

ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**AR(1) HATA TERİMLİ REGRESYON MODELLERİNDE ÇARPIK
DAĞILIMLARA DAYALI PARAMETRE TAHMİNİ**

Yetkin TUAÇ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

ANKARA
2014

Her hakkı saklıdır

ETİK

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

17.7.2014

Yetkin TUAÇ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

AR(1) HATA TERİMLİ REGRESYON MODELLERİNDE ÇARPIK DAĞILIMLARA DAYALI PARAMETRE TAHMİNİ

Yetkin TUAÇ

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Olcay ARSLAN

Ekonometri ve zaman serilerinde kullanılan otoregresif (AR) modeller gerçek dünyada uygulaması çok nadir olan hatalarda normal dağılım yaklaşımı ile kullanılmaktadır. Bu tezde, regresyon modelinin hata varsayımlarından biri olan hataların bağımsızlığı varsayımı sağlanmadığı yani hatalar birbirine otoregresif bağımlı olduğu düşünülmüş ve gerçek hayattaki verilere daha uygun olması bakımından; çarpık normal dağılım, simetrik t dağılımı ve çarpık t dağılımı varsayımları kullanılarak regresyon modelinin ve otoregresif hata modelinin parametreleri tahmin edilmiştir.

Temmuz 2014, 59 sayfa

Anahtar Kelimeler: Otoregresif durağan süreç, çarpık dağılımlar, karma ölçek dağılımlar, parametre tahmini, doğrusal regresyon

ABSTRACT

Master Thesis

ANALYSIS OF REGRESSION MODELS WITH AR(1) ERROR TERMS BASED ON SKEW DISTRIBUTIONS: PARAMETER ESTIMATION

Yetkin TUAÇ

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Statistics

Supervisor: Prof. Dr. Olcay ARSLAN

In autoregressive models errors are usually assume to be normal. However in real life data this assumption is not often plausible. In this study, we assume that the errors of regression model have autoregressive structure. With this assumption the parameter estimations in regression model with autoregressive errors will be done under the assumption that error distribution is heavy tailed and skewed. The performance of the purposed estimators will be illustrated with a small simulation study and a real data example.

July 2014, 59 pages

Key Words: Autoregressive stationary process, skew distributions, scale mixture distributions, parameter estimation, Linear regression.

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımı yönlendiren, akademik araştırma ve çalışmalarımın her noktasında engin bilgi ve tecrübelerini, öneri ve yardımlarını benden esirgemeyen gerek insan ilişkilerimin ve iş hayatımın, gerekse geleceğe bakış açımın gelişmesinde ve yetişmemde büyük katkıları olan danışman hocam sayın Prof. Dr. Olcay ARSLAN'a (Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı Öğretim Üyesi), tez konumun ilk tohumlarını atan ve beni yönlendiren hayata dair fikirleri ve prensipleri ile bana örnek olan sayın Prof. Dr. Birdal ŞENOĞLU'na (Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı Öğretim Üyesi), tez çalışmamı titizlikle inceleyerek, çok değerli fikir ve önerilerini benimle paylaşan değerli hocalarım sayın Doç. Dr. Mehmet YILMAZ'a (Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı Öğretim Üyesi) ve sayın Doç. Dr. Serpil ALTUNAY AKTAŞ'a (Hacettepe Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı Öğretim Üyesi), akademik hayata atılmamda bana öncülük eden, değerli fikirleri, zor zamanlarımda beni doğru yollara yönlendirmesi ve her zaman bana olan katıksız güveni ile beni her konuda cesaretlendiren değerli hocam sayın Doç. Dr. Esin FİRUZAN'a (Dokuz Eylül Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı Öğretim Üyesi), çalışmalarımda değerli bilgileri, zamanı ve yardımlarını benden esirgemeyen değerli meslektaşım Araş. Gör. Fatma Zehra DOĞRU'ya, simülasyon çalışmalarımda bana verdiği sonsuz desteği ve pratik zekası ile hep yanımda olan çok değerli arkadaşım, meslektaşım Araş. Gör. Abdullah YALÇINKAYA'ya, zor zamanlarımda hep yanımda olan, maddi, manevi varlığıyla ve engin matematik bilgisiyle iyi ki var dediğim değerli dostum meslektaşım Araş. Gör. Yeşim GÜNEY'ye, benim bu günlere gelmemde herşeylerini feda eden, her adımda benimle duydukları gurur ile bana hep güç veren kıymetli annem Ayten TUAÇ'a, kıymetli babam Yalçın TUAÇ'a ve hayatımda attığım her adımda yanımdan hiç ayrılmayan, fikirleri ve sevgisiyle beni yetiştiren canım ablam Araş. Gör. Pelin TUAÇ'a sonsuz teşekkürler.

Yetkin TUAÇ

Ankara, Temmuz 2014

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI

ETİK.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
SİMGELER DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Doğrusal Regresyon Modelinde Parametre Tahmini.....	1
1.2 Model Oluşturulması ve Gösterimler.....	2
1.3 En Küçük Kareler Tahmin Yöntemi.....	3
1.4 Hataların Normal Dağılıma Sahip Olduğu Durumda Parametre Tahmini.....	4
1.5 Hataların Student t Dağılımına Sahip Olduğu Durumda Parametre Tahmini.....	5
1.6 Doğrusal Regresyon Varsayımlarının Bozulması.....	7
1.6.1 Değişen varyanslılık.....	7
1.6.2 Hata terimleri ile açıklanan değişkenin ilişkili olması durumu.....	9
1.6.3 Hata terimleri ile açıklayıcı değişkenlerin ilişkili olması durumu.....	9
1.6.4 Hata terimlerinin otokorelasyona sahip olması durumu.....	9
2. HATA TERİMLERİNİN ÇARPIK DAĞILIMA SAHİP OLMASI	
DURUMUNDA PARAMETRE TAHMİNİ.....	12
2.1 Çarpık Normal Dağılım.....	12
2.1.1 Hataların çarpık normal dağılıma sahip olduğu durumda parametre tahmini...14	
2.2 Çarpık t Dağılımı.....	16
2.2.1 Hataların çarpık t dağılımına sahip olduğu durumda parametre tahmini.....	18

3. DOĞRUSAL REGRESYON MODELİ HATALARININ AR(1) YAPISINA	
SAHİP OLDUĞU DURUMDA PARAMETRE TAHMİNİ.....	20
3.1 AR(1) Hata Terimli Regresyon Modelleri.....	20
3.2 En Küçük Kareler Tahmin Yöntemi.....	21
3.3 En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi.....	22
3.3.1 Hataların normal dağıldığı varsayımında parametre tahmini.....	23
3.3.2 Hataların student t dağıldığı varsayımında parametre tahmini.....	24
3.3.3 Hataların Çarpık normal dağıldığı varsayımında parametre tahmini.....	26
3.3.4 Hataların Çarpık t dağıldığı varsayımında parametre tahmini.....	27
4. İTERATİF YENİDEN AĞIRLIKLANDIRILMIŞ ALGORİTMA (IRA).....	30
4.1 Hataların Normal Dağıldığı Durum için IRA Adımları.....	30
4.2 Hataların Student t Dağıldığı Durum için IRA Adımları.....	31
4.3 Hataların Çarpık Normal Dağıldığı Durum için IRA Adımları.....	32
4.4 Hataların Çarpık t Dağıldığı Durum için IRA Adımları.....	33
5. GERÇEK VERİ SETİ UYGULAMASI.....	35
6. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI.....	37
7. SONUÇLAR.....	47
KAYNAKLAR.....	49
EK 1 Matlab Kodları.....	51
ÖZGEÇMİŞ.....	59

SİMGELER DİZİNİ

B	Gecikme Operatörü
$E(.)$	Beklenen Değer
$Var(.)$	Varyans
$Cov \dots$	Kovaryans
$\exp(.)$	Üstel
$F(.)$	Dağılım Fonksiyonu
$f(.)$	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
$N(\mu, \sigma^2)$	Normal Dağılım
$t_v(\mu, \sigma^2)$	t dağılımı
$SN(\lambda, \mu, \sigma^2)$	Çarpık Normal Dağılım
$St_v(\lambda, \mu, \sigma^2, v)$	Çarpık t dağılımı
I	Birim Matris
$IN(\mu, \sigma^2)$	Bağımsız Normal Dağılım
λ	Çarpıklık Parametresi

Kısaltmalar

AR	Otoregresif
MA	Hareketli Ortalama
ARMA	Otoregresif Hareketli Ortalama
EÇO	En Çok Olabilirlik
EKK	En Küçük Kareler
MML	Uyarlanmış En Çok Olabilirlik
LTS	Uzun Kuyruklu Simetrik
EM	Expectation Maximization
IRA	İteratif Yeniden Ağırlıklandırılmış Algoritma
oyf	Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
HKO	Hata Kareler Ortalaması

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 Simetrik t dağılımının farklı serbestlik derecelerinde o.y.f grafiği.....	5
Şekil 1.2 Değişen varyanslılığın artık grafikleri ile çeşitli gösterimleri.....	8
Şekil 1.3 Otokorelasyona sahip hataların saçılım grafiği örneği.....	10
Şekil 2.1 Farklı çarpıklık değerleri için çarpık normal dağılımın o.y.f grafiği.....	14
Şekil 2.2 Farklı çarpıklık değerleri için, çarpık t dağılımının o.y.f grafiği.....	18

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Çarpık normal dağılımın çarpıklık ve basıklık değerleri.....	14
Çizelge 2.2 Bazı ν ve λ değerleri için çarpık t dağılımın basıklık ve çarpıklık ölçüleri.....	17
Çizelge 5.1 Gerçek veri seti uygulaması sonucunda elde edilen parametre tahminleri.....	35
Çizelge 6.1 $a_t \sim N(0,0.5)$ ve $n=25$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.....	38
Çizelge 6.2 $a_t \sim N(0,0.5)$ ve $n=50$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.....	39
Çizelge 6.3 $a_t \sim N(0,0.5)$ ve $n=100$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.....	39
Çizelge 6.4 $a_t \sim N(0,0.5)$ ve $n=200$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.....	40
Çizelge 6.5 $a_t \sim t_3$ ve $n=25$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.....	40
Çizelge 6.6 $a_t \sim t_3$ ve $n=50$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.....	41
Çizelge 6.7 $a_t \sim t_3$ ve $n=100$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.....	41
Çizelge 6.8 $a_t \sim t_3$ ve $n=200$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri	42
Çizelge 6.9 $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ ve $n=25$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.....	42
Çizelge 6.10 $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ ve $n=50$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri...	43
Çizelge 6.11 $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ ve $n=100$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.	43
Çizelge 6.12 $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ ve $n=200$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.	44
Çizelge 6.13 $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ ve $n=25$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri...	44
Çizelge 6.14 $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ ve $n=50$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri..	45
Çizelge 6.15 $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ ve $n=100$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.	45
Çizelge 6.16 $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ ve $n=200$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri.	46

1. GİRİŞ

Bu bölümde doğrusal regresyon modeli model üzerine konulan varsayımlardan bahsedilmiştir. Bu varsayımlar altında farklı yöntemler kullanılarak parametre tahminlerinden bahsedilmiştir. Hataların farklı dağılımlardan geldiği durum ele alınmış ve varsayımlardan bazılarının bozulması durumunda alternatif parametre tahminleri incelenmiştir. Ayrıca varsayımlardan bazılarının bozulması durumunda yeni parametre tahminleri önerilmiştir.

Doğrusal regresyon modelinin hatalarının AR(1) yapısına sahip olması durumunda literatürde çalışılan; normal dağılım ve student t dağılımı varsayımı altında parametre tahminlerinden bahsedilmiştir(Beach ve Mackinnon (1978)). Bu tezde literatürden farklı olarak, AR(1) hata yapısına sahip regresyon modellerinde, Azzalini tipi çarpık normal (Azzalini 1985, 1986) ve Azzalini tipi çarpık t (Azzalini 1985, 1986, Gupta vd. 2002, Azzalini ve Capitanio 2003) dağılımları varsayımları EÇO yöntemi kullanılarak parametre tahminleri yapılmıştır. Parametre tahminlerini bulmak için IRA(iteratif yeniden ağırlıklandırılmış algoritma) algoritması verilmiştir. Çarpık dağılımlara dayalı olarak elde edilen tahmin edicilerin performansları, önerilen IRA algoritması kullanılarak, bir gerçek veri seti ve simülasyon çalışması ile gösterilmiş ve elde edilen sonuçlar tablolaştırılarak sonuçları yorumlanmıştır.

1.1 Doğrusal Regresyon Modelinde Parametre Tahmini

Doğrusal regresyon modeli ekonomi ve tarım gibi öngörü yapılmak istenen alanlardan tıp, kimya, biyoloji gibi deney ve deney sonuçlarını gerektiren uygulamalı sahalara kadar birçok alanda; istenilen olgunun, ilgili gözlenen veya deney sonucu elde edilen sonuçların bir doğrusal fonksiyonu olarak ifade edilebilmesiyle ortaya çıkan matematiksel modele hata teriminin eklenmesiyle elde edilen istatistiksel bir modeldir. Doğrusal regresyon modelinden güvenilir tahminler elde edebilmek için model bir takım varsayımlar altında ele alınmaktadır.

1.2 Model Oluşturulması ve Gösterimler

Bu çalışmada

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p x_{t,i} \beta_i + e_t, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad t = 1, 2, \dots, N \quad (1.1)$$

şeklinde ifade edilen doğrusal regresyon modeli ele alınacaktır. Burada; y_t açıklanan değişkenleri, $x_{t,i}$ açıklayıcı değişkenleri, β_i model parametrelerini, e_t hata terimlerini göstermektedir. Modelde p tane açıklayıcı değişken ve N tane gözlem olduğu varsayılmaktadır. Çalışmanın ilerleyen bölümlerinde işlem kalabalığını önlemek açısından $\beta_0 = 0$ alınmıştır.

Bu model matris formatında

$$\underline{Y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{e} \quad 1.2$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $\underline{Y} = y_1 y_2 \dots y_N^T_{N \times 1}$ şeklinde açıklanan değişken vektörü, $\underline{X}$, $N \times (p + 1)$ boyutlu rastgele olmayan tasarım matrisi, $\underline{\beta} = \beta_0 \beta_1 \dots \beta_p^T_{(p+1) \times 1}$ şeklinde bilinmeyen parametre vektörü ve $\underline{e} = e_1 e_2 \dots e_N^T_{N \times 1}$ şeklinde hata terimleri vektörünü ifade etmektedir.

Regresyon modeli oluşturulduktan sonra modelin doğruluğuna ve açıklanan değişkenlerin açıklayıcı değişkenlerce iyi açıklanıp açıklanamadığına karar verebilmek için temelde bazı varsayımların sağlanıyor olması gerekmektedir. Doğrusal regresyon modeli üzerine tanımlanan bir takım varsayımlar aşağıdaki gibidir:

(i) e_t , $t = 1, 2, \dots, N$ olmak üzere hata terimlerinin beklenen değeri sıfırdır.

$$E e_t = 0$$

(ii) e_t , $t = 1, 2, \dots, N$ olmak üzere hata terimleri sabit varyanslıdır.

$$Var e_t = \sigma^2 \text{ (sabit)}$$

(iii) e_t , $t = 1, 2, \dots, N$ olmak üzere hata terimleri ilişkisizdir.

$$i \neq j \text{ için } Cov e_i, e_j = 0$$

1.3 En Küçük Kareler Tahmin Yöntemi

En Küçük Kareler (EKK) tahmin yöntemi, model hatalarının kareleri toplamının ilgilenilen parametreye göre en küçüklenmesi esasına dayanır.

- (i) $E e_t = 0, \quad t = 1, 2, \dots, N$
- (ii) $Var e_t = \sigma^2$ (sabit)
- (iii) $i \neq j$ için $Cov e_i, e_j = 0$

Modelin (1.2) eşitliğindeki matrissel gösterimi kullanılarak matris formunda bu varsayımlar aşağıdaki gibi olacaktır:

$$E \underline{e} = \underline{0}$$
$$Var \underline{e} = \sigma^2 \underline{I}$$

(1.2)' de verilen modelin bilinmeyen parametrelerinin EKK tahmin edicisi

$$Q \underline{\beta} = \underline{Y} - \underline{X}\underline{\beta}' \quad \underline{Y} - \underline{X}\underline{\beta}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyonun β ya göre minimize edilmesiyle

$$\underline{\beta} = \underline{X}'\underline{X}^{-1}\underline{X}'\underline{Y}$$

olarak elde edilir.

En Küçük Kareler tahmin yöntemi ile (1.2)' deki modele ait σ^2 parametresinin tahmin edicisi

$$\sigma^2 = s^2 = \frac{\underline{Y} - \underline{X}\underline{\beta}' \quad \underline{Y} - \underline{X}\underline{\beta}}{N - p} \quad 1.3$$

şeklinde elde edilebilir.

1.4 Hataların Normal Dağılıma Sahip Olduğu Durumda Parametre Tahmini

(1.2)'de verilen regresyon modelinde hataların bağımsız 0 ortalama ve σ^2 varyanslı normal dağılımı $e_t \sim IN(0, \sigma^2)$ varsayımı altında bilinmeyen regresyon parametreleri ve σ^2 için parametre tahminleri En Çok Olabilirlik (EÇO) tahmin yöntemi kullanılarak bulunabilir. Bu tahminleri bulabilmek için hataların normal dağılımdan geldiği varsayımıyla log-olabilirlik fonksiyonu,

$$\ln L = -\frac{N}{2} (\ln(\sigma^2) - \ln(2\pi)) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^p (y_t - \beta_i x_{t,i})^2 \quad (1.4)$$

şeklinde elde edilir.

Bu fonksiyonun β_k ve σ^2 'ye göre türevlerinin alınıp sıfıra eşitlenmesiyle,

$$\frac{d \ln L}{d \beta_k} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^N (y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}) x_{t,k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, p \quad 1.5$$

$$\frac{d \ln L}{d \sigma^2} = -\frac{N}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^p (y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i})^2 = 0 \quad 1.6$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemler β_k ve σ^2 'ye göre çözüldüğünde parametrelerin EÇO tahmin edicileri vektörel formda aşağıdaki gibi bulunur:

$$\underline{\beta} = (\underline{X}' \underline{X})^{-1} \underline{X}' \underline{Y} \quad 1.7$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} (\underline{Y} - \underline{X} \underline{\beta})' (\underline{Y} - \underline{X} \underline{\beta}) \quad 1.8$$

Görüldüğü üzere, $\underline{\beta}$ parametresinin normal dağılım varsayımı altında EÇO tahmin edicisi EKK tahmin edicisine eşit çıkmaktadır. Ancak σ^2 parametresinin EÇO tahmin edici EKK tahmin edicisine eşit çıkmamaktadır. σ^2 parametresinin EÇO tahmin edicisi yanlış, EKK tahmin edicisi ise yanlış tahmin edicilerdir.

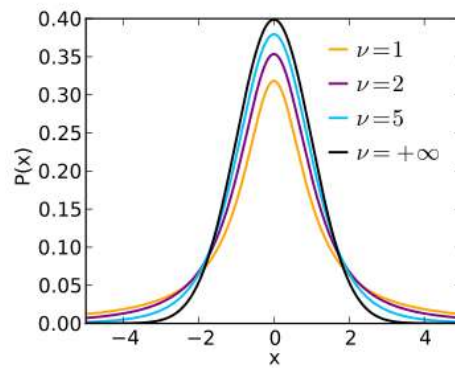
1.5 Hataların Student t Dağılımına Sahip Olduğu Durumda Parametre Tahmini

Bu kısımda (1.1)'de verilen regresyon modelinde hataların, 0 ortalama, σ^2 ölçekli ve ν serbestlik dereceli student t dağılımından $e_t \sim t_\nu(0, \sigma^2, \nu)$ geldiği varsayımı Rahman ve Khan (2007) tarafından ele alınmıştır. Bu kısımda, bu varsayım altında bilinmeyen regresyon parametrelerinin tahminleri verilecektir.

Student t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$f(x) = \frac{c_\nu}{\sigma} \left(1 + \frac{x^2}{\sigma^2} \right)^{-\frac{\nu+1}{2}}, \quad c_\nu = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi} \Gamma(\frac{\nu}{2})} \quad (1.9)$$

Burada $x \in \mathbb{R}$, ν serbestlik derecesini $\nu > 0$ ve σ ölçek parametresini $\sigma > 0$ göstermektedir. Student t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği ortalaması 0 ve varyansı 1 olan standart normal dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafik şekline benzerlik gösterir. Ancak student t dağılımı daha kalın kuyrukludur ve biraz daha basıktır. Serbestlik derecesi büyüdükçe, student t dağılımı standart normal dağılıma yaklaşık bir dağılım göstermektedir. Yani serbestlik derecesi student t dağılımının basıklığını ayarlamaktadır. Şekil 1.1'de student t dağılımının serbestlik derecesine artış verildikçe student t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun nasıl değiştiği gösterilmektedir. ν değeri arttıkça student t dağılımının, normal dağılıma yaklaştığı açıkça gözlenebilmektedir.



Şekil 1.1 Simetrik t dağılımının farklı serbestlik derecelerinde o.y.f grafiği

Hataların student t dağılımından geldiği varsayımı yapıldığında, log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\ln L = \ln c_v - N \ln \sigma - \frac{v+1}{2} \sum_{t=1}^N \ln \left(v + \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{\sigma^2} \right)^2 \quad (1.10)$$

Serbestlik derecesinin biliniyor olması varsayımı altında, β_k ve σ^2 , ye göre türev alındığında aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\frac{d \ln L}{d \beta_k} = \frac{v+1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^N \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{v + \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{\sigma^2}} x_{t,k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, p \quad 1.11$$

$$\frac{d \ln L}{d \sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{v+1}{\sigma^3} \sum_{t=1}^N \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{v + \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{\sigma^2}} = 0 \quad 1.12$$

Bu denklemler yeniden düzenlendiğinde $\underline{\beta}$ ve σ^2 parametreleri için tahminler aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\underline{\beta} = \left(\sum_{t=2}^N w_t x_t x_t^T \right)^{-1} \sum_{t=2}^N w_t y_t x_t \quad (1.13)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N w_t \left(y_t - x_t^T \underline{\beta} \right)^2 \quad 1.14$$

Burada

$$w_t = \frac{v+1}{v + \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{\sigma^2}} \quad 1.15$$

ve $x_t = [x_{t1} \ x_{t2} \ \dots \ x_{tp}]^T$, $t=1, 2, \dots, N$ dir.

Bu tahmin ediciler hala bilinmeyen parametreler içerdği için analitik çözüme sahip değildirler, dolayısıyla $\underline{\beta}$ ve σ^2 nümerik yöntemlerle bulunur. Bu tahmin edicilerde w_t ağırlık fonksiyonu olarak adlandırılır. Ağırlık fonksiyonu $\frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{\sigma^2}$ ifadesinin yani hataların azalan bir fonksiyonudur. Dolayısıyla hatalar büyüdükçe ağırlık küçülür ve küçülen ağırlığa karşılık gelen gözlemin tahmin ediciye olan etkisi azalır. Bu şekilde verideki sapan gözlemlere karşı robust tahminler yapılmış olur.

1.6 Doğrusal Regresyon Varsayımlarının Bozulması

Doğrusal regresyon analizinde modelin geçerliliğini koruması için sağlanması gereken varsayımlar, hatalar üzerine kurulmuştur. Hatalar üzerine kurulan varsayımların incelenmesi artık analizi olarak adlandırılır. Bu analizler modeldeki uyumsuzlukların, modelin veriyi iyi açıklayamamasının veya veri kaynaklı hatalı model kurulmasının teşhisinde önemli rol oynar. Örneğin, her bir gözlemin artık terimleri üzerinde önemli bir etkisi olabilir. Bu gözlemler modeli oluştururken parametreler üzerinde dolayısıyla modelin yapısında da etkili olabilir. Bu durum gözlemlerin artıklara (e_i) karşı saçılım grafikleri yardımıyla tespit edilebilir. Varsayımlardan bazılarının bozulma durumlarına aşağıda değinilmiştir.

1.6.1 Değişen varyanslılık

Doğrusal regresyonda sağlanması gereken varsayımlardan bir tanesi de hata terimlerinin sabit varyanslı olmasıdır. Bu varsayım bozulduğunda değişen varyanslılık durumu ortaya çıkar. Doğrusal regresyon modeli kurulurken açıklayıcı değişkenlerin değerlerine göre hata terimlerinin varyansları aynı kalmalıdır. Yani doğrusal regresyon modelinde sabit varyanslılık:

$$Var\ e_i\ x_i = Var\ e_i = E\ e_i^2 = \sigma^2, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu gösterim kullanılarak, değişen varyanslılık ise:

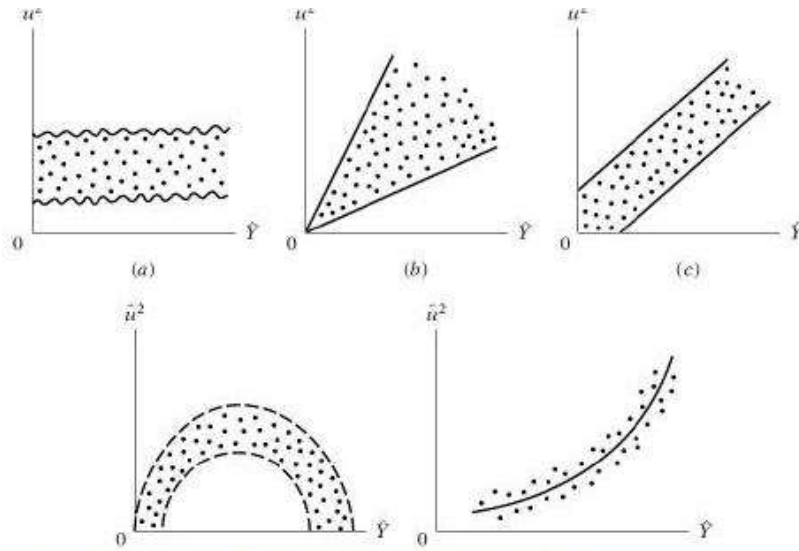
$$Var\ e_i\ x_i = Var\ e_i = E\ e_i^2 = \sigma_i^2, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

şeklinde gösterilebilir.

Değişen varyanslılık durumunun ortaya çıkması aşağıdaki gibi sonuçlar doğurabilir:

- (i) Parametre için bulunan tahmin ediciler o parametre için asimptotik olarak etkin değildir.
- (ii) Parametre tahmin edicilerinin etkinliğini yitirmesi durumu kurulan modelin, model ile yapılan tahminlerin varyanslarının olduğundan farklı çıkmasına neden olabilir.
- (iii) Modelin varyanslarının olduğundan farklı çıkması sonucunda modele ait parametre değerleri ile yapılan güven aralığı tahminleri ve diğer testlerde de hatalı sonuçlar elde edilmesine neden olacaktır.

Değişen varyanslılık sorunu literatürde, standartlaştırılmış artıkların açıklanan değişkenin kestirimlerine veya her bir açıklayıcı değişkene karşı çizilen saçılım grafiği aracılığı ile tespit edilebilir. Şekil 1.2' de değişen varyanslılığı ifade eden farklı saçılım grafikleri görülmektedir. Burada yatay eksen $\hat{Y}$ kestirim değerlerini, dikey eksen modelin artıklarını göstermektedir (Cook ve Weisberg 1982).



Şekil 1.2 Değişen varyanslılığın artık grafikleri ile çeşitli gösterimleri

Bununla beraber literatürde kullanılan

(i) Spearman'ın sıra korelasyon testi

(ii) White testi

(iii) Ramsey'in Reset testi

gibi testlerle de değişen varyanslılık tespit edilebilmektedir.

1.6.2 Hata terimleri ile açıklanan değişkenin ilişkili olması durumu

Hata terimleri ile modelin açıklanan değişkenlerinin ilişkili olarak ortaya çıkması durumu, parametre tahmini yapılarak oluşturulan doğrusal regresyon modelinde her bir parametrenin modele katkısının olmayabileceği durumunu ortaya çıkartır. Bu durumun varlığı hataların kestirilen açıklanan değişkene karşı grafiğinin çizdirilmesi ile görülebilir. Bu grafiklerde herhangi bir örüntü (pattern) gözlenmemesi gerekir. Eğer bir düzen söz konusu ise bu problem için modelin kesim noktasının, modele dahil edilip edilmediği kontrol edilmelidir (Akdi 2011).

1.6.3 Hata terimleri ile açıklayıcı değişkenlerin ilişkili olması durumu

Benzer olarak bir başka problem ise hataların açıklayıcı değişkenler ile arasında bir ilişki olmasıdır. Bu sorun ise modelde yeterli açıklayıcı değişken olmaması durumundan kaynaklanabilir ve hata terimlerinin açıklayıcı değişkenlere karşı grafikleri çizdirilerek araştırılır. Hatalara karşı açıklayıcı değişkenlere ait saçılım grafikleri çizdirildiğinde, bu grafiklerde bir örüntü (pattern) söz konusu ise modelin doğru olmadığı veya bazı açıklayıcı değişkenlerin kurgu hatası nedeni ile modele alınmamış olabileceği düşünülebilir (Akdi 2011).

1.6.4 Hata terimlerinin otokorelasyona sahip olması durumu

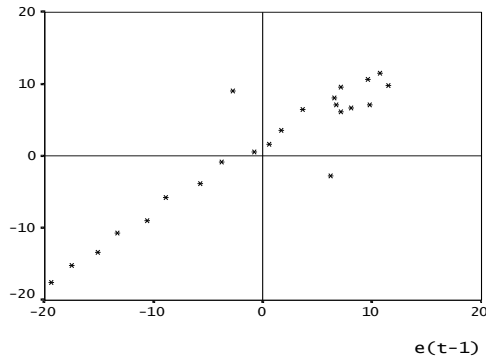
Doğrusal regresyon modeline ait hata terimi kendi içinde ilişki olabilir. Bu ilişki durumuna otokorelasyon adı verilir. Otokorelasyonlu hata yapıları genellikle zaman serilerinde kullanımı yaygın olan Box-Jenkins (1976) modellerinden AR, MA ve

ARMA şeklinde ortaya çıkmaktadır. Bu durumun ortaya çıkması doğrusal regresyonun temel varsayımlarından olan hataların ilişkisiz olma varsayımını bozmaktadır.

Hata terimlerinde otokorelasyon olmasının çeşitli nedenleri olabilir bunlardan bazıları,

- (i) Modelde yer alması gerekirken modele konulması ihmal edilen açıklayıcı değişkenler,
 - (ii) Modeldeki fonksiyonel ilişkinin yanlış değerlendirilmesi,
 - (iii) Gerçek hayatta veriler ölçülürken ve düzenlenirken hata yapılması,
 - (iv) Gerçek hayatta tesadüfi olarak ortaya çıkan deprem, sel, savaş gibi etkenlerin etkilerini sonraki dönemlerde aktarmaları
- olarak sıralanabilir.

Bir doğrusal regresyon modelinde hatalar arası otokorelasyonların varlığı, artıkların kendi gecikmeleriyle, zamana karşı saçılım grafikleri çizdirilerek veya literatürde kullanılan testler uygulanarak belirlenebilir. Şekil 1.3' de otokorelasyonlu bir hata grafiği görülmektedir.



Şekil 1.3 Otokorelasyona sahip hataların saçılım grafiği örneği

Bunun dışında hatalar arası otokorelasyon olup olmadığı literatürde kullanılan;

- (i) Sıra testi
- (ii) Durbin-Watson testi
- (iii) Durbin-h testi
- (iv) Breusch-Godfrey (LM) testi
- (v) Ki-kare testi
- (vi) Von-Nevmann testi

gibi testler aracılığı ile belirlenebilir.

Doğrusal regresyon modelinde hata terimlerinin kendi gecikmeleri ile aralarında bir ilişki, yani otokorelasyon söz konusu olduğunda parametrelerin EKK tahmin edicileri yansızlık ve tutarlılık gibi özelliklerini korumasına karşın etkinlik özelliğini kaybetmektedirler. Bu koşullar altında tahmin edilen parametreler ile güven aralığı oluşturma veya hipotez testleri gibi işlemleri yürütmek doğru olmayacaktır. Bu durumda hatalardaki otokorelasyondan kurtulmak için genelleştirilmiş fark alma işlemi yapılabilir. Ancak bu durum aradaki otokorelasyon katsayısının bilindiği durumda uygulanabilir. Hatalar arasındaki ardışık bağımlılık katsayısı veya katsayıları bilinmiyorken, bu katsayıların öncelikli olarak tahmin edilmesi gerekir (Kınacı 2002).

2. HATA TERİMLERİNİN ÇARPIK DAĞILIMA SAHİP OLMASI DURUMUNDA PARAMETRE TAHMİNİ

Bu bölümde (1.1)' de verilen regresyon modelindeki hataların, çarpık dağılımlara sahip olması durumunda regresyon parametreleri için tahminler verilecektir. Akkaya ve Tiku (2008) çoklu regresyonda hataların normal dağılımdan gelmediği durumlarda parametre tahmini yapmışlardır. Bu çalışmada özel olarak Azzalini (1985,1986) tarafından tanımlanan çarpık normal ve çarpık t dağılımları ele alınacaktır. Çarpık normal, normal dağılıma alternatif, çarpık t de, student t dağılımına alternatif olarak kalın kuyruklu ve çarpık dağılım olarak ele alınacaktır.

2.1 Çarpık Normal Dağılım

Azzalini (1985) tarafından aşağıdaki teorem simetrik dağılımları çarpıklaştırmak için önerilmiştir.

Teorem 2.1: f , 0 etrafında simetrik olasılık yoğunluk fonksiyonu ve G , mutlak sürekli dağılım fonksiyonu olmak üzere,

$$h(x) = 2G(\lambda x) f(x), \quad x \in \mathbb{R} \quad 2.1$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon da $\lambda \in \mathbb{R}$ için olasılık yoğunluk fonksiyonu özelliklerini taşır (Azzalini 1985).

Bu teorem yardımıyla Azzalini tipi çarpık dağılımlar tanımlanmıştır.

Çarpık normal dağılım işlem kolaylığı ve normallliği içermesinden dolayı literatürde sıkça kullanılan bir dağılımdır. Azzalini (1985) yayınladığı makalede çarpık dağılımın geniş bir teorisinden bahsetmektedir. Buna göre Teorem 2.1' den yola çıkılarak, eşitlik (2.1)' de $f(x)$ yerine standart normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu, $G(x)$ yerine standart normal dağılım fonksiyonu yazılırsa elde edilen dağılım çarpık normal dağılım olacaktır. $\lambda \in \mathbb{R}$ olmak üzere, çarpıklık parametresi olarak tanımlanmıştır. $X \sim SN(\lambda)$ olarak gösterilen çarpık normal dağılım,

$$h(x) = 2F(\lambda x) f(x), \quad x \in R \quad (2.2)$$

şeklinde olacaktır. Literatürde yaygın kullanım; $\phi(x)$ standart normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu ve $\Phi(x)$ standart normal dağılımın dağılım fonksiyonu şeklindedir. Ancak hatalar için kullanılan AR(1) modelde ϕ modelin bilinmeyen parametresi ve Φ ise fark alma operatörü olarak kullanıldığı için karışıklığı ortadan kaldırmak adına gösterimde değişikliğe gidilmiştir.

Bu dağılımda λ arttıkça dağılımın çarpıklığı da artış göstermektedir. Çarpıklık katsayısı negatif olduğunda sola çarpık, pozitif olduğunda sağa çarpık bir dağılım elde edilir. Çarpıklık katsayısı sıfır olduğunda ise dağılım standart normal dağılıma dönüşmektedir. Dağılımı uygulamada daha kullanışlı bir hale getirmek için $Y = \mu + \sigma X$ dönüşümü uygulanarak dağılım konum ölçek ailesine taşınır. Bu dönüşüm altında çarpık normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$h(y; \mu, \sigma, \lambda) = \frac{2}{\sigma} f\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right) F\left(\lambda \frac{y - \mu}{\sigma}\right) \quad 2.3$$

şeklinde ifade edilir ve $Y \sim SN(\mu, \sigma, \lambda)$ olarak gösterilmektedir. Çarpık normal dağılımın beklenen değeri ve varyansı sırasıyla,

$$E(Y) = \frac{2}{\pi} \lambda \frac{1}{1 + \lambda^2} \quad 2.4$$

$$Var(Y) = 1 - \frac{2}{\pi} \lambda^2 \frac{1}{1 + \lambda^2} \quad 2.5$$

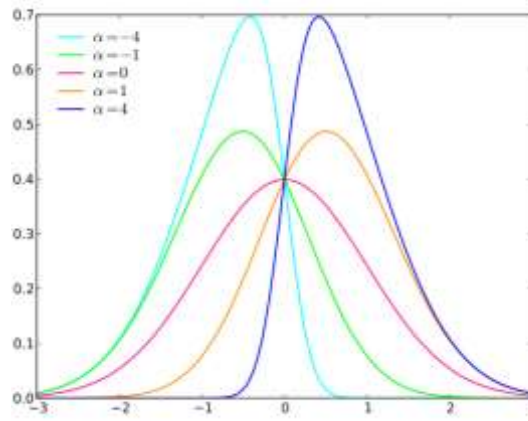
şeklindedir.

Çizelge 2.1, çarpık normal dağılımın çeşitli çarpıklık parametreleri için elde edilen çarpıklık (γ_1) ve basıklık (γ_2) değerlerini göstermektedir.

Çizelge 2.1 Çarpık normal dağılımın çarpıklık ve basıklık değerleri

λ	0	1	2	3	4	5	10	20	∞
γ_1	0	0.14	0.45	0.67	0.78	0.85	0.96	0.99	0.995
γ_2	3	3.06	3.31	3.51	3.63	3.71	3.82	3.86	3.869

Çizelge 2.1’de dağılımın çarpıklık parametresi arttıkça çarpıklık ve basıklık değerinde artış gözlemlenmektedir. Şekil 2.1 farklı çarpıklık değerleri için, çarpık normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonlarını göstermektedir.



Şekil 2.1 Farklı çarpıklık değerleri için çarpık normal dağılımın o.y.f grafiği

2.1.1 Hataların çarpık normal dağılıma sahip olduğu durumda parametre tahmini

Bu bölümde (1.1)’ de verilen regresyon modelinde hataların Azzalini tipi çarpık normal dağılımdan geldiği varsayılarak parametre tahminleri yapılmıştır. Bu varsayım altında logaritması alınmış olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\ln L = N \ln 2 - N \ln \sigma - \frac{N}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{\sigma^2} + \sum_{t=1}^N \ln F \left(\frac{\lambda}{\sigma} \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{\sigma} \right) \quad (2.6)$$

Bu eşitliğin ilgilenilen parametreye göre türevinin alınarak sıfıra eşitlenmesi sonucunda elde edilen çözüm, parametreye ait en çok olabilirlik tahmin edicisi olacaktır. Buna göre

λ parametresinin sabit olduğu varsayımı altında, log-olabilirlik fonksiyonunun β_k ve σ ’ya göre türevlerinin alınıp sıfıra eşitlenmesiyle aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{d \ln L}{d \beta_k} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^N y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i} x_{t,k} - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{t=1}^N \frac{f(\lambda z_t)}{F(\lambda z_t)} x_{t,k} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{d \ln L}{d \sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \sum_{t=1}^N y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}^2 - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{t=1}^N \frac{f(\lambda z_t)}{F(\lambda z_t)} z_t = 0 \quad (2.8)$$

Burada,

$$z_t = \frac{y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i}}{\sigma} \quad (2.9)$$

biçiminde tanımlanmıştır.

(2.7) ve (2.8) eşitliklerinin düzenlenmesiyle,

$$\underline{\beta} = \left(\sum_{t=2}^N x_t x_t^T \right)^{-1} \sum_{t=2}^N y_t x_t - \lambda \sigma \sum_{t=2}^N \omega_t x_t \quad (2.10)$$

$$N \sigma^2 = \sum_{t=1}^N y_t - x_t^T \underline{\beta}^2 - \lambda \sigma^2 \sum_{t=1}^N \omega_t z_t$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^N y_t - x_t^T \underline{\beta}^2}{N + \lambda \sum_{t=1}^N \omega_t z_t} \quad 2.11$$

olur. Burada,

$$\omega_t = \frac{f(\lambda z_t)}{F(\lambda z_t)} \quad 2.12$$

şeklinde tanımlanır.

2.2 Çarpık t Dağılımı

Çarpık t dağılımı (Azzalini 1985, 1986, Gupta vd. 2002, Azzalini ve Capitanio 2003) tarafından önerilen bir dağılımdır. Bu çalışmada kullanılan çarpık t dağılımı, normal dağılımın ölçek karmasından gelen bir dağılımdır (Branco ve Dey 2001, Gupta vd. 2002, Azzalini ve Capitanio 2003, Azzalini 2005, Arslan 2011).

Y , standart çarpık normal dağılıma ve V , ν serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip olsun. Y ve V birbirinden bağımsız olmak üzere $X = \frac{Y}{\sqrt{V/\nu}}$ rasgele değişkeni çarpık t dağılımına sahiptir ve $X \sim St_\nu(\lambda)$ olarak ifade edilir (Gupta vd. 2002, Azzalini 2003).

Çarpık t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f_{st}(x; \lambda) = 2t_\nu(x) T_{\nu+1}\left(\lambda x \sqrt{\frac{\nu+1}{\nu+x^2}}\right) \quad (2.13)$$

olarak tanımlanır. Burada, t_ν , ν serbestlik dereceli student t olasılık yoğunluk fonksiyonunu, $T_{\nu+1}$, $\nu+1$ serbestlik dereceli student t dağılım fonksiyonunu göstermektedir. Çarpık normal dağılımda olduğu gibi, λ çarpıklık parametresini göstermekte olup λ arttıkça dağılımın çarpıklığı da artmaktadır. Çarpıklık katsayısı sıfır olduğunda ise dağılım student t dağılımına dönüşmektedir. Dağılımı uygulamada daha kullanışlı hale getirmek için $U = \mu + \sigma X$ dönüşümü uygulanarak dağılım konum ölçek ailesine taşınır. Bu dönüşüm altında çarpık t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f_{st}(u; \lambda) = \frac{2}{\sigma} t_\nu\left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right) T_{\nu+1}\left(\lambda \frac{u-\mu}{\sigma} \sqrt{\frac{\nu+1}{\nu + \frac{(u-\mu)^2}{\sigma^2}}}\right) \quad (2.14)$$

şeklinde ifade edilir ve $U \sim St_\nu(\mu, \sigma, \lambda)$ olarak gösterilir. Çarpık t dağılımının beklenen değeri ve varyansı

$$E X = \frac{\bar{v}}{\pi} \frac{\lambda \Gamma \frac{v-1}{2}}{\lambda^2 + \Gamma \frac{v}{2}}, \quad v > 1 \quad (2.15)$$

$$Var X = \frac{v}{v-2} - \frac{v}{\pi} \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} \frac{\Gamma \frac{v-1}{2}}{\Gamma \frac{v}{2}}^2, \quad v > 2 \quad (2.16)$$

dir.

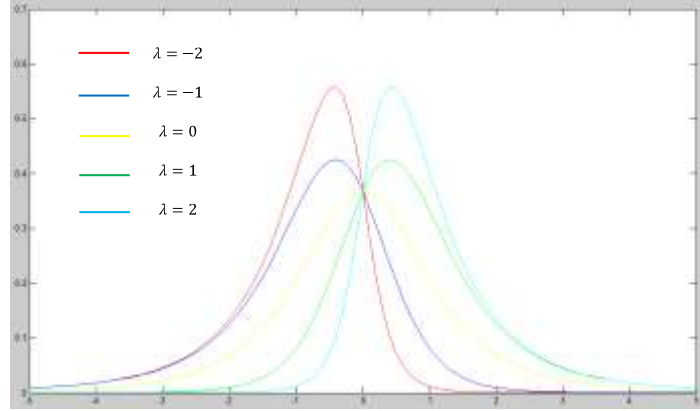
Çizelge 2.2 Bazı v ve λ değerleri için çarpık t dağılımın basıklık ve çarpıklık ölçüleri

λ	0		1		2		5		10		20	
v	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2
4	0	-	1.93	-	2.99	-	3.77	-	3.94	-	3.98	-
5	0	9	1.07	11.92	1.79	16.52	2.37	21.45	2.5	22.66	2.53	22.99
6	0	6	0.78	7.16	1.37	9.29	1.89	11.79	2.0	12.43	2.04	12.61
8	0	4.5	0.54	4.97	1.02	6.03	1.49	7.43	1.60	7.79	1.63	7.91
10	0	4	0.42	4.29	0.86	5.04	1.31	6.08	1.42	6.37	1.45	6.45
∞	0	3	0.15	3.13	0.48	3.40	0.88	3.83	0.99	3.96	0.98	3.87

Çizelge 2.2’den de görüldüğü gibi dağılımın basıklığı ve çarpıklığı serbestlik derecesine ve çarpıklık parametresine bağlıdır. Çarpıklık parametresi sıfır iken dağılım bilinen student t dağılımı olur. Çarpıklık parametresi arttıkça, dağılımın çarpıklığı ve basıklığı artmaktadır. Çarpıklık parametresi artarken, her çarpıklık parametresi için de serbestlik derecelerine bağlı olarak basıklık ve çarpıklık incelendiğinde, serbestlik derecesi arttıkça dağılımın basıklığı ve çarpıklığı düşmektedir. Çizelgeden de görüldüğü gibi serbestlik derecesi ve çarpıklık parametresi arttığında dağılım çarpık normale yakınsamakta ve dağılımın basıklık ve çarpıklık değerleri çarpık normal dağılımın basıklık ve çarpıklık değerine ulaşmaktadır.

Çarpık t dağılımı, çarpık normal dağılımda olduğu gibi çarpıklık parametresi pozitif iken sağa çarpık, negatif iken sola çarpık olmaktadır.

Şekil 2.2 değişik çarpıklık parametreleri için, çarpık t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonlarını göstermektedir.



Şekil 2.2 Farklı çarpıklık değerleri için, çarpık t dağılımının o.y.f grafiği

2.2.1 Hataların çarpık t dağılımına sahip olduğu durumda parametre tahmini

Bu kısımda (1.1)' de verilen regresyon modelinde hataların Azzalini tipi çarpık t dağılımdan geldiği varsayılarak parametre tahminleri yapılmıştır.

(1.1)' de verilen modelde hataların çarpık t dağılımından geldiği varsayımı altında $e_t \sim St_\nu$ $0, \sigma, \lambda$ log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\ln L = N \ln 2 - N \ln \sigma - N \ln \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\pi \Gamma(\frac{\nu}{2})} \frac{v^{\frac{1}{2}}}{2} - \frac{\nu+1}{2} \sum_{t=1}^N \ln(\nu + z_t^2) + \sum_{t=1}^N \ln \frac{T_{\nu+1}}{T_{\nu+1} + \lambda z_t} \frac{\overline{w_t}}{\nu + z_t^2} \quad (2.17)$$

Bu eşitliğin ilgilenilen parametrelere göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesiyle gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra elde edilen çözüm parametrenin en çok olabilirlik tahmin edicisi olacaktır. Buna göre λ ve ν parametrelerinin sabit olduğu varsayımı altında log-olabilirlik fonksiyonunun β_k ve σ^2 ' ye göre türevleri sırasıyla,

$$\frac{d \ln L}{d \beta_k} = \sum_{t=1}^N w_t z_t x_{t,k} - \lambda \frac{\nu}{\nu+1} \sum_{t=1}^N \frac{T_{\nu+1}}{T_{\nu+1} + \lambda z_t} \frac{\lambda z_t}{\overline{w_t}} x_{t,k} w_t^{3/2} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{d \ln L}{d \sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \sum_{t=1}^N w_t (y_t - x_t^T \underline{\beta})^2 - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{\nu}{\nu+1} \sum_{t=1}^N \frac{t_{\nu+1}}{T_{\nu+1}} \frac{\lambda z_t}{\lambda z_t} \frac{\overline{w_t}}{\overline{w_t}} z_t w_t^{3/2} = 0 \quad (2.19)$$

şeklindedir. Burada,

$$w_t = \frac{\nu + 1}{\nu + z_t^2}$$

ve

$$z_t = \frac{y_t - x_t^T \underline{\beta}}{\sigma}$$

biçiminde ifade edilmiştir.

Bu denklemler için kullanılan ağırlık Bölüm 1’ de kullanılan student t dağılımı için önerilen ağırlık ile aynıdır.

Bu denklemler analitik olarak çözülememektedir. Bölüm 4’de verilecek IRA (Iteratively Reweighted Algorithm) yöntemi kullanılarak bu denklemlerin çözümleri nümerik olarak elde edilecektir. Yani nümerik yöntemler kullanılarak ilgilenilen parametrelere göre yaklaşık tahminler bulunabilir. Bu denklemler yeniden düzenlenerek,

$$\underline{\beta} = \left(\sum_{t=1}^N w_t x_t x_t^T \right)^{-1} \sum_{t=1}^N w_t y_t x_t - \lambda \sigma \sum_{t=1}^N \gamma_t x_t w_t^{3/2} \quad (2.20)$$

$$N \sigma^2 = \sum_{t=1}^N w_t (y_t - x_t^T \underline{\beta})^2 - \lambda \sigma^2 \sum_{t=1}^N \gamma_t z_t w_t^{3/2}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^N w_t (y_t - x_t^T \underline{\beta})^2}{N + \lambda \sum_{t=1}^N \gamma_t z_t w_t^{3/2}} \quad (2.21)$$

bulunur. Burada,

$$\gamma_t = \frac{\nu}{\nu + 1} \frac{t_{\nu+1}}{T_{\nu+1}} \frac{\lambda z_t}{\lambda z_t} \frac{\overline{w_t}}{\overline{w_t}}$$

dir.

3. DOĞRUSAL REGRESYON MODELİNDE HATALARIN AR(1) YAPISINA SAHİP OLDUĞU DURUMDA PARAMETRE TAHMİNİ

Çalışmanın bu bölümünde, (1.1) deki doğrusal regresyon modelinin parametrelerini, hata terimlerinin AR(1) yapısına ve farklı dağılımlara sahip olması durumunda parametre tahminleri yapılacaktır. AR(p) hata terimli regresyon modelleri ile ilgili literatürde yapılan bazı çalışmalar şu şekilde sıralanabilir: Alpuim ve El-Shaarawi (2008), AR(p) hata terimli regresyon modelini ele alarak EKK tahminlerini ve normallik varsayımı altında EÇO tahminlerini yapıp, asimptotik özelliklerini incelemişlerdir. Beach ve Mackinnon (1978), AR(1) hata terimli regresyonda parametre tahmini için EÇO kullanmışlardır. Tiku vd. (1999), AR(1) hata terimli regresyon modelinde uzun kuyruklu simetrik (LTS) dağılım kullanılarak MML yöntemiyle parametre tahmini yapmıştır. Hataların AR(1) modeline sahip olduğu durumda Wong ve Bian (2004), lojistik dağılımla parametre tahmini yapmışlardır. Bu bölümde özel olarak literatürde çalışılan hataların normal ve student t dağılımına sahip olduğu durum ile bu tezde önerilen Azzalini tipi çarpık normal ve Azzalini tipi çarpık t dağılımlarına sahip olması durumunda EÇO tahmin yöntemi kullanılarak parametre tahmini yapılacaktır. Bu parametre tahminlerinin performansları simülasyon çalışmasıyla karşılaştırılacaktır.

3.1 AR(1) Hata Terimli Regresyon Modelleri

Bu bölümde (1.1)' de verilen

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p x_{t,i} \beta_i + e_t, \quad i = 1, 2, \dots, p; \quad t = 1, 2, \dots, N$$
$$y_t = \beta_0 + x_t^T \underline{\beta} + e_t$$

doğrusal regresyon modeli, hataları

$$a_t = e_t - \phi e_{t-1}, \quad \Phi B e_t = a_t, \quad \phi < 1$$

biçiminde AR(1) yapısına sahip olacak şekilde yeniden ele alınacaktır. Burada, a_t , hata terimleri bir beyaz gürültü sürecini $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$ ve B gecikme operatörünü (Backshift operator) göstermektedir.

Bu modelde parametre tahmini yapmak istenildiğinde literatürde genel olarak a_t hata teriminin normal dağıldığı varsayımıyla parametre tahminleri veya dağılım varsayımı kullanmadan EKK ile parametre tahminleri yapılmaktadır. Bu çalışmada özellikle a_t 'nin kalın kuyruklu simetrik veya kalın kuyruklu çarpık dağılıma sahip olması durumunda parametre tahminleri ile ilgilenilmiştir. Bu varsayımlara geçmeden önce literatürdeki yöntemler kısaca özetlenecektir.

3.2 En Küçük Kareler Tahmin Yöntemi

(1.1) modelinin hata terimlerinin AR(1) modeline uygun olması durumunda model $\beta_0 = 0$ varsayıldıktan sonra tekrar oluşturularak

$$\Phi B y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi B x_{t,i} + a_t, \quad t = 1, 2, \dots, N; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (3.1)$$

veya

$$\Phi B y_t = \Phi B x_t^T \underline{\beta} + a_t$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda $\phi < 1$ olmak üzere,

$$\Phi B y_t = y_t - \phi y_{t-1}$$

$$\Phi B x_{t,i} = x_{t,i} - \phi x_{t-1,i}$$

olarak gösterilecektir.

(3.1) modeline ait hataların karelerinin toplamı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Q(\beta, \phi) = \sum_{t=2}^N a_t^2 = \sum_{t=2}^N \left(\Phi B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi B x_{t,i} \right)^2 \quad (3.2)$$

Hata kareler toplamının bilinmeyen parametreler β_k ve ϕ ye göre türevlerinin alınıp sıfıra eşitlenmesiyle aşağıdaki denklemlere ulaşılır:

$$\frac{dQ}{d\beta_k} = -2 \sum_{t=2}^N \left(\Phi B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi B x_{t,i} \right) \Phi B x_{t,k} = 0 \quad 3.3$$

$$\frac{dQ}{d\phi} = 2 \sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B)x_{t,i} y_{t-1} - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-1,i} = 0 \quad 3.4$$

Bu denklemlerin çözülmesiyle $\underline{\beta}$ ve ϕ parametreleri için tahminler sırasıyla,

$$\underline{\beta} = \left(\sum_{t=2}^N \Phi(B)x_t \Phi(B)x_t^T \right)^{-1} \sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t \Phi(B)x_t \quad 3.5$$

$$\phi = \frac{\sum_{t=2}^N y_t - x_t^T \underline{\beta} \quad y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta}}{\sum_{t=2}^N y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta}} \quad 3.6$$

olarak bulunur.

Klasik duruma benzer olarak da σ^2 için tahmin edici

$$\sigma^2 = s^2 = \frac{\sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t - \Phi(B)x_t^T \underline{\beta}^2}{N - p} \quad 3.7$$

şeklinde olacaktır.

Burada,

$$\Phi(B)x_t = \begin{pmatrix} \Phi(B)x_{t,1} \\ \Phi(B)x_{t,2} \\ \vdots \\ \Phi(B)x_{t,p} \end{pmatrix}$$

olarak tanımlanmıştır.

3.3 En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi

Bu bölümde doğrusal regresyon modelinin hatalarının AR(1) modeline uygun olduğu durumda parametrelerin tahminleri en çok olabilirlik tahmin yöntemi kullanılarak yapılmıştır.

3.3.1 Hataların normal dağıldığı varsayımında parametre tahmini

Bu kısımda, verilen hataların $a_t \sim N(0, \sigma^2)$ olması varsayımı altında parametre tahminleri elde edilecektir. Bu varsayım altında ilk gözlem verildiğinde ($t=2$) koşullu log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\ln L = c - \frac{N}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B)x_{t,i}^2 \quad (3.8)$$

Bu fonksiyonun β_k , ϕ ve σ^2 'ye göre türevleri sırasıyla,

$$\frac{d \ln L}{d \beta_k} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B)x_{t,i} \Phi(B)x_{t,k} = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{d \ln L}{d \phi} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B)x_{t,i} y_{t-1} - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-1,i}^2 = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{d \ln L}{d \sigma^2} = -\frac{N}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B)x_{t,i}^2 = 0 \quad (3.11)$$

şeklindedir. Bu denklem sisteminin $\underline{\beta}, \phi$ ve σ^2 parametrelerine göre çözülmesiyle parametrelerin tahminleri aşağıdaki gibi bulunur (Alpuim ve El-Shaarawi 2008)

$$\underline{\beta} = \left(\sum_{t=2}^N \Phi(B)x_t \Phi(B)x_t^T \right)^{-1} \sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t \Phi(B)x_t \quad (3.12)$$

$$\phi = \frac{\sum_{t=2}^N y_t - x_t^T \underline{\beta} \quad y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta}}{\sum_{t=2}^N y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta}} \quad (3.13)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=2}^N \Phi(B)y_t - \underline{\beta} \Phi(B)x_t^2 \quad (3.14)$$

Burada,

$$\Phi(B)x_t = x_{t,i} - \phi x_{t-1,i}$$

olacak şekilde ϕ 'nin tahminini içeren bir fonksiyondur.

En çok olabilirlik tahmin yöntemi normal dağılım varsayımı altında uygulandığında, dağılım varsayımı kullanılmadan yapılan en küçük kareler tahmin edicisi ile aynı sonucu vermektedir. Ancak EÇO yöntemi ile elde edilen σ^2 , EKK yönteminden elde edilen σ^2 'den farklıdır.

3.3.2 Hataların student t dağıldığı varsayımında parametre tahmini

Kullanılan regresyon modelinde hata terimleri gerçek hayatta her zaman normal dağılıma uygunluk göstermeyebilir. Verilerin dağılımı kalın kuyruklu hatta çarpık olabilir. Bu durum karşısında yapılan parametre tahminleri etkinliğini yitirir. Bu problemi gidermek için normal dağılıma alternatif olarak, normal dağılımdan daha kalın kuyruklu bir davranış sergileyen simetrik t dağılımı kullanılabilir. Bu bölümde (3.1) modelinde hataların ν serbestlik dereceli $\nu < 0$ ve bilinmeyen σ ölçek parametrelili ortalaması 0 olan student t dağılımına sahip olduğu varsayımı altında $a_t \sim t_{\nu} 0, \sigma^2, \nu$ bilinmeyen regresyon parametreleri tahmin edilecektir.

Hataların student t dağıldığı varsayımı altında koşullu log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\ln L = \ln c_{\nu} - N \ln \sigma - \frac{\nu + 1}{2} \sum_{t=2}^N \ln \left(\nu + \frac{\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i}))^2}{\sigma^2} \right) \quad 3.15$$

Bu fonksiyonun β_k , ϕ ve σ 'ye göre türevleri sırasıyla,

$$\frac{d \ln L}{d \beta_k} = \sum_{t=2}^N \frac{\nu + 1}{\nu + \frac{\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i}))^2}{\sigma^2}} \frac{\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})) \Phi(B x_{t,k})}{\sigma^2} = 0 \quad 3.16$$

$$\frac{d \ln L}{d \phi} = \sum_{t=2}^N \frac{\nu + 1}{\nu + \frac{\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i}))^2}{\sigma^2}} \frac{\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})) y_{t-1} - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-1,i}}{\sigma^2} = 0 \quad 3.17$$

$$\frac{d\ln L}{d\sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{v+1}{\sigma^3} \sum_{t=2}^N \frac{\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2}{v + \frac{\sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2}{\sigma^2}} = 0 \quad 3.18$$

biçiminde elde edilir. Burada,

$$w_t = \frac{v+1}{v + \frac{\sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2}{\sigma^2}} \quad 3.19$$

olmak üzere bu denklemler yeniden düzenlenerek aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\frac{d\ln L}{d\beta_k} = \sum_{t=2}^N w_t \left(\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2) - \beta_k \Phi(B x_{t,k}) \right) = 0 \quad 3.20$$

$$\frac{d\ln L}{d\phi} = \sum_{t=2}^N w_t \left(\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2) - y_{t-1} - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-1,i} \right) = 0 \quad 3.21$$

$$\frac{d\ln L}{d\sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \sum_{t=2}^N w_t \left(\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2) - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2 \right) = 0 \quad 3.22$$

Bu denklem sistemi analitik olarak çözülemez ve tahminlerin elde edilebilmesi için nümerik yöntemler kullanılabilir. Bu denklemler kullanılarak $\underline{\beta}, \phi$ ve σ^2 aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\underline{\beta} = \left(\sum_{t=2}^N w_t \Phi(B x_t) \Phi(B x_t)^T \right)^{-1} \sum_{t=2}^N w_t \Phi(B y_t) \Phi(B x_t) \quad 3.23$$

$$\phi = \frac{\sum_{t=2}^N w_t (y_t - x_t^T \underline{\beta}) (y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta})}{\sum_{t=2}^N w_t (y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta})^2} \quad (3.24)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=2}^N w_t \left(\Phi(B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2) - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})^2 \right)^2 \quad 3.25$$

Burada, $w_t = 1$ alındığında yapılan tahminler normal dağılım varsayımında yapılan tahminlere eşit çıkmaktadır. Burada w_t ağırlık fonksiyonu parametrelere bağlı olduğu için (3.23)-(3.25)' de verilen denklemler aslında tahmin edicilerin analitik ifadeleri değildir. Fakat bu denklemler kullanılarak $\underline{\beta}, \phi$ ve σ^2 tahminleri için IRA algoritması yardımıyla yaklaşık sonuçlar bulunabilir. (3.23)-(3.25) eşitlikleri IRA algoritmasını oluşturmak için kolaylık sağlayacaktır.

3.3.3 Hataların Çarpık normal dağıldığı varsayımında parametre tahmini

Bu bölümde (3.1)' de verilen AR(1) hata yapısına sahip regresyon modelinde a_t ' lerin Azzalini tipi çarpık normal dağılımdan $a_t \sim SN(0, \sigma^2, \lambda)$ geldiği varsayımıyla parametre tahmini yapılacaktır. Bu varsayım altında koşullu log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\ln L = N \ln 2 - N \ln \sigma - \frac{N}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^N \frac{(\Phi(B) y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B) x_{t,i})^2}{\sigma^2} + \sum_{t=2}^N \ln F \frac{\lambda \Phi(B) y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B) x_{t,i}}{\sigma} \quad 3.26$$

Bu fonksiyonun ilgilenilen parametreye göre türevinin alınıp sıfıra eşitlenmesi sonucunda elde edilen çözüm parametreye ait en çok olabilirlik tahmin edicisi olacaktır. Buna göre λ parametresinin sabit olduğu varsayımı altında log-olabilirlik fonksiyonunun β_k, ϕ ve σ ' ya göre türevleri sırasıyla,

$$\frac{d \ln L}{d \beta_k} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=2}^N \left(\Phi(B) y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B) x_{t,i} \right) \Phi(B) x_{t,k} - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{t=2}^N \frac{f(\lambda z_t)}{F(\lambda z_t)} \Phi(B) x_{t,k} = 0 \quad 3.27$$

$$\frac{d \ln L}{d \phi} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=2}^N \left(\Phi(B) y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B) x_{t,i} \right) y_{t-1} - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-1,i} - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{t=2}^N \frac{f(\lambda z_t)}{F(\lambda z_t)} y_{t-1} - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-1,i} = 0 \quad 3.28$$

$$\frac{d \ln L}{d \sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \sum_{t=2}^N \left(\Phi(B) y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B) x_{t,i} \right)^2 - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{t=2}^N \frac{f(\lambda z_t)}{F(\lambda z_t)} z_t = 0 \quad 3.29$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$z_t = \frac{\Phi^T B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi^T B x_{t,i}}{\sigma} \quad (3.30)$$

biçiminde ifade edilmiştir.

Bu denklemlerin düzenlenmesiyle,

$$\underline{\beta} = \left(\sum_{t=2}^N \Phi^T B x_t \Phi^T B x_t^T \right)^{-1} \sum_{t=2}^N \Phi^T B y_t \Phi^T B x_t - \lambda \sigma^2 \sum_{t=2}^N \omega_t \Phi^T B x_t \quad (3.31)$$

$$\phi = \frac{\sum_{t=2}^N y_t - x_t^T \underline{\beta} \quad y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta} - \lambda \sigma^2 \sum_{t=2}^N \omega_t y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta}}{\sum_{t=2}^N y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta}}^2 \quad 3.32$$

$$N\sigma^2 = \sum_{t=2}^N \left(\Phi^T B y_t - \Phi^T B x_t^T \underline{\beta} \right)^2 - \lambda \sigma^2 \sum_{t=2}^N \omega_t z_t$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=2}^N \left(\Phi^T B y_t - \Phi^T B x_t^T \underline{\beta} \right)^2}{N + \lambda \sum_{t=2}^N \omega_t z_t} \quad 3.33$$

olur. Burada,

$$\omega_t = \frac{f(\lambda z_t)}{F(\lambda z_t)} \quad 3.34$$

şeklinde tanımlanmıştır.

3.3.4 Hataların Çarpık t dağıldığı varsayımında parametre tahmini

Bu kısımda (3.1)' de verilen AR(1) hata yapısına sahip regresyon modelinde a_t ' lerin Azzalini tipi çarpık t dağılımdan geldiği varsayımıyla parametre tahmini yapılacaktır. $a_t \sim St_\nu(0, \sigma, \lambda)$ varsayımı altında log-olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\ln L = N \ln 2 - N \ln \sigma - N \ln \frac{\Gamma \frac{\nu+1}{2} \frac{1}{\nu^2}}{\pi \Gamma \frac{\nu}{2}} - \frac{\nu+1}{2} \sum_{t=2}^N \ln \nu + z_t^2 + \sum_{t=2}^N \ln \frac{T_{\nu+1}}{\lambda z_t} \frac{\overline{w_t}}{\nu + z_t^2} \quad 3.35$$

Burada serbestlik derecesi ν ve çarpıklık parametresi λ sabit olarak varsayılmıştır. Serbestlik derecesi ν ' nün sabit olarak alınması ile elde edilen tahmin edicilerin robust olması garantilenmiştir (Lucas 1997, Arslan ve Genç 2003, 2009). Çarpıklık parametresi λ tahmin edilebilir ve ileriki çalışmalarda çarpıklık parametresinin tahmin edicisi ele alınacaktır.

Yukarıda verilen log-olabilirlik fonksiyonunun türevinin ilgilenilen parametreye göre alınıp sıfıra eşitlenmesiyle aşağıdaki olabilirlik denklemleri elde edilir:

$$\frac{d \ln L}{d \beta_k} = \sum_{t=2}^N w_t z_t \Phi(B x_{t,k}) - \lambda \frac{\nu}{\nu+1} \sum_{t=2}^N \frac{t_{\nu+1}}{T_{\nu+1}} \frac{\lambda z_t}{\lambda z_t} \frac{\overline{w_t}}{\overline{w_t}} \Phi(B x_{t,k}) w_t^{3/2} = 0 \quad 3.36$$

$$\frac{d \ln L}{d \phi} = \sum_{t=2}^N w_t z_t y_{t-1} - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-1,i} - \lambda \frac{\nu}{\nu+1} \sum_{t=2}^N \frac{t_{\nu+1}}{T_{\nu+1}} \frac{\lambda z_t}{\lambda z_t} \frac{\overline{w_t}}{\overline{w_t}} y_{t-1} - \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-1,i} w_t^{3/2} = 0 \quad 3.37$$

$$\frac{d \ln L}{d \sigma} = -\frac{N}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3} \sum_{t=2}^N w_t \Phi(B y_t) - \Phi(B x_t^T \underline{\beta})^2 - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{\nu}{\nu+1} \sum_{t=2}^N \frac{t_{\nu+1}}{T_{\nu+1}} \frac{\lambda z_t}{\lambda z_t} \frac{\overline{w_t}}{\overline{w_t}} z_t w_t^{3/2} = 0 \quad 3.38$$

Burada,

$$w_t = \frac{\nu+1}{\nu + z_t^2}$$

ve

$$z_t = \frac{\Phi(B y_t) - \sum_{i=1}^p \beta_i \Phi(B x_{t,i})}{\sigma} \quad (3.39)$$

biçiminde tanımlanmıştır. Bu denklemler analitik olarak çözülemez. Dolayısıyla nümerik yöntemler kullanılarak bu denklemlerin çözümü elde edilmelidir. Yani nümerik yöntemler kullanılarak ilgilendiğimiz parametreler için yaklaşık tahminler bulunabilir. (3.36)-(3.38) denklemleri yeniden düzenlenerek

$$\underline{\beta} = \frac{\sum_{t=2}^N w_t \Phi^T B x_t \Phi B x_t^T}{\sum_{t=2}^N w_t \Phi^T B x_t \Phi B y_t - \lambda \sigma \sum_{t=2}^N \gamma_t \Phi^T B x_t w_t^{\frac{3}{2}}} \quad 3.40$$

$$\phi = \frac{\sum_{t=2}^N w_t y_t - x_t^T \underline{\beta} \quad y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta} - \lambda \sigma \sum_{t=2}^N \gamma_t y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta}}{\sum_{t=2}^N w_t y_{t-1} - x_{t-1}^T \underline{\beta}}^2 \quad 3.41$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=2}^N w_t \Phi^T B y_t - \Phi^T B x_t^T \underline{\beta}}{N + \lambda \sum_{t=2}^N \gamma_t z_t w_t^{\frac{3}{2}}}^2 \quad 3.42$$

olarak elde edilir. Burada

$$\gamma_t = \frac{\nu}{\nu + 1} \frac{t_{\nu+1} \lambda z_t \overline{w_t}}{T_{\nu+1} \lambda z_t \overline{w_t}} \quad 3.43$$

olarak tanımlanmıştır. Bu eşitlikler IRA algoritmasını oluştururken kolaylık sağlamaktadır.

4. İTERATİF YENİDEN AĞIRLIKLANDIRILMIŞ ALGORİTMA (IRA)

Bölüm 2’ de verilen klasik regresyon modeli üzerinde hataların ilişkisizlik varsayımının korunması durumunda çarpık normal ve çarpık t dağılımlarına dayalı verilen parametre tahminleri de nümerik olarak bulunmaktadır. Dolayısıyla söz konusu tahminleri bulmak için o denklemler kullanılarak IRA adımları yazılıp yaklaşık çözümler elde edilebilir. Fakat bu tezde hataların AR(1) yapısına sahip olduğu modelle ilgilenildiği için IRA ve simülasyonlar sadece bu yapı için verilecektir. Bu bölümde, Bölüm 3’ de elde edilen tahmin edicileri hesaplamak için kullanılan IRA algoritmasının adımları ele alınacaktır.

4.1 Hataların Normal Dağıldığı Durum için IRA Adımları

(i) β^0 β parametresinin başlangıç değeri olmak üzere bir değer belirlenir.

(ii) β^m değeri kullanılarak, aşağıdaki gibi $\phi^{(m+1)}$ için değerler hesaplanır.

$$\phi^{(m+1)} = \frac{\sum_{t=2}^N y_t - x_t^T \beta^m}{\sum_{t=2}^N y_{t-1} - x_{t-1}^T \beta^m}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

(iii) $\phi^{(m+1)}$ kullanılarak, $\Phi B x_t = x_t - \phi x_{t-1}$ olmak üzere $\Phi B y_t$ ve $\Phi B x_t$ hesaplanır ve verilen eşitlikten aşağıdaki şekilde β^{m+1} hesaplanır

$$\beta^{(m+1)} = \left(\sum_{t=2}^N \Phi^{(m+1)} B x_t \Phi^{(m+1)} B x_t^T \right)^{-1} \sum_{t=2}^N \Phi^{(m+1)} B y_t \Phi^{(m+1)} B x_t$$

(iv) $\phi^{(m+1)}$ ve $\beta^{(m+1)}$ kullanılarak $(\sigma^2)^{(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$(\sigma^2)^{(m+1)} = \frac{1}{N} \sum_{t=2}^N \Phi^{(m+1)}(B) y_t - \sum_{i=1}^p \beta^{(m+1)} \Phi^{(m+1)} B x_{t,i}^2$$

(v) $\beta^{(m+1)} - \beta^{(m)}$, $\phi^{(m+1)} - \phi^{(m)}$ ve $(\sigma^2)^{(m+1)} - (\sigma^2)^{(m)}$

farklarının normları istenilen küçük bir değere eşitlendiğinde iterasyona son verilir.

4.2 Hataların Student t Dağıldığı Durum için IRA Adımları

- (i) β^0, ϕ^0 ve σ^2^0 β, ϕ ve σ^2 parametrelerinin başlangıç değerlerini göstermek üzere β, ϕ ve σ^2 için birer başlangıç değeri belirlenir.
- (ii) β^m, ϕ^m ve $\sigma^2^m, m = 0, 1, 2 \dots$ değerleri kullanılarak aşağıdaki ağırlık fonksiyonu hesaplanır,

$$w_t^m = \frac{v+1}{v + \frac{\Phi^{(m)} B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i^{(m)} \Phi^{(m)} B x_{t,i}}{\sigma^2^m}}$$

- (iii) Bu ağırlık değerlerini ve β^m yardımıyla aşağıdaki gibi $\phi^{(m+1)}$ hesaplanır,

$$\phi^{(m+1)} = \frac{\sum_{t=2}^N w_t^m y_t - x_t^T \beta^m}{\sum_{t=2}^N w_t^m y_{t-1} - x_{t-1}^T \beta^m}, m = 0, 1, 2 \dots$$

- (iv) $w_t^{(m)}, \beta^m$ ve önceki adımda bulunan $\phi^{(m+1)}$ yardımıyla $\beta^{(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$\beta^{(m+1)} = \left(\sum_{t=2}^N w_t^m \Phi^{(m+1)} B x_t \Phi^{(m+1)} B x_t^T \right)^{-1} \sum_{t=2}^N w_t^m \Phi^{(m+1)} B y_t \Phi^{(m+1)} B x_t$$

- (v) $w_t^{(m)}$, önceki adımlarda bulunan $\phi^{(m+1)}$ ve $\beta^{(m+1)}$ yardımıyla $(\sigma^2)^{(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$(\sigma^2)^{(m+1)} = \frac{1}{N} \sum_{t=2}^N w_t^m \Phi^{(m+1)} B - y_t \Phi^{(m+1)} B x_t^T \beta^{(m+1)}$$

- (vi) $\beta^{(m+1)} - \beta^{(m)}, \phi^{(m+1)} - \phi^{(m)}$ ve $(\sigma^2)^{(m+1)} - (\sigma^2)^{(m)}$

farklarının normları istenilen küçük bir değere eşitlendiğinde iterasyona son verilir.

4.3 Hataların Çarpık Normal Dağıldığı Durum için IRA Adımları

(i) β^0, ϕ^0 ve σ^2 β, ϕ ve σ^2 parametrelerinin başlangıç değerlerini göstermek üzere β, ϕ ve σ^2 için birer başlangıç değeri belirlenir. Bu dağılım için λ bilinen varsayılmıştır.

(ii) β^0, ϕ^0 ve σ^2 başlangıç değerleri kullanılarak z_t fonksiyonu ve bu fonksiyon yardımıyla ω_t hesaplanır,

$$z_t^m = \frac{\Phi^{(m)} B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i^{(m)} \Phi^{(m)} B x_{t,i}}{\sigma^{(m)}}$$

$$\omega_t^m = \frac{f(\lambda z_t^{(m)})}{F(\lambda z_t^m)}$$

(iii) ω_t^m ve β^m yardımıyla $\phi^{(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$\phi^{(m+1)} = \frac{\sum_{t=2}^N y_t - x_t^T \beta^m \quad y_{t-1} - x_{t-1}^T \beta^m - \lambda \sum_{t=2}^N \omega_t^m \quad y_{t-1} - x_{t-1}^T \beta^m}{\sum_{t=2}^N y_{t-1} - x_{t-1}^T \beta^m^2}$$

(iv) ω_t^m, β^m ve önceki adımda bulunan $\phi^{(m+1)}$ yardımıyla $\beta^{(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$\beta^{(m+1)} = \left(\sum_{t=2}^N \Phi^{(m)} B y_t \Phi^{(m)} B x_t \quad \sum_{t=2}^N \Phi^{(m)} B x_t \Phi^{(m)} B x_t^T - \lambda (\sigma^2)^{(m)} \sum_{t=2}^N \omega_t^m \right)^{-1}$$

(v) ω_t^m , önceki adımlarda bulunan $\phi^{(m+1)}$ ve $\beta^{(m+1)}$ yardımıyla $(\sigma^2)^{(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$(\sigma^2)^{(m+1)} = \frac{1}{N} \sum_{t=2}^N \Phi^{(m)} B y_t - \Phi^{(m)} B x_t^T \beta^{(m+1)}^2 - \lambda (\sigma^2)^{(m)} \sum_{t=2}^N \omega_t^m z_t^m$$

(vi) $\beta^{(m+1)} - \beta^{(m)}, \phi^{(m+1)} - \phi^{(m)}$ ve $(\sigma^2)^{(m+1)} - (\sigma^2)^{(m)}$

farklarının normları istenilen küçük bir değere eşitlendiğinde iterasyona son verilir.

4.4 Hataların Çarpık t Dağıldığı Durum için IRA Adımları

(i) β^0, ϕ^0 ve σ^2^0 β, ϕ ve σ^2 parametrelerinin başlangıç değerlerini göstermek üzere β, ϕ ve σ^2 için birer başlangıç değeri belirlenir. Bu dağılım için λ ve ν sabit varsayılmıştır.

(ii) β^m, ϕ^m ve σ^{2^m} başlangıç değerleri kullanılarak z_t^m fonksiyonu ve bu fonksiyon yardımıyla w_t^m ağırlık fonksiyonu ve bu eşitliklerle $\gamma_t^{(m)}$ hesaplanır,

$$z_t^m = \frac{\Phi^{(m)} B y_t - \sum_{i=1}^p \beta_i^{(m)} \Phi^{(m)} B x_{t,i}}{\sigma^{(m)}}$$

$$w_t^m = \frac{\nu + 1}{\nu + (z_t^2)^{(m)}}$$

$$\gamma_t^{(m)} = \frac{\nu}{\nu + 1} \frac{\sum_{t=1}^{\nu} \lambda z_t^m w_t^m}{\sum_{t=1}^{\nu} \lambda z_t^m w_t^m}$$

(iii) $\gamma_t^{(m)}$ ve β^m yardımıyla $\phi^{(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$\phi^{(m+1)} = \frac{\sum_{t=2}^N w_t^m y_t - x_t^T \beta^m \quad y_{t-1} - x_{t-1}^T \beta^m - \lambda \sigma \sum_{t=2}^N \gamma_t y_t y_{t-1} - x_{t-1}^T \beta^m}{\sum_{t=2}^N y_{t-1} - x_{t-1}^T \beta^m^2}$$

(iv) $\gamma_t^{(m)}, \beta^{(m)}$ ve önceki adımda bulunan $\phi^{(m+1)}$ yardımıyla, $\beta^{(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$\beta^{(m+1)} = \frac{\sum_{t=2}^N w_t^m \Phi^{(m)} B x_t \Phi^{(m)} B x_t^T}{\sum_{t=2}^N w_t^m \Phi^{(m)} B x_t \Phi^{(m)} B y_t - \lambda \sigma \sum_{t=2}^N \gamma_t \Phi^{(m)} B x_t w_t^{3/2}}$$

(v) w_t^m , $\gamma_t^{(m)}$ ve önceki adımlarda bulunan $\phi^{(m+1)}$ ve $\beta^{(m+1)}$ yardımıyla $\sigma^{2(m+1)}$ aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$\sigma^{2(m+1)} = \frac{\sum_{t=2}^N w_t^m \left(\Phi^{(m)} y_t - \Phi^{(m)} x_t^T \beta^m \right)^2}{N + \lambda \sum_{t=2}^N \gamma_t^{(m)} Z_t^m w_t^{3/2(m)}}$$

(iv) $\beta^{(m+1)} - \beta^{(m)}$, $\phi^{(m+1)} - \phi^{(m)}$ ve $(\sigma^2)^{(m+1)} - (\sigma^2)^{(m)}$

farklarının normları istenilen küçük bir değere eşitlendiğinde iterasyona son verilir.

5. GERÇEK VERİ SETİ UYGULAMASI

Bu bölümde kullanılan gerçek verilerle, brüt reel yatırımların (I:Y), firmaların reel değerine (CAP:X1) ve reel sermaye stokuna (PL:X2) nasıl bağlı olduğuyla ilgilenmiştir. Her bir şirkete ait üç adet değişkenlere ilişkin veriler 1935-1954 yılları için verilmiştir (Gujarati 2003). Bu veri seti için bulunan EKK modeli; $y_t = 0.110096x_{1,t} + 0.303393 x_{2,t}$ şeklinde bulunmuş ve parametre başlangıç değerleri olarak $\phi = 0.2$ ve $\beta = \beta_1, \beta_2' = 0.110096, 0.303393'$ kullanılmıştır.

Çizelge 5.1’de bu veri seti için bulunan sonuçlar verilmiştir. Tablonun birinci ve ikinci sütununda AR(1) hata terimine sahip olmayan (klasik regresyon modeli) için EKK tahminleri verilmiştir. Sütun üç-altıda AR(1) hata terimli model için bölüm 3’ de ele alınan her bir dağılıma ait parametre tahminleri için sonuçlar verilmiştir. Çarpık t dağılımı için çarpıklık parametresinin farklı değerleri için elde edilen tahminler verilmiştir.

Çizelge 5.1 Gerçek veri seti uygulaması sonucunda elde edilen parametre tahminleri

	$\beta_1(EKK)$	$\beta_2 EKK$	β_1	β_2	ϕ	σ^2	ν (sabit)
Normal	0.110096	0.303393	0.080128	0.514779	0.9073	3.081275	-
Student t	0.110096	0.303393	0.113126	0.273365	0.0033	0.015815	3
Çarpık Normal ($\lambda = 0.03$)	0.110096	0.303393	0.00085	0.0052	0.0091	0.8544651	-
Çarpık t							
$\lambda = 1$	0.110096	0.303393	0.00080	0.00045	0.0625	6.289858	3
$\lambda = 0.03$	0.110096	0.303393	0.0013	0.0020	0.0038	1.584754	3
$\lambda = 0.01$	0.110096	0.303393	0.0012	0.0012	0.0035	1.589169	3

Sonuç olarak, student t dağılımından elde edilen tahminler başlangıç değerlerine en yakın olan tahminler olarak gözlenmiştir. Çarpık t ve çarpık normal dağılımlarında çarpıklık parametresi değiştikçe parametre değerlerinin klasik EKK’dan uzaklaştığı gözlenmiştir. Çarpık dağılımlardan elde edilen bu sonuçlar veride çarpıklığın ciddi ölçülerde olmadığını göstermektedir. AR(1) hata terimli model için student t dağılımından ve normal dağılımdan elde edilen sonuçların farklılık göstermesinden

dolayı verinin kalın kuyruklu bir dağılıma sahip olabileceği veya veride sapan gözlemlerin olabileceği durumunu gösterebilir.

6. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, (3.1) modelinde yani hataların AR(1) yapısına sahip olduğu durum altında, hatalar için varsayılan Azzalini tipi çarpık normal, Azzalini tipi çarpık t dağılımları için önerilen tahmin ediciler ve normal dağılım ile student t dağılımına ait parametre tahminlerinin performansları karşılaştırılmıştır.

Parametrelerin tahmin edicilerinin performanslarının karşılaştırılmasında, tahmin edilen parametrelere ait hata kare ortalamaları (HKO) ve yanlar kullanılmıştır. Kullanılan veriler aşağıdaki model için $x_t \sim N(0,1)$ olacak şekilde üretilmiştir.

$$y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t,i} + a_t$$

Bu durum için üç farklı açıklayıcı değişken gruplandırması kullanılmıştır. Birinci durumda açıklayıcı değişkenlerin parametreleri $\beta_1 = 0.2$ ikinci durumda $\beta = \beta_1, \beta_2, \beta_3' = 0.2, 0.3, 0.5'$ ve üçüncü durumda $\beta = \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5' = 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9'$ şeklinde kullanılmıştır. Her bir durum için $\phi = 0.2$ başlangıç değeri olarak kullanılmış ve dört farklı hata durumu ele alınmıştır. Bu durumlar;

Durum I: $a_t \sim N(0,0.5)$, olacak şekilde normal dağılım

Durum II: $a_t \sim t_3$, serbestlik derecesi 3 olan student t dağılımı

Durum III: $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ Azzalini tipi çarpık normal dağılım

Durum IV: $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ Azzalini tipi çarpık t dağılımı

şeklinde verilmiştir.

Birinci durumda, hataların normal dağılımdan geldiği yapı için klasik durum ele alınmış, ikinci durumda hataların normal dağılıma alternatif olarak simetrik ama kalın kuyruklu dağılımdan gelmiş olabileceği varsayımı ele alınmış, üçüncü durum ise hata dağılımlarının fazla çarpık olmasada çarpıklığın olacağı durumları modellemek için ele alınmış burada kalın kuyruklu düşünülmemiştir. Dördüncü durum ise hataların hem

kalın kuyruklu hem de çarpık dağılımlardan gelebileceği durumunu incelemek için ele alınmıştır.

Bu çalışmada her bir durum için, örneklem boyutları; 25, 50, 100 ve 200 olmak üzere ayrı ayrı incelenmiş ve bu durum 100 tekrar sayısı ile tekrar edilmiştir. Ele alınan her bir durum için 3. bölümde verilen dağılımlardan için bulunan her bir tahmin edici sırasıyla kullanılmıştır. Dolayısıyla simülasyonda 16 durum ele alınmıştır. Çarpık dağılımlar için çarpıklık parametresi λ , student t ve çarpık t dağılımda ise serbestlik derecesi sabit olarak alınmıştır. Özel olarak tahminlerde serbestlik derecesinin sabit alınmasının nedeni tahmin edicilerin robust olma özelliğinin korunmasıdır. Simülasyon hesaplamaları MATLAB programında yapılmış, programda kullanılan kodlar Ek 1’ de verilmiştir.

Çizelge 6.1-6.16’ da simülasyon sonuçları verilmiştir. Bu tablolardaki HKO (Hata Kare Ortalamalar) ve yanlar (bias) kullanılarak, tahmin edicilerin performansları sonuç bölümünde kıyaslanmıştır.

Çizelge 6.1 $a_t \sim N(0,0.5)$ ve $n=25$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	1.Normal Dağılım	4.Student t	2.Çarpık Normal	3.Çarpık t
Durum 1: $a_t \sim N(0,0.5)$				
β_1	0.0036 -0.0017	0.0023 -0.0009	0.0060 -0.0485	0.0026 -0.0133
ϕ	0.0398 0.0293	0.0285 0.0209	0.0523 0.0070	0.0464 0.0646
σ^2	0.0825 -0.2809	0.0874 -0.2925	0.0774 -0.2714	0.0855 -0.2892
β_1	0.0100 0.0074	0.0074 0.0053	0.0156 -0.0744	0.0082 0.0190
β_2	0.0107 -0.0108	0.0074 -0.0082	0.0205 -0.0936	0.0076 0.0055
β_3	0.0084 -0.0077	0.0057 -0.0023	0.0158 -0.0805	0.0060 -0.0062
ϕ	0.0490 -0.0034	0.0333 -0.0043	0.0670 0.0261	0.0527 0.0337
σ^2	0.0874 -0.2886	0.0917 -0.2993	0.0705 -0.2565	0.0895 -0.2954
β_1	0.0127 -0.0104	0.0096 -0.0105	0.0217 -0.0987	0.0109 0.0111
β_2	0.0128 -0.0172	0.0103 -0.0150	0.0290 -0.1251	0.0109 -0.0242
β_3	0.0464 -0.0260	0.0338 -0.0249	0.3260 -0.5254	0.0395 -0.0579
β_4	0.0117 0.0163	0.0088 0.0144	0.0137 -0.0212	0.0103 0.0295
β_5	0.0131 -0.0117	0.0095 -0.0113	0.0418 -0.1662	0.0107 -0.0319
ϕ	0.0763 0.0023	0.0548 0.0110	0.0736 0.0584	0.0925 0.0575
σ^2	0.1132 -0.3319	0.1132 -0.3335	0.0575 -0.2314	0.1107 -0.3296

Çizelge 6.2 $a_t \sim N(0, 0.5)$ ve $n=50$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 1: $a_t \sim N(0, 0.5)$				
β_1	0.0052 0.0025	0.0054 0.0011	0.0129 -0.0867	0.0055 0.0012
ϕ	0.0199 -0.0019	0.0218 -0.0024	0.0247 -0.0092	0.0234 0.0356
σ^2	0.0753 -0.2712	0.0803 -0.2815	0.0683 -0.2575	0.0790 -0.2790
β_1	0.0051 -0.0076	0.0058 -0.0068	0.0190 -0.1179	0.0069 -0.0036
β_2	0.0037 -0.0031	0.0046 -0.0015	0.0084 -0.0666	0.0047 0.0004
β_3	0.0041 -0.0126	0.0042 -0.0114	0.0170 -0.1139	0.0056 -0.0197
ϕ	0.0213 -0.0055	0.0245 -0.0089	0.0276 -0.0319	0.0221 0.0291
σ^2	0.0731 -0.2671	0.0793 -0.2799	0.0559 -0.2323	0.0779 -0.2774
β_1	0.0061 -0.0053	0.0070 -0.0028	0.0182 -0.1113	0.0093 0.0003
β_2	0.0074 0.0093	0.0072 0.0087	0.0430 -0.1873	0.0084 0.0050
β_3	0.0049 -0.0050	0.0054 -0.0028	0.0174 -0.1112	0.0056 -0.0042
β_4	0.0047 -0.0098	0.0054 -0.0086	0.0250 -0.1437	0.0065 -0.0022
β_5	0.0088 -0.0037	0.0091 -0.0036	0.0576 -0.2188	0.0094 -0.0006
ϕ	0.0272 0.0167	0.0294 0.0118	0.0355 -0.0405	0.0327 0.0566
σ^2	0.0817 -0.2817	0.0868 -0.2926	0.0541 -0.2275	0.0853 -0.2900

Çizelge 6.3 $a_t \sim N(0, 0.5)$ ve $n=100$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 1: $a_t \sim N(0, 0.5)$				
β_1	0.0019 -0.0026	0.0053 -0.0020	0.0128 -0.1047	0.0141 -0.0052
ϕ	0.0112 0.0213	0.0074 0.0195	0.0123 0.0169	0.0136 0.0597
σ^2	0.0711 -0.2643	0.0761 -0.2745	0.0636 -0.2995	0.0748 -0.2721
β_1	0.0022 -0.0014	0.0035 0.0003	0.0216 -0.1392	0.0016 -0.0051
β_2	0.0022 0.0084	0.0035 0.0078	0.0095 -0.0851	0.0017 0.0112
β_3	0.0018 0.0053	0.0022 0.0060	0.0095 -0.0876	0.0012 0.0061
ϕ	0.0091 0.0182	0.0095 0.0144	0.0113 -0.0014	0.0119 0.0551
σ^2	0.0684 -0.2595	0.0745 -0.2719	0.0490 -0.2188	0.0731 -0.2693
β_1	0.0032 -0.0030	0.0042 -0.0017	0.0161 -0.1135	0.0044 -0.0057
β_2	0.0023 0.0015	0.0036 0.0019	0.0140 -0.1080	0.0037 0.0069
β_3	0.0026 0.0004	0.0039 -0.0003	0.0181 -0.1244	0.0040 0.0046
β_4	0.0029 0.0098	0.0031 0.0066	0.0185 -0.1248	0.0032 0.0077
β_5	0.0027 0.0013	0.0037 0.0002	0.0176 -0.1217	0.0048 -0.0023
ϕ	0.0115 0.0062	0.0139 0.0059	0.0142 -0.0276	0.0137 0.0437
σ^2	0.0747 -0.2712	0.0791 -0.2802	0.0411 -0.1996	0.0778 -0.2779

Çizelge 6.4 $a_t \sim N(0,0.5)$ ve $n=200$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 1: $a_t \sim N(0,0.5)$				
β_1	0.0014 -0.0005	0.0020 -0.0004	0.0108 -0.0965	0.0020 -0.0020
ϕ	0.0040 -0.0049	0.0056 -0.0032	0.0052 -0.0137	0.0047 0.0325
σ^2	0.0675 -0.2582	0.0732 -0.2698	0.0603 -0.2439	0.0720 -0.2676
β_1	0.0011 0.0052	0.0017 0.0049	0.0157 -0.1210	0.0027 0.0051
β_2	0.0011 -0.0030	0.0018 -0.0022	0.0130 -0.1091	0.0029 -0.0024
β_3	0.0013 -0.0048	0.0018 -0.0032	0.0195 -0.1351	0.0029 -0.0073
ϕ	0.0045 -0.0107	0.0050 -0.0088	0.0058 -0.0374	0.0049 0.0262
σ^2	0.0670 -0.2577	0.0735 -0.2705	0.0459 -0.2129	0.0773 -0.2683
β_1	0.0011 0.0062	0.0017 -0.0016	0.0232 -0.1487	0.0018 -0.0066
β_2	0.0012 -0.0026	0.0019 -0.0022	0.0124 -0.1053	0.0029 0.0010
β_3	0.0010 0.0016	0.0019 -0.0033	0.0158 -0.1201	0.0029 -0.0022
β_4	0.0010 0.0014	0.0018 0.0025	0.0125 -0.1063	0.0018 0.0032
β_5	0.0012 -0.0013	0.0017 0.0014	0.0230 -0.1481	0.0017 0.0001
ϕ	0.0057 0.0240	0.0063 -0.0012	0.0082 -0.0409	0.0064 0.0371
σ^2	0.0657 -0.2552	0.0728 -0.2693	0.0334 -0.1810	0.0715 -0.2668

Çizelge 6.5 $a_t \sim t_3$ ve $n=25$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 2: $a_t \sim t_3$				
β_1	0.1447 0.0932	0.0252 0.0097	0.1377 -0.0472	0.0259 0.0225
ϕ	0.0299 0.0241	0.0072 -0.0063	0.0320 0.0188	0.0086 -0.0216
σ^2	7.7239 2.0401	0.0269 0.1198	17.1968 2.7249	0.0312 0.1309
β_1	0.0660 0.0305	0.0154 0.0121	0.0695 -0.0360	0.0157 0.0175
β_2	0.1868 0.0174	0.0353 0.0092	0.1879 -0.0418	0.0362 -0.0014
β_3	0.2065 -0.0369	0.0382 0.0025	0.2286 -0.1474	0.0416 -0.0024
ϕ	0.0450 0.0577	0.0109 0.0267	0.0504 0.0395	0.0094 -0.0056
σ^2	9.6070 2.0494	0.0206 0.0914	617.2940 5.1411	0.0241 0.1055
β_1	0.1691 -0.0465	0.0386 -0.0057	0.2165 -0.2262	0.0385 -0.0001
β_2	0.0670 -0.0059	0.0174 -0.0227	0.0720 -0.0419	0.0168 -0.0112
β_3	0.2123 -0.0922	0.0523 -0.0263	0.3276 -0.3375	0.0523 -0.0211
β_4	0.1075 0.0093	0.0238 0.0058	0.1213 -0.1276	0.0236 0.0159
β_5	0.0943 0.0253	0.0235 0.0224	0.1021 -0.0383	0.0232 0.0218
ϕ	0.0587 0.0484	0.0178 0.0239	0.0774 0.0271	0.0155 0.0059
σ^2	2.5894 1.2372	0.0150 0.0531	68.4382 2.3326	0.0170 0.0646

Çizelge 6.6 $a_t \sim t_3$ ve n=50 için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 2: $a_t \sim t_3$				
β_1	0.0416 -0.0057	0.0088 0.0064	0.0533 -0.1089	0.0090 0.0093
ϕ	0.0125 0.0118	0.0047 0.0141	0.0128 0.0090	0.0042 -0.0154
σ^2	8.9639 2.2356	0.0336 0.1620	16.9030 2.8334	0.0389 0.1750
β_1	0.0528 0.0134	0.0070 -0.0011	0.0320 -0.0671	0.0070 0.0053
β_2	0.0656 -0.0094	0.0104 0.0084	0.0573 -0.0703	0.0104 0.0102
β_3	0.0466 -0.0183	0.0105 -0.0035	0.0629 -0.1073	0.0109 0.0010
ϕ	0.0204 -0.0055	0.0052 -0.0018	0.0199 0.0006	0.0055 -0.0236
σ^2	9.4596 2.1814	0.0258 0.1423	287.5361 0.3130	0.0303 0.1550
β_1	0.0461 -0.0016	0.0090 0.0022	0.0506 -0.0666	0.0089 0.0072
β_2	0.0452 -0.0037	0.0104 0.0054	0.0547 -0.0956	0.0106 0.0133
β_3	0.0511 -0.0131	0.0128 -0.0109	0.0659 -0.1222	0.0133 -0.0077
β_4	0.0482 -0.0106	0.0092 0.0014	0.0665 -0.1338	0.0092 0.0001
β_5	0.0518 -0.0371	0.0116 -0.0193	0.0635 -0.1123	0.0111 -0.0072
ϕ	0.0286 0.0089	0.0080 0.0103	0.0300 0.0207	0.0075 -0.0166
σ^2	15.8886 2.0478	0.0195 0.1134	19.0245 2.4497	0.0229 0.1260

Çizelge 6.7 $a_t \sim t_3$ ve n=100 için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 2: $a_t \sim t_3$				
β_1	0.0329 0.0101	0.0048 0.0068	0.0423 -0.0989	0.0050 0.0080
ϕ	0.0072 -0.0042	0.0020 -0.0050	0.0107 0.0090	0.0029 -0.0297
σ^2	6.9840 2.1805	0.0305 0.1641	15.6743 -3.1700	0.0352 0.1765
β_1	0.0242 -0.0114	0.0043 -0.0058	0.0558 -0.1773	0.0043 -0.0023
β_2	0.0278 0.0053	0.0057 -0.0009	0.0375 -0.0976	0.0058 -0.0010
β_3	0.0320 -0.0374	0.0062 -0.0055	0.0650 -0.1859	0.0066 -0.0036
ϕ	0.0096 -0.0022	0.0024 0.0011	0.0105 -0.0076	0.0031 -0.0238
σ^2	11.1368 2.3976	0.0315 0.1677	274.4678 1.8949	0.0360 0.1796
β_1	0.0347 -0.0123	0.0058 0.0018	0.0498 -0.0576	0.0059 -0.0036
β_2	0.0266 -0.0045	0.0044 -0.0008	0.0515 -0.0816	0.0046 0.0034
β_3	0.0355 -0.0257	0.0046 -0.0107	0.0629 -0.1012	0.0047 -0.0041
β_4	0.0259 -0.0026	0.0040 0.0002	0.0627 -0.1138	0.0042 -0.0025
β_5	0.0305 0.0023	0.0046 -0.0052	0.0614 -0.1027	0.0047 -0.0098
ϕ	0.0088 0.0039	0.0021 0.0021	0.0269 0.0198	0.0027 -0.0219
σ^2	8.5589 2.3353	0.0283 0.1600	17.0245 2.2457	0.0325 0.1715

Çizelge 6.8 $a_t \sim t_3$ ve n=200 için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 2: $a_t \sim t_3$				
β_1	0.0142 -0.0045	0.0024 -0.0018	0.0280 -0.1170	0.0025 0.0008
ϕ	0.0047 0.0067	0.0008 0.0001	0.0051 0.0071	0.0017 -0.0236
σ^2	9.1897 2.4543	0.0320 0.1747	15.1523 3.0099	0.0365 0.1866
β_1	0.0156 -0.0223	0.0030 -0.0118	0.0423 -0.1652	0.0030 -0.0050
β_2	0.0109 0.0059	0.0018 -0.0010	0.0206 -0.0982	0.0018 0.0013
β_3	0.0179 0.0057	0.0022 -0.0011	0.0341 -0.1275	0.0021 -0.0020
ϕ	0.0043 -0.0018	0.0009 -0.0015	0.0043 -0.0031	0.0018 -0.0265
σ^2	26.3397 2.8089	0.0313 0.1724	35.7716 3.4220	0.0360 0.1848
β_1	0.0134 0.0084	0.0027 0.0056	0.0235 -0.0999	0.0026 -0.0010
β_2	0.0182 -0.0085	0.0025 -0.0027	0.0295 -0.1072	0.0026 -0.0086
β_3	0.0158 -0.0237	0.0025 -0.0075	0.0296 -0.1196	0.0025 -0.0072
β_4	0.0133 -0.0075	0.0031 -0.0013	0.0267 -0.1150	0.0032 -0.0049
β_5	0.0277 -0.0396	0.0022 -0.0105	0.0489 -0.1493	0.0025 -0.0186
ϕ	0.0045 -0.0039	0.0011 -0.0041	0.0052 -0.0121	0.0022 -0.0291
σ^2	39.1282 2.9088	0.0299 0.1689	16.1829 2.7987	0.0367 0.1838

Çizelge 6.9 $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ ve n=25 için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 3: $a_t \sim SN(0.2, 0, 0.5)$				
β_1	0.0260 -0.0098	0.0162 -0.0101	0.0477 -0.1494	0.0166 -0.0048
ϕ	0.0410 0.0237	0.0233 0.0209	0.0403 -0.0189	0.0281 0.0301
σ^2	0.0233 -0.0770	0.0347 -0.1699	0.0211 -0.0575	0.0345 -0.1694
β_1	0.0188 0.0077	0.0112 0.0060	0.0461 -0.1685	0.0120 0.0135
β_2	0.0133 -0.0052	0.0079 -0.0062	0.0290 -0.1293	0.0083 -0.0041
β_3	0.0235 0.0105	0.0140 0.0085	0.0504 -0.1584	0.0149 -0.0021
ϕ	0.0674 0.0197	0.0396 0.0115	0.0686 -0.0755	0.0491 0.0244
σ^2	0.0260 -0.1117	0.0409 -0.1905	0.0165 -0.0552	0.0405 -0.1894
β_1	0.0635 0.0479	0.0393 0.0408	0.0986 -0.1922	0.0437 0.0473
β_2	0.0404 0.0002	0.0233 -0.0029	0.0447 -0.0863	0.0248 -0.0098
β_3	0.0351 -0.0237	0.0226 -0.0179	0.0408 -0.0911	0.0239 -0.0157
β_4	0.0172 -0.0000	0.0105 0.0018	0.0352 -0.1338	0.0109 0.0063
β_5	0.0319 0.0171	0.0203 0.0196	0.0865 -0.2215	0.0213 0.0160
ϕ	0.0914 0.0569	0.0498 0.0425	0.0899 -0.0837	0.0599 0.0419
σ^2	0.0298 -0.1298	0.0448 -0.2006	0.0158 -0.0443	0.0449 -0.2008

Çizelge 6.10 $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ ve n=50 için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 3: $a_t \sim SN(0.2, 0, 0.5)$				
β_1	0.0099 0.0177	0.0059 0.0107	0.0195 -0.1019	0.0059 0.0062
ϕ	0.0263 0.0228	0.0146 0.0151	0.0286 -0.0273	0.0172 0.0205
σ^2	0.0103 -0.0442	0.0245 -0.1494	0.0093 -0.0286	0.0244 -0.1492
β_1	0.0100 0.0027	0.0053 0.0038	0.0171 -0.0843	0.0056 0.0056
β_2	0.0096 -0.0127	0.0059 -0.0079	0.0266 -0.1306	0.0060 0.0005
β_3	0.0068 -0.0132	0.0041 -0.0107	0.0115 -0.0670	0.0043 -0.0114
ϕ	0.0259 0.0431	0.0142 0.0312	0.0233 -0.0298	0.0165 0.0350
σ^2	0.0118 -0.0446	0.0262 -0.1522	0.0105 -0.0144	0.0264 -0.1526
β_1	0.0063 0.0024	0.0040 -0.0008	0.0121 -0.0768	0.0041 -0.0010
β_2	0.0128 0.0122	0.0073 0.0088	0.0376 -0.1572	0.0075 -0.0011
β_3	0.0135 -0.0283	0.0075 -0.0191	0.0216 -0.0912	0.0076 -0.0032
β_4	0.0144 0.0038	0.0086 0.0029	0.0416 -0.1622	0.0089 -0.0052
β_5	0.0100 0.0153	0.0059 0.0086	0.0331 -0.1516	0.0062 0.0097
ϕ	0.0308 0.0278	0.0179 0.0250	0.0297 -0.0436	0.0206 0.0352
σ^2	0.0133 -0.0755	0.0307 -0.1689	0.0079 -0.0022	0.0305 -0.1683

Çizelge 6.11 $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ ve n=100 için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 3: $a_t \sim SN(0.2, 0, 0.5)$				
β_1	0.0045 -0.0070	0.0027 -0.0043	0.0177 -0.1141	0.0027 0.0016
ϕ	0.0101 0.0188	0.0057 0.0158	0.0112 -0.0293	0.0067 0.0193
σ^2	0.0059 -0.0013	0.0170 -0.1241	0.0060 0.0120	0.0171 -0.1246
β_1	0.0091 0.0117	0.0048 0.0090	0.0345 -0.1594	0.0048 -0.0029
β_2	0.0047 0.0010	0.0024 -0.0022	0.0229 -0.1355	0.0026 -0.0045
β_3	0.0047 -0.0149	0.0028 -0.0135	0.0316 -0.1654	0.0028 -0.0073
ϕ	0.0109 0.0361	0.0059 0.0221	0.0103 -0.0200	0.0070 0.0279
σ^2	0.0047 -0.0158	0.0185 -0.1319	0.0059 0.0365	0.0186 -0.1323
β_1	0.0050 0.0202	0.0031 0.0180	0.0174 -0.1139	0.0029 0.0034
β_2	0.0059 -0.0034	0.0030 -0.0013	0.0167 -0.1040	0.0032 -0.0028
β_3	0.0050 -0.0038	0.0030 -0.0042	0.0198 -0.1218	0.0031 -0.0044
β_4	0.0065 0.0140	0.0038 0.0111	0.0211 -0.1211	0.0039 0.0103
β_5	0.0047 -0.0098	0.0028 -0.0093	0.0150 -0.1021	0.0028 -0.0063
ϕ	0.0124 0.0326	0.0063 0.0246	0.0123 -0.0298	0.0077 0.0300
σ^2	0.0053 -0.0342	0.0218 -0.1435	0.0054 0.0318	0.0219 -0.1437

Çizelge 6.12 $a_t \sim SN(\lambda = 0.2, 0, 0.5)$ ve n=200 için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 3: $a_t \sim SN(0.2, 0, 0.5)$				
β_1	0.0020 -0.0083	0.0011 -0.0057	0.0153 -0.1157	0.0012 -0.0065
ϕ	0.0051 0.0205	0.0030 0.0138	0.0055 -0.0229	0.0035 0.0177
σ^2	0.0030 -0.0161	0.0171 -0.1284	0.0026 -0.0030	0.0172 -0.1287
β_1	0.0023 -0.0081	0.0012 -0.0061	0.0152 -0.1145	0.0012 -0.0052
β_2	0.0020 0.0028	0.0012 0.0033	0.0122 -0.1011	0.0012 -0.0005
β_3	0.0035 0.0084	0.0018 0.0064	0.0174 -0.1181	0.0018 0.0024
ϕ	0.0058 0.0291	0.0034 0.0203	0.0055 -0.0268	0.0040 0.0241
σ^2	0.0023 -0.0086	0.0163 -0.1250	0.0033 0.0310	0.0164 -0.1253
β_1	0.0024 0.0038	0.0013 0.0038	0.0070 -0.0679	0.0013 0.0009
β_2	0.0032 -0.0186	0.0019 -0.0153	0.0160 -0.1144	0.0019 -0.0106
β_3	0.0023 -0.0120	0.0013 -0.0072	0.0144 -0.1106	0.0013 -0.0058
β_4	0.0034 -0.0084	0.0019 -0.0056	0.0144 -0.1055	0.0019 -0.0037
β_5	0.0024 -0.0077	0.0015 -0.0057	0.0138 -0.1065	0.0015 0.0001
ϕ	0.0054 0.0320	0.0030 0.0205	0.0063 -0.0307	0.0035 0.0243
σ^2	0.0024 -0.0196	0.0181 -0.1328	0.0031 0.0322	0.0183 -0.1333

Çizelge 6.13 $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ ve n=25 için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 4: $a_t \sim St_3(0.2, 0, 0.5)$				
β_1	0.0341 -0.0083	0.0144 -0.0090	0.0482 -0.1189	0.0148 -0.0178
ϕ	0.0344 0.0035	0.0164 0.0046	0.0435 -0.0223	0.0181 -0.0012
σ^2	0.8924 0.5809	0.0120 -0.0495	1.2234 0.6591	0.0121 -0.0474
β_1	0.0882 -0.0187	0.0105 0.0139	0.1155 -0.1534	0.0103 0.0125
β_2	0.0717 0.0192	0.0212 0.0115	0.0931 -0.1533	0.0219 0.0138
β_3	0.1054 -0.0469	0.0359 -0.0253	0.1810 -0.2623	0.0376 -0.0237
ϕ	0.0594 0.0220	0.0254 0.0115	0.0578 -0.0139	0.0226 0.0085
σ^2	8.1571 0.8904	0.0124 -0.0626	3.8133 0.6026	0.0121 -0.0575
β_1	0.0702 0.0243	0.0194 0.0210	0.0793 -0.1052	0.0191 0.0104
β_2	0.1138 -0.0214	0.0367 0.0063	0.2028 -0.3141	0.0382 -0.0029
β_3	0.0726 0.0109	0.0207 0.0002	0.0686 -0.0463	0.0217 -0.0047
β_4	0.0862 0.0042	0.0267 0.0129	0.1219 -0.1946	0.0265 0.0052
β_5	0.0715 0.0027	0.0169 -0.0020	0.1208 -0.2306	0.0186 -0.0018
ϕ	0.0977 0.0498	0.0365 0.0424	0.0698 0.0401	0.0370 0.0470
σ^2	1.0876 0.4757	0.0212 -0.1175	1.9627 0.6666	0.0208 -0.1142

Çizelge 6.14 $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ ve $n=50$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 4: $a_t \sim St_3(0.2, 0, 0.5)$				
β_1	0.0318 -0.0091	0.0071 -0.0022	0.0454 -0.1190	0.0071 -0.0046
ϕ	0.0195 0.0370	0.0079 0.0212	0.0185 0.0113	0.0080 0.0123
σ^2	1.5623 0.8936	0.0070 -0.0239	1.7116 0.9470	0.0070 -0.0221
β_1	0.0394 -0.0300	0.0091 -0.0154	0.0600 -0.1467	0.0092 -0.0113
β_2	0.0388 0.0688	0.0090 0.0242	0.0352 -0.0398	0.0086 0.0055
β_3	0.0190 0.0161	0.0049 0.0127	0.0211 -0.0510	0.0052 0.0050
ϕ	0.0215 0.0284	0.0067 0.0119	0.0206 0.0063	0.0081 0.0115
σ^2	1.4622 0.7923	0.0066 -0.0336	1.7439 0.8824	0.0065 -0.0313
β_1	0.0308 0.0045	0.0086 -0.0013	0.0526 -0.1434	0.0088 0.0039
β_2	0.0467 -0.0106	0.0092 -0.0013	0.1117 -0.2509	0.0096 0.0097
β_3	0.0402 0.0230	0.0104 0.0105	0.0740 -0.1808	0.0108 0.0125
β_4	0.0312 -0.0099	0.0077 -0.0160	0.0416 -0.1035	0.0078 -0.0117
β_5	0.0465 -0.0372	0.0078 -0.0054	0.1002 -0.2235	0.0080 -0.0063
ϕ	0.0296 0.0125	0.0104 0.0041	0.0329 -0.0445	0.0104 -0.0013
σ^2	2.1745 0.7922	0.0096 -0.0650	2.7052 0.9465	0.0094 -0.0628

Çizelge 6.15 $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ ve $n=100$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 4: $a_t \sim St_3(0.2, 0, 0.5)$				
β_1	0.0122 -0.0089	0.0032 -0.0097	0.0260 -0.1177	0.0031 -0.0058
ϕ	0.0112 0.0318	0.0038 0.0154	0.0099 0.0060	0.0031 0.0037
σ^2	2.7172 0.9621	0.0033 -0.0176	2.9975 1.0320	0.0032 -0.0165
β_1	0.0091 -0.0208	0.0027 -0.0094	0.0220 -0.1149	0.0028 -0.0087
β_2	0.0136 0.0029	0.0038 0.0003	0.0259 -0.1098	0.0039 0.0032
β_3	0.0178 0.0344	0.0039 0.0202	0.0237 -0.0869	0.0039 0.0145
ϕ	0.0092 0.0277	0.0028 0.0137	0.0082 -0.0026	0.0033 0.0084
σ^2	1.3932 0.8591	0.0028 -0.0192	1.7839 0.9591	0.0028 -0.0183
β_1	0.0201 0.0036	0.0049 -0.0018	0.0431 -0.1488	0.0050 0.0013
β_2	0.0143 0.0159	0.0035 0.0040	0.0158 -0.0420	0.0036 -0.0003
β_3	0.0158 -0.0180	0.0031 -0.0043	0.0309 -0.1249	0.0032 -0.0017
β_4	0.0213 0.0097	0.0041 0.0094	0.0401 -0.1377	0.0041 0.0055
β_5	0.0157 -0.0146	0.0028 -0.0036	0.0251 -0.0984	0.0028 -0.0030
ϕ	0.0130 0.0111	0.0037 0.0089	0.0138 -0.0210	0.0042 0.0009
σ^2	2.0380 0.9734	0.0023 -0.0156	2.6635 1.1228	0.0024 -0.0134

Çizelge 6.16 $a_t \sim St_3$ $\lambda = 0.2, 0, 0.5$ ve $n=200$ için tahminlerin HKO ve Yan değerleri

	Normal Dağılım	Student t	Çarpık Normal	Çarpık t
Durum 4: $a_t \sim St_3(0.2, 0, 0.5)$				
β_1	0.0063 0.0039	0.0016 0.0038	0.0162 -0.0989	0.0016 0.0010
ϕ	0.0046 0.0134	0.0016 0.0075	0.0046 -0.0089	0.0018 0.0013
σ^2	1.3853 0.9801	0.0015 -0.0038	1.6308 1.0580	0.0016 -0.0029
β_1	0.0077 -0.0127	0.0017 -0.0109	0.0282 -0.1431	0.0016 -0.0041
β_2	0.0052 -0.0061	0.0013 0.0030	0.0155 -0.1013	0.0013 0.0009
β_3	0.0062 0.0052	0.0018 0.0031	0.0151 -0.0953	0.0019 0.0023
ϕ	0.0047 0.0216	0.0010 0.0112	0.0046 -0.0106	0.0012 0.0064
σ^2	1.0539 0.8673	0.0011 -0.0127	1.4138 0.9746	0.0012 -0.0123
β_1	0.0045 -0.0003	0.0011 0.0043	0.0118 -0.0860	0.0011 0.0044
β_2	0.0059 0.0039	0.0016 0.0017	0.0121 -0.0788	0.0016 -0.0010
β_3	0.0105 -0.0252	0.0021 -0.0118	0.0262 -0.1277	0.0021 -0.0054
β_4	0.0077 -0.0059	0.0017 -0.0001	0.0202 -0.1108	0.0017 -0.0013
β_5	0.0059 0.0012	0.0014 -0.0001	0.0138 -0.0892	0.0014 0.0001
ϕ	0.0054 0.0174	0.0014 0.0128	0.0059 -0.0159	0.0013 0.0063
σ^2	1.3792 0.9782	0.0012 -0.0041	2.2221 1.1351	0.0012 -0.0040

7. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında AR(1) hata yapısına sahip regresyon modeli için parametre tahminleri EÇO yöntemiyle dört farklı dağılım varsayımı kullanılarak yapılmıştır. Literatürde kullanılan normal ve normal dağılımdan daha kalın kuyruklu bir alternatif olarak student t dağılımı varsayımlarından bahsedilmiştir. Literatürdeki çalışmalardan farklı olarak Azzalini tipi çarpık normal ve Azzalini tipi çarpık t dağılımları varsayımları ile EÇO yöntemi kullanılarak parametre tahminleri ve bu tahminlere ait simülasyon çalışması yapılmıştır.

Regresyon modelinin hatalarının AR(1) yapısına sahip olması durumunda, regresyon modeline ait parametre tahminleri, farklı sayıda açıklayıcı değişken kullanılarak yapılmıştır. Modeldeki parametre sayısı arttıkça ardışık bağımlılık katsayısı olan ϕ parametresinin tahminine ilişkin hata kareler ortalamasının büyüdüğü gözlenmiştir. ϕ parametresinin başlangıç değerinin 1'e yakın alındığı durumda, durağanlık varsayımı bozulduğu için parametre tahminlerinin bozulduğu simülasyon çalışması sonucunda gözlenmiştir. Bu sonuçlar tablolalarda kalabalıklığa neden olmaması açısından tablolastırılmamıştır.

Simülasyon sonuçlarına göre hata terimlerinin üretildiği dağılımlarla parametre tahmini için kullanılan dağılımlar aynı olduğunda, beklendiği üzere diğer durumlara göre daha iyi sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Aynı zamanda hataların çarpık normal dağılımdan geldiği varsayıldığında, normal dağılım ile yapılan parametre tahminleri, student t ve çarpık t kullanılarak yapılan parametre tahminlerinden daha iyi sonuçlar vermektedir. Aynı şekilde hatalar student t veya çarpık t dağılımından üretildiğinde, t dağılımları ile yapılan tahminler daha iyi sonuçlar vermektedir. Fakat hatalar t dağılımından geldiğinde normal dağılım ve çarpık normal dağılım kullanılarak yapılan tahminlerde varyansların büyüdüğü gözlenmektedir. Eğer hatalar normal dağılıyorsa ve tahminler t dağılımından geliyorsa parametre tahmini sonuçları birbirine çok yakın gelmektedir. Dolayısıyla bu tür problemlerde simetrik durumda t dağılımının kullanılması, çarpık durumda da çarpık t dağılımının kullanılması daha sağlıklı sonuçlar vermektedir. Bu çalışmada t dağılımının serbestlik derecesi sabit olarak alınmıştır ve sadece serbestlik derecesinin 3

olduğu durum tablolaştırılmıştır. Serbestlik derecesinin sabit olarak alınması ve özellikle de küçük alınması elde edilecek olan tahmin edicilerin robust olmasını garantilemiştir (Lucas 1997, Arslan ve Genç 2003, 2009).

Simölasyon çalışmasında parametre tahmin edicilerinin değeri hesaplanırken bölüm 4’te verilen IRA algoritmaları kullanılmıştır. Aslında IRA algoritmaları çarpık normal, t ve çarpık t dağılımları için EM algoritması olarak gösterilebilir (Dempster 1977, Lin vd. 2007, Liu ve Lin 2013). Yukarıda bahsedilen dağılımlar için verilen IRA algoritmalarının EM algoritması olduğu ileriki çalışmalarda yapılacaktır.

KAYNAKLAR

- Akdi, Y. 2011, Zaman Serileri Analizi. Gazi Kitapevi, Ankara.
- Akkaya, A. D. and Tiku, M.L., 2008. Robust Estimation in multiple linear regression model with non-Gaussian noise. Elsevier, 44, 2, 407–417.
- Alpuim, T. and El-Shaarawi, A., 2008. On the efficiency of regression analysis with AR(p) errors. Journal of Applied Statistics, 35:7, 717-737.
- Arslan, O. and Genç, A. İ., 2003. Robust location and scale estimation based on the univariate generalized t (GT) distribution. Communications in Statistics – Theory and Methods, 32:8, pp: 1505-1525.
- Arslan, O. and Genç, A. İ., 2009. The skew generalized t distribution as the scale mixture of a skew exponential power distribution and its applications in robust estimation. Statistics: A Journal of Theoretical and Applied Statistics, 43:5, pp: 481-498.
- Arslan, O., 2011. A review on the univariate skew t-distributions. Far East Journal of Theoretical Statistics, vol.34, Issue 1, pp. 17-34
- Azzalini, A., 1985. A class of distributions which includes the normal ones. Scand. Journal of Statistics, Vol:12, pp: 171-178.
- Azzalini, A., 1986. Further results on a class of distributions which includes the normal ones, Statistica, Vol: 46, pp: 199-208.
- Azzalini, A. and Capitanio, A., 2003 . Distributions generated by perturbation symmetry with emphasis on a multivariate skew *t*-distribution. J. Roy. Statist. Soc. Ser. B 65, pp: 367–389.
- Azzalini, A. 2005. The skew-normal distribution and related multivariate families (with discussion). Scand. J. Statist. Vol: 32, pp: 159–188 (C/R 189–200).
- Beach, C.M. and Mackinnon, J. G., 1978. A Maximum Likelihood Procedure for Regression with Autocorrelated Errors. Econometrica, vol. 46, no: 1, pp. 51-58.
- Box, E. P. G and Jenkins, M. G., 1976. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day: San Fransisco.
- Branco, M. D. and Dey, D. K., 2001. A general class of multivariate skew-elliptical distributions. J Multivariate Anal., vol. 79, pp. 79-113
- Cook, R. D. and Weisberg, S., 1982. Residuals and Influence in Regression. Chapman and Hall, London.

- Dempster, A.P., 1977. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 39, no: 1, pp. 1-38.
- Gupta, A. K., Chang, F. C. and Huang W. J., 2002. Some skew symmetric models, *Random Oper. Stochastic Equations* vol. 10, pp. 133-140
- Kınacı, İ., 2002. Hataları Otokorelasyonlu Lineer Olmayan Regresyonda Parametre Tahmini. Yüksek Lisans Tezi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Lin T., Lee, J.C. and Yen, S.Y., 2007. Finite Mixture Modelling Using the Skew Normal Distribution. *Statistica Sinica*, vol. 17; pp. 909-927.
- Liu, M. and Lin, T., 2013. A Skew-Normal Mixture Regression Model. *Educational and Psychological Measurement*.
- Lucas, A. 1997. Robustness of the student t based M-estimator. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 26(5), pp: 1165-1182.
- Rahman, A. and Khan, S., 2007. Prediction Distribution for Linear Regression Model with Multivariate Student-T Errors Under the Bayesian Approach. 3rd International Conference on Research and Education in Mathematics (ICREM3), 10-12 April 2007, Kuala Lumpur, Malaysia.
- Tiku, M.L., vd. 1999. Estimating Parameters In Autoregressive Models In Non-Normal Situations: Symmetric Innovations. Working Paper.
- Wong, W. and Bian, G., 2013. Estimating Parameters in Autoregressive Models with Asymmetric Innovations. NUS, Department of Statistics, 0408.

EK 1 Matlab Program Kodları

```
clc;
clear all;close all
%% Girdiler olusturulur
p=3;n=201;beta=[0.2;0.3;0.5];% p= [1 3 5] n= [26 51 101 201] beta=[0.2 0.3 0.5 0.7
0.9]
iter=30;rep=100;
lamda=0.2;phi0=0.2;sigma0=0.5;nu=3;
betanormal(:,1)=beta;betastudent(:,1)=beta;betacarpiknormal(:,1)=beta;betacarpikstuden
t(:,1)=beta;
X=zeros(n,p);
betanormalsum=zeros(p,1);betacarpiknormalsum=zeros(p,1);betastudentsum=zeros(p,1)
;betacarpikstudentsum=zeros(p,1);
betanormalhko=zeros(p,1);betacarpiknormalhko=zeros(p,1);betastudenthko=zeros(p,1);
betacarpikstudenthko=zeros(p,1);
phinormalsum=0;phicarpiknormalsum=0;phistudentsum=0;phicarpikstudentsum=0;
phinormalhko=0;phicarpiknormalhko=0;phistudenthko=0;phicarpikstudenthko=0;
sigmanormalsum=0;sigmacarpiknormalsum=0;sigmastudentsum=0;sigmacarpikstudents
um=0;
sigmanormalhko=0;sigmacarpiknormalhko=0;sigmastudenthko=0;sigmacarpikstudenth
ko=0;
%% X matrisi olusturulur
X=normrnd(0,1,n,p) ;
%% GERCEK VERI
%X=İMPORT
%Y=İMPORT
%% Parametre Tahmini Yapılır
for k=1:rep
    %% VERİ ÜRETME
    ehata=zeros(n,1);ehata(1)=0;
    ahata=normrnd(0,sigma0,n,1);
    %ahata=trnd(nu,n,1);
    %ahata=skwnormalrnd(n,lamda,sqrt(sigma0),0);
    %ahata=skwstudentrnd(n,lamda,0,sqrt(sigma0),nu);
    for i=2:n
        ehata(i)=ahata(i)+phi0*ehata(i-1);
    end
    Y=X*beta+ehata;
    %% W ve Z HESABI
    for c=2:n % CARPIK NORMAL
        zcn(c)=((Y(c)-phi0*Y(c-1))-(X(c,:)-phi0*X(c-1,:))*beta)/sqrt(sigma0);
        lazcn=lamda*zcn(c);
        wcn(c)=normpdf(lazcn,0,1)/normcdf(lazcn,0,1);
    end
    for d=2:n % STUDENT
```

```

wst(d)=(nu+1)/(nu+(((Y(d)-phi0*Y(d-1))-(X(d,:)-phi0*X(d-1,:))*beta)^2)
/sigma0);
end
for e=2:n % CARPIK T
    zcst(e)=((Y(e)-phi0*Y(e-1))-(X(e,:)-phi0*X(e-1,:))*beta) /sqrt(sigma0);
    lazcst=lamda*zcst(e);
    wcst(e)=(nu+1)/(nu+zcst(e)^2);

gamcst(e)=(nu/(nu+1))*((tpdf(lazcst*sqrt(wcst(e)),nu+1))/(tcdf(lazcst*sqrt(wcst(e)),nu+
1)));
end
%% PARAMETRE TAHMINLERINI BULMA
for i=2:iter
    phinormal(i)=phibulnormal(X,Y,betanormal(:,i-1));
    betanormal(:,i)=betabulnormal(X,Y,phinormal(i));
    sigmanormal(i)=sigmabulnormal(X,Y,phinormal(i),betanormal(:,i));

    phistudent(i)=phibulstudent(X,Y,betastudent(:,i-1),wst);
    betastudent(:,i)=betabulstudent(X,Y,phistudent(i),wst);
    sigmastudent(i)=sigmabulstudent(X,Y,phistudent(i),betastudent(:,i),wst);

    phicarpiknormal(i)=phibulcarpiknormal(X,Y,betacarpiknormal(:,i-1),wcn,lamda);
    betacarpiknormal(:,i)=betabulcarpiknormal(X,Y,phicarpiknormal(i),wcn,lamda,sigma0)
    ;
    sigmacarpiknormal(i)=sigmabulcarpiknormal(X,Y,phicarpiknormal(i),betacarpiknormal
(:,i),wcn,zcn,lamda);

    phicarpikstudent(i)=phibulcarpikstudent(X,Y,betacarpikstudent(:,i-
1),wcst,lamda,sigma0,gamcst);
    betacarpikstudent(:,i)=betabulcarpikstudent(X,Y,phicarpikstudent(i),wcst,lamda,sigma0
,gamcst);
    sigmacarpikstudent(i)=sigmabulcarpikstudent(X,Y,phicarpikstudent(i),betacarpikstuden
t(:,i),wcst,zcst,lamda,gamcst);
end
%% TOPLAMLARI BULMA
% NORMAL
betanormalsum=betanormalsum+betanormal(:,iter);
betanormalhko=betanormalhko+(betanormal(:,iter)-beta).^2;
phinormalsum=phinormalsum+phinormal(iter);
phinormalhko=phinormalhko+(phinormal(iter)-phi0)^2;
sigmanormalsum=sigmanormalsum+sigmanormal(iter);
sigmanormalhko=sigmanormalhko+(sigmanormal(iter)-sigma0)^2;
% STUDENT
betastudentsum=betastudentsum+betastudent(:,iter);
betastudenthko=betastudenthko+(betastudent(:,iter)-beta).^2;
phistudentsum=phistudentsum+phistudent(iter);
phistudenthko=phistudenthko+(phistudent(iter)-phi0)^2;
sigmastudentsum=sigmatstudentsum+sigmastudent(iter);

```

```

sigmastudenthko=sigmastudenthko+(sigmastudent(iter)-sigma0)^2;
% CARPIK NORMAL
betacarpiknormalsum=betacarpiknormalsum+betacarpiknormal(:,iter);
betacarpiknormalhko=betacarpiknormalhko+(betacarpiknormal(:,iter)-beta).^2;
phicarpiknormalsum=phicarpiknormalsum+phicarpiknormal(iter);
phicarpiknormalhko=phicarpiknormalhko+(phicarpiknormal(iter)-phi0)^2;
sigmacarpiknormalsum=sigmacarpiknormalsum+sigmacarpiknormal(iter);
sigmacarpiknormalhko=sigmacarpiknormalhko+(sigmacarpiknormal(iter)-sigma0)^2;
% CARPIK T
betacarpikstudentsum=betacarpikstudentsum+betacarpikstudent(:,iter);
betacarpikstudenthko=betacarpikstudenthko+(betacarpikstudent(:,iter)-beta).^2;
phicarpikstudentsum=phicarpikstudentsum+phicarpikstudent(iter);
phicarpikstudenthko=phicarpikstudenthko+(phicarpikstudent(iter)-phi0)^2;
sigmacarpikstudentsum=sigmacarpikstudentsum+sigmacarpikstudent(iter);
sigmacarpikstudenthko=sigmacarpikstudenthko+(sigmacarpikstudent(iter)-sigma0)^2;
end

%% Tahminleri Yazılır.
betanormalson=betanormalsum./rep;phinormalson=phinormalsum/rep;sigmanormalson
=sigmanormalsum/rep;% NORMAL
betacarpiknormalson=betacarpiknormalsum./rep;phicarpiknormalson=phicarpiknormalsum
/rep;sigmacarpiknormalson=sigmacarpiknormalsum/rep;% CARPIK NORMAL
betastudentson=betastudentsum./rep;phistudentson=phistudentsum/rep;sigmastudentson
=sigmastudentsum/rep;% STUDENT
betacarpikstudentson=betacarpikstudentsum./rep;phicarpikstudentson=phicarpikstudent
sum/rep;sigmacarpikstudentson=sigmacarpikstudentsum/rep;% CARPIK STUDENT
%% HKO ve YAN hesabi
% NORMAL
betanormalhko=betanormalhko./rep;phinormalhko=phinormalhko/rep;sigmanormalhko
=sigmanormalhko/rep;
betanormalyan=betanormalson-beta;phinormalyan=phinormalson-
phi0;sigmanormalyan=sigmanormalson-sigma0;
% CARPIK NORMAL
betacarpiknormalhko=betacarpiknormalhko./rep;phicarpiknormalhko=phicarpiknormalh
ko/rep;sigmacarpiknormalhko=sigmacarpiknormalhko/rep;
betacarpiknormalyan=betacarpiknormalson-
beta;phicarpiknormalyan=phicarpiknormalson-
phi0;sigmacarpiknormalyan=sigmacarpiknormalson-sigma0;
% STUDENT
betastudenthko=betastudenthko./rep;phistudenthko=phistudenthko/rep;sigmastudenthko
=sigmastudenthko/rep;
betastudentyan=betastudentson-beta;phistudentyan=phistudentson-
phi0;sigmastudentyan=sigmastudentson-sigma0;
% CARPIK T
betacarpikstudenthko=betacarpikstudenthko./rep;phicarpikstudenthko=phicarpikstudent
hko/rep;sigmacarpikstudenthko=sigmacarpikstudenthko/rep;

```

```

betacarpikstudentyan=betacarpikstudentson-
beta;phicarpikstudentyan=phicarpikstudentson-
phi0;sigmacarpikstudentyan=sigmacarpikstudentson-sigma0;
%% CIKTI MATRISLERI
ciktinormal=[betanormalhko betanormalyan;phinormalhko
phinormalyan;sigmanormalhko sigmanormalyan]
ciktistudent=[betastudenthko betastudentyan;phistudenthko
phistudentyan;sigmastudenthko sigmastudentyan]
cikticarpiknormal=[betacarpiknormalhko betacarpiknormalyan;phicarpiknormalhko
phicarpiknormalyan;sigmacarpiknormalhko sigmacarpiknormalyan]
cikticarpikstudent=[betacarpikstudenthko betacarpikstudentyan;phicarpikstudenthko
phicarpikstudentyan;sigmacarpikstudenthko sigmacarpikstudentyan]

```

```

function betahat=betabulcarpiknormal(X,Y,phihat,w,lamda,sigma)
n=size(X);
N=n(1);
betahatpay=zeros(n(2),1);
betahatpayda=zeros(n(2),n(2)); sumw=0;
for t=2:n(1)
A(t,:)=(X(t,:)-phihat*X(t-1,:));
B(t,:)=(A(t,:)'*(Y(t)-phihat*Y(t-1)));
betahatpayda=betahatpayda+A(t,:)'*A(t,:);
betahatpay=betahatpay+B(t,:)';
sumw=sumw+w(t);
end
betahat=pinv(betahatpayda)*(betahatpay-lamda*sqrt(sigma)*sumw);

```

```

function betahat=betabulcarpikstudent(X,Y,phihat,w,lamda,sigma,gam)
n=size(X);
N=n(1);
betahatpay=zeros(n(2),1);
betahatpayek=zeros(n(2),1);
betahatpayda=0;
for t=2:n(1)
A(t,:)=(X(t,:)-phihat*X(t-1,:));
B(t,:)=(w(t)*A(t,:)*(Y(t)-phihat*Y(t-1)));
betahatpayda=betahatpayda+w(t)*A(t,:)'*A(t,:);
betahatpay=betahatpay+B(t,:)';
betahatpayek=betahatpayek+gam(t)*A(t,:)'*(w(t)^1.5);
end
betahatpayek=lamda*sigma*betahatpayek;
betahatpay=betahatpay-betahatpayek;
betahat=pinv(betahatpayda)*betahatpay;

```

```

function betahat=betabulnormal(X,Y,phihat)
n=size(X);
N=n(1);

```



```

betahatpay=zeros(n(2),1);
betahatpayda=zeros(n(2),n(2));
for t=2:n(1)
A(t,:)=(X(t,:)-phihat*X(t-1,:));
B(t,:)=(A(t,:)'*(Y(t)-phihat*Y(t-1)));
betahatpayda=betahatpayda+A(t,:)'*A(t,:);
betahatpay=betahatpay+B(t,:);
end
betahat=pinv(betahatpayda)*(betahatpay);

```

```

function betahat=betabulstudent(X,Y,phihat,w)
n=size(X);
N=n(1);
betahatpay=zeros(n(2),1);
betahatpayda=zeros(n(2),n(2));
for t=2:n(1)
A(t,:)=(X(t,:)-phihat*X(t-1,:));
B(t,:)=(A(t,:)'*(Y(t)-phihat*Y(t-1)));
betahatpayda=betahatpayda+w(t)*A(t,:)'*A(t,:);
betahatpay=betahatpay+w(t)*B(t,:);
end
betahat=pinv(betahatpayda)*(betahatpay);

```

```

e=zeros(n,1); a=zeros(n,1);
a=normrnd(0,1,n,1);
e(1)=0;
phi=0.2;
for i=2 : n
    e(i)=a(i)+phi*e(i-1);
end

```

```

function phihat=phibulcarpiknormal(X,Y,betahat,w,lamda)
n=size(X);
N=n(1);
phihatpay1=0;
phihatpayda=0;
phihatpay2=0;
for t=2:n(1)
C(t)=(Y(t)-X(t,:)*betahat);
D(t)=(Y(t-1)-X(t-1,:)*betahat);
phihatpay1=phihatpay1+C(t)*D(t);
phihatpayda=phihatpayda+(D(t)^2);
phihatpay2=phihatpay2+w(t)*D(t);
end
phihat=(phihatpay1-lamda*sigma*phihatpay2)/phihatpayda;

```

```

function phihat=phibulcarpikstudent(X,Y,betahat,w,lamda,sigma,gam)

```

```

n=size(X);
N=n(1);
phihatpay1=0;
phihatpayda=0;
phihatpay2=0;
for t=2:n(1)
C(t)=(Y(t)-X(t,:)*betahat);
D(t)=(Y(t-1)-X(t-1,:)*betahat);
phihatpay1=phihatpay1+w(t)*C(t)*D(t);
phihatpayda=phihatpayda+(D(t)^2);
phihatpay2=phihatpay2+gam(t)*D(t);
end
phihat=(phihatpay1-lamda*sigma*phihatpay2)/phihatpayda;

```

```

function phihat=phibulnormal(X,Y,betahat)
n=size(X);
N=n(1);
phihatpay=0;
phihatpayda=0;
for t=2:n(1)
C(t)=(Y(t)-X(t,:)*betahat);
D(t)=(Y(t-1)-X(t-1,:)*betahat);
phihatpay=phihatpay+C(t)*D(t);
phihatpayda=phihatpayda+D(t)^2;
end
phihat=phihatpay/phihatpayda;

```

```

function phihat=phibulstudent(X,Y,betahat,w)
n=size(X);
N=n(1);
phihatpay=0;
phihatpayda=0;
for t=2:n(1)
C(t)=(Y(t)-X(t,:)*betahat);
D(t)=(Y(t-1)-X(t-1,:)*betahat);
phihatpay=phihatpay+w(t)*C(t)*D(t);
phihatpayda=phihatpayda+w(t)*(D(t)^2);
end
phihat=phihatpay/phihatpayda;

```

```

function sigma=sigmabulcarpiknormal(X,Y,phihat,betahat,w,z,lamda)
n=size(X);
N=n(1);
sigma2=0;wz=0;
for t=2:n(1)

```

```

sigma2=sigma2+((Y(t)-phihat*Y(t-1))-(X(t,:)-phihat*X(t-1,:))*betahat)^2;
wz=wz+w(t)*z(t);
end
sigma=sigma2/(N+lamda*wz);

```

```

function sigma=sigmabulcarpikstudent(X,Y,phihat,betahat,w,z,lamda,gam)
n=size(X);
N=n(1);
sigma2=0;gamz=0;
    for t=2:n
        sigma2=sigma2+w(t)*((Y(t)-phihat*Y(t-1))-(X(t,:)-phihat*X(t-1,:))*betahat).^2;
        gamz=gamz+gam(t)*z(t)*(w(t)^1.5);
    end
sigma=sigma2/(N+lamda*gamz);

```

```

function sigma=sigmabulnormal(X,Y,phihat,betahat)
n=size(X);
N=n(1);sigma=0;
for t=2:n(1)
    D(t)=(Y(t)-Y(t-1)*phihat);
    A(t)=(X(t,:)-phihat*X(t-1,:))*betahat;
    C(t)=(D(t)-A(t))^2;
    sigma=sigma+C(t);
end
sigma=sigma/N;

```

```

function sigma=sigmabulstudent(X,Y,phihat,betahat,w)
n=size(X);
N=n(1);sigma=0;
for t=2:n(1)
    D(t)=(Y(t)-Y(t-1)*phihat);
    A(t)=(X(t,:)-phihat*X(t-1,:))*betahat;
    C(t)=(D(t)-A(t))^2;
    sigma=sigma+w(t)*C(t);
end
sigma=sigma/N;

```

```

function skewnormal=skwnormalrnd(n,l1,s1,mu1)
for i=1:n
    U1=normrnd(0,1);
    U2=normrnd(0,1);
    dl1=l1/(sqrt(1+l1^2));
    Y1(i)=dl1*U1+sqrt(1-dl1^2)*U2;
    if U1>=0
        Y2(i)=Y1(i)*s1+mu1;
    end
end

```

```

        else
            Y2(i)=-Y1(i)*s1+mu1;
        end
    end
    skewnormal=Y2';

function skewwt=skwstudentrnd(n,l1,mu1,s1,nu1)
for i=1:n
    U1=normrnd(0,1);
    U2=normrnd(0,1);
    dl1=l1/(sqrt(1+l1^2));
    Y1(i)=dl1*U1+sqrt(1-dl1^2)*U2;
    if U1>=0
        Y2(i)=Y1(i);
    else
        Y2(i)=-Y1(i);
    end
    t1=chi2rnd(nu1)/nu1;
    Y3(i)=mu1+s1*(Y2(i)/(sqrt(t1)));
end
skewwt=Y3';

```

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Yetkin TUAÇ
Doğum Yeri : Erzurum
Doğum Tarihi : 18/04/1987
Medeni Hali : Bekar
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Suphi Koyuncuoğlu Lisesi (İngilizce) (2001-2005)
Lisans : Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü (İngilizce hazırlık 2006-2011)
Y. Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı (Eylül 2011- Temmuz 2014)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl

Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü (2013-devam)

Uluslararası Kongre Sunum

Güney Y., **Tuaç Y.** and Arslan O., (2014), Marshall-Olkin Distribution: Parameter Estimation and Applications, 9. İstatistik Günleri Sempozyumu, Side, Antalya.

Tuaç Y., Çankaya M. N., and Arslan O., (2013), Robust Estimators for The Distributed Lag Models Based on t and Skew t Distributions, 8. Uluslararası İstatistik Kongresi, Kemer, Antalya.

Ulusal Kongre Sunum

Çankaya M. N., **Tuaç Y.** ve Arslan O., (2013), Gecikmesi Dağıtılmış Modellerin Parametreleri için Robust Tahmin Ediciler, 1. Ulusal Genç İstatistikçiler Sempozyumu, Hacettepe, Ankara.