TC

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

FELSEFE (BİLİM TARİHİ)

ANABİLİM DALI

OSMANLILARDA SAYILAR TEORİSİ VE MEHMET NADİR

Doktora Tezi

SAFİYE YILMAZ ERTEN

ANKARA - 2017

TC

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

FELSEFE (BİLİM TARİHİ)

ANABİLİM DALI

OSMANLILARDA SAYILAR TEORİSİ VE MEHMET NADİR

Doktora Tezi

SAFİYE YILMAZ ERTEN

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN

ANKARA – 2017

TC

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

FELSEFE (BİLİM TARİHİ)

ANABİLİM DALI

SAFİYE YILMAZ ERTEN

OSMANLILARDA SAYILAR TEORİSİ VE MEHMET NADİR

Doktora Tezi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN

Tez Jürisi Üyeleri

Adı ve Soyadı	**İmzası**
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

Tez Sınavı Tarihi .....

TÜRKİYE CUMHURİYETİ

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Bu belge ile, tezdeki bütün bilgilerin akademik kurallara ve etik davranış ilkelerine uygun olarak toplanıp sunulduğunu beyan ederim. Bu kural ve ilkelerin gereği olarak, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce ve sonuçları andığımı ve kaynağını gösterdiğimi ayrıca beyan ederim. (…../..…/…….)

Tezi Hazırlayan Öğrencinin

Adı Soyadı

SAFİYE YILMAZ ERTEN

İmzası

……..…….....

ÖNSÖZ

Doktora tezimin sonuna geldiğim şu günlerde, zorlu, eğitici, bir o kadar da keyifli geçen yıllarıma geri dönüp baktığımda teşekkür edilmesi gereken birçok kişi olduğunu farkettim. Fazla uzun tutmamak adına burada ismini sayamadığım, hayatıma küçük-büyük katkısı olan herkese minnettar olduğumu belirtmeliyim.

Tezimin her aşamasında büyük bir sabır ve özveriyle destek olan, engin tecrübe ve bilgisinin yanında nezaketi ile hayranlık uyandıran, öğrencisi olmaktan büyük mutluluk duyduğum danışman hocam sayın Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN'a; fikirleri ve değerlendirmeleri ile problemlere çok yönlü bakmayı sağlayıp konuyu derinleştirerek bambaşka ufuklar açan sayın Prof. Dr. Remzi DEMİR'e; kendisini tanıma bahtiyarlığına eriştikten sonra matematik tarihçisi olmam gerektiği kararını almama sebep olan ve bu alanda çalışırken bir matematik tarihçisinin sahip olması gereken çalışma prensibini kazanmamız için büyük emek sarfeden, üstesinden gelemeyeceğimi düşünecek kadar zorlandığım her anda desteğiyle her problemin kolaylaştığı sayın Prof. Dr. Cem TEZER'e sonsuz teşekkür ederim.

Kendisine başvurduğum her zaman destek olup yol gösteren, sayılar teorisinin zorlu meselelerini aşmam için bana uzun mesai ayırmaktan geri durmamış olan sayın Prof. Dr. Ali Bülent EKİN'e, uzak mesafelere rağmen desteği ve cesaretlendirmesi ile akademik hayatımda önemli bir rolü olan yüksek lisans hocam sayın Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a, hiç öğrencisi olma bahtiyarlığına erişememişsem de kendisini tanıdığımdan beri samimi ilgi ve yönlendirmeleriyle desteğini esirgemeyen sayın Prof. Dr. Yavuz UNAT'a sonsuz teşekkür ederim.

Akademik hayata adım attığımda kendisinden çok şey öğrendiğim fakat erken vefatı ile derinden üzüldüğüm, "büyük başarılar" dileyen notuyla hediye etmiş olduğu

Sayılar Teorisi kitabını elimden, “Bu tezi yazarken yanımda olmasını ne kadar isterdim.” sözünü dilimden düşürmeyerek daima minnetle andığım yüksek lisans tez danışmanım sayın Prof. Dr. Ferhad H. NASİBOV’a sonsuz teşekkür ederim.

Çalışmalarımı, doktora eğitimim süresince 2211 yurtiçi doktora burs programı kapsamında maddi açıdan destekleyen TÜBİTAK’a sonsuz teşekkür ederim.

Hayatımın her anında sevgi, ilgi, sabır ve desteklerini cömertçe sunan ve akademik çalışmalarımda da bu desteklerini esirgemeyen sevgili geniş aileme; anneme, babama, ablalarıma ve hepimizin hayat neşesi Sabihacığımıza sonsuz teşekkür ederim.

Benim için anlamını kelimelerle ifade etmekten aciz olduğum sevgili eşim Hüsnü ERTEN’e birlikte yaşadığımız herşey için sonsuz teşekkür ederim.

Safiye YILMAZ ERTEN

Ankara, 2017

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ i

İÇİNDEKİLER iii

KISALTMALAR vi

GİRİŞ 1

1. BÖLÜM: SAYILAR TEORİSİ TARİHİ 5

1.1. Sayılar Teorisi: Tanımı, Kapsamı, Önemi 5

1.2. Kadim Çağlar 6

1.3. Pisagor ve Euclid Dönemi 9

1.4. Diophantos 14

1.5. Hint ve İslam 17

1.6. Pisa'lı Leonardo Fibonacci ve Bilgilerin Batı'ya Aktarılması 21

1.7. Fermat Dönemi 23

1.8. Euler, Lagrange, Legendre, Gauss ve Modern Dönem 26

2. BÖLÜM: 19. VE 20. YY'LARDA OSMANLI'DA SAYILAR TEORİSİ ALANINDA YAYINLANMIŞ ESERLER 32

2.1. Hesâb-ı Nazarî 33

2.2. Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb 35

2.3. Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı 42

2.4. Amelî ve Nazarî Yeni Usul İlm-i Hesâb 48

2.5. Amelî ve Nazarî İlm'el-A'dâd 53

2.6. Amelî ve Nazarî Hesâb-ı Mükemmel 55

2.7. Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb 60

2.8. Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâbın Miftâhı 64
2.9. Hesâb-ı Nazarî Mesaili 66
2.10. Nazarî ve Amelî Yeni İlm-i Hesâb 71
2.11. Mücmel Hesâb-ı Nazarî 74
2.12. Kitaplar Hakkında Genel Bir Değerlendirme 78
3. BÖLÜM: MEHMET NADİR'İN MATEMATİK ÇALIŞMALARI 84
3.1. İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'nda Yayınlanan Makaleleri 89
3.1.1. Riyaziyat Kısmında Yayınlanan Makaleler 89
3.1.1.1. Nazariyye-i A'dâd – Muâdeletler 89
3.1.1.2. Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ – Birinci Dereceden Muâdeletler 99
3.1.1.3. Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ – Mâbad 104
3.1.1.4. Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ'dan Mâbad - Müş'ir – İndicateur yahut $\varphi(a)$ Tâbi-i Adedîsi (Fermat), (Euler) Dava-i Nazariyyeleri 111
3.1.1.5. Tamâm-ı Adedî ile Usul-ü Taksîm 114
3.1.1.6. Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ'dan Mâbad - Müş'irin, yani $\varphi(a)$ Tâbi-i Adedîsinin Havâss-ı Meşhuresi 120
3.1.1.7. Tamâm-ı Adedî ile Usul-ü Taksîm'den Maabad 124
3.1.1.8. Kabiliyyet-i Taksîm Hakkında Kaide-i Umumî 127
3.1.1.9. Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ'dan Mâbad 138
3.1.2. Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuasında Yayınlanan Makaleler 140
3.1.2.1. Hoene-Wroński 141
3.1.2.2. Nazariyye-i A'dâda Dair 151
3.1.2.3. Planude'ün İki Mesele-i Meşhuresi 171
3.1.2.4. Pell Muâdele-i Meşhuresinin Suret-i Umumiyede Hâlli 174
3.1.2.5. Leibnitz ve Newton 179

3.2. Mehmet Nadir'in "Hesâb-ı Nazarî" Adlı Kitabı 182

3.3. Uluslararası Yayınlar Ve Atıflar..... 268

SONUÇ 275

EKLER 279

Ek-1: Hesâb-ı Nazarî (Ahmet Şükrü-1297/1880) İçindekiler 279

Ek-2: Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb (Ahmet Şükrü-1304/1887) İçindekiler 285

Ek-3: Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı (Ahmet Şükrü-1305/1888) İçindekiler 291

Ek-4: Amelî ve Nazarî Yeni İlm-i Hesâb (Müellifleri F.I.C – Mütercimleri Mehmet Rüşdü, Şevki, Hüsnü-1307/1890) İçindekiler 294

Ek-5: Amelî ve Nazarî İlm'el-A'dâd (Yüzbaşı Ali Galip-1313/1897) İçindekiler .. 302

Ek-6: Amelî ve Nazarî Hesâb-ı Mükemmel (Yüzbaşı Ali Galip-1316/1900) İçindekiler 305

Ek-7: Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb (İsmail Faik-1320/1904) İçindekiler 310

Ek-8: Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâbın Miftahı (İsmail Faik-1324/1908) İçindekiler 317

Ek-9: Hesâb-ı Nazarî Mesaili (Mustafa Salim-1323-1325/1908) İçindekiler 321

Ek-10: Nazarî ve Amelî Yeni İlm-i Hesâb (Hasib-1331/1915) İçindekiler 322

Ek-11: Mücmel Hesâb-ı Nazarî (Mehmet Re'fet-1332/1916) İçindekiler 328

Ek-12: Hesâb-ı Nazarî (Mehmet Nadir-1926) İçindekiler 332

KAYNAKÇA..... 335

ÖZET 346

ABSTRACT 348

KISALTMALAR

Çev. : Çeviren

İng.: İngilizce

Fr.: Fransızca

Osm.: Osmanlıca

OMLT: Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi

MÖ: Milattan Önce

MS: Milattan Sonra

s. : Sayfa

vb. : Ve benzeri

yy: Yüzyıl

GİRİŞ

Osmanlı matematik tarihi açısından 19. ve 20. yüzyıllar araştırılmaya değer önemli gelişmeler içermektedir. Daha önce gerisinde kalınan modern matematik konuları Avrupa'dan aktarılmış, bununla da kalınmayarak bazı alanlarda Osmanlı matematikçileri tarafından önemli katkılar da sağlanmıştır. Osmanlı'da hiçbir bilimsel gelişme olmadığı yönünde aşırı eleştirinin ya da Osmanlı'nın her yönden harika olduğu şeklinde aşırı övgünün kimseye bir faydası olmayacağı gibi hakikati yansıtmayacağı da açıktır. Bu nedenle, Osmanlı'daki somut çalışmaları ortaya koyup inceleyerek yapılan değerlendirmeler daha gerçekçi olması hasebiyle daha çok önem arz etmektedir.

Osmanlı'da 18. yüzyılın ortalarına kadar dört işlem, köklü çokluklar, elementer cebir ve geometri, koni kesitleri, düzlem ve küresel trigonometri gibi konular geleneksel olarak aktarılagelmişti. Bundan sonraki yüzyıl içerisinde modern matematik konu ve yöntemlerinin acil bir ihtiyaç olarak Avrupa kaynaklarından edinilme safhası yer alır (Tezer, 2016, s. 1). Özellikle 19. ve 20. yüzyıllarda tercüme ve telif yoluyla bu açık kapatılmaya çalışılmıştır.

Türkiye'de, 18. yüzyılın sonları ile 20. yüzyılın başlarını içeren yaklaşık 150 yıllık çağdaş matematik çalışmaları, kabaca iki döneme ayrılarak incelenebilir: 1775-1850 yılları arasını kapsayan birinci dönemin temel özelliği, özellikle Fransızca'dan yapılan tercümeler yoluyla çağdaş Batı matematiğinin temel alanlarının Türkçe'ye kazandırılması ve yeni kurulan mekteplerde öğretilmesidir. 1850-1925 yılları arasını kapsayan ikinci dönemin karakteristiği ise -yeni matematik dallarını tercümeler yoluyla aktarma etkinliği devam ederken- matematiğin Lineer Cebir ve Sayılar Kuramı gibi alanlarına bazı önemli katkıların yapılmasıdır (Demir, 2004a, s. 1-45). Bu tez

çalışmasının kapsamı, tercümelerle beraber matematiğe katkıların da yapıldığı ikinci dönem dâhilindedir.

1875-1925 yılları arası, Türkiye için güç bir dönemdi: Birinci Meşrûtiyet (1877), "93 Harbi" olarak anılan Türk-Rus Savaşı (1877), İkinci Meşrûtiyet (1908), 31 Mart Ayaklanması (1909), Balkan Savaşları (1912), Birinci Dünya Savaşı (1914), Çanakkale Savaşı (1915-1916), Doğu'da Türk-Rus Savaşları (1916-1917), İstanbul'un İşgali (1919), İzmir'in işgali (1919), Erzurum ve Sivas Kongreleri (1919), Türkiye Büyük Millet Meclisi'nin açılması (1920) gibi büyük siyasî ve askerî olaylar ülkemizin fikir hayatında büyük çalkantıların oluşmasına sebebiyet vermiştir; ancak tüm olumsuz gelişmelere rağmen çok önemli bilimsel hamleler yapılmış ve oldukça seçkin düşünürler yetişmiştir (Demir, 2004b, s. 48-68). Tez konusunun merkezinde tutulan Mehmet Nadir de bu zorlu dönemde yetişmiş, çağının modern matematik düzeyini yakalamış ve katkıda bulunmuş önemli matematikçilerimizdendir. Dosay Gökdoğan (2015)'a göre, Cumhuriyet dönemi matematikçilerimizi Mehmet Nadir ile ve Cumhuriyet dönemi matematik araştırmalarını onun çalışmalarıyla başlatmak isabetli görünmektedir.

Bu tez çalışmasında, *"Osmanlı'da Sayılar Teorisi ve Mehmet Nadir"* başlığından da anlaşılacağı üzere, Mehmet Nadir'in çalışmalarını merkeze alarak, genel çerçevede Osmanlı'da sayılar teorisi tarihi oluşturulması amaçlanmıştır. Bu bağlamda tezin konusu, Osmanlı'daki sayılar teorisi çalışmalarıdır. Osmanlı'da modern matematik alanındaki gelişmeler hakkında pek çok çalışma yapılmış, fakat sayılar teorisi hakkında hemen hemen hiçbir araştırma yapılmamıştır. Bu çalışmada, Osmanlı'da tespit edilebilen tüm sayılar teorisi çalışmaları incelenmiş ve ayrıntılı değerlendirmeler

sunulmuştur. Çalışma, Osmanlı'da genel bir sayılar teorisi tarihi ortaya koyması bakımından önemli görülmüştür.

Araştırmaya dâhil edilen eserler tespit edilirken müstakil olarak yazılmış ve adında sayılar teorisi geçen kitaplar seçilmiştir. Bu şekilde, tamamı 19. ve 20. yüzyılda yazılmış olan 12 kitap belirlenmiştir. Bu tarihten önce yazılan eserlerde sayılar teorisi konuları cebir kitaplarının içinde yer aldığı için çalışmaya dâhil edilmemiştir.

Bu dönemdeki gelişmelerin sağlıklı bir şekilde değerlendirilebilmesi, ana hatlarıyla da olsa, tarih boyunca sayılar teorisi alanındaki çalışmaların bilinmesini gerektirdiğinden, tezin birinci bölümünde kısa bir sayılar teorisi tarihi verilmesi uygun görülmüştür.

İkinci bölümde, Osmanlı'da tespit edilen sayılar teorisi çalışmaları incelenmiş ve değerlendirilmiştir. Fakat ne yazık ki, kaleme alınan eserlerin birçoğu için tam olarak bir sayılar teorisi kitabı olduğunu söylemek doğru olmaz. Kitaplar, çoğunlukla aritmetik veya basit hesap konularının biraz daha teoremlerle zenginleştirilmesiyle oluşturulmuştur. Yine de bu eserler içinde öne çıkan bazı kitaplar bulunmaktadır. Özellikle Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabı, sayılar teorisi alanındaki modern bilgilere ilk kez rastlanması açısından oldukça önemlidir. Diğer kitaplarda basit düzeyde bazı sayılar teorisi konuları ele alınmış olsa da, Osmanlı'ya modern sayılar teorisi kavramlarının girişini sağlayan kişinin Mustafa Salim olduğu söylenebilir. Ancak Mustafa Salim'in kitabında da pek çok sayılar teorisi konusu eksik bırakılmıştır.

Kronolojik olarak Mustafa Salim'in kitabından daha sonra yayınlanmış olan Mehmet Nadir'in eserleri ise modern bir sayılar teorisi kitabıyla hemen hemen aynıdır. Modern bir *Elementary Number Theory* yani *Sayılar Teorisine Giriş* kitabı ile Mehmet Nadir'in kitabının içindekiler büyük oranda örtüşmektedir. Nadir'in bu kitaptan başka,

sayılar teorisi alanında kaleme aldığı makaleleri ve yurtdışında yayınlanmış soru ve cevapları da tespit edilerek araştırmaya dâhil edilmiştir. Nadir'in katkıları ile sayılar teorisi, Osmanlı'da müstakil bir bilim dalı haline gelmiştir. Bu önemine binaen Nadir'in çalışmalarının ayrıca incelenmesi gerekli görülerek üçüncü bölüm, Mehmet Nadir'in matematik çalışmalarına ayrılmıştır.

Tez kapsamında incelenen 12 adet sayılar teorisi kitabı için içindekiler listesi oluşturularak Ekler bölümünde verilmiştir. Tez içinde alıntılanan Osmanlıca metinler, sadeleştirme yapılmadan transliterasyon kurallarına uyularak verilmiştir. Okuyucuya kolaylık olması açısından, transliterasyon metinlerde geçen bilinmeyen kelimelerin ve matematiksel terimlerin günümüzdeki karşılıkları da verilmiştir. Latin harflerine aktarırken ve günümüz karşılıkları için referans olarak *Osmanlıca Türkçe Ansiklopedik Lûgat* (Devellioğlu, 2012), *Turkish and English Lexicon* (Redhouse, 1978) ve *Matematik Sözlüğü* (Tuncer, 1995) kullanılmıştır.

Nihayet, tüm bu incelemeler ışığında sonuç ve değerlendirmeler verilmiştir. Çalışmanın elbette eksik tarafları vardır. Fakat tamamıyla bâkir kalmış bir alan olan Osmanlı'da sayılar teorisi çalışmalarının ortaya konması ile bir nebze olsun Osmanlı matematik tarihine ışık tutacağı ve gelecekte başka çalışmalara yol açacağı umulmaktadır.

1. BÖLÜM

SAYILAR TEORİSİ TARİHİ

1.1. Sayılar Teorisi: Tanımı, Kapsamı, Önemi

Sayılar teorisi, matematiğin dallarından biri olup aşağıda birkaç farklı tanımı verilmiştir:

Sayılar kuramı (ya da teorisi): (Osm. hesâb-ı nazarî, Fr. théorie des nombres, arithmétique théorique, İng. number theory). Ana çizgileriyle, doğal ve tam sayılar kümelerini, evişimleri, Diophantos denklemlerini inceleyen yalın sayılar kuramını, cebirsel cisimleri inceleyen cebirsel sayılar kuramını, sayı kümelerinin birleşimini ve doğal sayıların katışımını inceleyen toplamalı sayılar kuramını, en son da, bu ilk üç kuramı ilgilendiren sayı problemlerinin çözümleme yardımıyla çözülmesini inceleyen analitik sayılar kuramını içeren matematik dalıdır (Tuncer, 1995, s. 232-233).

Sayılar teorisi $1,2,3,4$ ... gibi doğal sayılar üzerine yapılan araştırmalar olarak tanımlanabilir (Ireland & Rosen, 2013, s. 1).

Sayılar teorisi, sayma sayıları ya da pozitif tam sayılar olarak adlandırılan $1, 2, 3, 4, 5,$ ... gibi tüm sayıların özellikleriyle ilgilenen bir matematik dalıdır (Apostol, 2013, s. 1).

Matematiğin en temel ve en önemli kavramları olan doğal sayıların özellikleri sayılar teorisinin konusudur. Sayılarla ilgili birçok kural basitçe bulunabilir ve ispatları zor olmadan yapılabilir. Ancak sayılar teorisi, basit kelimelerle ifade edilmiş olmasına rağmen çözümü yüzyıllar alan problemler de içermektedir (Ore, 1948, s. 25).

Sayılar teorisinin önemi ile ilgili ünlü bilim insanlarının fikirlerinden bazıları:

Kronecker: “Tanrı doğal sayıyı yarattı ve geriye kalanların hepsi insanoğlunun eseridir.” (Ireland & Rosen, 2013, s. 1).

Platon: “İnsan tabiatından sayıyı çıkarmış olsaydık, hiçbir zaman mantıklı düşünce sahibi olamazdık.” (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 19).

John Bernall: “Diophantos ile başlayan sayılar üzerine işlemlerin aritmetiğe etkisi, yalnızca alfabenin yazıya yapmış olduğu etki ile eşleştirilebilir.” (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 19).

William Stein: “Astronomide teleskop ne derece önemli ise, bilgisayar için de sayılar teorisi o kadar önemlidir.” (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 18).

Gauss: “Bilimin kraliçesi matematik ve matematiğin kraliçesi aritmetik[1]tir.” (Cajori, 2014, s. 485).

1.2. Kadim Çağlar

Sayılar teorisi, matematiğin en eski dallarından biridir ve kökleri şaşırtıcı derecede uzak bir tarihe kadar uzanır. Doğal sayılar bir bakıma en temel matematiksel unsurlar olmasına rağmen özelliklerinin incelenmesi, sonsuz merak uyandıran problemlerle matematikçilere nesiller boyu kaynak sağlamıştır (Ireland & Rosen, 2013, s. 1) Yunanlıların, doğal sayıların özellikleri hakkındaki temel bilgiler için, Babillilere ve eski Mısırlılara büyük oranda minnettar olduğunu belirtmek gerekirse de ilk gerçek

[1] Gauss’un ve o dönem matematikçilerin aritmetik olarak isimlendirdiği, sayılar teorisidir. Sayılar teorisi ya da sayılar kuramı adı daha sonraları kullanılmıştır.

kuramsal bilgiler Pisagor'a ve öğrencilerine atfedilir (Burton, 1980, s. 13). Sayılar teorisinde önemli gelişmelerin sağlanması için ise 17. yüzyılın beklenmesi gerekmiştir. Matematik tarihi bize, sayıların doğru bir şekilde anlaşılabilmesi için hızlı veya doğrudan bir yol olmadığını söyler (Flegg, 1983, s. 279). Kökleri dikkate alındığında, sayılar teorisi tarihini, matematiğin tarihiyle başlatmak yanlış olmaz.

Sayı ve biçime ilişkin kavramlarla tanışmamız Yontma Taş Devri'ne kadar uzanır. En ilkel kabilelerde sayma bilindik nesnelerle eşleştirme yapılarak başlamıştı. El-ayak parmaklarıyla, çakıl taşlarıyla, deniz kabuklarıyla, çubuklarla eşleştirilen nesneler, çentiklerle ve nihayet sayı sözcükleriyle ifade edilebilmiştir. Adam Smith'in "insan aklının ürünü en soyut düşünceler" olarak tanımladığı sayısal terimlerin kullanılması oldukça yavaş gerçekleşmiştir. Bunlar ilk kez ortaya çıktıklarında bir niceliği değil niteliği gösteriyor ve nesneler sadece bir, iki ve çok olarak ayrılabiliyordu. Sayı kavramının bu niteliksel kökenlerinin etkisi hala bazı dillerdeki ikili terimlerde görülmektedir (Struik, 1996, s. 25-29).

Sayıların işaretlerle belirtilmesi, kelimelere dökülmesinden çok daha önce olmuş olmalıdır. Sonuçta bir tahtaya çentik atmak, belirli bir ses düzenlemesi taşıyan ve akılda kalan bir kelime türetmekten daha kolaydır (Boyer C. B., 2015, s. 21).

Antropolojistlere göre insanlar ilk sayılar için farklı terminolojiler kullanmışlardı. Fakat ilkel kabilelerde sayılar 2 veya 3'e kadardı. En yaygın ve doğal sayma aracı olarak el parmakları kullanılmıştır. Aristo'nun da çok önceden belirttiği gibi, onluk sistemin günümüzde bu kadar yaygın kullanılmasının nedeni anatomik olarak insanın 10 parmaklı oluşudur (Boyer C. B., 2015, s. 20-23). Onluk sistemin dışında 2'lik, 3'lük, 5'lik, 20'lik ve 60'lık sayı sistemleri de kullanılmıştır.

İlkel sayma becerisini aşan matematiğin MÖ 5000 yıllarına uzanan bir tarihi vardır. Antik Yunan öncesi gelişmenin tümü Sümer, Babil, Mısır, Hint ve Çin gibi doğu kültürlerinin bir ürünüdür (Yıldırım, 2008b, s. 19). Hindistan ve Çin'de de eskiçağda dikkate değer ilmi faaliyetler olmuşsa da Mısır ve Mezopotamya ilimleri, Yunanlılar yoluyla, dolayısıyla da Ortaçağ İslam Dünyası ve Geç-Ortaçağ Batı Avrupa uygarlığı aracılığıyla, Yeniçağ Avrupa ilminin tarihi inkişafının temelinde yer alır (Sayılı, 1966, s. 1).

Mısır matematiği hakkında bilinenler günümüze kadar korunmuş olan birkaç papirüsten elde edilmiştir. Bu papirüslerden en önemlileri Rhind ve Moskova papirüsleridir. Mısırlılarda rakam sistemi 10 tabanlıydı fakat konumsal değildi. Sayıları ifade eden işaretlerin yan yana gelmesiyle bunların değerleri birbirine eklenmiş oluyordu. Mısır matematiğinde genel formüller ve ispat fikri mevcut değildi. Fakat bazı örnek problemlerde çözümün doğru olduğunu sağlama yoluyla gösteriyorlardı. Soyut sayı kavramına sahiplerdi. Birinci ve ikinci derece denklemleri çözebiliyorlardı. Bunun için *aha* hesabı denilen yanlış yoluyla yoklayarak çözüme dayanan bir usul kullanıyorlardı (Sayılı, 1966, s. 33-74).

Yazı için kil tabletler kullanan Mezopotamyalılardan kalan yazılı belgeler Mısırlılarınkine nazaran daha dayanıklı olduğu için zamanımıza intikal eden belge sayısı da o nispette büyüktür. Birçok kavmin hüküm sürdüğü Mezopotamya'da en önemli iki medeniyet Sümerliler ve Babillilerdir. Mısırlılardan farklı olarak sayı sistemleri 60 tabanlı ve konumsaldı. Konumsal sayı sisteminin kullanılması hesaplama ve cebirde önemli kolaylıklar ve gelişmeler sağlamıştır. Mezopotamyalılar tam doğru ve yaklaşık sonuç meselesine önem vermişler, irrasyonel sayı fikrinin oluşmasında öncü olmuşlardır. Yaklaşık değer hesaplamak için iyi yöntemler geliştirmişler, karekök ve

küpkök hesaplamaları yapmışlardır. $\sqrt{2}$'nin yaklaşık değerini virgülden sonraki ilk dört basamağına kadar doğru olarak hesaplamışlardır. İspatı verilmeksizin Pisagor teoremi biliniyor ve kullanılıyordu. Mezopotamyalılar birinci, ikinci, üçüncü derece denklemleri ve daha yüksek derece denklemlerin ikinci dereceye indirgenmesi mümkün olanlarını çözebiliyorlardı. Yüksek derecelerin indirgenmesi için yardımcı bilinmeyen kullanıyorlardı. Belirsiz denklemlerin çözümünü yapabiliyorlardı. Mezopotamya matematiğinin Yunan matematiğini etkilediği anlaşıldıktan sonra Diophantos'un belirsiz denklemler için yaptığı çözümlerin Mezopotamya mirasının üzerine kurulu olduğu fikri ortaya çıkmıştır. Babil tabletlerindeki belirsiz denklem çözümleri ile Diophantos'un çözümleri arasında büyük benzerlikler olduğu tespit edilmiştir (Sayılı, 1966, s. 159-246).

1.3. Pisagor ve Euclid Dönemi

Sayılar, 5000 yıldan fazla bir süre, kuramsal çalışmalar yapılmadan, sadece kayıtların tutulması ve ticari işlemler yapılması için kullanılmıştır. Sayılar teorisinin gerçek kaynağı olan tamsayıların incelenmesinde ilk bilimsel yaklaşım genellikle Yunanlılara atfedilir (Apostol, 2013, s. 1). Mısır ve Mezopotamya'da daha çok günlük ihtiyaçlardan ortaya çıkan matematik, Yunan'da kuramsal boyuta ulaşmıştır (Cajori, 2014, s. 24).

Klasik Yunan matematik ve felsefe okullarından en eskisi Pisagor okuludur. Mitlerle gerçeklerin tam olarak ayırt edilemediği bir dönem olmasından dolayı hayatı hakkındaki bilgiler çok kesin değildir. En iyi tahminlere göre, Pisagor MÖ 570 yılında Samos adasında doğmuştur. Pisagor uzun seyahatlerde bulunmuş, bu esnada Mısır ve Babil matematiğini öğrenmiştir. Güney İtalya'da Croton'da kurmuş olduğu okulunda sayılar ve geometri kurallarını öğretmiştir (Ore, 1948, s. 165). Pisagor okulunda birçok

öğrenci yetişmiş ve önemli buluşlar yapılmıştır. Fakat okulun katı kurallarından dolayı öğretiler halka açılmamış ve kimin neyi bulduğu da ortaya konmamıştır. Bu nedenle Pisagor okulundan bir bütün olarak söz etmek gerekmektedir (Cajori, 2014, s. 26).

Pisagor ekolünün "Her şey sayıdır." cümlesini ilke edindiği söylenir. Sayılara mistik anlamlar yüklemişler ve evreni sayı ile açıklamaya çalışmışlardır. Sayı mistizmi Pisagorcularla başlamamıştır, Mısır ve Mezopotamya'da da sayılara mistik anlamlar yüklendiği bilinmektedir. Bu felsefenin etkisiyle, Pisagor ve öğrencileri tamsayılar üzerinde oldukça kapsamlı çalışmalar yapmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 70). Tamsayıları çeşitli şekillerde sınıflandıran ilk kişiler Pisagorcular olmuştur:

Çift sayılar: $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \ldots$

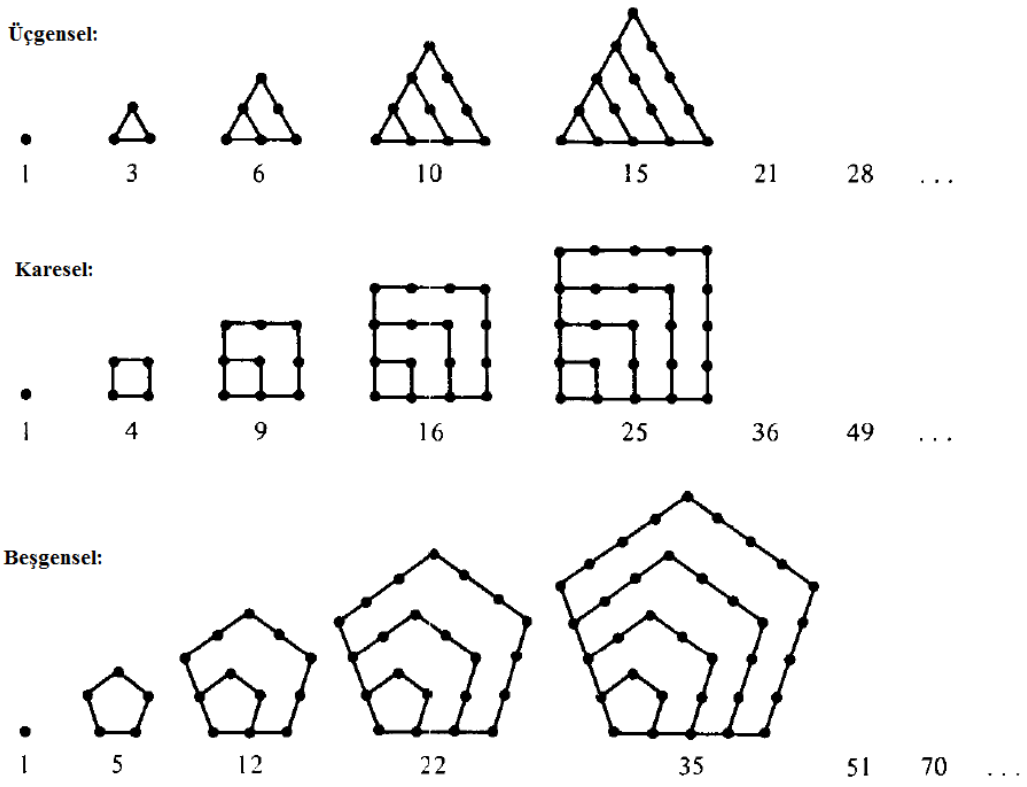
Tek sayılar: $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \ldots$

Asal sayılar: $2, 3, 5, 7, \ 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, \ldots$

Birleşik sayılar: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20,. . .

Asal sayılar, bölenleri sadece 1 ve sayının kendisi olan 1'den büyük sayılardır. Asal olmayan sayılara bileşik denir, ancak 1 sayısı ne asal ne de bileşik olarak kabul edilir.

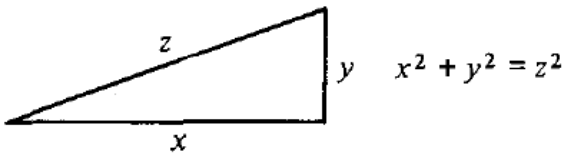
Pisagorcular sayıları geometriyle ilişkilendirmişler ve çokgensel sayılar fikrini ortaya atmışlardır: üçgensel sayılar, karesel sayılar, beşgensel sayılar, vb. Bu geometrik isimlendirme, sayıların şekilde gösterildiği gibi üçgenler, kareler, beşgenler halinde düzenlenmiş noktalarla temsil edilmesinden kaynaklanmaktadır (Apostol, 2013, s. 2).



Pisagorcular, mükemmel sayı ve dost sayı kavramlarını da biliyorlardı. Mükemmel bir sayı, $6 = 1 + 2 + 3$ gibi kendinden başka bölenlerinin toplamına eşit olan sayıdır. Nicomachus (MÖ 100)'un kaydettiği gibi $6, 28, 496, 8128$ mükemmel sayılardır. Her biri diğerinin tam bölenlerinin toplamına eşit olan iki sayı dost olarak adlandırılır. 220 ve 284 dost sayı çifti, Pisagorcular tarafından biliniyordu (Dickson, 1971, s. 2).

Bugün öyle olmadığı bilinse de, kadim bir teorem Pisagorculara atfedilmektedir. Pisagor teoremi, dik üçgende hipotenüste bulunan karenin, iki dik kenardaki karelerin toplamına eşit olduğunu belirtmektedir. z hipotenüsün uzunluğu, x ve y diğer iki kenarın uzunlukları olduğunda teorem şöyle olur:

$$x^2 + y^2 = z^2$$



Bu sonuç Pisagorcular tarafından kesinlikle biliniyordu ve teoreme gerçek bir ispat sağlayan ilk kişiler olabilirler (Ore, 1948, s. 165-166).

Pisagor teoremi eski çağlardan beri bilinmekteydi. Eski Çin ve Hint çalışmalarında Pisagor üçlülerine rastlanmaktadır. M.Ö. 1700 yıllarına ait bir Babil tableti, bazı rakamları oldukça büyük olan Pisagor üçlülerinin geniş bir listesini içermektedir. Teoremin Pisagorculara atfedilmesinin sebebi sonsuz sayıda üçlü belirlemek için ilk kez bir metot vermeleri olabilir (Apostol, 2013, s. 3). Daha sonraları Proclus ve Platon, bazı özel çözümler için ispatlar vermişlerdir. Pisagor teoreminin ilk genel ispatı Euclid'in *Elementleri*'nin onuncu kitabında bulunur (Ore, 1948, s. 166-167).

M.Ö. 300 civarında matematik tarihinde önemli bir olay gerçekleşti. 13 kitaptan oluşan bir koleksiyon olan Euclid'in *Elementleri*'nin ortaya çıkışı, matematiği numerolojiden tümdengelimli bir bilim haline getirdi. Euclid, matematiksel gerçekleri kesin delilleriyle birlikte aksiyomatik yapıda sunan ilk kişidir (Apostol, 2013, s. 3).

Elementler'in çağları aşan ününe kıyasla yazarının yaşamı hakkında pek az şey bilinmektedir. Hayatı ile ilgili bilgiler o kadar silik ve belirsizdir ki nerede doğduğu bile bilinmemektedir. MÖ 306'da 1. Ptolemy Mısır'da egemenliği ele geçirdikten sonra İskenderiye'de Müze adını verdiği bilim merkezini kurmuş ve Euclid'i de buraya öğretmen olarak davet etmiştir. Çalıştığı bu şehirden dolayı İskenderiyeli Euclid olarak tanınmaktadır (Boyer C. B., 2015, s. 125).

Euclid'in *Elementler*'inin 7, 8 ve 9. ciltleri sayılar teorisine ayrılmıştır. Bu ciltlerin ilk altı kitapla hiçbir ilgisi yoktur. Fakat daha sonraki kitaplar, bu üç aritmetik kitabı ile geometri hakkındaki diğerleri arasında bir bağlantı kurmaktadır (Katz, 1998, s. 84). Sözü geçen ciltlerdeki bilgilerin ne kadarının Euclid'in kendi buluşu, ne kadarının kendinden öncekilere ait buluşlar olduğu tam olarak bilinmemektedir (Cajori, 2014, s. 72).

7. ciltte; tek, çift, asal, bölünebilen, düzlem ve üç boyutlu gibi farklı sayı tiplerinden bahsedilmektedir. "Bölenlerinin toplamına eşit olan" mükemmel sayı tanımı da verilmektedir. 7. cildin asıl önemli yanı, günümüzde Euclid algoritması olarak bilinen iki sayının en büyük ortak böleninin bulunması hakkındaki önermelerdir. Kitap çeşitli sayıların en küçük ortak katlarının nasıl bulunacağı hakkındaki önerme ile son bulur (Boyer C. B., 2015, s. 140-141). 7. kitapta ele alınan asal sayılar ve aralarında asal olma hakkındaki teoremler, Euclid'in bölünebilme teorisine zemin hazırlamış ve 9. kitapta aritmetiğin temel teoremi olarak bilinen her sayının asal sayıların çarpımı olarak tek bir şekilde yazılabileceği teoremini oluşturmuştur (Katz, 1998, s. 86).

8. cilt, 13 ciltlik *Elementler*'in en az üzerinde durulanıdır. Geometrik diziler ile kare ve küpün basit özellikleri hakkında önermeler içerir (Boyer C. B., 2015, s. 141).

9. cilt, asal sayılar üzerine olan üç kitabın sonuncusudur. En çok dikkat çeken teoremler, asal sayıların sonsuz olduğu hakkındaki, geometrik dizideki sayıların toplamını veren ve mükemmel sayılar hakkındaki teoremlerdir (Boyer C. B., 2015, s. 141-143).

Euclid'in matematiğin değil de geometrinin bir parçası olarak kaleme aldığı 10. cilt, irrasyonel sayı kavramını çağrıştıran bazı ifadeler içermesi bakımından önemlidir.

Çoğu günümüz aritmetiğindeki irrasyonel ifadesinin özdeşi olan 115 önerme bulunmaktadır (Boyer C. B., 2015, s. 143).

Euclid'in ölümünden sonra sayılar teorisi yaklaşık 400 yıl boyunca yerinde saymıştır. Geometri, tüm Yunanlı matematikçilerin odaklandığı tek alan olmuştur. Bu dönemde aritmetikte kayda değer çok az bilim adamı olmuştur. Eratosthenes (MÖ 276-194), asal sayıları bulmaya yarayan ve günümüzde "Eratosthenes Kalburu" olarak bilinen yöntemi geliştirmiştir. Hypsicles (MÖ 200-100), çokgensel sayılar ve aritmetik diziler üzerine çalışmalar yapmıştır. Nicomachus (MÖ 100), o dönemde çığır açmış olan aritmetik üzerine *Introductio Arithmetica* adlı bir eser yazmıştır (Cajori, 2014, s. 72).

1.4. Diophantos

Euclid'in M.Ö. 300'lü yıllardaki sayılar teorisiyle ilgili çalışmalarından sonra Yunan matematikçi Diophantos (MS 250)'a kadar uzanan sürede önemli çalışmalar yapılmamıştır (Apostol, 2013, s. 5). Karakteristik olarak oldukça geometrik olan Yunan matematiği, İskenderiye döneminden sonra gerilemeye başlamıştı. Diophantos'un çalışmaları ile cebirsel yöntemler ön plana çıkmıştır (Ore, 1948, s. 179). Kitapları Yunanca olmasaydı kimse bunun Yunan aklının ürünü olduğunu düşünmezdi. Eserleri klasik Yunan matematiğinden çok farklı olarak Yunan'da hiç bilinmeyen cebir üzerineydi (Cajori, 2014, s. 75).

Cebir ve sayılar kuramı alanındaki çalışmaları ile ünlü olan Diophantos (MS 250) İskenderiye'de yaşıyordu. Hayatı hakkında çok az bilgi vardır. Hakkında bilinen her şey, muhtemelen Diophantos'un ölümünden yüzyılı aşkın olmayan bir süre sonra derlenmiş olan Palatine Antolojisi'nde bulunan Yunan problemlerinin şiirsel biçimdeki koleksiyonundan elde edilebilmiştir. Bu koleksiyon, bazıları belirsiz olan denklemlerle

çözülebilen basit problemleri içerir. Bu problemlerden birinde Diophantos'un mezar taşında yazılı şu bilgiler verilmiştir:

"Yaşamının altıda biri çocukluğudur. On ikide birinden sonra sakal bırakmıştı. Yedide birinden sonra evlendi. Bu evliliğinden beş yıl sonra bir oğlu oldu. Ne yazık ki, babasının yarı yaşında öldü. Baba ancak dört yıl daha yaşayabildi."

Verilen bu bilgilerden yararlanarak, eğer Diophantos'un yaşına x dersek denklem şöyle yazılır:

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x$$

Bu sayılar aracılığıyla $x=84$ yaşında öldüğünü hesaplıyoruz (Ore, 1948, s. 180).

Diophantos, en çok sayılar teorisindeki cebirsel denklemlerin çözümlerine ilişkin çalışmalarını topladığı *Arithmetica* isimli eseriyle tanınmaktadır. *Arithmetica*'yı oluşturan 13 kitaptan sadece altısının daha sonraki dönemlere ulaştığı sanılmaktadır. Bu tahminin sebebi, *Arithmetica*'nın birçok Arapça tercümesinin sadece bu altı kitaptaki problemlerden oluşmuş olmasıdır (Katz, 1998, s. 173-174).

Diophantos'un temel özelliği, yalnızca pozitif rasyonel çözümlerle ilgileniyor olmasıdır. Denklemleri çözerken, katsayıların seçimini aradığı pozitif rasyonel çözümleri verecek şekilde seçmekteydi. Diophantos'un çözümünü verdiği denklemler arasında günümüzde "Pell denklemleri" olarak tanınan denklemler de vardır (Struik, 1996, s. 94). Diophantos'un ilgilendiği denklemlerin bir örneği de Pisagor üçlülerini veren $x^2+y^2=z^2$ denklemidir (Apostol, 2013, s. 5).

Arithmetica'da Diophantos sayılar kuramına ilişkin bazı önermeler vermektedir. İki tam sayının her biri, iki sayının kareleri toplamıysa, bu iki sayının çarpımının da iki şekilde, iki tam sayının karesi toplamı olarak gösterilebileceği bu önermelerden biridir. Bir sayının nasıl üç ve dört sayının karelerinin toplamına ayrılabileceğini gösteren teoremler de bulunmaktadır (Struik, 1996, s. 94).

Bu geniş aritmetik problemler koleksiyonunun tek bir yazarın ürünü olması muhtemel görünmüyor, dolayısıyla bazıları önceki kaynaklardan toplanmış olabilir. Ancak, Diophantos problemlerinin kökeni ile ilgili açıklamalar tamamen varsayımsaldır. Yunan cebirinin bildiğimizden daha gelişmiş olması mümkündür veya Babil ya da Hint matematiğinden aktarılan bir miras da olabilir (Ore, 1948, s. 184).

Diophantos'un eserlerinin bilimsel değerini azaltan şey, sonsuz sayıda çözümü olan belirsiz bir denklemin her zaman tek bir çözümüyle ilgilenmiş olmasıdır. Bir diğer önemli eksiklik de genel metotların olmaması, her probleme özel çözümler yapmış olmasıdır. Yine de bu özel denklemlerin çözümünde kullanılan yaratıcılığı takdir etmek gerekir (Cajori, 2014, s. 77).

Arithmetica'da Diophantos, çoğunlukla hesaplamak istediği kavramların isimlerinin ilk harflerinden oluşan özel işaretli stenografik kısaltmalar kullanmıştır; bu nedenle bilinmeyen miktarlar, kuvvetler ve çeşitli işlemler sabit işaretlere sahiptir. Bu matematiksel yazı şekline simgesel cebir denir ve cebirsel notasyona ve matematiksel dilin oluşturulmasına yönelik erken bir adım olarak görülmelidir (Ore, 1948, s. 181).

Tam sayılı çözümler bulunması gereken cebirsel problemlere Diophantos problemleri adının verilmiş olması, Diophantos'un konuya katkısına ithaftır (Ore, 1948, s. 184).

Arithmetica, 1570'te Bombelli tarafından tercüme edilmiştir ancak yayınlanmamıştır. Bilinen en meşhur Latince tercümesi, 1621'de Bachet tarafından yapılmıştır. Fermat'ın elinde de Bachet'ın tercümesinin bir kopyası olduğu bilinmektedir. Fermat, eserlerinin büyük kısmını bu kitapta bahsedilen konular üzerinde çalışarak oluşturmuştur (Katz, 1998, s. 182).

1.5. Hint ve İslam

Roma İmparatorluğu'nun çöküşüyle birlikte matematiksel araştırmaların merkezi önce Hindistan'a sonra İslam dünyasına kaydı. Hintlilerin bilime ilk katkıları astronomi ve matematik bilgileri içeren *Siddahanta*'lardır (Struik, 1996, s. 104).

Hint matematikçilerinden en tanınmışları Aryabhata (yaklaşık 500) ve Brahmagupta (yaklaşık 625)'dır. Brahmasphuta, *Siddhanta* adlı astronomi çalışmasının 24 bölümünün ikisini matematiğe ayırmıştır. Bu çalışmada Brahmagupta, işaretli sayıların çarpımı kuralını vermiş ve problemlerin bazı çözümlerinin negatif sayı olabileceğini fark etmiştir. Kendinden önce gelen Aryabhata'nın bir takipçisi olarak belirsiz denklemlerin çözümleriyle ilgilenmiştir. Ayrıca, bugün Euclid algoritması olarak bilinen algoritmayı göstermiş, yine bugün Pell denklemi olarak adlandırılan $x^2 = 1 + py^2$ denkleminin çözümünü incelemiştir (Berggren, 2003, s. 101).

Hintli matematikçilerin çalışmalarında belirsiz denklemlere Diophantos'un duyduğu ilginin bir benzeri görülmektedir. 1150 yıllarında yaşayan diğer bir önemli matematikçi de Bhaskara'dır. Bhaskara, belirsiz denklemlerin negatif çözümlerini de kabul ederek Diophantos'u aşmıştır (Struik, 1996, s. 105).

Hint matematiğinin bilinen en önemli başarısı günümüzde kullanılan basamaklı onlu sayı sistemidir. Matematikteki dokuz işaretin kullanılması Hintlilere aittir. Çok

sonraları, boş olan yokluğu işaretlemek için, sıfır rakamı "O" biçiminde yine Hintliler tarafından bulunmuştur (Cajori, 2014, s. 108-109).

Ondalık konumlu sayılar ve sıfırın icadı ile bugün kullandığımız yazılı hesabın temelleri MS 5. yüzyılın ilk yarısında Hintliler tarafından atılmıştır. Dokuz ana rakamın Avrupa'ya taşınması için beş yüzyılı aşkın bir süre gerekmiştir. Sıfırın bu hesap yöntemleriyle birlikte kullanımının Batı dünyasında yayılması için ise çok daha uzun bir süre geçmiştir. Bununla birlikte Avrupa üzerindeki Hint etkisi doğrudan olmamış, Hint bilimi Avrupa'ya, iki dünya arasında aracılık rolü yapan İslam Dünyası bilim adamlarının eserleri ile aktarılmıştır (Ifrah, 1998, s. 1).

İslam Dünyası Yunancadan yapılan çevirilerden dolayı Yunan matematiğini biliyordu. Hint matematiğinden de, Brahmagupta'nın astronomi çalışmalarının Halife Mansur'a sunulmasından dolayı, erken dönemlerde haberdar olmuştu. İslam Dünyası matematik çalışmalarının Babil, Yunan ve Hint mirasının temelleri üzerine kurulduğu söylenebilir (Berggren, 2003, s. 100-101). İslam Dünyası bilim adamları Grek bilgi hazinesini Arapçaya aktarmanın yanında, Suriye ve İran'dan elde ettiklerini de tercümelerle bilgi birikimlerine kattılar (Yıldırım, 2008a, s. 63).

İslam Dünyasında, matematik üzerine eserler yazan ilk kayda değer isim 9. yüzyılın ilk yarısında Halife Memun döneminde yaşamış olan Muhammed bin Musa el-Harezmî'dir. Doğum tarihi kesin olarak bilinmemekte, hayatı hakkında çok fazla bilgi bulunmamaktadır. Batı bilim dünyasında en sürekli, en derin etkiler bırakmış matematikçi olarak tanınmıştır (Cajori, 2014, s. 124).

Harezmî'nin bilime en önemli katkıları; aritmetik, cebir, coğrafya ve astronomi alanlarında olmuştur. Aritmetik ve astronomide Hint yöntemini İslam Dünyasına tanıtmıştır ve cebir çalışmaları İslam Dünyasında bilimin gelişmesinde birinci derecede

önem taşımaktadır. Son olarak coğrafyadaki başarıları, bu disiplinin en kadim üstatları arasında ona bir yer kazandırmıştır (Berggren, 2003, s. 7).

Harezmî'nin matematik alanında aritmetik ve cebir üzerine iki eseri bulunmaktadır. Hint hesaplama sanatından bahseden aritmetik hakkındaki kitabının orijinali kayıptır, yalnızca Latince bir tercümesi günümüze ulaşabilmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 259). Bu kitapta Harezmî, Hintlilerden esinlenerek geliştirdiği çok kullanışlı konumsal ondalık sistemi tanıtmıştır. Kitabı, Arapçadan Latinceye çevrilen ilk aritmetik kitabıdır ve Batı matematiğine etkisi *algoritma* kelimesinin kullanılmasından anlaşılabilir. Bu kelime, günümüzde de bilimde ve matematikte hesaplama için kullanılan değişmez bir kelimedir ve kökeni Harezmî isminin bozularak dönüştürülmesine dayanır (Berggren, 2003, s. 7).

Harezmî'nin en çok ilgi gören eseri cebir alanında yazmış olduğu *el-Cebr ve'l-Mukabele* adlı kitabı ise ikinci dereceden denklemlerin çözüm yolunu sistemli olarak işleyen ilk eser niteliğindedir (Boyer C. B., 2015, s. 259). Bu kitap İslam Dünyasında cebirin başlangıç noktası olmuştur. Ayrıca kitabın başlığı Batı'da konuya isim verilmesine hizmet etmiştir, çünkü *algebra* Arapça *el-cebr*'den gelmektedir (Berggren, 2003, s. 7). Harezmî'nin cebirinin altı tercümesi bilinmektedir. Latinceye Chester'li Robert (1145), Cremona'lı Gerard (1170) ve Guglielmo do Lunis (1250), İngilizceye Frederic Rosen (1831), Rusçaya B.Rosenfeld (1964) çevirisini yapmıştır. Eser, bugüne kadar Türkçeye kazandırılmamıştır (Dosay, 1989, s. 1059-1060).

Harezmî'nin eserleri Babil, Yunan ve Hint etkileri taşımaktadır ve Avrupa'yı derinden etkilemiştir (Boyer C. B., 2015, s. 262-263). Harezmî'nin eserlerinin matematik tarihi açısından en önemli yanı Hint rakamlarının ve Arap cebirinin Batı

Avrupa'ya taşınmasını sağlayan en temel kaynaklardan biri olmasıdır (Struik, 1996, s. 110).

Halife Memun döneminde yaşamış diğer bir matematikçi Sabit bin Kurra (836-901)'dır. Sabit bin Kurra, astronomi ve matematikle ilgilenmiş, bunun yanında, Yunanca ve Süryanice'den önemli tercümeler yapmıştır. Sayılar teorisi alanındaki en önemli çalışması dost sayılar hakkındadır. Sabit bin Kurra, dost sayıları (her biri, diğerinin çarpanlarının toplamı olan sayılar) bulurken Euclid'in mükemmel sayılar (pozitif çarpanlarının toplamına eşit olan sayılar) için geliştirdiği yöntemle bağlantılı olarak bir formül geliştirmiştir (Cajori, 2014, s. 126-127). Bu dikkate değer formül şu şekildedir: Eğer p, q ve r asal sayıları, $p = 3.2^{n-1}$, $q = 3.2^{n-1} - 1$ ve $r = 9.2^{n-1} - 1$ biçiminde ifade edilebiliyorsa, o zaman $2^n pq$ ve $2^n r$ dost sayılardır çünkü bunların her biri diğerlerinin tam bölenlerinin toplamına eşittir (Boyer C. B., 2015, s. 267).

İslam matematikçilerin içinde, MS 1030 civarında ölen Bağdatlı Kerecî muhtemelen en bilimsel ve orijinal olanıydı. Konu ile ilgili eserlerinden biri, *el-Kafî fi'l-Hesâb* hesaplamalar için kurallar veren elementer düzeyde bir kitaptır. İlginç bir şekilde, Bağdat'ta o zamanlarda oldukça yaygın olmasına rağmen, Hint rakamlarının kullanılmasına karşıdır (Ore, 1948, s. 185).

Kerecî'nin diğer bir eseri *Fahrî*, matematik tarihinde çok daha önemli bir çalışmadır. Kerecî, *Fahrî*'nin Diophantos'un *Aritmetika*'sından aynen kopyalanmış uzun bölümleri içermesine ek olarak birçok bakımdan, Diophantos'un Arap halefiydi. İki eserin genel planı aynıdır. Her ikisi de rasyonel çözümleri istenen problemler için uygulamalı temel cebirsel teoriler içerir. Her ne kadar Kerecî, Diophantos'un problemlerinin çoğunu tekrarlasa da, yöntemleri daha da geliştirir ve aynı zamanda oldukça farklı türde problemleri ortaya koyar (Ore, 1948, s. 185). Diophantos'un

rasyonel sayılarla kısıtlı yaklaşımının ötesine giden $ax^{2n} + bx^n = c$ biçimindeki denklemlere sayısal çözümler üreten ilk kişinin Kerecî olduğu söylenir. Cebirsel denklem çözümlerinin köklü ifadeler biçiminde gösterilmesine yönelik Rönesans matematiğinin temelleri bu dönemde atılmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 271). Kerecî, Grek ve Hint matematiğini katkılarıyla daha ileriye götürmüş ve bu bilgilerin günümüze kadar ulaşmasına katkı sağlamıştır (Göker, 1997, s. 351).

Babilliler, Hintliler ve Müslümanlar, kademe kademe sembolleri ve Yunanlıların yapabildiklerinden çok daha güçlü ve soyut bir şekilde sayısal problemlerle uğraşma olanağı veren hesaplama kuralları geliştirmişlerdir. Fakat ispat yapmak ve sayılar hakkındaki bilgilerini aksiyomatik bir formda düzenlemekle pek meşgul olmamışlardır. Böylece Geometri, Euclid'in vermiş olduğu aksiyomatik formda, Ortaçağ ve erken modern zamanlar boyunca ele alınırken; sayı matematiği nispeten birbiriyle bağlantısız yasaların ve hesaplama kurallarının bir toplamı olarak sürdürülmüştür. Bu durum, 20. yüzyıl matematiğinin, geometrinin yanı sıra, matematiksel çalışmalarda aksiyomatik yaklaşımın artan kullanımıyla değişebilmiştir (Barker, 2003, s. 96).

1.6. Pisa'lı Leonardo Fibonacci ve Bilgilerin Batı'ya Aktarılması

Bilim tarihi, İslam Dünyasının Ortaçağda Batı Avrupa karanlık bir dönem yaşarken parlak ve yüksek bir uygarlığa sahip olduğunu göstermiştir. İslam Dünyası 8. yüzyıl ile 12. yüzyıl arasında eriştiği ileri uygarlık düzeyini 12. yüzyıldan sonra kaybetmeye başlamıştır (Dosay, 1991, s. 75). Avrupa için ise 12. yüzyıla gelindiğinde durum değişmiş, yeni tanışılan İslam bilimi yoğun çevirilerle Arapçadan Latinceye aktarılmış ve bilime öncülük edilecek zamanların hazırlık dönemi oluşmuştur. Bu dönemde çoğunlukla çeviri kitaplar yazılmış olup orijinal eserler yok denecek kadar azdır (Cajori, 2014, s. 143). Orijinal katkıların görülmesi genellikle Latinceye yapılan

çevirilerin özümsenmesi ve eleştiri zihniyetinin oluşması sürecinin tamamlanmasından sonra olmuştur (Dosay, 1992, s. 147).

Avrupa'da Ortaçağ, tek başına parlayan bir yıldız olan Pisa'lı Leonardo haricinde matematiksel gelişmeler açısından boş dönem oldu (Ore, 1948, s. 187). Bonaccio'nun oğlu Fibonacci olarak da bilinen Leonardo Doğu'yu bir tüccar olarak gezdi. Bu esnada birçok hesap yöntemi öğrendi (Cajori, 2014, s. 146).

Leonardo, orijinal ve yaratıcı özelliklere sahip bir matematikçi olmasının yanında Kerecî'nin, Diophantos'un bilgi ve ilham mirasçısı olduğu gibi, İslam matematiğinin doğrudan varisiydi. Leonardo kaynaklarından hiç bahsetmese de önde gelen İslam matematikçilerinin eserlerine aşina olduğu konusunda hiçbir soru işareti bulunmamaktadır. Leonardo'nun en önemli çalışması olan *Liber Abaci* (1202)'de, kelimenin tam anlamıyla Kerecî'nin *Fahrî* adlı cebir kitabından alıntılanan ve böylece bazen de orijinal olarak Diophantos'tan gelen birçok problem bulunmaktadır. Bunun dışında el-Harezmî'nin *el-Cebr ve'l-Mukabele*'sinden de yararlanmıştır (Ore, 1948, s. 187). *Liber Abaci*'de, tamsayı ve kesirlerle yapılan işlemler çok anlaşılır bir şekilde açıklanmış, karekök ve Batı'da henüz bilinmeyen küpkök izah edilmiştir. Kitapta belirli ve belirsiz birçok problemin çözümü yapılmıştır (Cajori, 2014).

Fibonacci'nin *Liber Abaci* dışındaki eserleri de çok önemlidir. 1225'te kaleme aldığı *Flos*'ta Diophantos'u anımsatan belirsiz denklem problemleri yer almaktadır. 1225'te ayrıca belirsizlik analizinde enfes bir başyapıt olan *Liber Quadratorum*'u tamamlamıştır. Bu eserin içerdiği problemlerden bazıları II. Frederik'in sarayında düzenlenen ve Fibonacci'nin de davetli olduğu matematik yarışmalarından alınmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 290).

Fibonacci'nin kendisine yöneltilen bir problemin çözümü ile uğraşırken elde ettiği $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 \ldots$ şeklindeki sayı dizisi oldukça meşhurdur. Fibonacci sayıları, $F_0 = 0$ ve $F_1 = 1$ başlangıç koşulları ile $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 2$ şeklinde tanımlanır. Biyolojide, pür ve uygulamalı matematikte ve bunun gibi çeşitli bilim dallarında bu sayıların birçok uygulaması mevcuttur. Ayrıca bu rakamlar, doğa araştırmalarında ve sanatta görülen altın oranla ilişkilidir (Tan & Ekin, 2014, s. 19).

Leonardo'nun eserleri sadece kendinden önceki eserleri derleyen ve taklit eden eserler değildir. İslam cebiri ve aritmetiğinin Avrupa'da yaygınlaşmasının yanında kendine özgü orijinal katkılar da sağlamıştır (Cajori, 2014, s. 146).

1.7. Fermat Dönemi

Diophantos'tan sonra, 17. yüzyıla kadar sayılar teorisindeki ilerlemeler kısıtlı kalmıştır. On yedinci yüzyılda, konu, Batı Avrupa'da, modern sayılar teorisinin babası olarak kabul edilen olağanüstü bir Fransız matematikçisi Pierre de Fermat (1601-1665)'ın gayretleri ile yeniden canlandırılmıştır. Fermat, fikirlerinin çoğunu Diophantos'un eserlerinden almıştır. Tamsayıların gerçekten derin özelliklerini keşfeden ilk kişi olmuştur (Apostol, 2013, s. 5).

Fermat, Toulouse'da hukuk okumuş, eyalet yüksek mahkemesinde avukatlık ve ardından konsey üyeliği yapmıştır. Çok meşgul bir adam olmasına ve profesyonel bir matematikçi olarak eğitim görmemesine rağmen matematikte oldukça önemli buluşlar gerçekleştirmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 381). Analitik geometri, sonsuzluk analizi, olasılık gibi alanlara çok büyük katkılarının yanında sayılar teorisinde de önemli çalışmalar yapmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 388). Fermat'ın en büyük başarısı, ister matematikçi ister amatör olsun herkesin anlayabileceği "sayılar teorisi"ni kurmuş olmasıdır (Bell, 1947, s. 58).

Diophantos'tan Fermat'a uzanan yol uzun zaman geçmesine rağmen oldukça aracısızdır. Rönesans döneminde, birçok el yazması Yunan matematik eseri Batı Avrupa'ya ulaştı. Avrupa'daki matematiğin genel seviyesi Ortaçağ'da son derece düşüktü. Çalışmalar, o zamana kadar adı bilinmeyen Diophantos'un eserinin kopyalarıydı ve bu eser on altıncı yüzyıl matematikçileri için ciddi bir zorluğu temsil ediyordu (Ore, 1948, s. 194).

Fermat, Bachet (1591-1639)'ın Diophantos çevirisinin, aynı zamanda bir defter olarak kullandığı, iyice yıpranmış bir kopyasına sahipti. Kenar boşluklarına, Diophantos'taki problemlerle bağlantılı olarak kendisinin bulduğu önemli sonuçlardan bazılarını not ederdi. Fermat'ın ölümünden sonra Fermat'ın notlarıyla birlikte tüm kitap, oğlu Samuel tarafından (1670) yayınlanmıştır (Ore, 1948, s. 196).

Mükemmel, dost ve şekilsel sayılar, sihirli kareler, Pisagor üçlüleri, bölünebilirlik ve hepsinin ötesinde asal sayılara ilişkin konular Fermat'ın ilgisini çekmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 388) (Boyer, s.388).

Fermat, 2'den büyük bir n tam sayısı için $x^n + y^n = z^n$ denklemini karşılayan pozitif x, y, z tamsayı değerleri olmadığı şeklindeki teoremini ortaya atmıştır. Bachet'ın Diophantos kopyasının kenarına bu önemli teoremi harika bir şekilde ispatladığı notunu düşmüş fakat kitabın kenar boşluğunun ispatı yazmak için çok dar olduğunu belirtmekle yetinmiştir. Bu teorem Fermat'ın "son" ve "en büyük" teoremi olarak bilinir. Fermat'ın ispatının olup olmadığı bilinmemektedir. Uzun yıllar teoremin ispatı yapılamamıştır. Fakat problemin çözümü için harcanan çabalar matematikte önemli gelişmelere yol açmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 389). Teorem için ilk kez 1994 yılında Andrew Wiles tarafından bir ispat verilmiştir (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 270).

Fermat diğer bir teoreminde $2^{2^n}+1$ türündeki sayıların her zaman asal olduğunu ileri sürmüştür. Bir yüzyıl sonra Euler bu hipotezin yanlış olduğunu, zira $2^{2^5}+1$'in asal sayı olmadığını göstermiştir (Boyer C. B., 2015, s. 390).

Fermat'ın Bachet çevirisinin kenar boşluklarına yazdığı diğer bir teorem: "$4n+1$ asal ise, tek bir şekilde iki tam kare sayının toplamı olarak ifade edilebilir." Bu teoremin ispatı daha sonra Euler tarafından yapılmıştır (Cajori, 2014, s. 201).

Fermat, ketum bir yapıya sahip olduğundan yöntemlerini gizlemiş, sadece elde ettiği sonuçları açıklamıştır. İspatını vermeden yazmış olduğu önermelerden bazıları kendinden sonraki matematikçilere büyük zorluklar yaşatmıştır. Fermat'ın meşhur son teoremi matematikçileri 300 yıl kadar uğraştırmıştır (Cajori, 2014, s. 204).

Fermat ile aynı dönemde yaşamış olan Marin Mersenne (1588-1648), daha çok bilim adamlarının yazışmalarına aracılık etmesiyle tanınan Fransız bir matematikçidir. Asal sayılar ve mükemmel sayılar hakkında önemli çalışmalar yapmıştır. $M_p = 2^p - 1$ şeklinde tanımlanan sayılara Mersenne sayıları adı verilir. Mersenne sayılarından asal olanlarına Mersenne asalları denir. $M_p = 2^p - 1$ ifadesinde p asal olduğunda M_p'nin de asal olacağı düşünülmüştü fakat $p = 11$ için bunun doğru olmadığı görüldü. p asal olduğunda M_p daima asal olmasa da M_p asal olduğunda p mutlaka asal olması gerektiği ispatlanmıştır. Mersenne asalları mükemmel sayıların bulunmasında kullanılmaktadır. $2^p - 1$ Mersenne asal sayısı ise $(2^{p-1}).(2^p - 1)$ bir mükemmel sayı belirtir (Clark, 2002, s. 22-29).

1.8. Euler, Lagrange, Legendre, Gauss ve Modern Dönem

Fermat'tan kısa bir süre sonra Euler (1707-1783), Lagrange (1736-1813), Legendre (1752-1833), Gauss (1777-1855) ve Dirichlet (1805-1859) isimleri konunun daha da geliştirilmesinde ön plana çıkmıştır (Apostol, 2013, s. 5).

Euler (1707-1783), 18. yüzyılın, hatta tüm dönemlerin en dikkate değer matematikçilerinden biriydi. İsviçreli matematikçinin babası rahipti ve oğlunun da teoloji eğitimi almasını istiyordu. Baba Euler, bu isteğine rağmen, oğluna matematik eğitimi vermekten kaçınmamış ve daha sonra Euler, Johann Bernoulli'nin en sevdiği öğrencisi olmuştur (Boyer C. B., 2015, s. 475).

Euler, o kadar üretken bir yazardı ki yaşamı boyunca 500'den fazla kitabı ve makalesi yayınlanmıştır. 1735'te sağ gözünü, 1766'da sol gözünü kaybedip hayatının 17 yılını mutlak bir karanlık içinde geçirmek zorunda kalması bile onun üretkenliğini kesintiye uğratmamıştır. Hizmetçisine dikte ettirerek eserler vermeye devam etmiştir (Boyer C. B., 2015, s. 476-477).

Euler, analiz, sayılar teorisi, trigonometri, mekanik, astronomi gibi birçok alanda önemli çalışmalar yapmıştır (Cajori, 2014, s. 270). Sayılar teorisi üzerine bir kitabı yoktur fakat çeşitli makaleleri ve bu konuyu irdelediği mektupları bulunmaktadır (Boyer C. B., 2015, s. 492).

Fermat'ın $2^{2^n}+1$ türündeki sayıların daima asal olacağı teoreminin yanlış olduğunu 1732'de ispatlamıştır. p asal, a, p'ye bölünemeyen bir tamsayı olduğunda $a^{p-1}-1$'in p'ye bölünebileceği teoreminin ise tümevarım yoluyla bir ispatını 1736'da yapmıştır. Daha sonra Euler, içinde φ fonksiyonu olarak bilinen bir fonksiyon bulunan daha genel bir önerme ortaya atmıştır. m, 1'den büyük pozitif bir tamsayı olduğunda

$\varphi(m)$ fonksiyonu, m'den küçük ve m ile ortak böleni bulunmayan tamsayıların sayısı olarak tanımlanır. Euler, $a^{\varphi(m)-1}$'in m'ye bölünebileceğini göstermiştir. Fermat'ın son teoreminin ispatını yapmamıştır. 1747'de Fermat'ın bulduğu bağdaşık sayılara üç çift daha ekleyerek listeyi 30 çifte çıkarmış, daha sonra bu sayıyı 60'a ulaştırmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 492-494).

Euler, sürekli kesirler için yeni bir algoritma geliştirmiş ve bunu $ax + by = c$ belirsiz denkleminin çözümünde kullanmıştır. Asal sayıların dağılımı ile ilgilenmiştir (Cajori, 2014, s. 276-277).

Euler, Euclid tarafından $2^{n-1}(2^{n-1} - 1)$ biçiminde verilen tüm mükemmel çift sayıların $(2^{n-1} - 1)$'in asal olması durumunda asal olacağını ispatlamıştır. Mükemmel bir tek sayı bulunup bulunmadığı cevapsız kalmıştır (Boyer C. B., 2015, s. 484).

Tüm zamanların en büyük matematikçilerinden olan Lagrange (1736-1813), Torino'da doğmuş ve Paris'te ölmüştür (Cajori, 2014, s. 289). Birçok alanda önemli çalışmalar yapmış, sayılar teorisi üzerine de çeşitli yazılar yayınlamıştır. 1769'da belirsiz ikinci derece denklemlerinin çözümü hakkında bir yöntem vermiş, 1771'de Wilson teoremini ispatlamıştır. Bachet'ın her tamsayının dört veya daha az sayıda sayının karesinin toplamı olduğunu ifade eden teoremini ispatlamıştır. Fermat'ın $a^2 + b^2 = c^2$ ise ab'nin kare olamayacağına ilişkin teoremini ispatlamıştır (Cajori, 2014, s. 293).

Legendre (1752-1833), Paris'te matematik eğitimi almış ve daha sonra burada askerî okulda matematik profesörlüğü yapmıştır. Legendre, matematiğe, başta eliptik integraller, sayılar teorisi, elipsoitlerin çekimi ve en küçük kareler gibi konularda

önemli katkılarda bulunmuştur (Cajori, 2014, s. 305). Sayılar teorisinde ilk ders kitabı Legendre tarafından 1798'de yayınlanmıştır.

Legendre'dan üç yıl sonra Gauss, konuyu sistematik bir bilim haline getiren *Disquisitiones Arithmeticae*'yı yayınladı. Gauss, diğer bilim dallarında olduğu gibi matematiğin başka alanlarına da zengin katkılar yapmış olsa da sayılar teorisi üzerine yazdığı kitabını en büyük eseri olarak görüyordu (Apostol, 2013, s. 5).

Fermat sistematik bilim olarak sayılar teorisinin babası olduğu halde, Gauss'un, konunun modern seviyeye ulaşmasını sağladığı söylenebilir. Sayıların özellikleri üzerine yazdığı en önemli eseri, yirmi dört yaşındayken 1801'de ortaya çıkan *Disquisitiones Arithmeticae*'dır (Ore, 1948, s. 209).

Carl Friedrich Gauss (1777-1855), oğlunun iyi bir eğitim almasına karşı olan bir tuğla örücüsünün oğluydu. Ancak, genç Gauss büyümüş de küçülmüş gibi bir çocuktu ve yetenekleri öğretmenlerini o kadar şaşkına döndürmüştü ki on dört yaşında bir çocukken Brunswick Dükü Carl Wilhelm Ferdinand'a takdim edildi. Dük onun eğitimini finanse etti ve 1806'da ölümüne kadar kendisine küçük bir aylık verdi. Ertesi yıl Gauss, Göttingen'deki üniversite gözlemevinin müdürlüğüne getirildi. Burada gözlerden uzak ve içine kapanık bir şekilde ölümüne kadar yaşadı (Ore, 1948, s. 209).

Disquisitiones Arithemeticae, hem sonuçları hem de yeni fikirlerinin derinliğinden dolayı onun birçok büyük eseri arasında sık sık en büyük olarak telaffuz edilmiştir. Bazıları önceden ünlü matematikçiler tarafından uğraşılmış olan pek çok problem burada ilk kez çözüme kavuşturulmuştur. Giriş bölümünde Gauss, hemen kabul gören ve bugüne kadar sayılar teorisindeki tüm terminolojilere damgasını vuran yeni bir hesap olan kongrüans teorisini tanıtmıştır (Ore, 1948, s. 210).

Gauss şu tanım ile kongrüanslarını tanıtır: a ve b iki tamsayısının aralarındaki fark $a-b$, m tamsayısı ile bölünebiliyorsa a ve b, m modülüne göre kongrüenttir denir. Bunu, sembolik olarak şöyle gösterir (Ore, 1948, s. 211).

$$a \equiv b \pmod{m}$$

Gauss sayılar teorisinde daha önce yapılan araştırmalara, özellikle Euclid, Diophantos, Fermat, Euler, Lagrange ve Legendre tarafından yapılan araştırmalara değinmektedir. On sekiz yaşındayken sayılar teorisiyle ilgili çalışmalar yapmaya başladığını, bu soruların onun ilgisini çok çektiğini ve diğer matematikçilerin sonuçlarını bilmeden önce *Disquisitiones*'in önemli bir bölümünü tamamladığını anlatmaktadır. Son bölümde ise, tüm alanın sistematik bir görünüşünü vermek için kendisinin eski ve daha önceden de bilinen sonuçlarının çoğunu vermiştir (Ore, 1948, s. 211).

Gauss'un sayılar teorisi çalışmaları, aralarında Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851)'nin bulunduğu bir yazarlar ekolünü etkilemiştir. Gauss'un ikinci dereceden ikili rezidüler hakkında ikinci dereceden ikili karşılıklılık yasasını verdiği makalesinin yayınlanmasından sonra C.G.J. Jacobi, kübik rezidüler hakkında benzer bir yasa bulmuştur (Cajori, 2014, s. 499).

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), Alman matematikçidir. Gauss'un *Disquisitiones* kitabı üzerine önemli çalışmalar yapmıştır. Analitik fonksiyonlar kuramını, sayı kuramındaki problemlere uygulamıştır. Fermat'ın $n > 2$ ve tamsayı olması durumunda, $x^n + y^n = z^n$ eşitliğinin çözümü olmadığı teoremini $n = 5$ ve $n = 14$ için kanıtlamıştır (Cajori, 2014, s. 499).

Asal sayıların dağılımı her zaman matematikçilerin ilgisini çekmiştir ve birçok matemaikçinin bu konu hakkında çalışmaları mevcuttur. Fransız matematikçi L.F. Bertnard (1822-1900), Rus matematikçi P.L. Chebyshev (1821-1894), Alman matematikçi E. Landau (1877-1938), Fransız matematikçi Jacques Hadamard (1865-1963) konuya katkı sağlayan önemli matematikçilerdir (Boyer C. B., 2015, s. 540).

Rus matematikçi A.O. Gelfond (1906-1968), transandant ve cebirsel sayılar hakkında çalışmalar yapmıştır. D. Hilbert (1862-1943)'in 1900 yılında önerdiği meşhur 23 problemden 7. problem olan "$\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$ cebirsel bir sayı, β irrasyonel sayı olduğunda α^{β}'nın cebirsel veya transandant olması" probleminin ispatını yapmış ve α^{β}'nın transandant olduğunu göstermiştir (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 310-311).

Aynı dönemde yaşamış ve birlikte önemli çalışmalar yapmış iki İngiliz matematikçi G.H. Hardy (1877-1947) ve J.E. Littlewood (1885-1977) sayılar teorisinin gelişmesinde büyük rol oynamışlardır. Hardy'nin en büyük keşfi olarak nitelendirdiği Hintli matematikçi S.A. Ramanujan (1887-1920) da Hardy ile ortak çalışmalar yapmış ve özellikle analitik sayılar teorisine önemli katkılar sağlamıştır (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 310-311).

Matematiğin en eski alanlarından biri olan sayılar teorisinde, uzun yıllar uygulama sahası çok az bulunmuştur. 1970'lerde sayılar teorisi teknikleri, tüm iletişimlerinin bir düşman tarafından ele geçirilmesi ve okunması varsayımıyla ilk defa iki kişinin gizli mesajlarla iletişim kurmasını sağlayarak dünyayı sonsuza kadar değiştirmiştir. Bu fikir zamana yenik düşmemiştir ve hâlâ internetten alış-veriş yapılırken böyle bir sistem kullanılmaktadır (Stein, 2008, s. 49).

Matematiksel bir çalışmanın nerede, ne zaman yararlı olacağını, hatta yararlı olup olmayacağını baştan kestirmek mümkün değildir. Sayılar teorisi için hiçbir uygulama alanı olmadığını söyleyen Hardy, yaşasaydı günümüzde soyut sayılar teorisinin ulusal güvenlik sorunlarına; asal sayılara özgü bazı özelliklerin, gizli kodlar oluşturmada esas tutulan yeni bir plana nasıl uygulandığını görecekti (Yıldırım, 2008b, s. 127).

Sayılar teorisi, matematiğin diğer dallarına nispeten hem amatörlerin hem de profesyonellerin ilgisini o kadar uzun zamandır çekmektedir ki bu yüzden şimdi pek çok probleminde önemli teorik zorluklar bulunmaktadır. Eskisine nazaran daha fazla çözülememiş problem olmasına ve gelecekte de muhtemelen çözülemeyecek olmasına rağmen bu durum insanları denemekten vazgeçiremeyecektir (Guy, 2013, s. 1).

Sayılar teorisinde çözülemeyen problemlerden birkaç örnek yazarak konumuza nihayet verelim (Clark, 2002, s. iii):

- Mükemmel sayılar sonsuz çoklukta mıdır?
- $a^2 + 1$ formunda sonsuz çoklukta asal sayı var mıdır?
- $2^p - 1$ formundaki Mersenne asalları sonsuz sayıda mıdır?
- Fibonacci sayıları arasında sonsuz çoklukta asal var mıdır?
- Ardışık iki tam kare a 2 ile (a+1)2 arasında her zaman bir asal var mıdır?

2. BÖLÜM

19. VE 20. YY'LARDA OSMANLI'DA SAYILAR TEORİSİ ALANINDA YAYINLANMIŞ ESERLER

Bu bölümde 19. ve 20. yy'larda Osmanlı'da sayılar teorisi alanında yayınlanmış olan eserler incelenmiş ve ayrıntılı değerlendirmeler yapılmıştır. İncelenen kitaplar belirlenirken adında *hesâb* veya *a'dâd* kelimeleri ile birlikte *nazarî* kelimesinin geçtiği kitaplar taranmıştır. Cebir kitaplarının içinde yer alan sayılar teorisi konuları incelenmemiş, yalnızca müstakil kitap olarak yayınlanmış olan eserler dikkate alınmıştır. Bu şekilde 1880 ve 1926 yılları arasında yayınlanmış olan 12 kitap tespit edilmiş ve incelenmiştir. 1926 yılında yayınlanmış olan Mehmet Nadir'in *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabı, Nadir'in alana katkılarını daha iyi ortaya koyabilmek amacıyla yayınlamış olduğu makaleleri ile birlikte "Mehmet Nadir'in Matematik Çalışmaları" başlıklı bölümde ayrıca ele alınmıştır. Bu bölümde ise 1880-1916 yılları arasında yayınlanmış olan diğer 11 kitap incelenmiştir. Bu bağlamda hem Osmanlı'da dönemin sayılar teorisi açısından durumu ortaya konmaya çalışılmış hem de Nadir'in sayılar teorisi çalışmalarını yaptığı zemin hakkında fikir oluşması sağlanmıştır. Kitaplar tarih sırasına göre incelenmiş, yazarları hakkında kısa bilgiler verilmiş, kitaplardan örnek metinler verilerek değerlendirmeler yapılmış ve bölümün sonunda tüm kitaplar hakkında genel bir değerlendirme sunulmuştur. Ayrıca her bir kitap için "içindekiler" oluşturulmuş ve Ekler bölümünde verilmiştir.

2.1. Hesâb-ı Nazarî

Kitabın müellifi Ahmet Şükrü[2]'dür. 267 sayfa olan kitap, 1297 (1880)'de İstanbul Mekteb-i Mülkiye Matbaası'nda taş baskı ile basılmıştır.

Kitaba yarım sayfalık bir mukaddime ile başlanmıştır. Mukaddimede alışılagelmişin dışında kitabın yazılış gayesinden bahsedilmemiş veya bir teşekkür yazılmamıştır. Ayrıca kitabın hangi düzey ve sınıf hedeflenerek yazıldığına dair bir bilgi de bulunmamaktadır. Ahmet Şükrü mukaddimeye aksiyomun tanımı vererek başlamış;

> Nazarî ve kesb-i nazara gayr-i muhtaç olarak bildiğimiz şeylere mütearifat[3] veyahut bedihiyat denir ki kâffe[4]-i ulûm-u nazariyyenin mebde ve esasıdır (Ahmet Şükrü, 1297/1880, s. 2).

ve ardından 4 adet aksiyom sıralamıştır. Fakat bunu ne maksatla yaptığına dair bir açıklamada bulunmamıştır. Bu kısa mukaddimeden sonra sayı ve miktar, tam sayı, kesir ve tam sayılı kesir tanımlarını yaparak konuya giriş yapmıştır.

Kitapta sırasıyla şu konular anlatılmıştır: sayıların yazılışı ve okunuşu, tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme, üs ve kök alma işlemleri, bölünebilme kuralları, en büyük ortak bölen, asal sayılar, asal çarpanlar, basit kesirler, ondalık kesirler, devirli ondalık kesirler ve bunlarla işlemler, uzunluk, alan, hacim, ağırlık

---

[2] Ahmet Şükrü Paşa İstanbul'da doğdu ve 1915'te İstanbul'da öldü. 1873'te Mekteb-i Harbiyeden kurmay yüzbaşı olarak mezun oldu. Askerî okullarda öğretmenlik yaptı. Erkân-ı Harbiye Mektebi Harbiye ders nazırı oldu. Matematik, mimarlık, topoğrafya konularında çalıştı. 10'a yakın matbu eseri vardır. Matematik alanındaki eserleri; Hesâb-ı Nazarî, Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb, Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı, Logaritma Cetveli, Mesail-i Müsellesâtiye, Müsellesât-ı Müsteviye ve Küreviye, Sıbyana Mahsus Muhtasar Yeni Hesâb. (Meydan Larousse Büyük Lügat ve Ansiklopedi, 1990, s. 809; İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 437-439; Alaettin, 1936, s. 1498; Çankaya, 1971, s. 931-932)

[3] aksiyomlar

[4] hep, bütün, cümle

ölçüleri, para birimleri, eski ve yeni ölçülerin karşılaştırılması, oran ve orantı, şirket, iskonto, senet problemleri, aritmetik ortalama.

Kitap ne ele alınan konular ne de konuların sunuluş biçimi açısından bir sayılar teorisi kitabı şeklindedir. Yalnızca bazı teoremler ve küçük ispatlar verilmiş onun dışında kitap genellikle kurallar ve örnekler şeklinde ilerlemiştir. Aslında kitap dönemin klasik hesap kitaplarına denk bir kitaptır. Ahmet Şükrü'nün kitaba *İlm-i Hesâb* yerine *Hesâb-ı Nazarî* adını vermiş olması, bundan sonra yayınlamış olduğu *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb* ve *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı* adlı iki kitap da göz önünde bulundurularak, yeni yeni sayılar teorisi alanında çalışmalar ve yayınlar yapmasından kaynaklanabileceği fikrini uyandırmaktadır.

Kitapta konuların ele alınış şeklinin daha iyi görülebilmesi açısından kitaptan bazı kısımlar inceleyelim. 'Asal sayılar' konusunun anlatıldığı bölümden:

> **Tarifat:** Kendi nefsi ve vahidden maada[5] kâsımı olmayan her aded-i sahih aded-i aslî tesmiye olunur[6]. Misal $2, 3, 5, 7$ adedleri aded-i aslîdirler (Ahmet Şükrü, 1297/1880, s. 96).

Burada asal sayı tanımı verilerek birkaç asal sayı örneği yazılmıştır.'En büyük ortak bölen' konusunun anlatıldığı bölümden:

> İki adedi tamamen taksîm eden bir üçüncü adede o iki adedin kâsım-ı müştereki denir. İki adedin kâsım-ı müştereklerinin en büyüğüne

[5] -den başka

[6] isimlendirilir

kâsım-ı müşterek-i a‘zam[7] denilir. Mesela 1, 2, 3 ve 6 adedleri 18 ve 24 adedlerinin kâsım-ı müşterekleri olup bu kâsım-ı müştereklerin en büyüğü olan 6 mezkûr iki adedin kâsım-ı müşterek-i a‘zamıdır.

Dava: İki adedden asgarı a‘zamını tamamen taksîm eder ise o adedlerin kâsım-ı müşterek-i a‘zamı aded-i asgardır.

Bu davayı basitçe beyan ve ispattan mütehassiran mesela 24 ve 12 adedlerinden 12 adedi 24 adedini tamamen taksîm ettiğinden 12 adedi 24 ve 12 adedlerinin kâsım-ı müşterek-i a‘zamıdır. Çünkü 12 adedi kendinden büyük diğer bir adedin münkasımı olamaz (Ahmet Şükrü, 1297/1880, s. 92).

En büyük ortak bölenin tanımı verilmiş ve örneklerle açıklanmıştır. Ardından verilen teorem ispata girişilmeden bir örnekle açıklanarak verilmiştir.

Kitabın genelinde, teoremler için genel geçer ifadelerle ispat yapmak yerine çoğunlukla sayısal örneklerle doğruluğunu göstermeye çalışma yoluna gidilmiştir.

2.2. Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb

Kitabın müellifi Ahmet Şükrü’dür. 331 sayfa olan kitap, 1304 (1887)’de İstanbul Mahmut Bey Matbaasında basılmıştır. Kitabın altı baskısı yapılmış olup burada 2. baskısı incelenmiştir.

Kitaba fihristin ardından mukaddime ile başlanmıştır. Mukaddimede Ahmet Şükrü, Mülkiye Mektebi öğrencilerine vermekte olduğu hesâb dersinin notlarını

[7] en büyük ortak bölen

“programa muvafık surette umum evlad-ı vatanın istifadelerini mûcib olmak üzere amelî ve nazarî ilm-i hesâb namında tertip etmiş olduğumdan” (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 1). ifadelerinde belirttiği üzere kitaplaştırmış ve kitap II. Abdülhamid’in himayesinde basılmıştır.

İlk bölüme ‘Malumat-ı İptidaî’ başlığı altında konu anlatımı kısmında kullanılacak olan temel kavramlar ve tanımları verilerek başlanmıştır. Burada 12 madde halinde verilen temel kavramlar şunlardır:

> **1**-miktar/kemmiyyet, **2**-kemmiyyet-i munfasıla, **3**-kemmiyyet-i muttasıla, **4**-vahdet ve cemiyet, **5**-aded, **6**-vahid-i kıyasî, **7**-aded-i mutlak/aded-i gayr-i muayyen, **8**-aded-i muayyen, **9**-aded-i tam/aded-i sahih, **10**-kesir, **11**-aded-i tam ma’al kesr/ a‘dâd-ı mükessere, **12**-ilm-i hesâb (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 2-4).

Verilen tanımlardan ilm-i hesâb tanımı:

> İlm-i hesâb a‘dâd üzerine mevzu bir fen olup a‘dâd-ı malume vasıtasıyla meçhul olan adedleri istihsal edici usul ve kavâidi beyan eder (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 4).

Temel kavramlardan sonra konular şu sırayla anlatılmıştır: sayıların yazılışı ve okunuşu, tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve bunların kullanıldığı problemler, kesirler, en büyük ortak bölen, asal sayılar, asal çarpanlar, kesirlerle dört işlem, ondalık kesirler ve dört işlem, devirli ondalık kesirler, uzunluk, alan, hacim, ağırlık ölçüleri, para birimleri, eski ve yeni ölçülerin karşılaştırılması, üs ve kök alma işlemleri, oran ve orantı, faiz, senet, iskonto, aritmetik ortalama, şirket ve karışım problemleri.

Kitapta ele alınan konular hemen hemen Ahmet Şükrü'nün *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabıyla aynıdır ve genellikle temel ve basit düzeydedir. Fakat konular matematiksel açıdan gayet sistematik ve düzenli bir şekilde sunulmuştur. Modern matematik kitaplarında olduğu gibi tanım, teorem, ispat, aksiyom, örnek ve problemler özenle belirtilmiştir. Kitabın tamamı bu sisteme dikkat edilerek yazılmış ve başlangıçta da bu ifadelerin ne olduğu okuyucuya 'Ameliyat ve Kavâid[8]-i Hesâbiye' başlığı altında tanıtılmıştır.

> Ameliyat ve kavâid-i hesâbiyenin beheri ber-veçhe âtî mevâddı şâmildir.
>
> **Tarif:** Meram ve maksadı izahen bildirir.
>
> **Kaide:** Maksada vusul için en açık ve kısa olan tariki irae eder.
>
> **Misal:** Kaidenin tatbikinden ibarettir.
>
> **Mizan:** Bir diğer ameliyat olup evvelki ameliyatta bir şüphe olup olmadığını ortaya çıkarır. Fakat bu ikinci ameliyatın birinciden daha güç olması meşruttur.
>
> **Mahall-i isti'mâl:** Kavâidin nerelerde isti'mâl olunacağını ve ne gibi mesaile tatbik edileceğini bildirir.
>
> **Mesele:** Malum adedler vasıtasıyla bir veyahut birkaç meçhulün tayini için irad olunan suale derler. Meçhul-ü matlûbun istihsali için

[8] kaideler, usuller, kurallar

icra olunan ameliyata (usul-ü hâl) istihsal olunan neticeye (hâll-i mesele) yahut (netice) derler.

Dava: Bizzat (yani bilâ-ispat) hakikati malum olmayıp delâil-i muknia ile muhtaç-ı ispat olarak irad olunan bir hakikattir. Hariçten delil ve ispata muhtaç olmaksızın kabul olunabilecek surette irad olunan bir hakikate (bedihiyat) veya (mütearife) tarif olunur.

Delil: İspat-ı müddea için getirilen dava-i malume veya mütearifeye derler. Tembih: Bir davanın ispatı ya kendinden evvel geçmiş dava-ı malumeden birinin delaletiyle yahut bir mütearifeye istinat tarikiyle veya davanın hilafını farz etmekle olur (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 16-18).

Burada verilen tanımları modern matematikteki isimleriyle verirsek: *tarif* (tanım), *kaide* (kural), *misal* (örnek), *mizan* (sağlama), *mahall-i isti'mâl* (kullanıldığı yer), *mesele* (problem), *usul-ü hâl* (çözüm yöntemi), *netice* (sonuç), *dava* (teorem), *mütearife* (aksiyom), *delil* (ispat). Bu tanımların ayrı bir başlık altında verilmesinden Osmanlıda matematik kitaplarının bu sistematikte yazımının henüz yaygınlaşmamış olduğunu anlayabiliriz. Ahmet Şükrü'nün *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabının mukaddime bölümünde "mütearife" tanımını vermesinde aslında ilk kitabında da böyle bir sistematik kurmak istediğini ancak ilk kitapta tam olarak amacına ulaşmasa da bu kitapta başarılı bir şekilde ortaya koyabildiğini söyleyebiliriz.

Konuların sunulması sırasında takip edilen bu sistematiği gösterecek şekilde kitaptan çeşitli bölümler inceleyelim.

'En büyük ortak bölen' konusunun anlatıldığı bölümden:

Tarif: İki adedi tamamen taksîm eden üçüncü bir adede adedeyn-i mezkûrenin kâsım-ı müştereği denilip iki adedin müteaddit kâsım-ı müşterekleri olabileceğinden onların en büyüğüne (kâsım-ı müşterek-i a‘zam) tesmiye olunur.

Mesela 24 ve 60 adedlerini 1, 2, 3, 6, 12 adedleri müştereken taksîm ettiklerinden adedeyn-i mezkurenin kâsım-ı müşterekleri olup içlerinden en büyüğü olan 12 adedi dahi kâsım-ı müşterek-i a‘zam olur.

Mütearife: İki adedden asgarı a‘zamını tamamen taksîm eder ise adedeyn-i mezkurenin kâsım-ı müşterek-i a‘zamları aded-i asgar olur.

Mesela 36 ile 12 adedinden 12 adedi 36’yı taksîm ettiğinden bunların kâsım-ı müşterek-i a‘zamları 12 olur. Çünkü 12’den büyük bir kâsım-ı müşterekleri olabilir denilse 12 adedi kendinden büyük bir adede tamamen taksîm olunması lazım gelir. Bu ise hilâftır (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 109).

Ahmet Şükrü, burada öncelikle en büyük ortak bölen tanımını yapmış ve örnek olarak 24 ve 60’ın en büyük ortak bölenini hesaplamıştır. Ardından bir aksiyom vermiş ve bu aksiyomu bir örnekle açıklamıştır.

‘Asal sayılar’ konusunun anlatıldığı bölümden:

Dava: Bir aded-i tam, aslî olmaz ise onun lâakal bir aded-i aslî kâsımı vardır.

Zira: Aslî olmayan her adedin kendi nefsiyle vahidden maada bir veya birkaç kâsımı daha olacağından bu kâsımların en küçüğü bir aded-i aslî olur. Eğer bu küçük kâsım aded-i aslî değilse kendini taksîm edici daha küçük diğer bir aded bulunacağından birinci küçük adedi taksîm ettiği gibi onun emsali olan evvelki adedi dahi taksîm edeceğinden kâsım-ı asgar bu aded olmuş olup evvelki farz ettiğimiz küçük aded kâsım-ı asgar olmamış olur. Bu ise hilaf-ı farz olduğundan kâsım-ı asgarın aded-i aslî olması lazım gelip matlûb sabit olur. Mesela 12 adedi aslî olmadığından 2 ve 3 misilli iki aded kâsım-ı aslîsi vardır.

Tembih: Her aded-i aslî kendi nefsinin kâsımı olduğundan davayı tamamen aslî olsun olmasın her adedin bir kâsım-ı aslîsi vardır demek sahih olur (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 116-117).

Bu kısımda ise, asal sayılarla ilgili bir teorem verilmiş ve teoremin ispatı genel ispat kurallarına uyularak yapılmıştır. İspatın sonunda, muhtemelen somutlaştırmak ve daha açık hale getirmek amacıyla, sayısal bir örnekle de açıklanmıştır.

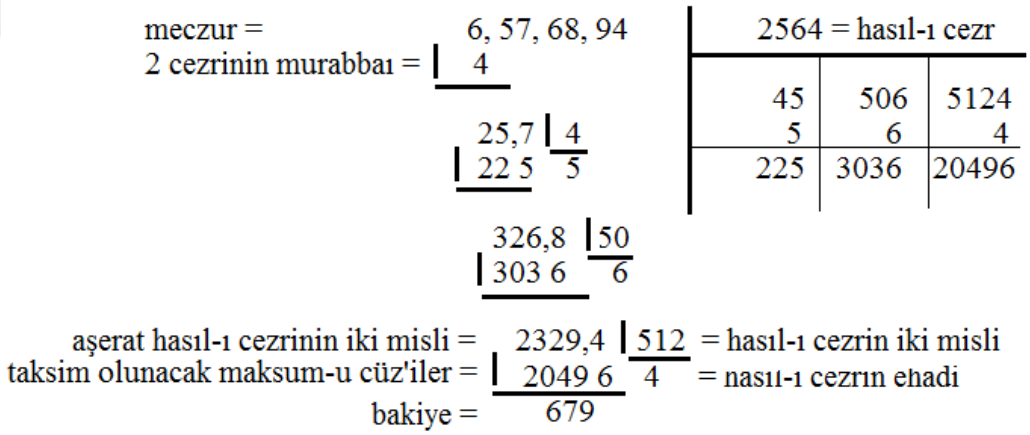
'Karekök' konusunun anlatıldığı bölümden:

Kaide: Herhangi bir adedin cezr-i murabba[9]sını almak için aded-i mezkûr sağdan bed' ile ikişer mertebe olmak üzere bir takım cümlelere tefrik olunup soldaki birinci cümlenin cezri alınarak murabbası mezkûr cümleden tarh edildikten sonra bakiyenin önüne ikinci cümle alınır. Burada hâsıl olan adedin aşerâtı evvelce tayin

[9] karekök

olunan cezrin iki misliyle taksîm edilerek istihsal olunan hâriç-i kısmet aşerâtın iki misli sağına yazıldıktan sonra husûle gelen aded ile hâriç-i kısmet-i mezkûr darb olunarak maksûm ittihaz olunan adedden tarh edilir. İşte bu veçhile devam edilerek en nihayet cümleye kadar a'dâdın zikrolunan iki esasa istinaden cezr-i murabbası alınır. Mesela:

$\sqrt{6576894}$ şu adedin cezr-i murabbası matlûb olsa evvela 94, 68, 57, 6 misilli tefrik olunup ba'de kaide mucibince ber-veçhe âtî şekil dâhilinde cezr alınır (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 259-260).



Cezrin Mizanı: Hâsıl-ı cezr ikinci kuvvete ref' olunup bakiye de cem' edildikten sonra hâsıl-ı cem' meczûra müsâvî olur ise doğru olduğu müsâvî olmaz ise sehiv edildiği nümâyân olur (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 264).

Bir sayının karekökünün alınması kuralı verilmiş, kuralı açıklayıcı şekilde bir örnek üzerinde kök alma işlemi gösterilmiştir. Yapılan işlemin doğru olup olmadığının tespiti için de işlemin sağlamasının nasıl yapılacağı anlatılmıştır.

Tam sayılarda toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemleri anlatıldıktan sonra birinci bölümün sonunda verilen problemlerden bazı örnekler:

A‘mâl-i Erbaanın Kâffesini Cem‘ Mesail

(1) Üç sınıfı hâvî[10] olan bir mektebin en küçük sınıfında 69 ikincisinde 48 büyüğünde 53 şakirt bulunup küçüğünden 12 ikinciden 8 talebe çıkmış ve büyüğüne 7 talebe girmiş olduğu halde mevcud-u şakirdan adedi matlûbdur?

(18) 10’ar satırlı ve 480 sahifeli bir kitabın satırlarının tûlü[11] ve hâvî olduğu kelimeler değişmeyerek 21 satırlı basılmış olsaydı kitap kaç yaprak olurdu? (Ahmet Şükrü, 1304/1887, s. 83-86).

Kitapta takip edilen bu sistematik konuların daha düzenli ve anlaşılır bir şekilde verilmesini ve kitabın modern matematik kitaplarına benzer usulde oluşturulmasını sağlamıştır.

Ahmet Şükrü, kitabın sonunda “İhtar” başlığında karekök ve geometri uygulamaları ile logaritma ve yaklaşık hesap konularını içeren ayrı bir uygulama kitabının basıldığını belirtmiştir. Bu kitapta eksik kalan bazı konuların ikinci kitapta ele alındığına işaret etmiştir.

2.3. Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı

Kitabın müellifi Ahmet Şükrü’dür. 220 sayfa olan kitap, 1305 (1888)’de İstanbul Cemal Efendi Matbaasında basılmıştır.

---

[10] ihtiva eden, içine alan, şâmil, kaplayan, toplayan

[11] uzunluğu

Ahmet Şükrü, *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb* kitabının sonunda baskısını duyurduğu *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı* kitabına 1 sayfalık bir mukaddime ile başlamıştır. Mukaddimede kitabın basılmasını sağlayan II. Abdülhamid'e teşekkür etmiş ve kitabın yazılış gayesini Mülkiye Mektebi'nde okutulan *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb* adlı eserine tatbikat olması şeklinde açıklamıştır. Bu amaçla kitabın beş yüzden fazla problem ile bazı kısa konu anlatımlarından oluştuğunu belirtmiştir.

Mukaddimeden sonra konu anlatımına başlamış, "Tatbikat-ı Adedî" bölümü diğer kitapta anlatılmış olduğundan burada anlatılmayacağını belirterek "Tatbikat-ı Cebriye" bölümüne geçmiştir.

Kitapta sırasıyla şu konular anlatılmıştır: üs ve kök alma işlemleri, irrasyonel sayılar, aritmetik ve geometrik diziler, logaritma, permütasyon ve kombinasyon, alan, hacim, öz kütle, kütle hesabı, yuvarlama ve yaklaşık değer, hesap cetveli ile işlemler, ticaret, inşaat, doğramacılık, muhasebe, bankacılık, evrak, senelik taksit ve faiz hesapları, olasılık. Konu anlatımlarının ardından "Mesail-i Umumiye" başlığı altında 301 soru verilmiştir.

Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı kitabı diğer kitapta olduğu gibi tanım, teorem, ispat, kural ve örnekler sistematiğinde oluşturulmuştur. İlk kitapta eksik kalan üst düzey konulardan bir kısmı bu kitaba eklenmiş olmakla birlikte mukayeseler, modül, Diophantos denklemleri, lineer denklemler, ikinci dereceden denklemler gibi pek çok konu kitapta yer almamıştır. Buna karşılık sayılar teorisinin alanına girmeyen hatta sadece uygulama veya pratikle ilgili birçok konuya uzunca yer verilmiştir. Bu nedenle kitabın adı *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı* olmasına rağmen kitabın tam anlamıyla müstakil bir sayılar teorisi kitabı olduğu söylenemez. Yine de Ahmet

Şükrü'nün her iki kitabının da gerek sistematik gerek konu içerikleri olarak yazıldığı dönemdeki çoğu kitaba göre daha iyi olduğu söylenebilir.

Kitaptan dikkate değer olabilecek bazı bölümleri inceleyelim.

Aritmetik ve geometrik dizilerin anlatıldığı bölümden:

> İki hadd-i[12] müteakip[13] arasında bir nispet-i sabiteyi haiz olan sıravarî yazılmış a'dâda umumiyetle "nispet-i mütevâliye" tabir olunur.
>
> Nispet-i mütevâliyenin hudûd-u müteakibesi birbirinden bir miktar-ı sabit kadar tezayüd[14] ve tenakus[15] ediyor ise o nispete "nispet-i mütevâliye-i adedî" ve miktar-ı sabite dahi (fazl-ı müşterek) tesmiye edilir (Ahmet Şükrü, 1305/1888, s. 31).
>
> **Kaide:** Nispet-i adedînin hadlerinden birisini bulmak için aded-i hudûddan bir noksan adedin fazl-ı müştereğe hâsıl-ı darbını hadd-i evvele cem' etmek veyahut ondan tarh etmek lazım gelir. Mesela hadd-i evveli 3 fazl-ı müştereği 5 olan nispet-i adedî-i mütezayidenin 15'inci haddi on beşten bir noksan olan 14 adedinin 5 fazl-ı müştereğine hâsıl-ı darbını yani $5 \times 14 = 70$ adedini 3 hadd-i evveline cem' ile istihsal olunan 73 rakamıdır. Keza hadd-i evveli 95 fazl-ı müştereği 4 olan bir nispet-i mütenakısada 13'üncü hadd $95 - 4 \times 12 = 47$ olur.

[12] oran veya denklem meydana getiren kısımlardan her biri, terim

[13] birbiri ardından gelen

[14] çoğalma, artma

[15] azalma, eksilme

Zira nispet şu ÷ 3, 8, 13, 18 … gibi yazıldıkta görülür ki hadd-i sânî hadd-i evvel[16] ile bir fazl-ı müşterek mecmuuna hadd-i sâlis yine hadd-i evvel ile iki fazl-ı müşterek mecmuuna hadd-i râbi‘ hadd-i evvel ile üç fazl-ı müşterek mecmuuna müsâvî olduğundan herhangi bir hadd hadd-i evvel ile kendinden evvel geçen haddler kadar fazl-ı müşterek mecmuuna müsâvî olduğu mütenakısasında ise tefâzul[17]üne müsâvî bulunduğu pek aşikâr görülmekle kaidenin sıhhati tahakkuk etmiş olur (Ahmet Şükrü, 1305/1888, s. 32-33).

Logaritmanın anlatıldığı bölümden:

Sıfırdan bed’ ile fazl-ı müştereği (1) ve birden bed’[18] ile darb-ı müştereği (10) olmak üzere biri adedî ve biri hendesî iki nispet-i mütevâliye-i mütezayide tertip olundukta nispet-i adedînin her haddine nispet-i hendesîde mütenazırı[19] olan haddin “logaritması” tabir olunur.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 … (1)

1, 10, 100, 1000, 10000 … (2)

Nispetlerinde birin karşısında bulunan sıfıra birin ve (10)un karşısındaki bire onun ve (100)ün karşısındaki (2)ye yüzün ve

[16] ilk terim

[17] fark, miktar fazlası

[18] başlama, başlayış

[19] simetriği

(1000)in mukabili (3)e (1000)in ve … logaritmaları tabir olunur (Ahmet Şükrü, 1305/1888, s. 50).

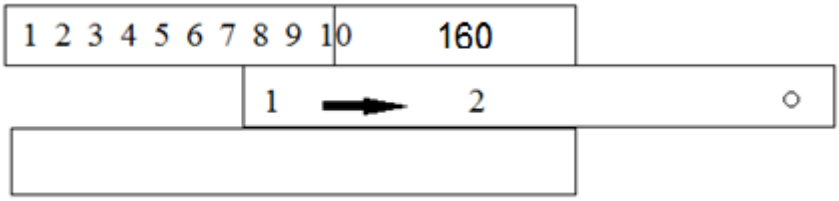
Hesap cetveli ile işlem yapmanın anlatıldığı bölümde, daha çok ticaret, inşaat, doğramacılık gibi uygulamalı alanlarda kullanılabileceği ifade edilen cetvel tanıtılmakta ve cetvel ile yapılabilecek işlemler verilmektedir. Hesap cetveli, iki desimetre uzunluğunda, ortasında bir sürgü bulunan, şimşirden veya madenden yapılmış, çarpma, bölme, üs ve kök işlemlerinin yapılabildiği bir alettir. Hesap cetvelinin üzerinde 3 satırda 1'den 10'a kadar sayılar yazılmıştır. Bu satırlardan biri onlukları, biri birlikleri, biri de kesirleri göstermektedir. Sürgü hareket ettirilerek işlemler yapılmaktadır. Günümüzde kullanışlılığını tamamen kaybetmiş olan hesap cetveli ile işlem yapma, cetveli devamlı yanında bulundurmak gerekmesinden ve cetvelle yapılan işlemlerin çoğunlukla kalemle de kolaylıkla yapılabiliyor olmasından dolayı kitabın yazıldığı dönem için de pek kolaylaştırıcı sayılamaz. Ancak, Ahmet Şükrü yöntemin kullanışlılığından ve kolaylığından uzun uzun bahsetmiş, uygulama alanlarına göre ayrı ayrı pek çok örnek vererek kitabın 129-165 sayfaları arasında genişçe bir yer ayırmıştır.

Hesap cetveli ile yapılan bir çarpma işlemi örneğini inceleyelim:

Mesela 2×80 hâsıl-ı darbı matlûbdur. Şekilde sürgünün müş'iri sabit mikyas[20]ta seksene tatbik edildikte sürgüdeki (2)nin (160)a muntabık[21] olduğu görülür (Ahmet Şükrü, 1305/1888, s. 135).

[20] ölçü

[21] intibak eden, birbirine tam uyan, uygun



Kitabın sonunda verilen genel problemlerden birkaç örnek inceleyelim:

Mesail-i Umumiye

(69) Biraderinin bir senelik varidat-ı muhammene[22]sini hesâb etmek onun senelik varidat-ı müteakibesi olan şu 4820 ve 4743 ve 4765 ve 4283 ve 4538 ve 4924 ve 3982 ve 4526 ve 4737 ve 3998 frank malum olsa senevî varidat-ı vasatî matlûbdur.

(136) (1800) frankı iki kişiye (2) ve (7) nispetinde taksîm ve tefrik etmek matlûbdur.

(242) Bir çiftlikçi sepete yumurta doldurup pazara götürür ve beherini (7) paraya satmak ister ancak sepeti korken (5) yumurta kırılır sonra hesâb eder ki bâkîsini sekizer paraya satar ise yine evvelki meblağ husûl bulacak. Bu halde yumurtanın adedi matlûbdur.

(256) Bir zat akçesini yüzde (4) hesâbıyla faize vermiş. İki sene sonra ribaını almış mütebaki (7) ay daha durmuş yine ribaını almış (13) ay daha durduktan sonra (24375) kuruş faiz almış olsa merkumun sermayesi matlûbdur (Ahmet Şükrü, 1305/1888, s. 175-219).

[22] tahmin edilen

2.4. Amelî ve Nazarî Yeni Usul İlm-i Hesâb

İngiliz matematik cemiyeti FIC tarafından yayınlanmış olan eseri[23], Harbiye Mektebi Fünun-u Askeriye ve Mülkiye İdâdîsi Riyaziye hocası Kolağası Mehmed Rüşdü Bey[24], Topçu Mektebi ve Mülkiye Mühendis Mektebi hendese-i resmiye ve halliye hocası Kurmay Yüzbaşı Şevki Bey[25] ve Soğuk Çeşme ve Gülhane Askerî Rüştiyeleri hesâb hocası süvari kolağası Hüsnü Bey[26] ile birlikte İngilizceden Türkçeye tercüme etmiştir (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 546-547). 463 sayfa olan kitap, 1307 (1890) senesinde İstanbul Kasbar Matbaası'nda basılmıştır. Kitabın dört baskısı yapılmış olup burada 2. baskısı incelenmiştir.

Kitaba iki sayfalık bir mukaddime ile başlanmıştır. Mukaddimeyi Mehmed Rüşdü Bey kaleme almıştır. II. Abdülhamid döneminde basılan kitabın mukaddimesinde öncelikle padişaha teşekkür edilmiş ardından kitabın yazılış gayesi açıklanmıştır. Mehmed Rüşdü Bey, bütün bilimler arasında en önemlisi olan hesâb ilminin layıkıyla bilinmesi için, pek çok kitap araştırdıktan sonra en güzeli olduğuna kanaat getirdiği bu eseri tercüme etmeye karar verdiğini ifade etmiştir.

---

[23] OMLT (1999)'de tercüme edilen kitap için "İngiliz matematik cemiyeti FIC'in yayınlamış olduğu değerli bir hesâb kitabı" ifadesi kullanılmış, kitabın adı hakkında bilgi verilmemiştir, tarafımızca da tercüme edilen kitabın ismi tespit edilememiştir. Tercümesi yapılan kitap tespit edilemediğinden orijinal kitaba ne kadar sadık kalındığı hakkında da fikir sahibi değiliz.

[24] Mehmed Rüşdü Bey'in hayatı hakkında OMLT (1999)'de başka bilgi verilmemektedir. Fakat Meşhur Adamlar Hayatları-Eserleri'nde (Alaettin, 1936, s. 1388-1389) verilen bilgilere göre Rüşdü Paşa 1811-1881 yılları arasında yaşamıştır. Mütercim lakabıyla bilinmektedir. Bunun sebebi Fransızca öğrenmiş ve bazı eserleri Fransızca'dan Türkçe'ye çevirmiş olmasıdır.

[25] Şevki Bey'in hayatı hakkında OMLT (1999)'de başka bilgi verilmemektedir. Fakat Meşhur Adamlar Hayatları-Eserleri'nde (Alaettin, 1936, s. 1495) verilen bilgilere göre Şevki Bey 1866-1930 yılları arasında yaşamıştır. Soğukçeşme Askerî Rüştiyesinde okumuş, 1889 yılında Erkân-ı Harp yüzbaşısı olarak mezun olmuştur. Haritacılık tahsili için Fransa'ya gönderilmiş ve ihtisas kazanarak geri dönmüştür.

[26] Hüsnü Bey'in hayatı hakkında OMLT (1999)'de başka bilgi verilmemektedir. Yine Meşhur Adamlar Hayatları-Eserleri'nde (Alaettin, 1936, s. 757) verilen bilgilere göre Hüsnü Bey 1852-1918 yılları arasında yaşamıştır. 1871'de Deniz Erkân-ı Harbi olarak mezun olmuştur. 1898'de Bahriye Mektebi ders nazırı olmuştur.

> Almanca ve Fransızca yazılmış birçok kitab-ı hesâbiyeyi mütalaa ile nazariyat ve tatbikatını her cihetle emsaline faik gördüğüm [FIC] Cemiyetinin telif etmiş olduğu hesâb kitabının intihabını münasip buldum (Şevki, Hüsnü, & Mehmet Rüştü, 1307/1890, s. 2-3).

Ayrıca Mehmet Rüşdü Bey, böyle bir işe girişmeye önce cesaret edemediğini ardından Şevki ve Hüsnü Beylerin yardımıyla bu kitabı tamamladıklarını belirtmiştir.

Asıl konu anlatımına geçilmeden önce bazı tanım ve tarifler verilmiştir. "Kitapta Müsta'mel Bazı Tabirâtın Tarifâtı" başlığı altında *dava-i nazarî, netice, aks-i kaziye, mesele* tanımları verilmiştir. Burada verilen tanımlardan *dava-i nazarî* tanımı:

> **Dava-i nazarî:** Bir ispat iânesiyle zahir ve aşikâr olan bir kaziyedir (Şevki, Hüsnü, & Mehmet Rüştü, 1307/1890, s. 4).

Tanımlardan sonra "Bazı İşarâtın Beyanı" (Şevki, Hüsnü, & Mehmet Rüştü, 1307/1890, s. 4) başlığı altında " $=, >, <, \geq, \leq$ " sembolleri verilmiş ve nerelerde kullanıldığı örneklerle açıklanmıştır.

Kitapta sırasıyla şu konular anlatılmıştır: sayıların yazılışı ve okunuşu, tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve bunların kullanıldığı problemler, bölünebilme kuralları, en büyük ortak bölen, asal sayılar, asal çarpanlar, kesirler, kesirlerle dört işlem, ondalık kesirler ve dört işlem, devirli ondalık kesirler, üs ve kök alma işlemleri, tam sayıların, kesirlerin ve ondalık kesirlerin karekök ve küp kökleri, uzunluk, alan, hacim, ağırlık ölçüleri, para birimleri, eski ve yeni ölçülerin karşılaştırılması, oran ve orantı, faiz, iskonto, aritmetik ortalama, karışım problemleri.

Kitaptaki konular, *makale* olarak isimlendirilen 6 ana bölüme ayrılarak verilmiştir. Bu bölümlerin başlıkları: *Birinci Makale - A'dâd-ı Tama, İkinci Makale –*

Havâss-ı A'dâd, Üçüncü Makale – Küsûrât, Dördüncü Makale - Ref' ve Cezr, Beşinci Makale – Yeni Mukayeseler, Altıncı Makale – Nispetler ve Tatbikat (Şevki, Hüsnü, & Mehmet Rüştü, 1307/1890).

Kitapta ele alınan konular sayılar teorisi alanındaki en basit düzeydeki konulardır. Yine mukayeseler, modül, Diophantos denklemleri, lineer denklemler, ikinci dereceden denklemler gibi birçok konuya değinilmemiştir. Fakat ele alınan konular tanım, kural ve örneklerle sınırlı bırakılmamış, ilgili teoremler ispatlarıyla birlikte verilmiştir. Bu bağlamda kitabın adındaki *nazarî* ismi kitabın içeriğinde karşılık bulmaktadır. Fakat üst düzey konulardan bahsedilmediği için kitabın kapsamı yeterli değildir.

Konuların ele alınış şeklini görebilmek için kitaptan bazı bölümler inceleyelim. 'Asal sayılar' konusunun anlatıldığı bölümden:

> **Tarifat:** Nefsiyle vahidden maada kâsım kabul etmeyen bir adede (aslî) tabir olunur. Mesela: (3), (5), (17) adedleri, bu tarife muvafık olduğundan, a'dâd-ı asliyyeden olmaları lazım gelir.
>
> **Dava-i Nazarî:** Aslî olmayan her aded lâakal bir kâsım-ı aslî kabul eder.
>
> Fi'l-vaki' aslî olmayan (21) adedinin, ber-mûcib-i tarif, kendisiyle vahidden başka lâakal bir kâsımı vardır. Aded-i mezkûr kâsımlarının en küçüğü (3) olsa, işbu (3) aslî olur. Zira: eğer aslî olmasa daha küçük olmak üzere kendisinde bir kâsıma mâlik olmak ve mezkûr kâsım da (21)i taksîm eylemek lazım gelir ki: bu ise muhalif-i

faraziyattır. Bu cihetle keyfe-me'ttefak[27] bir adedin kâsım-ı asgarı bir aded-i aslî olur ve matlûb da sübut bulur.

Dava-i Nazarî: Eğer iki aded mütebâyin değil iseler onların lâakal bir kâsım-ı müşterek-i aslîsi vardır.

Verilen adedler mütebâyin olmadıklarından vahidden maada lâakal bir kâsım-ı müştereğe mâlik olup eğer bu kâsım aslî ise kaziye sabit olur. Ve eğer değilse onun da bir kâsım-ı aslîsi vardır ki: işbu kâsım ahirde verilen iki adedi taksîm eder (Şevki, Hüsnü, & Mehmet Rüştü, 1307/1890, s. 93-94).

Birkaç tane daha teorem ispatı ile birlikte verildikten sonra 100'den küçük asal sayılar cetveli oluşturulurken Eratosthenes Kalburu[28] yöntemi kullanılmıştır. Kitabın çeviri olmasından dolayı, dönemin diğer sayılar teorisi kitaplarında pek de rastlanmayan şekilde Batılı bilim adamlarının isimleri ve yöntemleri de anlatılmıştır. Bu bağlamda da kitap kapsam olarak yeterli olmasa bile Batı ile Osmanlı arasında sayılar teorisi alanındaki literatür birliğine hizmet etmesi açısından önemli bir eserdir.

Bir başka bölümde "Gayr-i Müşterek'ül Mizan Cezr-i Murabbalar" başlığı altında verilen teoremleri ve ispatlarını inceleyelim:

---

[27] nasıl rast gelirse, hangisi olursa

[28] Tarihi bir metot olan asal sayıları bulma metodu Eratosthenes Kalburu olarak bilinmektedir. Erotesten (MÖ 276-194) Yunan bilim adamı ve meşhur İskenderiye Kütüphanesinin müdürüdür. Eratosthenes Kalburu metodu tüm sayıları belli bir sayıya kadar (mesela 100'e kadar) yazmakla başlar. Sonra bu sayı dizisinde 2'den başlayarak ''ye bölünebilen sayıların üzerine bir çizgi konulur. Ardından dizide arta kalan ilk sayı olan 3'ün katlarının üzerine bir çizgi konulur. Bu durumda bazı sayıların üzerinde çift çizgi olmuş olur. Sonraki arta kalan sayı olan 5'in katlarının üzerine çizgi konulur. Arta kalan ilk sayı olan 7 asaldır. 7'nin katları tabloda işaretlenerek devam edilir. Bu şekilde tüm asal sayılar belirlenebilir (Ore, 1948, s. 66-67).

Dava-i Nazarî: Gayr-i kâbil-i ihtisar[29] bir kesr-i âdinin veya bir ifade-i kesriyenin murabbası bir aded-i tam olamaz.

Bu husus bir kesr-i âdiye-i müfred için aşikârdır. Zira: murabbası kesirden asgardır. Lakin bir de $(\frac{a}{b})$ gibi gayr-i kâbil-i ihtisar bir aded-i mükesser "ifade-i mükessere" nazar-ı mütalaaya alınacak olursa onun murabbası $(\frac{a^2}{b^2})$ olup (a) ile (b) mütebâyin olduğundan (a^2) ile (b^2) de mütebâyin olur. Ve onların hâriç-i kısmetleri de bir aded-i tam olamaz.

Dava-i Nazarî: Bir aded-i tamın cezr-i murabbası tam olmazsa cezr-i mezbûr kesir de olamaz.

Cezr-i murabbası tam olmayan bir aded-i tam (p) olsa, onun cezr-i murabbası kesir de olmayıp, daima gayr-i kâbil-i ihtisar farz edilebilen, $(\frac{a}{b})$ şeklinde bulunmaz. Eğer $\left(\frac{a}{b}\right)$ mezkûr (p)nin cezr-i murabbası olsa idi:

$\sqrt{p} = \frac{a}{b}$ ve binaenaleyh: $p = \frac{a^2}{b^2}$ olur idi.

Lakin (p) bir aded-i tam olup $(\frac{a^2}{b^2})$ da bir ifade-i mükessere olduğundan müsâvât-ı mezkûre gayr-i mümkün olur ve binaenaleyh $(\frac{a}{b})$ de (p)nin cezr-i murabbası olamamak lazım gelip matlûb sabit olur.

[29] sadeleşmeyen

> **Netice:** Bir aded-i tamın cezr-i murabbası tam olmadığı zaman bir kesirle de gösterilemez ki: o hâlde cezr-i mezbûre (gayr-i müşterek'ül mizan) veya (asamm) tabir olunur (Şevki, Hüsnü, & Mehmet Rüştü, 1307/1890, s. 219-220).

Teoremler ve ispatları modern bir sayılar teorisi kitabında olduğu şekilde verilmiştir. Teoremler konunun sıralaması, akışı, ispat yöntemleri gibi noktalara dikkat edilerek titizlikle verilmiştir. Mukaddimede Mehmed Rüşdü'nün tercüme etmek maksadıyla kitap seçmeye çalışırken incelediği kitaplar arasında bu eserin *nazariyat ve tatbikatını* diğerlerine göre üstün bulmuş olduğunu ifade etmesi bu durumun Mehmed Rüşdü'nün de dikkatini çekmiş olduğunu göstermektedir.

2.5. Amelî ve Nazarî İlm'el-A'dâd

Kitabın müellifi Yüzbaşı Ali Galip[30]'tir. 120 sayfa olan kitap, 1313 (1897) senesinde İstanbul'da Mekteb-i Fünun-u Harbiye-i Şahane Matbaası'nda basılmıştır. Kitabın üç baskısı yapılmış olup burada 1. baskısı incelenmiştir. Kitabın kapağında "Külliyât-ı Ulûm ve Fünûn-u Riyaziyeden" ifadesi bulunmaktadır. Ayrıca "Umum Mekteb-i Rüşdiye-i Askeriye üçüncü sınıflarında tedrisi resmen tensip buyurulmuştur." (Ali Galip, 1313/1897, s. kapak) denilerek Askerî Rüşdiye üçüncü sınıf öğrencileri için basılmış olduğu belirtilmiştir.

Kitaba fihrist veya mukaddime verilmeden doğrudan konuya giriş yapılarak başlanmıştır. Fakat birinci bölüme geçilmeden önce "İlm-i Hesâb yahut İlm'el-A'dâd"

[30] 1898 civarında sağ. II. Abdülhamid devrinde yaşamıştır. Askerî İdadiye cebir hocasıdır. Matematik alanındaki eserleri; Amelî ve Nazarî İlm'el-A'dâd, Amelî ve Nazarî Hesâb-ı Mükemmel, Mahzen-i Mesail-i Riyaziye (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 396-397).

başlığı altında birkaç temel kavramın tanımları verilmiştir. Tanımları verilen kavramlar: *ilm'el-a'dâd, vahid, aded, miktar, vahid-i kıyasî*. Bu tanımlardan *ilm'el-a'dâd* tanımı:

> İlm'el-a'dâd, adedlerden ve bunların iânesiyle mesailin hâlli için iktiza eden kavâidden bahseder. (Ali Galip, 1313/1897, s. 3)

Kitapta sırasıyla şu konular işlenmiştir: sayıların yazılışı ve okunuşu, ondalık sayılar ve dört işlem, bölünebilme kuralları, asal sayılar, asal çarpanlar, en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat, basit kesirler ve dört işlem, üs ve kök alma işlemleri, karekök ve küp kök alma, uzunluk, alan, hacim, ağırlık ölçüleri, para birimleri, eski ve yeni ölçülerin karşılaştırılması, oran ve orantı, faiz.

Kitapta çok basit düzeydeki konular iptidaî bir şekilde ele alınmıştır. Kitapta *nazarî* kelimesinin karşılığı olabilecek hemen hemen hiçbir şey olmadığı söylenebilir. Hiçbir konuda teoremlere yer verilmemiş, basit tanımlar, kurallar ve örnekler şeklinde ilerleyen bir konu anlatımı yapılmıştır. Kurallar verilirken genel geçer ifadeler değil sayısal örnekler kullanılmıştır. Her konudan sonra çok sayıda örnek verilmiş ve kitapta genel olarak basit düzeyde uygulamalı bir aritmetik kitabı görüntüsü oluşmuştur.

Kitaptaki anlatım tarzını ve üslubu daha iyi görebilmek için bazı bölümler inceleyelim. 'Asal sayılar' konusunun anlatıldığı bölümden:

> **A'dâd-ı Asliyye:** Kendi nefsiyle vahidden başka bir adedle taksîm olunamayan her adede aded-i aslî denir.
>
> $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41$ adedleri gibi.
>
> A'dâd-ı asliyye cetveli tertip etmek için çift adedlerden sarf-ı nazarla bi'l-farz yüz adedine kadar olan tek adedleri yazmalı.

Ba‘de[31] 3’ten bed’ ile üçer üçer sayarak üçüncü adedi silmeli. $5, 7, 9$ burada 9 silinecektir. $11, 13, 15$ burada 15 silinmeli.

Sâniyen: 25’ten başlayarak beşer beşer saymalı beşinci rakamı silmeli. 25 adedini silmeli. $27, 29, 31, 33, 35 - 37, 39, 41, 43, 45$

Sâlisen: 49’dan başlayarak yedişer yedişer saymalı yedinci rakamı silmeli.

Demek oluyor ki her aded-i aslînin murabbasından başlayıp saymak lazımdır. (Ali Galip, 1313/1897, s. 55)

Asal sayılar konusuna bu kadar yer verilmiş ardından bir sayfa kadar bir kısımda da bir sayıyı asal çarpanlara ayırma anlatıldıktan sonra “Vazife” başlığı altında alıştırma için yazılmış asal çarpanlara ayırma örnekleri verilmiştir.

Kitabın genel ilerleyişi teoriden uzak, kısa bir konu anlatımı, açıklayıcı örnekler ve alıştırmalar şeklindedir.

2.6. Amelî ve Nazarî Hesâb-ı Mükemmel

Kitabın müellifi Yüzbaşı Ali Galip’tir. 229 sayfa olan kitap, “Meclis-i Maarif-i Askerî tarafından bi’t-tedkik külliyata kabul ve idhâl” olunarak 1316 (1900) senesinde İstanbul’da Mekteb-i Fünun-u Harbiye-i Şahane Matbaası’nda basılmıştır. Kitabın dört baskısı yapılmış olup burada 2. baskısı incelenmiştir. Bu kitabın kapağında da “Külliyât-ı Ulûm ve Fünûn-u Riyaziyeden” ifadesi bulunmaktadır. Bu kitap *Amelî ve Nazarî İlm’el-A‘dâd* kitabının devamı olarak hazırlanmıştır. Kitabın kapağında “Umum

[31] sonra

Mekteb-i Rüşdiye-i Askeriye son sınıflarında tedrisi resmen tensip buyurulmuştur. (Ali Galip, 1316/1900, s. kapak)" ifadelerinin yer almasından 3. sınıflara okutulan bir önceki kitabın devamı olduğu açıkça anlaşılmaktadır.

Ali Galip kitabına iki sayfadan oluşan 'ifade-i meram' ile başlamıştır. Burada uzun uzun hesâb ilminin öneminden bahsetmiş, hesâb ilminin sadece matematiğin temeli olmasından değil, zihni açması ve mantıkla birlikte insanlar için yol gösterici olarak kullanılması gibi birçok faydası olduğunu vurgulamıştır. Bütün bu ehemmiyetlerinden dolayı, aslında birçok hesâb kitabı olmasına rağmen kendisinin bir tane daha yazıyor olmasının israf olmayacağını ifade etmiştir. Beşerin yaptığı hiçbir şey kusursuz olmayacağı gibi kitabının da kusursuz değilse de kusursuz olması için çok uğraştığını, bunun karşılığını da aldığını ve kitabının II. Abdülhamid'in himayesinde basıldığını belirtmiştir.

Kitapta kurallar, teorilere ve ispatlarına fazla yer verilmeksizin sunularak örnekler ve ödev sorular verilmiştir. Bu fark edilmeden meydana gelmiş bir eksiklik değil, Ali Galip'in kitabı yazarken genel felsefesidir. Bunu da 'ifade-i meram' kısmında "… ameliyatsız nazariyat, hiç bir netice-i müstahsene hâsıl edemez hakikati daima nazar-ı dikkat önünde bulundurulmuştur." (Ali Galip, 1316/1900, s. 4) ifadeleriyle açıkça belirtmiştir. Ali Galip, kitabını, uygulamayı teoriden önemli görerek yazmıştır ve bu nedenle kitabın genel görünümü konu anlatımlı bir uygulama kitabı şeklindedir.

Ali Galip ilk bölüme başlamadan önce "İlm-i Hesâb" başlığı altında kitapta kullanacağı temel kavramlardan 11 tane tanım vermiştir. Bu tanımlar: ***1-*** *İlm-i hesâb,* ***2-*** *Vahid,* ***3-*** *Miktar,* ***4-*** *Vahid-i kıyasî,* ***5-*** *Aded,* ***6-*** *Aded-i mutlak/Aded-i gayr-i muayyen,* ***7-*** *Aded-i muayyen,* ***8-*** *Aded-i tam,* ***9-*** *Aded-i tam maa'l kesr,* ***10-*** *Aded-i müteakip,* ***11-*** *Sıfır.* (Ali Galip, 1316/1900, s. 5-7)

Verilen tanımlardan *"aded"*in tanımı:

> Bir veya birden ziyade vahidin bir araya gelmesine (aded) denir. Yahut bir miktarın kendi vahid-i kıyasîsiyle[32] mukayesesinden çıkan neticeye aded denilir. (Ali Galip, 1316/1900, s. 6)

Tanımların ardından konu anlatımına başlanmış ve sırasıyla şu konular işlenmiştir: sayma ve yazma, tam sayılarla, ondalık sayılarla ve kesirlerle toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemleri ve sağlamaları, devirli ondalık sayılar, üs ve karekök alma, uzunluk, alan, hacim, ağırlık, para ölçüleri ve bu ölçülerin Batı'dan alınan yeni karşılıkları, bölünebilme, asal sayılar, bölenler, oran ve orantı, faiz, iskonto, senet, sigorta, karışım problemleri, yarışmalarda sorulacak sorular.

Kitap genel olarak konu anlatımlı bir ortaokul ders kitabı düzeyindedir. Kitap; konu anlatımları, konularla ilgili örnekler ve ödevler şeklinde ilerlemektedir. Teoremler ve ispatlarına pek yer verilmemiş, ispat yapılmak istendiğinde ise genel geçer bir ispattan ziyade sayılarla müşahhas örnekler verilmesi tercih edilmiştir. Kitaptan bazı bölümler inceleyerek bu anlatım tarzını ve kitabın içeriğini görelim.

Kesirlerin özelliklerinin anlatıldığı bölümden:

> Suret[33]leri müsâvî olan kesirlerden hangisinin mahreci[34] küçük ise onun kıymeti büyük olur. Mesela $\frac{5}{8} < \frac{5}{7}$ olur.

[32] birimiyle

[33] pay

[34] payda

Zira: Birincide vahid yedi kısma ikincide ise 8 kısma ayrılır. Birinci kesrin kısımları daha büyüktür. Hâlbuki her ikisinden alınan kısımlar müsâvîdir. Buna binaen $\frac{5}{8} < \frac{5}{7}$ olacağında şüphe edilmemelidir (Ali Galip, 1316/1900, s. 24).

Ortak bölen ve en küçük ortak katın anlatıldığı bölümden:

Bir adedin müteaddit kâsımları olduğu gibi iki adedin de müteaddit kâsım-ı müşterekleri olur. Bu halde iki veya ikiden ziyade adedleri tamamıyla taksîm eden her adede kâsım-ı müşterek denilir.

Mesela 2, 3, 4, 6, 12 adedleri 36 ve 12 adedlerinin kâsım-ı müşterekleri olur. Bunlardan 2 kâsım-ı müşterek-i asgar, 12 dahi kâsım-ı müşterek-i a‘zam olur.

İki veya ikiden ziyade adedlerle kâbil-i taksîm olan adede emsal-i müşterek-i asgarî denir.

Mesela 24 adedi 2, 3, 4, 6, 12 adedlerinin emsal-i müşterek-i asgarîsi olur.

Verilen adedleri evvel-emirde madrûbat-ı asliyyeye tefrik etmek ba‘de madrûbat-ı müşterekeden üsleri küçük olanlar alınıp da darb edilecek olursa “kâsım-ı müşterek-i a‘zam” bulunur.

Eğer madrûbat-ı müşterekeden üsleri büyük olanlarla madrûbat-ı gayr-i müştereke alınıp darb edilecek olursa “misl-i müşterek-i asgarî” çıkar.

Misal (1) $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$

$3780 = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$

$27720 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 77$

$2^2 \times 3 \times 5 = 60$ kâsım-ı müşterek-i a‘zam

$2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11$ emsal-i müşterek-i asgarî

$2^2 \times 3 \times 5$ kâsım-ı müşterek olur zira: bunun madrûbları verilen üç adedin madrûblarında dâhildir.

Bu aded kâsım-ı müşterek-i a‘zam olur zira: farz edelim ki $2^3 \times 3 \times 5$ kâsım-ı müşterek-i a‘zam olsun. Bunun madrûbları fi’l-hakika birinci ile üçüncü adedin madrûblarında dâhildir fakat ikinci adedin madrûblarında dâhil değildir. Bu cihetle 60 adedi herhalde kâsım-ı müşterek-i a‘zam olur.

Tembih: Kâsım-ı müşterekleri olmayan adedlere “mütebâyin” namı verilir. $5, 7 - 21, 19, 5$ gibi. (Ali Galip, 1316/1900, s. 112-113)

Kitabın sonunda ‘Müsabaka İmtihanlarında Sorulacak Sorular’ başlığı altında yarışmalarda sorulacak 50 tane soru verilmiştir. Her sorunun altına çözümleri yapılmaksızın sorunun cevabı yazılmıştır. Bu sorulardan bazı örnekler:

(8) Bir aded bulunuz ki: 85 zam olunduktan sonra 9 üzerine taksîm edilirse hâriç-i kısmet 25 çıksın?

Cevap 140

(20) Bir tulumba 7,5 saatte bir havuzu boşaltıyor diğer bir tulumba ise 5 saatte boşaltıyor. İki tulumba birden işletilmiş olsa acaba havuz-u mezkûru ne kadar zamanda boşaltacaklardır?

Cevap 3

(44) 40 adedini bir veçhe ile üç kısma ayrılması matlûbdur ki: birinci kısmın nısfı[35], ikinci kısmın sülüsü[36] ve üçüncü kısmın humsu[37] birbirlerine müsâvî olsunlar?

Cevap 8, 12, 20 (Ali Galip, 1316/1900, s. 218-229)

2.7. Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb

Kitabın müellifi İsmail Faik[38]'tir. 668 sayfa olan kitap, 1320 (1904) senesinde İstanbul'da A. Artin Asaduryan Şirket-i Mürettibiye Matbaası'nda basılmıştır.

Kitabın kapağında; "Kolombiya Mektebi ulum-u riyaziye ve hey'et[39] muallimi ve Madeniyat Mektebi mihanik muallimi riyazi-i şehri 'William James'[40]in *Complete*

[35] yarısı

[36] üçte biri

[37] beşte biri

[38] Erkân-ı Harbiye-i Bahriye subaylarındandır. Bahriye Mektebinde deniz astronomisi ve deniz haritası dersleri muallim muavinliği yapmıştır. Matematik alanındaki eserleri; Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb, Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâbın Miftâhı adlı eserlerdir (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 537-538).

[39] astronomi

[40] William James Milne (1843-1914) Amerikalı bir eğitimci, akademik yönetici ve yazardır. New York eyaletindeki iki öğretmen kolejine yöneticilik yapması ve pek çok matematik ders kitabı yazmasıyla bilinmektedir. Aritmetik, cebir ve geometri alanlarında, bazıları akademik ama çoğunluğu okullarda okutulmak üzere yazılmış pek çok eser yayınlamıştır.

Arithmetic[41] namındaki eserin muhteviyatı, sair meşahir-i riyaziyyunun âsarından cem‘ edilen mebahis-i mühimme ile tevsi‘ edilerek meydana getirilmiştir (İsmail Faik, 1320/1904, s. 537-538).” ifadesi bulunmaktadır.

Kitaba 4 sayfalık bir mukaddime ile başlanmıştır. Mukaddimede kitabın tercümesinde ‘A‘dâd-ı Mürekkebe’ konusu dışında ‘William James’in kitabına mümkün olduğunca sadık kalındığı, bunun dışında ticaretle uğraşanların faydalanabilmesi için Amerikalı ‘Thomson’in[42] *Hesâb-ı Ticarî*[43] adlı kitabından yer yer önemli konular eklendiği belirtilmiştir. Bu şekilde ticaretle uğraşanların başka hiçbir yere bakmaksızın bu kitapla ihtiyaçlarının karşılanabileceği belirtilmiştir. Fakat kitabın düzeninden en çok rüştiye sınıflarının istifade edeceği belirtilmiştir. Kitapta takip edilen usul, “… hesâbın her bir teferruatını vazıhen tarif eder ve o tariften hâsıl olan neticeyi bir kaide-i umumiye suretinde i‘ta’ eder (İsmail Faik, 1320/1904, s. ii).” ifadeleri ile tarif edilmiştir. İsmail Faik, bu usulün faydasının tarifine gerek olmadığını, bunu görmek isteyen öğretmenlerin kitabı bir sene kullanmalarının yeterli olacağını iddia etmektedir. Ayrıca kitapta konulara ve öğrenci seviyesine uygun seçilmiş pek çok örnek verildiğini vurgulamıştır.

Mukaddimenin ardından “Muhteviyat” başlığı altında fihrist verilmiş ve sonrasında konular anlatılmaya başlanmıştır. İki kısımdan oluşan kitabın birinci

---

[41] Burada adı geçen eserin; *Progressive Arithmetic* (Milne, 1907) adlı kitabın birinci cildi olduğu tahmin edilmektedir. Bu kitabın bölüm başlıkları ve içindekiler, İsmail Faik’in kitabıyla büyük oranda örtüşmektedir.

[42] James Bates Thomson (1808 - 1883) Amerikalı bir matematikçi, eğitimci ve yazar. Aritmetik ve cebir gibi matematiğin çeşitli alanlarında çok sayıda eseri yayınlanmıştır.

[43] Burada adı geçen eserin; *Higher Arithmetic or The Science and Application of Numbers: Combining The Analytic and Synthetic Modes of Instruction. Designed for Advanced Classes in Schools and Academies* (Thomson, 1855) olduğu tahmin edilmektedir. Ticaret, ortaklık, para hesabı gibi konular içeren 338-356 sayfaları arasındaki Bölüm XVI’dan çeviri yapıldığı düşünülmektedir.

kısmında; sayıların yazılışı ve okunuşu, Roma ve Fransız rakamları, tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme, asal sayılar, asal çarpanlar, sadeleştirme, en büyük ortak bölen, en küçük ortak kat, kesirler, kesirlerle dört işlem, ondalık kesirler ve dört işlem, uzunluk, alan, hacim, sıvı, ağırlık, zaman ölçüleri, para birimleri, eski ve yeni ölçülerin karşılaştırılması, coğrafyada uzaklık ve zaman hesapları anlatılmıştır. İkinci kısmında ise; yüzde, kâr ve zarar, faiz, iskonto, sigorta, oran ve orantı, şirket problemleri, aritmetik ve geometrik diziler, taksit, üs ve kök alma işlemleri, karekök, küp kök, dördüncü, beşinci, altıncı dereceden kökler, köklü ifadelerde dört işlem, karışım problemleri ve alan konuları ele alınmıştır.

Kitapta, mukaddimede belirtildiği gibi, yöntem olarak öncelikle ele alınan konu hakkında temel tanımlar, açıklayıcı sayısal örnekler ve nihayet bunlardan çıkarılan genel kurallar verilmesi usulü tercih edilmiştir. Bu usul, öğrenci temelli ve yapılandırmacı öğrenme yaklaşımından[44] izler taşımaktadır. Fakat teorik olarak, kurallar ve onların uygulamalarından öte geçilmemiş, teoremler ve ispatları ele alınmamıştır. Kitapta konuların ele alınış şeklini daha iyi görebilmek için kitaptan bazı bölümler inceleyelim.

'Asal sayılar ve çarpanlara ayırma' konusunun anlatıldığı bölümde "Bir Adedi Madrûblara Tefrik Etmek" başlığı altında öncelikle *madrûb*, *aded-i mürekkeb, aded-i aslî* tanımları verilmiştir:

[44] Geleneksel öğretim uygulamaları öğretmen merkezlidir. Buna karşın, yapılandırmacı yaklaşıma dayalı öğretim uygulamaları ise öğrenci merkezlidir (Baki, 2006, s. 314). Yapılandırmacı yaklaşımda, öğrenci düşünen (thinker), yaratan (creator) ve yapılandıran kişidir. Öğretmen bilgiyi öğrencilere sunan bir otorite değil, öğrencilerin kendi bilgilerini yapılandırmasına, ön bilgilerini kullanarak yeni durumlara uyum sağlamasına yardımcı olan ve araştırma yapmaya yönlendiren kişidir (Brook & Brooks, 1993, s. 101-118).

Madrûb: Bir adedi tamamıyla taksîm eden diğer bir adeddir. Mesela 2, 3, 4 adedlerinden her biri 12'nin madrûbudur.

Aded-i mürekkeb: Vahidden gayri bir veya müteaddit madrûblara tefriki kâbil olan adeddir. Mesela 15 adedi bir aded-i mürekkebdir çünkü $15 = 3 \times 5$'tir.

Aded-i aslî: Kendisiyle vahidden gayri madrûbları hâvî olmayan adeddir. 2, 3, 5 adedleri gibi (İsmail Faik, 1320/1904, s. 90).

Tanımların ardından bir sayının nasıl çarpanlarına ayrılacağı tarif edilerek örnek üzerinde anlatılmıştır. Örneklerden yola çıkarak elde edilen genel kurallar "Madrûb Kaideleri" başlığı altında verilmiştir:

Bir adedi madrûbat-ı asliyyeye tefrik etmek için âtî'el-zikr kavâid-i esasiye-i güzidelerinden icra-i ameliyat olunur:

Kaide 1. Bir aded, tefrik olduğu madrûbat-ı asliyyenin hâsıl-ı darbına müsâvîdir.

Kaide 2. Eğer bir aded tefrik olduğu madrûblardan birisiyle taksîm olunursa, çıkan hâriç-i kısmet diğer madrûbların hâsıl-ı darbına müsâvî olmalıdır (İsmail Faik, 1320/1904, s. 92).

Konuların ele alınış şekli açısından basit hesap kitaplarından farkı tanım, tarif ve örneklerden sonra çıkarılan genel kuralların sayılardan bağımsız genel ifadelerle *kaide* adı altında verilmesidir. Fakat teoremlere ve ispatlarına yer verilmemiştir. Temel düzeydeki konular basit seviyede ele alınmıştır. Kitap, ele alınan konular bakımından da konu anlatımlı bir hesap kitabından pek farklı değildir.

2.8. Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâbın Miftâhı

Kitabın müellifi İsmail Faik'tir. 99 sayfa olan kitap, 1324 (1908) senesinde İstanbul'da Matbaa-i Kütüphane-i Cihan'da basılmıştır.

Kitaba "Mahiyet-i Eser Hakkında Bir İki Söz" başlığı altında kitabın yazılış gayesi ve içeriği hakkında bir tanıtım yazısı ile başlanmıştır. Bu kitabını daha önce yayınlanmış olan "Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb" kitabına bir anahtar olarak hazırladığını belirten İsmail Faik, bunun gerekliliğini şu şekilde açıklamıştır:

> Bir efendi kitapta tesadüf ettiği bir misal veya meselenin ne suretle halledileceğini bilmez veyahut halletse bile doğru olup olmadığını anlayamazsa o kitaptan edilecek istifade hiç hükmünde kalmaz mı? Öyle ise 'Miftah[45]sız eser, meyvesiz ağaç gibidir.' sözü doğru değil midir? (İsmail Faik, 1324/1908, s. 3)

İsmail Faik, hem yayınlanan ilk kitabı hem de kitabın cevap anahtarı mahiyetinde olan bu kitabı birlikte kullanan bir kişinin kendi başına bile *ilm-i hesâb*ı öğrenebileceğini ifade etmiştir.

"Miftahın Usul-ü İsti'mâli" başlıklı bölümde ise kitaptan nasıl faydalanılacağı ve kullanım şekli tarif edilmiştir.

> 'Mükemmel Hesâb'ın hâvî olduğu misal veya meselelerden herhangi birisinin cevabını bulmak için; mezkûr misal veya meselenin münderiç bulunduğu madde numarasına bakmak kâfidir. Miftâhın her sahifesi bilâ-istisna hangi maddelerin miftahı olduğu yazılarak ashâb-ı

[45] anahtar

müracaata teshilat-ı lazıma irae edilmiştir. (İsmail Faik, 1324/1908, s. 4)

Kitapta madde numarası ve o numara ile ilgili örnekler ve problemlerin cevapları verilmiştir. Cevabı bulunmayan örnekler için ise hangi maddeye göre çözüleceği yazılmıştır. Bu usulü görmek için verilen maddelerden bir örnek ve bir problem inceleyelim.

Madde 28:

Âtîdeki misaller Madde 28'de gösterilen numuneye tevfikan hallolunacaklardır.

9- 677184

10- 603940 kadem

11- 244494 lira

12- 1665255 lira (İsmail Faik, 1324/1908, s. 12)

Meseleler:

Hasan Efendinin Kazım Efendiden aldığı borç para = 9780 kuruş

Bir müddet sonra odadaki para = 2176 kuruş

Borcunu tamamıyla ödeyebilmek için Hasan Efendinin Kazım Efendiye vereceği para = 7604 kuruş (İsmail Faik, 1324/1908, s. 8)

Kitapta hiçbir konu anlatımı yapılmamış, önceden yayınlanmış olan *Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb* kitabına ait bir uygulama ve cevap anahtarı olarak yazılmıştır.

2.9. Hesâb-ı Nazarî Mesaili

Kitabın müellifi Mülkiye Mühendis Mektebi ile Darüşşafaka Mektebi riyaziye muallimlerinden Mühendis Mustafa Salim[46]'dir. 96 sayfa olan kitap, 1323-1325 (1908) senelerinde İstanbul'da A. Artin Asaduryan Şirket-i Mürettibiye Matbaası'nda basılmıştır.

Mustafa Salim kitabına 3 sayfadan oluşan bir mukaddime ile başlamıştır. Mukaddimede hesâb denilince basit aritmetik işlemlerle çözülen problemlerin akla geldiğini eleştirmiş, hesâb ilminin bundan daha fazlası olduğunu vurgulamıştır. Aksi halde kendisinin de başka yazarların da hesâb kitabı yazma zahmetinde bulunmayacağını belirtmiştir. Gerçekten, Mustafa Salim kitabını basit aritmetik işlemler ve hesaplamalardan öte teoriler üzerine kurmuştur. Bunu mukaddimede, "Bu eser-i nacizîyi teşkil emrinde kemmiyyet[47] hemen hiç nazar-ı itibara alınmayarak keyfiyet[48]e sarf-ı ikdam edilmiştir (Mustafa Salim, 1323-1325/1908, s. 2)." ifadeleri ile belirtmiştir. Kitapta çözülen örnekler de bu minvalde sayısal problemlerden çok ispatı yapılması gereken ifadeler olmuştur. Ayrıca Mustafa Salim mukaddimede hesâb ilminin önemini ortaya koymak için verdiği bir örnekte, bir çocuğun iyi bir geleceğe sahip olması için iyi

---

[46] 1290 yılında Selanik'te doğdu. 1312'de Mühendishane Mekteb-i Âliyesinden mezun oldu. Mezuniyetinden itibaren Darulfünun ve Darüşşafaka'da müderrislik ve muallimlik yaptı. Darulfünun'un kapatılmasıyla kadro dışı bırakıldı. Eserleri; Hendese-i Müsteviye Mesaili, Hesâb-ı Asgar-ı Nâ-mütenâhiyat, Hesâb-ı Nazarî Mesaili, Ulum-u Riyaziyeden Mebhas-ı Dâlle (Darüşşafaka, 1927, s. 63-64; Arslan, 1995, s. 345).

[47] sayı, nicelik

[48] nitelik

eğitim alması gerektiğini, eğitimin temelinin matematik ve matematiğin temelinin de hesâb olduğunu ifade etmiştir. Diğer bir örnekte ise Kepler'in hesâb ilminden faydalanarak Neptün gezegeninin yerini[49] bulduğunu ve bu hayret verici keşfin hesâb ilminin önemini gösterdiğini belirtmiştir.

Mukaddimenin ardından kitapta yer alan problemlerin çözülmesinde gerekli olacak ifadeler ve kurallar verileceği söylenerek 8 madde halinde açıklamalar yapılmıştır. Bu 8 maddede belli bir sıra gözetilmeden ve hangi konuya ait açıklama yapılacağı ayrıca belirtilmeden bölünebilme, iki terim toplamının karesi, iki kare farkı, ardışık sayıların toplamı gibi konular hakkında kurallar verilmiştir. Bu maddelerden iki örnek aşağıda verilmiştir.

> **(1)** Mesela (32) adedi (8)in (4) misli olduğu gibi (48) adedi de (8)in (6) misli olduğu halde $32 = misl\ 8,\ \ 48 = misl\ 8$ şekillerinde gösterilir. Ve işbu 48 adediyle 32 adedinin mecmuu veya fazlı yine (8) adedinin bir misli demek olduğundan $80 = misl\ 8,\ 16 = misl\ 8$ şekillerinde gösterilir. Binaenaleyh bir müsâvâtta birkaç tane $misl\ 8$'e tesadüf edilse; araları ister zâidli ister nâkıslı olsun bunların yerine yalnız bir $misl\ 8$ yazmak kifayet eder.

[49] Neptün gezegeninin yerini bulan Kepler değil, Le Verier olmuştur. Kepler sayesinde 17. yy'da gezegen yörüngelerinin elips olduğu anlaşılmış ve gezegen hareketlerinin matematiksel izahı yapılabilmişti. 19. yy'da ise problem artık şu biçime girmiştir; hiçbir gözlem yapılmadan, tamamıyla matematiksel olarak, gravitasyonel kanunlar kullanılarak gök cisimlerinin konumları bulunabilir (Topdemir & Unat, 2013, s. 302) . Uranüs gezegeninin yörüngesini belirlemek amacıyla yapılan hesaplamalardan doğru bir sonuç elde edilemiyordu. John Couch Adams (1819-1892) bu hatanın, Uranüs'ün dışındaki bir gezegenden kaynaklanabileceğini ileri sürdü. Yaptığı hesaplamalar sonucunda bu gezegenin koordinatlarını saptadı ve büyüklüğünü hesapladı. Aynı çalışmaları Le Verier (1811-1877) de Adams'tan bağımsız olarak yaptı. Teleskop saptanan noktalara çevrildiğinde yeni gezegen gözlemlendi ve Neptün adı verildi (Tekeli, et al., 2012, s. 316-317).

Mesela: $misl\,6 + misl\,6 + 3\,misl\,6 + 7\,misl\,5 + misl\,5$ ifadesi; $misl\,6 + misl\,5$ şeklinde gösterilir.

Ve mesela: $misl\,40 + misl\,8 + misl\,7$ ifadesi $misl\,8 + misl\,7$ şeklinde gösterilir. Çünkü $misl\,40 = misl\,5\,x\,8 = 5\,x\,misl\,8$ olup $5\,misl\,8 + misl\,7 = misl\,8 + misl\,7$ olmuş olur (Mustafa Salim, 1323-1325/1908, s. 5).

(6) Üç aded-i müteakibeden en küçüğü $(b-1)$ şeklinde gösterilirse diğerleri sıra ile birer birer fazla olduğundan ikinci (b) üçüncü $(b+1)$ olur (Mustafa Salim, 1323-1325/1908, s. 9).

8 maddelik kuralların açıklanmasından sonra problemlerin çözülmesinde gereken bazı teoremler yine belli bir düzen gözetilmeden yazılmıştır. Değişik konulardan 11 teorem ispatları ile birlikte verilmiştir. Bu teoremler Wilson, Euler, Fermat teoremleri gibi sayılar teorisinin önemli konularını da içermektedir. Sayılar teorisinin temel konularından bazılarına kısaca değinilmiş, fakat daha çok üst düzey konular ele alınmıştır. Ancak kurallar ve teoremler verilirken düzenli bir sistem takip edilmemiştir. Bu kısmın, konuları tüm ayrıntısı ile ele almak ve okuyucuya öğretmek gayesiyle değil, problemleri çözmeden önce hatırlatıcı olması için yazıldığı fikri oluşmaktadır.

Bu teoremlerden Euler teoremini inceleyelim:

Euler Davası: Eğer a, b ile mütebâyin ise $(a-1)^p$, b ile kâbil-i taksîmdir. (Burada $p, (b)$'den küçük ve onunla mütebâyin olan adedin miktarını gösterir.)

Fi'l-vakıa b'den küçük ve onunla mütebâyin olan k, t ...

$(b-1)$ adedlerinin a ile darbıyla husûle gelen ak, at ...

$(b-1)$ gibi p kadar adedlerin (b) ile taksîmlerinden kalan bâkîleri $c_1, c_2, c_3, \dots, c_p$ ile gösterilse (bunların kâffesi Dava 2 mucibince (b) ile mütebâyin ve miktarları da (p) tane olduğundan bunların her biri $k, t, \dots, (b-1)$ adedlerinden birinin aynı olurlar.) a'nın emsallerinin yekdiğeriyle hâsıl-ı darbının (b) ile taksîminden kalacak bâkî (Dava 3) her birinden ayrı ayrı kalan bâkîler hâsıl-ı darbın b ile taksîminden kalacak bâkîye müsâvî olması icap eder bu halde $c1.c2.c3, \dots\ cp = k.t \dots (b-1) = q$ farz edildikte:

$a \times k \times a \times t \dots a^p(b-1) = a^p.q$ olur.

$a^p.q$'nun b'ye taksîminden kalacak q'nun b'ye taksîminden kalacak bâkîye müsâvî olduğundan fazlları $a^p.q - q = misl\ b$ veya $q(a^p - 1) = misl\ b$ olur.

b, q ile mütebâyin olduğundan $(a^p - 1)$'in b'ye kâbil-i taksîm olması lazım gelip matlûb hâsıl olur.

Mesela 14 adedi (15) ile mütebâyindir. (14)'ten küçük kendisiyle mütebâyin olacak (6) aded bulunduğundan $(10^6 - 1)$ adedi 14'e kâbil-i taksîmdir (Mustafa Salim, 1323-1325/1908, s. 16-17).

Teoremlerin ardından 73 problem, çözümleri de yapılarak verilmiştir. Burada çözülen problemler Mustafa Salim'in mukaddimede vurguladığı üzere niceliksel problemlerden ziyade ispatı istenen meseleler şeklindedir. Bu örneklerden biri:

Mesele 4: Bir adedin altı ile kâbil-i taksîm olması için âhâd[50] rakamına diğer rakamlar mecmuunun 4 misli zam olunduğu halde yekûnun $misl$ 6 olması lazım gelir.

Fi'l-hakika:

Verilen bir aded $a + 10b + 100c$ olsun. İkinci ve üçüncü haddler $6b + 4b, 4c + 96c$ şeklinde yazılabilir. Bu adedin altı ile kâbil-i taksîm olması için $a + 4\,(b + c)$nin $misl$ 6 olması lazım ve kâfidir.

Zira $6b, 96c,$ haddleri $misl$ 6'dır.

$4, 5, 6$ ... rakamları için de aynı suretle muhakeme olunur (Mustafa Salim, 1323-1325/1908, s. 27).

Kendi çözümlediği problemlerden sonra Mustafa Salim, okuyucuya alıştırma olmak üzere 69 problem vermiştir.

'Mümarese' başlığı altında verilen alıştırmalardan örnekler:

(4) a keyfe-me'ttefak bir aded-i tam olduğu halde $a^3 - a$ ifadesi daima (6) ile kâbil-i taksîmdir.

(39) Biri diğer ikisi mecmuuna müsâvî olmak üzere üç aded bulunsa bunların dördüncü kuvvetleri mecmuunun iki misli bir murabba-ı tam adeddir.

[50] birler

(68) Mecmuları ile kâsım-ı müşterek-i a‘zamları malum olan iki adedin tayini (Mustafa Salim, 1323-1325/1908, s. 88-96).

Alıştırma olarak verilen problemler de niceliksel veya günlük hayattan problemler değil, tamamen teorik problemlerdir. Hemen hemen tamamı çözülmesi gereken değil ispatı yapılması gereken örneklerdir.

2.10. Nazarî ve Amelî Yeni İlm-i Hesâb

Kitabın müellifi Hasib Bey[51]'dir. 503 sayfa olan kitap 1331 (1915) senesinde İstanbul Necm-i İstikbal Matbaası'nda basılmıştır.

Kitabın başlangıcında mukaddime veya fihrist verilmeksizin konu anlatımına geçilmiştir. Fihrist kitabın sonuna eklenmiştir.

Kitapta sırasıyla şu konular ele alınmıştır: sayıların yazılışı ve okunuşu, Roma rakamları, tam sayılarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve zihinden işlemler, sayıların kuvvetleri, bölünebilme kuralları, en büyük ortak bölen, asal sayılar, asal çarpanlar, en küçük ortak kat, kesirler, kesirlerle dört işlem, ondalık kesirler ve dört işlem, karekök, küp kök, tam sayıların, kesirlerin ve ondalık kesirlerin karekökleri, uzunluk, alan, hacim, ağırlık ölçüleri, para birimleri, eski ve yeni ölçülerin karşılaştırılması, oran ve orantı, faiz, iskonto, şirket ve karışım problemleri.

---

[51] OMLT (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999)'de Hasib Bey için hayatı hakkında bilgi bulunamadığı belirtilmiştir. Matematik alanında iki kısımdan oluşan *Cebir* adlı eserinden bahsedilmektedir (s. 532). Hasib Bey'in *Nazarî ve Amelî Yeni İlm-i Hesâb* adlı eserinden bahsedilmemiş, hayatı hakkında da başka bir bilgi verilmemiştir. Hayatı hakkında bildiğimiz, *Nazarî ve Amelî Yeni İlm-i Hesâb* kitabının kapağında yazar hakkında verilen bilgilerden ibarettir. Hasib Bey, kitabın basıldığı 1915 senesinde Rasathane-i Âmire Müdür Muavini ve Darülfünun ihtiyat sınıfı ilm-i hesâb, hesâb, cebir, müsellât, hendese ve mihanik muallimidir.

Kitapta ele alınan konular basit düzeyde konulardır. Sayılar teorisinin üst düzey konularına değinilmemiştir. Fakat kitapta yer alan konular tanım, teorem ve ispatlara özen gösterilerek anlatılmıştır. Konuyla ilgili önemli teoremlerin hemen hepsi ispatlarıyla birlikte verilmiştir. Kitap içerik olarak bir sayılar teorisi kitabını karşılamamakla beraber, konuların ele alınış biçimi *nazarî* ifadesini karşılamaktadır. Kitaptan bazı bölümler inceleyelim.

'Tam sayılarla işlemler' konusunun ele alındığı bölümden:

Dava: Bir mecmuu bir aded ile darb etmek için mecmuu teşkil eden aksâmın her birini bu aded ile darb ettikten sonra elde edilen hâsıl-ı darbları cem' etmek mümkün olur.

Mesela

$$(4+5)\times 3 = 4\times 3 + 5\times 3 = 12 + 15 = 27$$

olur.

Fi'l-hakika $4+5$ mecmuunu 3 ile darb etmek için bu mecmua müsâvî 3 tane adedi cem' etmek mümkün olur. Bu 3 tane aded cem' olunmak için ber-veçhe-zîr birbiri altına yazılırsa husûle gelen şunu

$$\begin{array}{l} 4+5 \\ 4+5 \\ 4+5 \\ \hline 4\times 3 + 5\times 3 \end{array}$$

Cetvel 4 adedinin 3 misli ile 5 adedinin 3 mislini hâvî olduğundan

$$(4+5)\times 3 = 4\times 3 + 5\times 3$$

olduğu sabit olur (Hasib, 1331/1915, s. 87-88).

Burada verilen teorem, çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğidir. Bu ispatta görüldüğü gibi, kitapta, bazı ispatlar için sayısal örnekler kullanılması yoluna gidilmiştir.

'Asal sayılar' ve 'aralarında asal olma' konularının anlatıldığı bölümden:

> **A'dâd-ı Asliyye – Tarif:** A'dâd-ı asliyye diye kendisi ile vahidden başka hiçbir aded ile kâbil-i taksîm olmayan bir adede denir.
>
> Mesela 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 adedlerinden her biri bir aded-i aslîdir.
>
> **Dava 1:** Aslî olmayan her bir aded vahidden maada lâakal bir kâsım-ı aslîyi haizdir (Hasib, 1331/1915, s. 89).
>
> **Dava 2:** Bir aded, kendisinden küçük olan aded-i aslîlerin hiçbiri ile kâbil-i taksîm olmazsa aslî olur (Hasib, 1331/1915, s. 190).
>
> **Dava 3:** A'dâd-ı asliyye silsilesi nâ-mahdud[52]dur (Hasib, 1331/1915, s. 191).

Bu teoremler ispatlarıyla birlikte verilmiştir. "Mesele" başlığında ise 100'e kadar olan asal sayıların belirlenmesi yani asal sayı tablosunun oluşumu ele alınmıştır. Bundan sonra aralarında asal olma hakkında 7 teorem ve bu teoremlerle ilgili neticeler verilmiştir. Teoremlerden birini ispatı ile birlikte inceleyelim:

> **Dava:** İki aded-i müteakip daima mütebâyindir.

[52] hudutsuz, sınırsız

> Fi'l-hakika iki aded-i müteakibi taksîm eden her bir aded bunların 1 olan tefâzulünü de taksîm etmek icap eder. Hâlbuki 1 adedi ancak kendisi ile kâbil-i taksîm olduğundan iki aded-i müteakibin 1'den başka kâsım-ı müştereği olamayacağı anlaşılır. Binaenaleyh bu iki aded mütebâyindir (Hasib, 1331/1915, s. 194).

Konuların ele alındığı seviyeye uygun olarak verilmesi gereken teoremler ispatlarıyla birlikte verilmiştir. Asal sayılar konusunda Fermat, Euler teoremleri gibi çok önemli teoremlere hiç değinilmemiştir. Üst düzey konulardan bahsedilmemiş olsa da kitapta tanım, kural, teorem, ispat, sonuç sistematiğine özen gösterildiği görülmektedir.

2.11. Mücmel Hesâb-ı Nazarî

Kitabın müellifi Mehmet Re'fet[53]'tir. 127 sayfa olan kitap, 1332 (1916) senesinde İstanbul Necm-i İstikbal Matbaasında basılmıştır. Kitabın kapağında; "Medaris-i Ulumiye-i İslamiye beşinci ve Mekatib-i Sultanînin yedinci sınıfı programına tevfiken yazılmıştır." (Mehmet Re'fet, 1332/1916, s. kapak) ifadeleri yer almaktadır.

Mehmet Re'fet, kitabına üç sayfadan oluşan bir "Mukaddime" ile başlamaktadır. Bu mukaddimede Avrupa'nın bilimde şu anda bizden ileri olduğunu fakat önceden hemen hemen bütün ilimlerin İslam dünyasında temellerinin atılıp Avrupa'yı etkilemiş olduğunu, sonradan ilimden uzaklaşıldığı ve medreseler bozulduğu için geri kalındığını

[53] OMLT (İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999)'de *Yeni Usul Mükemmel İlm-i Hesâb* adlı kitabın Hasan Fuad Paşa ve Mehmet Re'fet tarafından yazıldığı ifade edilmektedir (s. 419-422). Burada Hasan Fuad Paşa hakkında bilgi verilmiş fakat Mehmet Re'fet hakkında bilgi verilmemiştir. Mehmet Re'fet hakkında *Mücmel Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabının kapağında bulunan; Şam Şerif-i Sultanîsinde riyaziye muallimi ve Urfalı olduğu bilgilerine sahibiz.

ifade etmektedir. Bu açığı kapatmak için çok çalışılması gerektiğini ve yakın zamanlarda ilme yeniden yöneliş ve düzelmeler olduğunu söylemektedir.

Mukaddimeden sonra Mehmet Re'fet, *İlm-i Hesâb'*ın tarifi, mevzuu ve gayesi ile konuya giriş yapmıştır:

> **İlm-i Hesâbın tarifi:** İlm-i Hesâb a'dâdı ve a'dâd üzerine olan bi'l-cümle mesailin suret-i hâllini ve bu babdaki kavâid ve usulleri öğreten bir ilimdir.
>
> **İlm-i Hesâbın mevzuu:** A'dâddır.
>
> **Hesâb-ı Nazarînin gayesi:** Ameliyatın usul ve kavâidini istihraç ve ispat ve havâss-ı a'dâdı istinbat etmek ve bu suretle zihnin küşâyiş ve incilâsına ve muhakemat-ı fikriyenin tenmiye ve takviyesine hizmet etmektir (Mehmet Re'fet, 1332/1916, s. 6).

Kitapta sırasıyla; sayıların yazılışı ve okunuşu, sayıların oluşumu (ve sayı tabanları), hesâb ilminde kullanılan işaretler, toplama, çıkarma, çarpma, bölme kuralları ve bunların zihinden veya bir arada yapılmasının yöntemleri, üs alma, kare ve küp alma, karekök, bölünebilme kuralları, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin sağlaması, asal sayılar, bir sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir sayının bölenleri, en büyük ortak bölen, en küçük ortak kat, kesirler, payda eşitleme, kesirlerde toplama, çıkarma, çarpma, bölme, ondalık kesirler, ondalık kesirlerde toplama, çıkarma, çarpma, bölme, bir kesrin ondalığa ve ondalığın kesre dönüştürülmesi konuları anlatılmıştır.

Konuların içeriği ve ele alınış biçimi incelendiğinde günümüz ortaokul düzeyinde olduğu görülmektedir. Sayılar teorisi alanına giren üst düzey konuların hemen hiçbiri kitapta yer almamaktadır. Konu başlıkları bakımından basit bir hesâb

veya aritmetik kitabını anımsatan kitabı bunlardan farklı kılan tek şey sadece kurallar ve örneklerden oluşmayıp konularla ilgili teoremler ve ispatlarını da içeriyor olmasıdır.

Anlatılmak istenilen konuya genellikle tanım verilerek başlanmış, ardından konu ile ilgili teoremler ispatlarıyla birlikte verilmiş ve örnekler çözülmüştür. Kitapta konuların ele alınış tarzını daha iyi görebilmek için 'asal sayılar'ın anlatıldığı bölümden bir kısmını inceleyelim:

> **A'dâd-ı Asliyye:** Kendi nefsiyle vahidden maada kâsımı olmayan adedlere "a'dâd-ı asliyye" derler. Mesela: 7, 11, 13, 23 adedleri aslîdir.
>
> **Dava:** Aslî olmayan bir adedin mutlaka aslî bir kâsımı vardır.
>
> **Zira:** Aslî olmayan bir adedi (φ) farz edelim: Mademki (φ) aslî değildir. Kendi nefsiyle vahidden maada behemehâl bir kâsımı vardır. Bu kâsımlardan en küçüğü bi'l-farz (p) olsun. İşte (p) aslîdir. Zira: olmazsa kendi nefsiyle vahidden maada bir kâsımı olması lazım gelir ki: işbu kâsım da (k) olsun. $1 < k$ dır. (k) adedi (p)nin olunca (p) misli olan (φ)nin de kâsımı olur. Bu takdirce de (φ)nin (p)den küçük fakat vahidden büyük başka bir kâsımının olması iktiza eder. Hâlbuki bu da farzımıza muhaliftir. O halde (p) kâsımı aslî olup matlûb sabit olur (Mehmet Re'fet, 1332/1916, s. 79).

Toplama ve çıkarma işlemlerinin bir arada yapılması ile ilgili kısımda günümüzde kullanılmayan fakat dönemin hesâb kitaplarında sıklıkla anlatılan *tamâm-ı adedî* yöntemi anlatılmıştır.

Cem‘ ve Tarh Ameliyatının Bir Arada İcrası

Mesela: 586 + 324 + 128 adedleri mecmuundan (612) adedinin tarhı lazım gelse evvela (612) adedinin tamâm-ı adedîsi bulunup işbu adedler ile cem‘ olunur.

Tamâm-ı Adedî Usulü: Bir adedin kendinden bir derece üst mertebeden vahide müsâvî olması için zammı iktiza eden adede (tamâm-ı adedî) denilir.

Mesela: 57’nin tamâm-ı adedîsi (43)tür. Çünkü mecmuları (100) eder. Bir adedin tamâm-ı adedîsini bulmak için aded-i mezkûrun sağdan birinci rakamı (10)dan diğer rakamları da (9)dan tarh olunmalıdır. Veyahut verilen adedin rakamları miktarı (1) önüne sıfır vaz‘ edip hâsıl olan adedden tarh olunmalıdır. 489’un tamâm-ı adedîsi birinci tarife göre (9), (10)dan çıkarılsa (1). (8), (9)dan çıkarılsa (1). (4), (9)dan çıkarılsa (5) kalır ki tamâm-ı adedî (511) eder.

İkinci tarife göre: 489 üç rakamlı olduğundan (1) önüne üç sıfır vaz‘ olunduğunda (1000) eder. İşbu adedle (489) tarh olunursa $1000 - 489 = 511$ olup matlûb hâsıl olur.

Kezalik: 7862’nin tamâm-ı adedîsi: $10000 - 7862 = 2138$ olmuş olur.

Tamâm-ı adedî hakkında bir fikir edindikten sonra cem‘ ve tarhın bir arada icrası da ber-veçhe âtî olur. Tarh olunacak adedin tamâm-ı adedîsi bulunup işbu tamâm-ı adedînin sol tarafına bir vahid yazarak

üzerine bir çizgi çizilir ki hâsıl-ı cem'den işbu adedi tarh ederiz. Mesela yukarıdaki misali buraya tatbik edelim:

$586 + 324 + 128 - 612$ işbu ameliyatı icra için 612'nin tamâm-ı adedîsi $1000 - 612 = 388$ edip bunun sol tarafına üzeri çizgili vahid yazıldıkta ($\bar{1}388$) olur. Ba'de cem' ameliyatı gibi cem' olundukta

$$\begin{array}{r} 586 \\ 324 \\ \_128 \\ \bar{1}388 \\ \hline 426 \end{array}$$

etmiş olur. Burada adedler cem' olunduktan sonra ($\bar{1}$ yani 1000) adedi zihnen tarh olundu hâsıl-ı cem' 426 oldu (Mehmet Re'fet, 1332/1916, s. 24-26).

Fihrist kitabın başında verilmemiş fakat kitabın sonunda 'beşinci sene programı' adı altında sayfa numaraları verilmeksizin kitabın muhtevası listelenmiştir.

2.12. Kitaplar Hakkında Genel Bir Değerlendirme

1880-1916 yılları arasında yayınlanmış olan 11 adet *hesâb-ı nazarî* kitabı ayrıntılı olarak tek tek ele alınıp incelendikten sonra Osmanlı'da dönemin sayılar teorisi açısından durumunu daha açık görebilmek için kitaplar hakkında karşılaştırmalı bir değerlendirme yapılması ihtiyacı görülmüştür. Bu bağlamda; kitapta ele alınan konuların düzeyi, konuların içeriği (sayılar teorisi kapsamına uygun olması), kitapta teoriye verilen önem, kitabın ispat içermesi, Batı'ya atıf yapılması, kitabın pedagojik ve

matematiksel açıdan yazılış yöntemi olmak üzere altı kriter belirlenerek kitaplar karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir.

Kitaplarda ele alınan konuların düzeyi açısından bakıldığında 11 kitaptan sadece Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabının müstakil bir sayılar teorisi kitabı olduğu söylenebilir. Diğer kitaplar konu anlatımlı ortaokul matematik kitabı düzeyindedir. Genel olarak çok basit konular iptidaî düzeyde ele alınmıştır.

Kitaplarda ele alınan konuların içeriği (sayılar teorisi kapsamına uygun olması) açısından, kitapların hemen hepsi dönemin hesâb kitaplarından pek de farklı değildir. Sayılar teorisiyle ilgisi olmayan pek çok konuya genişçe yer verilmiştir. Konular daha çok basit aritmetik işlemler, günlük yaşamla ve ticaretle ilgili basit hesaplamalar hakkındadır. Sadece Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabında modern sayılar teorisi konuları ele alınmıştır. Mustafa Salim, kitabında diğer kitaplardakinin aksine aritmetik işlemlere hiç yer vermemiş, sayılar teorisinin temel konularından bazılarına kısaca değinmiş, fakat daha çok üst düzey konuları ele alınmıştır. Ahmet Şükrü'nün *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı* kitabı da diğer kitaplara göre daha zengin bir içeriğe sahiptir fakat yine de kitapta birçok önemli sayılar teorisi konusuna değinilmemiştir.

Kitaplar, teoriye verilen önem açısından incelendiğinde konuların düzeyi ve kapsamına göre daha iyi bir durumda olduğu görülmektedir. Fakat kitapların tamamının adında *nazarî* ifadesinin geçmesi dikkate alındığında yine büyük eksiklikler olduğu ortadadır. İncelen 11 kitaptan Yüzbaşı Ali Galip'e ait olan 2 kitapta teoriye hemen hemen hiç ehemmiyet verilmemiştir. İki kitap da uygulamalı konu anlatım kitabı şeklindedir. Ali Galip'in kendisi de uygulama olmaksızın teorinin hiçbir önemi olmadığını düşündüğünü ifade etmiştir. Bunların dışında İsmail Faik'in *Nazarî ve Amelî*

Yeni Usul Mükemmel Hesâb kitabında da konularla ilgili teoremlere fazla yer verilmemiştir. Fakat İsmail Faik, tanımlar ve açıklayıcı örnekler verdikten sonra bunlardan çıkarılan genel kuralları sayı değerlerinden bağımsız teorik ifadelerle vermiştir. Bu açıdan kitabın teorik eksikliği Ali Galip'in kitaplarındaki kadar değildir. İsmail Faik'in *Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâbın Miftahı* adlı diğer kitabı ise ilk kitap için yazılmış bir uygulama kitabıdır. Hiçbir konu anlatımı olmadığından teorik açıdan değerlendirilememektedir. Sadece verilen örnek ve problemlerin konu anlatımlı kitabın hangi maddesine göre çözüleceğine işaret edilmiştir. Bu 4 kitap dışında geriye kalan kitaplarda teori ön planda tutulmuştur. Hatta kitapları dönemin basit hesâb kitaplarından ayıran şey, kitaplar ele alınan konuların düzeyi ve kapsamı açısından zayıf olmasına rağmen, teoriye verilen önemdir. İşlemlerin nasıl yapılacağı hakkında kurallar ve örnekler yazmaktan öte, konular basit bile olsa bunlara ait temel teoremler verilmiştir. Burada da yine diğerlerinden ayrı olarak Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabında üst düzey teoremler ele alınmıştır. Konu ile ilgili verilen örnekler bile çoğunlukla çözüm istenen sayısal örneklerden ziyade ispatı yapılması istenen örneklerdir. Kendisi de kitabın giriş kısmında basit aritmetik işlemlerin anlatılmasının *hesâb-ı nazarî* kitabı yazmak olarak düşünülmesini eleştirmiştir. Bu açıdan Mustafa Salim'in kitabının tamamen teorik olduğu söylenebilir.

Kitapların ispat içerme durumları incelendiğinde teorik açıdan durumları ile pek farklı olmadığı görülmektedir. Yine Ali Galip'in ve İsmail Faik'in kitaplarında ispatlara yer verilmemiştir. Bu dört kitabın dışında Ahmet Şükrü'nün en erken tarihli kitabı olan *Hesâb-ı Nazarî* kitabında da ispatlar yapılmaksızın teoremler ve genel kurallar verilmiştir. Bunlar dışında diğer kitaplarda ispat verilmiştir. İspat yapılırken matematiksel ispat kurallarına uygun yapılanlar olduğu gibi sıklıkla sayısal örneklerle

doğruluğunu gösterme yoluna gidilmiştir. Yine sadece Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabında yapılan ispatların tamamı matematiksel ispat kurallarına uygundur.

İncelenen kitaplarda genellikle Osmanlı'da var olan bilgi birikiminin sistemli ve açıklayıcı bir şekilde anlatılması yoluna gidilmiş, Batılı kaynaklara veya alandaki modern çalışmalara atıf yapılmamıştır. Çeviri olması dolayısıyla; Mehmed Rüşdü, Şevki ve Hüsnü'nün *Amelî ve Nazarî Yeni Usul İlm-i Hesâb* adlı kitapları ile İsmail Faik'in *Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb* kitabında Batılı kaynaklar kullanılmış ve bazı Batılı matematikçilere atıf yapılmıştır. Fakat ele alınan konular aritmetik düzeyinde olduğu için atıf yapılan isimler de modern sayılar teorisi alanında çalışmış matematikçiler değildir. Yine de basit düzeyde bile olsa bu iki çeviri kitap, Batı ile Osmanlı arasında sayılar teorisi alanındaki literatür birliğine hizmet etmesi açısından önemlidir. Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabında ise sayılar teorisine ait üst düzey konular ele alındığından Wilson, Euler, Fermat gibi matematikçilere atıflar yapılmış ve bu matematikçilerin teoremlerine ispatları ile birlikte yer verilmiştir. Fakat Mustafa Salim'in kitabında da bu teoremlerin alındığı kitapların ya da herhangi bir Batılı kaynağın adı geçmemektedir.

Kitapların pedagojik ve matematiksel açıdan yazılış yöntemi ele alındığında diğer maddelerin tamamında en iyi olan Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabının bunda pek de iyi durumda olmadığı görülmektedir. Mustafa Salim, tüm konuları ayrıntısıyla vermemiş, ayrıca konularda düzenli bir sıra da takip etmemiştir. Problemlerin çözülmesi için gerekli olan teoremler karışık bir şekilde verilmiştir. Mustafa Salim, kitabını konu anlatımlı bir kitap olarak değil mühendishanedeki öğrencileri için karşılaştıkları problemlerin çözümünde ihtiyaç duyacakları, önemli gördüğü üst düzey teorem ve ispatları içeren bir el kitabı olarak hazırlamış olabilir.

Pedagojik açıdan da kitabın, yeni başlayan bir öğrencinin anlayabileceği sistematikte değil, 'meraklısına' diye tabir edebileceğimiz bir kitle hedeflenerek yazılmış olduğu hissi oluşmaktadır. İncelen kitapların içinde, Ahmet Şükrü'nün *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb* ve *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı* adlı kitapları, konuları matematiksel açıdan en sistematik ve düzenli bir şekilde sunulmuş olanlardır. Modern matematik kitaplarında olduğu gibi tanım, teorem, ispat, aksiyom, örnek ve problemler özenle belirtilmiştir. Ahmet Şükrü'nün kitapları içerik olarak zayıf olsa da takip edilen sistematik modern bir matematik kitabında olması gereken gibidir. Ayrıca, Mehmed Rüşdü, Şevki ve Hüsnü'nün *Amelî ve Nazarî Yeni Usul İlm-i Hesâb* adlı kitapları, Hasib'in *Nazarî ve Amelî Yeni İlm-i Hesâb* kitabı ve Mehmet Re'fet'in *Mücmel Hesâb-ı Nazarî* kitabında da konular ele alınırken tanım, teorem, ispat, örnek sırlamasına dikkat edilmiş, konular kolaydan zora doğru bir öğrencinin anlayabileceği şekilde yazılmıştır. İsmail Faik'in *Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb* kitabında ispatlar verilmediğinden matematiksel açıdan bu sistematik sağlanamamıştır. Fakat pedagojik açıdan öğrenci temelli ve yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına uygun bir kitap olduğu söylenebilir. Konular ele alınırken teoremler ve ispatlarına yer verilmese de usul olarak ele alınan konu hakkında temel tanımlar, açıklayıcı sayısal örnekler ve bunlardan çıkarılan genel kurallar verilmesi sistematik bir şekilde gerçekleştirilmiştir.

Tüm altı kriter genel olarak değerlendirildiğinde ise, ne yazık ki, müstakil sayılar teorisi kitabı olarak adı geçen kitapların bile istenilen durumda olmadığı görülmektedir. Sadece Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabının müstakil bir sayılar teorisi kitabı olduğunu ifade etmek gerekmektedir. O da matematiksel yazılış yöntemi açısından pek sistematik değildir. Bütün bu şartlar altında, bir sonraki bölümde ayrıntılı bir şekilde inceleyeceğimiz Mehmet Nadir'in çalışmaları çok büyük önem arz etmektedir. Mehmet Nadir'in çalışmalarının, kitapları incelerken kullandığımız tüm

kriterleri sağlamasının yanında, Nadir'in alana özgün katkı sağlamış olması, alanda ulusal ve uluslararası pek çok yayın yapmış olması dikkate alındığında ne kadar önemli olduğu görülecektir. Ayrıca Nadir'in İstanbul Üniversitesinde sayılar teorisi kürsüsünün profesörü olduğu, onunla açılan kürsünün vefatından sonra yerine ders verebilecek kimse bulunmadığından kapanmış olması da göz önünde bulundurulursa ***"Nadir'in sayılar teorisi çalışmalarının neredeyse Osmanlı'daki sayılar teorisi anlamına geldiği"*** söylenebilir.

3. BÖLÜM

MEHMET NADİR'İN MATEMATİK ÇALIŞMALARI

Bu bölüm esas olarak Mehmet Nadir'in matematik çalışmalarının incelenmesine ayrılmıştır. Nadir'in çok renkli ve hareketli bir yaşamı olmasına rağmen, daha çok matematik çalışmaları üzerinde durularak, hayatı hakkında kısaca bilgi vermekle yetinilecektir.

Mehmet Nadir'in yaşamıyla ilgili tafsilatlı bilgi veren Erdal İnönü'nün (1997) bildirdiğine göre, Sakız'lı fakir bir ailenin çocuğu olarak dünyaya gelen Mehmet Nadir, zekiliği, gayret ve ciddiyeti ile adaya gelen bir kaptanın dikkatini çekmiş, o da bu çocuğu güzel bir eğitimden geçirip memleket hizmetine vermek maksadıyla alıp İstanbul'a getirmiştir.

Nadir, Bursa Askeri Rüşdiyesi'nde ilk ve orta öğretimini tamamladıktan sonra İstanbul Kuleli Askeri Lisesi'ni; daha sonra da Harbiye Mektebi'ni bitirmiştir. Denizci olmayı arzu eden Mehmet Nadir kendi isteğiyle Bahriye Mektebi'ne gitmiştir. Buradaki eğitiminin ardından üsteğmen (kurmay mülazım) rütbesiyle mezun olmuştur.

1878 yılında, 22 yaşındayken, Bahriye Nezareti tarafından, Mekteb-i Bahriye'ye matematik hocası cebirci Eşref Bey'in yardımcısı olarak atanmıştır (Mehmet Nadir, 1340/1924b, s. 594). Aynı yıl Darüşşafaka'da da "hesap (aritmetik), cebir, hendese (geometri), münhaniyât (eğriler)" derslerini vermeye başlamıştır (Mehmed İzzet, 1936, s. 11).

Darüşşafaka'daki hocalığının en ilginç tarafı, öğrencileri arasında Salih Zeki'nin bulunmasıydı. Buradaki öğrencilerin öğrenim düzeyini hiç beğenmemekle birlikte, sırf Salih Zeki'nin gelecek vaat eden parlak yeteneği onu bu görevi sürdürmeye ikna

etmiştir. Hatta yüksek cebir dersinin sınavında Salih Zeki'nin sorulara verdiği cevaplar karşısında hayranlık duyarak, notu çok kıt olmasına rağmen eli farkında olmadan sonsuz yazmıştır.

1879-1880 yıllarının büyük kısmını yurt dışında geçirmiş, dönüşünde izinsiz gittiği için bir yıl hapis cezasıyla karşılaşmıştır. Bundan sonra artık devlet okullarında veya kurumlarında iş bulması mümkün olmamış, bu yüzden özel okullarda hocalık yapmıştır. 1884 yılında İstanbul'daki ilk özel lise olan *Numune-i Terakki*'yi açmıştır. *Tercüman-ı Hakikat* gazetesinde çıkan yazılarından, onun bu dönemde eğitim kuramları ve yöntemleri üzerine kafa yorduğu ve fikirler geliştirdiği anlaşılmaktadır. Ayrıca, İnci Enginün'ün (Enginün, 1971; Enginün, 1979) araştırmalarına göre, Shakespeare'den çeviriler yaparak yayınlamış, bu suretle edebiyat alanında da öncülük yapmıştır.

Mehmet Nadir'in Numune-i Terakki'deki görevi 1897 yılına kadar sürmüş, o tarihte İttihat ve Terakki Cemiyetinin İstanbul'daki üyelerinin hazırladıkları darbe girişiminin açığa çıkmasıyla görevinden alınmıştır. Bu cemiyetin üyesi olmakla beraber, darbe girişimini baskı altında kalınca ifşa ettiği bilinmektedir. Başka okullarda görev yaptıktan sonra 1903 yılında Halep Maarif Müdürlüğüne atanarak İstanbul'dan uzaklaştırılmıştır. Bu görevi beş yıl sürmüş, 1908'de İkinci Meşrutiyetin ilanıyla bu defa ittihatçılar onu Trablusgarp'a sürmüşlerdir.

Trablusgarp'ı 1911'de İtalyanlar işgal edince, Mehmet Nadir İstanbul'a dönmüş, ancak orada kalamamış, Edirne'ye gönderilmiştir. 1912'de Balkan Savaşı sırasında Edirne Bulgarlar tarafından işgal edilince nihai olarak İstanbul'a dönmüştür. Ancak Osman Ergin'in (Ergin, 1977, s. 997-1013) ifadesiyle "maişet kapıları da kendisine kapanmıştır". Maddi sıkıntı içinde geçen bu dönemde bazı öğrenci ve arkadaşları kendisine yardımcı olmak istemiş ve Darüşşafaka'da ve İnas Darülfünun'unda

matematik hocalığı yapmasını sağlamışlar, nihayet 1919'da Salih Zeki Darülfünun'da kurduğu Sayılar Teorisi Kürsüsünün başına eski hocasını getirmiştir. Yaşamının sonuna kadar devam eden bu görevinin, onun gerçek yeteneklerine uygun yegâne görev olduğu, tarihçilerin hemfikir olduğu bir kanaattir (İnönü, 1997, s. 13-16).

Mehmet Nadir, matematik yazıları uluslararası matematik dergilerinde yayınlanan ilk Türk matematikçisi olarak kabul edilmektedir (Fazlıoğlu, 2003, s. 499-500; İhsanoğlu, Şeşen, & İzgi, 1999, s. 479-483).

L'Intermédiaire des Mathématiciens adlı Fransız dergisinde soru ve cevapları yayınlanmıştır. Diophantos denklemlerini çözmeye çalışan bazı matematikçiler bu dergi aracılığıyla birbirleriyle haberleşiyorlardı. Mehmet Nadir de bu grup arasında yer almış ve Halep, Trablus, İstanbul ve Edirne'de bulunduğu sıralarda buralardan dergiye yazı göndererek grupla iletişimini sürdürmüş ve müşterek çalışmalar yapmıştır. Chicago Üniversitesi matematik profesörlerinden Leonard Eugene Dickson, *Sayılar Teorisinin Tarihi* adlı üç ciltlik ansiklopedik eserinin Diophantos denklemlerinin yer aldığı ikinci cildinde Mehmet Nadir'e atıfta bulunmuştur (Dickson, 1971, s. 544, 659).

Fransız dergisinde ve Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuasında yayınladığı makalelerinin yanı sıra, müstakil kitap olarak basılmış en önemli eseri, *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabıdır. Kitap, Osmanlı'da gerçek manada ilk müstakil sayılar teorisi kitabı olarak kabul edilebilir. Nadir, çağının tüm sayılar teorisiyle ilgili gelişmelerinden haberdar olup, günümüz modern sayılar teorisi kitaplarıyla aynı düzeyde bir çalışmayı kaleme almıştır.

Nadir'in matematik çalışmaları, eğitim faaliyetleri, edebiyat çevirileri, siyasi olaylarda aldığı roller göz önünde bulundurulduğunda, çok renkli bir kişiliğe sahip olduğu görülmektedir. Pek çok farklı konu hakkında gazete ve dergilerde yazılar

yazmıştır. Bunlardan matematikle ilgili olmayanlar tezin kapsamı dışında olduğu için ayrıntılı olarak incelenmemiştir. Bu yazılardan bazıları hakkında kısa bilgiler vermekle iktifa edelim.

Nadir, kendi çıkarmış olduğu Türkiye'nin ilk öğrenci dergisi olan *Numûne-i Terakki* dergisinde 1887-1888 yıllarında "Matematik Öğretmenlerine Kılavuz" başlığı altında seri makaleler yazmıştır. Bu dergi maalesef sadece 9 sayı çıkabilmiştir (Doğan, 2007). Bu derginin tüm sayıları transliterasyonu yapılarak Enfel Doğan tarafından yayına hazırlanmıştır (Doğan, 2008).

Sabah gazetesinde 15 Haziran-26 Temmuz 1895 tarihleri arasında "Terbiye ve Ta'lîm-i Etfâl"; 28 Temmuz-29 Ağustos 1895 tarihleri arasında da "Kızıma Malûmat" başlığıyla toplam yirmi iki adet yazı yayımlamıştır (Doğan, 2007). Bu yazı dizisi de yine transliterasyonu yapılarak Koz ve Doğan (2005) tarafından yayınlanmıştır.

Nadir Bey'in "Terbiye ve Ta'lîm-i Etfâl" başlığıyla kaleme aldığı yazılarda ağırlıklı olarak "pedagoji biliminin ortaya çıkış şartları, eğitim-öğretim kavramları, ahlâk eğitimi-fikrî eğitim, kızların eğitimi, öğretim yöntemleri" gibi konulardan bahsedilmektedir. Dizinin son yazılarında ise öğretmenlik mesleğine yeni başlamış genç hocaları eğitici, geliştirici mektuplar yer almaktadır (Doğan, 2007).

"Kızıma Malûmat" başlıklı yazıları ise; fizik, astronomi, kimya, matematik ve sanayi gibi çeşitli konular hakkındadır ve "maddenin özellikleri, kuvvet ve sürat, kurşun kalem, ahlâk-haset-gıpta, okul ruhu" gibi başlıklarla ele alınmıştır (Doğan, 2007).

Nadir, *Tercüman-ı Hakikat* gazetesinin 16 Teşrinievvel 1311 / 28 Ekim 1895 tarihli sayısında, "Ta'lîm ve Terbiye-i Etfâl yahud Usûl-i Tedrîs" başlıklı eğitim ve öğretim yöntemleri ile ilgili bilgiler içeren bir makale kaleme almıştır. Yine *Tercüman-ı*

Hakikat gazetesinin 22, 23 ve 31 Teşrinievvel 1311 / 3, 4 ve 12 Kasım 1895 tarihli sayılarında da meşhur pedagog J. H. Pestalozzi'nin hayatı, mesleği ve çalışmaları hakkında ayrıntılı bilgiler vermiştir (Doğan, 2007).

Mehmet Nadir, yaşadığı döneme kadar ülkemizde yetişmiş, matematiğin sayılar teorisi alanında çalışmış neredeyse yegâne matematikçimizdir. Osmanlı Devleti'nin son zamanlarında matematik, genellikle askeri ve balistik alanlarında uygulanabilen konularıyla ilgi çekiyordu. Bu yüzden matematik araştırmaları çoğunlukla analiz, geometri ve cebir konularıyla sınırlıydı. Mehmet Nadir'in ise hemen bütün çalışmalarının bu pratik matematik konularının çok uzağında, kuramsal bir konu olan sayılar teorisi alanında olması, şimdiye kadarki Osmanlı bilim anlayışının ötesindedir.

İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi'nde okutulan matematik dersleri ve hocaları listesinde 1920 yılından 1926 yılına kadar *Nazariye-i Adâd* derslerini veren hoca olarak Mehmet Nadir yer almaktadır (İshakoğlu-Kadıoğlu, 1998, s. 53-64). Nadir'in vefat ettiği 1927'den sonra ise bu ders muhtemelen okutacak hocası olmadığından programdan çıkarılmış görünmektedir (Dosay Gökdoğan, 2015). Nadir, 13 Aralık 1927'de vefat ettiğinde cenazesi büyük bir törenle kaldırılmış ve Edirnekapı'daki aile mezarlığında defnedilmiştir.

Nadir'in matematik alanındaki çalışmalarının hemen hemen tamamı sayılar teorisi alanındadır. Bu nedenle bu bölümde Nadir'in matematik alanında tespit edilebilen çalışmalarının tamamı ayrıntılı olarak incelenmiş ve değerlendirmeler yapılmaya çalışılmıştır.

Nadir'in matematik çalışmaları; İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'nda yayınlanan makaleleri[54], *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabı ve uluslararası yayınlar ve atıflar olmak üzere üç kısımda incelenmiştir.

3.1. İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'nda Yayınlanan Makaleleri

3.1.1. Riyaziyat Kısmında Yayınlanan Makaleler

Fünun Fakültesi, 1916 yılı Nisan ayından itibaren *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* adı altında bir mecmua yayınlamaya başlamıştır. İki ayda bir yayınlanan ve Matbaa-i Âmire'de taşbasması olarak basılan bu mecmua 'Tabîiyyat Kısmı' ve 'Riyaziyat Kısmı' olmak üzere iki kısımdan oluşmaktaydı. Mecmua 1924'te iki kısmı birleştirilerek *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası* adıyla yayınlanmaya başlamıştır (Günergun, 1995, s. 285-349).

1916-1917 yıllarında 6'sı Tabîiyyat, 6'sı Riyaziyat olmak üzere toplam 12 sayı yayınlanmıştır. Riyaziyat Kısmında yayınlanmış olan 72 yazıdan 9'u Mehmet Nadir'e aittir. Bu 9 makale konu bakımından birbirini takip eden bir şekilde, adeta bir yazı dizisi gibi yayınlanmıştır. Bu bölümde Mehmet Nadir'in Riyaziyat kısmında yayınlanmış olan yazıları incelenmiş ve değerlendirmeler sunulmuştur. Makalelerdeki matematiksel ifadeler tarafımızdan modern notasyonlara dönüştürülerek yazılmıştır.

3.1.1.1. Nazariyye-i A'dâd – Muâdeletler

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 1'de 70-81 sayfalarında yayınlanmıştır. 12 sayfadan oluşan

[54] İnönü (1997), Mehmet Nadir'in *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'*nda çıkmış yayınlanlarının listesini verirken 12 tane makale listelemiştir, fakat dergiyi taradığımızda Nadir'in bu dergide 14 makalesinin yayınlanmış olduğunu tespit ettik.

makalede Mehmet Nadir, modüler aritmetiğin temel kavramlarını, tanımlarını ve modüler aritmetik işlemlerinin kaidelerini yalın bir ifadeyle 6 maddede anlatmaktadır.

Makale konu bakımından ele alındığında özgün değildir, modüler aritmetik konusunun ders anlatımı biçiminde sunulduğu görülmektedir. Fakat makalenin sonunda uygulama örnekleri olarak verilen 2 örnekte de çözümler matematiksel açıdan çok zarif bir şekilde yapılmıştır. Başka yöntemlerle uzun ve zahmetli olabilecek çözümleri bu yöntemle çok daha pratik ve anlaşılır hale getirmiştir. Kendisi de bunu:

> Birçok mesail var ki cebir veya hesâb-ı âdî ile ya pek müşkül bir suretle halledilebilir. Veyahut hiç halledilemez, hâlbuki muâdeletler[55] vasıtasıyla pek kolay surette hallolunur (Mehmet Nadir, 1332/1916a, s. 78).

sözleriyle ifade etmektedir. Burada Nadir'in çözümünü verdiği 2 problemi inceleyelim:

> **Mesele 1:** Bir kumandana ne miktar mevcudu var diye sual olunmuş, kumandan şu cevabı vermiş: "Mevcudumu on birerden saflar teşkil

---

[55] **Muâdelet – Kongrüans (Fr. Congruence, İng. Conruence):** İki tam sayının aynı doğal sayıyla (modül) bölündüğünde aynı kalanı verdiğini anlatan bağıntı; İki tam sayının farkının bir doğal sayıyla (modül) bölünebildiğini anlatan bağıntı:

$$m \in \mathbb{N} - \{0\}\ (ya\ da\ \mathbb{Z} - \{0\})\ \ a, b \in \mathbb{Z}$$

olmak üzere

$$a \equiv b\ \ (mod\ m) \Leftrightarrow a - b = km, k \in \mathbb{Z}$$

dir ve "a kongrü b, modülo m" biçiminde okunur (Tuncer, 1995, s. 158).

ediyorum; (4) nefer açıkta kalıyor. Reh-güzer[56]imizde bulunan bir karakolhaneye (200) nefer bırakmak mecburiyetinde bulundum. Şimdi kalan neferleri 23'erden saflar tertip ediyorum (12) nefer açıkta kalıyor. Muharebeye girişeceğimiz cihetle (400) nefer kuvve-i muavene olarak geldi. Safları 31'erden teşkile başladım (15) nefer hariçte kaldı. Harb ettik. Düşmana (712) nefer maktul ve mecruh[57] verdik. Mütebâki mevcudumu (43)erden saflar teşkil eyledim.(22) nefer açıkta kaldı. Bidayette[58] mevcudum (2000) ile (3000) arasında idi." Kumandanın şu ifadesine nazaran acaba bidayetinde ne miktar askerle yola çıktığını bulmak matlûbdur?

Meselenin suret-i halli:

$$x \equiv 4\ (muaddil\ 11)$$

$$x \equiv 5\ (muaddil\ 23)$$

$$x \equiv 1\ (muaddil\ 31)$$

$$x \equiv 18\ (muaddil\ 43)$$

Ber-mûcib-i ifade muâdeletler böylece tertip ve tanzim edildikten sonra bunların hangisinden başlansa matlûba dest-res olunursa da, (muaddil)in a'zamından başlamak mûcib-i sühûlettir. İşte biz de

[56] geçilen yol, yol üstü

[57] cerh olunmuş, yaralanmış

[58] başlangıçta

burada muaddillerin en büyüğü olan (43)ten başlayacağız. Son muâdelet şöyle yazılabilir:

$$x = 18 + 43m \quad (1)$$

(x)'in bu müsâvîsi (31) muaddilinde mahalline vaz‘ olundukta:

$$18 + 43m \equiv 1 \ \ (muaddil\ 31)$$

$(43m)$'den (31) muaddili tarh olunsa:

$$12m \equiv -17 \ \ (muaddil\ 31)$$

Bunun sol tarafına 31 muaddili zam olunursa:

$$12m \equiv -17 + 31 \equiv 14 \ \ (muaddil\ 31)$$

Tarafeyn (2) ile taksîm olunsa:

$$6m \equiv 7 \ \ (muaddil\ 31)$$

olur. Sol tarfına yine $muaddil$ (31) zam edilse:

$$6m \equiv 7 + 31 \equiv 38\ (muaddil\ 31)$$

olup bundan:

$$3m \equiv 19 \ \ (muaddil\ 31)$$

olur. Muaddilin (2) misli sol tarafına zam edilse:

$$3m \equiv 19 + 62 \equiv 81 \ \ (muaddil\ 31)$$

olup bundan:

$$3m = 27 + 31m'$$

olur. Bu (m)'nin müsâvîsi (1) müsâvâtında mahalline vaz' olundukta:

$$x = 18 + 43(27 + 31m')$$

Veyahut:

$$x = 1179 + 1333m' \quad (2)$$

olur. Bu (x)'in müsâvîsi (23) muaddilinde mahalline vaz' olundukta:

$$1179 + 1333m' \equiv 5 \ \ (muaddil\ 23)$$

olur. Bu muâdelette muaddilin fevkinde bulunan adedleri (muaddilin münasip miktarda misilleri tarh edilerek) muaddilin aşağısına indirmelidir.

$$6 + (-m') \equiv 5 \ \ (muaddil\ 23)$$

Bu da:

$$-m' \equiv 5 - 6 \equiv -1 \ \ (muaddil\ 23)$$

$$-m' \equiv -1 \ \ (muaddil\ 23)$$

muâdeletinin tarafeyni (-1) ile darb olunsa:

$$m' = 1 + 23m''$$

olur. m''nün müsâvîsi (2) müsâvâtında yerine vaz' olunsa:

$$x = 1179 + 1333(1 + 23m'')$$

Bundan da:

$$x = 2512 + 30659m'' \quad (3)$$

olur. Bu (x)'in müsâvîsi (11) muaddilinde mahalline vaz‘ edilse:

$$2512 + 30659m'' \equiv 4 \quad (muaddil\ 11)$$

Bu da yukarıdakiler gibi hallolundukta:

$$m'' \equiv 0 \quad (muaddil\ 11)$$

Bu da

$$m'' = 11p$$

olup bu m''nün müsâvîsi (3) müsâvâtında mahalline vaz‘ olunsa:

$$x = 2512 + 337249p$$

olur. Veyahut

$$x = 2512 \quad (muaddil\ 337249)$$

olur. Bu muâdelette (x)'in en küçük kıymeti 2512'dir ki, meseleye tamamıyla tevafuk eder. Hâlbuki bu adede muaddil olan (337649) adedinin herhangi misli olura olsun zam edilirse meseleye muvafık adedler zuhur ederse de bunlar (300)'ün fevkinde olduklarından kumandanın mevcuduna muhaliftir. Bu kumandanın mevcudu ancak: (2512) kişiden ibarettir (Mehmet Nadir, 1332/1916a, s. 78-80).

Bu tip problemler Çin Kalan Teoremi[59] kullanılarak çözülmektedir. Burada mod olarak verilen sayılar büyük olmasına rağmen, Nadir modüler aritmetiği pratik bir şekilde uygulayarak, probleme zarif bir çözüm getirmiştir.

---

[59] **Çin Kalan Teoremi:** Her lineer mukayeseler sisteminde $x \equiv c_1 \pmod{m_1}, \dots, x \equiv c_n \pmod{m_n}$ ve modüller kendi aralarında asal olduğunda tek bir çözüm vardır ve bu çözüm modüllerin çarpımına göre kongrüenttir.

İspat: Sistemde tek bir kongrüans olduğunda teorem basitçe doğrudur. Her sistemde n'den az kongrüans olsun ve $1 \leq i < j \leq n$ için $(m_i, m_j) = 1$ olduğunda $x \equiv c_i \pmod{m_i},\ i = 1, \dots, n.$ Tümevarım yoluyla kongrüansın ortak çözümünün en son $n-1$'ini çözebiliriz ve $m_2 \dots m_n$ modülüyle bunun yerine tek bir kongrüans elde ederiz. $m_2 \dots m_n = M$'yi yerine koyalım. Daha sonra n kongrüans sistemi daha basit olan sisteme eşit olacaktır:

$$x \equiv c_1 \pmod{m_1}, \quad x \equiv C \pmod{M}$$

C için. Yukarda kullanılan tekrar eden kural ile:

$$x = c_1 + m_1 y,$$

$$c_1 + m_1 y \equiv C \pmod{M},$$

$$m_1 y \equiv C - c_1 \pmod{M}$$

bulunur ve $(m_1, M) = 1$ olduğundan bu son kongrüansın tek bir çözümü vardır $(mod\ M)$. Eğer çözüm $y \equiv C' \ (mod\ M)$ ise

$$y = C' + Mz,$$

$$x = c_1 + m_1(C' + Mz) = (c_1 + m_1 C') + m_1 Mz$$

olur ve böylece x tek modüldür $m_1 M = m_1 \dots m_n$. (Leveque, 1990, s. 52).

Mesele 2: Bir adamın mahallesi bakkalına (67) kuruş borcu varmış; bakkala borcunu vermek üzere müracaat eder; fakat bu zatın üzerinde yalnız Osmanlı lirasıyla Fransız lirası var; bakkalda da yalnız İngiliz lirasından başka para yok. Şimdi tamamen bu altmış yedi (67) kuruşu ödemek için bu paralar nasıl mübadele edilmelidir?

Ber-mûcib-i mesele şu muâdele tanzim edilir:

$$108x + 120y + 95z = 67$$

Bu muâdelenin sağ tarafındaki haddlerinden her hangisi olursa olsun sol tarafa nakliyle hallolunursa da burada 108 ile 120 adedlerinin kâsım-ı müşterek-i âzamları 12 olduğundan üçüncü $(95z)$ haddini sol tarafa atmak daha muvafıktır.

$$108x + 120y = 67 - 95z \quad (1)$$

Bu muâdelenin sağ tarafında bulunan 108 ve 120 misillerinin kâsım-ı müşterek-i a'zamı (12) olduğundan sol tarafın da behemehâl (12) ile kâbil-i taksîm olması iktiza eder. Bu cihetle:

$$67 - 95z \equiv 0 \quad (muaddil\ 12)$$

$$-95z \equiv -67 \quad (muaddil\ 12)$$

Tarafeyn (-1) ile darb olunsa:

$$95z \equiv 67\ (muaddil\ 12)$$

olur. Bundan da:

$$z \equiv -7 \quad (muaddil\ 12)$$

Bu da

$$z \equiv 5 \quad (muaddil\ 12)$$

olur. Yani

$$z = 5 \pm 12 \quad (2)$$

olur. (z)nin bu müsâvîsi (1) muâdelesinde mahalline vaz‘ olunsa:

$$108x + 120y = 67 - 95 \times 5 = -408$$

olup bundan:

$$9x + 10y = -34 \quad (3)$$

olur. Bu da

$$9x \equiv -34 \quad (muaddil\ 10)$$

muâdeletine bi’t-tahvil hallolunduktan:

$$x = 4$$

olup (x)nin bu müsâvîsi (3) muâdelesinde yerine konsa:

$$36 + 10y = -34$$

Bundan da

$$10y = -70$$

$$y = -7$$

olmuş olur.

> Bu halde borcu olan adam (4) Osmanlı lirasıyla (5) Fransız lirası verecek, bakkaldan (7) İngiliz lirası alacaktır (Mehmet Nadir, 1332/1916a, s. 80-81).

Burada Nadir 'tembih' başlığı altında, bu problemin pek çok farklı çözümleri olduğu, (2) numaralı eşitlikte m'ye verilecek değere göre değişik çözümler elde edilebileceği uyarısında bulunmaktadır.

Problem aslında açıkça bir Diophantos denklemi problemidir. Çok bilinmeyenli bir lineer denklemin tam sayılı çözümleri aranmaktadır. Nadir'in probleme modüler aritmetik kullanarak çözüm getirmesi hem çözümü çok kolay ve anlaşılır hale getirmiş hem de çözümü takip eden kişiye matematiksel estetik hissi vermektedir. Bu iki problemde de Nadir'in konuya teorik bir katkı sağlamadığını fakat farklı yollardan çözülebilen problemlere modüler aritmetik kullanarak daha zarif ve kullanışlı çözümler getirmiş olduğunu görmekteyiz. Bu bize Nadir'in konuya kendisine has bir şekilde ne kadar hâkim olduğuna ve kıvrak zekâsına dair ipucu vermektedir.

Makalede Kullanılan Terimler

bakiye-i asgariye: en küçük kalan

gayr-i kâbil-i ihtisar: sadeleşmeyen

kâbil-i taksîm: bölünebilir

kâsım-ı müşterek: ortak bölen

kâsım-ı müşterek-i a'zam: en büyük ortak bölen

muâdil (معادل): müsâvî, denk

muâdelat (معادلات): denklemler (muâdelenin çoğulu)

muâdele (معادله): denklem

muâdelet (معادلت): müsâvîlik, denklik

muaddil (معدل): tâdil eden, müsâvî ve beraber kılan, düzelten, denkleştiren

müsâvât (مساوات): müsâvîlik, eşitlik, aynı halde ve derecede olma

müteâdil (متعادل): teâdül eden, birbirine denk gelen

mütebâki (متباقی): bâki kalan, geri kalan, artan

mütebâyin (متباين): ortak bölenleri olmayan (aralarında asal)

ta'dîl (تعديل): doğrultma, doğrulama

Ayrıca Nadir, makalede ***bakiye*** teriminin Osmanlı'da ve Fransızca'da kullanımlarının karşılaştırmasını vermiştir. Fransızcada, 'iki adedin birbirine bölümünden kalan' anlamında ***reste*** kelimesi ve 'denkliği oluşturan bölümden kalan' anlamında ***résidu*** kelimesi kullanılmakta fakat Nadir, her iki kelimenin de ortak karşılığı olarak *bakiye* kelimesini kullanacağını ifade etmektedir (Mehmet Nadir, 1332/1916a, s. 70) (Mehmet Nadir, 1332/1916a, s. 70).

3.1.1.2. Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ – Birinci Dereceden Muâdeletler

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 3'te 211-222 sayfalarında yayınlanmıştır. 12 sayfadan oluşan makalede Mehmet Nadir, birinci dereceden denklemler konusunu ele almaktadır.

Öncelikle birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin genel halini vermiştir:

$$a + bx \equiv a' + b'x \quad (muaddil\ m)$$

$$a' - a = A$$

$$b - b' = B$$

farz etmek ve bunları mahallerine koymak kâfidir.

Muâdelet-i umumiyesi $Ax \equiv B$ $(muaddil\ m)$ şekline girdikten sonra şunu gösterir ki $(Ax - B)$ ifadesi m muaddili ile taksîm olunursa hâriç-i kısmet bir aded-i tam çıkar (Mehmet Nadir, 1332/1916b, s. 211).

İkinci olarak, bilinmeyen sayısından az sayıda denklemin verildiği durumlardan yani belirsiz denklem[60]lerden bahsedilmektedir. Bunların özel olarak tam sayılı çözümlerinin bulunması söz konusu olduğundan Diophantos denklemlerin çözümü yapılmıştır.

Nadir, $ax + by = c$ şeklindeki iki bilinmeyenli bir lineer denklemin kaç farklı yoldan çözüleceğini göstermek için $5x + 13y = 72$ denklemini ele almış ve denklemin üç farklı yoldan çözümünü yapmıştır.

---

[60] **Belirsiz denklemler:** Bulmacalarda oldukça yaygın olarak görülen ve sayılar teorisinin önemli bir bölümünü oluşturan bir problem çeşididir. Bilinmeyenlerin sayısı denklem sayısından daha fazladır, böylece çözümlerin alabileceği değerlerle ilgili herhangi bir sınırlama olmazsa, bilinmeyenlerin bazılarına keyfi değerler verilebilir ve diğerleri buna bağlı olarak bulunabilir. Bununla birlikte, problemlerin şartlarına göre, çözümlerin seçimi genellikle pozitif sayılarla sınırlıdır. Ancak, bu kısıtlamalarla bile, çözümler, birkaç, hatta sonsuz sayıda olabileceği için problem belirsizdir. Öte yandan hiçbir şekilde çözümü bulunmuyor olabilir. Açıkçası problemlerin birçoğu derinlemesine araştırma yaparak, deneme ve yanılma yoluyla çözülebilir ve Ortaçağda bu prosedür yaygın olarak kullanılmış olmalıdır. Bu tip problemler İslam Dünyası, Çin ve Ortaçağ Avrupa'da yaygındır ve şüphesiz birbiriyle ilişkili veya ortak bir arka plana işaret eder. Doğrusal belirsiz problemleri çözmek için kullanılan yöntemin, Hintli Brahmagupta (MÖ 598)'ya kadar dayandığı tespit edilmiştir. Avrupa'da benzer bir yöntem ancak 17. yüzyılda Bachet tarafından yapılmıştır (Ore, 1948, s. 120-125).

Birinci yolda, $x = \frac{72-13y}{5}$ kesrinde payı paydaya mümkün olduğunca bölerek tam sayı ve kesir kısım oluşmasını sağlamış ve kesir kısmın her defasında tam sayı olması gerektiği üzerinden bu şekilde devam ederek kesir kısım kalmayana kadar bölme işlemine devam etmiştir. Böylece tam sayılı pozitif sonuca ulaşmıştır.

İkinci yolda, sürekli kesirleri kullanarak çözüm yapmıştır. Pozitif, sonlu ve basit sürekli kesirler[61] kullanılmıştır.

Üçüncü yolda ise, Gauss'un yöntemi olarak tanıttığı modüle göre çözüm yapmış ve bu çözümün diğerlerine göre ne kadar kolay olduğunu vurgulamıştır. Gerçekten bu çözüm diğerlerine göre daha kolay ve kullanışlıdır. Problemlere modüler aritmetik yardımıyla çözüm bulmak Nadir'in sıklıkla başvurduğu ve başarılı da olduğu bir yöntem olarak görülmektedir.

Gauss'un yöntemini kullanarak yaptığı çözüm şöyledir:

---

[61] $q_0, q_1, q_2, \dots, q_k, \dots$ terimleri reel sayılar ve q_0 dışındaki bütün terimleri pozitif olan bir (sonlu ya da sonsuz) dizi olsun. O zaman

$$q_0 + \cfrac{1}{q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \ddots \; q_k + \cfrac{1}{q_{k+1} + \ddots}}}$$

ifadesine bir sürekli kesir denir ve $\langle q_0, q_1, \dots, q_k, \dots \rangle$ ile gösterilir. Bundan başka verilen dizinin sonlu ya da sonsuz olmasına göre bu sürekli kesre sonlu sürekli kesir ya da sonsuz sürekli kesir denir. Ayrıca her $i \geq 0$ için q_i bir tamsayı ve $q_{i+1} \geq 1$ ise o zaman bu sürekli kesre basit sürekli kesir denir (Asar & Arıkan , 2012, s. 163).

$$5x + 13y = 72$$

Bunu muâdelete tahvil edelim:

$$5x \equiv 72 \ \ (muaddil\ 13)$$

Bu muâdeletin sol tarafından (13) muaddilinin (5) mislini tarh edelim:

$$5x \equiv 7 \ \ (muaddil\ 13)$$

Yine sol tarafına (13) muaddilini zam edelim:

$$5x \equiv 20 \ \ (muaddil\ 13)$$

5 adedi ile (13) muaddili mütebâyin olduğundan tarafeyni (5) ile taksîm caizdir. Öyle yapalım:

$$x \equiv 4 \ \ (muaddil\ 13)$$

Bu son muaddili müsâvâta tahvil etsek:

$$x = 4 + 13m$$

olup asıl muâdelede (x)'in bu müsâvîsini mahalline koyup da halletsek:

$$5(4 + 13m) + 13y = 72$$

olup bundan:

$$5 \times 13m + 13y = 72 - 20 = 52$$

olur. Tarafeyn (13) ile taksîm edilse:

$$5m + y = 4$$

olup bundan da:

$$y = 4 - 5m$$

olmuş olur.

Dikkat olunursa muâdeletlerin ne kadar sühûletle muâdeleleri hallettikleri ve pek şümullü oldukları defaten anlaşılmış olur.

Çünkü $13m$ ve $5m$ adederini idhâl[62] için yukarıdaki yapıldığı gibi irca-i ispata hacet olmayıp bunlar muâdeletlerin usul ve kavâidi mucibince kendi kendilerine x ve y kemmiyyetlerinin münasebetlerine dâhil olmaktadır (Mehmet Nadir, 1332/1916b, s. 221-222).

Nadir'in, problemin tek bir çözümünü verip geçmek yerine, "iki meçhullü tek bir muadelenin… kaç tarzda halledileceğini göstermek için… (Mehmet Nadir, 1332/1916b, s. 213)*"* ifadeleriyle iki bilinmeyenli bir denklemin çözümünü üç farklı yoldan yapması, onun matematiği matematik için yaptığını düşündürmektedir. Osmanlı bilim faaliyetlerinin büyük bir kısmı fayda için bilim anlayışından dolayı eleştirilmektedir. Fakat Nadir'in çalışmalarının genel olarak bu kapsamda olmadığı söylenebilir. Buna diğer bir delil de, Nadir'in çalışmalarının hemen hepsinin, Osmanlı matematiğinde fazla yaygın olmayan ve soyutluğundan dolayı direkt faydalarını görmekten çok, matematiksel bir doyum ve estetik arayışı gerektirdiğini düşündüğüm "Sayılar Teorisi" alanında oluşudur. Tabi ki uygulama problemleri olarak seçtiği örnekler günlük hayatla

[62] dâhil etme, içeri sokma

ilişkili meselelerdir, fakat çoğunlukla bunların kuramsal çözümlere uygun senaryolar üretmek için yazılmış problemler olduğu izlenimi oluşmaktadır. Problemin günlük hayattaki ihtiyaçtan ya da kullanışlılıktan çok, kuramsal kısmı ön plandadır.

İki bilinmeyenli bir denklem için verdiği üç çözümden Gauss'un metodu olarak tanıttığı çözümün daha kolay olduğunu belirtmektedir. Nadir'in Gauss'a atıf yapmakta olduğu kitabın, Gauuss'un 1801 yılında ilk baskısı Latince olarak yapılan *Disquistiones Arithmetique* adlı sayılar teorisi kitabının Fransızca bir baskısı olduğu düşünülmektedir.

Makalede Kullanılan Terimler

cezr (جذر): kök, asıl

emsal (امثال): katsayı, kaç misli alınacağını bildiren sayı

gayr-i muayyen: belirli olmayan, tespit edilmemiş (indeterminate)

gayr-i muayyen mesail: belirsiz denklem

küsûrât-ı mütevâliye: sürekli kesir (continued fractions)

meçhul: bilinmeyen (unknown)

mürci' (مرجع): indirgen, redüktör (Fr. réducteur)

3.1.1.3. Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ – Mâbad

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 3'te 315-325 sayfalarında yayınlanmıştır. 11 sayfadan oluşan makalede Mehmet Nadir, çok bilinmeyenli denklemlerin çözümünü anlatmaktadır.

Genel hali;

$$ax + by + cz + \cdots = m$$

olarak verilen çok bilinmeyenli denklem modüler aritmetikten faydalanılarak her adımda asıl denklemden bir bilinmeyen eksiltilmesi suretiyle iki bilinmeyenli tek bir denkleme indirgenmektedir.

Nadir, bu makalesinde özellikle "bilinmeyen (meçhul)" ve "değişken (gayr-i muayyen)" arasındaki farkı vurgulamıştır. Çözdüğü örneklerde, başlangıçta farklı bir değer seçilirse değişkenlerin de farklı şekilde bulunacağını "ihtar" olarak yazmıştır:

> Bu mesele gayr-i muayyendir; binaenaleyh, hâller meçhuller için bulageldiğimiz kıymetlere münhasır değildir. Mesela bidayette $x = 2a$ müsâvâtını bulmuş ve (a) kemmiyyetine 10 adedi kıymet olarak verilmişti. Bu kıymet verilmeyip de diğer bir aded-i tam verilmiş olsa, buna göre gayr-i muayyenler de şimdiki aldıkları kıymetlerden başka kıymetler almış olacaklar. İşte (a) adedinin her kıymeti değiştikçe diğer gayr-i muayyenlerin de buna göre kıymet alacakları bedihidir (Mehmet Nadir, 1332/1916c, s. 319).

Konu anlatımı şeklinde ilerlemekte olan makalede;

> "Her şeyde tatbikat, tarifattan daha ziyade tenvir-i ezhâna[63] yardım edegeldiği için biz de burada bir iki tatbikle tavzih-i merama[64] sa'y edeceğiz." (Mehmet Nadir, 1332/1916c, s. 316)

[63] zihinlerin aydınlatılmasına

[64] maksadı açıklamaya

ifadeleriyle, Nadir anlattıklarını daha anlaşılır kılmak için iki problem çözümü vermektedir. Bu problemlerden ikincisi (Mehmet Nadir, 1332/1916c, s. 319-322):

> 3 avcı pazara aynı cinsten av eti getirirler. Farz edelim ki hepsi bıldırcın götürmüş ve satmışlar. Birinci avcı 10 tane, ikinci avcı 25 tane, üçüncü avcı da 30 tane bıldırcın götürmüş ve satmışlar. Esna-i avdette yekdiğerinden satış hakkında izahat isterler. Neticede şu tahakkuk eder ki, bunların hepsi bıldırcınların beherini aynı fiyata satmışlar ve her üçü aynı miktarda meblağ almış, Acaba bu satış nasıl vukua geldi? Bu mesele nasıl hallolunur?
>
> Bu meseleyi halle başlamazdan evvel, ufacık bir ihtarda bulunmak mecburiyetini hissediyorum: Bence her mesele-i riyaziye gayet açık, pervazsız ibarât ile ifade olunmalıdır ki o meseleyi muhasip istediği gibi muhakeme ederek halledebilsin. Şimdi yazageldiğimiz mesele pek eskidir.
>
> Sanırım ki bundan takriben 125 sene kadar evvel riyaziyundan, (Ozanam) bu meseleyi hal için *(Ulum-u Riyaziye ve Tabîiyye)* eğlenceleri nam kitabına derç eylemişti. Eski zamanlarda âlimler, yekdiğerini tartmak için böyle ibareleri pervazlı, meşkûk ifadelerle meseleler tertip ederlermiş. Şimdi ulûm-u riyâziye o kadar ilerledi ki, böyle lüzumsuz, bî-mana şeylere hacet kalmadı. Bunun için halli matlûb meseleler gayet açık, meşkûkiyetten ârî ifadelerle yazılmalıdır.
>
> Gelelim şimdi bu meselenin tefsirine ve halline:

Meselenin halli mümkün olmak için avcılar, en aşağıdan iki muhtelif fiyatla iki muhtelif satış icra etmelidir, çünkü en az bıldırcına malik olan avcı kendi bıldırcınlarını iki muhtelif kısma tefrik edip en az olanı en aşağı fiyatla ve en çok olanı da en yüksek fiyatla satar ve en çok bıldırcını olan avcı da ikiye ayırdığı bıldırcınlardan en çok bıldırcını hâvî kısmı en aşağı fiyatla ve az miktardakini de en yüksek fiyatla satarsa böylelikle meselenin halli mümkün olabilir; yani böylelikle üç avcı da aynı miktarda meblağ almış olurlar.

Meseleyi basit bir surette halletmek ve birçok gayr-i muayyene meydan vermemek için iki muhtelif satış farz edeceğiz. Ve satışların a‘dâd-ı tama ile yani kuruş olarak vukua geldiğini tasavvur eyleyeceğiz.

Bu suretle, x, y, z kemmiyyetleri sırasıyla her avcının kendi malik olduğu bıldırcınlardan ayırıp ilk beher bıldırcını (a) kuruşa sattığı miktarları göstersin, bundan sonra beher avcıda sırasıyla kalan bıldırcınların adedi:

$$(10 - x), (25 - y), (30 - z)$$

olup bunların beherini (a') kuruşa sattıkları farz olunsun. Ber-mûcib-i mesele şu münasebet tahaddüs eder.

$$ax + a'(10 - x) = by + b'(25 - y) = cz + c'(30 - z)$$

Bu münasebetten şu üç muâdele istihsal olunur:

$$x - y = \frac{15a'}{a - a'} \ , \quad x - z = \frac{20a'}{a - a'} \ , \quad y - z = \frac{5a'}{a - a'} \qquad (1)$$

Bu muâdelelerde x, y ve z kemiyetlerinin aded-i tam olmaları için $(a - a')$ tefâzulünün, $15, 20, 5$ adedlerini ve binaenaleyh, bu adedlerin kâsım-ı müşterek-i a'zamları olan 5 adedini tamamen taksîm etmesi lazım gelir. Bu takdirce bizzarure:

$a - a' = 5$ olmak iktiza eder. Bu münasebetten de şu kıymetler istihraç edilir:

$$a = 6, 7, 8, 9, 10 \ldots$$

$$a' = 1, 2, 3, 4, 5 \ldots$$

Bu kıymetlerden birini ve mesela $a = 6$, $a' = 1$ kıymetlerini alalım ve bunları (1) ile irae olunan münasebetlerden son iki münasebette yerlerine koyalım:

$$x - z = 4, \qquad y - z = 1$$

iki gayr-i muayyen muâdeleler husûle gelir.

Burada z kemmiyyetine keyfe-me'ttefak a'dâd-ı tama verilerek bunlara mukabil x ve y kemmiyyetlerinin kıymetleri bulunur. Şöyle olur:

$z = 0$, olduğuna göre $x = 4$, $y = 1$

$z = 1$, olduğuna göre $x = 5$, $y = 2$

ilh…

Pek kolaylıkla görülür ki, $z > 6$ olamaz. Hatta $z = 6$ bile olamaz; çünkü bu halde $x = 10$ olur ki, birinci avcının kendi bıldırcınlarını hiç ikiye ayırmadan olduğu gibi satması iktiza eder ki bu mümkün değildir.

$a = 8,\ \ a' = 3$ de olamaz zira bu halde: $x > 10$ olur.

Bunun böyle olduğu da (1) muaddillerinin ikinci muâdelesinde müsâvîler mahalline konsa:

$x - z = 12$ muâdelesi hâsıl olur ki burada $z = 0$ bile olsa, $x = 12$ olup bu ise muhaldir.

Hâsılı şu aşağıdaki (10) hal meseleye tevafuk eder:

$$a = 6, \qquad z = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$a' = 1, \qquad x = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

$$y = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$a = 7, \qquad z = 1, 2$$

$$a' = 2, \qquad x = 8, 9, 10$$

$$y = 2, 3, 4$$

Nadir'in çözümünü verdiği bu ikinci problem 17. yüzyılda yaşamış Fransız bir matematikçi olan Jacques Ozanam[65]'ın kitabından alınmıştır. Osmanlı Türkçesindeki

[65] Jacques Ozanam(1640-1718) Fransız matematikçi. Trigonometrik ve logaritmik tabloları doğru olarak hazırlayıp 1670'te yayınlamıştır. Ünlü bir Fransız matematikçi olan Abraham de Moivre (1667-1754)'nin

karşılığını *Ulum-u Riyaziye ve Tabîiye Eğlenceleri* olarak verdiği kitap, Ozanam'ın basımı 1694'te yapılmış olan *Récréations Mathématiques et Physiques*[66] adlı kitabıdır. Nadir, Ozanam'ın soru sormadaki ifade tarzını eleştirmekte, eski zamanlarda soruların karmaşık ifadelerle sorulduğunu fakat şimdi buna gerek olmadığını belirtmektedir. Kendisi soruyu daha açık ifadelerle yeniden verdikten sonra çözüme geçmiştir. Problemin mümkün tüm çözümlerini bularak listelemiştir.

Çok bilinmeyenli denklemlerin çözümü ve iki örnek problemden sonra, Nadir ne bu makale ile ne de bir sonraki makale ile konu bakımından bağlantısı bulunmayan bir bölüm yazmıştır. Bu son kısımda bir kesrin daha basit kesirlere ayrılmasını anlatmıştır. Önce Gauss'un ikişer ikişer kesirlere ayırarak uyguladığı yöntemi tanıtmış, fakat böyle yapmaya gerek olmadığından kendisinin bu yöntemi kullanmayacağını ifade ederek Gauss'un kitabında kullandığı kesri, kendi yöntemi ile basit kesirlere ayırmıştır. Nadir, kendi çözümünde yine modüler aritmetik kullanmayı gerektiren bir yöntem tercih etmiştir. Modüler aritmetiği kullanmaktaki ustalığı ve kendine göre kolaylığı onu hemen her problemi bu yöntemle çözmeye yöneltmektedir.

Makalede Kullanılan Terimler

gayr-i kâbil-i hal: çözümsüz

hadd (حد): oran veya denklem meydana getiren kısımlardan her biri, terim

---

de hocasıdır. Matematikle ilgili birçok yayını vardır. En bilinen eserleri: Mathematical Dictionary: or A Compendious Explication of All Mathematical Terms ve Recreations in Mathematics and Natural Philosophy (Càndito, 2016, s. 223).

[66] 1964'te ilk kez iki cilt olarak yayınlanan *Récréations Mathématiques et Physiques* daha sonra dört cilde tamamlandı. 200 yıl boyunca 10 baskı yapan kitap hala ününü korumaktadır (Swetz, 2017).

3.1.1.4. Nazariyye-i A‘dâd – Hesâb-ı Âlâ’dan Mâbad - Müş‘ir – İndicateur yahut $\varphi(a)$ Tâbi-i Adedîsi (Fermat), (Euler) Dava-i Nazariyyeleri

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 4’te 410-420 sayfalarında yayınlanmıştır. 11 sayfadan oluşan makalede Mehmet Nadir, Euler fonksiyonunu tanım, teorem ve teoremlerin ispatları ile ayrıntılı şekilde ele almıştır. Konu anlatım kısmına başlamadan önce de bu konunun aslında Batı’da yaygın olduğunu fakat nerelerde kullanıldığının, lüzum ve ehemmiyetinin anlatılmadığı ve yeteri kadar uygulama yapılmadığı gerekçesiyle kendisinin konuyu tekrar ayrıntılarıyla ele alacağını şu sözlerle ifade etmektedir:

> Bu maddeleri yazmaya başlamadan evvel, şurasını bildirmeye lüzum görürüz ki, (Fermat) ve bunun ta‘mîm edilmişi olan (Euler) garbın pek çok âdî hesâb kitaplarında, ispatları ile beraber yazılmış, gösterilmiş ise de (Fermat) dava-i nazarîsinin ne gibi yerlerde kullanıldığından ve derece-i lüzum ve ehemmiyetinden asla bahsedilmemiş ve buna dair de hiçbir tatbikat yapılmamıştır. Halbuki (Fermat) dava-i nazarîsi ve bunun ta‘mîm edilmişi olan (Euler) davası hesâb-ı âlânın o derece mühim, o mertebe fevâid-bahş bir rükn-ü a‘zamıdır ki, hendesede (Pisagor) kaziyesi ne rol icra ediyorsa (Fermat) davası da aynı derecede hâiz-i ehemmiyettir. Hendesede, (Pisagor) davasının ehemmiyetini, lüzumunu hendese okuyan her şakirt bilebilir. Bundan sonra hesâb-ı âlânın yazacağımız mebahisinden de (Fermat), (Euler) davalarının derece-i lüzum ve ehemmiyeti anlaşılacak ve pek çok tatbikat da yapılacaktır (Mehmet Nadir, 1332/1916d, s. 410).

Nadir, bu girişin ardından konuya *müş'ir* teriminin tanımıyla başlamıştır:

> Herhangi bir a aded-i tamını olursa olsun, geçmemek ve bu aded-i tamla mütebâyin olmak üzere kaç tane adedin bulunduğunu gösteren tâbiiye (müş'ir) derler. Ve onu da şu: $\varphi(a)$ rumuzu ile gösterirler. Mesela (10) adedini geçmemek ve bununla mütebâyin olmak üzere 4 tane aded vardır ki onlar da $1, 3, 7, 9$ adedleridir. İşte bu 4 rakamını göstermek için şöylece yazılır: $\varphi(a) = 4$ (Mehmet Nadir, 1332/1916d, s. 411).

Nadir, makale içerisinde sık sık konuda çalışmış olan Batılı matematikçilere atıflar yapmaktadır. Fermat, Euler, Legender ve Tartinville[67]'in isimleri anılmakla birlikte en çok Euler'in çalışmalarına atıf yapmıştır. Euler fonksiyonu için kendi kullandığı sembolü, Euler'in kullandığı sembolle karşılaştırarak vermiştir:

> "a adedini geçmemek ve bu adedle mütebâyin olmak üzere kaç tane aded vardır?" Lakin bu ifade uzundur. İşte muhtasaran beyan etmek için $\varphi(a)$ rumuzunu kullandık ve kullanacağız ki, bunu evvelce (Euler) $\varphi(N)$ rumuzuyla göstermiş ve hala da akvam-ı garbiye bunu böylece kabul edip kullanmakta bulunmuşlardır (Mehmet Nadir, 1332/1916d, s. 416).

Nadir'in Batı'daki çalışmalara hâkim, yapılan yayınlardan ve matematikteki gelişmelerden haberdar olduğu açıkça görülmektedir. Fakat önceki makalelerde olduğu

---

[67] Tuncer (1995, s. 264), Tartinville yöntemini anlattığı kısımda, hakkında sadece A. Tartinville (Tartenvil), 1847-1896 Fransız matematikçi olduğu bilgisini vermiştir. Tartinville (1847-1896), *Théorie des Équations et des Inéquations du Premier et du Second Degré à un Inconnue* (1886) kitabını yazmıştır. Bir α gerçel sayısıyla $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ ikinci derece denkleminin karşılaştırılması hakkındaki Tartinville metodu ile tanınmaktadır (Treccani: Encyclopedias Online, 2017).

gibi teorik olarak katkı sağlamak yerine daha açık anlatmak ya da daha pratik çözüm sağlamak gibi katkıları olmuştur.

Makalede tanım ve teoremlerden oluşan teorik kısmın yanında uygulamalı örneklerle konu açıkça anlatılmıştır. "Tatbikat" başlığında verilen birkaç örnek:

1- $a = 13$ olsun; bu halde,

$\varphi(a) = 13 - 1 = 12$ olur.

2- $a = 16 = 2^4$ olsun; bu halde,

$\varphi(a) = 2^{4-1}.(2-1) = 2^3.1 = 8$ olur.

3- $a = 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ olsun; bu takdirce,

$\varphi(a) = 2^2.3.(2-1).(3-1).(5-1) = 96$ olur. (Mehmet Nadir, 1332/1916d, s. 417)

Nadir, son bölümde "φ(a) Tâbi-i Adedîsi"nin genel özelliklerini örneklerle açıklayarak vermiş ve makaleyi bu şekilde sonlandırmıştır.

Nadir, makalenin başında bu makaleyi okuyan herkesin, geometride Pisagor teoremi ne kadar önemliyse, sayılar teorisinde de Fermat teoreminin ne kadar önemli olduğunu anlayacağını ifade etmişti. Batı'da anlatılandan farklı olarak konunun önemini, nerelerde kullanıldığını ve uygulama örnekleri vereceğini belirtmişti. Nadir, konuyu çok açık ve örnekler vererek anlatmış olmasına rağmen iddia ettiği gibi Batı'da ele alınış şekline göre tasarladığı farklı anlatımı gerçekleştirememeiştir. Konunun çok önemli olduğunu söylemiş ama öneminin nereden kaynaklandığını açıklamamıştır. Konuyu teorik olarak anlatıp örnekler çözmüş fakat teoremin nerelerde kullanıldığına da

açıklık getirmemiştir. Yani makale, konu olarak orijinal olmamakla birlikte konunun ele alınışı, çözülen örnekler ya da felsefesi açısından da orijinal değildir. Makale bir ders anlatımı şeklinde yazılmıştır.

Makalede Kullanılan Terimler

aslî (اصلی): asal

müş‘ir (مشعر): iş‘âr eden, haber veren, bildiren, gösterge, belirteç (indicateur)

tâbi-i adedî (تابع عددی): sayısal fonksiyon

3.1.1.5. Tamâm-ı Adedî ile Usul-ü Taksîm

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 4'te 432-437 sayfalarında yayınlanmıştır. 6 sayfadan oluşan makalede Mehmet Nadir, tamâm-ı adedî usulü[68] ile nasıl bölme işlemi yapıldığını anlatmaktadır.

Nadir, bölme işlemi yaparken kullanılan klasik metot yerine daha kolay ve faydalı olduğunu iddia ettiği bir metot önermektedir. Bu metodun kolaylığını girişte şöyle vurgulamaktadır:

> Bu usul o kadar ve o derecede faidelidir ki, bunu o göründükten sonra sühûlet ve menâfi‘i anlaşılacaktır. Lakin insanlar gariptir! Öteden beri i‘tiyâd ettikleri bir şeyden vazgeçip onun yerine ibdâ‘ edilmiş diğer bir şey ne kadar sühûletli, faideli olursa olsun der-akab kabulden

[68] Tamâm-ı adedî usulü, Osmanlı'da, toplama ve çıkarma işlemlerinde, özellikle de toplama ve çıkarmanın bir arada yapılması gereken durumlarda kullanılmaktadır. Tespit ettiğimiz kadarıyla ilk defa Mehmet Nadir, tamâm-ı adedî usulünü bölme işlemine uygulamıştır.

> tevahhuş ederler.[69] Bu, böyle olmakla beraber bu taksîmin menâfi‘i ve sühûleti zannetmem ki nazar-ı bî-kaydî ile telakki olunsun. (Mehmet Nadir, 1332/1916e, s. 432)

Bu ifadelerinden Nadir'in bilimde yeniliklere çok açık bir yapısının olduğu anlaşılmaktadır. Aynı zamanda onun için bir problemin sadece çözülmesinin değil, daha kolay yoldan çözülmesinin de önemli olduğu görülmektedir. Yine Nadir'in, kendine has üslubuyla, makaleye iddialı ve okuyucuda merak uyandıran ifadelerle başlamış olduğu görülmektedir.

Nadir, konu üzerinde yeterli dikkat ve merakı topladıktan sonra bu yeni bölme metodunda kullanılacak olan "tamâm-ı adedî"nin tanımını vermektedir:

> Bir adedin kendinin üst tarafındaki diğer bir adede nazaran tamâmîsi demek birinci adedi, ikinciye doldurmak için zam icap eden adeddir. Gerçi, bu tarif kitaplardaki tarife pek de uymasa da bu umumîdir.
>
> Kitaplardaki tarif: Bir adedi kendinden sonra ilk gelen (10)un kuvvetine doldurmak için zam lazım gelen adeddir. Bu tarif hususîdir. Bize ise birinci umumî tarifin burada lüzumu vardır (Mehmet Nadir, 1332/1916e, s. 432).

Bu metot, bölen sayının kendisi yerine onu en yakın 10'un kuvvetine tamamlayan sayının kullanılması esasına dayanmaktadır. Nadir, metodu ispatıyla beraber açıklamaktadır. Nadir'in ispatı herhangi bir sayı tabanına göre genel bir ispattır.

---

[69] Nadir'in insanların alıştıkları bir yöntemi bırakıp yenisini kabullenmelerinin zorluğundan endişe etmesi fakat yöntemin faydası ve kolaylığının da göz ardı edilmeyeceğini düşünmesi, yöntemin yeni tanıtılıyor olduğu fikrini kuvvetlendirmektedir. Bu da, tamâm-ı adedî usulü ile bölmenin Nadir'in alana orijinal bir katkısı olduğu görüşünü desteklemektedir.

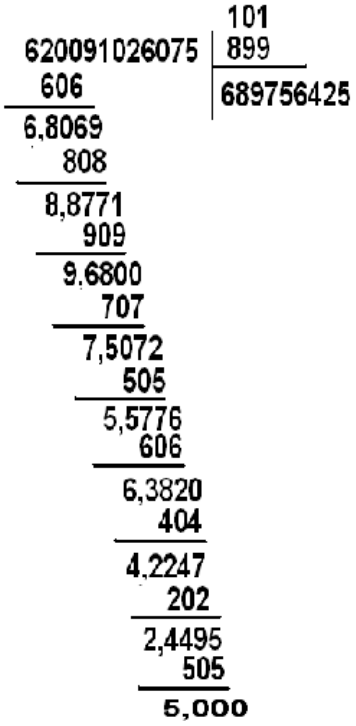
İspatı daha anlaşılır hale getirmek için 10 tabanında, kısaltarak ve modern notasyonlarla yazalım (Mehmet Nadir, 1332/1916e, s. 433):

> M herhangi bir aded olsun. X de bu adedin kâsımı olsun. Taksîm amelini icra ettik. Hâriç-i kısmeti A ve bu taksîmden kalan bâkîyi de B bulduk. Şimdi taksîm kaidesi mûcibince:
>
> $$M = AX + B$$
>
> müsâvâtı tahaddüs etmiş olur. Burada X kâsımı yerine tamamîsini alıp kullanalım. Y, X adedinin tamamîsi olsun:
>
> $$X + Y = 10^k$$
>
> $$M = A.(10^k - Y) + B$$
>
> $$M = A.10^k - A.Y + B$$
>
> $$M + AY = A.10^k + B$$

Burada Y'nin yani, X'in tamamîsinin katları M'ye eklenerek kalan (B) bulunur. Klasik bölme işleminin aksine çıkarma yerine toplama işlemi kullanılmış olur. Nadir, metodun bu yüzden kolay olduğunu belirtmektedir:

> İşte bakınız bu taksîm ne kadar kolay, ne kadar faidelidir. Kolaydır çünkü bu taksîmde tarh ameli yerine cem‘ ameli kâim olmuştur. Herhalde cem‘, tarhtan kolaydır. Faidelidir zira verdiğimiz hâriç-i kısmetin doğruluğuna şahidimiz var (Mehmet Nadir, 1332/1916e, s. 434).

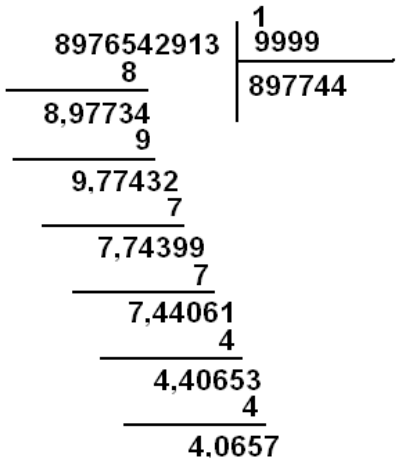
Bu açıklamalar Osmanlının hesâb geleneklerinde toplamanın daha rahat ve kolaylıkla kullanılabilir olduğunu göstermektedir. Nadir de tercihini bu yönde kullanmıştır. Burada "şahit" olarak nitelendirdiği bölmenin doğru yapılıp yapılmadığının kontrolünün sağlanmasıdır. Bu metodu ve doğruluğunun sağlamasını Nadir'in çözdüğü örneklerle verelim:



> Burada kâsım olan (899) adedinin üstüne mevzu' (101) adedi onun tamâmîsidir. Bu taksîmde de hâriç-i kısmet, eski taksîmde olduğu gibi aranır. Hâriç-i kısmet tayin edildikten sonra, bu hâriç-i kısmet tamâmı adedîye darb olunarak maksûmun altına yazılır ve onunla cem' edilir. Hâsıl-ı cem'in en yüksek mertebesini işgal eden rakama bakmalı, hâriç-i kısmetin aynı ise, doğru verildiğine kani olarak bu yüksek mertebeyi işgal edip hâriç-i kısmetin aynı olan rakamı çelmeli. Nasıl ki, biz de böyle yaptık. (Mehmet Nadir, 1332/1916e, s. 435)

Bu yöntemde, 899 yerine 101 ile işlem yapmak daha küçük bir sayıyla çarpma yapıldığından dolayı kolaylaşmıştır. Fakat 620091026075'in içinde 899'un kaç defa olduğu klasik bölme metodundaki gibi yapılmaktadır. Önce 899'un kaç defa olduğunu bulup sonra bu sayıyı 101 ile çarpmak kolaylık sağlamakla beraber kafa karışıklığına da yol açabilmektedir. Bu nedenle klasik metodun yerini alabilecek ölçüde bir kolaylık ve fayda sağlamadığı anlaşılmaktadır. Her bölme işleminde değil ama bazı özel sayılarla yapılan bölme işlemlerinde gerçekten kolaylık sağlamaktadır. Nadir'in bir başka örneği bu şekildedir:

> Bakınız, daha bu taksîmde ne büyük sühûlet var: Maksûm: 8986542913 olsun. Kâsım da: 9999 adedi intihap edilsin. Sühûletin derecesine bakınız:



> Burada darb ameliyatı dört aded (9)'la değil, yalnız (1) ile icra olunduğundan sühûletin son derecesi elde edilir. Bundan başka, verilen hâriç-i kısmetlerin aynıları, maksûm-u cüz'ilerin en yüksek mertebesindeki rakamlarda zuhur edeceğinden burada hâriç-i kısmetlerin tayininde zerre kadar düşünmeye hacet yoktur. Hâriç-i kısmetler hep maksûm-u cüz'ilerin en yüksek mertebelerini işgal eden

> rakamlardan ibarettir. Zira maksûm-u cüz'ilerin (üç rakamdan ziyade olur ve hepsi de (9) adedinden asgar olursa) âhâd mertebesine konup da ona zam olunacak adedin hiçbir veçhe ile en yüksek mertebedeki rakama tesiri olamaz. İşte bunun için hâriç-i kısmetlerin tayininde asla düşünmeye hacet olmayıp doğrudan doğruya her maksûm-u cüz'inin en yüksek mertebesindeki rakamı alıp yazmak kâfidir (Mehmet Nadir, 1332/1916e, s. 436).

Bu örnekte tamâm-ı adedî 1 olduğundan işlem yapmak çok kolaydır. Bölüme yazılacak rakamlar, bölünen sayının en baştaki rakamıdır. İşlem bu şekilde devam ettiğinden hiç düşünmeye gerek kalmadan bölme yapılabilmektedir.

Bu örnekteki gibi tamâm-ı adedînin 1 olduğu durumlarda bu yöntem tercih edilebilir fakat farklı sayılar olduğunda klasik metodu kullanmak daha anlaşılır olacaktır. Metot her zaman kolaylık sağlamasa da, Nadir'in alternatif bir metot sunması da önemlidir.

Makalede Kullanılan Terimler

bâkî (باقی): artık, artan, fazla, geri kalan (maksûm-u cüz'i)

hâriç-i kısmet: bölüm (bölme işleminden sonra arta kalan sayı)

kaide (قاعده) : esas, temel, düstur; taban

maksûmün aleyh (kâsım): bölen (Fr. diviseur)

tamâm-ı adedî (**تمام عددی**): bir sayıyı kendinden sonra ilk gelen 10'un kuvvetine tamamlamak için eklenmesi gereken sayı

3.1.1.6. Nazariyye-i A‘dâd – Hesâb-ı Âlâ’dan Mâbad - Müş‘irin, yani $\varphi(a)$ Tâbi-i Adedîsinin Havâss-ı Meşhuresi

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1333 (1917) yılında Sene 2, Sayı 5’te 516-525 sayfalarında yayınlanmıştır. 10 sayfadan oluşan makalede Mehmet Nadir, Euler fonksiyonunun genel özelliklerini anlatmaktadır. Bir önceki sayıda yayınlanan, “Müş‘ir – İndicateur yahut φ(a) Tâbi-i Adedîsi (Fermat), (Euler) Dava-i Nazariyyeleri” adlı makalenin devamı niteliğindedir.

Nadir, *müş‘ir* hakkında bazı teoremleri ispatları ile birlikte vermiş, önceki makalede olduğu gibi Fermat ve Euler’e atıflar yapmıştır. Fermat teoreminin geliştirilmiş haliyle ispatını Euler’in yaptığını ifade etmiş, kendisi de Euler’in ispatını vermiştir.

Makalede verilen teoremleri ve ispatlarını modern notasyonlarla yazarsak:

Dava-i Nazarî: Bir aded-i tamın kâsımlarının müş‘irleri mecmuu, aded-i tamın kendisine müsâvîdir.

Her $a = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}\dots p_n^{\alpha_n}$ için $\sum_a^d \varphi(d) = a$

$$\sum_a^d \varphi(d) = \left[1 + \varphi(p_1) + \varphi(p_1^2) + \cdots + \varphi\left(p_1^{\alpha_1}\right)\right] \dots \left[1 + \varphi(p_n) + \varphi(p_n^2) + \cdots + \varphi\left(p_n^{\alpha_n}\right)\right]$$

$$\sum_a^d \varphi(d) = \left[1 + (p_1 - 1) + (p_1^2 - p_1) + \cdots + \left(p_1^{\alpha_1} - p_1^{\alpha_1 - 1}\right)\right] \dots \left[1 + (p_n - 1) + (p_n^2 - p_n) + \cdots + \left(p_n^{\alpha_n} - p_n^{\alpha_n - 1}\right)\right] = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n} = a$$

Misal: $a = 36 = 2^2.3^2$

Kâsımları: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Müş‘irleri:

$\varphi(1) = 1,\ \varphi(2) = 1,\ \varphi(3) = 2,\ \varphi(4) = 2,\ \varphi(6) = 2,\ \varphi(9) = 6,$ $\varphi(12) = 4, \varphi(18) = 6, \varphi(36) = 12$

$\sum \varphi = 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 6 + 4 + 6 + 12 = 36$ (Mehmet Nadir, 1333/1917c, s. 517-518)

Dava-i Nazarî: p ile m adedleri mütebâyin olup eğer p’nin misilleri olan

$$p, 2p, 3p, 4p, \dots, (m-1)p \qquad (1)$$

adedleri m adedi ile taksîm edilseler, bakiyeler –sıralarından sarf-ı nazar- $(m-1)$ ilk silsile-i a‘dâd-ı tabîiyyesinden ibarettir. Daha açık söyleyelim: Eğer (1) ile gösterilen silsilenin her bir haddi m üzerine taksîm edilse, her hangi tarz ve nizamda olursa olsun, fakat sıra ile tanzim edildikleri halde:

$$1, 2, 3, 4, \dots, (m-1)$$

ilk silsile-i a‘dâd-ı tabîiyyesi husûle gelir (Mehmet Nadir, 1333/1917c, s. 519).

(1) silsilesinde bakiyelerin kâffesi sıfır ile mütebâyindir. Ve cümlesi de muhteliftir. Hâlbuki bunların kâffesi (m)’den küçüktür. Adedleri de $(m-1)$ kadardır. Öyle ise bunlar –sıraya bakılmayarak- bizzarure

$(m-1)$ kadar ilk silsile-i a'dâd-ı tabîiyyeden olmak lazım gelir. Dava da sübut bulur (Mehmet Nadir, 1333/1917c, s. 520).

Euler Dava-i Nazarîsi: m ile p adedleri ne olursa olsun, yalnız beynlerinde mütebâyin olmak şartıyla, eğer $\varphi(m)$ tâbii m adedini geçmemek ve onunla mütebâyin olmak üzere kaç tane adedin mevcut olduğunu irae etse:

$$(p-1)^{\varphi(m)}$$

tefâzulü m ile kâbil-i taksîmdir. Yani;

$$p^{\varphi(m)} \equiv 1\ (mod\ m)$$

müteâdili sahihtir. Zira m adedini geçmeyen ve onunla mütebâyin olan adedler bi'l-farz:

$$a, b, c, \dots, k$$

olsun. Bunların adedi tâbii $\varphi(m)$ kadardır. Şimdi, p adedinin $\varphi(m)$ kadar misilleri olan:

$$a.p, b.p, c.p, \dots, k.p$$

adedleri m üzerine taksîmlerinden zuhur edecek bakiyeleri, mütenazıran:

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_{\varphi(m)}$$

ile irae olunsalar, şu müteâdiller vücuda gelir:

$$\left.\begin{array}{c} a.p \equiv b_1 \\ b.p = b_2 \\ c.p \equiv b_3 \\ \dots \\ k.p \equiv b_{\varphi(m)} \end{array}\right\} \text{(mod m)}$$

Bu müteâdiller taraf tarafa darb edilseler:

$$a.b.c.\dots k.p^{\varphi(m)} = b_1, b_2, b_3, \dots, b_{\varphi(m)}\ (mod\ m)$$

olur. Lakin

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_{\varphi(m)}$$

bakiyeleri –tarz ve nizamlarına bakılmayarak- $a, b, c, \dots, k$ adedlerine müsâvî olduğundan,

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_{\varphi(m)} = a, b, c, \dots, k$$

olur. Bu halde yukarıdaki müteâdil de bi't-tabi:

$$a.b.c.\dots k.p^{\varphi(m)} \equiv a, b, c, \dots, k\ (mod\ m)$$

olur ki tarafeyn-i müteâdil

$$a.b.c.\dots k$$

ile taksîm (bu adedlerin beheri m ile mütebâyin olduklarından bunların hâsıl-ı darbları da m ile mütebâyin olur. Bu halde tarafeyn-i müteâdil hâsıl-ı darbla taksîm olunabilir.) edildikte:

$$p^{\varphi(m)} \equiv 1\ (mod\ m)$$

olur. Matlûb da sübut bulur.

Tembih: Şimdi burada (m) adedini aslî-i mutlak farz edelim. Bu halde:

$$\varphi(m) = m - 1$$

olur. Yukarıki müteâdil de:

$$p^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$$

olur ki, bu da (Fermat) dava-i nazarîsinden başka bir şey değildir. İşte (Fermat) dava-i nazarîsi (Euler) davasının bir hâll-i hususîsidir (Mehmet Nadir, 1333/1917c, s. 523-525).

Makale, konunun baş tarafının anlatıldığı kısım gibi konu bakımından da uygulamalar bakımından da orijinal değildir. Batı'da yapılan çalışmaların açık bir ifadeyle ve örneklerle anlatılmış olduğu görülmektedir. Genel akış; teoremler, ispatlar ve çözümlü örnekler şeklinde ilerleyen bir ders sunumu gibidir.

Makalede Kullanılan Terimler

a'dâd-ı tabîyye (اعداد تبيعه): doğal sayılar

tarafeyn-i müteâdil: denklemin her iki tarafı

tefâzul (تفاضل): fark, miktar fazlası

3.1.1.7. Tamâm-ı Adedî ile Usul-ü Taksîm'den Maabad

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1333 (1917) yılında Sene 2, Sayı 5'te 535-538 sayfalarında yayınlanmıştır. 4 sayfadan oluşan makale, bir önceki sayıda yayınlanan "Tamâm-ı Adedî ile Usul-ü Taksîm" adlı

makalenin devamı niteliğindedir. Bölenin "tamâm-ı adedî"den küçük olduğu durumda yapılması gerekenler anlatılmaktadır.

Bundan evvel tamâm-ı adedî ile yapmış olduğumuz taksîmlerde, kâsım yani maksûm aleyh, tamâm-ı adedîden büyüktü. Eğer kâsım, tamâm-ı adedîden küçük düşecek olursa onun da kolayı vardır. Mesela, kâsım 17 olursa bunun 100 adedine tamâm-ı adedîsi 83'tür ki, bu 83 adedi 17 adedinden büyük olduğundan intizar olunan kolaylık burada yoktur. Bakınız bunu ne veçhe ile yaparız: Biz bu makalenin baş tarafında tamâm-ı adedîyi umumî bir surette tarif etmiştik. İşte o tarife ibtina ederek tamâm-ı adedîyi adedin kendisinden sonra ve ilk olarak gelecek sıfırlı bir adede göre tayin ederiz. Mesela, yukarıda 17 adedinin tamâm-ı adedîsini 83 bulmuş idik. Bunu 100 alacağımız yerde 17'den sonra ilk gelen sıfırlı aded 20'dir. İşte tamâm-ı adedîyi buna göre alırsak 3 buluruz.

Yine maksûmu M, kâsımı X, hâriç-i kısmeti de A, bâkîyi veya maksûm-u cüz'iyi de B ile gösterelim. Taksîm kaidesi mûcibince:

$$M = AX + B$$

müsâvâtı hâsıl olur.

…

Şimdi bu adede göre X kâsımının tamâm-ı adedîsini bulalım: Bu tamâm-ı adedîyi yine Y ile göstermiş olsak:

… şu kaide istintaç olunur:

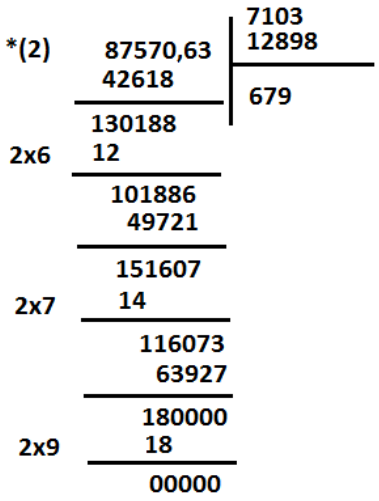
X hâriç-i kısmetini Y tamâm-ı adedîsine darb edip hâsıl-ı darbı maksûma zam ettikten sonra, bu mecmudan tamâm-ı adedî için intihap edilmiş adedin en yüksek rakamını hâriç-i kısmetle darb ederek çıkarmaktır (Mehmet Nadir, 1333/1917d, s. 535-536).

Mesela:

12898 adedinin tamâm-ı adedîsi:

$20000 - 12898 = 7103$ olmuş olur. Şimdi, bu adede göre bir misal yapalım:

Maksûm 8757063, kâsım da 12898 adedleri olsun. Taksîmin suret-i icraîyesi şudur:



*Buradaki (2) kâsımın tamâm-ı adedîsi için intihap olunmuş olan 20000 adedinin en yüksek rakamıdır ki, bunu daima böylece bir parantez içinde göstermeli ve her hâriç-i kısmeti bununla darb ettikten sonra mecmudan tarh etmeli (Mehmet Nadir, 1333/1917d, s. 537).

Bölenin tamâm-ı adedîden küçük olduğu durumda uygulanan yöntem teorik olarak doğru ve kullanılabilirdir. Fakat uygulamada pek kolaylık sağlamadığından ve aynı anda birkaç noktaya birden dikkat etmeyi gerektirdiğinden klasik bölme metoduna tercih edilebilecek bir metot değildir.

3.1.1.8. Kabiliyyet-i Taksîm Hakkında Kaide-i Umumî

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1333 (1917) yılında Sene 2, Sayı 6'da 569-579 sayfalarında yayınlanmıştır. 11 sayfadan oluşan makale Nadir'in kendi bulduğu bölünebilme kuralı hakkındadır. Bu bölünebilme kuralı, herhangi bir sayı ile yapılan bölmede kalanın bulunması algoritması olarak açıklanabilir. Bu bölünebilme algoritması Nadir'in sayılar teorisi alanına en önemli ve orijinal katkısıdır.

Nadir, makalesine, kaideyi anlatmadan önce, bölünebilme konusunun önemi, bölünebilme kuralları hakkında o zamana kadar bilinenler, kendi bulduğu kuralın diğerlerinden farkı ve bu kuralı kendisinden başka bulan olup olmadığını öğrenmek için yaptığı titiz araştırmalar hakkında yaklaşık iki sayfalık bir giriş yaparak başlamıştır. Girişte yaptığı bu açıklamaların Nadir'in çalışma prensibini çok güzel yansıttığını düşündüğümden bu kısmı aynıyla veriyorum:

> Malumdur ki, ilm-i a'dâdda kâbiliyyet-i taksîm bahsi pek mühim bir rol icra eder. Fakat bir adedin diğer bir aded üzerine yalnız, tamamen taksîm olunup olunmadığını bilmek, gerçi bazı yerlerde işe yararsa da, asıl bir adedin bir aded üzerine taksîminden kalacak bâkîyi bulmak ehemm ve elzemdir. Hususiyle (Nazariyye-i a'dâd – Hesâb-ı â'la)da bu son cihet pek ziyade matlûb ve mültezemdir.

Gerçi, âdî ilm-i hesâb kitaplarında, bir adedin diğeri üzerine taksîminden kalacak bâkîyi bulmak için kâsım olacak adedi (10) adedinin: $0, 1, 2, 3, \ldots$ ilh kuvvetlerine taksîminden kalacak bakiyelerin asgarlarını alarak her kâsım için ayrı ayrı kâbiliyyet-i taksîm kavâidi tayin olunursa da, bu kavâid umumî değildir ve 13 adedini geçen adedler için de elde edilecek neticeler o kadar uzun, o kadar muğlaktır ki adeta gayr-i kâbil-i tatbik bir hâle gelir. Bu ilm-i a'dâd kitaplarında, $(2, 5), (4, 25), (8, 125), (3, 9), 6, (7, 13), 11$ adedlerinden başka kâbiliyyet-i taksîm hakkında bir kaideye tesadüf edilmez, gerçi daha mükemmel ilm-i a'dâda dair Frenkçe[70] yazılmış eserlerde $17, 19, 29, 37$ gibi adedler hakkında bazı kavâid verilmişse de bu kavâid vasıtasıyla ancak bu adedlerle bir adedin tamamen taksîm olunup olunmayacağı anlaşılabilir. Yoksa bakiyeler tayin olunamaz.

İşte, biz bu ciheti kaç seneden beridir, nazar-ı dikkate alarak kâbiliyyet-i taksîm hakkında (bakiyeleri bulmak şartıyla) bir kaide-i umumiye elde etmek için uğraştık. Ve pek çok emekler sarfıyla, hamdolsun buna muvaffak olduk.

Fakat bazen bir fikir birkaç kimseye gelebilir mütalaasıyla bu kaideyi benimsemek için acele etmedik. Belki Avrupa kitaplarının birinde buna dair bir bahis var da biz tesadüf edemedik.

Fi'l-vâki' gerek âdî gerek âlî olsun ilm-i a'dâda dair Fransızca, İngilizce olarak yazılmış mu'tenâ en mükemmel eserler elimizde

[70] Batı ve özellikle Fransız dili. (European language)

mevcut olup[71] bunlarda da buna dair bir şeye müsadif olmadıksa da, tereddütten hâli kalmadık. Nihayet, meslektaşım riyazi-i şehîr Mehmed Emin Beyin tavsiyesi üzerine şuna karar verdim: Bunun küre-i arz üzerinde mevcut riyâziyunun mütebahhiri, Almanya'nın (Göttingein) Darülfununu müderris-i şehîri Doktor (Felix Klein)[72] cenaplarına müracaat ettim. Yani kendilerine Fransızca olarak bir mektupla bulmuş olduğum kaide-i külliyenin ispatıyla beraber tafsilatını yazdım. 20 Teşrin-i Evvel 333[73] tarihiyle bu muhterem müderrise gönderdim. Şüphede olduğumu yazdım yani bu kaidenin akdemce başkası tarafından keşfedilerek bir yerde bahsolunup olunmadığını bilmediğimden kendilerine müracaat ettiğimi ve bu babda tarafıma lütfen malumat vermelerini kendilerinden rica eyledim.[74]

Bu zat-ı muhteremden cevaba intizar etmekle beraber eser kimin olursa olsun, mademki, umumîdir ve pek muhtasar ve müfittir. Bunu

---

[71] Nadir'in Fransızca eserler yanında İngilizce eserlere de sahip olduğunu ve her iki dilde de sayılar teorisi alanında en çok bilinen ve önemli eserlere vakıf olduğunu anlıyoruz.

[72] Tam adı Christian Felix Klein, 1849-1925 tarihlerinde yaşamış Alman matematikçidir.

[73] 20 Ekim 1917

[74] Nadir, burada mektubuna henüz cevap almadığını belirtmektedir. Daha sonra da makale ya da kitaplarında bu cevapla ilgili bir bilgiye rastlanmamaktadır. Fakat Osman Ergin (1977), Haydar Niyazi'nin 19 Aralık 1927 tarihli İkdam gazetesindeki yazısından aktardığı kısımda Felix Klein'in cevabına dair bilgiler vermektedir. Felix Klein'in Birinci Dünya Savaşı dolayısıyla dünyanın ilmî vukuatından layıkıyla haberdar olmadığını bununla beraber bu usule şimdiye kadar tesadüf etmediğini belirterek Nadir'i tebrik ettiğini aktarmaktadır (Ergin, 1977, s. 1012).

karîn-i kirâm[75]a bir ayak evvel bildirmeyi münasip gördüm ve öyle yaptım.

İşte şimdi bu umumî kaideyi ispatıyla, tatbikatıyla beraber yazıyorum. Yalnız şurasını söyleyim ki, bu ispatı iyice anlamak için (Müteâdiller – Congruences)in birinci kısm-ı basitini olsun bilmek lazımdır. Bunu öğrenmek için de *(Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası)*nın Riyaziye Kısmının 1, 2 numaralarını edinerek bunlarda yazmış olduğum müteâdiller bahsini okumak kâfidir (Mehmet Nadir, 1333/1917a, s. 569-570).

Şimdi Nadir'in yapmış olduğu genel ispatı kısaltarak ve sadeleştirerek inceleyelim:

Herhangi bir N adedinin bir d adedine bölümünden kalanı bulmak istense $Bm \pm R$ şekillerinden biri ya o adedin yani d adedinin kendisine veya onun herhangi bir katına eşittir. Her iki halde de $Bm \pm R \equiv 0\ (mod\ d)$ denkliği doğrudur.

N sayısı $a, b, c, d, \dots, u$ gibi rakamlardan oluşan bir sayı olmak üzere $N = abcd \dots u$ şeklinde yazılsın. Bu sayının son rakamı olan u ayrıldıktan sonra geriye kalan rakamlar D ile gösterilirse bu sayıyı $N = BD + u$ ile gösterebiliriz.

N adedinin d ile bölümünden kalanı r ile göstermiş olsak $BD + u \equiv r\ (mod\ d)$ yazılabilir. Şimdilik $Bm \pm R \equiv 0\ (mod\ d)$ denkliğinde yalnız $(+)$ işaretini alarak $(-)$'yi terk edelim ve iki denkliği alt alta yazalım:

[75] şerefli olanlar

$$Bm + R \equiv 0 \ (mod\ d)$$

$$BD + u \equiv r \ (mod\ d)$$

İlk denklik D ile, ikincisi m ile çarpılır:

$$BDm + DR \equiv 0 \ (mod\ d)$$

$$BDm + um \equiv rm \ (mod\ d)$$

ve ikinci denklik birinciden çıkarılırsa:

$$RD - um \equiv -rm \ (mod\ d)$$

denkliği elde edilir. Burada $RD - um = N' < N$ bir tam sayıdır. Fakat N'ler daha fazla küçültülmek istenirse yapılan işlem tekrarlanır.

$$BD' + u' \equiv -rm \ (mod\ d)$$

$$Bm + R \equiv 0 \qquad (mod\ d)$$

İlk denklik m ile, ikincisi D' ile çarpılır:

$$BmD' + u'm \equiv -rm^2 \ (mod\ d)$$

$$BmD' + RD' \equiv 0 \ (mod\ d)$$

ve birinci denklik ikinciden çıkarılırsa:

$$RD' - u'm \equiv rm^2 \ (mod\ d)$$

Buradan $RD' - u'm = N''$ elde edilir.

Bu işlem gerektiği kadar tekrarlanır. Her tekrarda $RD + mu \equiv rm^n \ (mod\ d)$ elde edilir. Ortaya çıkan genel kuralı Nadir'in ifadeleri ile verelim:

> Herhangi bir N adedinin olursa olsun bir d adedi üzerine taksîminden kalacak bakiyeyi bulmak için, evvel-emirde d adedini $(Bm \pm R)$ şekillerinden bir münasibine irca etmeli; sonra, N adedinin âhâd mertebesini işgal eden rakamı bir hat ile tefrik eylemeli; ba'de, N adedinin ifraz olunmuş bi'l-cümle aşerâtını R adediyle ve âhâd rakamını da m adediyle darb etmeli; birinci hâsıl-ı darbdan ikincisini tarh etmelidir. Veyahut bu hâsıl-ı darbı cem' eylemelidir. Eğer, $(Bm + R)$ şekli alınmış ise tarh ameliyesi ve eğer, $(Bm - R)$ şekli alınmış ise cem' ameliyesi icra edilmelidir. Her ameliyede $N, N', N'', \ldots$ adedleri kendilerinden küçük bir adede[76] irca edilirler.

---

[76] Burada $N, N', N'', \ldots$ sayılarının neden küçülerek devam ettiğini gösterelim:

Herhangi bir N sayısının d'ye bölümünden kalanı bulmak istense:

$$d = 10m + R$$

alınsın, N sayısı da $a, b, c, d, \ldots, u$ gibi rakamlardan oluşan bir sayı olmak üzere

$$N = abcd \ldots u$$

şeklinde yazılsın. Bu sayının son rakamı olan u ayrıldıktan sonra geriye kalan rakamlar D ile gösterilirse;

$$N = \underbrace{abcd \ldots}_{D} u$$

Bu sayı:

$$N = 10D + u$$

şeklinde yazılır.

İşte bu minval üzere devam edilerek işe elverecek derecede asgar bir aded ve mesela P adedi elde edildiği gibi ameliyatın adedi ta‘dâd olunur. Farz edelim ki, bu aded de n olsun, bu halde

$$\pm rm^n \equiv P\ (mod\ d)$$

müteâdilini tesis ederek $(Bm - R)$ şekli alınmış ise $\pm rm^n$de her zaman $(+)$ işareti ve eğer $(Bm + R)$ şekli alınmış ise n üssü çift ile $(+)$ ferd ise $(-)$ işareti intihap olunur. Bu işaret de bu veçhe ile tayin edildikten sonra $\pm rm^n \equiv P\ (mod\ d)$ müteâdilinde meçhul olan r bakiyesi halledilerek, N adedinin d üzerine taksîminden kalan bakiye[77] bulunmuş olur (Mehmet Nadir, 1333/1917a, s. 574-575).

Bu genel kuralı Nadir’in çözümünü vermiş olduğu bir örnek ile inceleyelim:

$$RD - mu = N'$$

$$N' = R(\frac{N - u}{10}) - mu$$

$$R < 10$$

$$RD < 10D$$

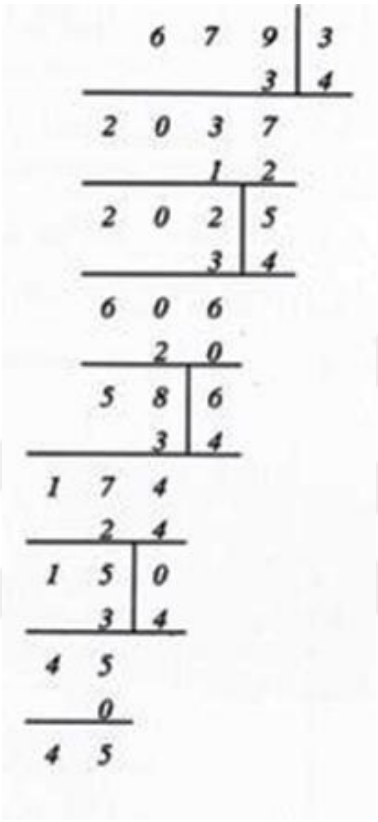
$$RD - mu < 10D + u$$

$$N' < N$$

olduğu görülmüş olur. Aynı şekilde gerektiği kadar $N, N', N'', \ldots$ devam edilebilir.

[77] Burada yapılan işlemler modüler aritmetiğin temel kurallarının bölünebilmeye uyarlanmasından başka bir şey değildir. Bu nedenle yeni bir bölünebilme kuralı olduğunu söylemek pek de doğru olmaz. Yine de, Osmanlı topraklarında sayılar teorisi için erken tarihli sayılabilecek bir çalışma olduğu göz önünde bulundurulursa, Nadir’in bölme yapmak yerine mod kullanarak kalan hesaplaması, alana orijinal bir katkı sağlamış olduğunu söyleme hakkı verebilir. Nadir’in daha çok sayısal örneklerle tanıtmış olduğu bölünebilme kuralını, dönemin şartlarından kaynaklanan sebeplerle, kuramsal ölçülere koymakta tam bir başarı sağlayamadığını da belirtmek gerekmektedir.

Misal: 6793 adedinin 43 adedi üzerine taksîminden kalacak bakiyeyi bulmak matlûbdur. $Bm + R$ şeklinde, $B = 10, m = 4, r = 3$ farz edilir. $10 \times 4 + 3 = 43$ bulunur. Bundan sonra şu aşağıdaki tarzda ameliyata devam olunur.



Burada ameliyatın adedini bilmek için âhâdleri ayıran hutût-u şakûliyeyi saymak kâfidir. Burada bunlar 4 tanedir. Bu halde aded-i ameliyat çifttir. Bu halde,

$$4^4 r \equiv 45 \pmod{43}$$

müteâdilini halletmek lazımdır. O da şöyle halledilir:

$$256r \equiv 45 \pmod{43}$$

$$-2r \equiv 2 \pmod{43}$$

$$r \equiv -1 \equiv 42 \ (mod\ 43)$$

İşte bakiye-i matlûbe 42 imiş (Mehmet Nadir, 1333/1917a, s. 575-576).

İspatta ve örnekte görüldüğü üzere bu yöntemle bir sayıya bölümden kalanı elde etmek, normal bölme işlemi yaparak kalanı hesaplamaktan daha uzun ve daha zordur. Fakat bu yöntem bazı özel durumlarda çok pratik neticeler sağlamaktadır. Bu yöntemle $7, 11, 13$ için alternatif bölünebilme kuralları elde edilebilmekte ve bir sayının özellikle $27, 33, 37, 77, 91, 99, 101$ gibi sayılara bölümünden kalan pratik bir şekilde hesaplanabilmektedir. Bu yöntemin normal bölme işlemine göre zahmetli göründüğünü fakat yöntemin ispatı yapılıp yerleştikten sonra çok kolay ve faydalı usuller bulunacağını Nadir de kabul etmektedir:

> Pek bedihidir ki herhangi bir N adedini olursa olsun, bir d adedi üzerine doğrudan doğruya taksîm etmek bu yapageldiğimiz ameliyattan daha kısa ve daha kolaydır. Lakin bir kere bu umumî ispat yapılıp tekerrür ettiği gibi, $Bm + R$ şekillerini ta'dil ederek gayet sehl, gayet müfîd usuller bulmak mümkündür (Mehmet Nadir, 1333/1917a, s. 576).

Nadir, $Bm \pm R$ ifadesinde özel olarak $m = 1$ ve $R = 1$ olduğu durumda aşağıdaki cetveli vermektedir (Mehmet Nadir, 1333/1917a, s. 576):

	Şekiller	***Adedler***	***Kâsımlar***
1	$10m+1$	*11*	*11*
2	$10m-1$	*9*	*3, 9*
3	$100m+1$	*101*	*101*
4	$100m-1$	*99*	*3, 9, 11, 33, 99*
5	$100m+1$	*1001*	*7, 11, 13, 77, 91, 143, 1001*
6	$1000m-1$	*999*	*3, 9, 27, 37, 111, 333, 999*

Bir de Nadir'in vermiş olduğu bu tabloya göre pratik yoldan çözülmüş bir örnek inceleyelim:

Misal: 8976317 adedinin, $3, 9, 27, 37, 111, 333, 999$ adedleri üzerine taksîminden kalacak bakiyeleri bulmak matlûb olsun.

Cetvelde 6'ncı hatt-ı ufkî hizasında $(1000m-1)$ şekline bakılırsa bu adedler orada görülür. Bu şekilde kaide 1000 olduğundan 8976317 adedi sağdan sola doğru üçer üçer kısımlara ayrılmalı, bu kısımlar cem' edilmelidir. Şöyle yapmalı:

$$
\begin{array}{r|l}
8976 & 317 \\
317 & \\
\hline
9 & 293 \\
\quad 9 & \\
\hline
302 &
\end{array}
$$

> Aşikârdır ki, bu 8976317 adedinin 333 ve 999 adedleri üzerine taksîminden kalan bakiye: 302'dir.[78] Çünkü 302 adedi 333 ile 999'dan küçüktür. 111 adedi üzerine taksîminden kalan bakiyeyi bulmak için 302 adedini bu 111 üzerine taksîm etmeli; bakiye: 80 buluruz. 302'yi 37 üzerine taksîm edersek, bakiyeyi: 6 ve 27 üzerine taksîm ederek bakiyeyi: 5; 9 üzerine taksîm edersek bakiyeyi yine: 5 ve 3 üzerine taksîm edersek, bakiyeyi: 2 bulmuş oluruz (Mehmet Nadir, 1333/1917a, s. 576-577).

Bundan sonra birkaç örnek daha yapılmış, özellikle 11 ile bölünebilme için 3 farklı usul olduğu ve 7 ve 13 ile bölünebilme için aynı usulden faydalanılabileceği vurgulanmıştır. Örneklerin ardından makale "mabadı var" denilerek sonlandırılmış fakat sonraki sayılarda makalenin devamı yayınlanmamıştır. Yalnızca, küçük eklemeler ve

---

[78] Burada yapılan işlemleri daha anlamlı kılabilmek adına çözümü modern matematikte uygulanmakta olan modüler aritmetik yoluyla yapalım:

8976317 sayısının, $3, 9, 27, 37, 111, 333, 999$ sayılarına bölümlerinden kalanlar istenmektedir. $3, 9, 27, 37, 111, 333, 999$ sayılarının tamamı 999'un bölenleridir.

$a|b$ ve $b|c$ ise $a|c$ kuralına göre bu sayılarla bölümden kalanı bulmak için $(mod\ 999)$'a göre denkliğine bakarız. $\equiv 302 \quad (mod\ 999)$

$$999 = 1000 - 1$$

$$1000 \equiv +1 \quad (mod\ 999)$$

$$8.1000^2 + 976.1000 + 317 \equiv 8 + 976 + 317$$

$$\equiv 1301 \equiv 302 \quad (mod\ 999)$$

8976317 sayısının, 999'a bölümünden kalanın 302 olduğu görülmektedir. Diğer sayılar için 302'yi böldüklerindeki kalana bakılarak devam edilir.

düzenlemelerle aynı konu, 1926'da yayınlanan *Hesâb-ı Nazarî* kitabında tekrar ele alınmıştır.

Makalede Kullanılan Terimler

âhâd (أحاد): birler

aşerât (عشرات): onlar

hutût-u şakuli: düşey çizgiler

kâbiliyyet-i taksîm: bölünebilme

3.1.1.9. Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ'dan Mâbad

Makale, *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1333 (1917) yılında Sene 2, Sayı 6'da 580-589 sayfalarında yayınlanmıştır. 10 sayfadan oluşan makalede Fermat teoreminin ikinci bir ispatı verilmiştir.

Bu makalede, daha önce *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1333 (1917) yılında Sene 2, Sayı 5'te 516-525 sayfalarında yayınlanmış olan "Müş'irin, yani $\varphi(a)$ Tâbi-i Adedîsinin Havâss-ı Meşhuresi" adlı makalede ispatı verilen Fermat teoreminin ikinci bir ispatı yapılmıştır. Makalenin girişinde Nadir, bunun sebebini şöyle açıklamıştır:

> Davanın pek büyük ehemmiyetine mebni Avrupalılar bunu müteaddit ve muhtelif ispatlarla izah etmişlerdir. İşte, biz de burada bu davanın ikinci bir ispatını daha yazmayı faideli bulduk (Mehmet Nadir, 1333/1917b, s. 580).

Nadir, burada ikinci bir ispat vermesinin gerekliliğini Avrupalıların bu teoremi birçok farklı şekilde ispat etmiş olmasına dayandırmaktadır. Bu durum yine, Nadir'in çalışmalarında tamamen Batı'yı referans almakta olduğu fikrini desteklemektedir. Fakat bu makale de alana özgün katkı sağlayan değil, Batı'daki çalışmaları konu anlatımı şeklinde sunan bir makaledir. Yapılan ispatı modern notasyonlarla ve kısaltarak inceleyelim (Mehmet Nadir, 1333/1917b, s. 580-581):

a ve b aded-i tam ve p aded-i aslî olmak üzere,

$$(a+b)^p \equiv a^p + p.a^{p-1}.b + \frac{p.(p-1)}{2!}a^{p-2}.b^2 + \cdots + p.a.b^{p-1} + b^p$$

$$(a+b)^p - (a^p + b^p) \equiv p.a^{p-1}.b + \frac{p.(p-1)}{2!}a^{p-2}.b^2 + \cdots + p.a.b^{p-1}$$

$$(a+b)^p \equiv (a^p + b^p) \quad (mod\ p)$$

Nadir bu ispatla, $p^{\varphi(m)} \equiv 1\ (mod\ m)$ olduğunun tekrar ispatlandığını da göstermektedir. Daha sonra bu teoremin önemli neticeler verdiğini ifade ederek bu ispattan yola çıkarak Wilson teoremini[79] ve ispatını vermektedir (Mehmet Nadir, 1333/1917b, s. 585).

p aded-i aslî olmak üzere

$$(p-1)! \equiv p-1 \equiv -1\ (mod\ p)$$

[79] Wilson teoremini ilk defa 1770 yılında Edward Waring yayınlamıştır. Bulduğu sonucu bir öğrencisi olan John Wilson'a (1741-1793) dayandırmıştır. Wilson, daha sonra matematiği bırakıp hukuk okumaya karar vermiş ve hâkim olmuştur. Waring, teoremin ispatını vermemiştir. Wilson da sonuca sayısal hesaplamalarla ulaşmıştır. Wilson teoreminin ilk ispatı Lagrange tarafından 1770 yılında yapılmıştır (Ore, 1948, s. 259).

Nadir, şu açıklamalarla Wilson teoremi kullanılarak ispat edilebilecek olan diğer bir teoreme geçmektedir:

> İlm-i a'dâdda [∗] pek meşhur ve pek mühim bir dava-i nazarî var ki, ispatı (Wilson) davasıyla müyesser olur. İşte biz de şimdi (Wilson) davasını ispat ettik; sıra bu meşhur davanın ispatına geldi. O da şudur:
>
> "$(4m + 1)$ şeklinde bulunan her aded-i aslî iki adedin murabbaları mecmuuna müsâvîdir."
>
> [∗] Frenkçe **calculer** hesâb etmek **calcul** de hesâb manasınadır. Hâlbuki **Arithmétique** kelimesine ilm-i hesâb diyoruz ki, bu yanlıştır. Bunu (ilm-i a'dâd) diye tesmiye etmek daha münasip olur (Mehmet Nadir, 1333/1917b, s. 585).

Burada Nadir'in dipnot olarak verdiği açıklama ayrıca dikkate değerdir. Bu açıklaması Nadir'in dilimize yabancı dillerden giren terimlerin hatasız kullanılmasına yani matematiksel terminolojinin doğruluğuna önem verdiğini göstermektedir.

Nadir, verdiği teoremin ispatı için gerekli olan iki teoremi ispatladıktan sonra bu teoremin de ispatını vererek makaleyi tamamlamıştır. Makalenin sonunda "mabadı var" ifadesi bulunmasına rağmen devamı yayınlanmamıştır. Bunda *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası*'nın yayına bir süre ara vermiş olması etkili olabilir.

3.1.2. Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuasında Yayınlanan Makaleler

Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası yaklaşık yedi sene aradan sonra 1924'te *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası* adı ile tekrar yayına başlamıştır. Yeni mecmua eskisinin devamı olarak düşünülmüştür. 1924-1933 yılları arasındaki yaklaşık on sene

içinde yayınlanan 96 makaleden 19 tanesi matematik alanındadır. Bu 19 matematik makalesinden 5 tanesi Mehmet Nadir'e aittir. Bu bölümde Mehmet Nadir'in *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'*nda yayınlanan 5 makalesini inceleyecek ve değerlendirmeler sunacağız.

3.1.2.1. Hoene-Wroński

Makale, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'*nda 1340 (1924) yılında Sene 2, Sayı 1'de 12-26 sayfalarında yayınlanmıştır. 15 sayfadan oluşan makalede Nadir'in, Hoene-Wroński[80] hakkında vermiş olduğu konferans metin halinde basılmıştır. Bu nedenle makale genel olarak konuşma üslubundadır.

Konferansın ve dolayısıyla da makalenin başlangıcında Nadir, uzun ama dikkat çekici ve bir o kadar da kendinden emin bir giriş yapmıştır. Makalenin konuşma biçiminde ilerlemesi daha samimi bir dil oluşturmuş, Nadir'in kendi hayatından anlattığı kesitlerle de onun hakkında daha fazla fikir edinebilmemizi sağlamıştır. Bu bağlamda özellikle makalenin giriş bölümü dikkate değerdir:

> Muhterem meslektaşlarım!
>
> Evvelemirde, söze başlar başlamaz, sizden bir şey rica edeceğim, o da şudur. İfadelerimizden zinhar, bir süm'a, gurur, enaniyet çıkarmayınız.
>
> Bir kere şuna kâilim ki, her insan, mesleği dâhilinde iktidarı ne ise – fazlasız, noksansız- bunu nev'ine -hiç olmazsa vatandaşlarına olsun- bildirmelidir.

[80] Józef Maria Hoene-Wroński (1776-1853). Polonya asıllı Fransız matematikçi.

Eserlerimizi kaç kişi okur, kaç kişi anlar? Birkaç meslektaşlarımızdan başkası için bizim yazılarımız, rumuzlarımız, kargacık burgacıktan, adeta hiyeroglif hutûtundan başka nedir? Bizler, yani riyaziyatla uğraşanlar susarsak, kimse bizi anlamaz da, tanımaz da. Bu ise doğru değildir. Hem bunun mazarratı yalnız şahsi değil, umumîdir de. Evet, çok kereler kulağımıza çalınır. Bizim "Darülfünun"dan bir mecliste bahis geçerse: "Adam sen de! Burada ilim, fen adamı yok ki…"den başlayarak boyuna palangamıza[81] asılırlar! Bunların da hakkı var. Çünkü bizim meslektaşlarımız güya ciddiyeti muhafaza için sukûtî olmayı iltizam ediyorlar. Lakin bunun çok mazarratları vardır.

İşte ben bu fikirde olduğum için kendi mesleğim dâhilinde bir mübahasede bulunmak istiyorum. Bunda fazlalık, noksanlık yoktur. Hepsi riyaziye konularıyla müspet ve müberhendir. Çünkü müsekkikane mahviyeti, mahviyet makamında kullanmak zamanı çoktan geçmiştir.

Yakın vakte kadar (ihtimal ki el-ân da devam edip gidiyor, bilmiyorum) bir memuriyet almak için, nazâretlerden birine bir arzuhal takdim eden zat behemehâl: "men gayr-i haddi ve liyakat" tabir-i abeskâranesini kullanırdı. Buna "Be adam! Mademki liyakatin, haddin yokmuş, kendin itiraf ediyorsun, ne yüzle o memuriyeti talep ediyorsun?" dense haksızlık mı olur? (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 12)

[81] Burada Nadir, dinleyicilere Mekteb-i Bahriyeden mezun oduğu için yeri geldiğinde oraya ait tabirleri kullanmaktan kendni alamadığını belirterek af dilemiştir.

Nadir, genellikle makalelerinde fazla mütevazı olmayan fakat kendini beğenmişliğe de girmeyen, kendinden emin, net ifadeler kullanmaktadır. Makalenin giriş kısmındaki açıklamalarından bunun sebebini daha iyi anlayabiliyoruz. Nadir'e göre, insan bildiğini, ne eksik ne fazla, olduğu gibi, ortaya koymalıdır. Böylece en azından kendi ülkesindeki matematikçiler birbirinin çalışmalarından haberdar olabilir ve gelişmeler de bu şekilde sağlanır. Ayrıca, Nadir, ülkede bilim adamı olmadığına dair yorumları eleştirmekte, bu yorumların önüne geçmek için matematikçilerin mütevazı olmaya çalışmak için sessiz kalmak yerine çalışmalarını duyurup başkalarını da haberdar etmeleri gerektiğini ifade etmektedir.

Nadir, makalenin ilerleyen kısımlarında vermiş olduğu problemleri Batı'daki dergilere göndererek Wrońskinin *fonction alephs* metodu dışında bir yolla çözülüp çözülmediğini öğrenmek istediğini belirtmiştir. Yalnız burada da bir uyarıda bulunmaktadır:

> … Sanmayınız ki bundan maksadım âleme meydan okumaktı. Hayır! Çünkü ta küçük yaşımda, henüz on üç on dört çağlarında iken boyumun ölçüsünü aldım, o vakitten beri cüretkârlıktan abâ ederim (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 12).

Bu ifadelerin ardından Nadir, çocukken yaşamış olduğu bir olayı anlatmaktadır.[82] 13-14 yaşlarındayken Bursa Askerî İdadisinin birinci sınıfında en başarılı öğrencidir. Hesâb dersleri o kadar ilgisini çekmektedir ki özellikle "kemmiyyât-

[82] Nadir, çocukluğunda başından geçen bir olayı anlatırken; "Zannedersem 1288 sene-i rumisinde yani bundan 52 sene kadar evveliydi" ifadesini kullanmaktadır. O sırada 13-14 yaşında olduğunu belirtmesinden Nadir'in bu konferansı verdiğinde 66 yaşında olduğunu ve 1858 senesinde doğduğunu hesaplayabiliriz. Nadir'in hayatı hakkında en kapsamlı bilgiyi veren Osman Ergin (1977), *Türk Maarif Tarihi* adlı eserinde Nadir'in doğum tarihi hakkında bilgi vermemiştir. Daha sonra bu eseri temel alarak Nadir'in hakkında derlediği bilgileri yazmış olduğunu söyleyen Erdal İnönü ise *Mehmet Nadir: Bir Bilim ve Eğitim Öncüsü* kitabında Nadir'in tahminen 1856'da doğmuş olduğunu hesaplamıştır.

ı asamm" konusu ile ilgili problemler yazıp duvara asmakta altına da "Bunu kim hallederse kölesi olacağım!" diye yazmaktadır. Bundan sadece sınıfındaki Yusuf Kenan Efendi Sultan Selim'i bu problemleri çözebildiğinden dolayı bundan hariç tutmaktadır. Bir gün okuldan bir arkadaşı, çarşıda küçük bir dükkânda baba oğul çalışan iki kişiden, 40 yaşlarında olan oğulun matematikle ilgilendiğini, Haydar Efendi adlı bu kişiye böyle bir soru yazıp gönderebileceğini söylemiştir. Nadir, biraz alaycı yaklaşsa da arkadaşının ısrarı üzerine bütün kuvvetini toplayarak zor bir soru hazırlamış, altına da cevap $\frac{1}{2}$ diye yazıp göndermiştir. Ertesi gün Haydar Efendi soruyu çözüp göndermiş ve şu notu eklemiştir:

> "Evlat! Zuhûl etmişsin; müsâvîsi $\frac{1}{2}$ değil, $\frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ dir." (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 14)

Nadir, tekrar soruyu çözdüğünde Haydar Efendi'nin çözümünün doğru olduğunu görmüş ve bu kişiye başlangıçta küçümseyerek yaklaşmasından dolayı utanmıştır. Çocukluğunda yaşadığı bu olaydan dolayı "âleme meydan okuma cüretkârlığından" kaçındığını ifade etmiştir.

Girişin ardından Nadir, neden Wroński hakkında bir konuşma yaptığını açıklamış, Wroński'nin de meşhur matematikçiler kadar önemli çalışmaları olduğu halde o kadar tanınmadığını, bu dâhinin isminin unutulmaması gerektiğini ifade etmiştir. Ardından Wroński'nin eserlerinden ilham alarak hazırlamış olduğu ve farklı dergilere gönderdiği üç problemi ve matematikçilerin bu problemlere cevaplarını vermiştir.

Bu problemlerden ilki 18 Mayıs 1923'te İstanbul'da çıkan Fransızca *Journal d'Orient*[83] dergisinde yayınlanmış olan şu sorudur:

$$X^{23} + B_1 Y^{23} = 1777 Z_1$$

$$X^{12} + B_2 Y^{12} = 1777 Z_1$$

$$X^{7} + B_3 Y^{7} = 1777 Z_1$$

$$X^{5} + B_4 Y^{5} = 1777 Z_1$$

> Evvel-emirde –hususi bir usul ile- (B)'ler için müspet veya menfi a'dâd-ı tama bulmak ve sonra bu adedlere göre manzume içinde, lâ-yuadd müspet veya menfi kıymetler verir düsturât-ı umumiye tayin eylemek matlûbdur (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 15).

Nadir, bu soruya aynı dergide Diophantos takma isimli bir kişinin cevap verdiğini, fakat bu cevabın doğru olmadığını, iki defa düzeltip yol göstermesinden sonra nihayet üçüncü defada bu şahsın doğru cevabı verebildiğini ifade etmiştir.[84]

Bu esnada, Batı'da Wroński'ye karşı büyük bir nefret olduğunu şaşkınlıkla fark etmiş ve makalesinde bunu açıkça eleştirerek Wroński'ye hak ettiği değerin verilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bunun için Wroński'ye olan nefreti açıkça belirten örnekler

---

[83] İstanbul'da yayınlanan Fransızca günlük bir gazete olan *Le Journal d'Orient* (1918–1924, 1926–1971), Albert Karasu tarafından kuruldu ve yayınlandı. Karasu (1885–1982), Selanik'te doğmuş olan Fransız bir siyaset bilimcidir (Encyclopedia of Jews in the Islamic World, 2017).

[84] Osman Ergin (1977), *Türk Maarif Tarihi* adlı eserinde, tahminimce bu olayı, biraz daha farklı olarak Haydar Niyazi'den şöyle aktarmaktadır: "Mütareke esnalarında idi. *Journal d'orient* yerli ve yabancı kim olursa olsun halli ricasıyla birkaç mesele vermişti. Tabîi bu keyfiyet İngiliz Bahriye Erkânının nazar-ı dikkatini celbetmiş, bu meseleden biri nekonoman yani araştırma usulü ile Diophantos nam-ı müstearı tahtında halledilmiş idi. Bu usulün riyaziyat nota-i nazarından bir kıymet ve ehemmiyeti olmadığı herkesçe malumdur. İşte o mevhum Diophantos'a meselenin halli hususunda takip ettiği yolun riyazî prensiple kâbil-i telif olmadığını ancak merhum Nadir bildirdi. Bilahare suret-i hallini kendisi neşretti de mağrur İngiliz Erkân-ı Harbiyesine ilmî mevcudiyetimizi ispat etmiş bulundu." (Ergin, 1977, s. 1012)

vermiştir. Bunlardan biri *Journal d'Orient* dergisindeki sorusuna cevap veren Diophantos takma isimli kişinin cevabında yer alan Wroński hakkındaki ifadeleridir. Fransızca olarak verdiği bu ifadeleri şu şekilde tercüme edebiliriz:

> Merak etmeme rağmen Wroński'nin eserlerini okumadım. Ünlü matematikçi ve filozofun kişiliği daha fazla ilgimi çekti.
>
> Çalışmalarıyla ilgili bilgi almada her zaman tereddüt etmiş olmam onun tuhaflığından kaynaklanır. (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 18)

Nadir, bu ifadeleri aktardıktan sonra "İşte benim anlamadığım bu garabettir!" (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 18) sözleriyle bu durumu eleştirmektedir.

İkinci problem, *L'Intermédiaire des Mathématiciens*[85] dergisinde 1907 senesi sayı 14 sayfa 53-54'te yayınlanmış olan problemdir. Nadir bu problemi ve bundan on beş sene sonra yani 1922 senesinde aynı derginin 122. sayfasında yayınlanmış olan Gérardin[86]'in bu soru için çözümünü vermiştir.

---

[85] 1894 yılında yayınlanmaya başlamış olan bu dergi, bilinen anlamda bir araştırma dergisi değildir. Dergiyi yöneten C.A. Laisant ve E. Lemoine, derginin ilk sayısında amaçlarını; başka ülkelerde yaşayan fakat aynı konuyla uğraşan matematikçiler arasında iletişim sağlamak, dergiye gönderilen soru ya da problemlere yine başka matematikçiler tarafından gönderilen cevapları yayınlamak ve böylece aynı alanda çalışan matematikçilere aracılık sağlamak olarak açıklamışlardır (İnönü, 1997, s. 19).

[86] André Gérardin (1883-1952), Leonard Eugene Dickson'ın muazzam eseri olan *Sayılar Teorisinin Tarihi*'nde en çok bahsedilen matematikçilerindendir. 1906'da başlayan Société Mathématique de France'ın bir üyesi olan Gérardin, şu dört yayının yapılmasını sağlamıştır:

* 1906'dan başlayarak uzun yıllar boyunca *Sphinx-Oedipe* dergisini yayınlamıştır.

* 1943-1944 yıllarında, şu anda hiçbir örneği bulunmayan *The Lettre Mathématique Circulante*'nin birkaç sayısını yayınlamıştır.

* 1944'de *Intermédiaire des Recherches Mathematics* dergisini yayınlamak için Paul Belgodère ile ortak olmuştur.

* 1948'de yayınlamaya başladığı bir sayılar teorisi dergisi olan *Diophante*'yi 1952 yılına kadar yani 69 yaşındayken ölümüne dek yayınlamıştır (Boyer C. , 2005).

Nadir'in Fransızca olarak verdiği sorusu şu şekildedir:

> Wrońsk'nin biraz değiştirip genelleştirdiğim bir yöntemini kullanarak, aşağıdaki şekilde:
>
> $$ax^m \mp cy^m \equiv 0 \pmod{M} \quad (G)$$
>
> olan kongrüanslara pozitif ve negatif tam sayılar cinsinden sonsuz sayıda çözüm bulabilirim (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 19).

Nadir, problemi yazdıktan sonra bazı uygun çözümlerini vermekte ve (G) kongrüanslarının pozitif ve negatif tam sayılı bütün çözümlerini bulmaya olanak veren daha basit bir yöntem olup olmadığını sormaktadır. Ardından Gérardin'in çözümünü vermekte fakat bu çözümü genel bir çözüm olmadığı için kabul etmemektedir.

Nihayet üçüncü problem de yine aynı tip manzume şeklinde düzenlenmiş bir problemdir. Nadir, bu problemi "1908 senesinde Nancy'de intişar eden ve riyaziye kısmı Mösyo Gérardin'in taht-ı nezaretinde bulunan *(Sphinx= œdipe)*[87] nam risale-i mevkutede" (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 22) yayınlamış olduğunu belirtmektedir. Sorunun *Sphinx= œdipe* dergisinde yayınlanan orijinal haline erişilememiştir. Nadir, makalesinde bu soruyu muhtemelen baskı hatası ile aşağıdaki şekilde vermiştir (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 22):

$$az^{17} = +^1 - 8999f$$

$$bz^5 = +^7 - 8999g$$

Nadir, Gérardin'in adı geçen kısımda bir dipnot vererek, eserlerinden dolayı çok seneler önce samimi olduklarını ve birbirlerine fotoğraflarını da göndererek samimiyetlerini artırdıklarını belirtmiştir.

[87] Sphinx-Oedipe 1906-1923 yılları arasında Gérardin tarafından Nancy'de yayınlanan Fransızca bir matematik dergisidir (WorldCat, 2017).

Nadir, savaş dolayısıyla dergileri elde edemediğini fakat Gérardin'in bir önceki çözümünden bu sorunun da çözümsüz kaldığını tahmin ettiğini belirtmiştir.

Nadir, problemlerin ardından Wroński'nin matematik tarihindeki yeri üzerine bazı değerlendirmelerde bulunmuştur:

> Wroński, dördüncü dereceden yukarı olan muâdelâtın –cebrî olarak- hallini bulduğunu iddia ediyor. Ve bunun yalnız ulûm-u riyaziye kavâidiyle değil felsefe-i riyaziye ianesiyle mümkün olduğunu söylüyor. Ve bunu da birçok misallerle tatbik ediyor.
>
> Mesela beşinci dereceden bir muâdeleyi, birinci ile dördüncü dereceden veyahut ikinci ile üçüncü dereceden olmak üzere iki madruba tefrik ederek, bunların hallerini cebrî bir şekle koyuyor. Sair dereceden olanları da bu veçheyle münasip iki madruba veyahut daha fazla madrublara bi't-tefrik hallediyor.
>
> Vakıa, (Abel), dördüncü dereceden yukarı muâdelenin cebrî olarak halledilemeyeceğini ispat etmiş ise de, (Wroński) de bunun yalnız riyaziye vasıtasıyla hallinin mümkün olmadığını fakat felsefe-i riyaziye ile yani (La méthode Téléologique) vasıtasıyla hallini bulduğunu iddia ediyor.[88]

---

[88] Nadir'in bu değerlendirmeleriyle çok paralel bir değerlendirme de Pragacz (2007) tarafından yapılmıştır: "1812'de Wroński bütün derecelerden denklemlerin çözümleri hakkında bir makale yayınlar. Öyle görünüyor ki bu makale olmasaydı Wroński'nin bilimdeki yeri çok daha iyi anlaşılacaktı. Bu makalede Wroński, herhangi dereceden bir denklemin çözümünü bulmak için cebirsel bir metod geliştirdiğini savunuyordu. Ancak 1799'dan beri Ruffini'nin derecesi 4'den büyük denklemlerin kökler

> Haydi, farz edelim ki, bu zat mani getirerek pek ileri gitmiş ve bunu muamma tarzında yazarak ilan etmiş olsun. Fakat sair birçok usuller, prensipler meydana koymuştur ki, ben bu dâhinin âsârının onda birine mâlik olmadığım halde – pek çok istifadeler ettim. İz'an-ı cümle yukarıdaki manzume-i muâdelâtın, daha doğrusu manzume-i müteâdelâtın tertip ve tanıtımlarını ve düsturât-ı umumîlerini bularak bunlar vasıtasıyla lâ-yuadd halleri bulmaya muvaffak oldum (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 22-23).

Nadir, bu tip problemlerden birini de Landau'ya gönderdiğini problemi vermeksizin şu şekilde aktarmaktadır:

> Muharebe henüz başlamış idi; bu misallerden birini Almanya'nın(Göttingen) Darülfününu nazariye-i alyâ müderrisi meşhur: C. Landau cenaplarına göndermiş idim. Bu zat, nazariye-i a'dâd ilminde, hemen küre-i arzın her tarafında teferrüd etmekle benam bir mütebahhirdir. Kendisinden aldığım cevapname, ne kadar hakikatpereskâranedir. (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 24)

---

cinsinden çözülmesinin imkânsız olduğunu ispatladığına inanılıyordu. (Ruffini'nin – bugün temelde doğru olduğu kabul edilen – ispatı o zamanlar tartışmalıydı ve matematik dünyası bu ispatı ancak 1824'te Abel yayınladıktan sonra kabul etti.) Yani Wroński, Ruffini–Abel teoremini sorgulamış mıydı? Ya da bu teoremi bilmiyor muydu? Daha sonraki yıllarda olduğu gibi aslında Wroński matematiksel literatürü sistematik bir şekilde taramamıştı. 19.yy'ın ilk on yılında matematiğe yapılan temel katkılara göz atmıştı. Anlaşılması zor olsa da, teksirleri ve hesaplamaları dikkatle incelendiğinde görünen o ki, Wroński'nin metodu hatanın keyfi derecede küçük yapılabildiği yaklaşık sonuçlar veriyor." (Pragacz, 2007)

Nadir, Landau'nun, Diophantos denklemi hakkında bilgisinin olmadığına dair cevabını yine Fransızca olarak vermiştir.

Nadir, tüm anlattıklarından sonra aradığı şeyi şu şekilde özetlemiştir:

> Wroński'nin metotlarından başka bir usul ve kaide ile malum olarak manzume-i müteâdiller veya onlardan yalnız bir müteâdil halledilir mi edilmez mi? (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 25)

Makalenin sonunda ise bu tarzda iki problem vererek, bunların çözümlerinin Wroński'nin metodu dışında bir yolla yapılıp yapılamayacağını sormuştur.

Birinci problem:

$$2x^2 - 41y^2 \equiv 0 \pmod{M}$$

> Bu müteâdil için evvel-emirde münasip ve (30000) adedinden a'zam gayr-i aslî yani mürekkep bir modülü bulduktan sonra müspet ve menfi lâ-yuadd cezr-i tâmme verecek düsturât-ı umumiyeyi ihzâr etmek matlûbdur. Bir de mürekkep modülün madrûbatı meyanında murabba-i tam hiçbir aded bulunmayacak mıdır? (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 25)

İkinci problem:

$$7x^5 + 2x^3 + 11x + 10 \equiv 0 \pmod{M}$$

> Bu müteâdilin de modülü tayin edildikten sonra cezrlerini (a'dâd-ı tama olarak) bulmak matlûbdur. (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 25)

Bu soruların ardından Nadir, kısa ama cesaretlendirici bir notla soruların çözümünü vatandaşlarımızdan beklediğini ifade etmiştir:

> Bu gibi müteâdelât henüz memleketimizde sorulmamış idi çünkü buna göre fennî bir risale bizde yoktu.
>
> Bu müteâdelât, birçok yerlere sormuş ve kimse tarafından lâyık-ı veçhe ile halledilmemiştir? Ben bizim vatandaşlarımızdan ümidimi kesmedim. Çünkü yukarıda size bir münzevi Haydar Efendi meselesini anlatmış idim. Kim bilir? Köşede, bucakta münzevi bir zat çıkar da bunları hallediverir (Mehmet Nadir, 1340/1924a, s. 25-26).

Nadir'in bu ifadelerinden bu dönemde ülkemizde bu konularla ilgili yayın yapılmadığını ve bu konularla uğraşan da pek fazla kişi olmadığını anlayabiliyoruz. Fakat Nadir, sadece akademik camiadan değil ülkenin herhangi adı duyulmamış bir vatandaşının da bu sorulara cevap verebileceği ümidini ifade etmektedir.

3.1.2.2. Nazariyye-i A'dâda Dair

Makale, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'*nda 1341 (1925) yılında Sene 2, Sayı 3'te 178-183 sayfalarında yayınlanmıştır[89]. 6 sayfadan oluşan makalede, A. Boutin[90]'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde 1897'de yayınlanan

[89] Bu makaleyi Erdal İnönü kitabında "Sayılar Teorisi Hakkında" başlığı altında günümüz Türkçesi ile sadeleştirerek vermiştir (İnönü, 1997, s. 97-103).

[90] 1900'lü yılların başında bir grup matematikçi *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde özel tipte bazı Diophantos denklemlerinin çözümü hakkında yazışmaya başlamışlardır. A. Cunningham, E.B. Escott, A. Gérardin, H.J. Woodall, A. Boutin, H. Brocard, J. Rose, E. Biot ve Mehmet Nadir bu grupta yazışan matematikçilerdir. Bunların pek çoğu meşhur matematikçiler olmasa da sayılar teorisiyle ilgilenmiş ve bazı katkılar yapmışlardır. L.E. Dickson, "History of the Theory of Numbers" adlı kitabının önsözünde (Preface, Vol. 1, Nov. 1918), "kitabın ilk nüshalarını okuduktan sonra yaptıkları çeşitli uyarılarla, metinde birçok düzeltme sağladıkları için, aşağıdaki sayılar teorisi uzmanlarına minnettarım" diyerek, A. Cunningham, E.B. Escott, A. Gérardin, H.J. Woodall isimlerini saymaktadır (İnönü, 1997, s. 20).

sorusuna yine aynı derginin 1908 senesinde yayınlanan sayısında Nadir'in yapmış olduğu çözüm ele alınmıştır. Bu soru ve çözümü, küçük değişikliklerle, Nadir'in *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabının 233-237 sayfaları arasında da yayınlanmıştır.

Nadir, problemi vermeden önce bir sayfa kadar konuya giriş yapmıştır. Nadir'in makalelerindeki özellikle bu giriş kısımları ve verdiği bazı dipnotlar, bize Nadir'in karakteri, matematiğe bakış açısı, kendisini matematik dünyasında nerede ve nasıl konumlandırdığı, başka matematikçiler ve çalışmaları hakkındaki görüşleri gibi pek çok konuda fikir vermektedir. Bu bağlamda, giriş mahiyetinde yazılmış olan bu kısım ayrıca ele alınmaya değerdir.

Nadir, öncelikle A. Boutin'in sorusunun ve bu soruya kendisinin verdiği cevabın yayınlanmış olduğu *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisini tanıtarak başlamıştır:

> *(L'Intermédiaire des Mathématiciens – vasıta-i riyaziyyun)* namında mâhi bir risale (1892) senesinden beri neşredilmektedir. Bu risale sualli, cevaplıdır. Dünyanın her tarafına yayılan bu risaleye – her medeni memleketin riyaziyunu tarafından – sualler gönderilir; cevapları da muahharren çıkacak numaralarda, bazen çabuk bazen de seneler geçtikten sonra, mütehassısları tarafından verilir (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 178).

Burada Nadir, kısaca dergi hakkında tanıtıcı bilgiler vermektedir. Ayrıca ifadelerinden kendisini "her medeni memleketin riyaziyunu" arasında gördüğünü, üstelik de kendisini "haklı olarak" bu dergiye soru ve cevap gönderen "mütehassıslar" içinde konumlandırdığını rahatlıkla anlayabiliyoruz. Bu dergide, yaşadığı dönemde sayılar teorisi ile uğraşan pek çok ismin soru ve cevapları da yer almaktadır. Nadir'in

kendi yaşadığı topraklarda kendisinden başka sayılar teorisiyle uğraşan hemen hemen hiç kimse olmamasına rağmen, Batı ile aynı anda aynı meselelerle uğraşabiliyor olması dikkate değerdir. Üstelik Nadir, Batı matematikçilerine alana ait sorular yöneltebilecek ve sorulan sorulara cevap gönderebilecek düzeyde bir katılım sağlamaktadır.

Nadir, giriş paragrafının ardından, bu dergiye yaptığı katkıları kendisi şöyle ifade etmiştir:

> Benim de bu risalede pek çok âsârım vardır. Hatta (1907) senesinden Harb-i Umumî başlangıcına kadar intişar eden yedi senelik nüshalarının hemen hemen hepsinde, müteaddit meselelerim mevcuttur (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 178).

Bu ilgi çekici girişin ardından, okuyucuyu daha da meraklandırmayı başaran üslubuyla bu soruyla nasıl karşılaştığını ve çözdüğünü anlatarak devam etmiştir:

> 1908 senesinde idi; bir gün bu risalenin birinci numarasından başlayarak (nazariyye-i a'dâd)a dair tesadüf ettiğim meselelere, sırasıyla işaret etmekte idim. Maksadım bu mesaili hallederek bir koleksiyon vücuda getirmek idi.
>
> (1897) senesine ait bu risalenin birinci numarasında bir meseleye tesadüf ettim ki, serapa meçhulata bürünmüş olduğundan halliyle uğraşmayı abes görerek, bunu işaret etmekten vaz geçtim; çünkü hallinden ümitvar değildim.
>
> Bundan sonra, risalenin her numarasını -sırasıyla- yine karıştırmaya devam ettim. (1906) senesindeki numaraların birinde yine o ma'hûd

> serapa meçhulat içindeki meselenin -mükerrer olarak - tab'ını görünce işe ehemmiyet verdim: meselenin halliyle uğraşmaya başladım.
>
> Yukarıda beyan etmiş olduğum gibi, bu mesele ile iştigalim (1908) senesinde idi. İşte o senenin neşredilen onuncu nüshasında meselenin halli (Mehmet Nadir) imzası altında görüldü.
>
> İşte tam on iki sene, cihanın her tarafına yayılıp kimsenin halline muvaffak olamadığı bu meseleyi fakir halletmiştir (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 178).

Nadir, on iki sene içinde iki kez dergide yayınlanmış olmasına rağmen çözülemeyen bu problemi çözmüş olmanın haklı gururunu ifade etmektedir.

Bu girişten sonra Nadir, soru ve çözümüne geçmiştir. Soruda her birinin üssü farklı dört terimli bir kongrüansın çözümleri istenmektedir. Nadir'in Fransızca olarak verdiği A. Boutin'in sorusunu yine kendi kitabında vermiş olduğu tercümesi ile ele alalım:

> **Mesele:** Müspet n aded-i tamı müstakil olmak, yani istenilen aded-i tamı irae etmek şartıyla âtîdeki müteâdilin hâlli ve buna dair misaller ibraz edilmesi mümkün müdür? (Mehmet Nadir, 1341/1925b, s. 179)

$$a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} + c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \ (muaddil\ p)$$

Bu denklem günümüzde bile gören her matematikçiyi heyecanlandırabilecek niteliktedir ve çözümünün yapılması modern sayılar teorisinde bile uğraşılabilecek düzeydedir. Nadir, kongrüansın çözülebilir olduğunu özel bir sayısal çözüm yaparak

göstermektedir. Soruda çok fazla değişken olmasının yanında kongrüansın iki parçaya ayrılmadan çözülmesinin istenmesi soruyu daha da karmaşık hale getirmiştir. Nadir, Fermat'ın $n^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ teoremini kullanarak soruya çok zarif ve basit bir çözüm getirmiştir. Sorunun çözümünü sadeleştirerek ve kısaltarak verelim:

$$a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} + c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \pmod{p}$$

ifadesinde a, b, c, d, p asal sayılar ve p en büyükleri olmak üzere α sayıları pozitif ve sıfır değil, β herhangi tamsayı olmak üzere; $a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} \equiv 0$ ve $c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \pmod{p}$ şeklinde iki parçaya bölünmemesi şartı ile kongrüansı sağlayan çözümler aranıyor.

$p = 41$ ve $a = 2$ olsun.

$$2^{\alpha n+\beta} = (2^{\alpha n}.2^{\beta})$$

$$(2^{\alpha} \equiv 1)^n \pmod{41}$$

b, c, d sayıları için $3, 7, 11$ alalım:

$$2^{\alpha n+\beta} + 3^{\alpha' n+\beta'} + 7^{\alpha'' n+\beta''} + 11^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \pmod{41}$$

$$(2^{\alpha})^n.2^{\beta} + (3^{\alpha'})^n.3^{\beta'} + (7^{\alpha''})^n.7^{\beta''} + (11^{\alpha'''})^n.11^{\beta'''} \equiv 0 \pmod{41}$$

Burada n bağımsız olduğu için $2^{\alpha}, 3^{\alpha'}, 7^{\alpha''}, 11^{\alpha'''}$ kuvvetlerinde, bunları $mod\ 41$'e göre 1'e eşit yapacak olan $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ değerlerini belirleyelim:

$$(2^{20})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

$$(3^{8})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

$$(7^{40})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

$$(11^{40})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

$$\alpha = 20, \qquad \alpha' = 8, \qquad \alpha'' = 40, \qquad \alpha''' = 40$$

Şimdi hesaplanması gereken sadece $2^{\beta}, 3^{\beta'}, 7^{\beta''}, 11^{\beta'''}$ kaldı.

$$2^{\beta} \equiv 2^{19} \equiv 21 \pmod{41}$$

$$3^{\beta'} \equiv 3^{2} \equiv 9 \pmod{41}$$

$$7^{\beta''} \equiv 7^{2} \equiv 8 \pmod{41}$$

$$11^{\beta'''} \equiv 11^{5} \equiv 3 \pmod{41}$$

$$21 + 9 + 8 + 3 = 41$$

$$2^{20n+19} + 3^{8n+2} + 7^{40n+2} + 11^{40n+5} \equiv 0 \pmod{41}$$

Çözüme bakıldığında, Nadir'in kafasında, adeta bilgisayarlar gibi, sayılarla hızlıca oynayabiliyor olduğu hissedilmektedir ve bu zor probleme yapmış olduğu çözümden anlaşılıyor ki büyük bir zekâya şahitlik etmekteyiz. Nadir, burada sadece Fermat teoremi ve basit bazı modüler aritmetik kurallarından faydalanarak 10 yıldan fazla zamandır çözümsüz kalan bu probleme zarif bir çözüm sağlamıştır.

Nadir'in soru için *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanmış olan çözümü aşağıdadır (Laisant & Lemoine, 1908, s. 224):

973. (1897, 6; 1906, 162) (A. Boutin). — *Congruence* (1908, 103).
— Voici quelques solutions, quelle que soit l'entrée n, pour la congruence proposée :

$$7^{26n+4} + 13^{-13n+2} + 17^{-26n+12} + 23^{-4n+2} \equiv 0 \pmod{53},$$
$$2^{5n+3} + 5^{3n+1} + 11^{-30n+2} + 13^{-30n+19} \equiv 0 \pmod{31},$$
$$2^{9n+4} + 7^{24n+6} + 19^{36n+5} + 43^{24n+12} \equiv 0 \pmod{73},$$
$$2^{36n+10} + 3^{27n+8} + 5^{27n+6} + 7^{27n+1} \equiv 0 \pmod{109},$$

et ainsi de suite.

Ces congruences ne peuvent se partager en deux autres.

Mehmed-Nadir (Alep).

L'Intermédiaire des Mathématiciens dergisinde genellikle fazla teferruata girilmeden kısaca soru ve cevaplar yayınlanmaktadır. Nadir de gönderdiği cevapta, çözüme nasıl ulaştığına dair açıklama yapmadan, kongrüansı sağlayan 4 örnek çözümü listelemekle yetinmiştir. Bu çözümlere nasıl ulaştığını *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'*nda yayınlanmış olan bu makalesinden anlayabiliyoruz. Nadir'in metodunu daha açık hale getirmek üzere, kongrüansı sağlayan farklı çözümler tarafımızdan yapılarak aşağıda verilmiştir:

$$a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} + c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \ (mod\ p)$$

a, b, c, d, p en büyükleri p olmak üzere birbirinden farklı asal sayılar, $\alpha_i \in \mathbb{Z}^+$, $\beta \in \mathbb{Z}$ olmak üzere ve kongrüans $a^{\alpha n+\beta} + b^{\alpha' n+\beta'} \equiv 0$ ve $c^{\alpha'' n+\beta''} + d^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \ (mod\ p)$ şeklinde ikiye bölünmemek şartıyla yukarıdaki kongrüansın herhangi n tamsayısı için çözümleri istenmektedir.

Fermat teoreminden:

$$n^{p-1} \equiv 1 \ \ (mod\ p)$$

olduğu biliniyor. Öyle ise;

$$n, n^2, n^3, \dots, n^{p-1}$$

kuvvetleri p asal sayısına bölünürse en az birinde mutlaka kalan $+1$'e eşit olur.

$$1 \leq m \leq p-1$$

olacak şekilde en küçük m değerini bulalım ki

$$n^m \equiv 1 \pmod{p}$$

olsun[91]. Böyle bir m değeri muhakkak $p-1$'i böler.

$$m \mid p-1$$

Zira bölmezse;

$$0 < r < m \leq p-1$$

olmak üzere;

$$p-1 = mk + r$$

olur (Euclid algoritması) ve k bu özelliğe sahip en küçük sayı olmak üzere;

$$1 \equiv n^{p-1} \equiv n^{mk+r} \equiv \underbrace{(n^m)}_{\equiv 1}{}^k . n^r \equiv n^r \qquad (1 < r < k)$$

[91]Aslında burada n'nin p modülüne göre eksponenti aranmaktadır. m bir pozitif tamsayı, $a \in \mathbb{Z}$ ve $(a, m) = 1$ olsun. $a^\gamma \equiv 1 (mod m)$ koşulunu gerçekleyen en küçük pozitif γ tamsayısına a'nın m modülüne göre eksponenti (mertebesi) adı verilir ve $eks_m a = \gamma$ seklinde gösterilir. Bu koşulu gerçekleyen γ'lar vardır. Çünkü $\gamma = \varphi(m)$ için Euler teoremine göre $a^{\varphi(m)} \equiv 1$'dir (Erdoğan & Yılmaz, 2008, s. 52).

Dolayısıyla $n^m \equiv 1 \pmod{p}$ denkleminde m'yi bulurken vakitten tasarruf ve kolaylık için $(p-1)$'in bölenlerine bakılır.

Özetle, n, p'yi bölmeyen herhangi bir tam sayı olmak üzere, 1'den başlanarak $(p-1)$'e kadar kuvvetleri alındığında, $(p-1)$'in bölenlerinden biri üs olmak üzere, mutlaka 1'e eşit kalan verir.

Örnek 1: Mod olan $p = 41$ ve a, b, c, d asalları da sırasıyla $2, 3, 5, 7$ olsun.[92] Bu durumda denklem:

$$2^{\alpha n+\beta} + 3^{\alpha' n+\beta'} + 5^{\alpha'' n+\beta''} + 7^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \pmod{41}$$

$$(2^{\alpha})^n . 2^{\beta} + (3^{\alpha'})^n . 3^{\beta'} + (5^{\alpha''})^n . 5^{\beta''} + (7^{\alpha'''})^n . 7^{\beta'''} \equiv 0 \pmod{41}$$

olacaktır. n keyfi olduğu için $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ değerlerinin $2^{\alpha} \equiv 3^{\alpha'} \equiv 5^{\alpha''} \equiv 7^{\alpha'''} \equiv 1 \pmod{41}$ olacak şekilde seçilmesi zorunludur. Böyle seçildiğinde denklem

$$2^{\beta} + 3^{\beta'} + 5^{\beta''} + 7^{\beta'''} \equiv 0 \pmod{41}$$

haline gelir.

Kolaylık sağlaması için mod olan 41'in katlarını yazalım:

$$41, 82, 123, 164, 205, 246, 287, 328, \ldots$$

2^{α}'yı bulmak için 2'nin kuvvetlerinin 41'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$2^1 \equiv 2 \pmod{41}$$

[92] Burada a, b, c, d asalları p modülünü geçmeyecek şekilde istenildiği gibi seçilebilir. p modülü de istenildiği gibi seçilmekle beraber Nadir genelde p modülünü $(31, 41, 53, 73, 109)$ seçerken, $(p-1)$'in $(30, 40, 52, 72, 108)$ çok çarpanı olmasına dikkat etmiş görünüyor.

$$2^2 \equiv 4 \pmod{41}$$

$$2^3 \equiv 8 \pmod{41}$$

$$2^4 \equiv 16 \pmod{41}$$

$$2^5 \equiv 32 \pmod{41}$$

$$2^6 \equiv 23 \pmod{41}$$

$$2^7 \equiv 5 \pmod{41}$$

$$2^8 \equiv 10 \pmod{41}$$

$$2^9 \equiv 20 \pmod{41}$$

$$2^{10} \equiv 40 \equiv -1 \pmod{41}$$

$$2^{20} \equiv 1 \pmod{41}$$

2^{20}, $(mod\ 41)$'e göre 1 kalanını vermektedir. Burdan:

$$(2^{20})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

olur. Bu defa $3^{\alpha'}$'yı bulmak için 3'ün kuvvetlerinin 41'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$3^1 \equiv 3 \pmod{41}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{41}$$

$$3^3 \equiv 27 \pmod{41}$$

$$3^4 \equiv 40 \equiv -1 \pmod{41}$$

$$3^8 \equiv 1 \pmod{41}$$

Buradan:

$$(3^8)^n \equiv 1 \pmod{41}$$

olur. $5^{\alpha''}$'yı bulmak için 5'in kuvvetlerinin 41'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$5^1 \equiv 5 \pmod{41}$$

$$5^2 \equiv 25 \pmod{41}$$

$$5^3 \equiv 2 \pmod{41}$$

$$5^4 \equiv 10 \pmod{41}$$

$$5^5 \equiv 9 \pmod{41}$$

$$5^6 \equiv 4 \pmod{41}$$

$$5^7 \equiv 20 \pmod{41}$$

$$5^8 \equiv 18 \pmod{41}$$

$$5^9 \equiv 8 \pmod{41}$$

$$5^{10} \equiv -1 \pmod{41}$$

$$5^{20} \equiv 1 \pmod{41}$$

Buradan:

$$(5^{20})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

olur. Son olarak, $7^{\alpha'''}$'yı bulmak için 7'nin kuvvetlerinin 41'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$7^1 \equiv 7 \pmod{41}$$

$$7^2 \equiv 8 \pmod{41}$$

$$7^3 \equiv 15 \pmod{41}$$

$$7^4 \equiv 23 \pmod{41}$$

$$7^5 \equiv 38 \pmod{41}$$

$$7^6 \equiv 20 \pmod{41}$$

$$7^7 \equiv 17 \pmod{41}$$

$$7^8 \equiv 37 \pmod{41}$$

$$7^9 \equiv 13 \pmod{41}$$

$$7^{10} \equiv 9 \pmod{41}$$

$$7^{11} \equiv 22 \pmod{41}$$

$$7^{12} \equiv 31 \pmod{41}$$

$$7^{13} \equiv 12 \pmod{41}$$

$$7^{14} \equiv 2 \pmod{41}$$

$$7^{15} \equiv 14 \pmod{41}$$

$$7^{16} \equiv 16 \pmod{41}$$

$$7^{17} \equiv 30 \pmod{41}$$

$$7^{18} \equiv 5 \pmod{41}$$

$$7^{19} \equiv 35 \pmod{41}$$

$$7^{20} \equiv -1 \pmod{41}$$

$$7^{40} \equiv 1 \pmod{41}$$

Buradan:

$$(7^{40})^n \equiv 1 \pmod{41}$$

olur.

Geriye sadece hesaplanması gereken $2^{\beta} + 3^{\beta'} + 5^{\beta''} + 7^{\beta'''} \equiv 0$ olacak şekilde $2^{\beta}, 3^{\beta'}, 5^{\beta''}, 7^{\beta'''}$ değerleri kaldı kaldı.

$$2^{\beta} \equiv 2^1 \equiv 2 \pmod{41}$$

$$3^{\beta'} \equiv 3^2 \equiv 9 \pmod{41}$$

$$5^{\beta''} \equiv 5^2 \equiv 25 \pmod{41}$$

$$7^{\beta'''} \equiv 7^{18} \equiv 5 \pmod{41}$$

$$2 + 9 + 25 + 5 = 41 \equiv 0 \pmod{41}$$

Bulunan tüm değerleri kongrüansta yerine yazdığımızda:

$$2^{20n+1} + 3^{8n+2} + 5^{20n+2} + 7^{40n+18} \equiv 0 \pmod{41}$$

çözümü elde edilmiş olur[93]. Bundan başka çözümler de bulunabilir. Farklı çözümlerden bazıları şunlardır:

$$2^{20n+4} + 3^{8n+4} + 5^{20n+9} + 7^{40n+17} \equiv 0 \ \ (mod\ 41)$$

$$2^{20n+3} + 3^{8n+3} + 5^{20n+5} + 7^{40n+5} \equiv 0 \ \ (mod\ 41)$$

Daha iyi anlaşılması için farklı bir örnek daha yapalım:

Örnek 2: Mod olan $p = 43$ ve a, b, c, d asalları da sırasıyla $3, 5, 7, 11$ olsun. Bu durumda denklem:

$$3^{\alpha n+\beta} + 5^{\alpha' n+\beta'} + 7^{\alpha'' n+\beta''} + 11^{\alpha''' n+\beta'''} \equiv 0 \ \ (mod\ 43)$$

$$(3^{\alpha})^{n}.3^{\beta} + (5^{\alpha'})^{n}.5^{\beta'} + (7^{\alpha''})^{n}.7^{\beta''} + (11^{\alpha'''})^{n}.11^{\beta'''} \equiv 0 \ \ (mod\ 43)$$

olacaktır. n keyfi olduğu için $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ değerlerinin $3^{\alpha} \equiv 5^{\alpha'} \equiv 7^{\alpha''} \equiv 11^{\alpha'''} \equiv 1 \ \ (mod\ 43)$ olacak şekilde seçilmesi zorunludur. Böyle seçildiğinde denklem

$$3^{\beta} + 5^{\beta'} + 7^{\beta''} + 11^{\beta'''} \equiv 0 \ \ (mod\ 43)$$

haline gelir.

Kolaylık sağlaması için mod olan 43'ün katlarını yazalım:

$$43, 86, 129, 172, 215, 258, 301, \ldots$$

3^{α}'yı bulmak için 3'ün kuvvetlerinin 43'e bölümünden kalanları listeleyelim:

---

[93] Aslında burada Nadir'in atlamış olduğu bir nokta var. $2^{\alpha} \equiv 3^{\alpha'} \equiv 5^{\alpha''} \equiv 7^{\alpha'''} \equiv -1 \ \ (mod\ 41)$ alındığında sonuca daha erken ulaşılabilmektedir. Bu durumda $2^{10n+1} + 3^{4n+2} + 5^{10n+2} + 7^{20n+18} \equiv 0 \ \ (mod\ 41)$ da bir çözüm olur.

$$3^1 \equiv 3 \pmod{43}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{43}$$

$$3^3 \equiv 27 \pmod{43}$$

$$3^4 \equiv 38 \pmod{43}$$

$$3^5 \equiv 28 \pmod{43}$$

$$3^6 \equiv -2 \pmod{43}$$

$$3^7 \equiv -6 \pmod{43}$$

$$3^8 \equiv 25 \pmod{43}$$

$$3^9 \equiv 32 \pmod{43}$$

$$3^{10} \equiv 10 \pmod{43}$$

$$3^{11} \equiv 30 \pmod{43}$$

$$3^{12} \equiv 4 \pmod{43}$$

$$3^{13} \equiv 12 \pmod{43}$$

$$3^{14} \equiv 36 \pmod{43}$$

$$3^{15} \equiv 22 \pmod{43}$$

$$3^{16} \equiv 23 \pmod{43}$$

$$3^{17} \equiv 26 \pmod{43}$$

$$3^{18} \equiv 35 \pmod{43}$$

$$3^{19} \equiv 19 \pmod{43}$$

$$3^{20} \equiv 14 \pmod{43}$$

$$3^{21} \equiv -1 \pmod{43}$$

$$3^{22} \equiv -3 \pmod{43}$$

$$3^{23} \equiv -9 \pmod{43}$$

$$3^{24} \equiv 16 \pmod{43}$$

$$3^{25} \equiv 5 \pmod{43}$$

$$3^{26} \equiv 15 \pmod{43}$$

$$3^{27} \equiv 2 \pmod{43}$$

$$3^{28} \equiv 6 \pmod{43}$$

$$3^{29} \equiv 18 \pmod{43}$$

$$3^{30} \equiv 11 \pmod{43}$$

$$3^{31} \equiv 33 \pmod{43}$$

$$3^{32} \equiv 13 \pmod{43}$$

$$3^{33} \equiv 39 \pmod{43}$$

$$3^{34} \equiv 31 \pmod{43}$$

$$3^{35} \equiv 7 \pmod{43}$$

$$3^{36} \equiv 21 \pmod{43}$$

$$3^{37} \equiv 20 \pmod{43}$$

$$3^{38} \equiv 17 \pmod{43}$$

$$3^{39} \equiv 8 \pmod{43}$$

$$3^{40} \equiv 24 \pmod{43}$$

$$3^{41} \equiv 29 \pmod{43}$$

$$3^{42} \equiv 87 \equiv 1 \pmod{43}$$

Buradan:

$$(3^{42})^n \equiv 1 \pmod{43}$$

olur. Şimdi $5^{\alpha'}$'yı bulmak için 5'in kuvvetlerinin 43'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$5^1 \equiv 5 \pmod{43}$$

$$5^2 \equiv 25 \pmod{43}$$

$$5^3 \equiv 39 \pmod{43}$$

$$5^4 \equiv 23 \pmod{43}$$

$$5^5 \equiv 29 \pmod{43}$$

$$5^6 \equiv 16 \pmod{43}$$

$$5^7 \equiv 37 \pmod{43}$$

$$5^8 \equiv 13 \pmod{43}$$

$$5^9 \equiv 22 \pmod{43}$$

$$5^{10} \equiv 24 \pmod{43}$$

$$5^{11} \equiv 34 \pmod{43}$$

$$5^{12} \equiv 41 \pmod{43}$$

$$5^{13} \equiv 33 \pmod{43}$$

$$5^{14} \equiv 36 \pmod{43}$$

$$5^{15} \equiv 8 \pmod{43}$$

$$5^{16} \equiv 40 \pmod{43}$$

$$5^{17} \equiv 28 \pmod{43}$$

$$5^{18} \equiv 11 \pmod{43}$$

$$5^{19} \equiv 12 \pmod{43}$$

$$5^{20} \equiv 17 \pmod{43}$$

$$5^{21} \equiv -1 \pmod{43}$$

$$5^{42} \equiv 1 \pmod{43}$$

Buradan:

$$(5^{21})^n \equiv 1 \pmod{43}$$

olur. Şimdi de $7^{\alpha''}$'yı bulmak için 7'nin kuvvetlerinin 43'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$7^1 \equiv 7 \pmod{43}$$

$$7^2 \equiv 6 \pmod{43}$$

$$7^3 \equiv -1 \pmod{43}$$

$$7^6 \equiv 1 \pmod{43}$$

Buradan:

$$(7^6)^n \equiv 1 \pmod{43}$$

olur. Şimdi de $11^{\alpha'''}$'yı bulmak için 11'in kuvvetlerinin 43'e bölümünden kalanları listeleyelim:

$$11^1 \equiv 11 \pmod{43}$$

$$11^2 \equiv 35 \pmod{43}$$

$$11^3 \equiv 41 \pmod{43}$$

$$11^4 \equiv 21 \pmod{43}$$

$$11^5 \equiv 16 \pmod{43}$$

$$11^6 \equiv 4 \pmod{43}$$

$$11^7 \equiv 44 \equiv 1 \pmod{43}$$

Buradan:

$$(11^7)^n \equiv 1 \pmod{43}$$

olur.

$3^{\beta}, 5^{\beta'}, 7^{\beta''}, 11^{\beta'''}$ değerlerini de hesaplayalım:

$$3^{\beta} \equiv 3^{36} \equiv 21 \pmod{43}$$

$$5^{\beta'} \equiv 5^{19} \equiv 12 \pmod{43}$$

$$7^{\beta''} \equiv 7^{2} \equiv 6 \pmod{43}$$

$$11^{\beta'''} \equiv 11^{6} \equiv 4 \pmod{43}$$

$$21 + 12 + 6 + 4 = 43 \equiv 0 \pmod{43}$$

Bulunan tüm değerleri kongrüansta yerine yazdığımızda:

$$3^{42n+11} + 5^{42n+19} + 7^{6n+2} + 11^{7n+6} \equiv 0 \pmod{43}$$

çözümü elde edilmiş olur. Başka bir çözüm de:

$$3^{42n+14} + 5^{42n+15} + 7^{6n+1} + 11^{7n+5} \equiv 0 \pmod{43}$$

Açıklayıcı olması amacıyla işlemler çok teferruatlı bir şekilde yazıldığı için çözüm uzun görünmektedir fakat anlaşılması basit ve uygulanabilirlik açısından da gayet kolaydır. Bu şekilde denklemi sağlayan birçok farklı çözüm bulunabilir. Biz burada denkleme Nadir'in yapmış olduğu çözüm yöntemini incelediğimiz için denklemin farklı bir usülle çözülmesi meselesini sayılar teorisi alanında çalışan matematikçilere bırakıp bununla iktifa edelim.

3.1.2.3. Planude'ün İki Mesele-i Meşhuresi

Makale, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'*nda 1341 (1925) yılında Sene 3, Sayı 1'de 33-38 sayfalarında yayınlanmıştır. 6 sayfadan oluşan makalede, Nadir, Planude[94] meseleleri adıyla meşhur olduğunu ifade ettiği iki problem ve çözümünü ele almıştır. Bu problemler, Maximus Planudes (1260-1310) adlı bir matematikçinin çözüm yolunu açıklamaksızın cevabını vermiş olduğu iki meşhur problemidir. Nadir, bu soruların *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisine gönderilerek çözümünün istendiğini, kendisi ve başka birkaç matematikçinin soruları muhtelif yollardan çözerek dergiye gönderdiklerini ifade etmektedir:

> **İhtar:** Bu meseleler bundan takriben yirmi sene kadar evvel *L'Intermédiaire des Mathématiciens* risale-i riyaziyesine halledilmek üzere verilmiş idi. Bunları benimle beraber, bir iki Frenk de halletmiş idi. Hepimiz de, başka başka tarikler takip ederek aynı hedefe vasıl olmuş, hepimiz doğru halleri îrâz etmiş idik (Mehmet Nadir, 1341/1925c, s. 38).

Nadir, soruların dergide yayınlanma tarihini tam olarak belirtmemiştir. Makalenin yayın tarihinin 1925 olması ve yaklaşık yirmi sene kadar önce yayınlandığını ifade etmesinden dolayı derginin 1904-1908 yılları arasındaki sayılarını taradığımızda, soruların 1907 yılında G. Russo adlı İtalyan bir matematikçi tarafından gönderilmiş olduğunu tespit ettik (Laisant & Lemoine, 1907, s. 149):

---

[94] Nicomedia'da bir keşiş olan Maximus Planudes, 1297 yılında Venedik'te İmparator 2. Andronicus 'un elçisiydi ve muhtemelen 1260 ile 1310 arasında yaşadı. Diophantos'un ilk iki kitabı üzerine Scholia adlı el kitabını yazmıştır. Hintlilerin keşfedip İslam matematikçilerinin bize ulaştırdığı "dokuz ile ispat yöntemi"ni Planudes'in el kitabında görebiliriz. Planudes'in el kitabının sonunda verilen 2 problem önemlidir. Planudes sonucu doğru olarak bulmuştur ancak nasıl bulduğu çok açık değildir (Heath, 1921, s. 546-549).

3242. [I19] Je désire connaître la solution, en nombres rationnels ou entiers, de ces problèmes : 1° calculer les côtés de deux rectangles d'égal périmètre et tels que leurs aires soient dans un rapport donné q (rationnel ou entier).

Planude donne comme côtés des deux rectangles $q^3 - q$, $q - 1$, et $q^3 - q^2$, $q^2 - 1$; mais il ne dit pas comment il a été conduit à cette élégante solution.

2° Calculer les côtés de deux parallélépipèdes rectangles dont la somme des côtés a même valeur et tels que leurs volumes (ou leurs aires) soient dans un rapport donné.

G. Russo (Catanzaro, Italie).

[Traduit de l'italien. (La Réd.)]

Nadir'in çözümünü verdiği bu sorulardan ilkini kendi tercümesi ile verelim:

> Çevreleri, yani dört dıl'ları[95] mecmuu yekdiğerine müsâvî iki mustatîlin[96] adlâ'ını[97] bulmak matlûbdur. Şöyle ki, bu dıl'lar hep a'dâd-ı tamaya ve mustatîllerin mesaha-i sathi[98]leri beynindeki nispet, herhangi verilen yani malum olan bir (q) aded-i tamına müsâvî olacak? (Mehmet Nadir, 1341/1925c, s. 33)

Nadir, bu ilk soru için Planudes'in çözümünü vererek başlamıştır:

> Planudes, bu iki mustatîlin adlâ'ını mütenâzıran şöyle bulmuştur:

$$q^2 - 1, q^3 - q^2, q - 1, q^3 - q$$

[95] dört kenarları

[96] dikdörtgen

[97] geometrik şekillerin kenarları

[98] yüzölçümü

Lakin bu güzel hâllin nasıl bulunduğunu söylememiştir (Mehmet Nadir, 1341/1925c, s. 33).

Nadir, Planudes'in problemin cevabına nasıl ulaştığını açıklamamasından dolayı kendisinin bir çözüm vereceğini ifade etmiştir. Çözümünde, dikdörtgenlerden birinin en ve boyu x ve y, diğerininkiler v ve b olmak üzere;

$\frac{xy}{vb} = q$ ve $x + y = v + b$ eşitliklerinden faydalanarak,

$$\frac{xy}{vb} = \frac{bq^2.b(q+1)}{b^2.q(q+1)} = q$$

elde eder. Fakat Planudes'in çözümüne ulaşmak için özel olarak;

$b = q - 1$ aldığında;

$$v = q(q^2 - 1)$$

$$b = q - 1$$

$$x = q^2(q - 1)$$

$$y = q^2 - 1$$

elde edilmiş olur (Mehmet Nadir, 1341/1925c, s. 33-36).

İkinci soru, yine Nadir'in kendi tercümesi ile:

İki mütevâzi'l-mustatîlâtın[99] adlâ'ını bulmak matlûbdur ki, bunların adlâ'ı mecmuu a'dâd-ı tama olarak yekdiğerine ve mesaha-i sathileri

[99] dikdörtgenler prizması

veyahut hacimleri beynindeki nispet verilen bir aded-i tama müsâvî olsun? (Mehmet Nadir, 1341/1925c, s. 33)

İkinci sorunun çözümünde Nadir, iki dikdörtgenler prizmasından birinin en, boy ve yüksekliğini x, y, z, diğerininkileri w, h, k ile göstermek üzere;

$$x + y + z = w + h + k$$

$$\frac{xyz}{whk} = q$$

eşitliklerini yazmış ve bunların tam sayılı çözümünü;

$$\frac{xyz}{whk} = \frac{10.68.70}{136.5.7}$$

olarak vermiştir (Mehmet Nadir, 1341/1925c, s. 36-37).

Soru için derginin 1907 senesinin 287-288 sayfalarında G. Lemaire'ye ait ve 1908 senesinin 11-18 sayfalarında Umberto Bini'ye ait olmak üzere iki çözüm yayınlanmıştır. 1908 senesinde yayınlanan ikinci çözümün altında soruya cevap gönderenlerin isimleri listelenmiştir, bu isimler: M. Cunningham, Gérardin, Lemaire, Mehmet Nadir, Rose (Laisant & Lemoine, 1908, s. 18). İki çözüm dışında, diğer matematikçilerin sadece isimleri zikredilmiş çözümleri yayınlanmamıştır.

3.1.2.4. Pell Muâdele-i Meşhuresinin Suret-i Umumiyede Hâlli

Makale, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda 1341 (1925) yılında Sene 3, Sayı 1'de 38-49 sayfalarında yayınlanmıştır. 12 sayfadan oluşan makalede, Pell[100]

[100] John Pell, 1610 ile 1685 yılları arasında yaşamış bir İngiliz matematikçidir (Lenstra, 2002, s. 182). 1643 ile 1646 yılları arasında Amsterdam'da ve 1646 ile 1658 yılları arasında da Breda'da matematik

denklemi[101]nin genel hâli verilerek ispatı yapılmış ve çeşitli örneklerle konu açıklığa kavuşturulmuştur. Makale, özgün bir katkı içermemekte yalnızca konu anlatımı ve örnekler şeklinde ilerlemektedir.

Makalenin girişinde Nadir, Pell denkleminin genel hâlini vererek konuya başlangıç yapmıştır:

> Erbâbı bilir ki, (Pell) muâdelesinin gayesi şu:
>
> $$2X^2 + Y^2 = Z^2$$
>
> muâdele-i gayr-i muayyenesini a‘dâd-ı tama olarak, halletmektir (Mehmet Nadir, 1341/1925a, s. 38).

Burada genel bir ispat yapılarak örnekle de uygulaması gösterilmiştir. Ayrıca:

---

profesörlüğü yapmıştır. 1645 ‘te Cromwell’in İsviçre temsilcisi olmuştur. Ünlü matematikçilerle yaptığı yazışmalarla ilgili mektupları bulunmaktadır (Hervey, 1952, s. 67-90).

[101] $x^2 - Ay^2 = 1$ formundaki iki bilinmeyenli ikinci dereceden belirsiz denklem uzun zamandır Pell denklemi veya Pell problemi olarak bilinir ve başka herhangi bir başlıkla nadiren verilmiştir. John Pell'in buna katkısı çok azdır; ancak adını değiştirmeye çalışmak çok zahmetli olurdu. Buna Pell denklemi olarak atıf yapılmasına rağmen modern matematikçiler, Fermat, Wallis, Brouncker, Gauss ve konunun tarihine katkıda bulunan yüzlercesini görmezden gelmedi. Ancak denklemin adı değiştirilse Pell yakınsaklığı, Pell terimleri, Pell sayıları ve Pell çarpanları, Pell denkleminin adıyla ilgili her şey mantıksız olacak ve sadece rastgele adlandırılmış olacaktı. Bu isim Leonard Euler’in, aslında Lord Brouncker’in eseri olmasına rağmen, çözümü John Pell yapmış gibi yanlış ifade etmesinden kaynaklanmıştır. Euler, Wallis'in cebrini üstünkörü okurken, Pell ve Brouncker’in katkılarını karıştırmış olmalı. Hankel, Pell’in meşhur bir çalışmada bunu tekrar ortaya koymaktan başka bir şey yapmadığını iddia etmiştir. Bununla birlikte, Pell’in denklemi çözmesi imkânsız görünmüyor. Pell’in Pell denklemine bir aşinalığı olduğunu ve Euler’in çalışmayı Pell’e atfetmesinin o kadar da yanlış olmadığı söylenebilir (Whitford, 1912, s. 1-2).

Pell denkleminin:

$$nx^2 + y^2 = (n-1)z^2$$

bir şeklidir ve daha bir takım şekilleri vardır. Bunların cümlesi şu şekil içinde münderiçtir:

$$Mx^2 = Ay^2 + Bz^2 + \cdots + Kt^2$$

Şu şartla ki:

$$M = A + B + \cdots + K$$

münasebeti tahakkuk etmiş buluna (Mehmet Nadir, 1341/1925a, s. 43).

Bunun da genel ispatı yapılarak iki örnekle pekiştirilmiştir. Ardından Pell denkleminin bir genel hali daha verilerek ispatı yapılmış ve örnekle gösterilmiştir (Mehmet Nadir, 1341/1925a, s. 48-49):

(Pell) muâdelesinin bir suret-i umumiyesini daha gösterip halledeceğiz:

$$x^2 = y^2 + Pz^2$$

muâdelesinin

$$x^2 - y^2 = Pz^2$$

şekli nazar-ı dikkate alınırsa, bu muâdele şöylece de yazılabilir:

$$\frac{x+y}{Pz} = \frac{z}{x-y} = t$$

Bundan da şu:

$$x + y = Pzt, \qquad t(x - y) = z$$

elde edilip, bundan da:

$$2x = \frac{z(Pt^2 + 1)}{t}$$

$$2y = \frac{z(Pt^2 - 1)}{t}$$

husûle gelir.

Burada, aded-i tam farz ettiğimiz t adedinin $z(Pt^2 + 1)$ ifadesini tamamen taksîm etmesi lazımdır. Hâlbuki t adedi $z(Pt^2 + 1)$ ifadesiyle mütebâyindir. Bunun için t adedinin (z) kemmiyyetini tamamen taksîm etmesi lazım gelir. Bu halde:

$$z = 2kt$$

farz edilerek mahalline vaz‘ olunsa:

$$x = k(Pt^2 + 1), \qquad y = k(Pt^2 - 1)$$

İşte, bu ifadede (k) ile (t)ye istenilen a‘dâd-ı tama kıymeti verilerek muâdelenin lâ-yuadd halleri istihsal edilmiş olur.

Misal: Şu aşağıdaki muâdelenin a‘dâd-ı tama olarak halli matlûb?

$$x^2 = y^2 + 13z^2$$

Evvel-emirde

$$z = 2kt$$

ifadesinde, (z) gayr-i muayyenini tayin edelim:

$$\left.\begin{matrix} k = 5 \\ t = 2 \end{matrix}\right\} z = 2.5.2 = 20$$

Sonra da (y) ve (x) gayr-i muayyenlerini –düsturlarına bakıp birleştirerek- ikisini birden halledelim:

$$x, y = k(kt^2 \pm 1)$$

$$x, y = 5.(13.4 \pm 1) = 5.53; 5.51$$

Bunlardan:

$$x = 265$$

$$y = 255$$

olup z de yukarıdaki müsâvîleriyle nazar-ı dikkate alınırsa, muâdelenin halleri şunlardır:

$$x = 265, \qquad y = 255, \qquad z = 20$$

Tahkik-i mesele:

$$265^2 = 255^2 + 13.20^2$$

olup

$$70225 = 70225$$

Burada son yapılan ispat ile ilgili örnek de sona ermiştir. Makalede verilen ispatlarda ve örneklerde matematiksel olarak hata yapılmamıştır. Fakat konuya bir katkı da sağlanmamıştır. Makale, örneklerle desteklenmiş bir konu anlatımı şeklindedir.

Makalenin sonunda "tembih" başlığı altında şu açıklamalara yer verilmiştir:

> Yukarıdaki muâdelede $y = 1$ farz edilirse
>
> $$x^2 = 1 + Pz^2$$
>
> Veyahut:
>
> $$x^2 - Pz^2 = 1$$
>
> şekli husûle gelir ki, bu muâdele de (P) murabba-i tamdan başka ne olursa olsun (aded-i tam olmak şartıyla) muâdele kâbil-i halldir ve işte, (nazariyye-i a'dâd)ın şekiller bahsinde pek mühim bir rol icra eden Pell muâdelesi de bu şekildedir (Mehmet Nadir, 1341/1925a, s. 49).

3.1.2.5. Leibnitz ve Newton

Makale, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda 1927 yılında Sene 4, Sayı 3-4'te 293-306 sayfalarında yayınlanmıştır. 14 sayfadan oluşan makalede, diferansiyel hesabı birbirinden habersiz aynı anda bulan Leibnitz ve Newton'un kısa hayat hikâyeleri, diferansiyel hesabı nasıl buldukları ve birbirleri ile olan münasebetleri ele alınmıştır.

Nadir, makalesine "hesâb-ı tefâzulî" yani diferansiyel hesabı bulan kişinin Alman matematikçi Leibnitz olduğunu ifade ederek başlamıştır. Aynı anda İngiliz

matematikçi Newton'un da "fluxion" hesabı denilen bir hesap icat ettiğini ve bunun da Leibnitz'in yöntemiyle aynı olduğunu belirtmektedir. Bu durumda, Leibnitz'e haksızlık yapılarak bu diferansiyel hesabı bulmadığı, Newton'dan intihal yaptığının söylendiğini fakat işin aslının öyle olmadığını uzun uzun anlatmıştır.

Nadir, önce Leibnitz'in hayat hikâyesini kısaca anlatmış, ardından Leibnitz'in diferansiyel hesaba nasıl ulaştığını ayrıntılı bir şekilde vermiştir. Daha sonra aynı şekilde Newton'un da hayat hikâyesini ve kendi yöntemine nasıl ulaştığını anlatmıştır. Burada diferansiyel hesap konumuzun dışında olduğu için Leibnitz ve Newton'un yöntemlerini karşılaştırmalı incelemek yerine aralarında geçen tartışma ve Nadir'in bu konu hakkındaki tavrını ele alacağız.

Nadir, bu makaleyi yazmasındaki gayeyi şu şekilde açıklamaktadır:

> **İhtar:** Malumdur ki, biz bu makaleyi şu aşağıdaki maksatla yazdık: (Leibnitz) ve (Newton) gibi iki dâhi-i a'zamın, her ikisi de -başka başka yollar takip ederek- asgariyet-i nâ-mütenâhîyi keşfetmişler fakat kadem bahsinde uğraşamayıp ihkak-ı hak edilmelerini bir cemiyete havale etmişlerdi. Biz de bunların davalarını yazmak ve zavallı (Leibnitz)e birçok kimse tarafından itiraz vaki olup bunların da itirazatını ilan etmek istiyoruz (Mehmet Nadir, 1927, s. 301).

Matematik dünyasında gerçekleşen bu hararetli tartışmada Nadir, iki matematikçinin diferansiyel hesabı aynı anda ve birbirinden habersiz buldukları fakat Leibnitz'in intihal ile suçlanmasının haksızlık olduğu yönünde tavır almıştır.

> Bu iki dâhiden her biri, evvelce yekdiğerinden haberdar olmayarak, iki muhtelif tarikten aynı hakikat mihrakına vasıl oluyorlardı. Bu gibi

> büyük insanlarda, hilekarlık, yalancılık gibi ahlakı lekedâr edecek hallerin bulunmaması lazım ise de bilemeyiz ne sebebe mebni İngiliz (Newton) bu mücadelede bunları ve hatta bunlardan daha şe'ni olanları bile irtikap etmiştir!! [İngiliz seciyesi!] (Mehmet Nadir, 1927, s. 303)

Nadir, ifadelerinden anlaşıldığı üzere gayet sert bir dille Newton'u eleştirmekte ve Leibnitz'e haksızlık yapıldığını savunmaktadır. Üniversite dergisinde yayınlanan bir makalede milliyetle ilgili genelleştirerek yapılan bir eleştiri, eleştirinin dozunu kaçırmaktadır. Bu sert ifadelerine rağmen Nadir, 1687 senesinde Newton'un kendi kitabı olan *Principia*'da Leibnitz'in hakkını şu sözlerle teslim ettiğini de ifade etmektedir:

> "Takriben on sene mukaddem (Oldenburg) vasıtasıyla muharebede bulunduğum pek mahir hendeseşinas (Leibnitz)e a'zamî, asgarî taabbini, mümasiller tersimi ve daha bunlara mümasil bazı şeylerin icrası için bir usul bulduğumu, haber vermiş idim. Lakin bu usulü bir takım maklûb-u muamma içinde gizlemiş idim! Bu meşhur adam, bana aynı cinsten bir mesele ile uğraştığını yazarak bu babdaki metodunu da bildirdi. Bu (metot) yalnız ifadeleri, işaretleri müstesna olmak üzere benimkinin aynısıdır." (Mehmet Nadir, 1927, s. 304)

Nadir'in iki rakip arasında geçenlere dair anlattıklarını kısaca özetleyecek olursak; Leibnitz, Newton'un sonsuz küçükler vasıtasıyla önemli sonuçlar elde ettiğini öğrenince meraklanır ve Londra Kraliyet Cemiyetinin kâtibi Oldenburg vasıtasıyla Newton ile haberleşmek ister. Birçok kere yazışan iki bilim adamından Newton, bulduklarını tamamen açıklamaz ve kapalı ifadelerle yazar, Leibnitz ise saf davranarak

bulduğu her şeyi bütün açıklığıyla yazar. Bundan sonra özellikle İngilizler Leibnitz'in diferansiyel hesabı bulmadığını, Newton'un buluşundan çaldığını iddia ederler. Bu duruma çok üzülen Leibnitz, hakkının teslim edilmesi için Londra Kraliyet Cemiyetine başvurur fakat buradakiler de Newton'un yakın arkadaşları olduğu için istediği sonucu elde edemez. Ayrıca, yazışmalarından bazı bölümler kesilir ve yanlış anlaşılacak şekilde yayınlanır. Nadir, bütün bunların, hak etmediği halde Leibnitz'e karşı nefret uyandırma amaçlı yapılmasını eleştirerek makalesini sonlandırmıştır.

Makalenin sonunda "mabadı var" ifadesi bulunmakla beraber devamı yayınlanmamıştır. Bu makale Nadir'in *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'*nda yayınlanan son makalesi olmuştur. Bu makalenin yayınlanma tarihi olan 1927 senesi, Nadir'in vefat ettiği sene olması dolayısıyla daha fazlasına ömrü vefa etmemiştir. Ayrıca, makale Nadir'in sayılar teorisi dışında bir alanda, matematiğin analiz kısmında, tespit ettiğimiz tek yayınıdır. Belki de ani vefatı olmasa bundan sonrasında analize ait konularda da yayın yapacak olduğunu düşünebiliriz.

3.2. Mehmet Nadir'in "Hesâb-ı Nazarî" Adlı Kitabı

Mehmet Nadir'in *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabı 333 sayfadan ibarettir ve 1926'da İstanbul'da Milli Matbaada basılmıştır. Mehmet Nadir, kitabın yazılış gayesini;

> Umum liselerin son sınıflarında ilm-i cebirden sonra tedris olunmak üzere yazılmış ise de salâhiyetli komisyon tarafından (muallim kitabı) olarak kabul olunmuştur (Mehmet Nadir, Hesâb-ı Nazarî, 1926, s. 1).

ifadeleri ile açıklamaktadır.

Kitapta sırasıyla şu konular anlatılmıştır: sayıların yazılışı ve okunuşu, toplama, çıkarma, çarpma, bölme, tamâm-ı adedî usulü ile işlemler, bölünebilme kuralları, kendi

bulduğu bölünebilme kuralı, bir sayının bölenleri, asal sayılar, üçgensel sayılar, mükemmel sayılar, dost sayılar, mukayeseler (kongrüanslar), sürekli kesirler, çok bilinmeyenli mukayeseler, Euler fonsiyonu, Fermat ve Euler Teoremi, kompleks (sanal) sayılar, Pell denklemi, Diophantos denklemleri, taban aritmetiği, kök hesabı, yaklaşık değer hesabı, uygulama soruları.

Mehmet Nadir, kitaba fihrist vermeden sadece mukaddime yazarak başlamıştır. Mukaddimede Nadir, matematiğin ve özellikle hesâb ilminin öneminden bahsetmiş, kitabın yazılış amacını ve usulünü açıklamıştır.

Hesâb ilminin öneminden bahsedildiği kısımda Nadir'in neden "Hesâb-ı Nazarî" alanında çalıştığına dair ipuçları da görülmektedir:

> Erbabı bilir ki, ulûm-u riyâziyye, bütün ilimlerin temeli, esasıdır. (İlm-i hesâb) da, ulûm-u riyâziyyenin miftâh[102]ıdır.
>
> Ulûm-u riyâziyyenin her bahsi, her meselesi, her dava-i nazarîsi hâiz-i ehemmiyettir. Ulûm-u riyâziyyenin hiçbir bahsi abes değildir.
>
> Fevâid-i maddiyeyi hâiz olmayan bahislerin, bile zihne küşâyiş vermek, kuvve-i muhakemeyi tezyid eylemek gibi, manevi fâideleri pek çoktur.
>
> (Ulûm-u hakikiye) namını alan ulûm-u riyâziyyede (lüks) gibi zâhirî âlâyiş yoktur.

[102] anahtar

İşte, bu ulûmun miftâhı olan (ilm-i hesâb)ın nazarî kısmını yazmayı deruhde ettik. (Mehmet Nadir, 1926, s. 3)

Mukaddimenin ardından "Birinci Fasıl" başlığı altında "Ta'dâd ve Terkîm Nazariyyesi" verilmiştir. Bu başlık "Sayıların Okunuşu ve Yazılışı Teorisi" demekse de sayıların okunuşundan hiç bahsedilmemiştir. Sayıların yazılmasına gelince, yalnızca onluk tabana göre değil herhangi bir tabana göre yazılma kaidesi verilmiştir. Genel olarak birinci fasılda, taban aritmetiği ele alınmıştır.

Herhangi bir tabanda verilmiş bir sayınının genel gösterimi şu şekilde anlatılmıştır (Mehmet Nadir, 1926, s. 5):

Kaide[103] (B) alınırsa, $(B-1)$ kadar erkâm-ı müş'ire ile (0) sıfır da birlikte (B) kadar rakamın, rumuzun vücuduna lüzum vardır.

(n) rakamlı bir adedi N ile ve bunun en yüksek mertebesinden bed' ile sırasıyla bütün mertebelerini işgal eden rakamları da:

$$a, b, c, d, \dots, f, u$$

ile gösterilirse bu N adedinin şekl-i esasîsi ve umumîsi şudur:

$$N = a.B^{n-1} + b.B^{n-2} + c.B^{n-3} + d.B^{n-4} \dots f.B + u$$

Mesela, kaide (10) olduğuna göre yazılmış 689201 adedinin şekl-i esasîsi şudur:

[103] taban

$$6.10^5 + 8.10^4 + 9.10^3 + 2.10^2 + 0.10 + 1$$
$$= 600000 + 80000 + 9000 + 200 + 0 + 1$$
$$= 689201$$

Farklı tabanlarda verilen sayıların birbirine dönüştürülmesi başlığında; farklı tabanda verilen bir sayının 10 tabanına göre yazılması, 10 tabanında verilen bir sayının farklı tabana göre yazılması ve bir tabanda verilen bir sayının farklı bir tabana göre yazılması bölme algoritması kullanılarak ve örneklerle açıklanarak anlatılmıştır. Verilen örneklerde 10'dan büyük tabana göre işlemlerin nasıl yapılacağı da gösterilmiştir. Fakat verilen bir tabana göre toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin yapılışı anlatılmamıştır.

İkinci fasıl "Cem' ve Tarh" başlığı altında verilmiştir. Toplama ve çıkarmanın tanımı, genel kurallar ve örnekler, Nadir'in mukaddimede belirttiği üzere öğrenciler tarafından bilindiği düşünülerek, anlatılmadan geçilmiştir. Bu bölümde sadece tamâm-ı adedî usulü[104] ile toplama ve çıkarmanın nasıl yapıldığı anlatılmıştır.

Tamâm-ı adedinin tanımı verilerek başlanmıştır:

> Bir adedin kendinden büyük, diğer bir adede göre tamamîsi demek, birinci adedi, ikinciye doldurmak için, birinciye zam icap eden adeddir.
>
> Bu tarif, ekser hesâb kitaplarında münderic ta'rîfâta pek de uymasa da umumîdir. Ekser kitaplardaki tarif şöyledir:

[104] Bu usul, döneme ait Batı'daki sayılar teorisi kitaplarında veya günümüz modern sayılar teorisi konularında geçmemektedir. Fakat dönemin Osmanlı hesâb kitaplarında sıklıkla anlatılmaktadır. Özellikle toplama ve çıkarmanın birarada yapılması gereken durumlarda işlem kolaylığı sağlaması amacıyla basit hesâb kitaplarında ele alınmıştır.

> “Bir adedi, kendinden sonra ilk gelen (10)un kuvvetine doldurmak için, bu adede zammı lazım olan adeddir.” (Mehmet Nadir, 1926, s. 11)

Tanımdan sonra bir sayının tamâm-ı adedîsinin nasıl bulunacağı, tamâm-ı adedî usulüne göre iki sayının toplama ve çıkarma işlemlerinin nasıl yapılacağı anlatılmıştır. Burada konuyla pek de ilgisi olmaksızın, bir sayının rakamları tersten yazılarak elde edilen diğer bir sayı ile farkları hakkında iki madde halinde kurallar ve ispatları verilmiştir.

Tamâm-ı adedî usulü ile çıkarma işleminin anlatıldığı bölümden (Mehmet Nadir, 1926, s. 12-13):

> Bir adedi, diğer bir adedden ve mesela, 56342 adedini 78925 adedinden tarh etmek için şu aşağıdaki tamâm-ı adedî usulünü takiben icrayı amel olunabilir:
>
> Bir cem‘ ameli yapar gibi hareket ediniz. Şu kadar var ki, küçük adedin (matrûhun) âhâd mertebesinin yerine, (10) adedine varmaya hangi aded lazımsa zihnen onu koyunuz. Küçük adedin (matrûhun) sair mertebe-i erkâmı yerine de 9 adedine varmak için hangi adedler icap ediyorsa onların vaz‘ olunduğunu farz ediniz. En nihayette, yani neticede sol taraftan vahid hazf ediliverince matlûb olan tefâzul bulunmuş olur. Yani şöyle yapınız:

$$\begin{array}{r} 78625 \\ -\ 56342 \\ \hline 22283 \end{array}$$

Bu misalde şöyle denilecek: 2'den (10)a varmaya 8 ister; 5 daha 13, 3 adedini hatt-ı ufkînin altına, vahid mertebesi hizasına kor; elde var bir derim. 1 ile 2, 3 eder; (4)ten (9)a varmaya 5 ister; 3 daha 8 eder. Bunu da aşerât mertebesi hizasına yazarım; burada elde bir şey yoktur. (3)ten (9)a varmaya (6) ister; (6) daha (12) eder; (2)yi miât mertebesinin hizasına kor; elde var (1) derim ve bunu (8) adedine zam eylerim; (9) eder; (6)dan (9)a varmaya (3) ister, (9) daha: (12) eder; (2)yi yazarım ve elde var bir derim, (7)ye veririm; (8) eder, (5)ten (9)a varmaya (4) ister, (8) daha (12); (2)yi yazarım, elde var bir der ve bu son vahidi hazf ederek matlûb olan tefâzulü bulmuş olurum.

Bunun ispatı pek basittir. Şu aşağıdaki ifadeyi iyice nazar-ı dikkatten geçiriniz. İşi derhal anlarsınız:

$$\begin{aligned} 78625 - 56342 &= 78625 - 56342 + 100000 - 100000 \\ &= 78625 + (100000 + 56342) - 100000 \\ &= 78625 + 43658 - 100000 = 22283 \end{aligned}$$

Tamâm-ı adedî usulü ile toplama ve çıkarma işlemleri Nadir'in de belirttiği üzere diğer hesâb kitaplarında da anlatılmıştır. Usul bazı özel durumlar için kolaylık sağlasa da genel olarak pek kullanışlı bir yöntem kabul edilemez. Fakat Nadir, bu yönteme hem makalelerinde hem de kitabında uzun uzun yer vermiş ve yöntemin kolay ve kullanışlı olduğunu iddia etmiştir. Bu durumun sebebi Osmanlı döneminde zihinden ve ezberciliğe dayanan hesap anlayışının etkisi olabilir.

Üçüncü fasılda çarpma konusu ele alınmıştır. Önce çarpmanın tanımı yapılmış ardından "dava-i nazarî" başlığı ile 6 madde ve bir soru verilmiştir. Bu maddelerden ilki

çarpma işleminde değişme özelliği, ikincisi de birleşme özelliğidir. Sonraki üç madde ise değişme özelliğinin farklı durumlarda da geçerli olduğunun ispatlanmasından ibarettir. İlk iki maddeyi ispatıyla vermesi bu maddelerin tekrar verilmesini gereksiz kılsa da Nadir, belki bunu dikkate almayarak belki de öğrenciler için daha açık ve anlaşılır kılabilmek için, ayrı ayrı ele almayı tercih etmiştir. Bu üç maddenin ilkinde birçok çarpan içeren bir çarpma işlemi için son iki çarpanın yer değiştirmesinin, ikincisinde art arda gelen iki çarpanın yer değiştirmesinin, üçüncüsünde ise istenildiği gibi herhangi iki çarpanın yer değiştirmesinin çarpma işleminin sonucunu değiştirmeyeceği ispatlarıyla birlikte açıklanmıştır.

Son "dava-i nazarî" ise iki sayının çarpımının kaç basamaklı olabileceği hakkındadır. Nadir'in ispatı günümüzde kullanılan şekliyle aynıdır:

> **Dava-i Nazarî:** İki adedin hâsıl-ı darbı, bu iki adedde kaç rakam varsa o kadar rakamı veya o kadar rakamla bir noksanını hâvîdir.
>
> a ile b iki aded-i tam olsun; bunlardan birincisi p kadar ikincisi de q kadar rakamı hâvî bulunsun. Bu takdirce:
>
> $$10^{p-1} \leq a < 10^{p}$$
>
> $$10^{q-1} \leq b < 10^{q}$$
>
> münasebetleri hâsıl olur.
>
> Bu münasebetler taraf tarafa darb edilseler:
>
> $$10^{p+q-2} \leq a.b < 10^{p+q}$$

Bu son ifadeden anlaşılır ki, $a.b$ hâsıl-ı darbı en aşağıdan $(p+q-2+1)$ rakamı yani $p+q-1$ rakamını hâvîdir. En yukarıdan da $(p+q)$ kadar rakamı hâvî olup davamız sübut bulmuş olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 24-25).

Çarpma bölümünün sonunda çarpanlardan biri yerine tamâm-ı adedîsi kullanılırsa nasıl işlem yapılacağı sorulmuş ve önce genel bir ispatla cevap verilip ardından bir örnekle açıklanmıştır. Burada kullanılan yöntem doğru olmakla birlikte son derece kullanışsızdır. Sadece birkaç özel durum için kolaylık sağlayabilir ama genel olarak çok da tercih edilebilir bir yöntem değildir. Belki de bu yüzden Nadir makaleleri ve kitapları arasında sadece bu bir sayfalık kısımda tamâm-ı adedî ile çarpmanın nasıl yapılacağını açıklamış fakat başka hiçbir yerde tekrar değinmemiştir. Daha çok Nadir'in bu soruyu tamâm-ı adedî ile çarpma yöntemi kullanılsın diye değil de tamâm-ı adedî ile çarpma yapmak istesek nasıl yapılacağı merakını gidermek için sormuş olduğu fikri oluşmaktadır. Nadir'in tamâm-ı adedî ile çarpma usulünü inceleyelim:

Sual: İki adedin hâsıl-ı darbını bulmak için, darbın yerine bunun tamâm-ı adedîsi kullanılmış olsa acaba nasıl hareket edilmek icap eder?

Şöyle hareket etmeli:

Madrûbu M ile ve n rakamlı farz ettiğimiz darbı da m ile göstermiş olsak, şu münasebât husûle gelir:

$$10^{n-1} < m < 10^n$$

Şimdi şu müsâvâtı da nazar-ı dikkate alalım:

$$M \times m = M.(10^n - 10^n + m) = M \times 10^n - M.(10^n - m)$$

Burada $(10^n - m)$ ifadesi m adedinin tamâm-ı adedîsidir. Bunu: c ile irae eylesek, yukarıki müsâvât şu hale irca edilir:

$$M.m = M.10^n - M.c$$ [105]

Şu son düsturu âdî lisana tercüme edelim:

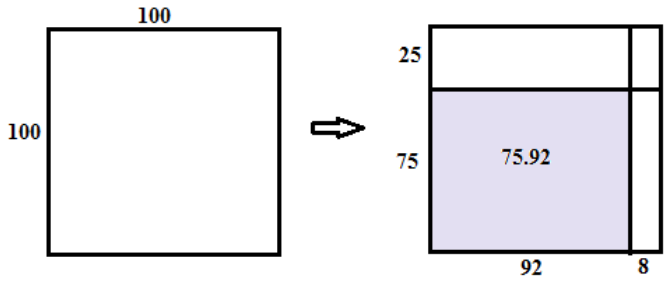
"Madrûbu irae eden adedin önüne yani sağına darbdaki erkâmın adedi kadar sıfır koymalı; sonra darbın tamâm-ı adedîsi ile madrûbu darb ederek, hâsılını yukarıdaki önüne sıfır konularak husûle gelen adedden tarh etmelidir."

Mesela, madrûb $M = 5623$ olsun; darb da: $m = 815$ adedi intihâb edilsin. Yukarıdaki düstura tatbîken:

---

[105] Tamâm-ı adedî usulü ile çarpmanın geometrik olarak izahını bir örnek ile verelim:

75×92'nin sonucunu tamâm-ı adedî ile bulmak istersek: 100×100'lük bir kareyi şekildeki gibi dikeyde 75, yatayda 92 birimden itibaren bölelim. Taralı alan bizden istenilmekte olan işlemin sonucunu verecektir. Bu alanı 75 ile 92'yi çarpmak yerine, 75×100'den 8×75'i çıkararak da bulabiliriz. Bu da tam olarak tamâm-ı adedî ile yapılan çarpma işlemine karşılık gelmektedir.



$$75.92 = 6900$$

$$75.92 = 7500 - 8.75 = 7500 - 600 = 6900$$

$$5623000 - 185.5623 = 5623000 - 1040255 = 4582745$$

olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 25).

Dördüncü fasıl bölme ve bölünebilme hakkındadır. Nadir, bölmenin tanımını verdikten sonra bir "tembih" ve bir "dava-i nazarî" vermiştir. Sadeleştirerek ve kısaltarak verecek olursak tembih; "$A > B$ olmak üzere A ve B iki tam sayı olduğunda, A, B'nin ya tam bir katıdır ya da iki ardışık katı arasında bir değerdir, yani ya $A = k.B$ veya $k.B < A < (k+1).B$ olur." Dava-i nazarî ise, bölünen ile kalan arasındaki ilişki hakkındadır. Fakat bir teorem olarak alınıp ispat edilmeye değer bir durum olmamasının yanında ispatta da küçük bir eksiklik yapılmıştır.

Dava-i nazarî: Her taksîmde, maksûm, bâkînin dı'fındandan[106] a'zamdır.

Mesela, D maksûm, d kâsım, q hâriç-i kısmet, R de bâkî olsa,

$$D = d.\varphi + R$$

münasebeti (taksîm kavâidi mûcibince) sahihtir.

Bu münasebette φ hâriç-i kısmeti, en aşağı vahide müsâvî olabilir; bu halde;

$$D = d.\varphi + R$$

münasebeti de:

$$D = d + R$$

ifadesine tahavvül eder.

---

[106] iki katından

> Lakin taksîm kavâidindendir ki bâkîler, kâsımlardan asgardır. Bu halde $R < d$ olduğundan $D > 2R$ olup matlûb sabit olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 27-28).

Bu ispatta, bölüm yani q için en küçük değer olarak 1 alınmıştır fakat $q = 0$ değeri ihmal edilmiştir. Ancak başlangıçta bölünen büyüktür bölen yani $D > d$ şartı verilirse ispat geçerli olabilir.

Bundan sonra Nadir, tamâm-ı adedî usulü ile bölme konusuna geçmiş ayrıntılı bir şekilde ve birçok örnekle bu yöntemi anlatmıştır. Nadir, aynı konuyu *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 4'te 432-437 sayfalarında ve 1333 (1917) yılında Sene 2, Sayı 5'te 535-538 sayfalarında yayınlanan iki makalesinde de ele almıştır. Kitaptaki bölümle makalelerde anlatılanlar içerik olarak hemen hemen aynı olmakla birlikte Nadir'in kullandığı ifadeler ve örnekler farklıdır. Kitabın basım tarihi daha geç olduğundan kitaptaki anlatım daha sistematik ve anlaşılırdır. Ayrıca makalelerde eski notasyonlar ve Arap rakamları kullanılmış fakat kitapta yeni notasyonlar ve rakamlar kullanılmıştır.

Nadir, konuya giriş yaptıktan sonra bir "dava-i nazarî" ile başlamış ve yöntemi bu "dava-i nazarî" ile temellendirmiştir. Yöntem, bölme işlemi yapılırken bölen sayı yerine onun tamâm-ı adedîsinin yani kendinden sonra ilk gelen 10'un kuvvetine tamamlayan sayı kullanılarak uygulanmaktadır. Eğer bölen sayı kendinden sonra ilk gelen 10'un kuvvetinden çok küçük olursa o zaman da kendinden sonra ilk gelen sıfırlı sayıya tamamlanmaktadır. Yöntemin uygulanışı makalelerde ayrıntılı bir şekilde ele alındığından burada tekrar vermekten kaçınarak makalelerde bulunmayıp Nadir'in kitaba eklemiş olduğu "dava-i nazarî"yi incelemek daha uygun olacaktır:

Dava-i nazarî: Eğer, maksûma hâriç-i kısmetle kâsımın tamâm-ı adedîsi hâsıl-ı darbı zam edilirse, bu mecmu, en yüksek adedi hâriç-i kısmet olmak üzere bâkî zuhur eder.[107]

Bu tarifi iyice anlamak için bir misal ile tavzih edelim:

Maksûm: 795, kâsım: 86 farz olunsun burada, eğer maksûm olan 795 adedine kâsımın tamâm-ı adedîsi olan (14) ile hâriç-i kısmet (9)un hâsıl-ı darbı zam edilse yani:

$$795 + 9.14 = 921$$

münasebeti hâsıl olur ki, burada (921) adedinin son iki rakamı olan (21) adedi bâkîdir. (9) da hâriç-i kısmettir. İşte bunu nazar-ı dikkate alarak dava-i nazarîyi anlamak pek kolaydır.

---

[107] Nadir'in tamâm-ı adedî ile ilgili verdiği teoremi modern matematikteki ifade tarzıyla genelleştirerek verelim:

M sayısının X'e bölünmesi isteniyor. Bölüm A, kalan B olsun.

$$M = AX + B$$

X'e en yakın olan $c.10^k$ şeklindeki sayı belirlenir. $X + Y = c.10^k$ olacak şekilde ve $Y \ll A$ şartıyla $Y \coloneqq c.10^k - X$ olan Y sayısı bulunur. Buradan $X = c.10^k - Y$ elde edilir. Bu eşitlik bölme algoritmasında yerine yazıldığında:

$$M = AX + B$$

$$M = A(c.10^k - Y) + B$$

$$M = A.c.10^k - A.Y + B$$

$$M + A.Y - A.c.10^k = B$$

Şimdi gelelim davanın ispatına:

Yukarıdaki şimdi tavzih için yaptığımız misali alarak onunla ispatı icra edelim:

Kâsımın tamâm-ı adedîsi: $100 - 86 = 14$'tür. Biz, kendi bildiğimiz taksîmi icra etmiş olalım. Onun kaidesi mûcibince:

$$795 = 9.86 + 21 \quad \ldots (1)$$

müsâvâtını yazmamız lazım gelir.

Lakin yukarıdaki $100 - 86 = 14$ müsâvâtından $100 - 14 = 86$ münasebeti elde edilerek (1) müsâvâtında mahalline vaz' olunsa:

$$795 = 9.(100 - 14) + 21$$

olup, bundan:

$$795 = 900 - 9.14 + 21$$

Yahut:

$$795 + 9.14 = 921$$

olur ki, davamız sübut bulmuş olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 28-29).

Örnek üzerinde gösterilen bu ispattan sonra Nadir, herhangi bir tabanda genel bir ispat vermiş ve yöntemin uygulanışını örneklerle anlatarak konuyu tamamlamıştır.

Nadir, "Kabiliyet-i Taksîm" başlığı ile kendi bulduğu bölünebilme kuralını da içeren bölünebilme konusuna geçmiştir. Konuya başlamadan önce bir uyarı ile bu bahsin müteâdillerden (congruence) sonra anlatılması gerektiğini belirtmiştir.

Konuya girişte “kat” tanımını vererek başlamıştır:

> **Tarif:** Herhangi iki aded-i tamın olursa olsun, hâsıl-ı darbı, o adedlerden beherinin mislidir. Misal, 64 adedi 16 adedinin de 4 adedinin de mislidir. Çünkü $4.16 = 64$. (Mehmet Nadir, 1926, s. 36)

Bir sayının katını göstermek için “$misl\ a$” veya “$mult.de\ a$” rumuzlarının kullanılabileceğini belirtmiştir. Nadir, diğer yazılarında olduğu gibi Osmanlı’da kullanılan terimlerin Fransızca karşılıklarını da birlikte vermeyi tercih etmiştir. Bu da onun daha çok Fransızca kaynaklardan faydalandığı fikrini desteklemektedir.

Bir A sayısı B sayısına kalansız bölünüyorsa bu durumun farklı ifadelerini şu şekilde sıralamıştır:

> … vakta ki bir taksîmde hâriç-i kısmet tamdır. Yani, kâsım olan aded, maksûmda tamamen, bilâ-bâkî dâhildir. Şu ifadelerle yâd olunur.
>
> A adedi B adedinin mislidir,
>
> A adedi B ile kâbil-i taksîmdir,
>
> B adedi A adedini tamamen taksîm eder.
>
> Bunlardan başka:
>
> $$A = B.h$$
>
> ifadesinde, A adedi B ve h adedlerinden beherinin misli olduğu gibi, B ve h adedlerinin beheri de A adedlerinin madrûbudur. Yani deminki:

$$64 = 4.16$$

> müsâvâtında 64 adedi, 4 ile 16 adedlerinden beherinin misli olduğu gibi, 4 ve 16 adedlerinin beheri de 64 adedinin birer madrûbudur (Mehmet Nadir, 1926, s. 37).

Nadir, "Kâbiliyyet-i Taksîm Kavâidinin Taharrîsi" başlığı altında bölünebilme kuralı için pek çok yöntem olduğunu, bu yöntemlerden birinin de 10'un kuvvetlerinin bölünmek istenen sayı ile kalanlarını bulmak olduğunu ifade etmiş ve bu yöntemi 7'ye bölünebilme kuralı ile açıklamıştır. Bu yöntemde Nadir, 10'un kuvvetlerinin sırasıyla $mod\ 7$'ye göre kalanlarından faydalanmaktadır (Mehmet Nadir, 1926, s. 38-39):

> Usullerden biri, (10) adedinin kuvvetlerini herhangi bir adedle, yani kâbiliyyet-i taksîmi murad olunan adedle, taksîm ederek bunların bâkîlerini bulmaktır. Mesela 7 adedini ele alalım ve (10)un kuvvetiyle olan bâkîlerini taharrî edelim:

$$10^0 \equiv 1$$
$$10^1 \equiv 3$$
$$10^2 \equiv 2$$
$$10^3 \equiv 6 \equiv -1$$
$$10^4 \equiv 4 \equiv -3$$
$$10^5 \equiv 5 \equiv -2$$
$$10^6 \equiv 1$$
$$\dots$$

(muaddil7) ... (g)

Şimdi, bi'l-farz: 89463571 adedinin (7) adediyle taksîminden kalacak bâkiyi bilmek için yukarıki münasebeti nazar-ı dikkate alarak şöyle yapmalıdır.

$$\left.\begin{aligned} 10^0.1 &\equiv 1.1 \\ 10^1.7 &\equiv 3.7 \\ 10^2.5 &\equiv 2.5 \\ 10^3.3 &\equiv -1.3 \\ 10^4.6 &\equiv -3.6 \\ 10^5.4 &\equiv -2.4 \\ 10^6.9 &\equiv 1.9 \\ 10^7.8 &\equiv 3.8 \end{aligned}\right\} \text{(muaddil 7)}$$

Bunları taraf tarafa cem' edelim:

$$1 + 70 + 500 + 3000 + 60000 + 400000 + 9000000 + 80000000$$
$$= 1.1 + 3.7 + 2.5 - 1.3 - 3.6 - 2.4 + 1.9 + 3.8$$

Veyahut:

$$89463571 \equiv 1.1 + 3.7 + 2.5 - 1.3 - 3.6 - 2.4 + 1.9 + 3.8 (\text{mod } 7)$$

Nadir'in de belirttiği üzere bu yöntem uygulanarak bütün bölünebilme kuralları çıkarılabilir. Nadir, yöntemi açıkladıktan sonra günümüzde de kullanılmakta olan 7 ile bölünebilme kuralını vermektedir. Yukarıda takip ettiği yoldan da açıkça görüldüğü üzere, bir sayının 7 ile bölümünden kalanı bulmak için; sayı sağdan sola doğru üçer üçer

ayrılarak üzerine sırayla 1, 3, 2 ve sonra -1, -3, -2 yazılır, üzerine yazıldığı sayı ile çarpılır. Çarpımlar toplamının 7 ile bölümünden kalan, sayının 7 ile bölümünden kalanı verir. Kuralı verdikten sonra mod 7'ye göre uzun uzun anlatarak yaptığı işlemi, kuralı uygulayarak kısaca göstermiştir.

Nadir, bu bölünebilme kurallarının her hesâb kitabında olduğunu, kendisinin ise her sayı için ayrı ayrı kural bulmayı gerektiren bu yöntemler yerine yeni bir yöntem geliştirdiğini belirtmektedir. Bu yöntemi Wroński'nin eserlerinden ilham alarak bulduğunu belirtmektedir. Wroński'nin kuralının sadece asal sayılara bölünme hakkında olduğunu ve bu kuralın kalanı vermediğini, kendi yönteminin ise bütün sayılar için geçerli olduğunu ve kalanı da buldurduğunu ifade etmektedir.

Kendi bulduğu yöntemin önemine işaret ettikten sonra Nadir, "Kâbiliyyet-i Taksîmin Kaide-i Külliyesi / Benim Bulduğum" başlığı ile bu yöntemi tafsilatıyla tanıtmıştır. Bu bölüm kitabın en orijinal kısmıdır ve Nadir'in de sayılar teorisi alanına yaptığı katkı bu bölünebilme algoritmasıdır. Algoritma ile bir bölme işleminde kalan hesaplanabilmektedir. Fakat bazen bölme işleminin kendisini yapmak bu algoritmadan daha kolaydır. Nadir'in bölünebilme algoritması her zaman çok kullanışlı olmasa da $7, 11, 13$ ve bazı özel tek sayılar ile bölünebilmede önemli kolaylıklar sağlamaktadır.

Kitabın 42-62 sayfaları arasında yer alan bu kısım[108], 1333 (1917) yılında *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında "Kâbiliyyet-i Taksîm Hakkında Kaide-i Umumî" başlığı ile Sene 2, Sayı 6'da 569-579 sayfalarında da hemen hemen aynı ile yayınlanmıştır. Makalenin baş kısmında bulunan giriş mahiyetindeki kısım kitaba eklenmemiştir. Kitapta konuya doğrudan "Umumi İspat" başlığı ile

[108] Kitabın 42-62 sayfaları arasında yer alan bu kısmı, İnönü (1997), kitabında günümüz Türkçesi ile sadeleştirerek vermiştir (İnönü, 1997, s. 104-121).

başlanmış ve makaledeki ispat aynıyla verilmiş fakat kitapta modern notasyonlar kullanılmıştır. İspatın ardından "Tatbikat" başlığı altında örnekler verilmiştir. Buradaki örneklerden bazıları makaledekilerle aynı olmakla birlikte kitapta daha fazla örneğe yer verilmiştir. Ayrıca kitaptaki örnekler daha sistematik, genel kuraldan çıkarılabilen özel durumları da açıklayıcı nitelikte seçilmiştir.

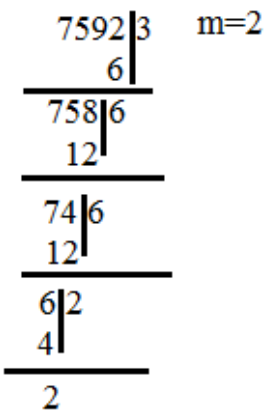
Nadir'in yalnızca kitaptaki bölümde vermiş olduğu, farklı durumlarda takip edilmesi gereken usulü anlatan bir örneği, açıklamalarıyla birlikte inceleyelim:

> Şurasını da mühim olarak beyan edelim ki, kâbiliyyet-i taksîm bahsinde 2 ile 5 adedlerini asla nazar-ı itibara almayacağız. Çünkü bunlar hakkında kâbiliyyet-i taksîm pek basittir.
>
> Bu iki adedi bertaraf ettikten sonra, geriye yalnız tek adedler kalır ki, bunlar da şu:
>
> $$1, 3, 7, 9$$
>
> adedleriyle müntehidirler. (Mehmet Nadir, 1926, s. 49)
>
> …
>
> 1 ile 9 adedleri $10m \pm 1$ şeklinde dâhildir. Yani m aded-i tamı ne olursa olsun, nihayeti sıfır ile müntehi olduğundan, eğer $(+)$ işaretini alırsak, bir aded zuhur eder ki, nihayeti vahidden ibarettir. Eğer $(-)$ işaretini alırsak 9 ile müntehi bir aded elde etmiş oluruz. Bu takdirce herhalde 1 veya 9 ile müntehi adedler husûle getirmek pek kolaydır.
>
> Şimdi 3 ve 7 rakamlarıyla müntehi adedler kaldı ki, böyle adedleri de nihayeti 1 veya 9 rakamlarıyla müntehi adedlere tahvil etmek pek

kolaydır. Şöyle ki: 3 ile müntehi bir adedi 3 ile darb edersek 9 ile müntehi bir adede tahvil etmiş oluruz. Mesela 13 adediyle kâbiliyyet-i taksîm taharrî etmek matlûb olsun. Biz $3.13 = 39$ adedini alır muamelatı 39 adedi üzerine yaparız. Veyahut $7.13 = 91$, 91 adediyle muamelatı icra ederiz. Kezalik, 17 adediyle kâbiliyyet-i taksîm taharrîsinde yine $3.17 = 51$ veya $7.17 = 119$, yani 51 veya 119 adedleriyle muamelata girişiriz. Bu sebepten herhalde her ferd adedi $(10m \pm 1)$ şekillerinden birine irca edebiliriz.

Misal: Farz edelim ki, 75923 adedinin (7) adedi üzerine taksîminden kalacak bâkîyi bulmak matlûb olsun. Şöylece yapmalı:

$3.7 = 21$ olur. Şeklimizi de yazalım: $10m + 1$ burada $(+)$ işareti alınacaktır. $m = 2$ farz edilince şekilde 21 adedi zuhur eder. Şimdi (m)'nin müsâvîsi olan 2'yi nazar-ı dikkate alarak ameliyata başlıyorum:



Buradaki şakuli çizgiler (4) defa ameliyat yapıldığını gösteriyor. Bu halde;

$$2^4 r \equiv 2 \ (mod\ 7)$$

Yahut:

$$16r \equiv 2 \ (mod\ 7)$$

Burada $(muaddil\ 7)$'nin iki misli olan 14 adedini (16)'dan tarh ediyoruz ki caizdir. (Müteâdiller bahsine müracaat).

$$2r \equiv 2 \ (mod\ 7)$$

Yahut:

$$r \equiv 1 \ (mod\ 7)$$

olup bâkînin 1'den ibaret olduğu anlaşılmış olur. (Mehmet Nadir, 1926, s. 50-51)

Bundan sonra daha birçok örnek yapılmış, konu daha açık hale getirilmiştir. Kullanılan usulde pratiklik sağlanması amacıyla, $Bm \pm R$ ifadesinde özel olarak $m = 1$ ve $R = 1$ olduğu durum için Nadir'in daha önce makalesinde de vermiş olduğu aşağıdaki cetvel kitapta modern notasyonlarla verilmiştir:

	Şekiller	**Adedler**	**Kâsımlar**
1	$10m + 1$	11	11
2	$10m - 1$	9	3, 9
3	$100m + 1$	101	101
4	$100m - 1$	99	3, 9, 11, 33, 99

5	$100m + 1$	1001	7, 11, 13, 77, 91, 143, 1001
6	$1000m - 1$	999	3, 9, 27, 37, 111, 333, 999

… yine tekrar ederek söyleyelim ki, $(10m \pm 1)$ şekillerinde $(10m + 1)$ alınırsa, ameliyat tarh ile, $(10m - 1)$ intihab olunursa cem‘ ile icra edilir.[109] Şimdi gelelim izahata:

1’inci şekil: $(10m + 1)$ olup burada ve bundan böyle cetvelin her yerinde $m = 1$ farz edildiğinden $(10m + 1) = 11$ olup kaide (10) olduğundan maksûm olan adedin her rakamına birer birer tarh ile muamele edilecektir (Mehmet Nadir, 1926, s. 55-56).

Konu anlatılırken çözülen örneklerden 11 ile bölünebilme hakkındaki örnek, bir sayının 11’e bölümünden kalanın bulunması için üç ayrı usul ile verdiğinden bu örneği ayrıca inceleyelim:

Misal: Farz edelim ki, 786329 adedinin 11 üzerine taksîminden kalan bâkîyi bulmak matlûb olsun?

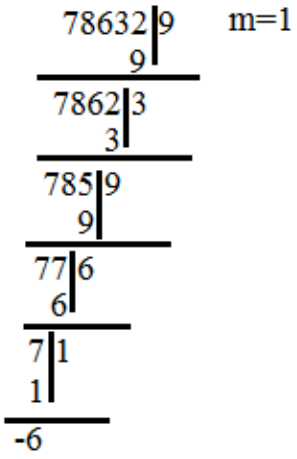
[109] $(10m + 1)$ alındığında çıkarma, $(10m - 1)$ alındığında toplama yapılması, 10’un alınan moda göre denkliklerinden kaynaklanmaktadır. Örneğin:

$$10 \equiv -1 \pmod{11}$$

$$10 \equiv +1 \pmod{9}$$

Bu husus üç türlü kâbil-i hâldir. Çünkü cetvele bakınca: birinci, dördüncü ve beşinci hanelerin kâsımları meyanında (11) adedine tesadüf olunur.

Birinciye göre şöyle muamele edilir:



Burada çizgiler 5 adeddir. Yani beş ameliyat icra edildiğinden 6 bâkîsi (-) işaretini alır ki, buna muaddil (11)'in bir misli zam edilse $-6+11=5$ olup bâkînin 5'ten ibaret olduğu anlaşılır ki bu kaide bütün hesâb kitaplarında şu kaidenin aynıdır:

"Bir adedin 11 adedi üzerine taksîminden kalan bâkîyi bulmak için şöyle yapmalıdır: Adedin tek hane rakamları mecmuundan, çift hane rakamları mecmuunu tarh etmeli: hâsıl-ı tarh kalan bâkîdir. Eğer çift rakamları mecmuu, tek rakamlar mecmuundan büyük ise, bâkî (-) tarafından kalır ki bunu müspet yapmak için (11)in lüzumu kadar emsali buna zam olunur."

4’üncü sütundaki görülen (11) adedine göre şöyle icrayı amel olunur. Bu sütundaki şekil: $100m - 1$ olduğundan burada kaide (100)’dür. Yani her iki rakam bir rakam gibi telakki olunmalıdır. Bu halde adedin sağdan sola doğru ikişer rakamını birer hat ile ifraz etmeli ve bunları birbiri altına yazarak cem‘ eylemeli ve iki rakam kalıncaya kadar ameliyata devam etmelidir. Yani şöyle yapmalıdır:

78|63|29
  | |63
  | 78
  1|70
   | 1
   71

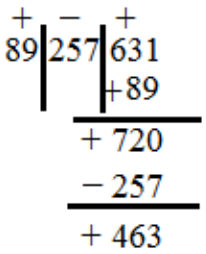
Şimdi şu (71)’den (11)’in en yakı misli olan 66 adedi tarh edilse:

$$71 - 66 = 5$$

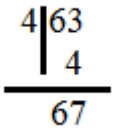
kalır ki, işte bu 5 adedi aranılan bâkîden ibarettir.

5’inci sütundaki görülen 11 adedine göre de şöyle muamele icra olunmalıdır. Buradaki şekil: $1000m + 1$ dir. Bunda kaide 1000’dir. Yani her üç rakam bir rakam yerine kaimdir. Bunun için verilen aded, sağdan sola doğru üçer üçer ifraz edilmeli ve birinci kısmın üstüne $(+)$, ikinciye $(-)$ velhâsıl tek kısımlar üstüne $(+)$, çift kısımlar üstüne $(-)$ işaretleri vaz‘ edilerek müspetler mecmuundan menfiler mecmuunu tarh etmelidir. Hâsıl-ı tarhı (11) adedi üzerine taksîm eylemeli; tefâzul bâkîyi göstermiş olur. Şöyle yapmalı:

Mesela: 89257631 adedinin (11) üzerine taksîminden kalacak bâkîyi bulmak matlûb olsun?



Görülüyor ki, bu ameliyattan sonra: 463 adedi hâsıl oldu. Bunu (11) üzerine taksîm edersek veya daha iyisi 11 hakkında yukarıda yapmış olduğumuz ikinci kaideyi tatbik edersek:



olur. Bu (67)nin (11) üzerine taksîminden (1) kalır ki, işte aranılan bâkînin vahidden ibaret olduğu anlaşılmış olur.

Tembih: Her hesâb kitabında (11) adedi için, bizim burada birinci olarak gösterdiğimiz kaide beyan olunmuştur. Hâlbuki bizim ikinci kaidemiz herhalde birinciye, gerek sühûlet cihetiyle, gerekse yalnız cem‘ ameli ile yapıldığından menfilik külfetinden azade olmak haysiyetiyle müreccahtır (Mehmet Nadir, 1926, s. 56-58).

Nadir’in bulmuş olduğu bölünebilme algoritması tüm tek sayılar için uygulanabilmektedir. Fakat özellikle tabloda verilen tek sayılar için önemli derecede pratiklik sağlamaktadır. Nadir oluşturduğu bu tablo ile hem bulduğu kurala pratiklik

sağlamış, hem de 11 için göstermiş olduğu gibi bir sayı için farklı bölünebilme kuralları elde edilebileceğini göstermiştir. Nadir'in önermiş olduğu algoritma bütün sayılar için kullanışlı olmasa da bazı özel durumlarda hem pratiklik hem de alternatif yöntemler sağlaması bakımından önemlidir.

Nadir, konunun bitiminde iki "İhtar" notu vermiştir. Bunlardan ilki Nadir'in kendi bulduğu algoritmaya ne kadar önem verdiğini ve kendisiyle gurur duyduğunu ifade ettiği bir nottur.

> Yukarıdan beri bi'l-ispat (misaller ile) zikr ve beyan edegeldiğimiz: (kâbiliyyet-i taksîm) kaide-i külliyesini iyice tefehhüm edenlerin, bu husus için başka kavâide lüzum hissetmeyecekleri gibi, bu kaidenin herhangi bir ferd adedi için olursa olsun kâbil-i tatbik olduğu da nazar-ı itibara alınırsa, bu kaidenin gayet şümullü ve umumi olduğu tezahür etmiş olur.
>
> Karîn-i kirâmın bundan pek çok istifade edecekleri şüphesizdir. Bu istifadelerini, ben duydukça, işittikçe pek büyük bir hiss-i iftiharla mütehassıs olacağım tabîîdir.
>
> Nasıl bir hiss-i iftiharla mütehassıs olmayayım ki, bu çetin ve fakat ilm-i a'dâdda en mühim rol icra eden ve pek ziyade kullanılan böyle bir kaidenin kâşifiyim (Mehmet Nadir, 1926, s. 61-62).

Sayılar teorisi alanına orijinal bir katkı sağlamış olmanın haklı gururu da olsa ifadelerinin pek de tevazu içerdiği söylenemez. Dahası, Nadir, bulduğu yöntemin çok kullanılacağını düşünmüş olsa da ne yazık ki literatürde yaygın bir kullanıma erişmemiştir.

Nadir, ikinci "İhtar"da ise daha önce de belirttiği gibi bu konunun "Müteâdiller – Congrunces" konusundan sonra anlatılması gerektiğini, kendisinin programdaki sırayı bozmamak için önce yazmış olduğunu belirtmiştir.

Beşinci Fasıl, "Şeklî Adedler"[110], "Bir Adedin Kâsımları", "A'dâd-ı Müsellesiye", "A'dâd-ı Mükemmele", "A'dâd-ı Mütehabbe" ve "Müteâdiller" başlıklarını içermektedir.

"Şeklî Adedler" başlığı altında; asal sayılar, asal olmayan sayılar, aralarında asal sayılar, en büyük ortak bölen ve bunların özellikleri ele alınmıştır. Öncelikle asal sayı tanımı ve asal sayılar dizisi verilmiş, ardından asal olmayan yani birleşik (composite) sayıların tanımı verilmiştir.

> Aslî olmayan her aded mürekkebdir. Ve böyle bir aded, diğer bazı a'dâd ile kâbil-i taksîmdir:
>
> $$4, 6, 8, 10, \dots, 15, 16, 18, \dots, 20, 22$$
>
> adedleri mürekkeb adedlerdir (Mehmet Nadir, 1926, s. 63).

Bu tanımların ardından birkaç teorem ispatları ile birlikte verilmiştir. Bu teoremleri sadeleştirerek modern karşılıkları ile verirsek; ilki "1'den büyük a doğal sayısının en küçük ortak böleni bir asal sayıdır." ve ikincisi de "Asal sayılar kümesi sonsuz elemanlıdır." teoremlerine tekabül etmektedir. İki teoremin ispatı da günümüzdeki ispatları ile aynı şekilde verilmiştir.

[110] **Şekilsel sayı:** Geometrik bir şekil üzerinde düzgün olarak dizilmiş noktaların oluşturduğu kümenin başsayısı (kardinali). Bu sayılara şeklin türüne göre isim verilir: üçgensel, çokgensel, piramitsel sayılar. Bu sayıların incelenmesi Pisagorculara dayanmaktadır. Kombinatör analizinde ve olasılıkta üçgensel sayılar gibi ortaya çıkan bir takım tam sayılar sınıfının incelenmesi gereği doğmuştur (Tuncer, 1995, s. 257).

Teoremler ve ispatlarının ardından Nadir, asal sayıların dağılımı hakkında açıklamalar yazmıştır:

> Ekseriyetle, silsile-i a'dâd-ı tabîiyyede a'dâd-ı asliyyeye pek nadir olarak tesadüf olunur. 1'den 1000 adedine kadar (bunların içinde 1 dâhil değildir) 168 a'dâd-ı asliyyeye tesadüf olunur. 1000 ile 2000 arasında 135, kezalik, 199000 ile 200000 arasında 77 ve keza 10000000 adedi ile 10001000 adedi meyanında 71, 10^8 ile $10^8 + 1000$ adedleri arasında 54 ve keza 10^9 ile $10^9 + 1000$ adedleri meyanında 49 a'dâd-ı asliyye mevcuttur[111].
>
> Şimdiye kadar malum olan a'dâd-ı asliyye cetvelleri nihayet (10017000) adedine kadar gidebilmiştir. Bu cetveller de [Lehmer] cetvelleri[112]dir (Mehmet Nadir, 1926, s. 64-65).

Nadir'in bu maddede vermiş olduğu bilgiler asal sayılar hakkında dönemin en güncel bilgileridir.[113] Atıf yaptığı kişi 1867–1938 yılları arasında yaşamış Derrick Norman Lehmer isimli sayılar teorisi alanında çalışan bir Amerikan matematikçidir. Nadir'in, kendisi ile aynı dönemde yaşamış olan bu matematikçinin çalışmalarından

---

[111] Asal sayılar birbirini düzgün aralıklarla izlememektedir. Asal sayı tablosunda bazı yerlerde büyük boşluklar bulunmaktadır. Örneğin 1326 ile 1361, 8467 ile 8501, 9551 ile 9587 arasında hiçbir asal sayı yoktur. Asal sayılar dizisinde istenildiği kadar geniş boşluklar bulmak mümkündür. Gerçekten, $n-1$ tane $n!+2, n!+3, \dots, n!+n$ sayıları arasında hiçbir asal sayı bulunmamaktadır. Çünkü $k = 2, 3, \dots, n$ olmak üzere her k için $k \mid (n! + k)$'dır (Erdoğan & Yılmaz, 2008, s. 20).

[112] Çok sayıda asal sayı tablosu hesaplanmıştır. Tüm çarpan tabloları asal sayıların dizilişi hakkında bilgi vermektedir fakat asıl istenen ayrı bir asal sayı listesi oluşturulmasıdır. Neredeyse hatasız olarak 10000000'a kadar hesaplanmış asal sayı tablosu D.N. Lehmer (1867-1938) tarafından hazırlanmıştır (Ore, 1948, s. 66).

[113] Osmanlı'da bu dönem matematiğin hemen hemen her alanında Batı'yı geriden takip etme söz konusudur. Matematiğin diğer dallarında çalışan birçok matematikçi olmasına rağmen Batı ile aradaki mesafenin kapanması uzun sürmüştür. Oysaki Nadir'in sayılar teorisi alanında tek başına çağını yakalamış ve hatta katkı yapabilir düzeyde olması takdire şayandır.

haberdar olduğu görülmektedir. Atıf yaptığı Lehmer cetvelleri 1909'da yayınlanan Lehmer'in *"Factor Table for The First Ten Millions Containing The Smallest Factor of Every Number Not Divisible by 2, 3, 5, or 7 Between The Limits 0 and 10017000"* adlı çalışmasıdır.

Nadir, uzun zamandan beri matematikçilerin asal sayılar dizisini veren bir kural bulmak için uğraştıklarını, Fermat'nın bunun için bir teorem önerdiğini fakat Euler'in bu teoremin hatalı olduğunu ispatladığını aktarmıştır:

> [Fermat] bu meselenin halli şu: $F_n = 2^{(2^n)} + 1$ düsturuyla mümkündür zannetmişti. Bu düstur sırasıyla şu adedleri veriyor:
>
> $$n = 0 \ldots . F_n = 3$$
>
> $$n = 1 \ldots . F_n = 5$$
>
> $$n = 2 \ldots . F_n = 17$$
>
> $$n = 3 \ldots . F_n = 257$$
>
> $$n = 4 \ldots . F_n = 65537$$
>
> F_n'nin bütün bu kıymetleri aslî adedlerdir. Bundan dolayı Fermat bu yukarıdaki düstur şeklinde olan a'dâdın kâffesi aslîdir zehabına düşmüş idi. Hâlbuki Euler bu düsturda $n = 5$ olduğuna göre:
>
> $$F_5 = 641 \times 6700417$$
>
> olduğunu ispat ederek yukarıki zehabı iptal etmiştir (Mehmet Nadir, 1926, s. 65).

Nadir, asal sayı dizisi verdiği sanılan başka çok terimlilerin de önerildiğini belirterek şu polinomları örnek vermiştir:

$$x^2 + x + 41, \quad 2x^2 + 29, \quad x^2 + x + 17 \quad [114]$$

Asal sayıların dağımı hakkındaki bilgilerden sonra, diğer maddede, aralarında asal sayılar ve en büyük ortak bölen kavramlarının tanımları ve bazı özellikleri verilmiştir.

"Bir Adedin Kâsımları" başlığı altında; bir sayının bütün bölenlerinin bulunması, bölenlerinin sayısının bulunması, bölenlerinin toplamının bulunması ve bölenlerinin çarpımının bulunması konuları dört madde halinde anlatılmıştır. Konunun ele alınışı tamamen modern bir sayılar teorisi kiyabındaki gibidir.

"A'dâd-ı Müsellesiye" başlığı altında üçgensel sayılar[115] ve özellikleri ele alınmıştır. Başlığın hemen altında kelimenin Fransızca karşılığı "Nombres triangulaires" olarak verilmiştir. Üçgensel sayıların nasıl elde edildiği, tanımı ve üçgensel sayılar dizisi verilerek konuya giriş yapılmıştır (Mehmet Nadir, 1926, s. 70):

> … Bunların âhâdi muntazam surette nokta nokta tanzim edilebilir ki bunlardan mütesâviyyü'l-adla' müsellesler husûle gelir. Mesela şu 15 adedi şöylece bir müselles husûle getirir:

[114] Bu polinomlardan ilk ikisi Legendre (1798) tarafından önerilmiştir. Sonuncusu ise en popüler ardışık olarak asal sayı veren polinom olup 1772'de Euler tarafından önerilmiştir ve ard arda 40 asal sayı vermektedir. Bunların dışında da ard arda asal sayı veren pek çok polinom bulunmaktadır.

[115] **Üçgensel sayı:** Pascal eşkenar üçgeninde 1'lerden oluşan kenara 0'ıncı kenar, doğal sayılardan oluşan kenara ikinci kenar vb. dendiğinde ikinci kenardan oluşan sayılardan her biri: $1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, \ldots$ Üçgensel sayılar bir aritmetik dizi oluşturur (Tuncer, 1995, s. 289).



İşte bu hassadan dolayı bu gibi a‘dâda [a‘dâd-ı müsellesiye] namı verilmiştir. A‘dâd-ı müsellesiye yukarıda dediğimiz gibi a‘dâd-ı tam silsile-i tabîiyyesinin birinci haddinden itibaren sırasıyla a‘dâd-ı müteakibenin cem‘inden hâsıl olur.

Bu tariften müstebân olur ki a‘dâd-ı müsellesiye silsilesi şudur:

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66 \ldots$$

Nadir, üçgensel sayılar dizisinin genel kuralı için “a‘dâd-ı müsellesinin şekl-i umumîsi” ifadesini ve bu genel kuralda n yani terimin sıra sayısı için ise “kaide” ifadesini kullanmıştır. Genel kuralı şu şekilde vermiştir (Mehmet Nadir, 1926, s. 71):

… a‘dâd-ı müsellesiyenin şekl-i umumîsini bulalım. n adedine kadar:

$$1, 2, 3, \ldots, n$$

silsile-i tabîiyyesinin mecmuu, aded-i müsellesîyi Δ rumuzuyla gösterirsek:

$$\Delta = \frac{n.(n+1)}{2}$$

Bundan sonra, bir adedin üçgensel olup olmadığının anlaşılması konusu ele alınmıştır. Bir üçgensel sayı verildiğinde onun “kaide”sinin nasıl bulunacağı hakkında iki yöntem önerilmiştir. Birinci yöntem, genel kural 8 ile çarpılıp 1 eklendiğinde bir tam kare oluyorsa sayının üçgensel sayı olduğunun tespit edilmesine dayanıyor. Kısaca:

$$\frac{8.n.(n+1)}{2}+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$$

Şimdi Nadir'in yaptığı bir örneği inceleyerek bir sayının üçgensel olup olmadığının tespitini ve kaidesinin bulunuşunu görelim:

Mesela 210 adedinin kaidesini bulmak matlûb olsa şöyle yaparız:

$$210\times 8+1=1681$$

$$\sqrt{1681}=41$$

olup bundan:

$$\frac{41-1}{2}=20$$

bulunur ki 210 aded-i müsellesîsinin kaidesinin 20 olduğu tahakkuk etmiş olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 71-72).

İkinci yöntemde ise sayı 2 ile çarpılıp karekökü alındığında elde edilen sayı ile kalan birbirine eşitse sayının üçgensel olduğu bulunmaktadır. Bu ikinci yöntem ilki kadar kullanışlı değildir. Nadir de bu yöntemle ilgili örnek yapmamış sadece yöntemi ispatıyla vermekle yetinmiştir.

Sayılar teorisinde genellikle üçgensel sayı dizisinin genel kuralı, belli bir sıradaki teriminin bulunması ve üçgensel sayılar dizisinin genel özellikleri ile verilen bir sayının üçgensel olup olmadığının tespit edilmesi ele alınmaktadır. Nadir, bunlardan üçgensel sayılar dizisinde belli bir terimin bulunmasına değinmemiş fakat verilen sayının üçgensel olup olmadığının tespiti ve terimin sıra sayısının bulunması üzerinde durmuştur.

Üçgensel sayıların ardından "A'dâd-ı Mükemmele" başlığı altında mükemmel sayılar[116] konusu ele alınmıştır. Yine başlığın hemen altında Fransızca karşılığı "Nombres Parfaits" olarak verilmiştir. Nadir, mükemmel sayıların garip ve ilgi çekici özellikleri olduğunu belirterek konuya başlamış ve yine okuyucuda merak uyandırmayı başarmıştır. Bu girişin ardından mükemmel sayı tanımını vererek örneklerle açıklamıştır:

> Kendinden başka bi'l-cümle kâsımları mecmuu kendine müsâvî adedler: [a'dâd-ı mükemmele]dir.
>
> 6 adedi bir aded-i mükemmeldir. Zîrâ, kendinden başka bu adedin kâsımları $1, 2, 3$'tür. Bunların $1 + 2 + 3$ mecmuları 6'dır. 28 adedi de aynı hassayı haizdir. Çünkü bunun da kendisinden başka bi'l-cümle kâsımları $1, 2, 4, 7, 14$'tür. Bunların mecmuu olan $1 + 2 + 4 + 7 + 14$ de 28'dir (Mehmet Nadir, 1926, s. 73).

Tanım ve örneklerden sonra, bir asal sayının mükemmel sayı olamayacağı ispatıyla birlikte verilmiştir. Diğer bir maddede, bir mükemmel sayının a ve b asal sayı olduklarında, $a^m.b$ şeklinde yazılıp yazılamayacağı ele alınmıştır. Nihayet bunun sadece $N = (2^{m+1} - 1).2^m$ olduğunda[117] N sayısının mükemmel sayı olabileceği ispat

---

[116] **Mükemmel (yetkin) sayı:** Kendisi dışındaki bütün bölenlerinin toplamına eşit olan doğal sayı. Bütün bölenlerinin toplamı $S(n) = 2n$ olan n doğal sayısı (Tuncer, 1995, s. 304). Mükemmel sayı kavramı Pisagorculardan beri bilinmekteydi. Euclid, $2^p - 1$ asal olduğunda $2^{p-1}(2^p - 1)$'in asal olduğunu iddia ederek tüm çift mükemmel sayıları buldu. $6, 28, 496, 8128$ Nicomachus (MÖ 100) tarafından bulunan mükemmel sayılardır. 1456'da 5. mükemmel sayı bulunmuştur. Descartes 1638'de her mükemmel sayının Euclid tipinde olduğunu belirtti. Mersenne 1644'te ilk 11 mükemmel sayıyı birkaç tanesi hatalı olarak hesapladı. Lucas ve Euler hataları düzelterek 11 mükemmel sayıyı tekrar hesaplamıştır (Dickson, 1971, s. 2). Euclid'den 2000 yıl sonra Euler, Euclid teorisinin tersini kanıtladı, yani her mükemmel sayının Euclid tipinde olması gerektiğini gösterdi (Apostol, 2013, s. 4).

[117] Bu gösterim çift mükemmel sayılar içindir. Henüz tek bir mükemmel sayı bulunamamıştır. Sadece, tek sayının bir mükemmel sayı olması için gerekli koşullar olarak bazı sonuçlar elde edilmiştir (Nasibov,

edilmiştir[118]. Buradaki maddelerin her ikisinde de verilen ispatlar bu teoremlerin modern bir sayılar teorisi kitabında verilen ispatları ile hemen hemen aynıdır. Sadece Nadir'in ispatları açıklayıcı olmak adına biraz daha uzun ve örneklerle desteklenmiş şekildedir.

Mükemmel sayıların ardından da "A'dâd-ı Mütehabbe" başlığı altında dost sayılar[119] konusu ele alınmıştır. Yine başlığın hemen altında kelimenin Fransızca karşılığı "Nombres amiables" verilmiştir.

Konuya dost sayıların tanımı ve örnek bir dost sayı çifti verilerek başlanmıştır:

> Şu aşağıdaki havâssı haiz olan N, N' gibi iki adede (a'dâd-ı mütehâbbe)den denir:
>
> Bu iki adedden biri olan N adedinin kâsımları mecmuu (adedin kendisinden sarf-ı nazar) N' adedine ve kezalik N' adedinin de kâsımları mecmuu (kendisinden sarf-ı nazar) N adedine müsâvî olursa, bu iki aded (a'dâd-ı mütehâbbe)dendir. Mesela 220 ve 284 adedleri a'dâd-ı mütehâbbedendir. Zîrâ, birincisi olan 220 adedi,

---

Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 100). Eğer tek bir mükemmel sayı varsa çok büyük olması gerekir; 10^{50}'den büyük olmalıdır (Apostol, 2013, s. 4).

[118] Bu teorem Euclid'e aittir ve çift mükemmel sayıların yalnızca bu şekilde gösterilebileceği Euler tarafından ispat edilmiştir. Nadir'in ispatı da Euler'in mükemmel sayılar için yaptığı ispatın aynısıdır (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 98-99).

[119] **Dost (sevimli) sayılar:** Her biri öbürünün, kendilerinin dışındaki bütün tam bölenleri toplamına eşit iki sayı (Tuncer, 1995, s. 236):

$$\sum_{\substack{d|m \\ d\neq m}} d = n, \sum_{\substack{d|n \\ d\neq n}} d = m$$

ikincisinin yani 284 adedinin kâsımları olan (kendisinden sarf-ı nazar) $1 + 2 + 4 + 71 + 142$ mecmuuna ve mütekabilen 284 adedi 220 adedinin kâsımları olan: $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$ mecmuuna müsâvîdir (Mehmet Nadir, 1926, s. 78).

Bundan sonra Nadir, dost sayıların elde edilmesi meselesinin tam olarak bilinmediğini ifade etmiş ve bir örnekle 220 ve 284 dost sayı çiftinin elde edilişini göstermiştir[120].

Son maddede ise Nadir, dost sayıların elde edilmesi için Ozanam'ın usulü olarak bir yöntem anlatmıştır. Burada adı geçen matematikçi Nadir'in çok bilinmeyenli denklemler hakkındaki bir makalesinde de kendisine atıf yapmış olduğu Jacques Ozanam isimli 17. yüzyılda yaşamış Fransız bir matematikçidir. Nadir'in burada vermiş olduğu yöntem Ozanam'a ait değil, 9. yy'da yaşamış bir Arap matematikçi olan Sabit bin Kurra[121]'ya aittir. Fakat Sabit bin Kurra'nın çalışmaları son zamanlarda ortaya çıkarılabilmiştir. Kitaplarında ve makalelerinde hiçbir Doğu'lu matematikçiye atıf

---

[120] 220 ve 284 dost sayı çifti Pisagorcular tarafından biliniyordu. Sabit bin Kurra, p, q ve r asal sayıları, $p = 3.2^{n-1}$, $q = 3.2^{n-1} - 1$ ve $r = 9.2^{n-1} - 1$ biçiminde ifade edilebiliyorsa, o zaman $2^n pq$ ve $2^n r$ dost sayılar olduğunu ispatlamıştır. Euler 62 çift dost sayı listelemiştir. Fakat dost sayıların elde edilmesi hakkında bir genel kural henüz bulunmamıştır ve bu sayı çiftlerinden sonsuz tane olup olmadığı sorusu da henüz cevaplanamamıştır. Dost sayılar hakkında Doğu matematikçilerinden Sabit bin Kurra'nın, Batı matematikçlerinden Fermat, Descartes, Euler, Legendre, Seelhoff ve Dickson ve Nicolo Paganni'nin önemli çalışmaları olmuştur (Dickson, 1971, s. 2).

[121] Sabit bin Kurra'nın yöntemine göre; $n > 1$ bir tamsayı ve p, q, r birer asal sayı iken:

$$p = 3.2^{n-1} - 1$$

$$q = 3.2^{n} - 1$$

$$r = 9.2^{2n-1} - 1$$

olduğunda $2^n.p.q$ ve $2^n.r$ bir dost sayı çiftidir. Bu yöntem *n*=2 için (220, 284), *n*=4 için (17296, 18416) ve *n*=7 için (9363584, 9437056) çiftlerini vermektedir (Dickson, 1971, s. 2).

Nadir'in kitapta vermiş olduğu örnekler de *n*=2 için (220, 284) ve *n*=4 için (17296, 18416) çiftleridir.

yapmayan Nadir'in burada Sabit bin Kurra'dan bahsetmemesi şaşırtıcı değildir. Nadir'in çalışmalarına genel olarak bakıldığında, Batı kaynaklarını temel aldığını hatta Doğu matematikçilerinden ve onların çalışmalarından pek de haberdar olmadığını düşündürmektedir. Nadir'in, Batı matematiğinden hemen hemen en yeni gelişmeleri bile bilecek derecede haberdar olması, hatta sayılar teorisi alanına orijinal katkılar da sağlaması ve Batı'daki dergilerde yayınlar yapması fakat Doğu matematiğinden bahsetmemesi onun bilimin Batı'dan alınması gerektiği düşüncesi ile yüzünü tamamen Batı'ya dönmüş olabileceğini göstermektedir.

Ozanam'ın alanla ilgili çalışmaları vardır, hatta mükemmel sayılarla ilgili alana katkıları da olmuştur. Fakat Batı'daki gelişmelerden haberdar olan Nadir'in konuyla ilgili önemli katkıları bulunan Fermat, Descartes ve Euler[122] gibi büyük matematikçilerden hiç bahsetmeyip Ozanam'a atıf yapmış olması şaşırtıcıdır. Bu matematikçiden ikinci defa bahsediyor olması, Ozanam'ın son iki yüz yıl içinde pek çok dilde baskı yapmış ve yaygın olarak bilinen *Récréations Mathématiques et Physiques* adlı kitabının Nadir'in elinde bulunduğunu ve Nadir'in de bu kitapla epeyce meşgul olduğunu düşündürmektedir.

Sayılar ile ilgili kısımların ardından Nadir, "Müteâdiller" bahsini ele almıştır. Konu başlığının hemen altında yine Fransızca karşılığı "Congruences" bulunmaktadır. Bu bölüm, Nadir'in daha önce *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat

---

[122] Euler'in yöntemine göre; $n > m > 0$ birer tamsayı ve p, q, r birer asal sayı iken:

$$p = (2^{(n-m)} + 1).2^m - 1$$

$$q = (2^{(n-m)} + 1).2^n - 1$$

$$r = (2^{(n-m)} + 1)^2.2^{m+n} - 1$$

olduğunda $2^n.p.q$ ve $2^n.r$ bir dost sayı çiftidir (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 99). Bu yöntem Sabit bin Kurra'nın yönteminin genel halidir.

Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 1'de 70-81 sayfalarında yayınlanan "Nazariyye-i A'dâd – Muâdeletler" başlıklı makalesi ile tamamen aynıdır. Nadir, içerikte, örneklerde ve hatta dipnotlarda hiçbir değişiklik yapmaksızın makaleyi kitabın 83-100 sayfaları arasında aynen yayınlamıştır. Tek fark makalede eski, kitapta ise yeni notasyonların ve rakamların kullanılmış olmasıdır. Makalenin 12 sayfa, kitaptaki bölümün 18 sayfa olmasının sebebi ise makalenin daha sıkışık, kitabın ise daha geniş aralıklı ve görünümüne daha fazla dikkat edilerek basılmış olmasıdır. Bölümde ele alınan konu modüler aritmetiğin genel kurallarıdır. Konunun ele alınış biçimi konu anlatımlı bir sayılar teorisi kitabı şeklindedir, Nadir'in konuya özgün bir katkısı yoktur. Fakat konunun sonunda çözülen iki örnek için yapılan çözümler çok zariftir. Bu örnekler ayrıntılı bir şekilde makalenin ele alındığı kısımda incelendiği için burada tekrar verilmeyecektir.

Bu bölümden sonra Nadir, "Altıncı Fasıl" başlığını atmış ve "Birinci Dereceden Müteâdiller" konusuna başlamıştır. Aslında bu bölüm, Nadir'in "Beşinci Fasıl"ın sonunda ele aldığı "Müteâdiller" bahsi ile başlayabilirdi. Çünkü beşinci bölümdeki şekilsel sayılarla ilgisi olmayan "Müteâdiller" bahsinde ele alınan konular bu bölüme giriş mahiyetinde olduğundan altıncı bölümün başlangıcına alınması daha uygun olurdu. Beşinci fasıla kadar daha düzenli yapılan bölümleme ve başlıklama son iki fasılda biraz ihmal edilmiş, birbirinden bağımsız birçok önemli konu yedinci fasıl başlığı altında toplanmıştır.

"Altıncı Fasıl" başlığı altında yazılanlar, Nadir'in Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 3'te 211-222 sayfalarında yayınlanmış olan makalesinin 211-216 sayfaları arasında kalan kısımla aynıdır. Nadir, bu bölümde, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin genel halini

ve bilinmeyen sayısının denklem sayısından fazla olduğu durumları ele almıştır. Nadir, makalede bilinmeyen sayısının denklem sayısından fazla olduğu durumlar için sadece "gayr-i muayyen mesail" ifadesini kullanmıştır, fakat kitaptaki bölümde "Diophantos meseleleri" ifadesini de kullanmıştır. $ax + by = c$ şeklindeki iki bilinmeyenli bir denklemin çözümünü göstermek için $5x + 13y = 72$ denklemini örnek vermiştir. Makalede denklemin üç farklı yoldan çözümünü veren Nadir, kitaba ilk çözümün sonuna kadar olan kısmı almıştır. Diğer çözümleri de kitabın ilerleyen kısımlarında "Küsûrât-ı Mütevâliye" konusu içinde vermiştir.

"Yedinci Fasıl"a "Küsûrât-ı Mütevâliye[123] Nazariyyesi" ile başlanmıştır. Konuya girişte "Ta'rifât ve Malumat-ı İptidaiye" küçük başlığı altında konu hakkında temel bilgiler verilmiştir.

Nadir, sürekli kesirlerin mucidi olarak Lord Brouncker[124]'in bilindiğini fakat sürekli kesirlerin özelliklerini ve yararlarını ortaya koyan kişinin Huygens[125] olduğunu ifade etmiştir.

Nadir'in sürekli kesirler hakkında vermiş olduğu kısa tarihçeye ek olarak bahsedilmesi gereken başka isimler de vardır. Sürekli kesirleri ilk kez 1572 yılında

---

[123] Sayılar teorisi kitaplarında *küsûrât-ı mütevâliye* terimine karşılık olarak *zincir kesir* (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 65) veya *sürekli kesir* (Develi, 2010, s. 225; Asar & Arıkan , 2012, s. 161) ifadeleri kullanılmaktadır. Tuncer (1995) de *kesr-i mütevâlî* için *zincirleme kesir* karşılığını vermektedir. İngilizce karşılığının *continued fractions* olmasını göz önünde bulundurarak biz burada *sürekli kesir* ifadesini kullanacağız.

[124] Brouncker, 17. yy'da İngiltere'de yaşamış bir matematikçidir. Tam adı William Viscount Brouncker (1620-1684) olup fazla bir matematik eğitimi olmasa da kendini iyi yetiştirdiğinden döneminin önemli matematikçilerdendir. Sürekli kesirleri İngiltere'de ilk inceleyen matematikçidir (Sönmez, 2005, s. 183-184).

[125] Christian Huygens (1629-1695) tanınmış bir Hollandalı matematikçi ve bilim adamıdır. Diplomat olan babası, Francis Bacon, Descartes, Mersenne gibi ünlü düşünür ve bilim adamlarıyla arkadaş olduğu için, Huygens bu büyük düşünürlerin evlerinde misafir olduğu bir ortamda bilime ve dil öğrenmeye yatkın olarak yetişmiştir. Birçok alanda önemli çalışmalar yapmıştır. Özellikle astronomi, fizik, olasılık ve saat bilimi ile uğraşmıştır (Simmons, 1992, s. 125-129).

Bombeli isimli ünlü bir İtalyan matematikçi ortaya atmıştır. Yine bir İtalyan matematikçi Cataldi (1548-1626) sürekli kesirleri incelemiş ve sayıların kareköklerinin bulunuşu hakkındaki çalışması 1613 yılında Bologna'da yayınlanmıştır. Sürekli kesirlerin özellikleri 1703 yılında Huygens ve 1774 yılında da Euler tarafından incelenmiştir. Sonucu tam olarak bulunamayan ve sonu gelmeyen bazı değerleri sonsuz kesirlerle gösteren ise Brouncker olmuştur. Dairenin alanı, Wallis tarafından ileri sürülmüş ve Brouncker tarafından sürekli kesirlerle ifade edilmiştir (Sönmez, 2005, s. 183).

Girişte kısa tarihçenin ardından, sürekli kesirlerin bir sayının çeşitli yaklaşık değerlerini belirlemeye yardım etmesinden dolayı matematiğin analiz kısmına dâhil olduğu belirtilmiştir. Verilen bir kesrin sürekli kesre açılarak yazılması hakkında yapılan bir örneği inceleyelim:

> Bi'l-farz $\frac{381}{266}$ aded-i malumunun kıymet-i takribiyesini bulmak için bunu küsûrât-ı mütevâliyeye tahvil etmek matlûb olsun. Şöylece yapmalı:
>
> Evvela sureti mahreç üzerine taksîm edip bunu şu veçhe ile yazmalı:
>
> $$\frac{381}{266} = 1 + \frac{1}{\frac{266}{115}}$$
>
> Ba'de $\frac{266}{115}$ adedi hakkında da aynı muameleyi icra etmeli:
>
> $$\frac{266}{115} = 2 + \frac{1}{\frac{115}{36}}$$
>
> Ve keza:

$$\frac{115}{36} = 3 + \frac{1}{\frac{36}{7}}$$

Ve yine:

$$\frac{36}{7} = 5 + \frac{1}{7}$$

olur. Şimdi sırasıyla müsâvîleri mahallerine koyalım:

$$\frac{381}{266} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \frac{1}{7}}}}$$

İşte $\frac{381}{266}$ ifade-i kesriyesi, böylece bir kesr-i mütevâlîye tahvil etmiş oldu (Mehmet Nadir, 1926, s. 109-110).

Örneğin ardından Nadir, verilen bir kesrin sürekli kesir olarak yazılmasının genel kuralını vermiştir.

Sürekli kesirler, sonlu (küsürat-ı mütemmime) ve sonsuz (küsürat-ı gayr-i mahdûd) olarak iki kısma ayrılmıştır. Sonsuz sürekli kesirlerde zincirin devam ettirilmemesi ile elde edilen yaklaşımlara ise *mürcia'* [126] veya *küsürat-ı mütekaribe* adı verilmektedir.

Sonlu sürekli kesre açılmış her sayının kesir olarak yazılabileceği ifade edilmiş ve bir örnekle gösterilmiştir.

[126] Sayılar teorisi kitaplarında *mürcia'* terimine karşılık olarak *uygun kesir* (Nasibov, Hacısalihoğlu, & Kılıçoğlu, Sayılar Teorisi, 2010, s. 67), *yaklaşım* (Develi, 2010, s. 232) ve *yakınsayan değer* (Asar & Arıkan , 2012, s. 161) ifadeleri kullanılmaktadır. Biz burada *yaklaşım* ifadesini kullanacağız.

Sonsuz sürekli kesirde zincir devam ettirilmeyerek elde edilen yaklaşımların (mürcia'ların), kesrin gerçek değerinden ya küçük ya da büyük olacağı ifade edilmiştir. Tek basamaktaki açılımların gerçek değerden küçük, çift açılımların gerçek değerden büyük olduğu teoremi ispatı ile birlikte verilmiştir.

Nadir'in burada vermiş olduğu bilgiler orijinal olmamakla beraber sürekli kesirler hakkında bilinmesi gereken temel teorem, ispat ve örnekleri hatta kısa tarihçesini de içeren güzel bir konu anlatımı şeklinde sunulmuştur.

Konuya "Mürcia'ların Teşkilat Kanunu" başlığı ile devam edilmiştir. Bu başlıkta mürcia'ların nasıl elde edildikleri ve her bir mürcia'nın kendinden önceki mürcia'lar ile ilişkisi ele alınmıştır.

Bir sürekli kesre karşılık gelen rasyonel sayıyı bulma problemi takip edilen adımlar çok kolay olsa da bazen çok fazla işlem yapmayı gerektirebilir. Bu nedenle problemin çözümünü kolaylaştırmak için bazı algoritmalar kullanılmaktadır. Nadir de sürekli kesre karşılık gelen rasyonel sayıyı yani mürcia'yı bulmak için modern sayılar teorisi kitaplarında verilmekte olan bu algoritmayı vermiş ve genel ispatını yapmıştır.

Mürcia'ların elde edilmesinin anlatıldığı bölümü inceleyelim:

Keyfe-me'ttefak şu kesr-i mütevâlîyi alalım:

$$x = f + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cdots}}}$$

Burada ilk dört mürcia'yı hesâb edeceğiz ve bundan, teşkilata ait bir kanunun mevcudiyetini arayacağız.

Birinci mürcia‘: f veya $\frac{f}{1}$’dir.

İkinci mürcia‘: $f+\frac{1}{b}=\frac{bf+1}{b}$’dir.

Üçüncü mürcia‘: $f+\frac{1}{b+\frac{1}{c}}=f+\frac{c}{bc+1}=\frac{fbc+f+c}{bc+1}$’dir.

Dördüncü mürcia‘: $f+\frac{1}{b+\frac{1}{c+\frac{1}{d}}}=f+\frac{1}{b+\frac{d}{cd+1}}=f+\frac{cd+1}{bcd+b+d}=\frac{fbcd+cd+fd+fb+1}{bcd+d+b}$’dir.

Üçüncü ve dördüncü mürcia‘ları tasavvur edersek, görürüz ki, her mürcia‘, tevakkuf edilen gayr-i tam hâriç-i kısmeti, kendinden evvel gelen mürcia‘nın her iki haddine darb edilerek hâsıl-ı darb, kendinden iki sıra evvel gelen mürcia‘nın haddlerine mütenâzıran zam olunarak vücuda geliyor (Mehmet Nadir, 1926, s. 117).

…

İşte mürcia‘ların suver-i teşkiliyelerini teshil için şu aşağıdaki algoritmayı tatbik etmelidir:

	f	b	c	d
$\frac{1}{0}$	$\frac{f}{1}$	$\frac{bf+1}{b}$	$\frac{bfc+c+f}{bc+1}$	$\frac{bfcd+dc+df+bf+1}{bcd+d+b}$

Bir hatt-ı ufkî üzerine $f, b, c, d, \ldots$ gayr-i tam hâriç-i kısmetlerini vaz‘ ederiz; sonra bir sıra geriye $\frac{1}{0}$ mürcia‘-ı izafiyeyi yazarız ve birinci

mürcia‘yı da hatt-ı ufkînin altına ve birinci gayr-i tam hâriç-i kısmetin tahtına vaz‘ ederiz. Bundan sonra, yukarıda tarif ettiğimiz kaideye tatbiken, müteakiben diğer mürcia‘ları teşkil eyleriz (Mehmet Nadir, 1926, s. 119).

Nadir’in vermiş olduğu bu algoritmayı bir de modern bir sayılar teorisi kitabında verilen şekliyle inceleyelim:

$$< a_0 >= \frac{a_0}{1},$$

$$< a_0, a_1 >= a_0 + \frac{1}{a_1} = \frac{a_0 a_1 + 1}{a_1}$$

$$< a_0, a_1, a_2 >= a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2}} = a_0 + \frac{1}{\frac{a_1 a_2 + 1}{a_2}} = a_0 + \frac{a_2}{a_1 a_2 + 1}$$

$$= \frac{a_0 a_1 a_2 + a_0 + a_2}{a_1 a_2 + 1}$$

eşitliklerini yazabiliriz. Benzer şekilde $< a_0, a_1, a_2, a_3 >, \dots, <$ $a_0, a_1, \dots, a_k >$ değerlerini de bulabiliriz. Bu eşitliklerden:

$$p_{-2} = 0, \quad p_{-1} = 1, \quad p_0 = a_0; \quad q_{-2} = 1, \quad q_{-1} = 0, \quad q_0 = 1$$

olmak üzere;

$$\begin{cases} p_0 = a_0 = a_0 p_{-1} + p_{-2} \\ q_0 = 1 = a_0 q_{-1} + q_{-2} \end{cases}$$

ve

$$\begin{cases} p_1 = a_1 a_0 + 1 = a_1 p_0 + p_{-1} \\ q_1 = a_1 = a_1 q_0 + q_{-1} \end{cases}$$

eşitliklerini düşünelim. Bu eşitliklerden hareketle her $k \geq 2$ için;

$$p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2}$$

$$q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2}$$

şeklinde $\{p_k\}$ ve $\{q_k\}$ tam sayı dizilerini elde ederiz (Develi, 2010, s. 230).

Görüldüğü üzere çok küçük gösterim farklılıkları dışında konu hemen hemen aynı şekilde ele alınmıştır.

"Mürcia'ların Havâss-ı Esasîyesi" başlığı altında bir *dava-i nazarî* ve iki *tembih* verilmiştir. Dava-i nazarî ve ikinci tembih sürekli kesirlere ait bire lemma ve birinci tembih de bir teoremdir.

Birinci tembihte; "$(a, b) = 1,\ b > 0$ olmak üzere; $\forall \alpha = \frac{a}{b}$ indirgenmiş kesir (rasyonel sayı) bir sonlu basit kesre eşittir." teoremi (Develi, 2010, s. 226) verilmiştir.

İkinci tembihte; $\frac{a_n}{b_n} - \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = \frac{(-1)^{n+1}}{b_n b_{n+1}}$ münasebeti (Asar & Arıkan , 2012, s. 168) verilmiştir.

Dava-i nazarîde verilen lemma ise; $n \geq 0$ için $a_n b_{n+1} - a_{n+1} b_n = (-1)^{n+1}$ olarak alınabilir (Asar & Arıkan , 2012, s. 168). Nadir, bu eşitliği; $p_n q_{n-1} - q_n p_{n-1} = (-1)^n$ şeklinde vermiştir. Nadir'in vermiş olduğu eşitlikte n. sıradaki değil $(n+1)$. sıradaki kesir verilmiştir.

"Murabba-i Tam Olmayan Bir Adedin Cezr-i Murabbaının Kesr-i Mütevâlîye Tevsî'i" başlığı altında tam kare olmayan sayıların kareköklerinin sürekli kesirler kullanılarak hesaplanması ele alınmıştır.

Nadir, konuya:

> Bundan evvel herhangi bir kemmiyyet olursa olsun (müşterek'ülmizan olmak şartıyla) kesr-i mütevâlîye tevsî'i hakkında verilen malumat, â'dadın cezr-i murabbalarına da sühûletle tatbik olunabilir ve bir suret-i umumiyede $\frac{\sqrt{A}+B}{C}$ ifadesine kâbil-i tatbiktir (A, B, C adedleri tam olmak şartıyla).
>
> Lakin ameliyatın tarz ve revişini, bir suret-i vazıhada görmek, anlamak için hususi bir misal, bir misal-i adedî irae etmeyi münasip addeyledik (Mehmet Nadir, 1926, s. 122).

şeklinde giriş yaptıktan sonra bir örnek üzerinden konuyu anlatmıştır:

> $A = 19$ olsun;
>
> $$x = \sqrt{19} = 4 + \frac{1}{x'}$$
>
> Bundan:
>
> $$x' = \frac{1}{\sqrt{19} - 4}$$
>
> Yahut:
>
> $$x' = \frac{\sqrt{19} + 4}{3}$$
>
> husûle gelir. Bu kemmiyyette dâhil en büyük hâriç-i kısmet 2'dir. Binaenaleyh,

$$x' = \frac{\sqrt{19}-2}{3} + 2$$

olur. $\frac{\sqrt{19}-2}{3}$ ifadesi: $\frac{1}{x''}$ ile irae olunsa:

$$x'' = \frac{3}{\sqrt{19}-2} = \frac{\sqrt{19}+2}{5}$$

Şu aşağıdaki suver-i ameliye, kaideyi vazıh surette gösterir.

$$x = \sqrt{19} = 4 + \frac{\sqrt{19}-4}{1}$$

$$x' = \frac{1}{\sqrt{19}-4} = \frac{\sqrt{19}+4}{3} = 2 + \frac{\sqrt{19}-2}{3}$$

$$x'' = \frac{3}{\sqrt{19}-2} = \frac{\sqrt{19}+2}{5} = 1 + \frac{\sqrt{19}-3}{5}$$

$$x''' = \frac{5}{\sqrt{19}-3} = \frac{\sqrt{19}+3}{2} = 3 + \frac{\sqrt{19}-3}{2}$$

$$x^{iv} = \frac{2}{\sqrt{19}-3} = \frac{\sqrt{19}+3}{5} = 1 + \frac{\sqrt{19}-2}{5}$$

$$x^{v} = \frac{5}{\sqrt{19}-2} = \frac{\sqrt{19}+2}{3} = 2 + \frac{\sqrt{19}-4}{3}$$

$$x^{vi} = \frac{3}{\sqrt{19}-4} = \frac{\sqrt{19}+4}{1} = 8 + \frac{\sqrt{19}-4}{1}$$

$$x^{vii} = \frac{1}{\sqrt{19}-4} = \frac{\sqrt{19}+4}{3} = 2 + \cdots ilh$$

> Bu hadde vasıl olununca görülüyor ki, x^{vii}'nin kıymetinden x' kıymetine müsâvî bir ifadeye düşülmüş oluyor. Bundan neşet eder ki, evvelce bulunmuş olan $2, 1, 3, 1, 2, 8$ hâriç-i kısmetleri yine aynı tarzda zuhur ederek devredeceklerdir. Bu cihetle $\sqrt{19}$'un kesr-i mütevâlîye tevsî'inde şu hâriç-i kısmetler tahaddüs edeceklerdir:
>
> $$4: 2, 1, 3, 1, 2, 8;\ 2, 1, 3, 1, 2, 8;\ 2, 1, 3, 1, 2, 8; \ldots ilh$$
>
> Burada görülüyor ki ilk hadd olan 4'ten sonra $2, 1, 3, 1, 2, 8$ devri aynı sırada zuhur ederek nâ-mütenâhî tekerrür edip gidiyor (Mehmet Nadir, 1926, s. 122-123).

Nadir, örnekte $\sqrt{19}$ un yaklaşık değerini sürekli kesre açarak hesaplamıştır. Kullandığı yöntem günümüzde kullanılan yöntemle aynıdır ve çözüm çok açık bir şekilde yapılmıştır. Nadir, örneğin ardından bir sonraki maddede yöntemi genel kural halinde vermiştir. Kitapta genel olarak izlemiş olduğu metot; genel kuralı ve teoremleri vermek ve açıklayıcı bir örnek yapmak şeklindedir. Burada örneği önceden yapıp ardından genel kural vermeyi tercih etmiş ve girişte de bunu konuyu daha açık hale getirmek maksadıyla yaptığını özellikle belirtmiştir.

"$ax + by = c$ Şeklindeki Muâdelelerin Küsûrât-ı Mütevâliye Nazariyesi ile Halleri" başlığı altında ise $ax + by = c$ şeklindeki bir denklemin iki farklı çözümü verilmiştir. Bunlar *Nadir'in Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 3'te 211-222 sayfalarında yayınlanmış olan makalesinin 217-222 sayfaları arasında kalan kısımla aynıdır. Aynı makalenin baş kısmı da yine kitabın "Altıncı Fasıl" başlığı altında verilmiştir. $ax + by = c$ şeklindeki iki bilinmeyenli bir denklemin çözümünü göstermek için örnek olarak $5x + 13y = 72$

denklemi seçilmiş, bunun bir çözümü makalenin baş kısmında ve aynı şekilde kitabın da "Altıncı Fasıl"ında yapılmıştır. Diğer iki çözüm de makalenin 217-222 sayfaları arasında kalan kısımda ve kitabın bu bölümünde verilmiştir. Çözümlerden birinde sürekli kesirler kullanılmıştır. Diğerinde de, Gauss'un yöntemi olarak tanıtılan modüle göre çözüm yapılmıştır. Bu çözümler ayrıntılarıyla makalenin incelendiği kısımda verildiği için tekrar ele alınmayacaktır.

"Müteaddit Gayr-i Muayyenleri Hâvî Bir Muâdelenin Suret-i Halli" başlığı altında yazılanlar, Nadir'in *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 3'te 315-325 sayfalarında yayınlanmış olan makalesi ile tamamen aynıdır. Çok bilinmeyenli denklemlerin çözümünün anlatıldığı bu kısımda, genel hali;

$$ax + by + cz + \cdots = m$$

olarak verilen çok bilinmeyenli denklemin her adımda bir bilinmeyen eksiltilmesi suretiyle iki bilinmeyenli tek bir denkleme indirgenerek çözümü verilmektedir. Ayrıca konu ile ilgili iki problem çözülmüştür. Konunun ele alınışı ve problemler, çözümleri ile makalenin incelendiği kısımda verildiği için tekrar ele alınmayacaktır.

"Müş'ir – İndicateur Yahut $\varphi(n)$ Tâbi-i Adedîsi (Fermat), (Euler) Dava-i Nazariyyeleri" ve "$\varphi(n)$ Tâbi-i Adedîsinin Havâss-ı Meşhuresi" başlıkları altında anlatılanlar Nadir'in Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmında 1332 (1916) yılında Sene 1, Sayı 4'te 410-420 sayfalarında yayınlan makalesi ile aynıdır. İlk kısımda Euler fonksiyonu tanım, teorem ve örneklerle ele alınmış ve ikinci kısımda da $\varphi(n)$ fonksiyonunun genel özellikleri anlatılmıştır. Makalenin incelendiği kısımda ayrıntıları ile tartışıldığı için burada tekrar verilmeyecektir.

"Müş'irin Yani $\varphi(n)$ Tâbi-i Adedîsinin Diğer Havâss-ı Meşhuresi" başlığı altında yazılanların ilk bölümü *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1333 (1917) yılında Sene 2, Sayı 5'te 516-525 sayfalarında yayınlanmış olan makalenin aynısıdır ve bu kısımda Euler fonksiyonunun genel özellikleri teoremler ve ispatları ile anlatılmıştır. Bundan sonraki 85-91 maddeleri arasındaki bölüm ise *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası* Riyaziyat Kısmında 1333 (1917) yılında Sene 2, Sayı Sayı 6'da 580-589 sayfalarında yayınlanmış olan makalenin aynısıdır ve burada da Fermat teoreminin ikinci bir ispatı verilmiştir. Bu bölümler adı geçen makalelerin incelendiği kısımda ele alındığı için tekrar değinilmeyecektir. Bölümün geriye kalan kısmında ise 92-97 arasındaki maddelerde konu ile ilgili çeşitli teoremler ve ispatları ile birkaç örnek verilmiştir. Bu teoremleri sadeleştirerek kısaca hangi konular hakkında olduklarını görelim:

92. Dava-i nazarî:

Aralarında asal dört tam kareyi kalansız bölen her sayı dört kare toplamına eşittir.

93. Dava-i nazarî:

Aralarında asal iki sayının kareleri toplamını kalansız bölen bir sayı iki kare toplamına eşittir.

94. Dava-i nazarî:

Her birleşik (yani asal olmayan) sayı, $4n + 3$ şeklinde bir asal çarpana sahip değilse, iki kare toplamına eşittir (Mehmet Nadir, 1926, s. 181-185).

Bununla ilgili verilen bir örneği inceleyelim:

Mesela: $t = km$ gibi $k = 4n + 1$ ve $m = 4n' + 1$ şeklinde olan iki madrûbdan mürekkep t adedini alsak bu halde mademki k ile m, $4n + 1$ şeklindedirler. Bunlar:

$$k = b^2 + d^2 \quad ve \quad m = p^2 + q^2$$

gibi murabbalar mecmuuna ayrılır. Bu takdirce şu aşağıdaki münasebet husûle gelir:

$$\begin{aligned} k.m = (b^2 + d^2)(p^2 + q^2) &= b^2p^2 + b^2q^2 + d^2p^2 + d^2q^2 \\ &= [b^2p^2 + d^2q^2] + [d^2p^2 + b^2q^2] \\ &= [b^2p^2 \mp 2bpdq + d^2q^2] \\ &+ [d^2p^2 \mp 2bpdk + b^2q^2] \\ &= [bp \mp dq]^2 + [dp \mp bq]^2 \end{aligned}$$

olur.

Şu son iki ifadeyi bir yerde gösterelim:

$$(b^2 + d^2)(p^2 + q^2) = [bp \mp dq]^2 + [dp \mp bq]^2$$

İşte bu suretle iki murabba mecmuunun diğer iki murabba mecmuuna hâsıl-ı darbının iki murabba mecmuuna müsâvî olduğu sübut bulmuş olur.

Bir misal yapalım:

$$k = 29, \quad m = 73$$

$$29 = 2^2 + 5^2$$

$$73 = 3^2 + 8^2$$

olur. Burada $q = 8, p = 3, d = 5, b = 2$ olduğundan yukarıdaki müsâvâtta mahallerine vaz‘ ile:

$$(2^2 + 5^2)(3^2 + 8^2) = (2.3 \pm 5.8)^2 + (2.8 \mp 5.3)^2$$

olur ki bu da:

$$31^2 + (-34)^2 = 2117\ veya: 1^2 + 46^2$$

olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 186-187).

95. Dava-i nazarî:

p sayısı $4n + 3$ şeklinde bir asal sayı olsa p sayısı; $(2n + 1)! + 1$ veya $(2n + 1)! - 1$ ifadelerini böler.

96. Dava-i nazarî:

p asal sayı olduğunda $(p + 1)!$ ifadesinin $1 + 2 + \cdots + (p - 1)$ toplamına bölümünden kalan $(p - 1)$’e eşittir. Aynı şekilde $(p + 1)!$ ifadesinin $1 + 2 + \cdots + (p - 1)$ toplamının 2 katına bölümünden kalan da $(p - 1)$’dir (Mehmet Nadir, 1926, s. 187-188).

İspatın ardından yapılan bir örneği inceleyelim:

Bir misal ile tavzih-i meram edelim: 7 aded-i aslîsini alalım:

$$\frac{1.2.3.4.5.6}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6} = \frac{710}{21}$$

olup burada 720 adedi 21 üzerine veya bunun 2 misli olan 42 adedi üzerine taksîminden kalan bakiye $7 - 1 = 6$'dır (Mehmet Nadir, 1926, s. 189).

97. Dava-i nazarî:

t, $4n + 1$ şeklinde olan bir asal sayı yani $t = 4n + 1$ ise:

$$[(2n + 1).(2n + 2) \dots \times 4n]^2 + 1 \equiv 0 \ (mod\ t)$$

olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 190-191).

"Gayr-i Müşterek'ül Mikyâs Adedler ve A'dâd-ı Muhdese veya Mevhûme" başlığı ile yeni bir konuya geçilmiştir. Başlığı "Eşölçüsüz[127] Sayılar ve İrrasyonel veya Sanal Sayılar" şeklinde sadeleştirebiliriz. Bu başlık altında irrasyonel sayılar ele alınmış ve sanal sayılar hakkında da küçük bir giriş mahiyetinde bilgiler verilmiştir.

İlk olarak devirli ondalık sayının yaklaşık değerinin bulunması limit tanımından yararlanılarak açıklanmıştır. Devreden sayı için "kemmiyet-i mütehavvile", bu sayının yuvarlandığı yaklaşık değer için "kemmiyet-i sabite" ifadeleri kullanılmıştır.

> Bir kemmiyyet-i sabite ile bir kemmiyyet-i mütehavvile beynindeki fazl istenildiği kadar asgar olabilirse [asla sıfır olamamak şartıyla] o kemmiyyet-i sabite, kemmiyyet-i mütehavvilenin gayesidir denir.
>
> Bu takdirce, (1) vahid, şu: 0.999… aded-i mütehavvilinin gayesidir. Zîrâ, bu adedin kayyım-ı müteakibesi şunlardır:

[127] **Eşölçüsüz (Osm. Gayr-i Müşterek'ül Mikyâs - Gayr-i Müşterek'ül Mîzân, Fr. inkommensurable, İng. incommensurable):** Ortak ölçüsü olmayan iki büyüklüğü nitelemede kullanılır. Çemberin çevresi ile çapı eşölçüsüzdür (Tuncer, 1995, s. 92).

0,9; 0,99; 0,999; 0,9999 …

> Yani şu kesr-i aşârîyi teşkil eden 9 adedini istediğimiz kadar alabiliriz. O kadar alabiliriz ki, artık vahid ile bunun beynindeki fazl sıfır değilse de sıfıra pek yakındır (Mehmet Nadir, 1926, s. 192).

Burada "gaye" olarak ifade edilen sayının yuvarlandığı yaklaşık değer yani limitidir. Ayrıca yine kitapta verilen "gaye-i âli" için sağdan yaklaşık değer (üst limit), "gaye-i süfli" için ise soldan yaklaşık değer (alt limit) karşılıklarını verebiliriz.

Bundan sonra irrasyonel sayı tanımının anlaşılması için bilinmesi gereken iki "dava-i nazarî" verileceği belirtilmiştir. Bu iki teoremi sadeleştirerek verecek olursak:

Birincisi:

> İndirgenmiş bir rasyonel kesir sayısının (yani a ve b aralarında asal olmak şartıyla $\frac{a}{b}$ şeklindeki bir sayının) karesi de indirgenmiş bir rasyonel kesirdir. Aynı şekilde herhangi bir kuvveti alınsa elde edilen sayı da indirgenmiş bir rasyonel kesir olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 192).

İkincisi:

> Bir tam sayının karesi olmayan bir tam sayı, bir kesrin de karesi olamaz (Mehmet Nadir, Hesâb-ı Nazarî, 1926).

Bu iki teoremden yola çıkarak $\sqrt{2}$'nin tarifi yapılmaya çalışılmıştır. Burada bir dipnotla okuyucunun dikkati çekilmiştir:

> Eğer: “Kendi nefsine darb edilen bir aded 2 adedini vücuda getirirse bu aded 2 adedinin cezr-i murabbaıdır.” demiş olsak bir hata-i fahiş îka etmiş oluruz. Çünkü √2 ile darb edilen adedin tarifinde, evvelce √2 rumuzunun tarifini bilmek lazımdır (Mehmet Nadir, 1926, s. 193).

$\sqrt{2}$'nin değerini bulmak için 2'yi 100'ün kuvvetleriyle hem çarpıp hem bölerek bir dizi oluşturulur. Bu dizideki kesirlerin her birinin paylarının bir eksik ve bir fazlasıyla karekökleri alınır ve paydanın karekköküne bölünür ve şu iki dizi oluşur:

$$1,\ 1.4,\ 1.41,\ 1.414,\ 1.4142,\ \ldots$$

$$1,\ 1.5,\ 1.42,\ 1.415,\ 1.4143,\ \ldots$$

İlk dizi artarak, ikinci dizi ise azalarak devam etmektedir. $\sqrt{2}$'nin yaklaşık değeri ise bu dizilerdeki sayıların arasında kalan bir değerdir.

> 2 cezr-i murabbaı, murabbalarının gayesi 2 olan adedlerin gayesidir(*).
>
> (*) Bu tarif, vaktiyle (Catalan) tarafından teklif edilmiş ve fakat o zaman reddolunmuştu. Muahharen bu teklif kabul edilmiştir.

Burada adı geçen kişi, Belçikalı bir matematikçi olan Eugene Charles Catalan (1814-1894)'dır. Sayılar teorisi alanında önemli çalışmalar yapmıştır. Yine burada Nadir'in çağdaşı olan bu matematikçiden ve çalışmalarından haberdar olması dikkate değerdir.

$\sqrt{2}$'nin yaklaşık değerinin hesaplanması ayrıntılı bir şekilde gösterildikten sonra irrasyonel ve transandant sayıların tanımı verilmiştir:

Tarif-i umumi: Hiçbir aded-i tamın ve hiçbir aded-i kesrînin n'inci kuvveti olmayan ve n'inci kuvvetlerinin gayesi (A) olan adede, (A) adeddinin n'inci kuvvetten cezri derler.

İşte bu tarifle mevcudiyeti tahakkuk eden şu yeni adede: (aded-i asamm) veya: (gayr-i müşterek'ül mikyas) aded tesmiye ederler*.

* A'dâd-ı asammdan başka, (gayr-i müşterek'ül mikyas) diğer adedler daha vardır ki: bunlara: (a'dâd-i âliye-Nombres transcendants) namı verilir ki, muhit-i dairenin kutruna nispet olup π ile gösterilen aded ile tabii logaritmaların kaideleri olan e adedleri: (a'dâd-ı âliye)dendir (Mehmet Nadir, 1926, s. 196).

Burada "a'dâd-ı asamm" için "irrasyonel sayılar", "gayr-i müşterek'ül mikyas adedler" için "eşölçüsüz sayılar" ve "a'dâd-ı âliye" için "aşkın sayılar" veya "transandant sayılar" karşılığını verebiliriz[128].

Bir sonraki maddede kök içindeki sayının işaretinin negatif olmasından kaynaklanan problemlere dikkat çekilmiş ve buradan sanal (kompleks) sayılar[129] konusuna giriş yapılmıştır.

Her hangi bir kuvvetten olursa olsun, bir adedin cezrini tevellüd eden şekl-i umumî şudur:

---

[128] **Cebirsel sayı:** Katsayıları rasyonel sayılar olan $a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + \cdots + a_n.x^n = 0$ şeklindeki denklemlerin çözümü olabilen sayılara cebirsel sayılar denir. Bu sayılar reel veya kompleks olabilir.

Transandant sayı: : Katsayıları rasyonel sayılar olan $a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + \cdots + a_n.x^n = 0$ şeklindeki hiçbir denklemin kökü olamayan sayılara transandant sayılar denir. π ve e sayıları transandant sayılardır. Transandant sayılar, cebirsel sayılardan daha fazladır (Hardy & Wright, 1960, s. 159).

[129] $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere (x, y) biçiminde olan sıralı çiftine kompleks sayı denir. Bu sayılar $x + iy$ şeklinde gösterilir (Nasibov & Kaçar, Analize Giriş, 2008, s. 268).

$$\sqrt[b]{c} = a$$

Şimdi, şu şekli nazar-ı dikkate alarak b ve c adedlerinin halleri ve işaretleri değiştikçe a adedinin kıymeti ve işareti üzerinde ne gibi tesirler icra edeceğini nazar-ı imtihandan geçirelim:

Meczur ile cezriye üssü adedi tam ve müspettirler (Mehmet Nadir, 1926, s. 196-197).

…

Şimdi, şu:

$$\sqrt[b]{(+c)} = a$$

şekli umumîsinde a hâsıl-ı cezr-i aded-i tam olmadıkça, behemehâl, (gayr-i müşterek'ül mikyas) bir adeddir. İşaretine gelince: b adedi tek oldukça her hâlde müspettir. Lakin b çift bir aded olursa, a adedi ya müspet veya menfi olmak ihtimali vardır. Zîrâ, herhangi bir çift adedi olursa olsun onu $(2m)$ ve tek adedi de $(2m + 1)$ ile gösterebiliriz. Bu halde şu münasebât tahaddüs eder.

$$(+a)^{2m+1} = +c$$

$$(+a)^{2m} = +c, (-a)^{2m} = +c$$

Şimdi, şu ifadelerin (üs)'leri mûcibince tarafeynin cezirlerini almış olsak, sırasıyla şu müsâvâtlar zuhura gelir:

$$\sqrt[2m+1]{+c} = +a, \quad \sqrt[2m]{+c} = +a$$

$$\sqrt[2m]{+c} = -a$$

Görülüyor ki, a‘dâd-ı müspetenin ferd kuvvetten cezirleri yalnız müspet bir kıymete maliktirler. Hâlbuki bunların zevc kuvvetten cezirleri, kıymet-i adediyece müsâvî iseler de işaretçe mugâyirdirler. Bu hususiyet, cezri alınan adede (±) gibi çift işaret verilerek tefrik olunur. Şunun gibi: (Mehmet Nadir, 1926, s. 197-198)

$$\sqrt[2m]{+c} = \pm a$$

Burada pozitif bir sayının kökü alınırken kökün derecesi tek ise karekökün pozitif, çift ise aynı değerde fakat hem pozitif hem negatif olarak çıkacağı ifade edilmiştir. Ardından negatif bir sayının karekökünün alınması problemi ele alınmıştır:

Kemmiyyât-i mevhûmenin kuvvetleri, pek büyük, pek mühim dikkatle mütalaa ve teftişe şayandır. Zîrâ, bu kemmiyyât-i mevhûme kemmiyyâtin tevellüdü hususunda en mühim bir unsuru teşkil eder (Mehmet Nadir, 1926, s. 198).

Şimdi, eğer $\sqrt{-1}$ kemmiyyetinin murabbaını teşkil etmek için, kuvvayı kesriye kullanılmış olsa, (±) işaretleri hakkındaki şek ve tereddüt izale edilmiş olur. Ve $\sqrt{-1}$ kemmiyyetinin murabbaı olarak yalnız (-1) adedi bulunmuş olur ki, fi’l-hakika ve bizzarure de böyle olmak lazım gelir. Zîrâ bir cezr-i murabbanın terbii, cezri alınan addeden ibarettir.

Çünkü,

$$\left(\sqrt{-1}\right)^2 = (-1)^{\frac{2}{2}} = (-1)^1 = -1$$

Aynı mülahaza, $\sqrt{-1}$ kemmiyyetinin bütün çift kuvvetleri hakkında yapılmalıdır.

$\sqrt{-1}$ kemmiyyetinin kuvve-i müteakibesi, yukarıdaki mülahazata istinaden yapılacak olursa, şu aşağıdaki münasebât husûle gelir.

$$\left(\sqrt{-1}\right)^0 = +1$$

$$\left(\sqrt{-1}\right)^1 = +\sqrt{-1}$$

$$\left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$$

$$\left(\sqrt{-1}\right)^3 = (-1)^{\frac{3}{2}} = (-1).(-1)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{-1}$$

$$\left(\sqrt{-1}\right)^4 = (-1)^{\frac{4}{2}} = (-1)^2 = +1$$

$$\left(\sqrt{-1}\right)^5 = (-1)^{\frac{5}{2}} = (-1).(-1)^{\frac{1}{2}} = +\sqrt{-1}$$

$$\left(\sqrt{-1}\right)^6 = (-1)^{\frac{6}{2}} = (-1)^3 = -1$$

$$\left(\sqrt{-1}\right)^7 = (-1)^{\frac{7}{2}} = (-1)^3.(-1)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{-1}$$

$$ilh = \cdots \quad ilh.$$

Eğer, bu cetvel temdit ve tevsî‘i edilecek olursa daima âtîde dört netice elde edilmiş olur:

$$+1, \quad +\sqrt{-1}, \quad -1, \quad -\sqrt{-1}$$

İşte bunları nazar-ı dikkate alarak, kıyas tarikiyle $\sqrt{-1}$ kemmiyyetinin kuvvetlerinin devrî olduğuna hükmedilebilir (Mehmet Nadir, 1926, s. 199-200).

$\sqrt{-1}$ in bütün kuvvetleri alındığında devreden dört değer olduğu görülmektedir. Yukarıda verilen bu dört değer günümüzde sırasıyla;

$$+1, +i, -1, -i$$

ile gösterilmektedir. Nadir, konu anlatımı boyunca "i" sembolünü kullanmamış fakat konunun sonunda Gauss'un $\sqrt{-1}$'i "i" harfiyle gösterdiğini ve bunun da işlem yapmaktaki güçlüğü ortadan kaldırdığını belirtmiştir.

"Kuvve-i Muhakemenin Tevsî'ine Yardım Eden ve A'dâd Fikri ve Mefhumunu Zihne İlka' Eyleyen Bir Takım Mesele-i Mühimme" başlığı altında iki tane "sual" sorulmuş ve çözümleri de "sualin hâlli"nde verilmiştir.

Bu sorulardan ilkini çözümü ile birlikte sadeleştirerek ve kısaltarak verelim:

Sual 1: Üç rakamlı bir tam sayının rakamları çarpımına bölünmesinden elde edilen kalanın yüzler basamağındaki rakama eşit olması istenmektedir.

Sualin Hâlli: Yüzler basamağı c, onlar basamağı b, birler basamağı u olsun.

$$\frac{100c + 10b + u}{c.d.u} = c$$

$$u = \frac{10.(10c + d)}{c^2 d - 1}$$

$$u = \frac{10}{\frac{c^2 d - 1}{10c + d}}$$

10'dan küçük olan u sayısının tamsayı olması için $\frac{c^2 d-1}{10c+d}$ ifadesinin 10'un çarpanları olan 2, 5, 10'dan birine eşit olması gerekir. Sırayla tek tek bu değerler denendiğinde $u = \frac{10}{2} = 5$ iken $c = 7, d = \frac{141}{47} = 3$ olduğu görülmüştür. Yani;

$$\frac{735}{7.3.5} = \frac{735}{105} = 7$$

olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 202-205).

İkinci sorunun ve çözümünün sadeleştirilmiş ve kısaltılmış hali:

Sual 2: İkişer ikişer rakamları kullanılarak oluşturulan altı sayının toplamı, kendisine eşit olan üç rakamlı bir tam sayı bulunuz.

Sualin Hâlli: Bulunması istenen sayı $N = cdu$ üç basamaklı sayısı olsun. N sayısının iki rakamı kullanılarak elde edilebilecek altı sayı şunlardır:

$$(10c + d), (10c + u), (10d + c), (10d + u), (10u + d), (10u + c)$$

Bu sayıların toplamı N sayısına eşit olsun:

$$N = (10c + d) + (10c + u) + (10d + c) + (10d + u) + (10u + d) + (10u + c)$$

$$N = 22(c + d + u)$$

Bu durumda N, 11 ile bölünebilir olmalıdır.

$$u + c - d \equiv 0 \ (mod\ 11)$$

$$u + c - d = 0$$

$$u + c = d$$

u, c ve d tablodaki değerleri alabilir:

u	0	2	4	6	8
c	0	1	2	3	4
d	0	3	6	9	12

İlk ve son sütundaki değerlerle üç basamaklı bir sayı yazılamaz. Diğerleri ile 132, 264, 369 sayıları yazılabilir (Mehmet Nadir, 1926, s. 205-208).

Bu problemlerin ikisi de bilinmeyen sayısının denklem sayısından fazla olduğu Diophantos problemleridir. Özellikle bölünebilme kuralları ve mod kullanarak çözülmesi gereken problemlerdir. Üç bilinmeyen ve tek denklem olmasına rağmen Nadir, yine bölünebilme kurallarını ve modu büyük bir ustalıkla kullanarak çözümleri kolaylaştırmıştır. Çözüm için yeterli sayıda denklem olmamasından dolayı mümkün tüm değerlerin tek tek denenmesi gerekmiş fakat bu işlem olarak biraz uzun olsa da anlaşılması açısından gayet kolaydır.

"Planude Meseleleri" başlığı altında Nadir, Planude meseleleri adıyla meşhur iki problem ve çözümünü vermiştir. Bu sorular, *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisine gönderilerek çözümü istenmiştir. Nadir ve başka birkaç matematikçi soruları

çözerek dergiye göndermişlerdir. Herkesin farklı yollarla cevapladığı soru için, burada verilen Nadir'in kendi çözümüdür. Bu bölüm, Nadir'in, *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'*nda 1341 (1925) yılında Sene 3, Sayı 1'de 33-38 sayfalarında yayınlanmış olan *"Planude'ün İki Mesele-i Meşhuresi"* adlı makalesi ile hemen hemen aynıdır. Bu iki soru ve çözümü, makalenin incelendiği kısımda ayrıntılı olarak ele alındığı için burada tekrar bahsedilmeyecektir.

Nadir, makalenin sonunda bu problemlerin daha önce *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanan sorulara gönderdiği cevaplar olduğunu belirtmesine rağmen kitapta belirtmemiştir. Ayrıca, kitapta, problemlerin çözümünün sonunda yer alan "tembih"te:

> "Planude meseleleri namıyla maruf olan bu iki mesele, muhtelif ve müteaddit tarzlarda halledilebilirse de biz en basitini derç etmekle iktifa ettik." (Mehmet Nadir, 1926, s. 213)

uyarısında bulunmuştur.

Planude meseleleri olarak bilinen bu iki sorunun ardından Nadir, yeni bir başlık oluşturmadan, 7 soru ve bunların çözümlerini vermiştir. Bu soruları kısaltarak ve sadeleştirerek özetlersek:

> **Soru 1:** Küpünün rakamları toplamı kendisine eşit olan kaç sayı vardır? Bu sayılar hangileridir?
>
> **Cevap:** 1, 8, 17, 18, 26, 27 (Mehmet Nadir, 1926, s. 214-215)
>
> **Soru 2:** İki sayı bulun ki, bunların aralarındaki fark bir asal sayı olsun ve çarpımları tam kare olsun.

Cevap: Bulunması istenen sayılardan küçüğüne d, aralarındaki asal farka p dersek büyük sayı $p+d$ ile gösterilir. Bu durumda istenilen eşitlik $p.(p+d)=m^2$ şeklinde yazılabilir. Küçük ve büyük sayının bulunabilmesi için;

$$d=(\frac{p-1}{2})^2$$

$$p+d=(\frac{p+1}{2})^2$$

eşitlikleri elde edilir (Mehmet Nadir, 1926, s. 215-216).

Soru 3: Bir tam sayı bulunuz ki, bu sayının karesi, bir tam kare ve küpün toplamına eşit olsun. Yani $x^2=y^2+z^3$ ifadesinin tam sayılı çözümleri istenmektedir.

Cevap: $(x+y).(x-y)=z^3$

$(x+y)=r^3$, $(x-y)=k^3$, $z=rk$

Bunlardan;

$$x=\frac{r^3+k^3}{2}$$

$$y=\frac{r^3-k^3}{2}$$

$$z=rk$$

elde edilir. x ve y'nin tamsayı olabilmesi için r ve k ya ikisi de tek ya da ikisi de çift olmalıdır (Mehmet Nadir, 1926, s. 217-218).

Soru 4: Hem karesel hem üçgensel olan sayılar dizisinin bulunması istenmektedir.

Cevap: Burada çözüm iki usul ile yapılmaktadır. Birincide Pell denklemleri kullanılmakta ve çözümde Gauss'un "forme"leri kullanılacağı ifade edilerek matrisler yardımıyla soru çözülmektedir. İkinci usulde ise toplama yolu ile elde ettiği bir sayı cetvelinden faydalanarak kolay bir şekilde çözüme ulaşmaktadır. Nihayet 36, 16416, 48024900 … sayı dizisi elde edilmektedir (Mehmet Nadir, 1926, s. 218-224).

Soru 5: İki tam sayı bulunuz ki, bu iki tam sayının toplamları çarpımlarına eşit olsun.

Cevap: Bu sayılar b ve c ile gösterilirse, $b + c = b.c$ yazılır. Bunu sağlayan $b = 2$ ve $c = 2$ olduğundan yalnızca 2 değeri vardır (Mehmet Nadir, 1926, s. 224-225).

Soru 6: n terimli bir sayı dizisinin her iki teriminin çarpımının iki katları toplamının bulunması istenmektedir.

Cevap: n'ye kadar olan sayı dizisi: $1, 2, 3, 4, \dots, n$

Bunların ikişer ikişer çarpımlarının iki katlarının toplamı:

$$2.(1.n) + \cdots + 2.(1.4) + 2.(1.3) + 2.(1.2) + 2.(2.n) + \cdots$$
$$+ 2.(2.5) + 2.(2.4) + 2.(2.3) + 2.(n-1).n + \cdots$$

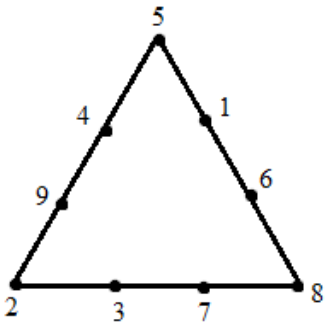
Bu toplamı S ile gösterirsek:

$$S = \frac{n.(n+1).(3n^2 - n - 2)}{12}$$

elde edilir. Bulunan bu kurala göre $n = 5$ için de bir örnek yapılmıştır (Mehmet Nadir, 1926, s. 225-226).

Soru 7: Bir üçgenin köşeleri ve kenarları üzerine 9 rakamı öyle yerleştirin ki her kenar üzerine yerleştirilmiş 4 sayının kareleri toplamı birbirine eşit olsun (Mehmet Nadir, 1926, s. 227-233).

Cevap:



$$5^2 + 1^2 + 6^2 + 8^2 = 8^2 + 7^2 + 3^2 + 2^2 = 2^2 + 9^2 + 4^2 + 5^2$$
$$= 126$$

Ayrıca:

$$5 + 1 + 6 + 8 = 8 + 7 + 3 + 2 = 2 + 9 + 4 + 5 = 20$$

Bu 7 soru ve çözümünün ardından Nadir, "Mesele" başlığı altında bir problem ve çözümünü ele almıştır. Bu problem A. Boutin'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde 1897'de yayınlanan sorusuna yine aynı dergide 1908 senesinde yayınlanan Nadir'in yapmış olduğu çözümüdür. Bu soru ve çözüm ayrıca *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası* Sene 2 Sayı 3'te "Nazariyye-i A'dâda Dair" adlı

makalesinde de yayınlanmış olup makalenin incelendiği kısımda teferruatlı şekilde ele alındığı için burada tekrar incelenmeyecektir. Makaledekinden farklı olarak Nadir, kitapta problemi Fransızca yerine Türkçe olarak vermiştir. Ayrıca, problemin hikâyesini makalede girişte uzun uzun anlatmasına rağmen, kitapta problemin sonunda bir not halinde verilmiştir.

"Pell Muâdele-i Meşhuresinin Suret-i Umumiyede Halli" başlığı ile yeni bir konuya geçilmiş ve Pell denklemlerinin genel hali ve çözümlü örnekler verilmiştir. Aynı konu Nadir'in *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda 1341 (1925) yılında Sene 3, Sayı 1'de 38-49 sayfalarında yayınlanmış olan makalesinde de ele alınmıştır. Nadir, daha önce makale olarak yayınlamış olduğu konuları kitabına dâhil ederken hemen hemen hiçbir değişiklik yapmadan aynıyla almıştır. Bu konuda ise makale ve kitaptaki bölüm birbirinden oldukça farklıdır. Makalenin yayın tarihi kitaptan sadece bir yıl önce olmasına rağmen Nadir, kitapta daha genel ispatlar ve daha anlaşılır bir anlatım kullanmıştır. Makalenin girişinde verilen Pell denkleminin genel hallerinden biri, kitapta da girişte verilmiş, fakat makalede sayısal bir şekilde doğruluğu gösterilmeye çalışılırken kitapta genel ispat yapılmıştır. Ardından yapılan örneklerden ise sadece bir tanesi makaledeki ile aynıdır. Makalede olmayıp kitapta verilen örneklerden inceleyelim:

> **Sual.-** İspat etmek matlûbdur ki, iki adedin murabbaları mecmuunun, diğer iki adedin murabbaları mecmuu ile hâsılı darbı yine iki adedin murabbaları mecmuuna müsâvîdir. Farz edelim ki
>
> $$(m^2 + p^2) \quad , \quad (b^2 + c^2)$$
>
> iki murabbalar mecmuunu göstermiş olsun. Ber-mûcib-i sual:

$$(b^2 + c^2)\,(m^2 + p^2) \equiv b^2m^2 + b^2p^2 + c^2m^2 + c^2p^2$$

olur. Bu müsâvâtın sol tarafına:

$2bcmp$ hâsılı zam ve ondan tarh olunsa – ki sıfır demektir - şu olur:

$$(b^2 + c^2)\,(m^2 + p^2)$$
$$\equiv b^2m^2 + b^2p^2 + 2bcmp + c^2m^2 + c^2p^2 - 2bcmp$$
$$\equiv (bm + cp)^2 + (cm - bp)^2.$$

Yahut bu ifade şöylece de yazılabilir:

$$(bm - cp)^2 + (cm + bp)^2 \equiv (b^2 + c^2)(m^2 + p^2).$$

Bunların her ikisini bir ifadeye rabt edelim:

$$(bm \pm cp)^2 + (cm \mp bp)^2 \equiv (b^2 + c^2)(m^2 + p^2)$$

Tembih.- Bu pek meşhur olan ayniyet, (Léonard de Pise)'nın (Murabbalar Kitabı)'nda münderiçtir (Mehmet Nadir, 1926, s. 244-245).

Burada basit bir denklik genel ispatı yapılarak verilmektedir. Fakat sorunun sonunda yazmış olduğu *tembih* önemlidir. Burada atıf yapılan kişi, Pisa'lı Leonardo Fibonacci'dir. Nadir, sayılar teorisi alanında önemli çalışmalar yapmış olan çağdaşları, modern dönem, ortaçağ ve ilkçağ matematikçilerinden pek çok isme atıfta bulunmuştur.

Kitaptan bir örnek daha verelim:

Sual.- Müspet olmak şartıyla dokuz aded-i tam bulmak matlûbdur ki, bunlar bir silsile-i adedîye teşkil etsin ve bu silsilenin haddlerinin murabbaları mecmuu bir murabba-ı tam olsun?

Ber-mûcib-i sual şöyle bir silsilenin haddlerinin murabbaları mecmuu aranacak:

$$x^2 + (x + r)^2 + (x + 2r)^2 + \cdots + (x + 8r)^2 \quad \ldots (a)$$

Bedihidir ki (x)'lerin murabbaları mecmuu: $9x^2$'den ibarettir. Birinci hadden başka hadd-i evvellerin hadd-i sânîlere hâsıl-ı darblarının 2 misli alınacağından,

$$2rx + 4rx + 6rx + \cdots . + 16rx$$

Yahut:

$$2rx(1 + 2 + 3 + \cdots + 8)$$

dir. Parantez içindeki ifade bir silsile-i adediyedir. Silsile-i mecmuu

$$= \frac{(1 + 8) \times 8}{2} = 36$$

olup kurulacak muâdelenin ikinci haddi:

$$2rx \times 36 = 72rx$$

olur.

Muâdelenin üçüncü haddine gelince: Bu da (a) silsilesinin ikinci haddinden itibaren hadd-i sânîlerin murabbaları mecmuundan ibarettir. Yani:

$$r^2 + 4r^2 + 9r^2 + \cdots + 64^2$$

olup bu da:

$$r^2(1 + 4 + 9 + \cdots + 64)$$

tür ki, parantez içindeki ifade silsile-i a'dâd-ı tabîiyenin 8 haddi murabbaları mecmuundan ibarettir. O da şu murabbalar düsturuna tatbiken:

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{8 \times 9 \times 17}{6} = 204$$

olup muâdelenin üçüncü haddini de $(204r^2)$ teşkil etmiş olur.

Şimdi, teşekkül edecek muâdelenin bulmuş olduğumuz haddlerini toplayıp bir yere yazalım:

$$9x^2 + 72rx + 204r^2$$

Bunun bir murabba-ı tama müsâvî olması şart koşulmuştu. Muâdeleyi basit bir hâle getirmek için o murabbaı şu şekilde:

$$(3k)^2 = 9k^2$$

farz edelim. Bu hâlde:

$$9x^2 + 72rx + 204r^2 = 9k^2$$

olup bu muâdelenin sağ tarafındaki üçüncü haddinden maada sair haddlerin kâffesi 9 adediyle kâbil-i taksîmdir. Bu üçüncü haddin emsali de 9 ile kâbil-i taksîm olmak için $r = 3r'$ farz ederek mahalline vaz‘ ve ıslah edildikte:

$$x^2 + 24r'x + 2004r'^2 - k^2 = 0 \dots (h)$$

olur.

Bu muâdele de usul-ü veçhe ile halledildikte:

$$x = -12r' \pm \sqrt{-60r'^2 + k^2} \dots (q)$$

olup meczurun bir murabbaı tam olması iktiza ettiğinden:

$$k^2 - 60r'^2 = y^2$$

farz edilir ve bu da şöyle yazılabilir:

$$k^2 - y^2 = 60r'^2$$

Bu muâdelenin hâllini umumlaştırmak için şöylece icra-i amel etmeli:

$$4\gamma^2.k^2 - 4\gamma^2.y^2 = 4\gamma^2 \times 60r'^2$$

$$y = \frac{15r'^2 - \gamma^2}{\gamma}, \quad k = \frac{15r'^2 - \gamma^2}{\gamma}.$$

(q) münasebetinden de şu müsâvât alınacağından:

$$x = y - 12r' \ ,$$

Yukarıdaki

$$(3k) \quad ve \quad r = 3r'$$

ifadeleri de nazar-ı dikkate alınarak mesele için lâ-yuadd hâller bulunur.

$$\gamma = 1 \quad ve \quad r' = 1$$

farz etmiş olsak:

$$y = \frac{15 \times 1 - 1}{1} = 14$$

olur.

$$x = y - 12r'$$

olduğundan

$$x = 14 - 12 = 2$$

olup

$$k = \frac{15 \times 1 + 1}{1} = 16\,, \quad 3k = 48$$

olur ki, silsile:

$$2^2 + 5^2 + 8^2 + 11^2 + 14^2 + 17^2 + 20^2 + 23^2 + 26^2 = 48^2$$

$$r' = 2, \quad \gamma = 1$$

olsa

$$y = 59, \quad x = 59 - 24 = 35$$

olup düsturuna tatbiken:

$$k = 61 \quad , \quad 3k = 183$$

bulunduğundan silsile şu olur:

$$35^2 + 41^2 + 47^2 + 53^2 + \ldots + 77^2 + 83^2 = 183^2$$

İşte, r' ile γ kemmiyyetlerine münasip kıymetler verilerek lâ-yuadd haller elde edilir (Mehmet Nadir, 1926, s. 246-249).

Uzunca bir çözüm verilmesine rağmen çözüm anlaşılır ve modern gösterime uygun bir şekilde yapılmıştır. Çözüm için bir sonuç verilmiş, farklı değerler için sayısız sonuç bulunabileceği belirtilmiştir. Bu örneğin ardından muhtemelen pekiştirme amaçlı aynı tip iki problem daha verilmiş ve konu sona erdirilmiştir.

"Diophantos Mesaili" başlığı ile yeni konuya başlanmıştır. Nadir, daha önce "Müteâdiller" kısmında da konu ele alındığı için konu anlatımı vermemiş fakat örneklere başlamadan önce konunun girişinde kısa bir tarihçe vermiştir.[130] Bu ilginç ve dikkat çekici giriş şu şekildedir:

> Tahlîlât-ı gayr-i muayyene meselelerine: Diophantos meseleleri namı verilmiştir.
>
> Bu halde, tahlîlât-ı gayr-i muayenenin başlangıcı: 1500 seneden fazla bir zaman kadar eskidir.

[130] Nadir'in pür matematik, matematik eğitimi ve matematik tarihi alanlarının üçüne birden hâkim olması gerçekten takdire şayandır. Tabii belirtmek gerekir ki bu üç alan içinde en az matematiğin tarihi ile ilgilenmiş görünüyor.

> Fi'l-hakika, Diophantos'un bırakmış olduğu yazılarında, bu nevi mesailin, pek mahirane ve pek doğru olarak ve fakat suret-i zahirede irtibatsız gibi görünen, pek muhtelif bir takım hiyel hesâbiye ile halledilmiştir.
>
> Bilakis Hintlilerin âsârında, birinci ve ikinci dereceden muâdelât-ı gayr-i muayyenenin umumî halleri bulunmaktadır.
>
> Eğer Çinlilere ve onların vakayi'-i tarihiyelerine inanmak lazım gelirse: Çin- Kiyû- Çâû namında bir âlim, Milattan 2600 sene evvel, ilm-i a'dâd üzerine bir kitap yazmış ve bu kitapta tahlîlât-ı gayr-i muayyeneden bazı mesail münderiç bulunmuş imiş.
>
> Tahlîlât-ı gayr-i muayyenenin ehemmiyetine mebni bir nebzecik tarihinden bahsetmeyi münasip addettik. Şimdi de bir hayli emsal ve mesail vereceğiz. Müteâdil bahsinde bu gibi muâdelâtın birkaç türlü hallerini göstermiş idik. İşte onları rehber ittihaz ederek şu aşağıdaki muâdelât-ı gayr-i muayyenenin halleri talebe efendilerden istenilmelidir (Mehmet Nadir, 1926, s. 252).

Bundan sonra 14 tane problem verilmiş, bunlardan 10 tanesinin pozitif tam sayılı, 3 tanesinin negatif tamsayılı ve sonuncusunun da negatif ve pozitif tamsayılı çözümleri istenmiştir. Soruların cevapları da altlarında verilmiştir. Örneklerden biri (Mehmet Nadir, 1926, s. 256):

$$7x + 11y = 361$$

C: $\left.\begin{matrix} x = 6 + 11t \\ y = 29 - 7t \end{matrix}\right\}$ $t = 0;\ 1;\ 2;\ -1, -2\ \ldots$

$x = 6, 17, -5, -16, \ldots$

$y = 29, 22, 36, 43, \ldots$

Ardından "Birinci Dereceden Muâdelât-ı Gayr-i Muayyene Veren Meseleler" başlığı altında 6 tane belirsiz denklemle çözülebilen problem verilmiş ve her problemin çözümü de altına yapılmıştır. Bu problemlerden biri:

> Bir sepet içinde 300'den ziyade**,** 440'dan noksan armut var. Eğer bu armutlardan 13 çocuğa müsâvâten tevzi' edilse 9 armut sepette kalıyor ve eğer 15 çocuğa müsâvî miktarda tevzi' olunsa 4 armut artıyor. Acaba sepet içinde kaç tane armut vardır?
>
> **C:** Sepette mevcut armutların adedi x farz edilse, ber-mûcib-i mesele şu müteâdiller husûle gelir:
>
> $$x \equiv 9 \quad (muaddil\ 13)$$
>
> $$x \equiv 5 \quad (muaddil\ 15)$$
>
> Bu müteâdiller, usul-ü dairesinde halledilse,
>
> $$x = 139 + 195t$$
>
> elde edilir.
>
> Meseleye tevafuk eden en küçük aded: 139 adedidir. Lakin meselede sepet içinde 300'den fazla 400'den noksan şartı vardı. Öyle ise, burada: $t = 1$ farz edilse:
>
> $$139 + 193 = 334$$

Yani sepet içinde: 334 tane armudun mevcut olduğu tebeyyün etmiş olur. Eğer $t = 2$ farz edilecek olsa,

$$y = 139 + 390 = 529$$

Yani 529 adedi zuhur eder. Gerçi bu aded de meseleye tevafuk ederse de 400'den fazla olduğu için şarta muhaliftir. Binaenaleyh: 334 adedi meseleye ve şarta tevafuk ettiğinden matlûb olan aded budur (Mehmet Nadir, 1926, s. 259-260).

Burada kitabın konu anlatım kısmı tamamlanmıştır. Bundan sonra "Notlar" başlığı ile kitabın içinde ele alınmış konulara, tahminimce kitabın tamamlanmasından sonra, yapılmak istenen eklemeler ilave edilmiştir.

"Not: 1 Ta'dâd ve Terkîmin Muhtelif Sistem Nazarîsi" farklı tabanlardaki sayıların özellikleri ve bazı genel kurallar hakkındadır. 5 tane soru sorulmuş ve ve bu sorularda istenilenler herhangi bir tabana göre cevaplanmıştır. Bu sorular:

Sual 1. Ta'dâd ve terkîmin her sisteminde, kaideyi takaddüm eden adedin dı'fı ile yine o adedin murabbaı, aynı rakamlarla fakat makûs olarak tezahür eder (Mehmet Nadir, 1926, s. 261).

Sual 2. Bir ta'dâd ve terkîm sisteminde kaide B olduğuna göre, ispat ediniz ki mecmuları $(B + 1)$'e müsâvî iki aded-i tamın $(B - 1)$ ile hâsıl-ı darbları, birbirinin makûsu iki aded husûle getirir (Mehmet Nadir, 1926, s. 264).

Sual 3. Ta‘dâd ve terkîmin hangi sisteminde olursa olsun, usul-u âşariye üzere yazılmış 9 ve 11 adedlerinin havâssına malik hangi adedler vardır (Mehmet Nadir, 1926, s. 265).

Sual 4. Kaidesi herhangi bir B olarak yazılmış üç rakamlı bir adedin makûsu ile tefâzulü alınırsa, bu tefâzulün orta rakamı: $(B-1)$ adedine ve iki nihayetindeki rakamlar mecmuu da yine: $(B-1)$ adedine müsâvîdir (Mehmet Nadir, 1926, s. 267).

Sual 5. – A‘dâd-ı tamın kâffesi, beheri yalnız bir defa alınmak şartıyla, 2 adedinin kuvvetleri mecmuuna müsâvîdir (Mehmet Nadir, 1926, s. 268).

Nadir’in burada sorduğu sorular pek de önem taşımayan sorulardır. Genel olarak Nadir, herhangi bir tabanda yazılan sayıların 10’luk tabanda yazılmış sayıların genel özelliklerini taşıyıp taşımadıklarını sorgulamış ve matematiksel açıdan hatasız ispatlar vermiştir. Yalnızca 5. soruda, ispatta hata olmasa da, sorunun kökünde problem bulunmaktadır. Bu soruda, her tam sayının, herbiri birer defa kullanılmak şartıyla, 2’nin kuvvetleri toplamına eşit olduğu ispatlanmıştır. Özel olarak 2’nin kuvveti olması şartı verilmesi hatalı olmuştur. Daha genel ve daha doğru olarak, taban aritmetiğindeki işlemler gereği, her tam sayının herhangi bir sayının kuvvetlerinin toplamına eşit olacağı ifade edilmeliydi.

Nadir, kitapta ispat yaparken sık sık 10’luk tabanda ispatın yanında hehangi bir tabana göre ispatını da verme yoluna gitmiştir. Bu durum, Nadir’in genel bir tabana göre işlem ve ispat yapmayı önemsediğine işaret etmektedir. Nadir, burada verdiği

"Not: 1"i herhangi bir tabana göre düşünebilme ve işlem yapabilme becerisini geliştirebilmeyi amaçlayarak eklemiş olabilir.

"Not: 2 A'dâd-ı Asliyye Nazariyatı" başlıklı ikinci not asal sayılarla ilgili birkaç teorem ve ispatı yapılması istenen birkaç problem içermektedir. Verilen teoremler asal sayılarla ilgili temel ve önemli teoremlerdir. Kitabın içinde asal sayıların ele alındığı kısımlarda, konu ile ilgili teoremlerin birçoğu verilmiş olmasına rağmen eksik kalan birkaç teorem de not olarak eklenmiştir.

Teoremlerden, ardışık iki sayının aralarında asal olduğunu ispatıyla veren ilk teoremi inceleyelim:

Dava-i Nazarî: Müteakip iki aded-i tam mütebâyindir.

İki aded-i müteakip, şu:

$$n, \quad n+1$$

şeklindedir.

n ile $n+1$ adedlerinin her kâsım-ı müştereği bunların

$$n+1-n=1$$

tefâzulünü de tamamen taksîm etmesi lazım gelir. Hâlbuki (1) vahid yalnız kendisiyle kâbîl-i taksîmdir. Bu sebepten, iki aded-i müteakibin kâsım-ı müştereği olamaz. Öyleyse onlar: mütebâyindirler (Mehmet Nadir, 1926, s. 271).

Aşağıdaki örnekte de, bir asal sayının, ardışık tek sayı dizisinin toplamına eşit olamayacağının ispat edilmesi istenmektedir:

Sual: Bir aded-i aslî, a‘dâd-ı ferdiye-i müteakip silsilesi mecmuuna müsâvî olamaz.

Zîrâ, bir aded-i aslî – müteakip olsun olmasın – çift a‘dâd-ı ferdiye mecmuuna müsâvî olamaz. Çünkü, çift a‘dâd-ı ferdiye mecmuu: çifttir.

Biz burada, yalnız sayısı tek olan a‘dâd-ı ferdiye-i müteakipten müteşekkil bir silsileyi tasavvur edeceğiz.

Farz edelim ki, $(2n+1)$ tane a‘dâd-ı ferdiye-i müteakibe vardır. Bu adedlerin hadd-i vasatîsi, yani orta haddi: $(2p+1)$ şeklindedir mademki, $(2p+1)$ orta haddir ve mademki, silsilenin adedi de: $(2n+1)$ kadardır.

Bu halde, orta hadd olan $(2p+1)$ adedinin sağında: 2’şer 2’şer tezâyüd ederek giden n kadar hadd vardır. Kezalik solunda da 2’şer 2’şer tenakus ederek giden n kadar hadd vardır.

Bu takdirce, hadd-i vasatî olan $(2p+1)$ adedinin sağında ve solunda ebâd-ı mütesâviyede bulunan haddler mecmuu bu hadd-i vasatînin 2 misline, yani:

$$2(2p+1)$$

adedine müsâvîdir. Bu sebepten, $(2n+1)$ kadar tasavvur olunan haddler mecmuunun kıymeti: n kere

$$2(2p+1)$$

ile hadd-i vasatî mecmuuna, yani:

$$2n(2p+1) + (2p+1)$$

ifadesine müsâvî olup bundan:

$$4np + 2n + 2p + 1$$

Yahut:

$$2p(2n+1) + (2n+1)$$

Ve nihayet:

$$(2n+1)(2p+1)$$

olup matlûb sabit olur. Yani şu son ifade aslî bir aded olmayıp mürekkeptir (Mehmet Nadir, 1926, s. 278-279).

"Not: 3", "Gayr-i Müşterek'ül Mikyas Adedler, Kemmiyât-ı Asamma ve Muhdese" ve "Cezirlerin Hesâbı" olmak üzere iki başlık içermektedir. Bu not, daha önce kitapta "Gayr-i Müşterek'ül Mikyas Adedler ve A'dâd-ı Muhdese veya Mevhûme" başlığında da ele alınan irrasyonel sayılar ve sanal sayılar hakkındadır.

İlk başlıkta:

> **Dava-i Nazarî:** Müspet bir kemmiyyetin, birbirine müsâvî ve işaretleri muhtelif iki cezr-i murabbaı ve yalnız iki cezr-i murabbaı vardır (Mehmet Nadir, 1926, s. 287).

teoremi önce sayısal bir örnekle gösterilerek verilmiş ve ardından genel bir ispatı yapılmıştır.

İkinci başlıkta, önce kareköklü sayılarla temel işlemler anlatılmıştır. Karekök içindeki bir sayının kök dışına çıkarılması, kareköklü ifadelerle toplama, çıkarma, çarpma, bölme işlemleri, paydasında köklü ifade bulunan bir kesrin paydasının rasyonel yapılması örneklerle anlatılmıştır. Konu anlatımı ve örnekler günümüzdeki kullanımla paralellik göstermektedir. Fakat paydanın rasyonel yapılmasının anlatıldığı kısımda "eşlenik" ifadesine karşılık gelecek bir terim kullanılmamış, sadece işlemin nasıl yapılacağı tarif edilmiştir.

> … ifadesinin mahrecini muntak kılmak için mahrecin son haddinin işaretini tebdil ederek hem surete, hem de mahrece darb etmelidir (Mehmet Nadir, 1926, s. 290).

Son kısımda ise, sanal sayılarla işlemler ve bazı temel kurallar verilmiştir. Konuya girişte:

> Kemmiyyât-ı muhdese hesâbâtına dair kaide-i külliye: Bu bâbdaki kaide şöyle icmal edilir: "Kemmiyyât-i mevhûme hakkında da, kemmiyyât-ı hakikaya ait, kavâid-i mu'tâdeyi tatbik ediniz. Lakin şu: $\sqrt{-1}$ rumuzunu, murabbaı: -1 olarak kabul ediniz ve öyle isti'mâl eyleyiniz." (Mehmet Nadir, 1926, s. 291).

genel kural olarak verilerek başlanmıştır. Ardından sanal sayılarla işlemlerin nasıl yapılacağı anlatılmıştır:

> Kemmiyyât-ı muhdesenin a'mâl-i erbaasına dair kavâid: Bu a'mâl-i erbaa şu aşağıdaki ayniyetlerle irae edilmiştir:

(1). $$(a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i,$$

(2). $$(a+bi)-(a'+b'i)=(a-a')+(b-b')i,$$

(3). $$(a+bi)(a'+b'i)=(aa'-bb')+(ab'+ba')i,$$

(4). $$\frac{a+bi}{a'+b'i}=\frac{(a+bi)(a'-b'i)}{a'^2+b'^2}=\frac{aa'+bb'}{a'^2+b'^2}-\frac{ab'-ba'}{a'^2+b'^2}i.$$

Şu yukarıki ayniyetler kavâid-i umumiyeyi icra ederek elde edilmiştir. Yalnız i^2 rumuzun yerine -1 alınmak şarttır. Taksîm ameliyatına gelince:

$$\frac{a+bi}{a'+b'i}$$

kesrinin her iki haddini: $a'-b'i$ ifadesiyle darb ettik ki, mahreç hakiki olsun. Bir de, görülüyorki, $a+bi$ şeklinde olan kemmiyyât-ı mevhûme üzerine icra edilen ameliyat-ı iptidaiye, aynı eşkâlde kemmiyyât-ı mevhûme vücuda getiriyor (Mehmet Nadir, 1926, s. 291).

Görüldüğü üzere konu çok iptidai düzeyde ele alınmış fazla teferruat verilmeden ve örnek yapılmadan temel kurallar anlatılmıştır. Nadir'in, daha önece aynı konuyu "Gayr-i Müşterek'ül Mikyas Adedler ve A'dâd-ı Muhdese veya Mevhûme" başlığında ele aldığında da yüzeysel olarak değinmiş olması, konunun Nadir için yeni olduğu hissini uyandırmaktadır.

"Not 4"ün ayrıca başlık verilmeksizin yazılan ilk kısmı "Not 3"ün devamı niteliğindedir. Sanal sayılardan faydalınarak elde edilebilen bir özdeşlik verilmektedir:

> Bakınız kemmiyyât-ı mevhûmenin pek büyük bir faidesi de şu aşağıdaki ayniyetin vücuduna yardım etmesidir:

$$(\sqrt{a^2+b^2}-i\sqrt{c^2+d^2})^2$$

$$\equiv a^2+b^2-c^2-d^2-2i\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}$$

$$\frac{(\sqrt{a^2+b^2}+i\sqrt{c^2+d^2})^2 \equiv a^2+b^2-c^2-d^2+2i\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}}{(a^2+b^2+c^2+d^2)^2 \equiv (a^2+b^2-c^2-d^2)^2+4(a^2+b^2)(c^2+d^2)}$$

Lakin bu son haddi [ki şudur: $4(a^2+b^2)(c^2+d^2)$] riyazi-i eşher (Euler)'in meşhur ayniyetine tatbik edelim:

(Euler)'in ayniyeti şudur:

$$(a^2+b^2)(c^2+d^2) \equiv (ac \pm bd)(ad \pm bc)$$

$$(a^2+b^2+c^2+d^2)^2$$

$$\equiv (a^2+b^2-c^2-d^2)^2+(4ac \pm bd)^2$$

$$+4(ad \pm bc)^2$$

Bu son ayniyete tatbîken başlıca şu:

$$x^2=y^2+u^2+v^2$$

şeklindeki muâdelât-ı gayr-i muayyenenin lâ-yuadd halleri bulunur (Mehmet Nadir, 1926, s. 293).

Bahis bununla sonlandırılarak bir "İhtar" yazılmıştır:

İhtar: Ulûm-u riyaziyenin her bahsi için, müteaddit ve muhtelif emsile ve mesail halletmek kadar fikirleri tenvir edecek, zihinlere küşayiş verecek hiçbir vasıta yoktur. Öyle kupkuru tarifattan, can sıkıcı tafsilattan o kadar çok faide beklemek abestir, kendini aldatmaktır. Ben, tam: (kırk dokuz sene) –bilâ-fasıla– muallimlik

> mesleğinde bulundum ve el-ânda bulunmak şerefiyle mübâhîyim. Bu sözlerimi pek çok tecrübelere istinaden söylüyorum.
>
> İşte, buna binaendir ki, bu eserimin şu son sahifelerini, müteaddit ve muhtelif mesail ve emsileye hasretmeyi ve bu vasıta ile zihinleri açmaya gayret eylemeyi vazife addettim (Mehmet Nadir, 1926, s. 293-294).

Nadir'in çok az uygulama örneği içeren, neredeyse tamamı teorik ve üstelik de konusu sayılar teorisi olan kitabının sonunda, matematikte çeşitli örnekler yapmak kadar faydalı bir şey olmadığı fikrini beyan etmesini şaşırtıcı bulduk. Elbette matematikte uygulama olmaması veya önemsenmemesi söz konusu olamaz, fakat teorik altyapı da asla ihmal edilemez. Burada Nadir'in teoriyi önemsemediği anlamı çıkmıyor, ama tüm çalışmalarında ilk defa bu *ihtar* notunda *tatbikat* daha ön planda tutulmuş görünüyor.

"Tatbikat (Müteaddid ve Muhtelif Emsile ve Mesail)" başlığı altında sadece bir örnek veriliyor. Bu örnek de daha önce "Birinci Dereceden Muâdeletler" konusunda çözülmüş olan bir örnekle aynı tipte bir sorudur. Başı sanal sayılarla ilgili olan bir notun sonunda örnekler çözüleceği belirtilip sadece bir örnek yapılması ve onun da farklı bir konu hakında olması düzensiz bir konu akışına sebep olmuş. Genel olarak notlar bölümünün, kitabın içindeki konular kadar sistematik olmadığı söylenebilir.

"Not: 5 Küsûrât-ı Mütevâliye Temrinatı" daha önce anlatılan "küsûrât-ı mütevâliye" konusu için alıştırma olarak verilmiştir. Verilen bir kesrin sürekli kesir olarak yazılması ve yaklaşık değerlerinin hesaplanması örneklerle gösterilmiştir. Bu örneklerden biri:

$\frac{a}{b}$ şeklinde, müşterek'ül mîzan bir kemmiyyetin küsûrât-ı mütevâliyeye tevsî'i şu suretle de icra edilebilir.

Mesela $\frac{251}{764}$ kesrini mütevâli kesre tevsî' etmek için 251 ile 764 adedlerinin kâsım-ı müşterek-i a'zamlarını bulmak için yapılan (algoritma)yı icra etmelidir; yani şöyle yapmalıdır:

251	0	3	22	1	4	2	
	764	251	11	9	2	1	...A
251	11	9	2	1	0		

Bunlardan şu kesr-i mütevâlî tahaddüs eder:

$$\frac{251}{764} = \frac{1}{3 + \frac{1}{22 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2}}}}} \quad \dots (B)$$

Bilakis, B münasebeti malum iken $\frac{251}{764}$ kesrinin muhtelif ve müteaddid takribî kıymetlerini veren küsûrât-ı mürcia'yı hesâb etmek matlûb ise, (A) münasebâtından şu (algoritma) tertip olunarak hesâb olunur:

	0	3	22	1	4	2
$\frac{1}{0}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{22}{67}$	$\frac{23}{70}$	$\frac{114}{347}$	$\frac{251}{764}$

İşte burada

$$\frac{1}{3}, \quad \frac{22}{67}, \quad \frac{23}{70}, \quad \frac{114}{347}$$

kesirlerinden beheri: $\frac{251}{764}$ kesrinin takribî kıymetleridir (Mehmet Nadir, 1926, s. 297-298).

Sürekli kesirde hesaplanan yaklaşımların Pell denkleminin çözümünde kullanılabileceğini açıklayan bir not vermiş ve arkasından bunu Pell denklemine uygulayan örnekler yapmıştır.

> Bu küsûrât-ı mürcia'nın birçok havâssı varsa da en meşhur olan bir tanesini zikredeceğiz:
>
> $$p^2 = Aq^2 = \pm 1$$
>
> muâdele-i gayr-i muayyenesine: (Pell) muâdelesi derler ki, a'le'l-husûs (hesâbı âlîde) de pek büyük ehemmiyeti vardır. Vakıa ben, bu muâdeleyi (Gauss) nam raiyazi-i şehirin vaz' ettiği kavâide tatbiken halledersem de, bu, kemmiyyât-ı asammın küsûrât-ı mütevâliyeye tevsî'i halinde husûle gelen küsûrât-ı mürcia' vasıtasıyla da halledilir (Mehmet Nadir, 1926, s. 299).

Pell denkleminin sürekli kesirlerden faydalanılarak yapılan çözümü:

> Mesela, bir yerde:
>
> $$x^2 - 28y^2 = 1 \ldots (k)$$
>
> gibi bir muâdele-i gayr-i muayyeneye tesadüf etmiş olsak da bunun hallini murat eylesek, evvel-emirde $\sqrt{28}$ ifadesini küsûrât-ı mütevâliyeye şöylece tevsî' etmeliyiz:
>
> $$\sqrt{28} = 5 + \frac{1}{x}$$

$$\frac{\sqrt{28}+5}{3}=3+\frac{1}{x'} \qquad \frac{\sqrt{28}+5}{3}=3+\cdots$$

$$\frac{\sqrt{28}+4}{4}=2+\frac{1}{x''} \qquad \frac{\sqrt{28}+4}{4}=2+\cdots$$

$$\frac{\sqrt{28}+4}{3}=3+\frac{1}{x'''} \qquad \frac{\sqrt{28}+4}{3}=3+\cdots$$

$$\frac{\sqrt{28}+5}{1}=10+\frac{1}{x^{iv}} \qquad \frac{\sqrt{28}+5}{1}=10+\cdots$$

Sonra, bu tevsî‘in devir etmeyen adedi ile devir eden bir takım (fakat bu takımın son rakamından sarf-ı nazar olunacaktır) alınarak malum olan algoritma yapılır. Bu algoritmin son kesr-i mürcia‘sı alınarak bu kesrin sureti (x)’in ve mahreci de (y)’nin müsâvîsi farz edilerek (k) muâdelesinde yerine konarak hall-i matlûb husûle gelmiş olur.

Yani şöyle yapmalıdır:

Burada devretmeyen 5 adediyle devredenin bir takımı (son rakamı müstesna) olan: $3, 2, 3$ adedleri alınır ve şu:

	5	3	2	3
$\frac{1}{0}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{37}{7}$	$\frac{127}{24}$

(algoritm) yapılır. Bunun son mürcia‘sından şu:

$$\overline{127}^2-24^2.28=16129-16128=1$$

olup muâdele halledilmiş olur (Mehmet Nadir, 1926, s. 300-301).

Nadir, kendi çözümünü verdiği örneklerden sonra "Halleri Matlûb Mesail" başlığı altında çözümlerini yapmadan sadece cevapları yazarak üç problem vermiştir.

"Not 6" yaklaşık değer hesabı ve ondalıklı sayıların çarpımlarının verilen bir basamağa göre yaklaşık olarak bulunması hakkındadır.

Yaklaşık değer hesaplanırken yapılan hata "hata-ı mutlak" olarak adlandırılmıştır:

> **Tarif:** Bir aded diğer bir adede nazaran aded-i hakikidir denir; eğer ikinci aded, birincinin takribîsi ise.
>
> **Hata-ı Mutlak:** Fazlasıyla veya noksanıyla takarrüb etmiş bir kemmiyyetin (l'errenr absolue – hata-ı mutlak)ı, bu kemmiyyet ile kemmiyyet-i hakikiye arasındaki tefâzuldür.
>
> Bu takdirce 60 adedinin birer kıymet-i takribiyesi tasavvur olunan 66 veya 54 adedlerinin hata-ı mutlakı 6 adedidir.
>
> Eğer aded-i takribî, aded-i hakikiden küçük ise, hata: noksanına, aksi takdirde fazlasınadır denir.
>
> Yukarıki misalde 60 adedinin takribîlerinden 54 adedi noksanına, 66 adedi de fazlasına hatadır veya umumiyetle a ile bir aded-i takribîyi, A ile aded-i hakikiyi ve α ile de hata-ı mutlakı irae eylesek, eğer bu hata noksanına ise:
>
> $$A = a + \alpha$$
>
> Ve eğer fazlasına ise:

$$A = a - \alpha$$

münasebetleri husûle gelir (Mehmet Nadir, 1926, s. 307).

Altıncı notun sonunda, daha önce "muâdeletler"de çözülmüş olan bir örnek mod ve sürekli kesir kullanılarak farklı iki yoldan daha çözülmüşür. Ardından yine mod ile çözülmesi gereken bir örnek daha sorulmuştur. Kitabın en sonunda da "Halleri Matlûb Emsile ve Mesail" başlığı altında, çoğunluğu mod ve bölünebilme kuralları hakkında, bazılarının çözümleri yapılmış, bazılarınınki öğrencilere bırakılmış olan 15 soru sorularak kitaba nihayet verilmiştir.

3.3. Uluslararası Yayınlar Ve Atıflar

Türk bilim adamlarının matematik alanındaki çağdaş gelişmelere ne zaman katkı yapmaya başladıklarını araştıran İnönü (1997), bu çabalarını:

> … ondokuzuncu yüzyıl sonları ile yirminci yüzyıl başlarını içine alan iki özet ("abstract") dergisini *"Jahrbuch der Fortschritte der Matematik"* ile *"Revue Semestrielle des Publications Mathématiques"*i taradık. Bu dergilerden "Jahrbuch", 1868 yılına, "Revue Semestrielle" ise 1893 yılına kadar geri gidiyor. Bu taramada üç Türk matematikçisinin ismini gördük: H.Tevfik Paşa, Salih Zeki Efendi ve Mehmet Nadir (İnönü, 1997, s. 1).

açıklamarıyla aktarmaktadır. Bu özet degilerinin yanında, Chicago Üniversitesi matematik profesörlerinden Leonard Eugene Dickson'ın 1920'de yayınladığı *History of the Theory of Numbers* adlı üç ciltlik eserinde de iki yerde Nadir'in çalışmalarına atıf yapılmıştır. Yapılan atıfların tamamı, Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanan soru ve cevapları hakkındadır. İnönü (1997), "Bu atıfları göz

önüne alarak, Mehmet Nadir'in uluslararası matematik araştırmaları yazınında adı geçen ilk Türk matematikçisi olduğunu söyleyebiliriz." (İnönü, 1997, s. 1) tespitinde bulunmaktadır.

Nadir'in makaleleri ve kitabı gibi yurtdışında yaptığı yayınlar da tamamen sayılar teorisi hakkındadır. Bu nedenle de araştırma konumuz açısından önem arz etmektedir.

Nadir'in uluslararası yayınları sadece *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisindeki soru ve cevaplardan ibaret değildir. Daha önce, Nadir'in "Hoene-Wroński" adlı makalesini değerlendirdiğimiz kısımda, *Sphinx= œdipe* adlı Fransızca matematik dergisinde ve *Le Journal d'Orient* adlı Fransızca yayınlanan günlük gazetede yayınlanmış olan sorularını incelemiştik. Ayrıca Gérardin, Felix Klein ve Landau ile yazışmalarının olduğunu biliyoruz. Nadir'in bunlardan başka da uluslararası yayınları veya yazışmaları olması muhtemeldir. Yabancı dile hâkimiyeti iyi, girişken, meraklı, öğrenmeye açık ve alana katkı sağlamaya çalışan bir matematikçi tablosu, tespit edilebilenden daha fazla yayını olabileceği fikrini oluşturuyor. Biz bu tez kapsamında, tespit edebildiğimiz çalışmalarını inceledik. Bu bölümde de özel olarak *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisindeki soru ve cevapları üzerinde durulacaktır.

İnönü (1997), *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinin Yale Üniversitesi Kütüphanesinde bulunan koleksiyonu incelendiğinde, Mehmet Nadir'e ait 26 soru ve 36 cevap tespit ettiğini belirtmiş ve bu soruları ve cevapları kitabında Ek 2 ve 3'te (İnönü, 1997, s. 36-90) yayınlamıştır. Biz de bu dergide yayınlanmış olan Nadir'e ait soru ve cevaplar hakkında, Fransız Milli Kütüphanesine e-posta ile başvurduk. Fransız Milli Kütüphanesinden gelen e-postada, İnönü (1997)'nün kitabında yayınladığı gibi, Mehmet Nadir ile ilgili, 26 soru ve 36 cevap olmak üzere 62 madde bulunduğu cevabı

verildi. Biz burada, tekrara girmekten kaçınmak adına, soruları ve cevapları tek tek vermek yerine, genel değerlendirmelerde bulunacağız.

Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde 1901-1914 yılları arasında yayınlanmış olan 26 sorusundan 20'si belirsiz denklemler, 4'ü sürekli kesirler ve 2'si kongrüanslar hakkındadır. Nadir, sorulardan 10 tanesini İstanbul'dan, 12'sini Halep'ten, 4'ünü de Trablusgarp'tan göndermiştir. Nadir'in sorularına en çok cevap yazan isim, göderdiği 9 cevapla, A. Gérardin olmuştur. H. Brocard, A. Cunningham, E. Miot, J. Svoboda, A. Boutin de cevap yazanlar arasındadır. Bu isimler, sayılar teorisiyle ilgilenen ve dergi vasıtasıyla yazışan bir grup matematikçidir. L.E. Dickson, *History of the Theory of Numbers* adlı kitabında bu isimlere sık sık atıf yapmıştır.

Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanan 26 sorusundan 22 tanesine *Revue Semestrielle des Publications Mathématiques* özet dergisinde, 1 tanesine de *Jahrbuch der Fortschritte der Matematik* özet dergisinde atıf yapılmıştır. Ayrıca 1 sorusuna da L.E. Dickson, *History of the Theory of Numbers* adlı kitabının 659. sayfasında atıf yapmaktadır.

Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisine gönderdiği 36 cevaptan 12 tanesi yayınlanmış, diğerleri soruyu çözen birkaç kişi olduğu için başka çözümler verilerek soruyu cevaplayanlar kısmında Nadir'in de adı yazılmıştır. Nadir'in cevap verdiği sorular; belirsiz denklemler, kongrüanslar, asal sayılar, rezidüler, özdeşlikler, kesirler ve en büyük ortak bölen hesaplanması hakkındadır.

Nadir'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisine gönderdiği 36 cevaptan 1 tanesine *Revue Semestrielle des Publications Mathématiques* özet dergisinde ve 1 tanesine de L.E. Dickson, *History of the Theory of Numbers* adlı kitabının 544. sayfasında atıf yapmaktadır.

1914 yılından sonra Nadir'in dergide soru veya cevabı yayınlanmamıştır. Nadir, bu durumu, Wrońskı hakkındaki makalesinde, Dünya Savaşının başlamasından dolayı dergiyi alamaması ve yazışmaları yapamamalarının sonucu olarak açıklamıştır.

Nadir'in dergiye göndermiş olduğu cevaplardan ikisi "Planude'ün İki Mesele-i Meşhuresi" ve "Nazariyye-i A'dâda Dair" adlı makalelerin incelendiği kısımda ayrıntılı olarak değerlendirilmiştir. Burada Nadir'in dergide yayınlanan soru ve cevaplarından başka birer örnek daha incelenerek değerlendirmede bulunulacaktır.

Nadir'in 1907'de dergiye göndermiş olduğu bir soru (Laisant & Lemoine, 1907, s. 267):

3310. [I19c] Trouver une infinité de solutions en nombres entiers de l'équation indéterminée

$$[(xz+1)^2+(xu-1)^2+(yz+1)^2+(yu-1)^2-2(z-u)(x+y)-4] \times [v^2+w^2] = s^2+t^2+p^2+q^2.$$

Mehmed Nadir (Alep).

Soruda Nadir, yazdığı denklemin tam sayılı sonsuz çözümünün bulunmasını istemektedir. Soruya H. Brocard ve A. Gérardin aşağıda verilen cevapları göndermiştir (Laisant & Lemoine, 1908, s. 154):

3310. (1907, 267). — (MEHMED NADIR). — L'équation proposée se réduit simplement à

$$(x^2+y^2)(z^2+u^2)(v^2+w^2)=s^2+t^2+p^2+q^2.$$

Or, $(x^2+y^2)(z^2+u^2)$, produit de deux sommes de deux carrés, est lui-même une somme de deux carrés, A^2+B^2. A son tour, $(A^2+B^2)(v^2+w^2)$ est une somme de quatre carrés :

$$(Av)^2+(Bv)^2+(Aw)^2+(Bw)^2.$$

Ces remarques pourront sans doute amener à des solutions numériques. **H. BROCARD.**

Autre réponse de M. PLAKHOWO.

La première expression entre crochets est la somme de quatre carrés. Donc, lorsque v^2+w^2 sera aussi la somme de quatre carrés, on aura une solution générale du problème par la formule d'*Euler*.

A. GÉRARDIN.

İki çözümde de Euler'in meşhur teoremi kullanılarak kolay fakat estetik bir şekilde cevap verilmiştir. Euler'in meşhur teoremi:

$$x, y, z, w \in \mathbb{Z}$$

$$(x^2+y^2).(z^2+w^2)=(xz-yw)^2+(yz+xw)^2$$

Teoremin ispatı kısaca:

$$(x+iy).(x-iy).(z+iw).(z-iw)$$

$$=[(xz-yw)+(yz+xw)i].[(xz-yw)+(yz+xw)i]$$

$$=(xz-yw)^2+(yz+xw)^2$$

Gérardin, çözümünde, köşeli parantezin içinin dört kare toplamı olmasından dolayı Euler formülü yardımıyla genel çözümün yapılabileceğini belirtmekle yetinmiştir.

Brocard'ın çözümünde:

x, y, z, u, v, w keyfi seçilerek denklem daha basit bir şekilde yazılmıştır:

$$(x^2 + y^2).(z^2 + u^2).(v^2 + w^2) = s^2 + t^2 + p^2 + q^2$$

$A = xz - yu$ ve $B = yz + xu$ olsun.

$$s = (xz - yu).v = A.v$$

$$t = (yz + xu).v = B.v$$

$$p = (xz - yu).w = A.w$$

$$q = (yz + xu).w = B.w$$

$$(x^2 + y^2).(z^2 + u^2) = A^2 + B^2$$

Dolayısıyla;

$(A^2 + B^2) + (v^2 + w^2)$ dört kare toplamı şekline girer:

$$(Av)^2 + (Aw)^2 + (Bv)^2 + (Bw)^2$$

Brocard, buradan sayısal çözümler elde edilebileceğini belirterek çözümünü tamamlamıştır.

E.N.Barisen'in 1906 yılında dergiye göndermiş olduğu bir soruyu ve Nadir'in 1907'de yine aynı dergide bu soru için yayınlanmış çözümünü inceleyelim. Barisen'in sorusu (Laisant & Lemoine, 1906, s. 261):

3129. [I18c] Dans quels cas la somme des cubes de trois nombres entiers est-elle un carré, comme dans le cas suivant

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2 ?$$

E.-N. Barisien.

Soruda hangi hallerde üç tam sayının küplerinin toplamının $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$ şeklindeki gibi bir kare oluşturacağı sorulmaktadır.

Soruya Mehmet Nadir, H.Brocard, M.Plakhowo, M.Gérardin, M.Barisen cevap göndermiş, yalnızca Mehmet Nadir ve H.Brocard'ın çözümleri yayınlanmıştır (Laisant & Lemoine, 1907, s. 112-113). Nadir, çözümünü Éduard Lucas'ın "Fermat'ın son teoremi" meselesinde $x^n + y^n = z^n$ denkleminde $n = 3$ haliyle uğraşırken elde etmiş olduğu bir özdeşliği (Lucas, 1877, s. 50) kullanarak yapmış ve çözümünde Lucas'ın kitabına atıfta bulunmuştur. Bu çözüm özellikle Nadir'in literatüre vukufuna örnek teşkil etmesi açısından önemlidir.

Nadir'in dergide yayınlanmış soru ve cevaplarından seçerek incelediğimiz örnekler, Nadir'in kendisiyle aynı dönemde yaşamış olan matematikçilerin alandaki çalışmalarından haberdar, literatüre hâkim, birbiriyle etkileşim içinde olan çoğunlukla Avrupalı matematikçilerden oluşan bir matematik topluluğunda oldukça etkin bir matematikçi olduğunu göstermeye yeterlidir.

SONUÇ

Sayılar teorisi, modern matematiğin alanlarından birisi olup, konuları daha önceleri aritmetik veya cebirin içinde yer almaktaydı. Batı'da ilk müstakil sayılar teorisi kitabı 1789'da Legendre tarafından kaleme alınmıştır. Osmanlı'da ise adında sayılar teorisi geçen ilk kitap Ahmet Şükrü'nün 1880 tarihli *Hesâb-ı Nazarî* kitabıdır. Batı'dan yaklaşık 100 yıl sonra kaleme alınmış bu eser, Osmanlı'da kendinden sonraki sayılar teorisi çalışmalarına öncülük etmiş olsa da, kitabın kendisinin müstakil bir sayılar teorisi kitabından çok bir aritmetik kitabı niteliğinde olduğunu belirtmek gerekir.

Osmanlı'da sayılar teorisi alanında yapılan çalışmaları araştırdığımızda, 1880-1926 yılları arasında yayınlanmış 12 kitap tespit ederek inceledik. Bu kitapların 2 tanesi tercüme, 10 tanesi telif eserdir. Kitap yazarlarının tamamına yakını, Osmanlı'da diğer bilim dallarında olduğu üzere, askeriye kökenlidir.

İncelenen kitapların isimlerinde *sayılar teorisi* ifadesi bulunmasına rağmen, hemen hemen tamamının konu anlatımlı ortaokul matematik kitabı düzeyinde olduğu ve aritmetik konularından öteye geçemediği görülmüştür. Bu kitaplardan yalnızca iki tanesi; Mustafa Salim'in 1908 tarihli *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* adlı kitabı ve Mehmet Nadir'in 1926 tarihli *Hesâb-ı Nazarî* isimli kitabı münhasıran sayılar teorisi üzerinedir. Her ne kadar *sayılar teorisi* başlıklı 12 kitap bulunmuş olsa da, tüm bu kitaplar incelendikten sonra –tespit edebildiğimiz kadarıyla– Osmanlı'da kaleme alınmış yalnızca iki sayılar teorisi kitabı olduğunu söylemek daha doğru olacaktır.

Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabı tamamen teorik olarak yazılmış, üst düzey sayılar teorisi konuları, teoremler ve ispatlarla anlatılmıştır. Fakat kitap bir el kitabı gibi hazırlandığından, sayılar teorisine ait tüm konuların sistematik bir şekilde anlatılması yerine önemli görülen teoremler ve kurallar belli bir düzen

olmaksızın verilmiştir. Bu da pek çok sayılar teorisi konusunun eksik kalmasına sebep olmuştur. Yine de kitapta ele alınan konular, önceki sayılar teorisi kitaplarından farklı olarak, tamamen teorik ve üst düzey konulardır. Bu bağlamda Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabı, Osmanlı'da sayılar teorisi alanındaki modern bilgilere ilk kez rastlanması açısından oldukça önemlidir. Tespit edebildiğimiz kadarıyla, Osmanlı'ya modern sayılar teorisi kavramlarının girişini sağlayan kişi Mustafa Salim olmuştur. Mustafa Salim, sayılar teorisi alanında çalışan önemli Batı'lı matematikçilere atıf yapmış ve teoremlerine kitabında yer vermiştir. Fakat hangi kaynaklardan yararlandığına dair malumat vermemiştir. Kitap, eserlerinin çoğu analiz üzerine olan yazarın sayılar teorisi alanındaki tek eseridir.

Mehmet Nadir'in sayılar teorisi çalışmaları Osmanlı topraklarındaki çağdaşlarının çok ötesindedir. Nadir, kendi döneminin sayılar teorisi bilgisine vakıf, Batı'da yapılan çalışmalardan haberdar ve alana katkı yapabilecek düzeyde hâkimdir. Sayılar teorisinde yazılmış İngilizce ve Fransızca pek çok kitabı elinde bulundurduğunu ifade etmiş, yararlandığı kaynakları zaman zaman belirtmiş ve çoğunlukla Fransızca kaynaklara atıf yapmıştır. Osmanlı topraklarında ya da İslam Dünyasında yaşamış sayılar teorisi alanında çalışmış hiçbir matematikçiden bahsetmemiştir. Osmanlı'da Mustafa Salim ile kısmen temeli atılmış olan sayılar teorisinin terminolojisi Mehmet Nadir ile tamamlanmıştır. Batı'dan aktarılan kavramların Fransızca ve Osmanlıca karşılıklarını birlikte vermiştir. Bu terimlerin büyük bir kısmının Osmanlı'da daha önceden de kullanımı mevcuttu. Yine de Nadir'in, terminolojinin doğru yerleşmesi için ayrıca çaba sarfettiği görülmektedir.

Nadir'in matematik alanındaki çalışmalarının tamamı sayılar teorisi hakkındadır. *İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda yayınlanan makaleleri, *Hesâb-ı*

Nazarî adlı kitabı ve *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanan soru ve cevapları sayılar teorisi alanında yapmış olduğu başlıca yayınlardır.

İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası'nda yayınlanan 14 makalesi tespit edilerek incelenmiştir. Makaleler çoğunlukla birbirini takip eden konular şeklinde yazı dizisi gibi kaleme alınmıştır. Genellikle Batı'da bilinen fakat Osmanlı'nın aşina olmadığı konuların teorik olarak anlatılması ve örnekler çözülmesi yoluna gidilmiştir. Konuların orijinal olmadığı makalelerde bile örnek çözümleri dikkate değerdir ve Nadir'in kendi üslubuyla orijinal olarak yapılmıştır. Bunun yanında bazı makaleleri Nadir'in kendi bulduğu yöntem veya çözümleri içermesi bakımından tamamen orijinaldir.

Nadir'in 1926 yılında yayınlanmş olan *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabı ise bir ders kitabı olarak yazılmıştır. Günümüzde bile Sayılar Teorisine Giriş derslerinde kullanılabilecek kadar kapsamlı ve modern bir şekilde kaleme alınmıştır. Kitap, daha önce yayınlanan makalelerinden bölümler de içermektedir. Kitabın düzeyi, içerdiği konular ve konuların ele alınış şekli göz önünde bulundurulduğunda, Osmanlı topraklarında sayılar teorisi alanında bir örneğinin daha olmadığını açıkça belirtilmeliyiz.

Nadir'in 1901-1914 yılları arasında *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde 26 soru ve 36 cevabı yayınlanmıştır. Bu soru ve çözümlerin büyük bir kısmı günümüzde modern sayılar teorisi alanında çalışan matematikçileri bile cezbedebilecek düzeydedir. *Jahrbuch der Fortschritte der Matematik* ile *Revue Semestrielle des Publications Mathématiques* özet yıllıklarında ve L.E. Dickson'ın *History of the Theory of Numbers* adlı kitabında bu soru ve çözümlerine atıflar yapılmış ve Nadir uluslararası matematik araştırmaları yazınında adı geçen ilk Türk matematikçisi olmuştur.

Nadir'in, sayılar teorisi alanına orijinal katkıları da olmuştur. Tespit edebildiğimiz kadarıyla "tamam-ı adedî" usulünün bölme işlemine uygulanması ilk defa Mehmet Nadir tarafından yapılmıştır. "Kabiliyyet-i Taksîm Hakkında Kaide-i Umumî" başlığı ile duyurduğu kendi bulmuş olduğu bölünebilme kuralı ise alana yaptığı katkılarından en çok bilinenidir. Bu kural, herhangi bir sayı ile yapılan bölmede kalanın bulunması algoritmasıdır. Nadir'in alana, önemli bir diğer katkısı da A. Boutin'in *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisine gönderdiği ve 11 yıl boyunca çözümsüz kalan bir sorusuna vermiş olduğu çözümdür. Uluslararası bir dergide bu kadar uzun süre yanıtsız kalan bir sorunun zorluğu ve önemi aşikârdır. Nadir'in çözümü ise çok zarif olup, onun alana vukufiyetinin bir ispatı niteliğindedir.

Nadir, sayılar teorisi literatürüne hâkim, kendi dönemindeki en yeni gelişmelerden bile haberdar, çoğunluğu Batı'lı matematikçilerden oluşan bir matematik topluluğuna gönderdiği soru ve çözümlerle uluslararası matematikçiler topluluğuna aktif olarak katılan, alana orijinal katkılar yapmış bir Osmanlı matematikçisi olup, sayılar teorisi alanında kendi topraklarının parlayan tek yıldızıdır.

Nadir, Osmanlı topraklarında sayılar teorisi ile ilgilenen kendisinden başka hemen hemen hiçkimse olmamasına rağmen, matematiğin hatta bilimin diğer dallarında Osmanlı ile Batı arasında açılan farkı, sayılar teorisi için, tek başına kapatmayı başarmıştır.

EKLER

Ek-1: Hesâb-ı Nazarî (Ahmet Şükrü-1297/1880) İçindekiler

Mukaddime …(2)

Kemmiyyet veya Miktar …(2)

Aded-i Sahih ve Kesir ve Aded-i Sahih Ma'al Kesr …(3)

Ta'dâd ve Terkîm …(4)

Ta'dâd-ı Âşarî …(5)

Terkîm …(9)

Aded-i Mutlak Aded-i Muayyen …(12)

İlm-i Hesâb …(12)

İlm-i Hesâbın A'mâl-i Asliyyesi Altıdır - Cem' Tarh Darb Taksîm Ref' Cezr …(12)

İlm-i Hesâbda Müsta'mel Olan Bazı İşarât …(12)

Cem' …(13)

Cem'in Suret-i Muhtemelesi …(14)

Cem' Hakkında Bazı Tembihat …(19)

Cem'in Mizanı …(20)

Tarh veya Tenzil …(21)

Suret-i Muhtemele …(21)

Mütearife …(24)

Kaide-i Ameliye …(27)

Mizan'ül Tarh …(28)

Es'ile …(29)

Tarh…(30)

Darb …(30)

Sûret-i Muhtemele …(31)

Taksîm …(53)

Mizan'ül Taksîm …(70)

Taksîme Müteallik Fevâid ve Dava …(70)

Bahs-i İnkısâm-ı A'dâd …(75)

A'dâdın 2 ve 5 ile Taksîminin Şeraiti …(79)

A'dâdın 4 ve 25 ile Taksîminin Şeraiti …(80)

A'dâdın 8 ve 125 ile Taksîminin Şeraiti …(81)

A'dâdın 9 ile Taksîminin Şeraiti …(83)

A'dâdın 3 ile Taksîminin Şeraiti …(85)

A'dâdın 11 ile Taksîminin Şeraiti …(87)

İnkısâm-ı A'dâd Bahsi …(91)

Kâsım-ı Müşterek-i Âzam Bahsi …(92)

A‘dâd-ı Asliyye …(101)

A‘dâdın Madrûb-u Aslîlere Tefrîki …(112)

Madrûbat-ı Asliyyenin Kavâidi - Şerait-i İnkısâm …(118)

Küsûrât-ı Âdiye …(124)

Küsûrâtın İhtisarları – Kesr-i Ahsar …(131)

Küsûrâtın Tevhid-i Mahreçleri …(131)

Mahreç-i Müşterek-i Asgar …(132)

Küsûrâtın A‘mâl-i Erbaası - Cem‘ …(133)

Küsûrâtın Tarhı …(136)

Küsûrâtın Darbı …(138)

Küsûrâtın Taksîmi …(142)

Küsûrât-ı Âşariye …(146)

A‘dâd-ı Âşariyenin Bazı Havâssı …(149)

Küsûrât-ı Âşariyenin Cem‘ ve Tarhı…(152)

Küsûrât-ı Âşariyenin Darbı …(153)

Küsûrât-ı Âşariyenin Taksîmi …(154)

Haric-i Kısmetin Takribî İst’imâli …(156)

Bir Kesr-i Âdiyenin Kesr-i Âşariyeye Tahvili …(158)

Kesr-i Devriyenin Kesr-i Asliyyeye İntikali …(163)

Cezr-i Murabba ve Cezr-i Mükâ‘ab …(169)

Cezr-i Murabba …(171)

A‘dâd-ı Sahihanın Cezr-i Murabbaları …(173)

Cezr-i Murabba Ahzi …(174)

Küsûrât-ı Âşariyenin Cezr-i Murabbası …(182)

Küsûrât-ı Âdiyenin Cezr-i Murabbası …(186)

Mükâ‘ab ve Cezr-i Mükâ‘ab …(187)

Cezr-i Mükâ‘ab …(189)

A‘dâd-ı Sahihanın Cezr-i Mükâ‘abları …(189)

Küsûrât-ı Âşariyenin Cezr-i Mükâ‘abı …(197)

Küsûrât-ı Âdiyenin Cezr-i Mükâ‘abı …(198)

Mebhas-ı Mikyas …(201)

Metre Usulüyle Ölçülerin Beyanı …(202)

Tûllerin Vahid-i Kıyasîsi …(203)

Satıhların Vahid-i Kıyasîsi …(205)

Hacimlerin Vahid-i Kıyasîsi …(206)

Sıkletlerin Vahid-i Kıyasîsi …(209)

Sikkelerin Vahid-i Kıyasîsi …(210)

Usul-u Zira-i Âşarî Hesâbı …(213)

A‘dâd-ı Mürekkebe …(215)

Fransız Bazı Mikyasat-ı Kadimeleriyle Usul-u Zira-i Âşarîye Nispetleri …(218)

Bizde Müsta‘mel Olan Mikyasat ile Usul-u Zira-i Âşarîye Nispetleri - Tûl Mikyası …(220)

Satıh Mikyası …(222)

Ekyâl …(222)

Evzan …(223)

Meskûkât …(224)

Nispet ve Tenasüp …(226)

Nispetlerin Müsâvâtı …(228)

Mekâdir-i Muayyenenin Nispetleri …(235)

Kemmiyyât-ı Mütenasibe …(236)

Nispet-i Basite Kaidesi …(242)

Nispet-i Basite-i Mebsûta …(242)

Nispet-i Basite-i Ma‘kûse …(244)

Nispet-i Mürekkebe Kaidesi …(245)

Taksîm-i Mütenasip …(253)

Şirket yahut Gurema Mesaili …(255)

Kaide-i Mürekkebe-i Şirket …(255)

Halita ve Ta‘dil ve Terkîb-i Mesail …(258)

İskonto yahut Ribah …(262)

Senedât ve Evrak-ı Nakdiye …(265)

Hitam-ı Müşterek …(266)

Vasat-ı Adedî …(267)

Ek-2: Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb (Ahmet Şükrü-1304/1887) İçindekiler

Birinci Kısım – Hesâbın Ameliyat ve Nazariyyatı – Malumat-ı İbtidai …(1)

Birinci Fasıl – A‘dâd-ı Tama – Mebhas-ı Evvel – Ta‘dâd ve Terkîm – Ta‘dâd …(5)

Terkîm …(11)

Mebhas-ı Sâni – Ameliyat ve Kavâid-i Hesâbiye …(16)

Ameliyat-ı Hesâbiyede Müsta‘mel İşarat …(18)

A‘dâd-ı Tamanın Cem‘i …(20)

Cem‘in Mizanı …(24)

A‘dâd-ı Tamanın Tarhı …(28)

Cem‘ ile Tarhın Mahall-i İsti‘malleri – Tarhın Mizanı …(34)

A‘dâd-ı Tamanın Darbı …(36)

Kaide – Müfredin Müfrede Darbı …(37)

Kaide-i Umumiye – Mürekkebin Mürekkebe Darbı…(43)

Darba Müteallik Dava …(47)

Darbın Mizanı – Darbın Mahall-i İsti‘mali …(54)

A‘dâd-ı Tamanın Taksîmi …(58)

Kaide – Müfredin Müfrede Taksîmi …(62)

Mürekkebin Müfrede Taksîmi …(63)

Mürekkebin Mürekkebe Taksîmi …(67)

Taksîme Müteallik Dava …(72)

Taksîmin Mahall-i İsti‘mali …(76)

Taksîmin Mizanı …(77)

A‘mâl-i Erbaanın Kâffesini Cem‘ Mesail …(83)

İkinci Fasıl – Küsûrât – Mebhas-ı Evvel – Kesr-i Âdi …(86)

Kesr-i Âdiye Müteallik Dava …(91)

Kesr-i Âdinin İhtisarı …(98)

İnkısâm-ı A‘dâd ve İhtisara Müteallik Dava …(99)

Kâsım-ı Müşterek-i A‘zam…(108)

Kâsım-ı Müşterek-i A‘zama Müteallik Dava …(110)

A‘dâd-ı Asliyye …(115)

A‘dâd-ı Asliyye Cetveli …(121)

A‘dâdın Madrûb-u Aslîlere Tefrîki …(126)

Kesr-i Âdinin A‘mâl-i Erbaası - Kesr-i Âdinin Cem‘i – Evvela Kesrin Kesir ile Cem‘i…(137)

Tevhid-i Mahrec …(138)

Sâniyen A‘dâd-ı Tamanın Kesir ile Cem‘i …(140)

Sâlisen A‘dâd-ı Tam Ma’al Kesrlerin Birbiri ile Cem‘i …(141)

Kesr-i Âdinin Tarhı - Evvela Kesrin Kesirden Tarhı …(143)

Sâniyen A‘dâd-ı Tamadan Kesrin Tarhı …(144)

Sâlisen A‘dâd-ı Tam Ma’al Kesirlerin Birbirinden Tarhı …(145)

Kesr-i Âdinin Darbı …(147)

Evvela Kesrin Aded-i Tamla Darbı …(148)

Sâniyen Kesr-i Âdinin Kesr-i Âdiye Darbı …(150)

Kesr-i Âdi Darbının Mahall-i İsti‘mali …(151)

Kesr-i Âdinin Taksîmi …(153)

Evvela Kesrin A‘dâd-ı Tamaya Taksîmi - Sâniyen A‘dâd-ı Tamanın Kesre Taksîmi…(154)

Sâlisen Kesrin Kesre Taksîmi …(155)

Kesr-i Âdinin Taksîminin Mahall-i İsti‘mali …(157)

Mebhas-ı Sâni – Kesr-i Âşarî…(160)

Kesr-i Âdinin Terkîm Ta‘dâdı…(162)

Kesr-i Âşarînin Havâssı …(165)

Kesr-i Âşarînin A‘mâl-i Erbaası - Kesr-i Âşarînin Cem‘i …(170)

Kesr-i Âşarînin Tarhı …(171)

Kesr-i Âşarînin Darbı …(172)

Küsûrât-ı Âşariyenin Taksîmi – Evvela Kesr-i Âşariyenin Aded-i Tama Taksîmi…(176)

Sâniyen Kesr-i Âşarînin Kesr-i Âşarîye Taksîmi…(178)

Hâric-i Kısmet Takribî İstihsali …(179)

Kesr-i Âşarînin Kesr-i Âdiye Tahvili …(184)

Kesr-i Âdinin Kesr-i Âşarîye Tahvili – Tamamıyla Kâbil-i Tahvil Olan Kesr-i Âdiler …(185)

Tamamıyla Kâbil-i Tahvil Olmayan Kesr-i Âdiler …(187)

Herhangi Bir Kesr-i Devrînin Kesr-i Asliyyesini Bulmak …(189)

Üçüncü Fasıl – Mikyaslar ve A‘dâd-ı Mürekkebe …(195)

Mebhas-ı Evvel - İsti‘mal Olunan Cedide-i Mikyaslar – Tûl Mikyası …(197)

Satıh Mikyası …(203)

Hacim Mikyası …(206)

İkinci Ezvan ve Esgal Mikyası …(216)

Üçüncüsü Meskûkât …(219)

Meskûkât-ı Osmanî …(220)

Memleket-i Muhtelife Meskûkâtının Frenk’e Nispetle Kıymetleri …(223)

Dördüncüsü Ezmine Mikyası …(230)

A‘dâd-ı Mürekkebe …(232)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Kesr-i Âdi ve Âşarîye Tahvili …(234)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Cem‘i …(236)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Tarhı …(237)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Darbı ve Taksîmi …(238)

Mebhas-ı Sâni – Atik Mikyaslar ve Mezkûr Mikyaslar ile Yeni Mikyasların Yekdiğerine Tahvilleri …(242)

Satıh Mikyası – Hacim Mikyası …(245)

Tatbikattan Mebahis-i Lazıma – Mebhas-ı Evvel Ref‘ ve Cezr - Ref‘ …(255)

Mebhas-ı Sâni – Cezr …(257)

Cezr-i Murabba …(258)

Küsûrât-ı Âşariyenin Cezr-i Murabbası …(260)

Küsûrât-ı Âdiyenin Cezr-i Murabbaları …(263)

Cezr-i Mükâ‘ab …(264)

Nispet ve Tenasüp …(267)

Tenasüb-ü Hendesiyenin Havâssı…(271)

Mekadir-i Muayyene Nispetleri …(276)

Tenasüb-ü Basitenin Halli – Suret-i Evvel Tenasüp Tariki…(279)

Suret-i Sâni Vahide İrca Tariki…(280)

Tenasüb-ü Mürekkebenin Halli - Suret-i Evvel Tenasüp Tariki …(282)

Suret-i Sâni Vahide İrca Tariki …(283)

Tenasüb-ü Adediye …(286)

Mebhas-ı Sâlise – Faiz ve İskonto Hesabatı …(291)

Faiz-i Müfred …(292)

Faiz-i Mürekkep …(295)

Senedat ve Evrak-ı Nakdiye …(300)

İskonto veyahut Riba …(301)

Hitam-ı Müşterek …(304)

Taksîm-i Mütenasip …(309)

Şirket veya Karma Mesail …(311)

Aded-i Vasatî…(314)

Şirket ve Karma Mesail …(317)

Halita …(320)

Terkib …(322)

Ta‘dil …(327)

Ek-3: Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı (Ahmet Şükrü-1305/1888) İçindekiler

Tatbikat-ı Adediye …(2)

Tatbikat-ı Cebriye - Ref‘ ve Cezr - Ref‘ …(4)

Cezr …(7)

Cezr-i Murabba …(8)

Küsûrât-ı Âşariyenin Cezr-i Murabbası …(15)

Küsûrât-ı Âdiyenin Cezr-i Murabbası …(17)

Cezr-i Mükâ‘ab …(19)

A‘dâd-ı Asamm …(23)

A‘dâd-ı Asammın Ref‘ ve Cezri …(29)

Nispet-i Mütevaliye …(31)

Nispet-i Mütevaliye-i Adedî …(32)

Nispet-i Mütevaliye-i Hendesî …(40)

Logaritma …(50)

Logaritma Vasıtasıyla A‘dâdın Darbı …(59)

Logaritma Vasıtasıyla A‘dâdın Taksîmi …(60)

Logaritma Vasıtasıyla A‘dâdın Ref‘i …(62)

Logaritma Vasıtasıyla A‘dâdın Cezri …(64)

Logaritma Kavâidinin Faiz Bahsindeki Kavâidi …(65)

İtfâ-yi Düyûn veya Takasit-i Seneviye …(69)

Evza‘ ve Terkîbat - Evza‘ …(80)

Terkîbat …(85)

Tatbikat-ı Hendesiye – Hutût Mesahası …(90)

Satıh Mesahası …(93)

Ecsâmın Sath-ı Haricleri Mesahası …(97)

Hacim Mesahası …(100)

Hacim ve Sıklet-i İzafileri Vasıtasıyla Ecsâmın Sıkletlerini Takdir Etmek …(103)

Mebhas-ı Tahsine – Ameliyat-ı Muhtasar …(106)

Kaide-i Umumî …(107)

Muhtasar Cem‘…(108)

Muhtasar Tarh …(109)

Muhtasar Darb …(110)

Muhtasar Taksîm …(114)

A‘dâd-ı Takrîbiye ile Ameliyat-ı Hesâbiye – Hata-i İzafî …(118)

Hata-i İzafî ve Hakikinin Mukayesesi …(119)

Darbda Hata-i İzafî …(121)

Taksîmde Hata-i İzafî …(123)

Cezr-i Murabbada Hata-i İzafî - A‘dâd-ı Takrîbiye ile Ameliyatın Tatbiki …(124)

Hesap Cetveli …(129)

Cetvelin Tarifi …(130)

Cetvel Üzerinde Erkamın Usul-ü Karîni …(132)

Darb …(134)

Hâsıl-ı Darbdaki Rakamlar Adedinin Tayini …(136)

Taksîm …(139)

Ref‘ ve Cezr …(141)

Ref‘ – Cezr – Cetvelin Lüzumu …(143)

Umûr-u Ticariyede İsti‘mali …(144)

Demir Ticaretinde İsti‘mali …(145)

Sac yahut Demir Levhaların Sıkleti …(149)

Bir Kürenin Skalasını Bulmak …(151)

İnşaatta İsti‘mali …(152)

Doğrama ve Tâvşân (Marangoz) Esnafıyla Kerestecilere Lüzumu …(154)

Ahşap Kerestenin Tek‘ibi …(155)

Muhasiplere Lüzumu – Faiz Mesaili …(156)

Taksîm-i Mütenasip Tatbikatından Şirket Mesaili - Bankalara ve Noterlere Lüzumu …(159)

Evrak-ı Nakdiye Kıymetlerinin Tayinine Dair Mesail …(160)

Faiz-i Mürekkep Hakkında Mesail …(166)

İtfâ-yi Düyûn yahut Takasit-i Seneviye Tatbikatı …(168)

Hesâb-ı İhtimalîden Bazı Kavâid …(169)

Mesail-i Umumiye …(175)

Tembih …(219)

Hata Sevap Cetveli …(220)

Ek-4: Amelî ve Nazarî Yeni İlm-i Hesâb (Müellifleri F.I.C – Mütercimleri Mehmet Rüşdü, Şevki, Hüsnü-1307/1890) İçindekiler

Mukaddime …(3)

Kitapta Müsta‘mel Bazı Tabiratın Tarifatı – Bazı İşaratın Beyanı …(4)

Birinci Makale - A‘dâd-ı Tama - Tarifat-ı İbtidaiye …(5)

Birinci Fasıl - Ta‘dâd ve Terkîm …(7)

Mebhas-ı Evvel - Ta‘dâd …(8)

Mebhas-ı Sâni - Terkîm …(11)

Ta‘dâd ve Terkîme Dair Talimler …(13)

İkinci Fasıl - A‘dâd-ı Sahihada A‘mâl-i Erbaa – Tarifat - Mebhas-ı Evvel - Cem‘ …(15)

Mebhas-ı Sâni - Tarh …(17)

Cem‘ ve Tarha Dair Talimler …(21)

Üçüncü Fasıl – Darb - Mebhas-ı Evvel - Tarifat …(24)

Mebhas-ı Sâni – Dava-i İbtidaiye …(27)

Mebhas-ı Sâlise – Darbın Halât-ı Muhtelifesi …(30)

Darbın Tertip Ameliyesi …(33)

Mebhas-ı Râbi‘ – Darba Dair Dava-i Nazarî …(35)

Mebhas-ı Hâmis – Kuvvetlere Ref‘e Dair Malumat …(41)

Dördüncü Fasıl – Taksîm - Mebhas-ı Evvel - Tarifat …(43)

Mebhas-ı Sâni - Taksîmin Halât-ı Muhtelifesi …(45)

Mebhas-ı Sâlise – Taksîme Müteallik Dava …(53)

Darb ve Taksîme Dair Talimler …(58)

İkinci Makale – Havâss-ı A‘dâd - Birinci Fasıl - Kâbil-i Taksîm Olmak “Kâbil-i İnkısâm” - Mebhas-ı Evvel - Tarifat ve Dava-i İbtidaiye …(65)

Mebhas-ı Sâni - Kâbil-i Taksîm Olmanın Şeraiti …(70)

Mebhas-ı Sâlise – 9 ve 3 ile Kâbil-i Taksîm Olmak …(72)

Mebhas-ı Râbi‘ - 11 ile Kâbil-i Taksîm Olmak …(74)

Mebhas-ı Hâmis - Darb ve Taksîmin Mizanları …(76)

Kâbil-i İnkısâma Dair Talimler …(79)

İkinci Fasıl - Kâsım-ı Müşterek-i Âzam Nazariyyatı - Tarifat - Mebhas-ı Evvel – İki Aded Kâsım-ı Müşterek-i A‘zamının Taharrîsi …(84)

Mebhas-ı Sâni - Kâsım-ı Müşterek-i A‘zamının Havâssı …(89)

Mebhas-ı Sâlise - A‘dâd-ı Müteaddidenin Kâsım-ı Müşterek-i A‘zamı…(90)

Kâsım-ı Müşterek-i A‘zama Dair Talimler …(91)

Fasl-ı Sâlis – A‘dâd-ı Asliyeye Dair Nazariyat - Mebhas-ı Evvel - Havâss…(93)

Mebhas-ı Sâni - Bir Adedin Madrubat-ı Aslîyyeye Tahlili …(102)

Mebhas-ı Sâlise – İki Adedin Kâbil-i Taksîm Olmak Şartı …(106)

Dördüncü Fasıl - A‘dâd-ı Asliyye Nazariyyatına Dair Tatbikat - Mebhas-ı Evvel – Bir Adedin Kâsımları …(108)

Mebhas-ı Sâni - Kâsım-ı Müşterek-i A‘zam …(112)

Mebhas-ı Sâlise - Misl-i Müşterek-i Asgar veya Mükerrer Müşterek-i Asgar …(113)

A‘dâd-ı Asliyyeye Dair Talimler …(115)

Üçüncü Makale – Küsûrât - Birinci Fasıl – Küsûrât-ı Âdi - Tarifat …(123)

Mebhas-ı Evvel – Küsûrâtın Havâss-ı Umumiyesi …(125)

Mebhas-ı Sâni – İrca-i Küsûrât …(129)

Mebhas-ı Sâlise – Üçüncü İrca …(131)

Mebhas-ı Râbi‘ – Dördüncü İrca …(134)

İkinci Fasıl - A‘mâl-i Küsûrât - Mebhas-ı Evvel - Cem‘ …(138)

Mebhas-ı Sâni - Tarh …(140)

Mebhas-ı Sâlise – Darb …(142)

Mebhas-ı Râbi‘ - Küsûrât-ı Müteaddide Hâsıl-ı Darbı …(146)

Mebhas-ı Hâmis – Taksîm …(147)

Küsûrât-ı Âdiyeye Dair Talimler …(151)

Üçüncü Fasıl - Küsûrât-ı Âşariye - Mebhas-ı Evvel - Tarifat ve Havâss …(164)

Küsûrât-ı Âşariyede A‘mâl-i Hesabiye - Mebhas-ı Sâni - Cem‘ - Tarh …(169)

Mebhas-ı Sâlise – Darb …(170)

Mebhas-ı Râbi‘ – Taksîm …(171)

Mebhas-ı Hâmis – Bir Vahid-i Âşariyeden Ekall veya Bir Vahid-i Âşariyeye Karib Hata ile Bir Hâric-i Kısmetin Takdiri …(173)

Mebhas-ı Sâdise - Küsûrât-ı Âdiyenin Küsûrât-ı Âşariyeye Tahvili …(176)

Mebhas-ı Sabi‘a - Küsûrât-ı Muzâafe …(178)

Dördüncü Fasıl - Küsûrât-ı Devriye - Mebhas-ı Evvel - Tarifat ve Havâss …(180)

Mebhas-ı Sâni - Küsûrât-ı Müvellidenin Taharrîsi …(182)

Mebhas-ı Sâlise - Küsûrât-ı Müvellidenin Havâssı …(185)

Küsûrât-ı Âşariye ve Küsûrât-ı Âşariye-i Devriyeye Dair Talimler …(188)

Dördüncü Makale - Ref‘ ve Cezr – Birinci Fasıl - Murabba ve Cezr-i Murabba - Mebhas-ı Evvel - Tarifat ve Dava-i Nazarî …(197)

Mebhas-ı Sâni – Bir Aded-i Tâmın Cezr-i Murabbasını Vahide Karib Hata ile İstihsal Etmek …(203)

Mebhas-ı Sâlise - Bir Aded-i Tâmın veya Bir Aded-i Mükessirin, Muayyen Bir Takrîbilik ile Cezr-i Murabbasının İstihracı …(211)

Mebhas-ı Râbi‘ - A‘dâd-ı Âşariyenin Cezr-i Murabbası …(215)

Mebhas-ı Hâmis - Küsûrât-ı Âşariyenin Murabbaları ile Cezr-i Murabbaları …(217)

Mebhas-ı Sâdise – Gayr-i Müşterek'ül Mizan Cezr-i Murabbalar …(219)

Murabbalar ile Cezr-i Murabbalara Dair Talimler …(221)

İkinci Fasıl - Mükâ'ablar ile Cezr-i Mükâ'ablar - Mebhas-ı Evvel - Tarifat ve Dava-i Nazarî …(227)

Mebhas-ı Sâni - Bir Aded-i Tâmın Cezr-i Mükâ'abını Vahide Karib Hata ile İstihrac Etmek …(232)

Mebhas-ı Sâlise - Bir Aded-i Tâmın veya Mükessirin Muayyen Bir Takrîbilik ile Cezr-i Mükâ'abını İstihrac Etmek …(242)

Mebhas-ı Râbi' - A'dâd-ı Âşariyenin Cezr-i Mükâ'abı …(243)

Mebhas-ı Hâmis - Küsûrât-ı Âdiyenin Mükâ'abları ile Cezr-i Mükâ'abları …(244)

Mükâ'ablar ile Cezr-i Mükâ'ablara Dair Talimler …(245)

Beşinci Makale – Yeni Mukayeseler – Birinci Fasıl – Zirai-i Âşarî-i Meslekî - Mebhas-ı Evvel - Medhal …(250)

Mebhas-ı Sâni - Tûl Mikyasları …(255)

Mebhas-ı Sâlise - Satıh Mikyasları …(257)

Mebhas-ı Râbi' - Hacim Mikyasları …(260)

Mebhas-ı Hâmis – Mekadir-i İstiyablara Mahsus Mukayeseler veya Hacm-i Dâhili veya Ekîle Mikyasları …(262)

Mebhas-ı Sâdise - Evzan Mikyasları …(263)

Mebhas-ı Sabi‘a - Sikke Mikyasları …(264)

Mebhas-ı Sâmine – Mesaha-i Mevcudeler …(267)

İkinci Fasıl – Eski Mukayeseler - Mebhas-ı Evvel - Tûl Mikyasları …(275)

Mebhas-ı Sâni - Satıh Mikyasları …(276)

Mebhas-ı Sâlise – Hacim ve Ekîle Mikyasları …(277)

Mebhas-ı Râbi‘ - Evzan Mikyasları …(278)

Mebhas-ı Hâmis - Meskûkât-ı Osmaniye …(279)

Mebhas-ı Sâdise – Yeni Mikyasların Esâmi-i Resmiyesi ve Eski Mesaha-i Mevcudeler …(283)

Üçüncü Fasıl – Mikyasat-ı Fer’iye-i Müsta‘mele ve Mikyasat-ı Ecnebiye-i Meşhure - Mebhas-ı Evvel – Ma-i Leziz Mikyasları …(286)

Mebhas-ı Sâni – Daire ve Zaviye Mikyasları …(287)

Mebhas-ı Sâlise – Gemicilikte Müsta‘mel Mesafe Mikyasları …(288)

Mebhas-ı Râbi‘ – Ezmîne Mikyasları …(289)

Mebhas-ı Hâmis – Ecnebi Mikyasları …(296)

Dördüncü Fasıl – Kesr-i Âdiye ve Âşarîlerin Kıymet-i Hakikileri …(307)

Beşinci Fasıl – Tahvilat - Mebhas-ı Evvel – Eski ve Yeni Tûl Mikyaslarının Yekdiğerlerine Tahvili …(315)

Mebhas-ı Sâni - Eski ve Yeni Satıh ve Arazi Mikyaslarının Birbirlerine Tahvili …(323)

Mebhas-ı Sâlise - Eski ve Yeni Hacim ve Ekîle Mikyaslarının Birbirlerine Tahvili …(329)

Mebhas-ı Râbi‘ – Evzan-ı Atika ve Cedidenin Birbirlerine Tahvili …(333)

Mebhas-ı Hâmis – Devlet-i Âliye ve Fransa Meskûkâtının Birbirlerine Tahvili …(336)

Mebhas-ı Sâdise – Tahvilat ve Tatbikat-ı Muhtelife …(340)

Mukayesat-ı Muhtelifeye Dair Talimler …(350)

Altıncı Fasıl - A‘dâd-ı Mürekkebe …(365)

Mebhas-ı Evvel - A‘dâd-ı Mürekkebede Tahvilat …(366)

Mebhas-ı Sâni - A‘dâd-ı Mürekkebenin Cem‘i …(370)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Tarhı …(371)

Mebhas-ı Sâlise - A‘dâd-ı Mürekkebenin Darbı …(373)

Mebhas-ı Râbi‘ - A‘dâd-ı Mürekkebenin Taksîmi …(390)

Makalat-ı Hamseye Zeyl - A‘dâd-ı Müsbete ve Menfiye, Sıfır ve Nâ-mütenâhîler – Tarifat …(401)

Mebhas-ı Evvel - Cem‘ ve Tarh …(405)

Mebhas-ı Sâni – Darb ve Taksîm …(407)

Altıncı Makale – Nispetler ve Tatbikat – Birinci Fasıl - Nispetler - Mebhas-ı Evvel - Tarifat ve Havâss …(413)

Mebhas-ı Sâni – Tenasübat …(417)

İkinci Fasıl - Tatbikat - Mebhas-ı Evvel – Mekadir-i Mütenasibe …(426)

Mebhas-ı Sâni – Müsellese Kaidesi …(428)

Mebhas-ı Sâlise – Faiz Kaidesi …(434)

Mebhas-ı Râbi‘ – İskonto (Ribah) Kaidesi …(443)

Mebhas-ı Hâmis – Taksim-i Mütenasibe …(446)

Mebhas-ı Sâdise – Şirket veya Garâm …(453)

Mebhas-ı Sabi‘a - Aded-i Vasatî …(455)

Mebhas-ı Sâmine - Halita …(456)

Mebhas-ı Tâsi‘ - Terkib …(458)

Mebhas-ı Âşir - Ta‘dil …(462)

Ek-5: Amelî ve Nazarî İlm'el-A'dâd (Yüzbaşı Ali Galip-1313/1897) İçindekiler

İlm-i Hesâb yahud İlm'el-A'dâd …(3)

Birinci Fasıl – Teşkil-i A'dâd …(5)

Ta'dâd …(8)

Terkîm …(10)

Kesr-i Âşarî …(11)

Kesr-i Âşarînin Ta'dadı …(12)

Kesr-i Âşarînin Terkîmi …(14)

Bir Adedi 10, 100, 1000 Defa Büyütmek ve Küçültmek …(16)

İkinci Fasıl - Teşkil-i A'dâdın Birinci Usulü - Cem' …(18)

Kesr-i Âşarînin Cem'i …(20)

Aded-i Tam ve Kesr-i Âşarîlerin Tarhı …(23)

Kesr-i Âşarînin Tarhı …(25)

Teşkil-i A'dâdın İkincisi – Darb …(28)

Kesr-i Âşarînin Darbı …(33)

A'dâd-ı Tamanın Taksîmi …(36)

Kesr-i Âşarînin Taksîmi …(39)

İlm-i Hesâbın En Mühim Bahsi – Santim Usulü …(45)

Mizan …(47)

Kâbiliyyet-i Taksîm Şeraiti …(53)

A‘dâd-ı Asliyye - Bir Adedi Madrûbat-ı Asliyyeye Taksîm Etmek …(55)

Kâsım ve Emsal-i Müşterek - Kâsım-ı Müşterek-i A‘zam ve Emsal-i Müşterek-i Asgar …(57)

Üçüncü Fasıl - Kesr-i Âdi …(61)

Küsûrâtın Havâssı …(62)

Küsûrâtın Cem‘i …(64)

Küsûrâtın Tarhı …(68)

Küsûrâtın Darbı …(70)

Küsûrâtın Taksîmi …(72)

Vahide İrca Usulü …(74)

Kesr-i Âdinin Kesr-i Âşarîye Tahvili - Kesr-i Âşarînin Kesr-i Âdiye Tahvili …(78)

Ref‘ ve Cezr …(79)

Cezr-i Murabba ve Cezr-i Mükâ‘ab …(80)

Cezr-i Murabba Almak …(81)

Cezr-i Mükâ‘ab …(84)

A‘dâd-ı Mürekkebe …(90)

Mikyasat-ı Cedide – Tûl Mikyası …(92)

Satıh Vahid-i Kıyasîleri …(93)

Arazi Mesahasında kullanılan Vahid-i Kıyasîler – Hacim Vahid-i Kıyasîleri …(94)

Hububat Vahid-i Kıyasîleri – Evzan Vahid-i Kıyasîleri …(95)

Mikyasat-ı Atika - Tûl Mikyasları …(96)

Satıh Mikyasları …(97)

Hacim ve Evzan Mikyasları …(98)

Sikke Vahid-i Kıyasîleri (Para) …(100)

Tenasüp Bahsi – Nispet – Tenasüp …(101)

Mekâdir-i Mütenasib …(102)

Taksîm-i Mütenasib …(105)

Faiz …(108)

İskonto …(111)

Şirket – Taksim-i Karma …(113)

A‘dâd-ı Vasatî – Halita Ta‘dil ve Terkîb …(115)

Ek-6: Amelî ve Nazarî Hesâb-ı Mükemmel (Yüzbaşı Ali Galip-1316/1900) İçindekiler

İfade-i Meram …(3)

İlm-i Hesâb …(5)

Birinci Fasıl - Ta‘dâd ve Terkîm – Saymak ve Yazmak …(8)

Bir Kesr-i Âşarînin Ta‘dâd ve Terkîmi …(14)

İkinci Fasıl - A‘dâd-ı Tamanın Cem‘i …(16)

Kesr-i Âşarînin Havâssı …(17)

A‘dâd-ı Âşariyenin Cem‘i …(21)

Kesr-i Âdi …(22)

Küsûrâtın Havâssı …(23)

Küsûrât-ı Âdiyenin Cem‘i …(25)

A‘dâd-ı Tamanın Tarhı …(30)

A‘dâd-ı Âşarîlerin Tarhı …(31)

Küsûrât-ı Âdiyenin Tarhı …(32)

A‘dâd-ı Tamanın Darbı …(35)

A‘dâd-ı Âşariyenin Darbı - Küsûrâtın Darbı …(38)

A‘dâd-ı Tamanın Taksîmi …(40)

Taksîmin Havâssı …(46)

A‘dâd-ı Âşariyenin Taksîmi …(47)

1, 0 ve -1 Hata ile Hâric-i Kısmet Bulmak …(50)

Küsûrât-ı Âdiyenin Taksîmi …(53)

Kesr-i Âdinin Kesr-i Âşarîye Tahvîli …(55)

Bir Kesr-i Âşarînin Kesr-i Müvellidini Bulmak …(56)

Hatiât-ı Hesâbiye ve 9 Adediyle Mizan …(59)

Tarhın Mizanı - Darbın Mizanı …(60)

Taksîmin Mizanı – Kâsım-ı Mühim – Santim Usulü …(62)

Mebhas-ı Ref‘ ve Cezr …(65)

Mükâ‘ab ve Cezr-i Mükâ‘ab …(78)

A‘dâd-ı Mürekkebe …(81)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Tahvilatı …(82)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Cem‘i …(84)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Tarhı …(86)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Darbı …(87)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Taksîmi …(90)

Sistem-i Metrik – Metre Usulü …(93)

Mikyasat-ı Cedide – Tûl Vahid-i Kıyasî - Kara ve Gemicilerde Müsta‘mel Mesafe Mikyası …(94)

Atik Tûl Mikyasları …(95)

Satıh Mikyasları …(96)

Eski Satıh Mikyasları …(97)

Hacim Mikyasları …(98)

Mayat ve Hububat Mikyasları …(99)

Evzan Vahid-i Kıyasîleri …(100)

Evzan-ı Atika …(101)

Daire Mikyasları …(103)

Ecnebi Mikyasları …(104)

Bazı Evzan-ı Ecnebiye - Meskûkât-ı Ecnebiye …(105)

Kısm-ı Sâni – Kâbiliyyet-i Taksîm Şeraiti …(106)

Bir Adedi Madrûbat-ı Asliyyeye Tefrik Etmek …(111)

Kâsım-ı Müşterek ve Emsal-i Müşterek-i Asgarî …(112)

Bir Adedin Kâsımları …(113)

Nispet ve Tenasüp …(114)

Tenasüp - Tenasüb-ü Hendesînin Havâssı …(115)

Mekâdir-i Muayyene Nispetleri …(117)

Tenasüb-ü Basite …(119)

Tenasüb-ü Mürekkebe …(121)

Faiz Bahsi …(125)

İskonto …(130)

Taksîm-i Mütenasip …(134)

Şirket …(138)

A‘dâd-ı Vasatî …(139)

Yeksenet Usulü …(140)

Sigorta …(142)

Hayat Sigortası …(143)

Halita …(144)

Terkîb …(146)

Ta‘dil - Numune …(149)

Tatbîkat - Numune …(154)

A‘mâl-i Erbaaya Dair Mesail …(171)

Vahide İrca Tarikiyle Hallolunacak Mesail – Numune …(177)

Saatte Akrep ile Yelkovanın Kanun-u Hareketleri …(184)

Murabba ve Cezr-i Murabbaya Dair Mesail …(187)

Vahid-i Kıyasîlere Dair Vazife …(190)

Mesaha-i Satha Dair Vazife …(193)

Hacim Vahid-i Kıyasîlerine Dair Mesail - A‘dâd-ı Mürekkebeye Dair Vazife …(197)

Mikyasat-ı Atika – Evzan Mikyasları …(201)

Tûl ve Mesafe Mikyasları – Mesaha-i Arazi Mikyasları …(202)

Hububat Ölçüleri – İngiliz Mikyası …(203)

Tûl ve Mesafe Mikyası - Evzan Mikyasatı …(204)

Meskûkât-ı Osmaniye …(205)

Sağ Parayı Gümüş Paraya Tahvil Etmenin Usulü …(206)

Çürük Paranın Sağ Paraya Tahvili …(207)

Meskûkât-ı Ecnebiyenin Lira-i Osmanî 100 Kuruş Hesâbıyla Kıymetleri …(209)

Darb-ı Muhtasar – Taksîm-i Muhtasar …(212)

Taksîm-i Muhtasar …(216)

Müsabaka İmtihanlarında Sorulacak Mesail …(218)

Ek-7: Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb (İsmail Faik-1320/1904) İçindekiler

BİRİNCİ KISIM - Tarifat - Teşkil-i Aded …(1)

A‘dâdın Tasnifi …(3)

Mertebe-i Erkam ve Ehad …(5)

Ta‘dâd ve Terkîm Hakkında Kavaid-i Umumiye …(6)

Cümle-i Erkâm …(8)

Erkâm-ı Cümle …(12)

Erkâm-ı Romaniye …(15)

Erkâm-ı Fransiye …(18)

Ameliyat-ı Esasiye - Cem‘ …(20)

Tarh …(34)

Darb …(46)

Taksîm …(65)

Bir Adedi Madrûblara Tefrik Etmek …(90)

İhtisar …(95)

Kâsım-ı Müşterek-i A‘zam …(101)

Misl-i Müşterek-i Asgar …(106)

Küsûrât - Küsûrât-ı Âdiye…(113)

Küsûrâtın Usul-u Tahvilleri …(119)

Küsûrât-ı Âdiyenin Cem‘i …(133)

Küsûrât-ı Âdiyenin Tarhı …(138)

Küsûrât-ı Âdiyenin Darbı …(143)

Küsûrât-ı Âdiyenin Taksîmi …(149)

Darb ve Taksîm Ameliyatlarının Taksiri …(156)

Küsûrât-ı Âşariye …(159)

Âşerat ve Âşarî İşareti, Küsûrât-ı Âşariyenin Terkîmi …(160)

Küsûrât-ı Âşariyenin Ta‘dâdı …(163)

Küsûrât-ı Âdiyenin Küsûrât-ı Âşariyeye Tahvili …(165)

Hâric-i Kısmet Takribiye …(167)

Küsûrât-ı Âşariyenin Cem‘i …(169)

Küsûrât-ı Âşariyenin Tarhı …(173)

Küsûrât-ı Âşariyenin Darbı …(178)

Küsûrât-ı Âşariyenin Taksîmi …(185)

Küsûrât-ı Âşariyenin Küsûrât-ı Âdiyeye Tahvili …(190)

Islah …(192)

A‘dâd-ı Mürekkebe – 1. Mukayesat – Sikke Mukayeseleri …(203)

Tûl ve Mesafe Mikyasları …(210)

Satıh Mikyasları …(216)

Hacim, Ekile ve Maiyat Mikyasları …(220)

Ezvan Mikyasları …(224)

Zaviye Mikyasları …(228)

Ma-i Leziz Mikyasları …(229)

Fransız Mikyasatından: - Tûl ve Mesafe Mikyasları …(232)

Satıh Mikyasları …(236)

Hacim Mikyasları …(239)

Ekile ve Maiyat Mikyasları …(242)

Ezvan Mikyasları …(244)

Zaviye Mikyasları …(247)

Sikke Mikyasları …(248)

Zaman Mikyasları …(250)

Mikyasat-ı Âşariyenin Tahvilleri …(254)

2. Tahvil Mikyasatı: Mikyasat-ı Osmaniyenin Mikyasat-ı Âşariyeye ve Bilakis Tahvilleri …(259)

Mikyasat-ı Âşariyenin İngiliz ve Amerika Mikyaslarına ve Bilakis Tahvilleri …(277)

3. A‘dâd-ı Mürekkebenin Tahvilleri: Bir Aded-i Mürekkebi Aksâm-ı Muhtelifesinin En Küçüğüne Tahvil Etmek …(294)

Bir Vahid-i Kıyasînin Aksâm-ı Sağiresinden Birisiyle Gösterilen Aded-i Muayyeni Aded-i Mürekkeb Haline Tahvil Etmek …(297)

Küsûrât-ı Muayyene …(302)

4. A‘dâd-ı Mürekkebenin A‘mâl-i Erbaasından: Cem‘ …(312)

Tarh …(319)

Darb …(324)

Taksîm …(329)

5. A‘dâd-ı Mürekkebenin Tatbikatından: İki Tarih-i Muayyen Arasında Mürur Eden Müddetin Tayini …(336)

Arz-ı Coğrafya …(341)

Tûl-u Coğrafya …(343)

Tûl ve Vakit Beyanındaki Münasebet …(345)

İKİNCİ KISIM – Yüzdelik ve Tatbikatı: Yüzdelik …(352)

Yüzdelik Hesâbının Tatbikatından: 1. Kâr ve Zarar …(380)

2. Acentelik ve Simsarlık – 3. Faiz …(387)

Faiz-i Basite …(398)

Yüzde Altı Usulü …(409)

Gün Hesabıyla Faiz Bulmak …(410)

Banker Hesabıyla Faiz Bulmak …(419)

Faiz-i Hakiki …(423)

Faiz-i Senevî …(426)

Faiz Mesaili …(428)

Ta’diyat-ı Mukassete …(438)

Faiz-i Mürekkebe …(446)

4. İskonto - Ticari İskonto …(455)

Hakiki İskonto …(458)

Banka İskontosu …(462)

Bir Senedi İskonto Etmek Usulü …(470)

5. Sigorta …(473)

Sigorta Mesaili …(475)

Tazmin-i Zayiat …(481)

6. Ta‘dil-i Ta’diyat …(486)

Muvazene-i Nakdiye …(504)

Nispet ve Tenasüp: 1. Nispet …(511)

Nispetlerin Envaı …(512)

2. Tenasüp …(515)

Selase Kaidesi Yahut Tenasüb-ü Basite …(520)

İkinci Usul: Müessir ve Eser Usulüyle …(522)

Tenasüb-ü Mürekkebe …(528)

Tenasüb-ü Mürekkebenin Halli: Birinci Usul: Müessir ve Eser Usulüyle …(529)

İkinci Usul: Vahide İrca Usulüyle …(531)

Taksîm-i Mütenasip …(535)

Şirket …(539)

Usul-ü Tahlil …(563)

Silsileler: Silsile-i Adedîye…(573)

Silsile-i Hendesîye …(576)

Taksit …(579)

Ref‘ ve Cezr: 1. Ref‘ …(592)

Cezr - Cezr-i Murabba …(594)

Cezr-i Mükâ‘ab …(607)

Bir Adedin Dördüncü Kuvvetinden Cezri …(616)

Bir Adedin Beşinci Kuvvetinden Cezri …(617)

Bir Adedin Altıncı Kuvvetinden Cezri …(618)

Cezriyelerin Usul-ü Tahvilleri …(619)

Cezriyelerin A‘mâl-i Erbaasından: 1. Cem‘ …(627)

2. Tarh …(629)

3. Darb …(631)

4. Taksîm …(632)

Halita …(636)

Terkib …(638)

Ta‘dil …(642)

Mesaha …(644)

Ek-8: Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâbın Miftahı (İsmail Faik-1324/1908) İçindekiler

Mahiyet-i eser Hakkında Bir İki Söz …(3)

Miftahın Usul-ü İsti‘mâli …(4)

BİRİNCİ KISIM – Madde 20 …(5)

Madde 25 …(7)

Madde 27 - Madde 31 …(12)

Madde 33 …(13)

Madde 39 …(16)

Madde 40 …(17)

Madde 41 - Madde 42 …(18)

Madde 47 - Madde 50 …(23)

Madde 53 - Madde 54 …(24)

Madde 57 - Madde 65 - Madde 66 …(25)

Madde 67 …(26)

Madde 68 - Madde 69 …(27)

Madde 70 - Madde 71 …(28)

Madde 73 …(29)

Madde 75 …(30)

Madde 77 …(33)

Madde 79 …(35)

Madde 80 …(37)

Madde 86 …(38)

Madde 87 - Madde 89 …(39)

Madde 91 …(40)

Madde 93 …(41)

Madde 95 …(44)

Madde 97 - Madde 100 - Madde 101 - Madde 102 …(46)

Madde 103 - Madde 151 - Madde 152 …(47)

Madde 153 - Madde 155 …(48)

Madde 156 …(49)

Madde 157 - Madde 158 - Madde 159 - Madde 160 …(50)

Madde 162 - Madde 163 …(51)

Madde 164 - Madde 165 - Madde 166 - Madde 167 …(52)

Madde 168 - Madde 169 - Madde 175 …(53)

Madde 177 - Madde 180 …(54)

Madde 181 …(55)

Madde 183 …(57)

Madde 185 …(58)

Madde 187 …(59)

Madde 189 …(60)

Madde 191 - Madde 193 - Madde 194 - Madde 196 …(63)

Madde 197 …(64)

İKİNCİ KISIM - Madde 201 - Madde 202 - Madde 206 …(66)

Madde 207 …(67)

Madde 208 …(68)

Madde 209 …(69)

Madde 210 …(70)

Madde 211 …(72)

Madde 212 …(74)

Madde 216 - Madde 217 …(77)

Madde 218 - Madde 219 - Madde 220 …(78)

Madde 221 - Madde 222 - Madde 223 …(79)

Madde 224 - Madde 225 - Madde 227 …(80)

Madde 228 - Madde 230 - Madde 232 - Madde 233 …(81)

Madde 234 - Madde 235 - Madde 236 - Madde 237…(82)

Madde 239 - Madde 242 - Madde 243 - Madde 244 - Madde 247 …(83)

Madde 250 - Madde 252 …(84)

Madde 253 …(85)

Madde 254 - Madde 257 - Madde 259 …(86)

Madde 260 …(87)

Madde 266 - Madde 273 - Madde 274 - Madde 276 …(88)

Madde 277-278 - Madde 283 – Madde 290 …(89)

Madde 294 …(90)

Madde 298 - Madde 300 …(91)

Madde 304 - Madde 305 …(93)

Madde 307 - Madde 308 …(94)

Madde 322 - Madde 323 - Madde 326 - Madde 327 - Madde 328 …(95)

Madde 329 - Madde 332 - Madde 336 - Madde 337 - Madde 342 …(96)

Madde 352 - Madde 353 - Madde 354 - Madde 355 - Madde 356 …(97)

Madde 358 - Madde 360 - Madde 362 …(98)

Madde 363 - Madde 366 - Madde 367 - Madde 368 …(99)

Ek-9: Hesâb-ı Nazarî Mesaili (Mustafa Salim-1323-1325/1908) İçindekiler

Mukaddime …(2)

Derûn Kitapta Münderiç Mesailin Usul-ü Hallinde Tesadüf Edilecek İfadelerle Düsturların Berveçhe Âti İzahı Münasip Görülmüştür …(5)

Mesail-i Mevzuanın Usul-ü Hallinde Bilinmesi Lazım Gelen Bazı Dava – Dava 1 …(10)

Dava 2 – Dava 3 …(11)

Dava 4 …(13)

Dava 5 …(15)

Euler Davası 6 …(16)

Fermat Davası 7 …(17)

Dava 8 …(19)

Dava 9 …(22)

Dava 10 Wilson Davası – Dava 11 Wilson Davasının Aksi …(24)

Mesail …(25)

Mümarese …(88)

Ek-10: Nazarî ve Amelî Yeni İlm-i Hesâb (Hasib-1331/1915) İçindekiler

Birinci Bab - A‘dâd-ı Tama - Birinci Fasıl - Tarifat-ı İbtidaiye …(3)

İkinci Fasıl - A‘dâd-ı Tamaların Teşkili …(6)

Ta‘dâd …(7)

Terkîm …(14)

Romalılar Erkâmı …(18)

Üçüncü Fasıl - A‘dâd-ı Tamanın Cem‘i …(25)

Hesâb-ı Zihniyenin Cem‘e Tatbiki …(33)

Dördüncü Fasıl - A‘dâd-ı Tamanın Tarhı …(38)

Tarhın Cem‘ Tarikiyle İcrası …(46)

Hesâb-ı Zihniyenin Tarha Tatbiki, Bir Adedin Tamam-ı Adedîsi …(49)

Beşinci Fasıl - Cem‘e ve Tarha Müteallik Dava …(55)

Altıncı Fasıl - A‘dâd-ı Tamanın Darbı …(59)

Yedinci Fasıl – Darba Müteallik Dava …(74)

Sekizinci Fasıl - Darba Cem‘e ve Tarha Müteallik Dava …(87)

Dokuzuncu Fasıl - Hesâb-ı Zihniyenin Darba Tatbiki ve Darb Ameliyatında Seri‘ Usuller …(98)

Onuncu Fasıl - A‘dâd-ı Tamanın Taksîmi …(107)

On Birinci Fasıl – Taksîme Müteallik Dava …(130)

On İkinci Fasıl - Hesab-ı Zihniyenin Taksîme Tatbiki ve Taksîm Ameliyesinde Seri‘ Usuller …(138)

On Üçüncü Fasıl – Adedlerin Kuvvetleri …(142)

On Dördüncü Fasıl – Ameliyat-ı Erbaa Üzerine Temrinat ve Mesail …(146)

İkinci Bab – Adedlerin Hassâları – Birinci Fasıl - Kâbiliyyet-i Taksîm …(152)

Darb ve Taksîmin Bir Kâsım-ı Vasatîsiyle Mizanı …(172)

İkinci Fasıl - Kâsım-ı Müşterek-i A‘zam …(177)

Üçüncü Fasıl - A‘dâd-ı Asliyye …(189)

Bir Adedin Madrûbat-ı Asliyyeye Tefrîki …(203)

Bir Adedin Kâsımlarının Taharrîsi …(208)

Müteaddit Adedlerin Kâsım-ı Müşterek-i A‘zamının Tayini …(216)

Müteaddit Adedlerin Misl-i Müşterek-i Asgarının Tayini …(218)

Dördüncü Fasıl - Temrinat ve Mesail …(224)

Üçüncü Bab - Kesr-i Âdiye - Birinci Fasıl - Malumat-ı İbtidaiye …(228)

İkinci Fasıl - Kesr-i Âdiyeye Müteallik Dava-i Esasiye …(232)

Üçüncü Fasıl - Kesr-i Âdiyenin Tahvili …(239)

Kesirlerin İhtisarı …(241)

Kesirlerin Mahreçlerinin Tevhidi …(246)

Dördüncü Fasıl - Kesr-i Âdiyenin Cem‘i …(252)

Kesr-i Âdiyenin Tarhı …(254)

Kesr-i Âdiyenin Darbı …(258)

Müteaddit Kesirlerin Hâsıl-ı Darbı …(261)

Kesirlerin Taksîmi …(265)

Beşinci Fasıl - Kesr-i Âdiye Üzerine Temrinat ve Mesail …(270)

Dördüncü Bab - Kesr-i Âşariye - Birinci Fasıl – Tarifat ve Havâss …(274)

A‘dâd-ı Âşariyenin Cem‘i ve Tarhı …(279)

A‘dâd-ı Âşariyenin Darbı …(280)

A‘dâd-ı Âşariyenin Taksîmi …(284)

İkinci Fasıl – Bir Haric-i Kısmetin Takrîbi Olarak Tayini …(290)

Üçüncü Fasıl - Kesr-i Âdiyenin Kesr-i Âşariyeye Tahvili …(298)

Kesr-i Âşariyenin Kesr-i Âdiyeye Tahvili …(303)

Kesr-i Müvellidlerin Hassâları …(307)

Dördüncü Fasıl - A‘dâd-ı Âşariye Üzerine Temrinat ve Mesail …(309)

Beşinci Bab - Murabba ve Cezr-i Murabba - Birinci Fasıl - Tarifat ve Havâss …(311)

İkinci Fasıl - A‘dâd-ı Tamanın Vahide Kârib Hata ile Cezr-i Murabbası …(318)

Üçüncü Fasıl – Kesirlerin Murabbası ve Cezr-i Murabbası …(327)

Kesr-i Âdiyenin Cezr-i Murabbası …(329)

A‘dâd-ı Âşariyenin Cezr-i Murabbası …(331)

Dördüncü Fasıl – Bir Adedin A‘tâ Olunan Bir Derece-i Takribîye Göre Cezr-i Murabbası …(333)

Beşinci Fasıl - Murabba ve Cezr-i Murabba Üzerine Emsal ve Mesail …(337)

Altıncı Bab – Mikyasat-ı A‘dâd-ı Mürekkebe - Birinci Fasıl - Malumat-ı Tarihiye …(340)

İkinci Fasıl - Malumat-ı İbtidaiye …(343)

Mukayesatın Envar-ı Muhtelifesi …(345)

Üçüncü Fasıl - Tûl Mikyasatı …(347)

Dördüncü Fasıl - Satıh Mikyasları …(351)

Beşinci Fasıl - Hacim Mikyasları …(356)

Altıncı Fasıl – İstiâb Mikyasları …(361)

Yedinci Fasıl - Vezn Mikyasları …(365)

Bir Cism-i Sülbün veya Mâi’in Sıklet-i İzafîsi …(368)

Sekizinci Fasıl - Meskûkât Mukayeseleri …(371)

Dokuzuncu Fasıl - A‘dâd-ı Mürekkebe …(375)

Onuncu Fasıl - A‘dâd-ı Mürekkebenin Tahvili …(377)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Cem‘i …(379)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Tarhı …(380)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Darbı …(382)

A‘dâd-ı Mürekkebenin Taksîmi …(384)

On Birinci Fasıl – Mukayesat-ı Atika …(386)

On İkinci Fasıl - Meskûkât-ı Osmaniyenin Kesr-i Âşarîyle İraesi …(392)

Meskûkât-ı Osmaniyenin Muhtelif Piyasaları…(393)

Evzan-ı Atika ve Cedîdenin Yekdiğerine Tahvili …(396)

Tûl Mikyasat-ı Atika ve Cedîdesinin Tahvilleri …(397)

On Üçüncü Fasıl – Emsal ve Mesail …(399)

Yedinci Bab - Nispet ve Tenasüp ve Tatbikatı – Birinci Fasıl - Nispet …(405)

İkinci Fasıl - Tenasüp …(414)

Üçüncü Fasıl – Kemmiyyet-i Mütenasibe …(427)

Dördüncü Fasıl – Selase Kaideleri …(430)

Beşinci Fasıl – Faiz Kavâidi …(438)

Faiz-i Müfred Düsturları …(444)

Faiz Hesâbatında İhtisarat …(445)

Altıncı Fasıl – İskonto Kavâidi …(450)

Haricî İskonto, Dâhilî İskonto …(451)

Yedinci Fasıl – Vasatî – Vade-i Mutavassıta …(460)

Sekizinci Fasıl - Taksîm-i Mütenasip Kaidesi …(465)

Dokuzuncu Fasıl – Şirket Kaidesi …(473)

Onuncu Fasıl - Terkib Kaidesi …(478)

On Birinci Fasıl – Halita Kaidesi …(487)

On İkinci Fasıl – Temrinat ve Mesail …(493)

Ek-11: Mücmel Hesâb-ı Nazarî (Mehmet Re'fet-1332/1916) İçindekiler

Mukaddime …(3)

İlm-i Hesâbın Tarifi, Mevzuu, Gayesi - Ta'dâd ve Terkîm …(6)

Teşkil-i A'dâd …(7)

İlm-i Hesâbda Müsta'mel İşarat …(17)

Ta'dâd ve Terkîme Dair Mesail …(18)

Cem' Ameliyatı …(19)

Tarh Ameliyatı …(20)

Cem' ve Tarha Dair Kavâid …(20)

Zihnen Tarh Ameliyatı …(23)

Cem' ve Tarh Ameliyatının Beraber İcrası …(24)

Darb …(27)

İşaretlerin Darbı …(30)

Darb Ameliyatında Bazı Kavâid-i Teshiliye …(34)

Taksîm Ameliyatı …(36)

Halli Matlûb Mesail …(41)

Ref' …(42)

Herhangi Bir Adedin Murabbası, Mükâ'abı …(43)

Küsûrât-ı Âşariyenin Ref‘i …(44)

İki Aded Mecmuunun Murabbası …(45)

İki Aded Fazlının Murabbası …(46)

İki Aded Mecmuunun Mükâ‘abı …(47)

İki Aded Fazlının Mükâ‘abı …(48)

Cezr – Cezr-i Murabba Bütün Usulü …(50)

Cezr-i Mükâ‘ab …(52)

Küsûrât-ı Âşariyenin Cezr-i Murabbası ve Mükâ‘abı …(54)

Küsûrât-ı Âşariyenin Cezri …(57)

Bazı Mesailin Sûret-i Halleri …(62)

Kâbiliyyet-i Taksîm …(63)

Cem‘in (9) ile Mizanı …(74)

Tarhın (9) ile Mizanı …(75)

Darbın (9) ile Mizanı …(76)

Taksîmin (9) ile Mizanı …(77)

A‘dâd-ı Asliyye …(79)

Bir Adedi Madrûbat-ı Asliyyeye Tefrik Etmek …(80)

Bir Adedin Kâsımlarının Teşkili …(82)

Kâsım-ı Müşterek-i A‘zamı Bulmak …(84)

Madrûbata Tefrik ile Misl-i Müşterek-i Asgarını Bulmak…(86)

Küsûrât-ı Âdiye - Kesr-i Mürekkebe ve Basite …(87)

Terkib ve Tahlil …(88)

İhtisar …(91)

Tevhid-i Mahrec …(92)

Kesr-i Âdinin Cem‘i …(96)

Kesr-i Âdinin Tarhı …(98)

Kesr-i Âdinin Darbı …(101)

Kesr-i Âdinin Taksîmi …(104)

Aded-i Tam Ma‘al Kesr yahut Aded-i Âşarî …(106)

Kesr-i Âşarî Nasıl Yazılır …(107)

Kesr-i Âşarînin Kıraati …(108)

Kesr-i Âşarînin Terkîmi …(109)

Bir Kesr-i Âşarînin Kıymetini Büyütmek ve Küçültmek İçin Ne Yapmalıdır? …(112)

Santim Usulü - Kesr-i Âşarînin Cem‘i …(114)

Kesr-i Âşarînin Tarhı …(115)

Kesr-i Âşarînin Darbı …(116)

Kesr-i Âşarînin Taksîmi …(117)

Kesr-i Âdinin Kesr-i Âşarîye Tahvili …(119)

Kesr-i Âşarînin Kesr-i Âdiye Tahvili …(121)

Beşinci Sene Programı …(124)

Ek-12: Hesâb-ı Nazarî (Mehmet Nadir-1926) İçindekiler

Mukaddime (3)

Birinci Fasıl / Ta'dâd ve Terkîm Nazariyyesi (5)

İkinci Fasıl / Cem' ve Tarh (11)

Üçüncü Fasıl / Darb (20)

Dördüncü Fasıl / Taksîm (26)

Taksîmin Tamâm-ı Adedî Usulü ile Sûret-i İcrası (28)

Kâbiliyyet-i Taksîm (36)

Kâbiliyyet-i Taksîm Kavâidinin Taharrîsi (37)

Kâbiliyyet-i Taksîmin Kaide-i Külliyyesi / Benim Bulduğum (42)

Tatbîkat (48)

Beşinci Fasıl / Şeklî Adedler (63)

Bir Adedin Kâsımları (67)

A'dâd-ı Müsellesî (70)

A'dâd-ı Mükemmele (73)

A'dâd-ı Mütehabbe (78)

Müteâdiller (83)

Altıncı Fasıl / Birinci Dereceden Müteâdiller (101)

Yedinci Fasıl / Küsûrât-ı Mütevalîye Nazariyyesi / Ta‘rifât ve Ma‘lûmât-ı İbtidâiyye (109)

Mürcia‘ların Teşkîlât Kanûnu (117)

Mürcia‘ların Havâss-ı Esâsiyyesi (120)

Mürcia‘-ı Tam Olmayan Bir Adedin Cezr-i Murabba‘sının Küsûrât-ı Mütevalîye Tevsîi (122)

ax+by=c Şeklindeki Muâdelelerin Küsûrât –ı Mütevalîye Nazariyyesiyle Halli (127)

Müteaddit Gayr-i Muayyenleri Hâvî Bir Muâdelenin Sûret-i Halli (134)

Müş‘ir – İndicateur yahut φ(a) Tâbi‘-i Adedîsi (Fermat), (Euler) Dava-i Nazariyyeleri (148)

φ(a) Tâbi‘-i Adedîsinin Havâss-ı Meşhûresi (157)

Müş‘ir’in Yani φ(a) Tâbi‘-i Adedîsinin Diğer Havâss-ı Meşhûresi (161)

Gayr-i Müşterek’ül Mikyâs Adedler ve A‘dâd-ı Muhdese veya Mevhûme (192)

Kuvve-i Muhakemenin Tevsîine Yardım Eden ve A‘dâd Fikri ve Mevhûmunu Zihne Elka Eyleyen Bir Takım Mes‘ele-i Mühimme (202)

Planude Mes‘eleleri (209)

Pell Muâdele-i Meşhûresinin Sûret-i Umumiyede Halli (238)

Diophantos Mesâili (252)

Birinci Dereceden Muâdelât-ı Gayr-i Muayyene Veren Meseleler (257)

Notlar / Not 1 / Ta’dâd ve Terkîmin Muhtelif Sistem Nazariyyesi (261)

Not 2 / A‘dâd-ı Asliyye Nazariyyâtı (271)

Not 3 / Gayr-i Müşterek’ül Mikyâs Adedler, Kemmiyyet-i Asamm ve Muhdese (287)

Cezrin Hesâbı (289)

Not 4 (293)

Tatbîkat / Müteaddit ve Muhtelif Emsal ve Mesail (295)

Not 5 / Küsûrât-ı Mütevalîye Temrînâtı (297)

Halleri Matlûb Mesâil (302)

Not 6 / A‘dâd-ı Takrîbiyye Hesâbâtı (303)

Müşterek’ül Mikyâs İki Adedin p/q ya Karîb Haric-i Kısmetin Taharrîsi (305)

Hata-ı Mutlak (307)

Muhtasar Darb Ameliyatı (309)

Halleri Matlûb Emsal ve Mesail (322)

KAYNAKÇA

Meydan Larousse Büyük Lügat ve Ansiklopedi (Cilt 11). (1990). İstanbul: Meydan Yayınevi.

Encyclopedia of Jews in the Islamic World. (2017). 03.08.2017 tarihinde http://referenceworks.brillonline.com/entries/encyclopedia-of-jews-in-the-islamic-world/le-journal-dorient-SIM_0013540, adresinden alındı

Treccani: Encyclopedias Online. (2017). 24.08.2017 tarihinde http://www.treccani.it/enciclopedia/a-tartinville/ adresinden alındı

WorldCat. (2017). 23.06.2017 tarihinde http://www.worldcat.org/title/sphinx-oedipe/oclc/9034835 adresinden alındı

Ahmet Şükrü. (1297/1880). *Hesâb-ı Nazarî.* İstanbul: Mekteb-i Mülkiye Matbaası.

Ahmet Şükrü. (1304/1887). *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb.* İstanbul: Mahmut Bey Matbaası.

Ahmet Şükrü. (1305/1888). *Amelî ve Nazarî İlm-i Hesâb Tatbikatı.* İstanbul: Cemal Efendi Matbaası.

Alaettin, İ. (1936). *Meşhur Adamlar Hayatları-Eserleri* (Cilt 4). İstanbul.

Ali Galip. (1313/1897). *Amelî ve Nazarî İlm'el-A'dâd.* İstanbul: Mekteb-i Fünun-u Harbiye-i Şahane Matbaası.

Ali Galip. (1316/1900). *Amelî ve Nazarî Hesâb-ı Mükemmel.* İstanbul: Mekteb-i Fünun-u Harbiye-i Şahane Matbaası.

Apostol, T. M. (2013). *Introduction to Aanalytic Number Theory.* The USA: Springer Science & Business Media.

Arslan, A. (1995). *Darülfünun'dan Üniversite'ye.* İstanbul: Bayrak Yayımcılık.

Asar, A. O., & Arıkan , A. (2012). *Sayılar Teorisi.* Ankara: Gazi Kitabevi.

Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi, .* Ankara: Harf Eğitim Yayıncılık.

Barker, S. F. (2003). *Matematik Felsefesi.* (Y. Dursun, Çev.) Ankara: İmge Kitapevi.

Bell, E. T. (1947). *Büyük Matematikçiler II.* (Ö. İnönü, İ. İşmen, C. Akova, & Z. Demirgüç, Çev.) İstanbul: Milli Eğitim Basımevi.

Berggren, J. L. (2003). *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam.* New York: Springer.

Boyer, C. (2005). Preface. *Diophante (1948-1952 Complete Collection).*

Boyer, C. B. (2015). *Matematiğin Tarihi.* (S. Bağcacı, Çev.) Ankara: Doruk Yayıncılık.

Brook, J. G., & Brooks, M. G. (1993). *In Search Understanding: The Case for Constructivist Classroom, Alexandria.* Virgina: Assosiation for Supervision and Curriculum Development.

Burton, D. M. (1980). *Elementary Number Theory.* The USA: Allyn and Bacon, Inc.

Cajori, F. (2014). *Matematik Tarihi.* (D. İlalan, Çev.) Ankara: Odtü Yayıncılık.

Càndito, C. (2016). Jacques Ozanam 1640-1718. *Distinguished Figures in Descriptive Geometry and Its Applications for Mechanism Science: From the Middle Ages to the 17th Century* (s. 223). içinde Springer International Publishing.

Clark, W. E. (2002). *Elementary Number Theory.* Florida: University of South Florida.

Çankaya, A. (1971). *Yeni Mülkiye Tarihi ve Mülkiyeliler* (Cilt 2). Ankara: Mars Matbaası.

Darüşşafaka. (1927). *Türkiye'de İlk Halk Mektebi.* İstanbul: Evkaf-ı İslamiye Matbaası.

Demir, R. (2004a). Çağdaş Matematiğin Türkiye'ye Girişi (Halifezâde İsmâ'îl Efendi'den Sâlih Zeki Bey'e Kadar Yapılan Çalışmalara Genel Bir Bakış). M. Dosay Gökdoğan, R. Demir, & M. Kılıç içinde, *Salih Zeki, Âsâr-ı Bâkiye, Bilginlerin Yaşamları ve Yapıtları* (Cilt 3, s. 1-45). Ankara: Babil Yayınları.

Demir, R. (2004b). "Sâlih Zeki Bey (1864-1921), Hayatı-Eserleri ve Türk Bilim Hayatındaki Yeri". M. Dosay Gökdoğan, R. Demir , & M. Kılıç içinde, *Salih Zeki, Âsâr-ı Bâkiye, Bilginlerin Yaşamları ve Yapıtları* (Cilt 3, s. 48-68). Ankara: Babil Yayınları.

Develi, M. H. (2010). *Elemanter Sayılar Kuramı.* İstanbul: Erkam Matbaası.

Devellioğlu, F. (2012). *Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lügat.* Ankara: Aydın Kitabevi.

Dickson, L. (1971). *History of the Theory of Numbers.* New York: Chelsea Publishing Company.

Doğan, E. (2007). İstanbul (Erkek) Lisesi'nin Kurucusu Mehmed Nadir Bey'in Öğretmenlik Mesleği Ve Öğretim Yöntemleri İle İlgili Görüş Ve Önerileri. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*(14), 142-160.

Doğan, E. (2008). *İlk Öğrenci Dergisi - Numûne-i Terakki.* İstanbul: İstanbul Erkek Liseliler Eğitim Vakfı (İELEV) Yayınları.

Dosay Gökdoğan, M. (2015). *Türkiye'de Cumhuriyet Dönemi Matematiğine Kısa Bir Bakış.* 23.05.2015 tarihinde http://sertoz.bilkent.edu.tr/turk/Turkiyede_Cumhuriyet_Donemi_Matematigine_Kisa_Bir_Bakis.pdf adresinden alındı

Dosay, M. (1989). Barnabas B. Hughes, Rober of Chester's Latin Translation of Al-Khwarizmi's al-Jabr, a new critical edition. *Erdem, 5*(15), 1059-1060.

Dosay, M. (1991). İslam Dünyasında Bir Bilim Rönesansı İhtiyacı ve Koşulları. *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi, 35*(1), 75-89.

Dosay, M. (1992). Matematik Rönesansına İslam Dünyasının Etkisi. *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Araştırma Dergisi, 14*, 147-158.

Enginün, İ. (1971). Mehmet Nadir'in Shakespeare'den Yaptığı Tercümeler. *İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Türk Dili ve Edebiyatı Dergisi*(19), 81-188.

Enginün, İ. (1979). *Tanzimat Devrinde Shakespeare Tercümeleri ve Tesiri.* İstanbul: İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Yayını.

Erdoğan, M., & Yılmaz, G. (2008). *Soyut Cebir ve Sayılar Teorisi.* İstanbul: Beykent Üniversitesi Yayınları.

Ergin, O. (1977). *Türk Maarif Tarihi* (Cilt 3-4). İstanbul: Eser Matbaası, İstanbul.

Fazlıoğlu, İ. (2003). *Mehmet Nadir.* TDV İslam Ansiklopedisi (Cilt 28).

Flegg, G. (1983). *Numbers Their Histıry and Meaning.* England: Penguin Books.

Göker, L. (1997). *Matematik Tarihi ve Türk-İslam Matematikçilerinin Yeri.* İstanbul: MEB Yayınları.

Guy, R. (2013). *Unsolved Problems in Number Theory.* The USA: Springer Science & Business Media.

Günergun, F. (1995). *Darülfünun Fünun (Fen) Fakültesi Mecmuası (1916-1933).* İstanbul: Osmanlı Bilimi Araştırmaları İ.Ü. Edebiyat Fakültesi Yayınları.

Hardy, G. H., & Wright, E. (1960). *An Introduction To The Theory of Numbers.* (N. Arık, Çev.) London: Oxford University Press.

Hasib. (1331/1915). *Nazarî ve Amelî Yeni İlm-i Hesâb.* İstanbul: Necm-i İstikbal Matbaası.

Heath, T. L. (1921). *A History of Greek Mathematics* (Cilt 2). Oxford: Oxford University Press.

Hervey, H. (1952). Hobbes and Descartes in the Light of Some Unpublished Letters of the Correspondence between Sir Charles Cavendish and Dr. John Pell. *Osiris, 10,* 67-90.

Ifrah, G. (1998). *Rakamların Evrensel Yarihi VII: İslam Dünyasında Hint Rakamları.* (K. Dinçer, Çev.) Ankara: Tübitak Yayınları.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., & İzgi, C. (1999). *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi (OMLT).* İstanbul: IRCICA.

İnönü, E. (1997). *Mehmet Nadir: Bir Bilim ve Eğitim Öncüsü.* Ankara: TÜBİTAK Yayınları.

Ireland, K., & Rosen, M. (2013). *A Classical Introduction to Modern Number Theory.* The USA: Springer Science & Business Media.

İshakoğlu-Kadıoğlu, S. (1998). *İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Tarihçesi (1900-1946).* İstanbul: İ. Ü. Basımevi ve Film Merkezi.

İsmail Faik. (1320/1904). *Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâb.* İstanbul: A. Artin Asaduryan Şirket-i Mürettibiye Matbaası.

İsmail Faik. (1324/1908). *Nazarî ve Amelî Yeni Usul Mükemmel Hesâbın Miftâhı.* İstanbul: Matbaa-i Kütüphane-i Cihan.

Katz, V. J. (1998). *A History of Mathematics.* The USA: Addison-Wesley Educational Publishers, Inc.

Koz, M., & Doğan, E. (2005). *Terbiye ve Ta'lîm-i Etfâl (Çocukların Eğitim ve Öğretimi) / Mehmet Nadir Bey: Bir Eğitim Öncüsünün Yazıları - 1895.* İstanbul: İstanbul Erkek Liseliler Eğitim Vakfı (İELEV) Yayınları.

Laisant, C., & Lemoine, E. (1906). *L'Intermédiaire des Mathématiciens*(13).

Laisant, C., & Lemoine, E. (1907). *L'Intermédiaire des Mathématiciens*(14).

Laisant, C., & Lemoine, E. (1908). *L'Intermédiaire des Mathématiciens*(15).

Lenstra, H. W. (2002). Solving the Pell Equation. *Notices of the AMS, 49*(2), 182-192.

Leveque, W. J. (1990). *Elementary Theory of Numbers.* New York: Dover Publications, Inc.

Lucas, É. (1877). *Recherches sur Plusieurs Ouvrages de Léonard de Pise et sur Diverses Questions d'Arithmétique Supérieure.* Rome.

Mehmed İzzet. (1936). Türk Riyaziyecilerinden Mehmed Nadir. *Talebe Mecmuası*(Sayı 62), 11.

Mehmet Nadir. (1332/1916a). Nazariyye-i A'dâd – Muâdeletler. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısm, Sene 1*(Sayı 1), 78.

Mehmet Nadir. (1332/1916b). Mehmet Nadir, Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ – Birinci Dereceden Muâdeletler. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmı,, Sene 1*(Sayı 3), 211.

Mehmet Nadir. (1332/1916c). Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ – Mâbad. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmı, Sene 1*(Sayı 3), 319.

Mehmet Nadir. (1332/1916d). Nazariyye-i A'dâd – Hesâb-ı Âlâ'dan Mâbad, Müş'ir – İndicateur yahut φ(a) Tâbi-i Adedîsi,(Fermat), (Euler) Dava-i Nazariyyeleri. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmı, Sene 1*(Sayı 4), 410.

Mehmet Nadir. (1332/1916e). Tamâm-ı Adedî ile Usul-ü Taksîm. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmı, Sene 1*(Sayı 4), 432.

Mehmet Nadir. (1333/1917a). Kâbiliyyet-i Taksîm Hakkında Kaide-i Umumî. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmı, Sene 2*(Sayı 6), 569-570.

Mehmet Nadir. (1333/1917b). Nazariyye-i A‘dâd – Hesâb-ı Âlâ’dan Mâbad. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmı, Sene 2*(Sayı 6), 580.

Mehmet Nadir. (1333/1917c). Nazariyye-i A‘dâd – Hesâb-ı Âlâ’dan Mâbad, Müş‘irin, yani φ(a) Tâbi-i Adedîsinin Havâss-ı Meşhuresi. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmı, Sene 2*(Sayı 5), 517-518.

Mehmet Nadir. (1333/1917d). Tamâm-ı Adedî ile Usul-ü Taksîm’den Maabad. *Darülfünun Fünun Fakültesi Mecmuası Riyaziyat Kısmı, Sene 2*(Sayı 5), 535-536.

Mehmet Nadir. (1340/1924a). Hoene-Wroński. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, Sene 2*(Sayı 1), 12.

Mehmet Nadir. (1340/1924b). Salih Zeki Bey. *Muallimler Mecmuası, Sene 2*(Sayı 21), 594.

Mehmet Nadir. (1341/1925a). Pell Muâdele-i Meşhuresinin Suret-i Umumiyede Hâlli. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, Sene 3*(Sayı 1), 38.

Mehmet Nadir. (1341/1925b). Nazariyye-i A‘dâda Dair. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, Sene 2*(Sayı 3), 178.

Mehmet Nadir. (1341/1925c). Planude’ün İki Mesele-i Meşhuresi. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, Sene 3*(Sayı 1), 38.

Mehmet Nadir. (1926). *Hesâb-ı Nazarî.* İstanbul: Milli Matbaa.

Mehmet Nadir. (1927). Leibnitz ve Newton. *Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası, Sene 4*(Sayı 3-4), 301.

Mehmet Re'fet. (1332/1916). *Mücmel Hesâb-ı Nazarî.* İstanbul: Necm-i İstikbal Matbaası.

Milne, W. J. (1907). *Progressive Arithmetic (First Book).* New York: American Book Company.

Mustafa Salim. (1323-1325/1908). *Hesâb-ı Nazarî Mesaili.* İstanbul: A. Artin Asaduryan Şirket-i Mürettibiye Matbaası.

Nasibov, F. H., & Kaçar, A. (2008). *Analize Giriş.* Ankara: Palme Yayıncılık.

Nasibov, F. H., Hacısalihoğlu, H., & Kılıçoğlu, Ş. (2010). *Sayılar Teorisi.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Ore, O. (1948). *Number Theory and Its History.* London, : Mc Graw-Hill Book Company, INC.

Pragacz, P. (2007). Józef Maria Hoene-Wroński'nin Hayatı ve Çalışmaları Üzerine Notlar. *Wiadomości Matematyczne (Ann. Soc. Math. Pol.), 43*, Çeviren: Özer Öztürk.

Redhouse, J. W. (1978). *Turkish and English Lexicon.* İstanbul: Çağrı Yayınları.

Sayılı, A. (1966). *Mısırlılarda ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp.* Ankara: Türk Tarih Kurumu Basımevi.

Simmons, G. (1992). *Calculus Gems.* The USA: McGraw-Hill, Inc.

Sönmez, A. (2005). *Matematiğin Öyküsü ve Serüveni* (Cilt 7: Fransız Matematikçiler). İstanbul: Toplumsal Dönüşüm Yayınları.

Stein, W. (2008). *Elementary Number Theory: Primes Congruences, and Secrets.* A computational approach: Springer Science& Business Media.

Struik, D. J. (1996). *Kısa Matematik Tarihi.* (Y. Silier, Çev.) İstanbul: Sarmal Yayınevi.

Swetz, F. (2017). *Mathematical Treasure: Jacques Ozanam's Récréation*. 03.08.2017 tarihinde Mathematical Association of America: https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-jacques-ozanam-s-r-cr-ations adresinden alındı

Şevki, Hüsnü, & Mehmet Rüştü. (1307/1890). *Amelî ve Nazarî Yeni Usul İlm-i Hesâb.* İstanbul: Kasbar Matbaası.

Tan, E., & Ekin, A. (2014). On Convergence Properties of Fibonacci-Like Conditional Sequences. *Communications Series A1 Mathematics & Statistics, 63*(2).

Tekeli, S., Kâhya, E., Dosay, M., Demir, R., Topdemir, H. G., Unat, Y., et al. (2012). *Bilim Tarihine Giriş,.* Ankara: Nobel Yayınları.

Tezer, C. (2016, 6 10). *Vidinli Hüseyin Tevfik Paşa.* Türk Matematikçileri: A. Sinan Sertöz Home Page: http://sertoz.bilkent.edu.tr/turk/VIDINLI.pdf adresinden alınmıştır

Thomson, J. B. (1855). *Higher Arithmetic or The Science and Application of Numbers: Combining The Analytic and Synthetic Modes of Instruction. Designed for Advanced Classes in Schools and Academies.* New York: Ivison & Phinney.

Topdemir, H. G., & Unat, Y. (2013). *Bilim Tarihi.* Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Tuncer, T. (1995). *Matematik Sözlüğü.* İstanbul: İÜ Fen Fakültesi Döner Sermaye İşletmesi, Prof. Dr. Nazım Terzioğlu Basım Atölyesi.

Whitford, E. E. (1912). *The Pell Equation.* New York: Columbia University.

Yıldırım, C. (2008a). *Bilim Tarihi.* İstanbul: Remzi Kitapevi.

Yıldırım, C. (2008b). *Matematiksel Düşünme.* İstanbul: Remzi Kitapevi.

ÖZET

Osmanlı'da 18. yüzyıldan itibaren tercüme ve telif yoluyla gelişen modern matematik konuları üzerine pek çok çalışma yapılmış, fakat sayılar teorisi hakkında hemen hemen hiçbir araştırma yapılmamıştır. Bu tez çalışmasında genel bir Osmanlı sayılar teorisi tarihi oluşturabilmek amacıyla, tespit edilebilen tüm sayılar teorisi çalışmaları incelenmiş ve ayrıntılı değerlendirmeleri yapılmıştır.

Araştırmaya dâhil edilen eserler belirlenirken müstakil olarak yazılmış ve adında sayılar teorisi geçen kitaplar seçilmiştir. Bu şekilde, tamamı 19. ve 20. yüzyılda yazılmış olan 12 kitap tespit edilmiştir.

1880-1926 yılları arasında yayınlanmış olan 12 eserden iki tanesi hariç, diğerleri ortaokul matematik kitabı düzeyindedir ve aritmetik kitabının ötesine pek fazla geçememiştir. Mustafa Salim'in 1908 tarihli *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabı ve Mehmet Nadir'in 1926 tarihli *Hesâb-ı Nazarî* kitabı ise tam anlamıyla müstakil sayılar teorisi kitaplarıdır.

Mustafa Salim'in *Hesâb-ı Nazarî Mesaili* kitabı, sayılar teorisi alanındaki modern bilgilere ilk kez rastlanması açısından oldukça önemlidir. Tespit edebildiğimiz kadarıyla, Osmanlı'ya modern sayılar teorisi kavramlarının girişini sağlayan kişi Mustafa Salim olmuştur. Fakat Mustafa Salim'in kitabı da çok sistematik bir şekilde yazılmadığından, önemli görülen teorem ve kurallar düzensiz bir şekilde verilmiş, birçok sayılar teorisi konusu eksik bırakılmıştır.

Mehmet Nadir'in *Hesâb-ı Nazarî* adlı kitabı ise o kadar kapsamlı ve modern bir şekilde kaleme alınmıştırki günümüzde bile *Sayılar Teorisine Giriş* derslerinde kullanılabilir. Nadir, uluslararası matematik araştırmaları yazınında adı geçen ilk Türk

matematikçisidir. Matematik alanındaki çalışmalarının tamamı sayılar teorisi hakkındadır ve ulusal ve uluslararası pek çok yayın yapmıştır. Bu yayınlarından bazılarında Batı'da bilinen sayılar teorisi konularının Osmanlı'ya aktarılmasını sağlamış, bazılarında ise kendi buluşları ve çözümleri ile alana orijinal katkılar yapmıştır. Nadir'in sayılar teorisine katkıları göz önünde bulundurularak *İstanbul Darülfünun Fen Fakültesi Mecmuası*'nda yayınlanan makaleleri ve *L'Intermédiaire des Mathématiciens* dergisinde yayınlanan soru ve cevapları da tez kapsamına dâhil edilmiştir.

Nadir, Batı'daki en yeni gelişmelerden bile haberdar olacak kadar alana hâkim, uluslararası bir matematik topluluğu ile etkileşim halinde ve alana orijinal katkılar sağlayabilecek düzeyde önemli bir matematikçimizdir. Osmanlı topraklarında sayılar teorisi ile ilgilenen kendisinden başka hemen hemen hiçkimse olmamasına rağmen, matematiğin hatta bilimin diğer dallarında Osmanlı ile Batı arasında açılan farkı, sayılar teorisi için, tek başına kapatmayı başarmıştır.

ABSTRACT

In the Ottoman Empire, many studies have been done on modern mathematical topics developing through translation and copyright since the 18th century, but almost no research has been done on the number theory. In this thesis study, in order to be able to establish a general history of Ottoman number theory, all the studies of the number theories that could be determined have been examined and detailed evaluations have been made.

While determining the works included in the research, the books which have been written detachedly and the ones which include number theory on their names have been selected. In this way, 12 books, all written in the 19th and 20th centuries, have been deterrmined.

With the exception of two of the twelve works published between 1880 and 1926, the others have been at the level of secondary school mathematics book and have not gone much beyond the book of arithmetic. On the other hand Mustafa Salim’s Hesâb-ı Nazarî Mesaili book in 1908 and Mehmet Nadir’s Hesâb-ı Nazarî book in 1926 are literally detached books of the number thoery.

Mustafa Salim's Hesâb-ı Nazarî Mesaili book is quite important with regard to encounter modern information for the first time in the field of number theory. As far as we can determine, Mustafa Salim has been the person who provided the Ottoman Empire with the introduction of the concepts of modern number theory. However, since the book of Mustafa Salim has not been written in a very systematic way, the theorems and rules considered important have been given irregularly, and many issues of number theory have been left out.

On the other hand, Mehmet Nadir's Hesâb-ı Nazarî book has been written so comprehensively and contemporarily that it can be used in the Introduction to The Number Theory courses, even today. Nadir is the first Turkish mathematician to be mentioned in international mathematics research literature. His works in mathematics are all about the number theory and he has published many national and international publications. In some of his publications, he has provided the issues of number theory known in the West to be transferred to the Ottoman Empire, and also in some other cases he has made original contributions to the field with his own inventions and solutions. Considering the contributions of Nadir in number theory, the articles published in the Journal of İstanbul Darülfünun Science Faculty and the questions and the answers published in the Journal of L'Intermédiaire des Mathématiciens have been included in this thesis.

Nadir is one of our important mathematicians who dominates the field to be aware of even the latest developments in the West, interacts with an international mathematical community and is at the level of providing original contributions to the field. Although there has been almost no one other than himself interested in the number theory in the Ottoman territories, he has been able to close the gap between the Ottoman and the West in mathematics and even other branches of science solely, for the number theory.