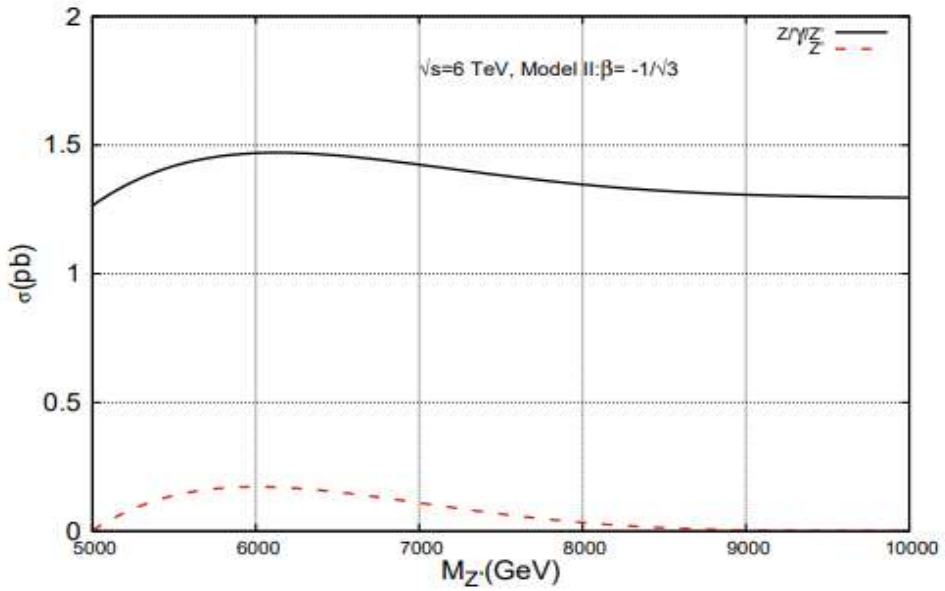

(b)

Şekil 6.8 $\sqrt{s} = 14$ TeV, $\mu^{-}\mu^{+} \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II(b) için $\sigma(pb) - M_{Z'}$ grafikleri

$Z'$ katkısının da hesaba katıldığı süreçler için tesir kesitin SM tesir kesitine kıyasla oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum, müon çarpıştırıcılarının gelecekteki çalışmalarda $Z'$ bozonunu keşfetme potansiyelinin yüksek olduğunu göstermektedir.

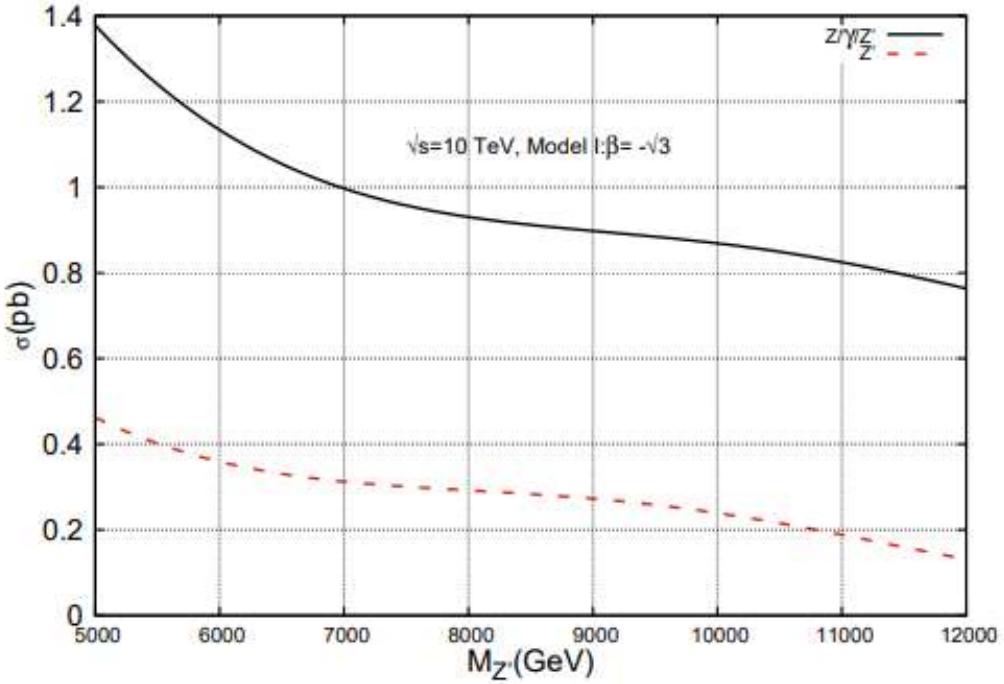



(a)

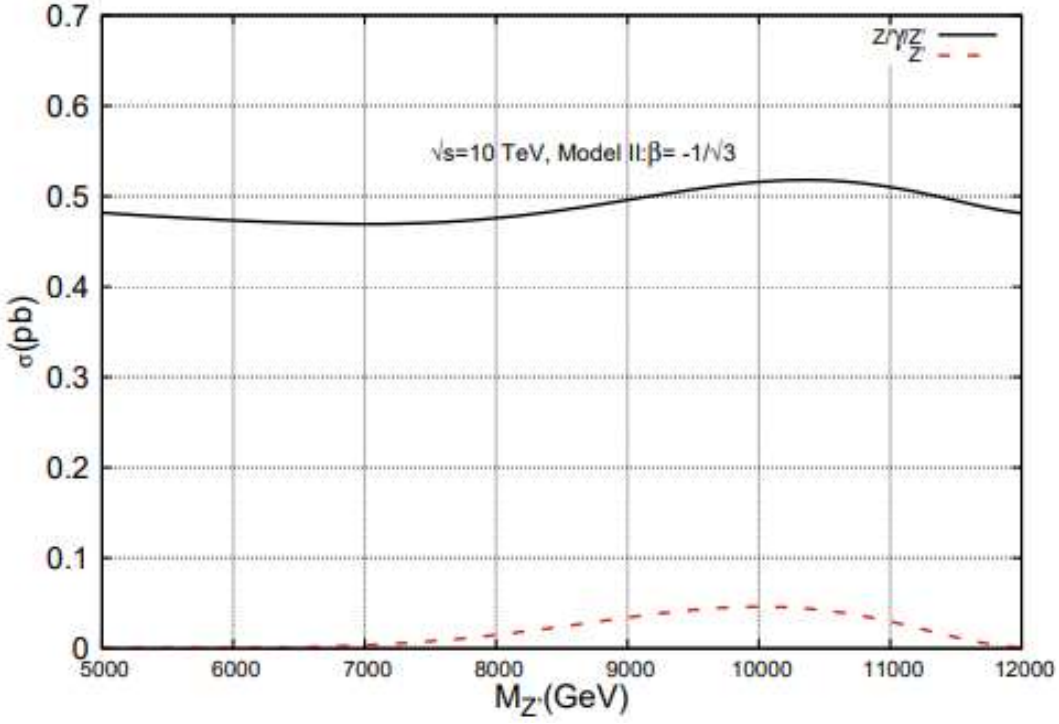



(b)

Şekil 6.9 $\sqrt{s} = 6$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II (b) için $\sigma(pb) - M_{Z'}$ grafikleri (auto)

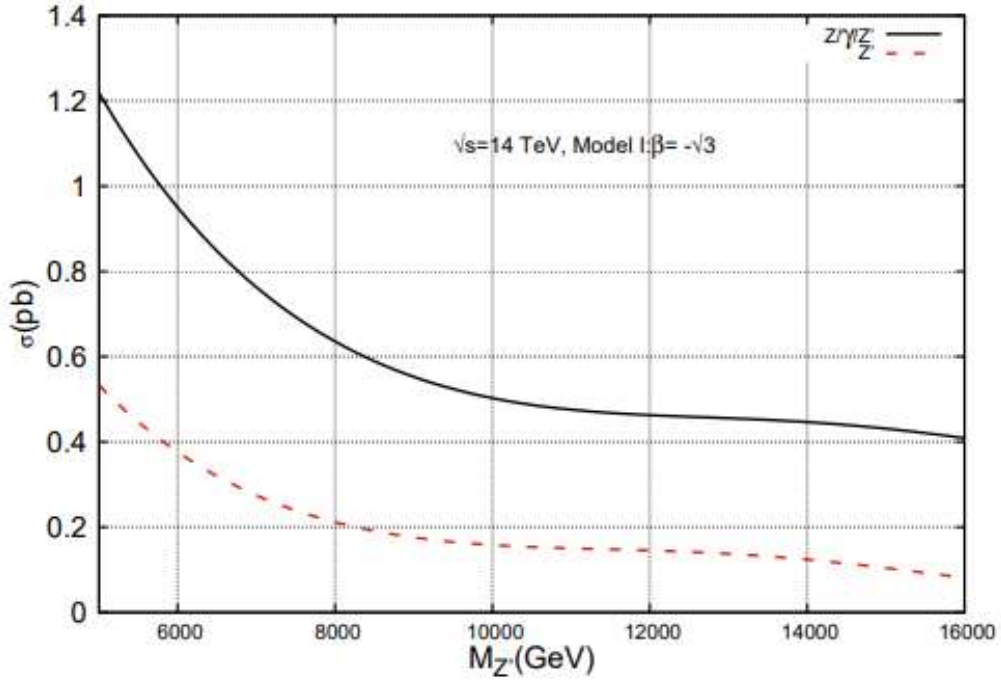



(a)

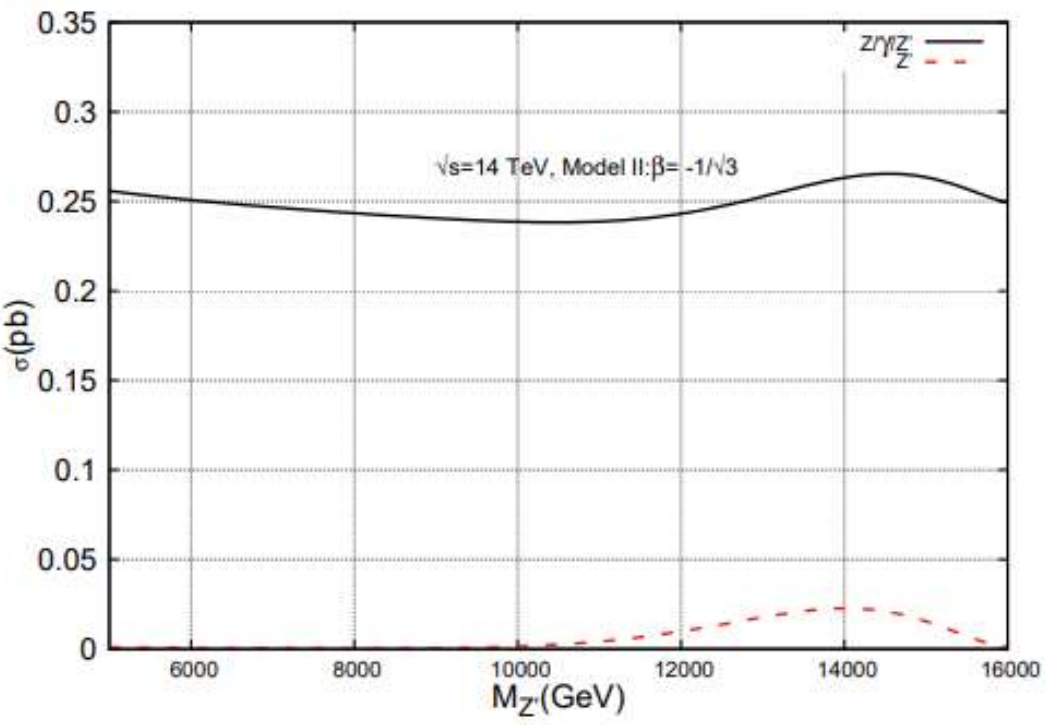



(b)

Şekil 6.10 $\sqrt{s} = 10$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II(b) için $\sigma(pb) - M_{Z'}$ grafikleri (auto)




(a)



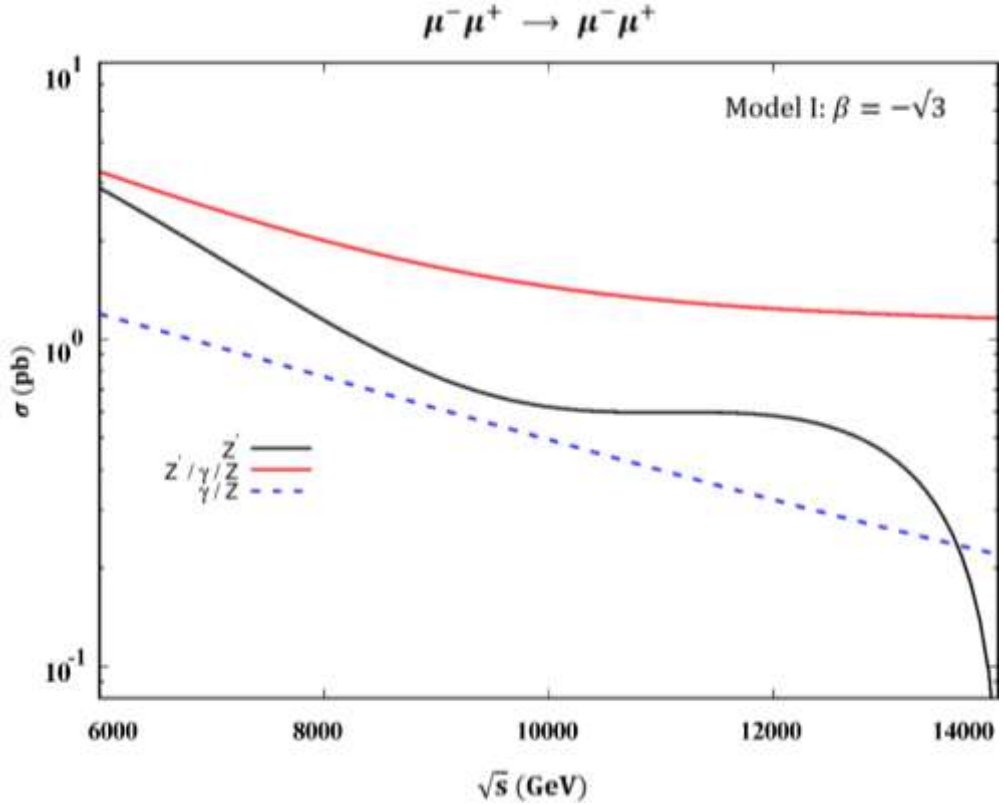

(b)

Şekil 6.11 $\sqrt{s} = 14$ TeV, $\mu^-\mu^+ \longrightarrow Z'(Z'/Z/\gamma) \longrightarrow f\bar{f}$ süreci, Model I (a) ve Model II(b) için $\sigma(pb) - M_{Z'}$ grafikleri (auto)

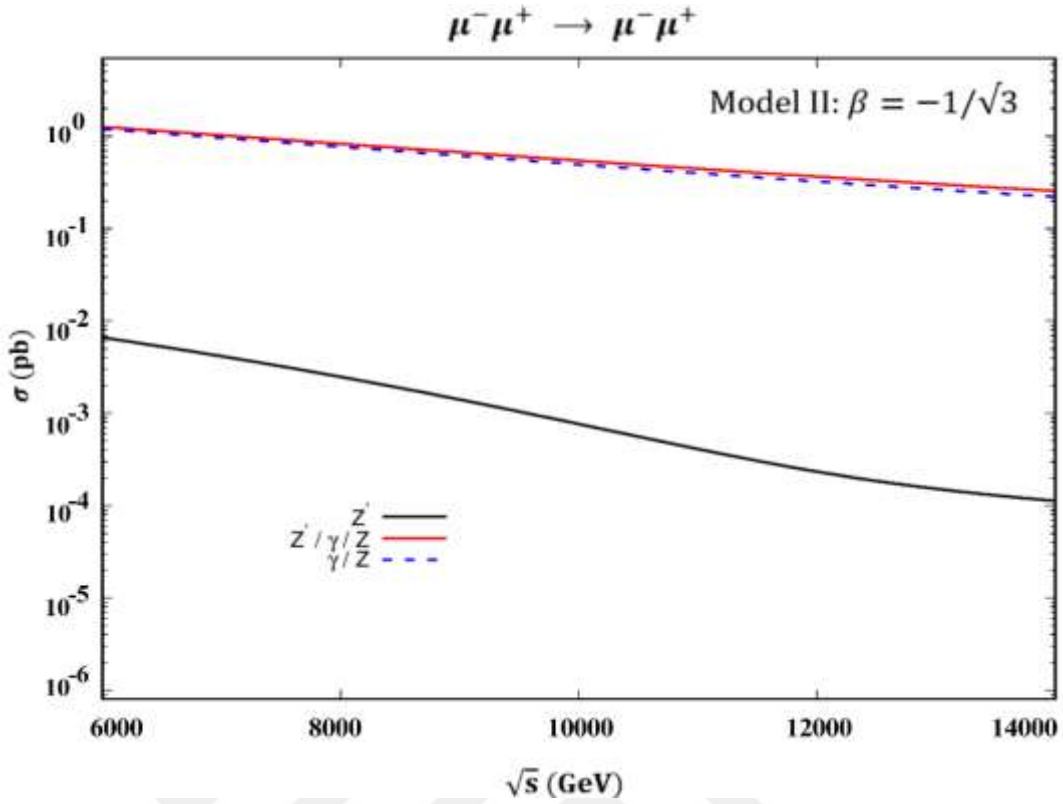
Şekil 6.9, Şekil 6.10 ve Şekil 6.11 grafiklerinde $Z'$ bozonunun bozunma genişliği her kütle değerinde hesaplatılarak tesir kesitleri yeniden elde edilmiştir.

$\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z\ /\ Z' \longrightarrow \mu^-\mu^+$ ve $\mu^+\mu^- \longrightarrow Z' \longrightarrow \mu^-\mu^+$ süreçleri için Şekil 6.12 ve Şekil 6.13'da Model I ve Model II için toplam tesir kesitinin $\sqrt{s}$'e göre değişimi verilmiştir. Bu grafiklerde görüleceği üzere, SM ötesi ($Z'$ ve $\gamma/Z\ /\ Z'$) ve SM ($\gamma/Z$) karşılaştırması yapılmıştır.

Yüksek enerji davranışına baktığımızda SM ile $Z'$ girişim terimleri birlikte dikkate alındığında tesir kesitlerinin yükseldiği görülmektedir. Model I ve Model II için bir yorum yapılacak olursa, Model I için daha çok katkı olduğu görülmektedir.




Şekil 6.12 $\sigma(pb) - \sqrt{s}$ Grafikleri: Model I için $\mu^-\mu^+ \longrightarrow \mu^-\mu^+$ süreci için tüm katkıların karşılaştırılması




Şekil 6.13 $\sigma(pb) - \sqrt{s}$ Grafikleri: Model II için $\mu^-\mu^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ süreci için tüm katkıların karşılaştırılması

Bu tez kapsamında gelecek nesil yüksek enerjili müon çarpıştırıcıları için (kütle-merkezi-enerjileri sırasıyla $\sqrt{s}$ = 6, 10 ve 14 TeV) süreçler incelenmiş olup, $Z'$ bozonunun bu süreçlere katkıları dikkate alınmıştır. Bu bağlamda $Z'$ kütle limitleri belirlenmiştir. Çalışma esnasında olay sayısı hesaplamaları yapılırken müon çarpıştırıcıları için aşağıdaki Çizelge 6.3'te yer alan anlık ışınlık değerleri hesaba katılmıştır.

Çizelge 6.3 Müon çarpıştırıcıları için anlık ışınlık değerleri (Schulte 2021)

| Parametre | Birim | 6 TeV | 10 TeV | 14 TeV |
|---|---|---|---|---|
| Anlık Işınlık, $\mathcal{L}$ | $10^{34}$ cm$^{-2}$s$^{-1}$ | 12 | 20 | 40 |

Olay sayısı formülü,

$$N = \sigma \mathcal{L}_{int} \tag{6.7}$$

ile gösterilmektedir. Burada $N$ olay sayısını, $\sigma$ tesir kesitini ve $\mathcal{L}_{int}$ toplam (integrated) ışınlığı ifade etmektedir. $\mathcal{L}_{int}$, 1 yıl boyunca toplanan ışınlıktır. Çarpıştırıcının 1 yıllık çalışma süresi hesaba alınır ve hesaplamalarda $dt = 1$ yıl $\sim 10^7$ saniye olarak alınır. Anlık ışınlıktan toplam ışınlığa şu denklem ve birim dönüşümleri ile geçilir:

$$\mathcal{L}_{int} = \int \mathcal{L}\, dt \quad (\mathcal{L}_{int} : cm^{-2}) \tag{6.8}$$

$$1\ cm^{-2} = 10^{24} \text{ barn} \tag{6.9}$$

Sinyal olay sayısı ve ardalan olay sayısı ($B$, background) şöyle gösterilmektedir:

$$S = \sigma_S \mathcal{L}_{int}\ , \tag{6.10}$$

$$B = \sigma_B \mathcal{L}_{int}\ . \tag{6.11}$$

İstatistiksel gözlenebilirlik,

$$SS = \frac{S}{\sqrt{B}} \tag{6.12}$$

ile tanımlanır.

$\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z\ /\ Z' \longrightarrow \mu^-\mu^+$ sürecini sinyal olarak alıp kütle-merkezi-enerjileri sırasıyla $\sqrt{s}$ = 6, 10 ve 14 TeV için tesir kesitleri Çizelge 6.4, Çizelge 6.5 ve Çizelge 6.6'da verilmektedir.

Çizelge 6.4 Model I ve Model II için $M_{Z'}$'a bağlı tesir kesiti değerleri ($\sqrt{s}$ = 6 TeV)

| $M_{Z'}$ (GeV) | Tesir Kesiti ($\sigma$) | |
|---|---|---|
| | Model I $(\beta = -\sqrt{3})$ | Model II $\left(\beta = -1/\sqrt{3}\right)$ |
| 5000 | 2.4978 pb | 1.2652 pb |
| 5500 | 2.5459 pb | 1.2319 pb |
| 6000 | 2.5002 pb | 1.7199 pb |
| 6500 | 2.3550 pb | 1.3992 pb |
| 7000 | 2.1857 pb | 1.3398 pb |
| 7500 | 2.0419 pb | 1.3232 pb |
| 8000 | 1.9216 pb | 1.3097 pb |
| 8500 | 1.8283 pb | 1.3059 pb |
| 9000 | 1.7514 pb | 1.3030 pb |
| 9500 | 1.6894 pb | 1.2966 pb |

Çizelge 6.5 Model I ve Model II için $M_{Z'}$'a bağlı tesir kesiti değerleri ($\sqrt{s}$ = 10 TeV)

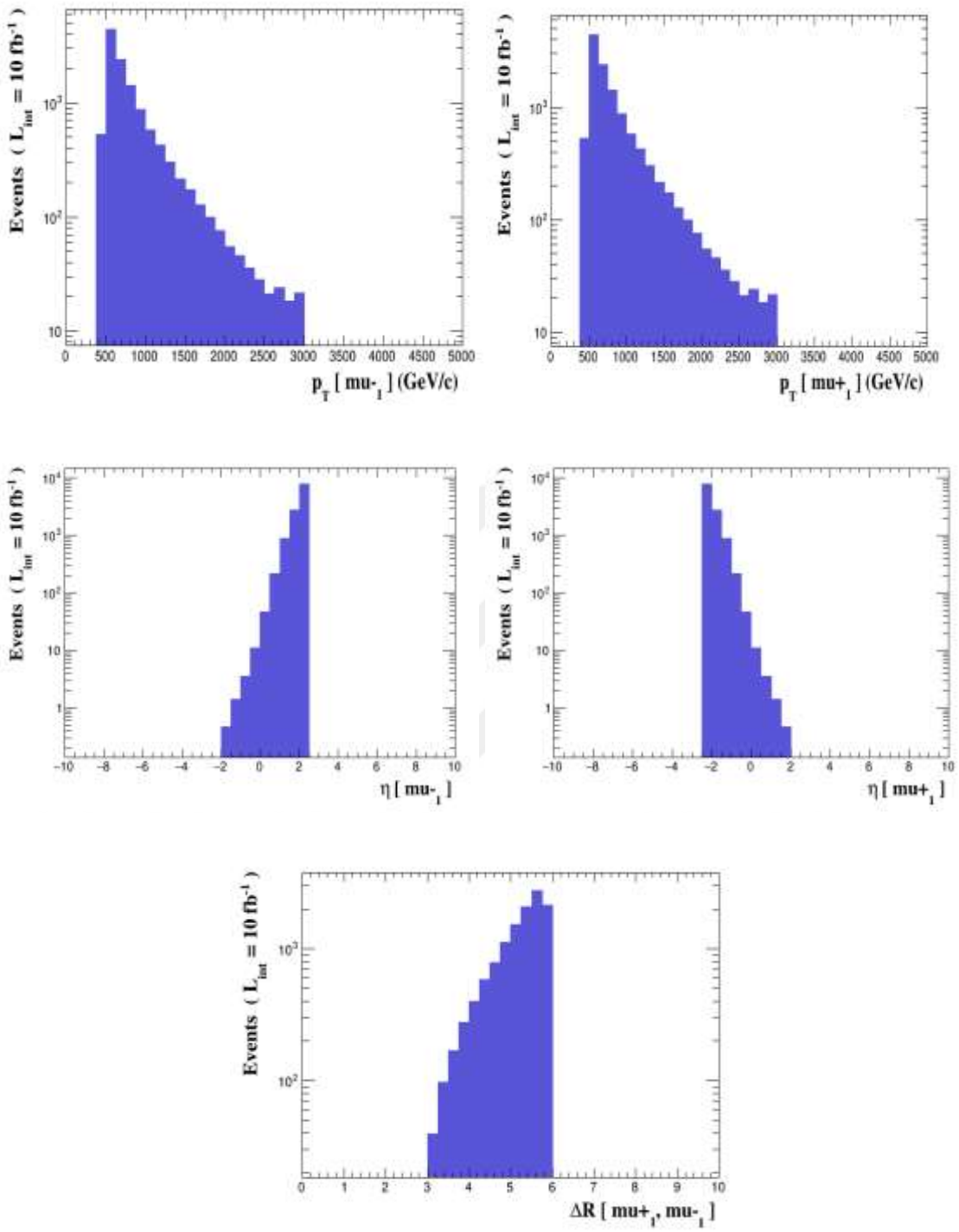
| $M_{Z'}$ (GeV) | Tesir Kesiti ($\sigma$) | |
|---|---|---|
| | Model I $(\beta = -\sqrt{3})$ | Model II $\left(\beta = -1/\sqrt{3}\right)$ |
| 5000 | 1.3794 pb | 0. 4823 pb |
| 5500 | 1.1967 pb | 0. 4767 pb |
| 6000 | 1.0715 pb | 0. 4732 pb |
| 6500 | 0.9814 pb | 0. 4694 pb |
| 7000 | 0.9246 pb | 0.4667 pb |
| 7500 | 0.8962 pb | 0.4635 pb |
| 8000 | 0.8908 pb | 0.4587 pb |
| 8500 | 0.9020 pb | 0.4541 pb |
| 9000 | 0.9103 pb | 0.4464 pb |
| 9500 | 0.9083 pb | 0.4341 pb |
| 10000 | 0.8920 pb | 0.6055 pb |
| 10500 | 0.8640 pb | 0.5300 pb |
| 11000 | 0.8536 pb | 0.4969 pb |
| 11500 | 0.8486 pb | 0.4860 pb |

Çizelge 6.6 Model I ve Model II için$M_{Z'}$'a bağlı tesir kesiti değerleri ($\sqrt{s}$ = 14 TeV)

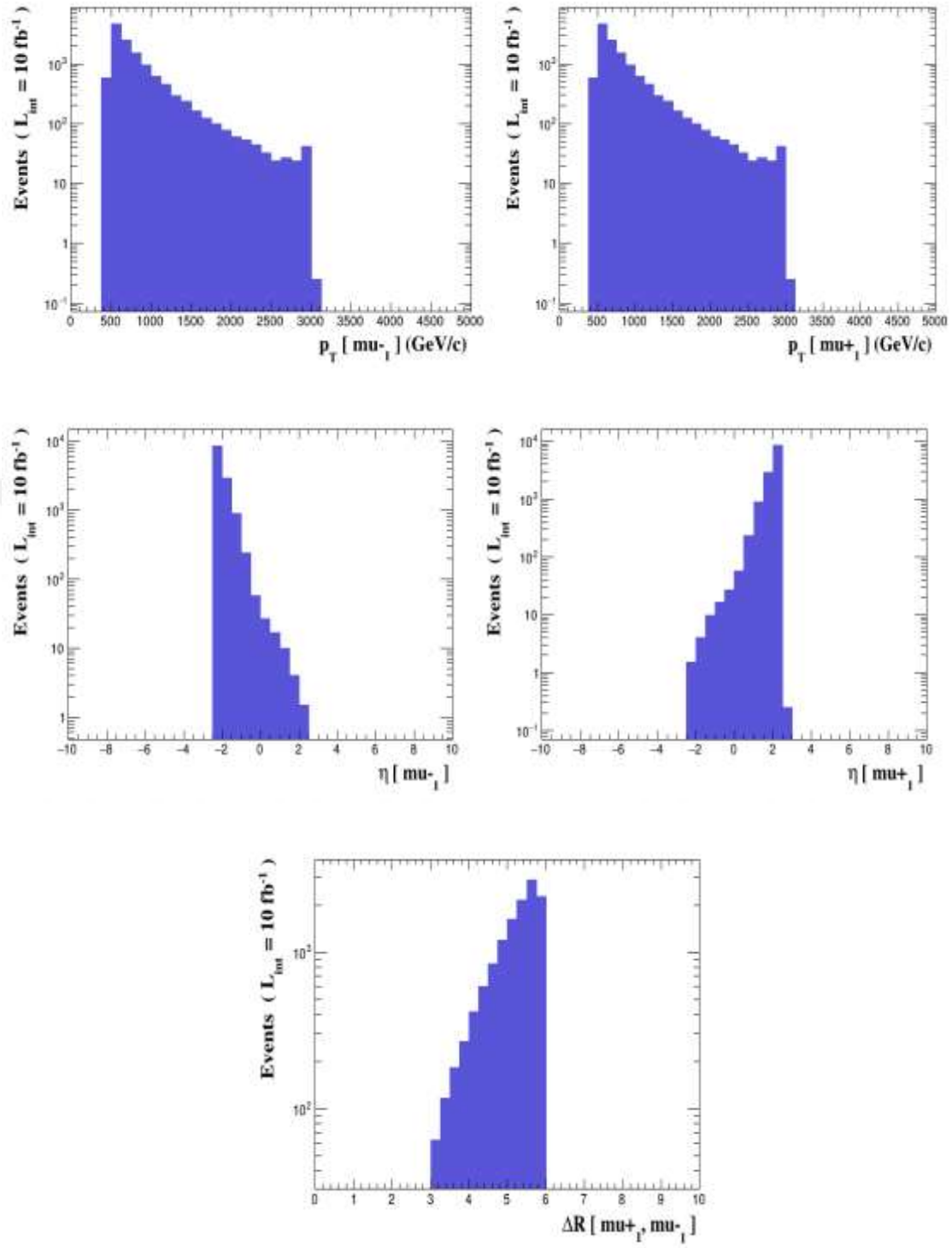
| $M_{Z'}$ (GeV) | Tesir Kesiti ($\sigma$) | |
|---|---|---|
| | Model I $\left(\beta = -\sqrt{3}\right)$ | Model II $\left(\beta = -{}^{1}/_{\sqrt{3}}\right)$ |
| 5000 | 1.2196 pb | 0.2559 pb |
| 5500 | 1.0377 pb | 0.2531 pb |
| 6000 | 0.9002 pb | 0.2500 pb |
| 6500 | 0.7910 pb | 0.2479 pb |
| 7000 | 0.7035 pb | 0.2461 pb |
| 7500 | 0.6359 pb | 0.2443 pb |
| 8000 | 0.5811 pb | 0.2429 pb |
| 8500 | 0.5387 pb | 0.2409 pb |
| 9000 | 0.5057 pb | 0.2402 pb |
| 9500 | 0.4813 pb | 0.2382 pb |
| 10000 | 0.4663 pb | 0.2380 pb |
| 10500 | 0.4576 pb | 0.2366 pb |
| 11000 | 0.4548 pb | 0.2351 pb |
| 11500 | 0.4569 pb | 0.2338 pb |
| 12000 | 0.4613 pb | 0.2320 pb |
| 12500 | 0.4638 pb | 0.2290 pb |
| 13000 | 0.4641 pb | 0.2248 pb |
| 13500 | 0.4624 pb | 0.2206 pb |
| 14000 | 0.4548 pb | 0.3085 pb |
| 14500 | 0.4450 pb | 0.2828 pb |
| 15000 | 0.4337 pb | 0.2610 pb |
| 15500 | 0.4209 pb | 0.2530 pb |

Çizelge 6.4, Çizelge 6.5 ve Çizelge 6.6 incelendiğinde sinyal tesir kesitlerinin oldukça yüksek olduğu ve buradan hesaplanacak olay sayılarının da oldukça büyük olacağı görülmektedir. $Z'$ katkısı ile elde edilen yüksek olay sayıları, müon çarpıştırıcılarının $Z'$ keşif potansiyelinin yüksek olduğunu göstermektedir.

MadGraph'ta parton seviyesinde analiz yapılarak elde edilen kinematik dağılım (Enine momentum-$P_T$, sözde hızlılık-$\eta$ ve son durum parçacıkları arasındaki koni açısı-$\Delta R$ verilmiştir.) grafikleri $\sqrt{s} = 6$ TeV' de sırasıyla SM ve $\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z \,/\, Z' \longrightarrow \mu^-\mu^+$ Model-II için Şekil 6.11 ve 6.12' de verilmektedir. Şekil 6.12'de $Z'$ kütlesi 5000 GeV olarak alınmıştır. Benzer grafikler Model I ve diğer kütle-merkezi-enerjileri için elde edilebilir.



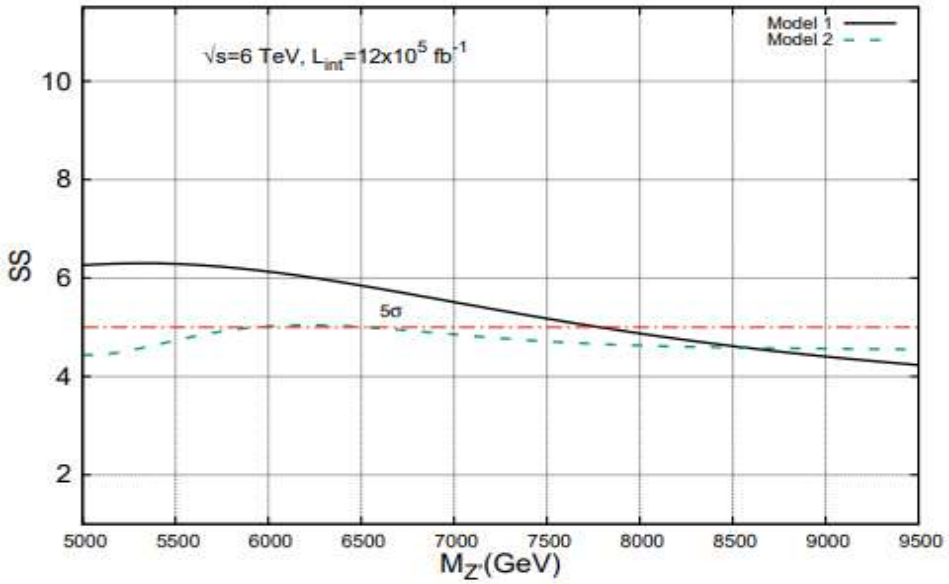

Şekil 6.14 SM dağılım grafikleri




Şekil 6.15 $\mu^+\mu^- \longrightarrow \gamma/Z\ /\ Z' \longrightarrow \mu^-\mu^+$ Model II için dağılım grafikleri ($\sqrt{s}$=6 TeV)

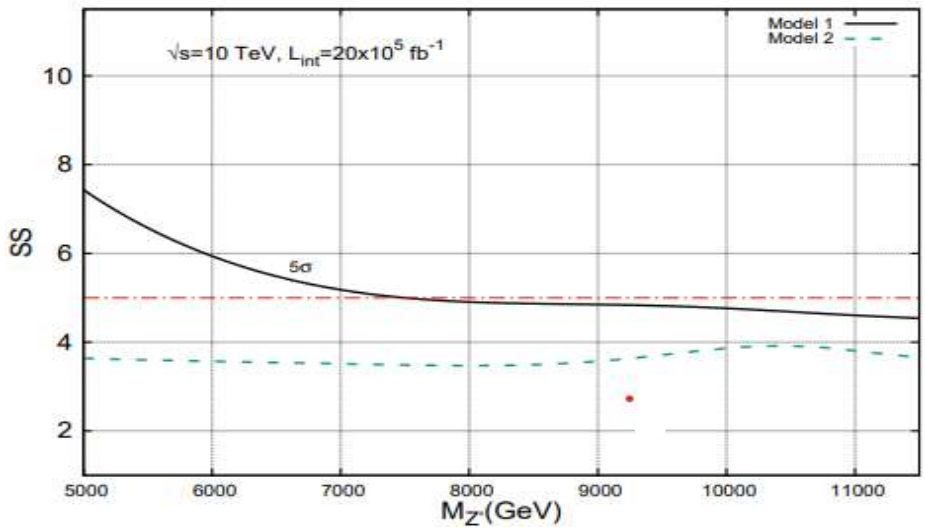
Model dosyalarındaki ön tanımlı $Z'$ bağlaşım sabitlerini $SS = 5$ değerini elde edebilmek için Model I için $g \approx 0.224\ g_{\text{ön tanımlı}}$ ve Model II için $g \approx 0.243\ g_{\text{ön tanımlı}}$ şeklinde

değiştirilmiştir. Buradan elde edilen $SS - M_{Z'}$ grafikleri sırasıyla $\sqrt{s} = 6{,}10{,}14$ TeV için Şekil 6.13, Şekil 6.14 ve Şekil 6.15 'te görülmektedir.



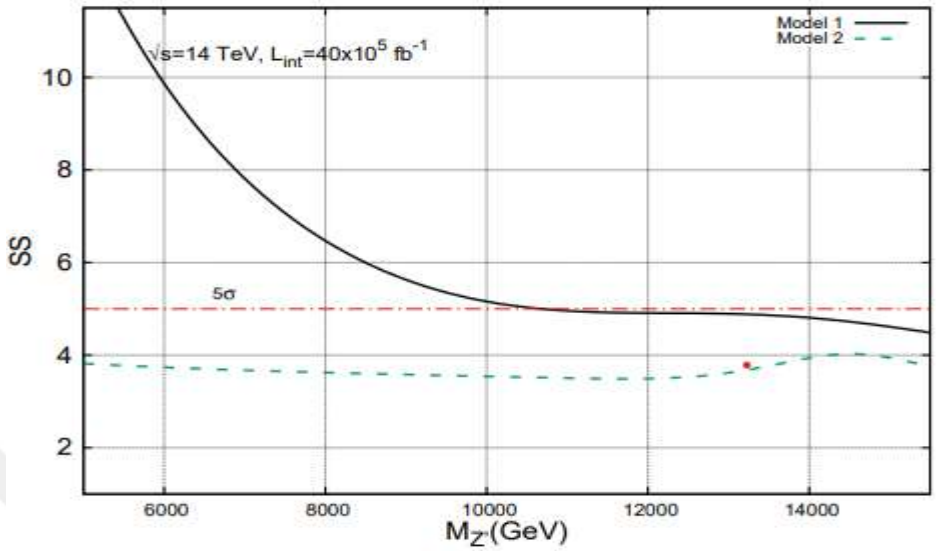

Şekil 6.16 $\sqrt{s} = 6$ TeV için $SS - M_{Z'}$ Grafiği

Belirtilen bağlaşım sabitlerinde $\sqrt{s} = 6$ TeV'de Model I için $M_{Z'} \approx 7700$ GeV ve Model II için $M_{Z'} \approx 6300$ GeV keşfedilme limitleridir.




Şekil 6.17 $\sqrt{s} = 10$ TeV için $SS - M_{Z'}$ grafiği

Belirtilen bağlaşım sabitlerinde $\sqrt{s} = 10$ TeV'de Model I için $M_{Z'} \approx 7500$ GeV keşfedilme limitidir.




Şekil 6.18 $\sqrt{s} = 14$ TeV için $SS - M_{Z'}$ grafiği

Belirtilen bağlaşım sabitlerinde $\sqrt{s} = 14$ TeV'de Model I için $M_{Z'} \approx 11000$ GeV keşfedilme limitidir.

Hesaplamalarımız sonucu daha düşük bağlaşım sabitlerinde daha yüksek kütle limitleri elde edilmiştir. Bu sonuçlar literatür ve deneysel çalışmalar için müon çarpıştırıcılarının önemini ortaya koymaktadır. $Z'$ araştırmaları için müon çarpıştırıcıları elverişli bir ortam sağlamaktadır.

## KAYNAKLAR


Aaboud, M. vd. ATLAS Collaboration. 2017. Search for new high-mass phenomena in the dilepton final state using 36 $\mathrm{fb}^{-1}$ of proton-proton collision data at $\sqrt{s}$ =13 TeV with the ATLAS detector. JHEP, 10, 182.

Aad, G. vd. ATLAS Collaboration. 2012. Observation of a New Particle in the Search for the Standard Model Higgs Boson with the ATLAS Detector at the LHC. Physics Letters B, 716, 1-29.

Aad, G. vd. ATLAS Collaboration. 2019. Search for high-mass dilepton resonances using 139 $\mathrm{fb}^{-1}$ of $pp$ collision data collected at $\sqrt{\mathrm{s}} = 13$ TeV with the ATLAS detector. Physics Letter B, 796, 68–87.

Abe, F. vd. CDF Collaboration. 1997. Search for new gauge bosons decaying into dileptons in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{\mathrm{s}} = 1.8$ TeV. Physical Review Letter, 79, 2192-2197.

Abdinov, O. B., Khalil-zade, F. T., Rzaeva, S. S. 2010. Electric charge quantization in $\mathrm{SU}(3)_C \times \mathrm{SU}(3)_L \times \mathrm{U}(1)_X$ model. eprint: arXiv, hep-ph/1001.2679, 1-10.

Ado, Y.M., Balbekov, V.I. 1971. Use of ionization friction in the storage of heavy particles. Soviet Atomic Energy 31, 731–736.

Adolphsen, C. vd. 2022. European Strategy for Particle Physics, Accelerator R&D Roadmap. CERN Yellow Report: Monographs, 1-270. CERN-2022-001.

Alıcı, E. 2019. Büyük Ek Boyutlar Modelinin $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$ Süreci ile İncelenmesi. Karaelmas Fen ve Mühendislik Dergisi, 9(1), 118-122.

Allanach, B. 2017. Beyond the Standard Model. CERN Yellow Reports: School Proceedings, 5, 123-123, CERN.

Anonymous. 2003. Web Sitesi: https://feynrules.irmp.ucl.ac.be/wiki/331, Erişim Tarihi: 10.02.2024.

Anonymous. 2004. Web Sitesi: https://launchpad.net/mg5amcnlo, Erişim Tarihi: 19.09.2022.

Anonymous. 2011 Web Sitesi: https://www.cap.bnl.gov/mumu/, Erişim Tarihi: 07.06.2024.

Anonymous. 2024 Web Sitesi: http://gnuplot.info/, Erişim Tarihi: 10.05.2023

Anonymous. 2024. Web Sitesi: https://www.wolfram.com/mathematica/, Erişim Tarihi: 15.08.2023.

Anonymous. 2024. Web Sitesi: https://library.wolfram.com/infocenter/ID/839/, Erişim Tarihi: 15.08.2023.

Bendel, M. 2010. Production of Z Bosons in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s} = 10$ TeV: Expectations for Early Measurements at the ATLAS Experiment. Doktora Tezi, Mainz University, Institute of Physics.

Bertone, G., Hooper, D., and Silk, J. 2005. Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints. Physics Reports, 405(5–6), 279–390.

Boscolo, M., Delahaye, J.-P., and Palmer, M. 2019. The Future Prospects of Muon Colliders and Neutrino Factories. Reviews of Accelerator Science and Technology, 10, 189-214.

Budker, G. I. 1969. Accelerators and colliding beams. Conf.Proc.C, 690827, 33-39.

Cao, Q.-H. and Zhang, D.-M. 2016. Collider Phenomenology of the 3-3-1 Model. arXiv:1611.09337

Daniels, A. 2017. Unification of Gravity and Quantum Theory. Faculty-Sponsored Student Research & Capstones. 1.

del Aguila, F., de Blas, J. and Perez-Victoria, M. 2010. Electroweak limits on general new vector bosons. JHEP, 1009, 033.

Fukuda, Y. vd. Super-Kamiokande Collaboration. 1998. Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. Physical Review Letters, 81(8), 1562–1567.

Frampton, P.H. 1992. Chiral dilepton model and the flavor question. Physical Review Letters, 69(18), 2889–2891.

Georgi, H. and Glashow, S.L. 1974. Unity of All Elementary Particle Forces. Physical Review Letters, 32, 438-441.

Griffiths, D. J. 2017. Introduction to Electrodynamics. Pearson Yayınları, 4. Baskı, 9. Bölüm, 382-435, United States of America.

Hewett, J. ve Spiropulu, M. 2002. Particle physics probes of extra spacetime dimensions. Annual Review of Nuclear and Particle Science, 52(1), 397–424.

Kaplan, D. M., MAP and MICE Collaborations. 2015. Muon Colliders and Neutrino Factories. EPJ Web Conferences, 95, 03019. 3rd International Conference on New Frontiers in Physics (ICNFP 2014). 28 July-6 August 2014. Kolymbari, Crete, Greece.

Langacker, P. 2017. The Standard Model and Beyond. CRC Press, 2. Baskı, 8. Bölüm, 257-261.

Navas, S. vd. Particle Data Group. 2024. Review of Particle Physics. Physical Review D, 110, 030001

Neuffer, D. 1983. Principles and Applications of Muon Cooling. In Allred, John C. (Ed.), Particle Accelerators, 14, 75–90. Report Number: FERMILAB-FN-0378.

Palmer, M. A. Collaboration: Neutrino Factory, Muon Collider. 2013. An Overview of the US Muon Accelerator Program. In International Workshop on Beam Cooling and Related Topics. Report Number: FERMILAB-CONF-13-253-APC.

Petriello, F. and Quackenbush, S. 2008. Measuring $Z'$ couplings at the CERN LHC. Physical Review D, 77(11), 115004. doi: 10.1103/PhysRevD.77.115004.

Pisano, F., and Pleitez, V. 1992. An SU(3) X U(1) model for electroweak interactions. Physical Review D, 46(1), 410–417.

Ponce, W. A., Giraldo Y. and Sanchez L. A. 2002. Systematic Study of 331 Models. AIP Conference Proceedings, 623, 341-346, AIP, doi: 10.1063/1.1489776.

Ramirez-Barreto, E., Coutinho, Y. A. and Sá Borges, J. 2007. Extra neutral gauge boson from two versions of the 3-3-1 model in future linear colliders. The European Physical Journal C, 50(4), 909-917. Springer Science and Business Media LLC.

Rubbia, C. 1985. Experimental observation of the intermediate vector bosons $W^+$, $W^-$, and $Z^0$ . Reviews of Modern Physics,57,699-722.doi: 10.1103/RevModPhys.57.699. Nobel lecture.

Sakharov, A.D. 1967. Violation of CP Invariance, C Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe. Letters to the Journal of Experimental and Theoretical Physics (Pisma v Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki), 5, 32-35.

Schulte, D. 2021. The International Muon Collider Collaboration. 12th Int. Particle Acc. Conf. IPAC2021, Campinas, SP, Brazil. ISBN: 978-3-95450-214-1, ISSN: 2673-5490, JACoW Publishing. doi:10.18429/JACoW-IPAC2021-THPAB017. CERN, Geneva, Switzerland.

Sirunyan, A. M.vd. 2021. Search for resonant and nonresonant new phenomena in high-mass dilepton final states at $\sqrt{s} = 13$ TeV. JHEP, 07, 208.

Skrinsky, A. N., and Parkhomchuk, V. V. 1981. Cooling Methods for Beams of Charged Particles. Soviet Journal of Particles and Nuclei, 12. Baskı, 223–247.

Tikhonin, F. F. 2008. On the effects at colliding mu-meson beams. eprint: arXiv:0805.3961 [hep-ph].

Trifinopoulos S. 2023. Standard Model PDFs for the Muon Collider. International School on High Energy Physics (LISHEP-2023). 5-10 Mart 2023, Brazil, Rio de Janeiro

Tumasyan A. vd. (CMS Collaboration). 2023. Search for narrow resonances in the b-tagged dijet mass spectrum in proton-proton collisions at $\sqrt{s}$ =13 TeV. Physical Review D, 108, 1.

Van Der Meer, S. 1985. Stochastic Cooling and the Accumulation of Anti-Protons. Rev. Mod. Phys., 57, 689-697, doi: 10.1103/RevModPhys.57.689.

Villamizar Sánchez, Y. 2023. Physics beyond the standard model using 3-3-1 models. Doktora Tezi, Rio Grande do Norte Üniversitesi, Rio Grande do Norte, Brasil.

Volobuev, I., Boos, E., Bunichev, V., Perfilov, M. and Smolyakov, M. 2013. Testing extra dimensions hypothesis in high energy physics. PoS, QFTHEP2013, 016.

Wilson, K. G. 1971. Renormalization Group and Strong Interactions. Physical Review D, 3, 1818.