T.C.
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE (BİLİM TARİHİ) ANABİLİM DALI

HÜSEYİN RIFKI TAMANİ'NİN ÇALIŞMALARI IŞIĞINDA ÖKLİD GEOMETRİSİ'NİN TÜRKİYE'YE GİRİŞİ

Doktora Tezi

Ali Rıza TOSUN

Tez Danışmanı
Prof. Dr. Melek Dosay GÖKDOĞAN

Ankara-2007

T.C.
ANKARA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE (BİLİM TARİHİ) ANABİLİM DALI

HÜSEYİN RIFKI TAMANİ'NİN ÇALIŞMALARI IŞIĞINDA ÖKLİD GEOMETRİSİ'NİN TÜRKİYE'YE GİRİŞİ

Doktora Tezi

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Melek Dosay Gökdoğan

Tez Jürisi Üyeleri

Adı ve Soyadı	İmzası
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

Tez Sınavı Tarihi .....

ÖNSÖZ

İnsanlığın gelişim sürecinde bazı konular vardır ki her dönemde kesintisiz bir sürekliliğe sahip olmuş, üzerinde çalışılmıştır. Bu konulardan biri olan geometri bilgisi de her dönem önemli olmuş, gündemde kalmış, üzerinde çalışılmıştır. Geometri bilgisiyle yakından ilgilenenler yalnızca geometriciler olmamıştır; felsefeciler, bilim insanları da evreni anlamakta, anlatmakta, doğayı ve doğa yasalarını niceliklerle ifade etmekte; mantıkçılar ise soyut yasalara somut, uygulamalı örnekler vermekte onu bir araç olarak kullanmışlardır. Eski Mısır'dan, Sümerliler'den Çin ve Hint'ten Antik Yunan'a, oradan İslâm Coğrafyası'na, ardından Avrupa'ya insan aklının evrimini hem etkileyen hem de etkilenen önemli bir nesnesi olmuştur. Kuşkusuz bu süreç içinde geometri bilgisine çeşitli dönemlerde farklı toplumlar farklı düzeylerde katkıda bulunmuşlardır. Bu katkıların tarihsel boyutuyla birlikte Türkçe olarak anlaşılması ve anlatılması, hem kendi toplumumuzun hem de başka toplumların zihinsel dönüşümlerini anlamamıza yardımcı olacaktır. Bu dönüşümlerin anlaşılabilmesi için, tarihsel süreç içinde önemli roller üstlenmiş bilimsel yapıtların ayrıntılı biçimde incelenmesi ve araştırılması gerekmektedir. Bu gerekliliği yerine getirmek amacıyla yaptığım çalışmanın, bir nebze de olsa buna hizmet edeceğini umuyorum.

Tezimin konusunun belirlenmesinde, özellikle başlangıç aşamasında karşılaştığım okuma güçlüklerinin çözümlenmesinde, metninin düzenlenmesinde, yazım hatalarının ayıklanmasında yardımlarını esirgemediği için ve içeriğine ilişkin tartışmalarıyla daha geniş bakış açısıyla tezimi yazmama yaptığı katkılardan dolayı anabilim dalı başkanımız Prof. Dr. Remzi Demir'e içtenlikle teşekkür ederim.

Tezimi yazmamda elzem olan Bonnycastle'nin İngilizce metnini yurtdışından getirterek kullanmama olanak sağlayan Türk Tarih Kurumu'na ve çalışanlarına, bunun gerçekleşmesine yardımcı olan anabilim dalımız öğretim üyelerinden Prof. Dr. Esin Kahya'ya teşekkürlerimi sunar; ayrıca yaptığı site ile Öklid'in *Elementler*'ine her zaman ulaşılmasını sağlayan Clark Universitesi'nden D. E. Joyce'a ve elindeki bilgileri internette insanlığın kullanımına açarak paylaşan adını sayamadığım tüm kurum ve kişilere, Amerika'dan baskısı tükenmiş çeşitli *Elementler* metinlerini göndermek nezaketini gösteren arkadaşım Hasan Arık'a da teşekkür etmek isterim.

Tezimin geometriye ilişkin bölümlerinin kontrolünü yapan A.Ü. Fen Fakültesi Matematik Bölümü öğretim üyelerinden Doç. Dr. Ertan İbikli'ye ve sırası geldiğinde geometriye ilişkin sorularımı yanıtlamaktan kaçınmayan O.D.T.Ü. Matematik Bölümü öğretim üyelerinden Prof. Dr. Cem Tezer'e, yaptığım çalışmalarla ilgili heyacanlı konuşmalarımı nezaketle dinleyen ve beni cesaretlendiren anabilim dalımız öğretim üyelerinden Doç. Dr. Hüseyin Gazi Topdemir'e şükranlarımı sunmayı bir borç bilirim.

Son olarak çalışmamın başından sonuna bana yardımcı olmak için sürekli çabalayan, kaynak bulan, düzeltilmemiş yazılarımı sabırla baştan sona okuyup düzelten, zaman zaman sabır sınırlarını zorlayan inatçı kişiliğime tahammül ederek tezimi yazmama olanak sağlayan danışmanım Prof. Dr. Melek Dosay Gökdoğan'a sonsuz teşekkür ederim.

Ali Rıza Tosun

Aralık 2007

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ ..... **İ**

GİRİŞ **1**

I. BÖLÜM: ÖKLİD VE *ELEMENTLER* GELENEĞİ **5**

ÖKLİD VE *ELEMENTLER* **6**

a) Hayatı *6*
b) Eserleri *10*
Elementler'in Ele Aldığı Konular *18*

YUNAN DÖNEMİNDE *ELEMENTLER* GELENEĞİ **20**

GENEL BAKIŞ 20
BİLGİNLER VE ÇALIŞMALARI 21

ORTAÇAĞ İSLÂM DÜNYASINDA *ELEMENTLER* GELENEĞİ **36**

GENEL BAKIŞ 36
BİLGİNLER VE ÇALIŞMALARI 41
İSLÂM DÜNYASINDA *ELEMENTLER* ÇEVİRİLERİ 63

ORTAÇAĞ HIRİSTİYAN DÜNYASI'NDA *ELEMENTLER* GELENEĞİ **69**

GENEL BAKIŞ 69
BİLGİNLER VE ÇALIŞMALARI 70

RÖNESANS, YENİ VE YAKIN ÇAĞDA *ELEMENTLER* GELENEĞİ **72**

GENEL BAKIŞ 72
AVRUPA'DA *ELEMENTLER* VE ÇEŞİTLİ BASMA EDİSYONLARI 74

II. BÖLÜM: OSMANLILAR DÖNEMİ'NDE *ELEMENTLER* GELENEĞİ **89**

OSMANLI GEOMETRİCİLERİ VE *ELEMENTLER* **90**

GENEL BAKIŞ 90
ELEMENTLER ÜZERİNE ÇALIŞAN BİLGİNLER VE ESERLERİ 92

III. BÖLÜM: HÜSEYİN RIFKI TÂMÂNÎ VE *USÛL-İ HENDESE*'Sİ **146**

HÜSEYİN RIFKI TÂMÂNÎ'NİN HAYATI VE ESERLERİ **147**

a) Hayatı *147*
b) Eserleri *152*

***USÛL-İ HENDESE*'NİN TANITIMI** **176**

A) DEĞERLENDİRME 176
Önsöz *176*
I. Kitap *181*
II. Kitap *186*
III. Kitap *187*
IV. Kitap *187*
V. Kitap *188*
VI. Kitap *188*
VII. Kitap *189*
VIII. Kitap *189*
Gözlemler ve İtirazlar *190*
Gözlemler ve İtirazların Sonu *207*
Tâmânî, Bonnycastle ve Heath'in Elementler'inin Karşılaştırmalı Tablosu *210*
B) *USÛL-İ HENDESE*'NİN TÜRK GEOMETRİ TARİHİNDEKİ YERİ 220

SONUÇ **222**
HÜSEYİN RIFKI TÂMÂNÎ'NİN *USÛL-İ HENDESE*'Sİ **229**
(GÜNÜMÜZ TÜRÇESİNE ÇEVİRİSİ) **229**
ÖNSÖZ 229
I. KİTAP 236
Tanımlar *237*
Postülalar *241*
Aksiyomlar *241*
KİTAPTA KULLANILAN KISALTMALAR 242
II. KİTAP 278
Tanımlar *278*
III. KİTAP 306
Tanımlar *306*
IV. KİTAP 342
Tanımlar *342*
V. KİTAP 361
Tanımlar *361*
VI. KİTAP 384
Tanımlar *384*
VII. KİTAP 423
Tanımlar *423*
VIII. KİTAP 441
Tanımlar *441*
GÖZLEMLER VE İTİRAZLAR 478
I. Kitap *478*
II. Kitap *492*
III. Kitap *494*
IV. Kitap *499*
V. Kitap *501*
VI. Kitap *509*
VII. Kitap *512*
VIII. Kitap *514*
Gözlemler ve İtirazlar'ın Sonu *517*
***USÛL-İ HENDESE*'NİN ÖZGÜN METNİ** **519**
KAYNAKÇA **763**
SUMMARY **771**
ÖZET **772**

GİRİŞ

Tezimin konusu, "Hüseyin Rıfkı Tâmânî'nin çalışmaları ışığında Öklid Geometrisi'nin Türkiye'ye girişi" başlığını taşımaktadır. Başlıktan da anlaşılacağı üzere Tâmânî'nin çalışmalarını merkeze alarak Öklidçi Geometri'nin ülkemizdeki geçirdiği aşamaların serimlenmesi ve ne gibi bir gelişim çizgisi izlediğinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu amaç gerçekleştirilirken, ülkemizin geçmişindeki bilgi üretim ve kullanım sürecinin nasıl işlediği de gözler önüne serilmeye çalışılmıştır.

Bunu gerçekleştirmek için de matematiğin neredeyse kesintisiz bir tarihsel sürece dayanan dalı olan geometri ve onu konu alan ilk hacimli Türkçe eser olan *Usûl-i Hendese* (*Elementler*) seçilmiştir. Çalışmaya başladıktan kısa süre sonra *Usûl-i Hendese* ile kasdedilenin Öklid'in *Elementler*'i ve orada kullanılan yöntemler olduğu anlaşılmış ve Öklid'in *Elementler*'inin tarihçesi araştırılmaya başlanmıştır. Araştırma ilerledikçe M.Ö. 3. yüzyıl ile M. S. 19. yüzyıl arasında hemen hemen bütün toplumların *Elementler* ve *Elementler* aracılığıyla temel geometri bilgisini öğrendikleri ve öğrettikleri görülmüştür. 19. yüzyıla kadar *Elementler*'in oynadığı başrol o kadar açıktır ki söz konusu tarihe kadar onu okumamış ya da onunla ilgili bir yorum yazmamış tek bir büyük matematikçi bulmak neredeyse olanaksızdır. Belki de bu rolünden dolayı her dönemde eleştirisi yapılmış, eksiklikleri anlatılmış, daha iyisi, mükemmeli yazılmaya çalışılmış fakat başarılamamıştır. Daha sonradan yazılan bütün temel geometri kitapları şu ya da bu biçimde ona atıfta bulunularak işlenmiş, onun sistematiğinden etkilenmiştir. Bütün matematik bilimcilerin ondan saygıyla söz etmeleri, hemen hemen bütün dillere çevrilmesi ve aslına uygun bir kritik edisyonunun hazırlanması için 20. yüzyılın başına kadar beklenmesi, taşıdığı önemi kanıtlamak için yeterlidir. Bütün bunlardan sonra başlangıcından 19. yüzyıla kadar

Elemetler'in tarihçesini araştırmanın neredeyse bütün bir geometri tarihini araştırmaya denk geldiğini görerek ne denli büyük bir sorumluluk aldığımın farkına vardım ve bir *Elementler* çevirisi olan *Usul-i Hendese*'nin Tâmânî tarafından tesadüfen seçilmediğinden bir kez daha emin oldum.

Bir bakıma insan aklının matematik evrimini temsil eden *Elementler*'in iki bin beş yüz yıllık tarihi çok uzun bir döneme yayıldığı için Antik Yunan, İslâm Dönemi, Ortaçağ Hıristiyan Dünyası, Rönesans, Yeni ve Yakın Çağ, Osmanlılar Dönemi gibi dönemlere ayırarak araştırmaya çalıştım. Doğal olarak bu dönemlere *Elementler* ve *Elementler* ile ilişkili olarak geometri bilgisiyle sivrilen ya da onun hakkında bilgi veren kimseler üzerinden yaklaştım. Elimden geldiğince çok *Elementler* örneği bulmaya ve geometriciyi araştırmaya çalıştım, fakat yine de ulaşamadığım kitaplar ve yeterince yer ayıramadığım kişiler oldu. Yaptığım çalışma bütün bir *Elementler* tarihini anlatmakta eksik kalsa da bu çalışma ile amaçlanan sınırlara ulaşıldığını umuyorum.

Dönemin çok uzun olması olağanın üzerinde bir çaba göstermemi zorunlu kıldı, fakat bu çabalar *Elementler* üzerinden bütün bir geometri-matematik tarihinin gelişim süreçlerini anlamamı ve dünyaya bakışımın değişmesini sağladı.

Matematik bilimler tarihimiz açısından önemli olan kitapların yeniden ele alınıp incelenmesi, günümüz Türkçe'sine aktarılması çok önemli ve değerli olmakla birlikte, bu türden araştırmalar maalesef çok azdır. Benim araştırdığım konuda ayrıntılı kitap analizi yapan tek kişi, İbrahim Edhem Paşa'nın Legendre'den yaptığı çeviriyi ele alan Yüksek Mimar Mühendis Semuhi Sonar olmuştur.

Osmanlı dönemini ve bütün bir dünya tarihihinin matematik evrimini anlamak ve önyargılardan kurtularak daha gerçekçi sonuçlara ulaşmak için, bu tür

araştırmaların sayısal olarak artması gerekmektedir; çünkü bu geçmişe ve bugüne bakışımızı değiştirebilecek kadar güçlüdür.

Araştırmama başlamadan önce Osmanlılar'ın Avrupa'da yaşanan matematiksel gelişmelerden habersiz olduklarını düşünüyordum. Araştırmam ilerleyip Tâmânî'nin diğer kitaplarını da incelediğimde gördüm ki Osmanlı üst yönetimi bu gelişmelerden, kitaplardan haberdar ve hatta bu kitaplara sahipler. Yeni yöntemleri görmüşler ve bunlarla neler yapılabileceğinin farkında olmamaları için bir neden yok. Öyleyse neden bu yöntemleri, yenilikleri hemen benimsemediler? Bu soruya doyurucu bir yanıt vermek bu çalışmanın sınırlarını aşmakla birlikte bu çalışmadan elde ettiğim verilerin ışığında şu yanıtları verebilirim: Bir uygarlığın başka bir uygarlıktan, hele kendisine rakip bir uygarlıktan kendisini ciddi değişimlere zorlayacak, düzenini bozacak bilgiler alması çok zordur ve ancak uzun zaman süreçlerinden sonra bunları alıp benimseyebilir. Bu, matematik ve geometri gibi görece kültürden bağımsız konular için de geçerlidir. Eğer öyle olmasaydı Ortaçağ Avrupalılarının 9. yüzyılda gördükleri Hint-Arap rakamlarını kendi ülkelerindeki sıradan insana kullandırmaları 15., 16. yüzyılları bulmazdı.

Yeni yöntemler daha gelişmiş, daha kolay ve daha çok sorunu çözüyor olsalar da benimsenmeleri kolay değildir; çünkü benimseme sürecini pek çok değişik etken, psikolojik, ekonomik, siyasal etkiler ve ayrıca eğer ciddi bir değişiklikse pek çok çevresel unsurun da değiştirilmesini gerektirir. Bu değişimin ekonomik, siyasal ve başka etkenlerini tarihçilere bırakarak çalışmamdan edindiğim bilgiler ışığında matematik-geometrik bilginin değişimindeki psikolojik etkenlere değinmek istiyorum. Medresede, üniversitede okuyan bir öğrencinin ya da çalışan öğretmenin, çok daha başarılı yeni bir yöntemi ya da artık unutulmuş olan eski bir yöntemi

bulduğunu ve artık eski yöntemin değil yeni yöntemin kullanılması gerektiğini ifade ettiğini düşünelim. Eğer bu kimse bulunduğu kurumun en yetkili kişisi değilse, önerisini kabul ettirebilir ya da benimsetebilir mi? Hele bir de eski sistem daha çökmemiş veya işlemez hale gelmemişse önerisini kabul ettirebilir mi?

Bu durum Tâmânî için de hatta daha fazla onun için geçerlidir. Çünkü seçimlerini her zaman en eski, en güvenilir ve en az risk taşıyan yöntemlerden yana kullanmıştır. Ancak çaresiz kaldığı noktalarda yeni yöntemlere başvurmuş, onu da olabildiğince eski yöntemlere uygun olarak anlatmıştır. Oysa verdiği bazı bilgilerden kesinlikle yeni yöntemleri gördüğü ve bildiği anlaşılmaktadır.

I. BÖLÜM: ÖKLİD VE *ELEMENTLER* GELENEĞİ

ÖKLİD VE *ELEMENTLER*

a) Hayatı

Öklid hakkında bildiğimiz en kesin şey onun İskenderiye'de yetiştiği ve yaklaşık MÖ. 325 ile MÖ. 265 yılları arasında yaşadığıdır.[1] Heath, Proklus Diadochus'a (MS. 411-485) dayanarak Öklid'in yaşamı hakkında şu bilgileri verir: "Öklid Colophon'lu Hermotimus ve Medna'lı Philippus'dan çok da genç değildir. Eudoksus'un pek çok teoremini bir araya getirerek ve Theaetetus'un teoremlerini mükemmeleştirerek ve kendinden öncekiler tarafından zayıf bir biçimde kanıtlanan teoremlere reddedilemez gösterimler getirerek *Elementler*'i (*Στοιχεῖα*, *Stoikeia*) meydana getirmiştir."[2] Öklid I. Ptolemaios döneminde yaşamıştır. I. Ptolemaios'dan hemen sonraki dönemde yaşamış olan Arşimed *Küre ve Silindir Üzerine* adlı yapıtında Öklid'in I. Kitap 2. ve II. Kitap 6. önermelerine atıfta bulunur.[3] Öklid'in adının geçtiği başka bir anekdot ise şöyledir. Bir gün I. Ptolemaios Ökid'e geometriye giden daha kısa bir yol olup olmadığını sorar; Öklid de geometride kral yolu olmadığı yanıtını verir. Bir yerde ise Platon'un öğrencilerinden daha genç fakat Eratosthenes'ten daha yaşlı ve Arşimed ile çağdaş olduğu söylenir." Bu alıntılara dayanarak Heath, Öklid'in Platon'un ilk öğrencisi ile Arşimed arasındaki bir dönemde yaşadığı sonucunu çıkarır. Platon MÖ. 347/6 de öldüğüne, Arşimed MÖ.

---

[1] D. E. Smith, *History of Mathematics*, Cilt 1, Dover Yayınları, New York 1958, s. 105.

[2] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, İkinci Edisyon, Cilt 1, Dover Yayınları, New York 1956, s. 1.

[3] John E. Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 414.

287-212, Eratosthenes de MÖ. 284-204 yılları arasında yaşadığına göre, Öklid MÖ. 300 yıllarında yaşamış olmalıdır ki bu tarih I. Ptolemaios'un hüküm sürdüğü MÖ. 306 ile 283 yılları arasına denk gelir.

Proclus, Öklid'in matematik eğitimini Atina'da Platon'un öğrencilerinden aldığını, orada Öklid'in *Elementler*'inin dayandığı pek çok konuyu öğreten ve elementler yazan kimseler olduğunu iddia etmiştir. Öklid'in Platoncu olması mümkündür fakat Platon'un öğrencilerinden ders aldığı doğru değildir, bu Yeni-Platoncu birinin Öklid'i kendi felsefesiyle bağlantılı gösterme girişimidir.[4]

Platon MÖ. 347'de öldüğü ve I. Ptolemaios'un da MÖ. 324 ile 285 arasında yaşadığı, Arşimed'in de MÖ. 287 doğduğu göz önünde bulundurulursa Öklid'in I. Ptolomaios döneminde erişkinlik çağında olduğu anlaşılır.

Proclus'un, Platon'un öğrencilerinden ders aldığı dışında, Öklid'in yaşadığı dönem ile ilgili verdiği bilgileri doğrulayan başka bir kanıt da MÖ. 322 yılında ölen Aristoteles'in etkisidir; çünkü aksiyomlar ve postülalar Aristoteles'in bu konuları ele alışıyla yakından ilgilidir. Bunlara dayanarak, Platon'un öğrencilerinden olan ve ondan yaklaşık yüz yıl önce yaşayan Megara'lı Öklid'den tamamen farklı bir kimse olduğunu da söyleyebiliriz.[5]

Doğum yeri hakkında çeşitli varsayımlar üretilmiş olsa da kesin olarak bilinmemektedir. Proclus'un dönemin matematik araştırmalarının merkezi olan Atina'daki Akademi'ye devam ettiği bilgisi doğru olmasa bile orada Eudoxus ve Theaetetus tarafından yapılan oldukça orijinal çalışmalara aşina olduğu söylenebilir.

---

[4] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, 1. Cilt, s. 2.

[5] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 100.

I. Ptolemaios'un yönetimi altında Phalerum'lu Demetrius tarafından kurulan ünlü Müze'ye, davet edilmiş olması da mümkündür. Onu İskenderiye'deki büyük bir matematik okulunun kurucusu olarak görmek de olanaklıdır.[6]

Pappus ya da onun eserlerini istinsah edenler tarafından, matematiğin gelişmesine katkıda bulunan, herkese karşı adil olan, değer veren ve kendisiyle övünmeyen büyük bilgin diye anlatılır; gerçi bunlar anlatılırken Appollon suçlanmaktadır, fakat Öklid'in karakteri hakkında ifade edilenleri de reddetmek için bir neden yoktur. Muhtemelen İskenderiye'de geçen Stobaeus tarafından anlatılan bir öyküye göre, Öklid'den geometri öğrenmeye başlayan bir kimse, ilk teoremini öğrendikten sonra Öklid'e geometri öğrenenerek ne kazanacağını sorar; Öklid de kölesine döner ve ona üç obol verin çünkü öğrendiklerinden bir şeyler kazanmaya ihtiyacı var, yanıtını verir. Ölüm yeri bilinmemekle birlikte İskenderiye olduğu tahmininde bulunulabilir. Yüzyılın ortasında Apollonios'un onun öğrencileriyle birlikte ders işlediği göz önüne alınırsa ölüm tarihini de yaklaşık MÖ. 270 yılları olarak belirlemek yanlış olmaz.[7]

Öklid'e ününü veren, on üç kitaptan oluşan *Elementler* adlı eseridir. Yazılan bütün diğer kitaplardan daha fazla, kutsal kitaplar hariç tutulursa, insan aklını meşgul etmiş ve etkilemiştir. Öklid'den önce de *Elementler* yazanlar olmuştur; dikkate değer olanları Kios'lu Hippocrates, Manisa'lı Theudius'tur, fakat Öklid'in *Elementler*'i

[6] Florian Cajori, *A History of Mathematics*, Chelsea Publications., New York 1991, s. 29.

[7] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, 1. Cilt, s. 2.

onları tamamen gölgede bırakmıştır.[8] Bundan dolayı, onların varlığından ancak Proclus'un eserlerinde Eudemus'a atfen verilen bilgiler sayesinde haberdar olabilmekteyiz.

Öklid'in *Elementler*'i antik dönemde İskenderiyeli Heron (yaklaşık MS. 10-75), Porphyry Malchus (yaklaşık MS. 233-309), Proclus Diadochus (MS. 411-485), Simplicius (490-560) tarafından şerh edilmiştir; Geminus (yaklaşık MS. 10-60) şimdi kayıp olan eserinde onunla ilgili pek çok gözlemlerini dile getirmiş, İskenderiyeli Theon (yaklaşık MS. 355-405) eklemeler çıkarmalar yaparak onu yeniden yazmıştır ki bu versiyon *Elementler* 1808 yılında F. Peyrard tarafından Vatikan kütüphanesinde Yunanca yazılmış *Elementler* bulunana kadar, tek tam nüsha Yunanca *Elementler* olarak kalmıştır.[9]

Daha sonra 1883-1888 yılları arasında J. L. Heiberg, Vatikan ve diğer kütüphanelerdeki yazma halindeki *Elementler* nüshalarını inceleyerek Yunanca *Elementler*'i özgün metnine en yakın haliyle yeniden oluşturmuştur. Heiberg'in Yunanca-Latince olarak yeniden oluşturduğu *Elementler*, Sir Thomas L. Heath tarafından İngilizce'ye çevrilmiş ve 1908 yılında yayınlanmıştır. Daha sonra 1925 yılında bu çevirinin gözden geçirilmiş yeni bir baskısı yapılmıştır. Heath'in bu çevirisi öylesine kabul görmüştür ki günümüzde *Elementler*'e ilişkin hemen hemen bütün değerlendirmelerde başvurulan yegane kaynak kitap durumuna gelmiştir.

---

[8] George Sarton, *Antik Bilim ve Modern Uygarlık*, çev. Melek Dosay, Remzi Demir, Gündoğan Yayınları, Ankara 1995, s. 46.

[9] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, 1. Cilt, s. 46.

b) Eserleri

***Veriler* (*Data*)**

Yunanca olarak günümüze ulaşan diğer bir geometri eseridir; *Elementler*'in I-IV. kitaplarıyla yakından ilişkilidir.[10] Verilen şeyler ifadesinin nasıl farklı anlamlarda kullanıldığı ile ilgilidir. Alanlar, doğru çizgiler, açılar ve oranlar başka şeylere eşitlendiğinde ortaya çıkan durumlar incelenir. Bu nicelikler miktar cinsinden "verilirler". Doğru çizgili şekillerin açıları ya da kenar oranları verildiğinde ise "türce" ya da "formca" verilirler. Noktalar, çizgiler ve açılar aynı yeri doldurduklarında "yerleri, pozisyonlarıyla" verilirler. Kitapta bu türden tanımlamalar yapıldıktan sonra altmış dokuz önerme ile konu anlatılmıştır.[11] Bu önermelerde bir şeklin bazı unsurları verildiğinde tanımlanan anlamıyla, başka unsurlarının da verilmiş olduğunun kanıtlamaları yapılmıştır.[12]

Bunların içinde en dikkate değer olan, *Elementler*'in II. Kitap 28, 29. önermelerine karşılık gelen dört önermedir. Bu önermelerle ilgili işlemlerde geometrik cebir denilebilecek yöntemlerle işlem yapılır.[13]

***Şekillerin Bölünmesi Üzerine* (*On Division of Figures*)**

Yunanca olarak günümüze kadar ulaşmamıştır. Fakat sözel ifadelerin tümü ve dört önermenin (19, 20, 28, 29) Arapça çevirisi Woepcke tarafından 1851'de

---

[10] Florian Cajori, *A History of Mathematics*, Chelsea Pub., New York 1991, s. 33.

[11] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 103.

[12] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1. Cilt, Oxford 1921, s. 421.

[13] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 414.

bulunmuş ve yayınlanmıştır.[14] Eksik olan diğer kanıtlamalar da, Leonardo Fibonacci'nin 1220 yılında yazdığı *Practica geometriae* adlı eserinden yararlanılarak ortaya çıkarılmıştır. Bu iki ana kaynağa dayanarak, R. C. Archibald söz konusu eserin 1915 yılında bir rekonstrüksiyonunu meydana getirmiştir.[15] Eserde şekillerin eşit, eşit olmayan ya da verilen bir orana göre bölünmeleri konuları anlatılmaktadır.[16]

Porism

Bu eser de günümüze ulaşmamıştır, fakat Robert Simson ve Michel Chasles rekonstrüksiyonunu oluşturmak için ciddi bir girişimde bulunmuşlardır. Fakat en sağlıklı bilgi özgün kaynaklardan yararlanan Pappus'un *Analiz Hazinesi*'nin (*Treasury of Analysis*) önsözünde verdiği bilgilerdir.[17]

Porizm terimi genellikle Yunan matematiğinde çıkarılan sonuç anlamına gelir, fakat Öklid'in başlığında bu anlamda kullanılmamıştır. Sağlamak anlamına gelen Yunanca sözcükten türetilmiştir. Pappus bunu, kendisinden öncekilerin yüklediği anlama bağlı kalarak teorem ile problem arası bir şey olarak açıklamıştır. Porismlerin karakteristiği ifadelerin daha kısa bir biçime sokulması ve birden çok önermenin tek bir ifade ile anlatılmasıdır. Öklid'in bu kitapta araştırmasını

---

[14]F. Woepcke, "Notice Sur Des Traductions Arabes De Deux Ouvrages Perdus D'euclide", *Journal Asiatique*, 1851, s. 233, yeniden basım: *Islamic Mathematics and Astronomy*, cilt 17, Publications of the Institute for the History of Arabic-Islamic Science, Frankfurt 1997, s. 17.

[15] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 426.

[16] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 1, Oxford 1921, s. 425.

[17] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 1, Oxford 1921, s. 431.

yoğunlaştırdığı konu koni kesitleri, üç ve dört çizgi tarafından meydana getirilen şekillerin odak özellikleridir. Ayrıca kendisinden öncekiler tarafından çalışılan projektif geometri ve transversallarla da ilişkilidir.[18]

***Konikler* (*Conics*)**

Pappus'un belirttiğine göre Öklid koni kesitleri hakkında dört bölümlük bir eser yazar, fakat bu eser günümüze ulaşmaz. Pappus *Collections*'ında (*Mecmuat, Derleme*) belirttiğine göre, Apollonios Öklid'in dört bölümlük eserine dört bölüm daha ekleyerek *Konikler* konusunu tamamlamıştır. Öklid'in yazdığı bu dört bölümlük eser Pappus'un yaşadığı dönemde kaybolmuş olmalıdır, çünkü bu esere atıfta bulunulmak yerine, o zamanlar hâlâ mevcut olan Aristaeus'un "*Cisimlerin Odakları*" (*Solid Loci*) adlı eserinin beşinci kitabına atıfta bulunulmaktadır. Pappus ya da ona aktaran kimseye göre Aristaeus, Öklid'den öncedir ve koni kesitleriyle ilgili keşifleri de o yapmıştır. Bununla birlikte, Öklid bunları ne kendisinin bulduğu, ne de bunları aşacak bir eser meydana getirdiği iddiasında bulunmuştur. Öklid üç-dört çizgi odaklı şekiller ve koni kesitleri hakkında Aristaeus'un eserini temel alarak ve kanıtlamalarının tam olduğunu iddia etmeden yazmıştır.[19]

Kuşkusuz, Öklid kendinden önceki Yunan bakış açısını paylaşarak koni kesitlerini dik açılı kesitler, dar açılı kesitler ve geniş açılı kesitler şeklinde adlandırmıştır; çünkü bu adlandırma Apollonios'a kadar bu şekilde gelmiştir. Apollonios bunların yerine parabol, elips ve hiperbol terimlerini kullanmış ve yerleşmelerini sağlamıştır. Bunun yanında, Öklid elipsin bir koni kesitinden elde

[18] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 426.

[19] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1. Cilt, Oxford 1921, s. 439.

edilebileceğinin farkındadır; çünkü *Phaenomena* adlı eserinde şöyle demektedir: "Eğer bir koni ya da silindir tabana paralel olmayan bir düzlem ile kesilirse, söz konusu kesit dar açılı koni yani kalkan şeklinde bir koni kesitidir" ifadesini kullanmıştır.

Buna ek olarak, Öklid, Apollonios bundan hiçbir yerde söz etmese de, odak-directrix özelliğinin farkındadır (sabit bir noktadan çizilen eğrinin, sabit bir doğru çizgiye uzaklığa oranının sabit olması). Çünkü, Pappus bu özelliğe Öklid'in *Yüzeylerin Odakları Üzerine* (*On Surface Loci*) eserindeki bir lemma olarak atıfta bulunmuştur. Bu da gösterir ki, bu özellik Öklid'in ya da Aristaeus'un *Konikler*'inde kanıtlaması yapılan bir özelliktir.[20] Öklid'in koniler üzerine yazdıkları Apollonios'un eserlerinden sonra gözden düşmüştür.[21]

***Yüzeylerin Odakları* Üzerine (*On Surface Loci*)**

Bu eser de günümüze ulaşmamıştır. Fakat Pappus'un *Analiz Hazinesi*'nde (*Treasury of Analysis*) söz konusu esere atıfta bulunmasından Öklid'in bu konuda da bir eser verdiği anlaşılmaktadır. Söz konusu eser hakkındaki bilgiler Pappus ve Proclus'un odak hakkında verdiği genel bilgilerden ve Pappus'un Öklid'in eserine atfen verdiği iki lemmadan elde edilmektedir. Proclus odağı bir çizginin ya da bir yüzeyin yerinin tek ve aynı özelliğe sahip olması olarak tanımlarken, Pappus kuadratiksin geometrik olarak elde edilebileceği iddiasında bulunmuştur.[22]

---

[20] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 427.

[21] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 144.

[22] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, 1. Cilt, s. 15.

Öklid'in *Yüzey Odakları Üzerine* (*On Surface Loci*) adlı eseri yalnızca koniler ve silindirlerle ilişkili değil, belirli ölçüde ikinci derece dönellerin paraboloid, hiperboloid ve prolate spheroid yüzeyleriyle de ilişkilidir. Arşimed'in *Koni ve Silindir Üzerine* (*On Conoids and Spheroids*) adlı eserinde tamamen geliştirdiği konuların bir ölçüde öncü çalışmasıdır.[23]

***Yanlışlıklar Kitabı* (*Book of Fallacies*)**

John Murdoch, Dictionary of Scientific Biograpy'nin 429 sayfasında "Alexander (?), *Commentary on Aristotle's Sophistici elenchi*, Wallies ed., (Berlin, 1898), s. 76.23." ve "Proclus, *In primum Euclidis*, Friedlein ed., s. 69.27-70.18."e dayanarak şu bilgileri vermiştir: Proclus, Öklid'in *Yanlışlıklar Kitabı* adlı eserinden söz eder; ancak bu kitap günümüze ulaşmamıştır. Bununla birlikte, Michael Ephesius'un Aristoteles'in *Sophistici elenchi*'sini şerhettiği eserinde *Pseudographemata* adıyla atıfta bulunduğu kitapla tamamen aynı olduğu açıkça ortadadır. Proclus'un "Her türden teoremle zekamızı çalıştıran, bütün örneklerinde hem doğru tarafları ve hem de yanlış tarafları tek tek gösteren, hataları pratik gösterimlerle açıklayan, bu nedenle de ayıklayıcı ve disipline edici bir eserdir. Ancak, *Elementler* geometri araştırmalarının reddedilemez ve eksiksiz bir rehberidir." biçimindeki anlatımından bu kitabın geometriye giriş düzeyinde bir eser olduğu anlaşılmaktadır.[24]

---

[23] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 429.

[24] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 429.

***Küreler Üzerine* (*Phaenomena*)**

Yunanlıların *Sphaeric* diye adlandırdığı, bu adlandırmadan amaç astronomi öğrencilerinin kullanımı için olduğunu belirtmektir, bu eserin iki şerhi günümüze ulaşmıştır. Pappus ondan Ptolemaios'un *Almagest*'inden (*Megale Syntaxis*) kinaye *Küçük Astronomi* diye söz eder.

Önsözünde, evrenin küresel olduğuna inanmak için gerekli nedenler anlatılmış ve teknik terimlerin tanımları verilmiştir. Öklid bu eserinde ilk kez "ufuk" terimini tek başına kullanmış (Autolycus "ufuk [sınır] dairesi" kullanır) ve meridyen dairesi teriminin de açıklamasını yapmıştır. Gökkürenin dönme hareketininin geometrik açıklamalarını vermiş ve belirli konumları olan yıldızların doğuşunun ve batışının belirli dönemlerde olacağının kanıtlamasını yapmıştır.[25]

Bunları Autolycus'dan aldığı bellidir, ona atıfta bulunularak kanıtlamalarını vermeden başka önermelerini de kullanmıştır. Bu da göstermektedir ki elinde öncekilerin yazdığı ders kitapları bulunmaktadır. Tannery anlatılanlardan Eudoxus'un eserinin de bulunduğu sonucunu çıkarmaktadır. Birkaç yüzyıl sonra Theodosius tarafından yazılan *Sphaerica* adlı eserdeki kanıtlamaların çoğu ise Öklid'in *Elementler*'indeki teoremler kullanılarak yapılmıştır.[26]

***Optik* (*Optica*)**

Öklid'in bu adla bir eser yazdığına dair Pappus ve Proclus atıfta bulunmuşlardır.[27] Günümüze ulaşan iki şerh bulunmaktadır. Bunlardan birincisinin

---

[25] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 429.

[26] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 1, Oxford 1921, s. 440.

[27] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 1. Cilt, Oxford 1921, s. 441.

Öklid'in eseri olduğundan kuşku duyulmaz. Ancak, ikincisi İskenderiyeli Theon'un dördüncü yüzyılda meydana getirdiği bir şerh gibi görünmektedir; çünkü önsözünde Theon'un derslerinde yaptığı açıklamalar bulunmaktadır.[28]

Optica Ptolemaios tarafından bir başka optik kitabı yazılıncaya kadar perspektife ilişkin tek başlangıç kitabı olarak kalmıştır. Kitaba tanımlarla başlanır, fakat bu tanımların bazıları postüla niteliğindedir. Görmeye ilişkin açıklamalarda Platoncu geleneğe bağlı kalınarak, ışığın gözden çıkarak nesneye ulaşması sonucunda görmenin oluştuğu savunulur. Aynı zamanda, ışığın doğrusal olduğu örtük olarak kabul edilir. Dördüncü tanımda da büyük açıyla bakılan cisimlerin büyük, küçük açıyla bakılan cisimlerin küçük, eşit açıyla bakılan cisimlerin eşit görüneceği varsayılır. Elli sekiz önermeden meydana gelen bu kitap *Phaenomena*'dan önce yazılmıştır; çünkü önsözünde ona atıfta bulunulmaktadır.[29]

***Yansıma* (*Catoptrica*)**

Proclus, Öklid'in *Yansıma* (*Catoptrica*) adlı bir eseri olduğunu söylemektedir. Bununla birlikte, Öklid'e atfedilen yazma kesinlikle ona ait değildir, ancak daha sonradan yapılan bir derlemedir. Bu derlemeyi İskenderiyeli Theon'un hazırlamış olması ve Proclus'un da bir dikkatsizlik sonucu ona atfetmiş olması mümkündür.[30]

***Müziğin Temel Ögeleri* (*Elements of Music*)**

Proclus, bu adı taşıyan bir kitabın Öklid'e ait olduğunu ifade etmekle birlikte bu kitabın Öklid'in eseri olduğu tartışmalıdır. Fakat kesin olarak söyleyebileceğimiz

---

[28] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, Cilt 1, s. 17.

[29] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, Cilt 4, ACLS New York 1981, s. 430.

[30] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 1, Oxford 1921, s. 444.

Öklid'in *Müzigin Temel Ögeleri* adıyla bir kitap yazdığı ve *Sectio canonis*'in bu kitapla ilişkili olduğudur.[31]

Mekanik

Bu eserin Yunancası günümüze ulaşmamıştır ve o dönem yazarlarından hiçbiri Öklid'in böyle bir kitap yazdığı hakkında bilgi vermez. Arapça kaynaklarda ise *Ağırlık ve Hafiflik Üzerine* (*Book on Heavy and Light*) adıyla bir kitap yazdığı ifade edilir.[32] Curtze, Dresden kütüphanesi yazmaları arasında bulduğu eseri *Liber Euclidis de gravi et levi et de comparatione corporum ad invicem* adıyla 1900 yılında yayınlamıştır. Duhem'in gözlemlerine göre bu kitap, Aristoteles dinamiğindeki serbest hareket eden cisimler konusunu en iyi anlatan eserdir. Moody ve Clagett, Oxford Bodlian Kütüphane'sinde buldukları bir yazmayı 1952 yılında İngilizce olarak yayınlamışlardır. Sarton bu metinde Arşimed öncesindeki şekliyle kullanılan özel bir çekim kavramının yer aldığını ifade etmiştir.[33] Clagett söz konusu eserde Aristoteles dinamiğine ters herhangi bir unsur görmediğini belirtmiştir. Bütün bu değerlendirmelerin ardından da Clagett bu metnin Öklid'e ait olup olmadığı konusunda kesin bir yargıya varılamayacağını ifade etmiştir.

Woepcke 1851 yılında Paris'te bulduğu bir Arapça yazmayı *Le livre d'Euclide sur la balancea* adıyla yayınlamıştır. Bu yazmanın şekillerinde kullanılan harflerin sırasının Yunan alfabesindeki sıralamaya uygunluğu nedeniyle Yunan kaynaklı olduğu düşünülmüştür. Söz konusu yazma bir tanım, iki aksiyom, dört önermeden oluşur ve kaldıraç teorisinin ana hatları anlatılır. Konular Aristoteles

[31] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, Cilt 1, s. 17.

[32] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 1, Oxford 1921, s. 446.

[33] Sarton G., *Introduction to the History of Science*, Cilt 1, s. 156.

dinamiğinin genel hatlarına dayanılarak değil, doğruluğu apaçık ortada olan ve deneyle doğrulanan aksiyomlara dayanılarak anlatılmaktadır.

Pierre Duhem, Paris'te *Liber Euclidis de ponderibus secundum terminorum circumferentiam* adıyla Öklid'e atfedilen bir yazma daha bulmuştur. Bu yazmanın Ptolemaios'un kayıp olan *Ölçeğin Dönüşü Üzerine* (*On Turnings of the Scale*) adlı eseri olabileceği yönünde iddialar olduğu gibi Öklid'in eserinin bir şerhi olduğu yönünde de iddialar vardır.

Clagett daha sonradan fikir değiştirerek *Denge Üzerine* (*Book on Balance*) adlı eserin Öklid'in eseri olduğu yönünde fikir bildirmiştir. Ayrıca Öklid'in matematiksel bilimlerin bütün branşlarında eser verdiği bilindiğinden ve bu eserin de onun tarzıyla işlenmiş olduğu göz önüne alınarak, onun tarafından yazıldığı dikkate alınması gereken bir iddadır sonucuna varılmıştır.[34]

Elementler'in Ele Aldığı Konular

I Kitap:

Geometrinin Temelleri: üçgenler teorisi, paraleller ve alanlar

II. Kitap:

Geometrik Cebir

III. Kitap:

Daireler Teorisi

IV. Kitap

Üçgen ve Daire içine ve dışına şekillerin çizimi

[34] John Murdoch, "Euclid", *Dictionary of Scientific Biograpy*, Cilt 4, ACLS New York 1981, s. 435.

V. Kitap:

Oran ve Orantılar

VI. Kitap:

Benzer şekiller ve geometrik oranları

VII. Kitap:

Sayılar Teorisi ve temel unsurları

VIII. Kitap:

Sayılar kuramındaki sürekli orantılar

IX. Kitap:

Sayılar Teorisi

X. Kitap:

Ölçülemez (miktarların) sınıflandırılması.

XI. Kitap:

Cisim Geometrisi

XII. Kitap

Şekillerin ölçülmesi

XIII. Kitap:

Düzgün cisimler.

YUNAN DÖNEMİNDE *ELEMENTLER* GELENEĞİ

Genel Bakış

Öklid'den önce de *Elementler* yazanlar olmuştur; fakat Öklid'in *Elementler*'inden sonra diğerleri unutulmuş ve zaman içinde yok olmuşlardır. Öklid'in *Elementler*'i ise sürekli gündemde kalmış, okunmuş ve okutulmuştur. Öklid'den sonra gelen bilginler onun tanımlarının ifadesini değiştirmeye, daha iyilerini koymaya çalışmışlardır; ancak bu çabalar pek başarılı olamamış çoğunlukla Öklid'in verdiği şekilde ve sayıda kalmıştır. Bazı bilginler ise aksiyom sayısını yeterli görmeyerek sayısını artırmışlardır. Bazıları ise daha başından beri tartışma konusu olan ünlü beşinci postülayı ele almışlar ve onu kanıtlama çabası içine girmişlerdir. Bu kanıtlama girişimleri başarılı olmamıştır; fakat bu çabaların matematiksel ilerlemeye büyük katkısı olmuştur. Aynı şekilde, Öklid'in bazı önermeleri kanıtlamasından memnun olmayan bazı bilginler daha farklı kanıtlamalar getirmişler ya da önermelerin sırasını değiştirmişlerdir. Kısacası, *Elementler* sürekli gündemde kalmış ve üzerinde çalışılmaya devam edilmiştir.

Daha sonradan gelenler, Öklid'in Antik Yunanlıların temel geometri bilgisinin özeti sayılabilecek eserinde çizdiği sınırlar içinde kalmışlardır. İslâm dönemine gelinceye kadar onun belirlediği oran orantı kavramı ve sayı anlayışı temel bir değişiklik göstermeden devam etmiştir. Yunan matematiğinin temel özelliği olan nicelikleri çizgilerle ifade etme ve niceliklerin büyüklüklerini şekilleri birbirine ekleme, çıkarma yoluyla elde etme geleneği devam etmiştir. Genellikle Öklid'in yaptığı ölçülemezlik sınıflamasına uyulmuş ve nicelikler aynı şekilde sınıflanmaya devam edilmiştir. Bütün bunlar yapılırken hemen hemen bütün bilginler onun getirdiği sistematiği sürdürmeye özen göstermişlerdir.

Bilginler ve Çalışmaları

Arşimed (MÖ. 287-212). Yaşamı hakkında çok az bilgimiz vardır. Arkadaşı Heracleides'in yazdığı biyografisi günümüze ulaşmamıştır. Arşimed'in İskenderiye'ye gittiği ve orada Öklid'in ardılı olan öğrencilerle birlikte çalışmalar yaptığı nerdeyse kesindir. Öklidçi geometrinin daha sonra göstereceği gelişmeye ise önemli katkıları olmuştur.[35]

Muhtemelen Ödoksos (Eudoxus) tarafından icat edilen, Öklid'in *Elementler*'inin XII. 2. önermesinde kullanılan tüketme yöntemi Arşimed tarafından yaygın olarak kullanılmıştır.[36]

İskenderiye'ye gidişinden, bugüne ulaşan eserlerinden, *Parabolün Dörgenleştirilmesi Üzerine* (*On the Quadrature of Parabola*), *Sığır Problemi* (*The Cattle-Problem*), *Küre ve Silindir Üzerine* (*On the Sphere and Cylinder*) ve başka çalışmalarından Öklid'den haberdar olduğu ve dönemin geometriye giriş kitabı olan *Elementler*'den yararlandığı sonucunu çıkarmak yanlış olmayacaktır.

Apollonios (MÖ. 262-190). Ona atıfta bulunan kaynaklardan Antalya yakınlarındaki Perge'de doğduğu anlaşılmaktadır. Eldeki bilgiler onun MÖ. 246-221 yılları arasında Mısır'ı yöneten Ptolemaios Euerges döneminde yaşadığını göstermektedir. *Konikler* adlı eserinin farklı kitaplarının [bölümlerinin] giriş kısmında verdiği bilgilerden de bir süre İskenderiye, Bergama ve Efes'te ikamet

[35] E. J. Dijksterhuis, *Archimedes*, Princeton University Press, New Jersey 1987, s. 11.

[36] M. Clagett, "Archimedes", *Dictionary of Scientific Biograpy*, Cilt 1, ACLS New York 1981, s. 215.

ettiği sonucu çıkmaktadır.[37] Yaşamı hakkındaki bilgilerimizin önemli bir kısmı Öklid'in öğrencileriyle uzun süre İskenderiye'de öğrenim çalışmaları yapan Pappus tarafından verilen bilgilere dayanmaktadır. Pappus'un bildirdiğine göre Apollonios, Öklid'in dört kitaplık *Konikler* adlı eserine dört kitaplık bir ek yapmıştır.[38] Pappus, odak ve doğrultman büyüklüklerine bağlı olarak elde edilen, koni kesitleri hakkında bir kanıtlama yaparken Öklid'in kaybolan *Yüzey Odakları Üzerine* (*On Surface Loci*) adlı eserindeki lemma'ya atıfta bulunmuştur. Çünkü, Apollonios'un *Konikler* adlı eserinde doğrultmandan söz edilmez; ancak doğrultmanla ilgili bu kanıtlamanın Apollonios'un kitabında yer almamasının nedeni, bu konunun onun tarafından bilinmemesi değil, daha üst düzey bir sistematik kitap yazma isteğindendir. *Elementler*'in X. Kitabında ele alınan irrasyoneller konusunu ele almış ve düzensiz irrasyoneller teorisi adıyla daha gelişmiş bir irrasyonel kavramı ortaya koymuştur; fakat bu konuda yazdıkları günümüze Pappus'un şerhinin Arapça çevirisi sayesinde ulaştığı için çok karmaşık bir durumdadır.

Apollonios doğrudan *Elementler* hakkında bir eser vermemiştir; fakat yukarıda adı geçen çalışmalarından Öklid'in eserlerinden haberdar olduğu ve onun başlangıç düzeyi eserlerinden daha ileri düzeyde konuları ele alan çalışmalar yaptığı sonucunu çıkarabiliriz.[39]

---

[37] G. J. Toomer, *Apollonius Conics Books V to VII, The Arabic Translation of the Lost Greek Original Version of Beni Musa*, Cilt 1, Sipringe-Verlag 1990, s. xi-xii.

[38] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 141.

[39] G. J. Toomer, "Apollonius of Perga", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 1, ACLS New York 1981, s. 187.

Sidon'lu Zenon (MÖ. 150-70). Pek çok eser yazmasına rağmen mantık ve matematik dışındaki eserleri günümüze ulaşmamıştır. Pappus'un *Elementler* şerhinde bildirdiğine göre Zenon *Elementler*'in I. kitabının. 1. önermesine (eşkenar üçgenin çizilişi) itiraz etmiştir. Bu önermede iki doğru çizginin tek bir nokta dışında ortak bir kesiti olamayacağının varsayıldığı, böyle bir varsayımın yapılabilmesi için bunun önce aksiyomlar arasına alınması, ancak ondan sonra kullanılması gerektiğini savunmuştur.

"Aynı şekilde, bütün dik açılar birbirine eşittir" biçimindeki dördüncü postülasına da dik açıların çizimini önceden varsaydığı, ama I. 11. önermeye kadar vermediği gerekçesiyle itiraz etmiştir.[40] Proclus ve Sextus Empiricus, Öklid'e Zenon'nunkine benzer eleştiriler yönelten Epikürcüler'den bahsetmişlerdir. Bu eleştirilerden biri, eğrilerin sonsuz bölünebilirliği konusunda bir aksiyom oluşturulmadan, eğrilerin sonsuz bölünebilirliğine ilişkin çıkarımlarda bulunmasıdır. Çünkü eğriler sonsuz bölünemezler ve en küçük birim bölünemez çizgilerden oluşmuştur. Diğeri ise, benzerlik önermesi ve başka birkaç önerme kanıtlamasında kullanılan üstüste çakıştırma (superimposition) yöntemidir ki buna da uzayda yalnızca madde hareket edebilir gerekçesiyle itiraz etmişlerdir.[41]

Bu da göstermektedir ki *Elementler* sadece matematiksel bilimlerle uğraşanların değil felsefecilerin de, karşı çıkmak biçiminde bile olsa, ilgi alanı içerisinde ve müfredatlarındadır.

---

[40] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 1, Oxford 1921, s. 359.

[41] K. Von Fritz, "Zeno of Sidon", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 14, ACLS New York 1981, s. 612.

Geminus (MS. 10-60). Yaşamı hakkında pek bilgimiz yoktur, ancak *Astronomiye Giriş* (*Isagoge*) adlı eseri günümüze ulaşmayı başarmıştır. Astronomiye giriş niteliğinde olan bu kitap, bilim adamlarının teknik yazılarındaki ana düşünceleri halka yaymak için yazılmıştır.

Stoacı bir felsefeci olan Geminus'u matematik tarihi açısından önemli hale getiren, *Matematik Teorisi* adlı şimdi kayıp olan eserdir. Bu kitap en az altı kitaptan (bölümden) oluşmalıdır; çünkü Eutocius (MS. 480-540) altıncı kitabından alıntılar yapmaktadır. Bu kitabın ana konusu matematiksel bilimlerin altbölümlere ayrılmasıdır. Bilimler altbölümlere ayırılıp sınıflandırma yapılırken, bu sınıflamanın gerekçesi olan felsefe ilkeleri anlatılmış ve kullanılan hipotez, teorem, postüla, aksiyom gibi terimler açıklanmıştır.[42] Bu terimlerle yetinilmemiş, çizgi, yüzey, şekil ve açı kavramlarının eksiksiz bir tanımı da verilmiştir. Ardından, Ökild'in ünlü paraleller postülasına itiraz edilerek, bu postülanın bir kanıtının kendileri tarafından yapıldığı ifade edilmiştir. Daha sonradan kaybolan bu kitap, bize matematik tarihi hakkında ayrıntılı bilgi veren Proclus'a kaynaklık etmesi bakımından da önemlidir.[43]

İskenderiyeli Heron (MS. 10-75) Yaşamı hakkında doğrudan bilgi elde edinebileceğimiz bir kaynak olmadığından, bilgilerimiz daha çok eserleri ve ondan çok sonra yaşayan ve ona atfen alıntılar yapan yazarlardan elde ettiklerimize dayanır.[44] Günümüze kadar ulaşan eserleri şunlardır: *Otomatlar* (*Automata*),

---

[42] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 2, Oxford 1921, s. 225.

[43] D. R. Dicks, "Geminus", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 5, ACLS New York 1981, s. 346.

[44] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 172.

Ağırlıkları Kaldırma Üzerine (*Barulkos*), *Savaş Aletleri Üzerine* (*Belopoiica*), *Yansıma* (*Catoptrica*), *Mancınık Üzerine* (*Cheirobalistra*), *Tanımlar* (*Definitiones*), *Kırılma* (*Dioptra*), *Geometri* (*Geometrica*), *Mekanik* (*Mechanica*), *Ölçme Aletleri Üzerine (De Mensuris), Yüzey ve Hacim Ölçme Üzerine* (*Metrica*), *Basınç Üzerine* (*Pneumatica*) ve *Ölçme Hesaplamaları Üzerine* (*Stereometrica*).[45]

Bunlar Yunanca yazılmışlardır, fakat *Mekanik* Arapça ve *Optik* de sadece Latince çevirileri ile günümüze ulaşmıştır. J. L. Heiberg'e göre bu kitaplardan yalnızca *Tanımlar* (*Definitiones*) ve *Yüzey ve Hacim Ölçme Üzerine* (*Metrica*) Heron'un elinden çıkmıştır, diğerleri eklemeler ve çıkarmalar yapılan Bizans okul kitaplarıdır. Heron'a ününü sağlayan *Tanımlar* (*Definitiones*) ve *Öklid'in Elementler'i üzerine Yorumlar* (*Commentary on Euclid's Elements*) adlı eserleridir. Her ikisinin de pedagojik amaçlarla yazıldığı Heath tarafından belirtilmiştir. *Tanımlar*'da geometrik terimleri açıklayan 133 tanım vardır ki bu tanımlar antik dönemden o güne kadar geometri derslerinde nelerin öğretildiğini öğrenmemiz bakımından çok önemlidir.

Heron'un adı, Pappus'tan (MS. 290-350) önceki biyografik kaynaklarda geçmez. *Elementler* üzerine sistematik yorumlar yaptığı Proclus'un yazılarından ve daha kesin olarak Neyrîzî'nin *Elementler*'in ilk on kitabının şerhi olan eserinde Heron'dan yaptığı alıntılardan ortaya çıkar. Heath'in değerlendirmesine göre Heron'un *Elementler* ile ilgili analizinin dikkat çekici unsurları şunlardır:

1) Birkaç genel değerlendirme yaptıktan sonra, üçten fazla aksiyomu kabul etmemesi.

[45] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 2, Oxford 1921, s. 308.

2) Ökid'in bazı önerme çizimlerinin, I. 35, 36, III. 7, 8 bir yolla ya da başka bir yolla çizilmesi durumunda aradaki farklılıkları ele alıp değerlendirmesi.

3) Öklid'in II. 1-10, III. 25, III. 13. önermelerinde verilenden farklı, alternatif kanıtlamalar getirmesi.

4) Öklid'in bazı önermelerinin, II. 12, 13, VIII. 27, tersini de ele alması.

5) Öklid'in bazı önermelerine I.1, III. 7, III. 20, III. 22, VII. 3 ek açıklamalar getirmesidir.[46]

İskenderiyeli Menelaos (MS. 70-130). İbnü'n-Nedim *Fihrist*'te, Ptolemaios'un onun adını anmasından dolayı Menelaus'un Ptolemaios'dan önce yaşadığı sonucuna varır. *Küresel Önermeler Üzerine* (*The Book on Spherical Propositions*), *Ağırlık Bilgisi ve farklı Varlıklar üzerine Dağılışı* (*On the Knowledge of the Weights and Distribution of Different Bodies*) bu kitaplar Domitian'ın görevlendirmesi ile yazılmıştır. Üç kitaptan oluşan *Geometrinin Temelleri* (*Elements of Geometry*) adlı eseri Sabit ibn Kurra tarafından incelenmiş ve eklemeler çıkarmalar yapılarak yeniden düzenlenmiştir. Ayrıca *Üçgenler Kitabı* (*Book on Triangle*) adıyla da bir eser yazmıştır.[47]

Küreler (*Sphaerica*) adlı eserinde üçgen için Öklid'in I. kitap 19, 20. tanımlarındaki sözcükten farklı bir sözcük kullanmıştır ki bundan küresel üçgenler ile düzlem üçgenleri ayırt etmek için kullandığı sonucu çıkarılmıştır. Birinci kitabındaki küresel üçgenlerle ilgili önermeleri verişinden Öklid'in düzlem üçgenlerdeki kanıtlamalarına benzer biçimde kanıtlamalar yapma amacında olduğu

[46] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, Cilt 1, s. 22.

[47] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 163.

anlaşılmaktadır. Bununla birlikte, her zaman Öklid'in kanıtlama şekline uymamış ve saçmaya indirgeme yönteminden kaçınmıştır. Kaybolan *Geometrinin Temelleri* (*Elements of Geometry*) adlı kitabında Öklid'in I. kitabının 25. önermesi için Öklid'in verdiği kanıtlamadan daha mükemmel bir kanıtlama vermiştir.[48] *Küreler*'in üçüncü kitap birinci önermesinde ise ünlü Menelaus Teoremi'ni anlatmıştır.[49]

Batlamyus (Ptolemaios) (MS. 85-165). Onun yaşamı hakkındaki bilgilerimizin çoğu eserlerinden elde edilen bilgilerdir. En ünlü eseri yüzyıllarca temel astronomi kitabı olarak kullanılan *Almagest*'tir. Ptolemaios antik dönemde okutulan bütün matematiksel bilimlerle ilgilenmiş ve eserler vermiştir; fakat bu eserler günümüze ulaşmadığı için ancak antik dönem yazarlarının atıfları sayesinde bunlardan haberdar olmaktayız. Bu eserlerden biri *Mekanik Üzerine*'dir, üç bölümden oluşan bu eserde Öklid'in ünlü paraleller postülası kanıtlanmaya çalışılmıştır. *Boyutlar Üzerine* (*On Dimentions*) adlı bir başka eserinde ise üç boyuttan başka boyut olamayacağı konusu işlenmiştir.[50]

İskenderiyeli Diofantos (MS. 200-284). Yaşamı hakkında çok fazla bilgimiz yoktur. On birinci yüzyılda yaşayan Michael Psellus'un mektubundan elde edilen bilgilere göre ünlü *Aritmetica*'sını 231 yılından beri açık olan bir Hıristiyan okulunun 247 yılında piskoposu olan St. Dionysius'a ithaf etmiştir. Bu eserinde sayı serilerinin yapısı gösterilmiş ve bir sayının kuvvetleri ise şu şekilde vermiştir: n^2 kare sayı, n^3 küp sayı, n^4 kare kare sayı, n^5 kare küp sayı, n^6 küp küp sayı. Altı kitaptan

---

[48] Ivor Bulmer-Thomas "Menelaus of Alexandria", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 9, ACLS, New York 1981, s. 297.

[49] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 2, Oxford 1921, s. 266.

[50] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, 2. Cilt, Oxford 1921, s. 295.

(bölümden) oluşan söz konusu kitapta belirli ve belirsiz denklemlere ilişkin problemler cebirsel eşitlikler ve eşitsizlikler biçiminde ele alınmıştır.[51] Bununla birlikte lineer ve quadratik problemleri çözmek için kullandığı yöntemler ondan çok önce geliştirilmiştir. Benzer problemler Mezepotamya ve Çin metinlerinde de görülmüş ve işlenmiştir. Diophantos'un iki bilinmeyenli kuadratik eşitlikleri çözmek için kullandığı yöntemler tamamen Mezopotamya'da kullanılan yöntemlere karşılık gelir.[52] Bu problemler Öklid'in *Elementler*'inin ikinci kitabında ise tamamen geometrik biçimde ele alınmışlardır.

Porphry (232-304). Porphyry üçüncü yüzyılda yaşayan bir Yeni Platoncu'dur. *Elelementler* hakkında sistematik bir yorum yazıp yazmadığı kesin olmamakla birlikte, Proclus'un I. 14. ve I. 26. önermelerle ilgili olarak ondan bahsettiği iki pasaj bunun mümkün olabileceğini göstermektedir. Ayrıca *Fihrist* de Prophyry'nin *Elementler* üzerine bir kitap yazdığını bildirmektedir.[53]

İskenderiyeli Pappus (MS. 290-350). Kendisinden öncekilerin başarıları hakkında bilgi veren ünlü eseri *Derleme*'dir (*Synagoge*).[54] Bu eser sekiz kitaptan oluşur, orijinalinin on iki kitaptan oluşması mümkündür, fakat birinci bölümü ve

---

[51] Kurt Vogel, "Diophantus of Alexandria", *Dictionary of Scientific Biography*, 4. Cilt, ACLS New York 1981, s. 112.

[52] Aydın Sayılı, *Mısır ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, 3. baskı, Atatürk Kültür Merkezi Yayını, Ankara 1991, s. 213.

[53] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 2, Oxford 1921, s. 258.

[54] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 207.

ikinci bölümünden bazı kısımlar kayıptır.[55] Öklid'in *Elementler*'inin X. Kitabı üzerine yazdığı bir şerhin Arapçası günümüze kalmayı başarmıştır. Bibliotheque Nationale (Paris), MS No. 2457'de (Suplement arabe de la Bibliotheque imperiale no. 952.2) bulunan yazma elli makaleden oluşur, 5 ve 6. makaleler de söz konusu şerhleri içerir. *Fihrist* bu şerhin iki bölümden oluştuğunu bildirmektedir. Söz konusu şerh 1850 yılında F. Woepcke tarafından Paris'te bulunmuştur. Ancak, bulunan metinde harekeler olmadığı için şerhin Pappus'a ait olup olmadığı tartışmalıdır. Fakat Heath ve genel olarak başkaları tarafından da kabul edilir ki bu şerh Pappus'a aittir. Bulunan bu metin Suter tarafından çevrilerek 1922 yılında yayınlanmıştır.[56] Metnin kime ait olduğu konusunda süren tartışmalarda, ilk bölümün üst kısmının ve ikinci bölümün alt kısmının Ebû Osmân el-Dımeşkî (908-932) tarafından yazıldığı iddiasında bulunanlar vardır; çünkü Dımeşkî Öklid'in X. Kitabını Arapçaya çevirmiştir. İkinci bölüme de Ahmed ibn Muhammed ibn el-Celîl tarafından 969 yılında yazılan şerh eklenmiştir, ki bu kimse genellikle İranlı geometrici al-Siczî olarak tanınır.

Proclus, Pappus'a (MS. 290-350) çok fazla atıfta bulunmaz; fakat başka yollarla elde edilen ipuçları onun *Elementler* ile ilgili bir şerh yazdığını göstermektedir. *Elementler* yazıcılarından bir kimse *Veriler* adlı eserin tanımlar

---

[55] Florian Cajori, *A History of Mathematics*, Chelsea Publications., New York 1991, s. 49.

[56] H. Suter, "Der Kommentar des Pappus zum X Buche des Eukleides", *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin*, 4 (1922), 9-78, yeniden basım: *Islamic Mathematics and Astronomy*, cilt 18, Publications of the Institute for the History of Arabic-Islamic Science, Frankfurt 1997, s. 41.

kısmını yazarken şöyle bir ifade kullanmıştır: "Pappus, Öklid'in *Elementler*'inin X. Kitabının yorumunun başlangıcında der ki"; ayrıca *Fihrist* Pappus'un Öklid'in *Elementler*'inin X. Kitabı hakkında bir eser yazdığını iki yerde bildirir. Yine Eutocius, Arşimed'in *Küre ve Silindir Üzerine* (I. 13) adlı eseriyle ilgili notlarında "Pappus bir dairenin içine, başka bir daire içine çizilen bir çokgene benzer bir çokgenin nasıl çizileceğini açıklamıştır" demektedir, bu açıklama muhtemelen XII. kitap ile ilgilidir, ki bu da bize Pappus'un *Elementler*'in muhtemelen tümünü kapsayan bir eser yazdığını düşündürmektedir; ayrıca Proclus'un öğrencisi ve ardılı olan Marinus *Veriler* adlı eserinin önsözünde "Pappus'un yazdığı *Elementler* şerhini kastederek, bu kitap üzerine yorumları" ifadesi, bu durumu desteklemektedir.

Proclus'un Pappus'u kaynak gösterek konuyla ilgili verdiği bilgiler şu şekildedir:

1) Dördüncü postülanın "bütün dik açılar eşittir" postülasının tersinin doğru olmadığıdır: "Dik açıya eşit olan bütün açıların dik açı olduğu doğru değildir; çünkü iki yarım daire arasında kalan açılar eşittir; çapları dik açıya karşılık gelir ve bir noktada biterler, dik açıya eşittirler fakat dik açı değildirler" gerekçesiyle doğru olmadığını ifade etmiştir.

2) Öklid'in aksiyomlarına "eşit olmayanlar eşitlere eklenirse ve eşitlere eşit olmayanlar eklenirse" biçimindeki ifadeyi eklemiştir. Ardından tanımlara müdahale ederek, bir düzlemin bütün parçaları ve doğru çizgiler birbirine denktirler. Bir nokta, doğru çizgiyi bir çizgi, düzlemi ve düzlem cismi böler, bu şekilde hem artırarak hem de eksilterek sonsuz büyüklükler (miktarlar) elde edilebilir, tarzında tanımlar eklemiştir.

3) Pappus I. kitap 5. önermenin ikinci kısmına ekleme yaparak bunun itirazları ortadan kaldıracak iyi bir kanıtlamasını yapmıştır.

4) Proklus, Heron ve Pappus'a atfen I. 47. önermeyle ilgili oldukça yararlı açıklamalarda bulunmuştur.[57]

İskenderiyeli Theon (MS. 335-405). Theon'un hayatı hakkında kısa bir bilgi veren tek bir kaynak vardır. Bu kaynağa göre Theon, İmparator I. Theodosius (hük.379-395) döneminde yaşamıştır. İskenderiye'de fanatik bir Hıristiyan güruhu tarafından işkence ile parçalara ayrılarak 415 yılında öldürülen, ünlü kadın matematikçi Hypatia'nın da babasıdır.[58]

Theon, I. Ptolemaios tarafından yaklaşık MÖ. 300 yıllarında kurulan, yüksek öğretim veren ve pek çok ünlü bilim adamı yetiştiren Müze'nin son üyelerindendir. *Almagest* şerhinin önsözünde bildirdiğine göre, eserlerini derslere katılanların cesaretlendirmesi sayesinde yazmıştır. Aslında bugüne ulaşan bütün şerhleri ve eserleri öğretmenlik sürecinde, öğrenciler için öğretim amacıyla yazdıklarıdır.

Theon'un bütün eserleri daha önceden yaşamış olan kimseler tarafından yazılan eserlerin öğrenciler için daha uygun hale getirilmiş edisyonlarıdır. En ünlü edisyonu, Öklid'in *Elementler*'i için yazdığıdır, ki neredeyse özgün metni unutturmuştur. *Almagest* şerhininin I. kitap 10. bölümünde açıkça şöyle demiştir: "Eşit daireler üzerindeki daire dilimlerinin birbirine oranı [merkezdeki] açıların birbirine oranı gibi olduğunu bizim edisyonumuz olan *Elementler*'in VI. kitabın sonunda kanıtlamıştık". Gerçekten de neredeyse günümüze ulaşan bütün Yunanca *Elementler* yazmalarının VI. Kitap 33. önermesi söylendiği gibidir ve pek çok yazmanın başında "Theon edisyonundan" ya da "Theon'un derslerinden" şeklinde ibareler bulunmaktadır. Söz konusu önermeyi Theon'dan farklı şekilde anlatan ve bu

[57] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements,* Cilt 1, s. 25.

[58] Florian Cajori, *A History of Mathematics,* Chelsea Pub., New York 1991, s. 31.

sayede Theon öncesine ait olduğu anlaşılan, Peyrard tarafından 1808 yılında Vatikan Yunanca Yazmalar bölümü 190 numarada bulunan yazma ortaya çıkıncaya kadar, Theon'un ne gibi değişiklikler yaptığı tespit edilememiştir.

Theon pek çok yerde, sözcükleri daha açık ve anlaşılır olmaları için değiştirmiş, bir matematiksel çalışmada olabilecek bazı hataları düzeltmekle birlikte, yanlış anlamasından kaynaklanan düzelttiğinden daha fazla hataya neden olmuştur. Bunun yanında, yanlış olduğunu düşündüğü şeyleri atmış, akıl yürütmede gördüğü bazı boşlukları da kapatmak için eklemelerde bulunmuştur.[59]

Bir bütün olarak bakıldığında Theon'un edisyonunun orijinalinden daha ileri bir edisyon olduğunu söylemek çok zordur. Bununla birlikte, öğrencilerin kullanımı için kolaylaştırılmış bir edisyon olarak amacına çok iyi hizmet etmiştir.[60]

Proclus (MS. 411-485). Yunan geometrisini anlatan ve şu an elimizde olan iki ana kaynağımız vardır, birincisi Öklid'in *Elementler*'inin I. kitabı hakkında Proclus'un yazdığı *Şerh* ve Pappus'un *Derleme*'si'dir. Bu ikisi başka kaynaklardan daha değerlidir; çünkü Öklid, Arşimed ve Apollonios'un öncüleri olan kimselerin yazdıkları eserler kaybolmuştur. Belki de, bu üç üstadın eserlerinin ortaya çıkışından sonra gözden düşmüş ve unutulmuşlardır.

Eserinde Öklid öncesi döneme ait bazı hataların bulunması doğaldır; çünkü Proklus MS. 411-485 yılları arasında yaşamıştır, dolayısıyla Öklid öncesi geometri geleneklerinin unutulmasına yetecek kadar uzun zaman geçmiştir.

---

[59] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 134.

[60] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 2, Oxford 1921, s. 527.

Proklus ilk dönem eğitimini İskenderiye'de almıştır. O dönem orada ona Aristoteles'in eserlerini öğreten Olympiodorus'tur; matematik öğreten kimse ise Heron'dur; elbette bu Heron ünlü mekanikçi Heron değildir. Daha sonra Plutarch ve Syrianus tarafından Yeni Platoncu felsefenin egemen hale getirildiği Atina'ya gitmiştir.[61] Orada ruhunu ve kalbini bu felsefeye adamış ve onun en parlak temsilcilerinden biri olmuştur. Biyografisini yazan, öğrencisi Marinus'tan öğrendiğimize göre ustalarına çok saygılıdır ve bu saygısı çağdaşlarından abartılı bir biçimde fazladır.

Syrianus'un ölümünden sonra Yeni Platoncu okulun başkanlığına getirilmiş, tükenmez bir enerjiyle pek çok konuda kitaplar ve şerhler, özellikle de Platon'un dialogları hakkında yazmıştır.[62] Keskin bir diyalektikçi, yetkin bir matematikçi, bir şairdir ve bilgi sahasının genişliğiyle çağdaşları arasında sivrilen en önemli kimsedir. Aynı zamanda her tür mite, büyüye, hem Yunan'ın hem de Doğu'nun kutsallarına inanan ve samimi bir şekilde tapınan bir kimsedir.

Yetkin bir matematikçi olmasına rağmen daha çok bir felsefecidir. Bu yönü, Öklid'in I. kitabının *Şerh*inde şu şekilde ortaya çıkmıştır, "nihayetinde felsefeye yardımcı olacak derin bir araştırma gerektiren şeyler ...". Alternatif kanıtlamalarla, durumlarla ilgilenmemiş, Heron'un I. kitabın 47. önermesine yaptığı ek matematiksel açıdan önemli olmasına rağmen dikkatini çekmemiştir. Kısaca, matematiğe karşı çok saygılıdır fakat bu saygının nedeni onun felsefeye hizmet etmesidir.

---

[61] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 216.

[62] Florian Cajori, *A History of Mathematics,* Chelsea Pub., New York 1991, s. 51.

Yeni Platoncu okulda öğrencilere matematik öğretildiği bilinmektedir. Proclus'un *Şerhi*'nin de kökeninde, öğrencilere matematik öğretirken verdiği dersler olduğu anlatımından açıkça ortaya çıkmaktadır.[63]

Eutocius (MS. 480-540). Eutocius, Arşimed'in üç eserini ve Apollonios'un *Konikler*'inin ilk dört kitabını şerh etmiştir. Arşimed'in *Küre ve Silindir Üzerine*'sinin ilk kitabının şerhini Ammonius'a ithaf etmiştir. Bu kimse Proclus'un öğrencisi, Simplicius'un ise hocasıdır. *Konikler*'in dört kitabına yaptığı şerh ise Ayasofya'nın mimarı Tralles'li Anthemius'a ithaf edilmiştir. Eutocius, Arşimed ve Apollonios'un çalışmalırının açığa çıkarılması dışında matematiğe özgün bir katkıda bulunmamıştır. Fakat *Dairenin Ölçülmesi*'nin şerhinde yaptığı işlemler ve kendisinden önceki geometricilerin çözümlerine yer vermesi nedeniyle çok önemlidir, çünkü bazı çözümler ancak onun sayesinde günümüze ulaşmıştır.[64]

Simplicius (490- 560). Simplicius Yeni Platoncu'luğun altıncı yüzyıldaki en parlak temsilcilerinden biridir. Aristoteles ve Pre-Sokratik felsefeciler üzerine çok önemli bilgiler veren şerhler yazmıştır. *Öklid'in Elementler'inin Birinci Kitabının İlk Önermeleri* adlı eserinden sadece bölümler günümüze kalmıştır. Öte yandan Proclus'a atfedilen bazı *Elementler* yorumlarının, *In Platonis Timaeum commentaria*, Simplicus tarafından yazıldığı da düşünülmektedir.[65]

---

[63] Thomas L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Cilt 2, Oxford 1921, s. 525.

[64] Smith, D. E., *History of Mathematics*, 1. cilt, Dover Yayınları, New York 1958, s. 182.

[65] G. Verbeke, "Simplicius", *Dictionary of Scientific Biography*, 12. Cilt, ACLS New York 1981, s. 443.

Fihrist'e göre Simplicius geometriye giriş mahiyetinde Öklid'in kitabının başlangıç kısımlarıyla ilgili şerh yazan bir Yunanlıdır.[66] Aslında bu şerh, tanımlar postülalar ve aksiyomlar (Paraleller Aksiyomu olarak bilinen ünlü postüla) hakkındadır ve Neyrîzî'nin Arapça şerhi vasıtasıyla korunmuştur.[67] Simplicius'un eserinde iki konuyla ilgili olarak "Aganis" adlı birinden alıntı yapar, birincisi bir açının tanımı ve ikincisi paralellerin tanımı ve paraleller postülasıdır. Neyrîzî tarafından I. 29. önermenin arkasına yerleştirilen uzun bölümde, Simplicius sözcük sözcük Aganis'in paraleller postülasını kanıtlama girişimini anlatır. Proclus tarafından bildirilen, Geminus'un görüşüyle uyuşan paraleller tanımıyla başlar ve bu tanım Posidonius'un tanımıyla çok yakından ilişkilidir. Bundan dolayı Aganis'in Geminus'tan başkası olmadığı düşünülmüş ve Simplicius'un şerhi de tarihsel önemi bakımından buna göre değerlendirilmiştir. Fakat Aganis'in kimliğiyle ilgili Tannery'nin son zamanlarda yaptığı çalışmalar göstermiştir ki Aganis'in Geminus olması mümkün değildir. Muhtemelen Simplicius'un bilinmeyen bir çağdaşıdır.[68]

---

[66] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 76.

[67] Florian Cajori, *A History of Mathematics*, Chelsea Pub., New York 1991, s. 48.

[68] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, 1. Cilt, s. 27.

ORTAÇAĞ İSLÂM DÜNYASINDA *ELEMENTLER* GELENEĞİ

Genel Bakış

Ortaçağ İslâm dünyasında *Elementler*'in ele alınışı Antik Yunan'ın ele alışından önemli ölçüde farkılık göstermektedir. Bu fark özellikle, V., VI., VII., VIII, IX. ve X. kitapların ele alınışında ortaya çıkmaktadır. Buna II. kitapta sadece geometrik olarak ele alınan konuların, İslâm bilginlerince cebirsel olarak ele almaları da eklenirse, nerdeyse *Elementler*'in yarısından fazlasının farklı bir bakış açısıyla ele alındığı ortaya çıkar. Bakış açıları arasındaki bu farklılığın en önemli nedeni sayı kavramlarının farklı olmasıdır.

Yunanlılar nicelikleri ifade etmek için Yunan Ebced'i adı verilebilecek bir sistem kullanmışlardır. Bu sistemin temel özelliği Yunan alfabesinin harflerinin sayı değeri taşıması ve niceliklerin bu harflerle ifade edilmesidir. İslâm bilginleri nicelikleri ifade etmek için Hintliler'den aldıkları ve geliştirdikleri rakamları kullanmışlardır. Kuşkusuz astronomi hesaplarında ve gündelik yaşamı ilgilendiren bazı konularda ebced sistemini de kullanmışlardır; fakat aritmetik, cebir, trigonometri ve geometri gibi matematik dallarında artan bir oranda Hint-Arap rakamlarını kullanmışlardır.

Yunanlılar, Pisagorcuların ve Aristoteles'in etkisiyle sayıyı bölünemez bir birim olarak ele almışlardır. Bunun sonucu olarak iki tam sayının birbirine oranıyla ifade edemedikleri nicelikleri de irrasyonel büyüklük olarak ve başka bir türe ait miktar olarak düşünmüşlerdir. Kuşkusuz başlangıçta sayıları bu şekilde düşünen İslâm bilginleri olmuştur; fakat zamanla İslam bilginlerinin büyük çoğunluğu irrasyonel miktarları da doğal sayılar gibi ele alan bir yaklaşıma yönelmişlerdir. Uluğ Bey'in Semerkand'taki Rasathane'sinde yetişen Gıyaseddîn Cemşid el-Kâşî (1380-

1429) ile birlikte ondalık kesirleri de ondalık sayılar ile ifade edecek kadar ileri götürmüşlerdir. Elbette Kâşî'nin ondalık sayıları ifade edişi bugünkü sembolizasyon seviyemize uygun değildir, bir tür yarı sembolizasyon seviyesinde kalmıştır; ancak ondalık sayıları ele alışının arkasındaki mantık, bugün ondalık sayıları ele alışımızın ardındaki mantıktan çok uzak değildir.

Abdülhamid ibn Türk ve Harizmî ile birlikte hem geometrik hem de başka türden nicelikler arasındaki ilişkileri denklem yoluyla ele alarak Avrupalılar'ın "alcebra" adını verdikleri yeni bir matematik dalının ortaya çıkışındaki ilk ve büyük adımı atmışlardır. Kuşkusuz Mezepotamyalılar ve Diophantos gibi Yunanlı matematikçiler de nicelikler arası ilişkileri denklem yoluyla ele almışlardır; fakat onların arkalarında İslâm matematikçilerinin dayandığı kadar güçlü bir sayı kavramı ve rakam sistemi bulunmadığı için başarıları sırınırlı ölçüde olmuş, yeni bir matematik dalının ortaya çıkışına yetmemiştir. Ayrıca günümüz ölçüleriyle bakıldığında yetersiz olsa da cebir işlemleri için sözcüklerin kısaltmalarından meydana gelen kısaltmalar kullanarak sembolik aşamaya geçişte önemli ilerlemeler kaydetmişlerdir.[69]

Yunanlılar herhangi bir üçgenin kenarına, o üçgenin üzerine çizilen dairede karşılık gelen çevre açısının kirişi olarak bakarlardı. Aynı daire içinde bulunan çevre açıları arasındaki oran bunlara karşılık gelen yayların yarıları arasındaki orana eşit olduğundan açıların değerleri yerine bunlarla uyumlu olan yayların yarı uzunlukları

[69] Salih Zeki, "Sâlih Zeki Bey'in Journal Asiatique'de yayımlanan "Notation Algébrique chez les Orientaux" Adlı Makalesi", *Ankara Üniversitesi Osmanlı Tarihi Araştırma ve Uygulama Merkezi Dergisi*, Sunuş ve çeviri: Remzi Demir, sayı 15, yıl 2004, s.333-353.

kabul edilirdi. Onlardan da eski olan Mezepotamyalı astronomların yaptıkları gibi daireyi 360 dereceye, dereceyi 60 dakikaya, dakikayı 60 saniyeye ve bu şekilde devam eden bir bölümlemeye tabi tutarlardı. Herhangi bir üçgenin kenarlarını da üçgenin üzerine çizilen dairenin çapına oranlarlardı. Bir dairenin içine çizilen kirişler daima dairenin çapından küçük olacağı için de, hesaplamalarda kolaylık olması için daire çapını 120 ya da yarı çapı 60 parçaya bölerlerdi. Kirişin uzunluğunu da yarıçap parçalarını bir birim kabul ederek ona göre oranlarlardı. Yarıçap uzunluğunu da dairede olduğu gibi 60 parçalık alt bölümlere ayırırlardı. Bunların dönüşümleri için tablolar hazırlanır ve bu tablolara bakılarak uzunluklar belirlenirdi.[70] Bu tabloların harflerin sayı değeri taşıdığı Yunan Ebced'ine dayandığını söylemekte de yarar vardır. İslâm astronom ve matematikçileri trigonometrik hesaplamalarda Yunanlıların yayın yarısının kirişini alma yöntemi yerine doğrudan açının gördüğü sinüs adı verilen kirişi esas almışlar ve hesaplamalarını buna göre yapmış ve buna uygun tablolar oluşturmuşlardır. Sabit ibn Kurra bir dik üçgende $b = [a \sin (90^0 - A) / \sin A]$ bağıntısını kullanmış, bir yüzyıl sonra ise Ebû'l Vefâ $a = b \tan A$ bağıntısıyla hesaplamalar yapmıştır.[71] Nasirüddîn Tûsî *Keşf el-Kınâ an Esrâr el-Şekl Kattâ* (*Kesenler Teoremini Örten Esrarın Açığa Çıkarılması*) adlı eserinde en temel altı trigonometrik fonksiyonu, sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant, sekant ve kosekant

[70] Salih Zeki., *Âsâr-ı Bâkiye*, 1. cilt, Yayına hazırlayanlar: Remzi Demir, Yavuz Unat, Babil Yayıncılık, Ankara 2003, s. 2.

[71] Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991, s. 238.

foksiyonlarını açıkça ortaya koymuştur.[72] İslâm bilginlerinin ortaya çıkardığı bu bağıntılar ve fonksiyonların, trigonometrinin astronomiden bağımsız bir matematik dalı haline gelmesinde çok önemli etkileri olmuştur.

İslâm bilginleri *Elementler*'deki postüla, tanım ve önermeleri yeniden ele almışlar, geometrik olarak kanıtlanan ve Yunan matematik kavramları sınırları içinde kalan çözümlere yeni bir bakış açısıyla yeni çözümler getirmişlerdir. İslâm matematikçileri özellikle ikinci kitaptaki konuları sadece geometrik yolla değil cebir yoluyla da çözmüşlerdir. Bu çözümler bütün ikinci dereceden denklemleri çözecek genel bir çözüm şeklinde değildir; fakat genel çözüme ulaşılmasını sağlayacak bütün yaklaşımları hazırlayacak niteliktedir. Oran ve orantı konusunda da aynı durum söz konusudur, İslâm bilginlerinin nicelik kavramı, negatif nicelik dışarıda bırakıldığında, bügünkü nicelik kavramına daha yakın olduğu için hemen her tür orantıda kullanılmıştır. Öklid'in yedi, sekiz ve dokuzuncu kitapta ele aldığı sayılar teorisi ve sayılar arası ilişkiler İslâm bilginlerince Öklid'de olduğu gibi tamamen geometrik olarak ele alınmamış, sayılar rakamla ifade edilmiş ve sayılar arasındaki işlemler rakamlar kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İslâm bilginleri Kâşî ile birlikte kesirlerin ondalık sayılar biçiminde ifade edilmesinde saf sembolik aşamadan bir önceki aşamaya kadar ilerlemişlerdir. *Elementler*'in onuncu kitabında ele alınan ölçülemez niceliklerin sınıflandırılması konusunda büsbütün Yunan bakış açısına bağlı kalmamışlar, her türden nicelik için bir ortak ölçek bulmaya çalışmışlar ve bunun sonucunda sayı kavramının reel sayılara doğru genişlemesinde ciddi katkılarda bulunmuşlardır. Cisim geometrisine ilişkin olarak Yunanlılar'ın cisimleri

[72] Salih Zeki., *Âsâr-ı Bâkiye*, 1. cilt, Yayına hazırlayanlar: Remzi Demir, Yavuz Unat, Babil Yayıncılık, Ankara 2003, s. 97.

kesiştirerek elde ettikleri sonuçları, üçüncü dereceden denklemlere dönüştürmüşler ve geometrik çözümlerin yanında üçüncü dereceden denklemler aracılığıyla da çözümler getirmişlerdir.

Bilginler ve Çalışmaları

Haccâc ibn Yusûf (786-833). El-Haccâc ibn Yûsuf ibn Matar'ın yaşamı hakkında çok az şey bilinmektedir. İbnü'n-Nedim'in *Fihrist* adlı eserinde, Harun Reşid (786-809) döneminde Ökid'in *Elementler*'ini Arapça'ya ilk kez çevirdiği, daha sonra da Me'mûn (813-833) döneminde ikinci kez çevirdiği bildirilmiştir. Bu ikinci çeviri, Sâbit ibn Kurra tarafından gözden geçirilmiş ve bazı düzeltmeler yapılmıştır.

Her iki çeviri de günümüze ulaşmamıştır. İkinci çeviri Neyrîzî'nin Şerh'ine temel oluşturmuştur. Neyrîzî'nin bu şerhinin I-VI. kitapları ve VII. kitaptan birkaç satırı günümüze tek bir nüsha halinde ulaşmıştır. Son zamanlarda yapılan araştırmalar Haccâc'ın çevrisinin Neyrîzî tarafından ciddi biçimde değiştirildiğini göstermektedir.[73]

Yapılan araştırmalar kesin bir sonuca bağlanmamış olmakla birlikte Haccâc'ın çevirilerinden biri, İbni Sina'nın *Şifâ* adlı eserinde özet halinde verilen *Elementler*'e temel teşkil etmiştir. Ayrıca, Bath'lı Adelard'ın Latince'ye çevirdiği *Elementler*'in de Haccâc çevirsinden yararlanılarak yapıldığına inanılmaktadır.[74]

Cevherî (800-860). El-Abbâs ibn Sa'îd el-Cevherî, Abbasî Halifesi Me'mûn'un (813-833) hizmetindeki astronomlardandır. İbnü'n-Nedim'in bildirdiğine göre geometriye ilişkin iki eseri vardır: *Öklid'in Kitabı'nın Tefsir Kitabı*

---

[73] Gregg De Young., "The Arabic Version of Euclid's "Elements" by al-Hajjāj ibn Yūsuf ibn Matar", *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, Cilt 14, Frankfurt 2002-2003, s. 127.

[74] Gregg De Young., "Al-Hajjāj", *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures*, editor: Helaine Selin, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1997, s. 392.

(*Kitâb Tafsîr Kitâb Uklîdîs*), *Öklid'in Elementler'inin I. Kitabına Eklenen Önermeler* (*Kitâb el-Eşkâl Elletî Zâdahâ fî el-Makâla el-Ûlâ min Uklîdîs*). Bu iki eser de günümüze ulaşmamıştır. Nasîrüddin el-Tûsî (1201-1274) Öklid'in paraleller teorisine ilişkin olarak yazdığı risalede, Cevherîye atfettiği *Islâh li-Kitâb el-Usûl* adlı eserin İbnü'n-Nedim'in bahsettiği tefsir kitabıyla aynı olması mümkündür. Tûsi'ye göre Cevherî'nin *Elementler*'e eklediği önermelerin sayısı elliye yakındır. Tûsî, Cevherî'nin bu önermeleri arasından paraleller postülasını kanıtlama girişiminde bulunduğu altısından alıntı yapmıştır.

Cevherî'nin söz konusu girişimi bugüne ulaşan yazmalar içindeki ilk Arapça paraleller postülası kanıtlama girişimidir.[75] Cevherî'nin aksiyomlarından biri Ödoksos-Arşimed aksiyomu olarak adlandırılan aksiyomdur. Bu aksiyom Simplicius'un şerhinde Aganis'e atfen kullanılan aksiyom ile aynı yapıdadır.[76]

Mâhânî (820-880). Ebu Abdullah Muhammed ibn İsâ el-Mâhânî Öklid'in *Elementler*'inin I, V, X, XIII. kitapları üzerine bir şerh yazmıştır. *Elementler*'in I. kitabının yirmi altı önermesinin saçmaya indirgeme yöntemini kullanmadan kanıtlamalarını yapmıştır; ancak bu risalesi kaybolmuştur. İrrasyonellerin işlendiği X. kitabın şerhinin bazı bölümleri, XIII. kitabın muğlak bölümleri üzerine yaptığı açıklamalar ve oranların işlendiği V. kitaba ilişkin üç risalesi günümüze ulaşmayı

[75] Boris A. Rosenfeld., Adolf P. Youschkevitch., "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 464.

[76] A. I. Sabra., "Al-Jawharī", *Dictionary of Scientific Biography*, 7. Cilt, ACLS, New York 1981, s. 79-80.

başarmıştır.[77] Öklid'in beşinci kitabında sentetik biçimde verilen oran orantı teorisi, söz konusu orantıların nasıl meydana geldiğini açıkça ortaya çıkarmaya elverişli değildir. Bu yüzden, İslâm matematikçileri bu konudaki temel tanım olan beşinci tanımdan memnun olmamışlar ve oranı "iki miktarın, Öklid'in en büyük ortak bölenini bulma yöntemiyle karşılaştırıldığında ortaya çıkan durum gibi görmüşlerdir. Bu durum özellikle Mâhânî'nin *Oran Hakkındaki Güçlükler Risalesi* (*Risale fî el-Müşkil min emr el-Nisbe*) risalesinde açıkça görülmektedir.[78] Mahani bunun yanında sadece bir karenin köşegeniyle hesaplanabilen beş niceliğin karekökünü de denklem (mukabele) kurarak elde etmiştir.[79]

Sâbit ibn Kurra (836-901). Beni Mûsâ'dan Muhammed Şâkir, Harran'ı ziyareti sırasında kuyumculuk yapan Sâbit ibn Kurra ile tanışır. Bildiği dillerden çok etkilenerek onu Bağdad'a davet eder. Sâbit ibn Kurra orada büyük bir bilgin haline gelir ve sayı kavramının reel sayılara doğru genişlemesinde, küresel trigonometri, analitik geometri ve Öklid dışı geometrilere giden yolda önemli bir rol oynar. Batlamyus sisteminde ilk reformu yapar ve statiğin temellerini atar. Onun seçkin bir hekim, bilim adamı ve cemaat lideri olmasından dolayı Sâbîler'in Irak'taki gücü artar.

---

[77] Yvonne Dold-Samplonius., "Al-Māhānī", *Dictionary of Scientific Biography*, 9. Cilt, ACLS, New York 1981, s. 21-22.

[78] Bijan Vahabzadeh, "Al-Māhānī's Commentary On The Concept Of Ratio", *Arabic Sciences and Philosophy*, cilt 12, 2002, s. 9-52.

[79] Roshdi Rashed, "Algebra", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 355.

Aralarında Arşimed'in *Koni Kesitleri* de olmak üzere pek çok Yunanca eseri Arapça'ya çevirir ve Öklid'in *Elementler*'i, Batlamyus'un *Almagest*'i üzerine şerhler yazar. İslâm Dünyası'nda *Elementler* ile *Almagest* arası kitaplara "orta düzey" kitaplar adı verilmiştir. Bu kitaplardan kabul edilen Sâbit ibn Kurra'nın *Kitâb el-Mefrûzât*'ı (*Veriler Kitabı*), Öklid'in *Veriler* adlı eserinin muadilidir. Ortaçağ'da çok popüler olan bu kitap, Nasîrüddin el-Tûsî'nin kendi edisyonunu yazdığı orta düzey kitaplar arasında yer almıştır.

Kitâb fî Te'lif el-Nisab (*Oranların Oluşumu Üzerine Kitap*) adlı eserinde *Elementler*'in VI. 5. önermesini eleştirerek, söz konusu tanımdan başka, miktarların bir miktarla çarpımınına dair bir tanım getirmiş ve aritmetik terminolojiyi sistematik biçimde geometrik niceliklere uygulamıştır. Aynı zamanda oranların oluşumuyla ilgili birkaç teoremi kanıtlamıştır, ki bu kanıtlamalar sayı kavramının pozitif reel sayılara doğru genişlemesi yönünde önemli bir adımdır. Ayrıca, ünlü paraleller postülasını kanıtlama girişiminde bulunduğu iki önemli risale yazmıştır: *Risâle fî Burhān el-Musadere el-Meşhure min Uklidis* (*Öklid'in Ünlü Postülasının Kanıtı Makalesi*) ve *Risâle fi inne el-Hatteyn ize İhrâca ale Zaviyeteyn ekal min Kaimeteyn İltika* (*İki Çizgiyi Kesen Üçüncü Çizginin İki Dik Açıdan Küçük Olan Tarafa Uzatıldığında Kesişmeleri Makalesi*). Bu risalelerinin ikincisinde, hareketi kullanmaktan mümkün olduğunca kaçınan Öklid'i eleştirmiş ve kinematik hareketi kullanmıştır; kullanmanın da bir zorunluluk olduğunu iddia etmiştir. Bu iki risalesi

İbnü'l-Heysem'in Öklid şerhinde çok etkili olmuş ve bu girişimler Öklid dışı geometrilerin ortaya çıkışına zemin hazırlamıştır.[80]

Kavl fî Tashîh Mesâil el-Cebr bi el-Berâhîn el-Hendesiyye (*Cebir Problemlerinin Geometri ile Kanıtlanmasının Düzeltilmesi Üzerine Sözler*) adlı eserinde kendisinden önce de yapılan fakat nereden alındığı belirtilmeyen cebirsel eşitliklerin geometrik kanıtlamalarını yeniden yapmış ve bunların nereden alındığını Elementler II. 5, 6 da ortaya koymuştur.[81] Bu durum, İbnü'n-Nedim'in İshak ibn Huneyn'in *Elementler* çevirisinin düzeltmenliğini Sâbit ibn Kurra'nın yaptığı yönünde verdiği bilginin doğruluğu ve ona verilen değeri göstermesi bakımından önemlidir.[82]

İshâk ibn Huneyn (ölümü 911). Ebû Yakûb İshâk ibn Huneyn, Halife Me'mûn (813-833) döneminde Yunanca eserleri çevirmekle ünlü Arap kökenli Nesturî Hırıstiyanlarından Huneyn ibn İshak'ın oğludur. Babasının Me'mûn'un himayasinde başarıyla yürüttüğü çeviri çalışmalarını sürdürmüş, pek çok matematik, tıp ve felsefe eserini Arapça'ya çevirmiştir. Çevirdiği eserlere baktığımızda, (Öklid'den *Elementler*, *Optik* ve *Veriler*, Arşimed'den *Küre ve Silindir Üzerine*, Batlamyus'tan *Almagest*, Menelaus'tan *Küreler* ve Autolycus ve Hypsicles'ın bazı

---

[80] Boris A. Rosenfeld., Adolf P. Youschkevitch., "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 465.

[81] Roshdi Rashed, "Algebra", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 353.

[82] B. A. Rosenfeld., A. T. Grigorian, "Thābit ibn Qurra", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 13, ACLS, New York 1981, s. 289-295.

eserler) matematik tarihi açısından ne kadar önemli bir çevirmen olduğu açıkça ortaya çıkmaktadır.[83] Elbette sürekliliği, etkisi ve değişik nüshalarıyla günümüze ulaşması ve bir dönemin rakipsiz geometriye giriş kitabı olması bakımından en önemli çevirisi *Elementler*'dir.[84]

Neyrîzî (875-940). Ebû Abbâs el-Fazl ibn Hâtim el-Neyrîzî, Haccâc ibn Yusûf tarafından iki kez çevirisi yapılan *Elementler*'e yaptığı şerh ile ünlüdür. Bu şerhin tek Arapça nüshası (I-VI) Leiden'dedir ve Cremona'lı Gerard tarafından on ikinci yüzyılda yapılan Latince çevirisi (I-X) günümüze ulaşmıştır.[85] Arapça nüshada I. kitabın 23 tanımı üzerine yapılan şerhler eksiktir; fakat bu kısımlar Latince çeviride mevcuttur. Neyrîzî şerhini yaparken kendisinden önce *Elementler* şerhi yazan İskenderiyeli Heron ve Simplicius'tan sık sık alıntılar yapmıştır. Bu alıntılar oldukça önemlidir; çünkü her ikisi de Yunanca olarak günümüze ulaşmamıştır. Heron'un şerhi en az ilk sekiz kitabı içermektedir; çünkü Neyrîzî'nin yaptığı en son atıf VIII. kitap 27. önermeye ilişkindir. Simplicus'un şerhi ise daha çok I. kitapta bulunan, aksiyomlar, postülalar ve tanımlarla ilişki görünmektedir. Neyrîzî'nin bu şerhi İslâm matematikçilerinin metodoloji problemlerini ele alışlarında oldukça ilgi

---

[83] André Allard., "Arabic Mathematics in the Medieval West", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 552.

[84] Nabil Shehaby., "Ishāq ibn Hunayn, Abu Yaqub", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 7, ACLS, New York 1981, s. 25-26.

[85] Sonja Brentjes., "Al-Nayrîzî", *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures* ed. Helaine Selin, Kluwer Academic publishers Dordrecht 1997, s. 777.

uyandırmıştır. Bunun yanında beşinci postülanın ele alınışında Aganis'ten yapılan alıntı ve paralel çizgilerin eşit uzaklıkta olması ve eşitliğin eşitsizlikten önce gelmesi gibi konularda oldukça etkili olmuştur.[86]

Neyrîzî şerhinde, kendisinden önce Mâhânî tarafından benimsenen oran ve orantı kavramını benimsemiştir.[87] Bu da oran ve orantı konusunun İslâm matematikçileri tarafından daha ilk başından itibaren Öklid'den farklı ele alınışını göstermesi bakımından önemlidir.

Kûhî (940-1000). Ebu Sehl Vaycan ibn Rüstem el-Kûhî, çağdaşları onu en iyi geometriciler arasında saymışlardır; özellikle Ömer Hayyam ona büyük bir saygı göstermiştir. Geometri yazılarından öğrendiğimize göre, ikinci dereceden daha yüksek dereceli eşitlikleri çözmüştür. *Risâle fî İmal Muhammes Müstesâvi el-Adla fî Murabba Malûm* (*Bilinen Bir Karenin İçine Eşkenar Beşgen Çizme Üzerine Risale*) adlı eserinde karenin içine beşgen çizerken, Öklid'in *Elementler*'inin I-VI kitaplarındaki, *Veriler*'indeki ve Apollonios'un *Koni Kesitleri*'nin I-III kitaplarındaki önermeleri kullanmıştır. Çözüm dikkate değerdir çünkü odak-doğrultman özelliği kullanılarak yapılmıştır. Buradan da Kûhî'nin bu özelliği bağımsız olarak keşfettiği ve Apollonios'dan bir adım öteye geçtiği söylenebilir. Ayrıca, *Paraboloid Cisimlerin Ölçümü Üzerine* adlı eserinde verdiği çözüm Arşimed'in verdiğinden daha yalın ve açık bir çözümdür.

---

[86] Boris A. Rosenfeld., Adolf P. Youschkevitch., "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 464.

[87] A. I. Sabra., "Al-Nayrīzī", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 10, ACLS, New York 1981, s. 5-7.

Risâle fî Kısmet el-Zâviye (*Bir açının Üç Eşit Parçaya bölünmesi*) adlı eserinde geliştirdiği aletle ortogonal hiperbol kullanarak çözüm getirmiştir ki bu çözüm tamamen İslâm dünyasında gerçekleştirilen bir çözümdür.[88]

Risâle fî İstihrâc Dıl el-Musabba el-Mütesâvî el-Adla fî el-Daire (*Bir Dairenin İçinde Düzgün Yedigen Oluşturulması Üzerine*) Arşimed'e atfedilenden daha tam bir çözüm getirmiştir. Kûhî çözümünü açıları 1:2:4 ile orantılı olan bir üçgen kurmak üzerine kurmuştur.

Risâle fî el-Birkar el-Tamm (*Mükemmel Pergel Üzerine*) adlı eserinde geliştirdiği bu pergelle nasıl doğru çizgiler, daireler ve koni kesitlerinin çizilebileceğini tarif etmiş ve bununla kolaylıkla usturlab ve güneş saati yapılabileceğini göstermiştir.[89]

El-Makâle el-Ulâ min Kitâb Uklidîs fî el-Usûl (*Öklid'in Elementler'inin I. Kitabı*) adlı eserinde Öklid'in *Elementler*'inin I. Kitabı'nda bulunan önermelerin sırasını ve içeriğini değiştirmiştir. *Elementler*'deki çizimler yerine *Veriler*'deki yapıyı izlemiştir. Öklid'in dördüncü postülasını yeni bir biçimde ele almış ve Pisagor teoremini farklı bir biçimde kanıtlamıştır.[90]

---

[88] Yvonne Dold-Samplonius., "Al-Qûhî", *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures,* ed. Helaine Selin, Kluwer Academic publishers Dordrecht 1997, s. 837-839.

[89] Boris A. Rosenfeld., Adolf P. Youschkevitch., "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science,* ed. Roshdi Rashed, Cilt 2, Routledge, Londra, New York 1996, s. 458.

[90] J.L. Berggren, Glen Van Brummelen, "Al-Kûhî's revision of Book I of Euclid's *Elements*", *Historia Mathematica,* 2005, s. 426-452.

Hâzâ mâ Vucide min Ziyadât Ebû Sehl alâ el-Makâle el-Sâniye min Kitâb Uklidîs fî el-Usûl (*Ebû Sehl'in Öklid'in II. Kitabına Ekledikleri*) adlı eserinde ise, Öklid'in *Elementler*'inin ikinci kitabında sınırlı bir biçimde yer verilen alanlar arası ilişkilere daha sistematik bir biçimde yer vermiştir. Yirmi ikinci önermeden yirmi yedinci önermeye kadar olan bölümde, alanlar Yunanlılar'ın ele aldığı anlamda bir miktar olarak değil hemen hemen skaler bir nicelik anlamında ele alınmıştır.[91]

İbnü'l-Heysem (965-1039). *Fî Hall Şukûk Kitâb Uklidîs fî el-Usûl* (*Öklid'in Elementler'indeki Güçlüklerin Çözümü*) adlı hacimli eserinde güçlük çıkaran birkaç konuyu ele alarak bunlara çözüm getirmek yerine neredeyse güçlük çıkaran bütün konuları ele almış, bunlara alternatif çözümler getirmiştir. Antik Dönem'de ve Modern Dönem'de açıklanmayan teorik önermelerin arka planını ortaya çıkarmış ve bütün dolaylı kanıtlamaları dolaysız kanıtlamalarla değiştirmiştir. Bu eserinde daha önce yazdığı *Kitâb Şerh Musadarât Kitâb Uklidîs fî el-Usûl* (*Öklid'in Elementler'inin Önermelerinin Şerhi*) adlı eserine atıfta bulunarak iki şerhinin *Elementler*'in tümünü kapsayan tam bir şerh oluşturduğunu ifade etmiştir. Aksiyomlar, postülalar ve tanımlar ile sınırlı olan daha önceki eseri hem Arapça orijinali hem de İbranice çevirisiyle günümüze ulaşmayı başarmıştır. Bu eserinde, iki doğru çizgi bir yüzey oluşturmaz aksiyomunu Öklid'e atfetmiş ve bunun postülalar arasında yer alması gerektiğini iddia etmiştir. Öklid'in kesişmeyenler şeklindeki paralel tanımıyla ilgili olarak böyle çizgilerin önce varlığının kanıtlanması gerektiğini düşünmüş ve daha açık olan "bir çizgi bir yönde sona doğru giderse başka

[91] Gregg de Young, "Abū Sahl's Additions to Book II of Euclid's *Elements*", *Zeitschrift Geschichte der Arabischen–Islamischen Wissenschaft*, Cilt 7, yıl 1991-1992, s. 80.

bir çizgiyle kesişmez ve bu gidiş sırasında ikinci çizgiye dik olur ve aynı düzlem üzerinde kalırsa bu ikinci çizgiye paralel olur şeklinde" eşit mesafeli kavramıyla Öklid'ci anlamda değiştirmiştir.[92]

İbnü'l-Heysem'den önce Sâbit ibn Kurra da bu postülanın kanıtında hareketi kullanmıştır; ancak Ömer Hayyâm daha sonra da Tûsî bunu geometri dışı bularak itiraz etmişlerdir.[93]

İbn el-Bağdâdî (980-1037). Ebu Abdullah el-Hasan ibn el-Bağdâdî yaklaşık 1000 yıllarında yazdığı *Risâle fî el-Makâdîr el-Müştereke ve el-Mütebâyine* (*Ölçülebilir ve Ölçülemez Miktarlar Üzerine*) adlı risalesinde irrasyoneller için o dönemin matematiksel işlemlerinde kullanılan kurallar ile *Elementler*'de verilen ana ilkeleri uzlaştırma girişiminde bulunarak döneminde kullanılan hesaplama yöntemlerinin doğruluğunu ve geçerliliğini kanıtlamak istemiştir. Bağdâdî, döneminde kullanılan bu sayısal hesaplama yöntemlerinin, Öklid'in geometrik tarzından daha kolay olduğunun bütünüyle farkına varmıştır. "Bir sayı varsaymak ve bizzat onu temele almak, miktara ilişkin başka benzer varsayımlarda bulunmaktan daha kolaydır..."[94] Bu cümle Bağdâdî'nin Arsitoteles ve Öklid'in sayı ve miktar

---

[92] Boris A. Rosenfeld., Adolf P. Youschkevitch, "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 462-468.

[93] A. I. Sabra, "Ibn al-Haytam", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 6, ACLS, New York 1981, s. 200-210.

[94] Galina Matvieskaya, "The Theory of Quadratic Irrationals in Medieval Oriental Mathematics", *From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of*

arasında yaptığı köklü ayrımı bildiğini göstermektedir. Bu nedenle bu iki kavramı birbirine bağlayarak, sayılar ve çizgi parçaları arasında karşılıklı bir ilişki tesis etmiştir ki bu modern bakış açısında da böyle görülür. Şöyle ki, verilen birim miktar *a* ve birim miktarın uygun katı *na* (n × a)'ya karşılık gelen herbir "tam sayı" *n* dir. Bu miktarın kesitleri, örneğin (*m/n*)*a*, bir (*m/n*) sayısının kesitlerine karşılık gelir. Bağdâdî, bu şekilde herhangi bir miktarın rasyonel bir miktar olarak ifade edilebileceğini düşünmüştür. *Elementler* X. Kitap 5. Önerme'de ele alınan miktarlar arası ilişkiyi sayıların sayılarla ilişkisi gibi göstermiştir. İrrasyonel miktarlar arasındaki oranı bir çizginin kesitleri arasındaki ilişki gibi değil, irrasyonel bir nicelik gibi görmüştür. Uygulamada, Bağdâdî rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerine yerleştirmeye çalışmış ve irrasyonel miktarları da "sayılara" ilişkilendirmek istemiştir.

Bağdâdî bu bağlantıyı kök fikrine kadar götürmüştür.[95] Bir *n* sayısının kökü, sürekli orantıdaki *n:x = x:1* orta terim *x*'tir. Böyle bir kök mevcut olsun ya da olmasın. O, daha sonra bir *na* miktarının kökünü, benzer biçimde *a* birim miktarı ile söz konusu *na* miktarı arasındaki orta orantı olarak tanımlamıştır. Bu nicelik, her zaman taksimatsız cetvel ve pergelle oluşturulabilir; dolayısıyla zorunlu olarak mevcuttur. Elbette, bu nicelik rasyonel de irrasyonel de olabilir. Çünkü, "rasyonel miktarlara" "rasyonel sayılar" karşılık gelir ve birincisinin her zaman kökü vardır;

Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E. S. Kennedy, editör: D. A. King ve G. Saliba, New York Academy of Sciences, 1987, s. 253-277.

[95] Roshdi Rashed., "Combinatorial Analysis … and Number Theory", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 383.

rasyonel olsun ya da olmasın, bu karşılık gelme ilişkisini sürdürmek için ikincinin de kökünü düşünebilmiştir. Özel olarak, miktarlar için köklerin ve karelerin aynı türden olduğunu belirtmiştir. Başka bir deyişle, bir miktarın çizgi kesiti olarak ifade edilen kökünü başka bir çizgi kesitiyle; bir çizgi kesitinin karesini de bir çizgi kesiti olarak ifade edilebilmiştir. Bağdâdî, öncülü olan diğer İslâm matematikçileri gibi, Yunanlılar'ın homojenlikteki (çizgilerin çizgilerle, alanların alanlarla, hacimlerin hacimlerle) ısrarından uzaklaşmış ve bütün niceliklerin aynı şekilde ifade edebilen sayılar kavramına doğru bir adım atmıştır.

Bağdâdî, eserininin son kısmında Öklid'in X. kitabında ele alınan çeşitli türdeki irrasyonel miktarlar konusunu ayrıntılı biçimde işlemiştir. İrrasyonel miktarların "yoğunluğu" konusundaki tartışmada da bir sonuca ulaşmayı başarmıştır. Kanıtlamayı başardığı şey herhangi iki irrasyonel miktar arasında sonsuz çoklukta irrasyonel miktar olduğudur. Örneğin: 2 ve 3 ardışık sayılarıyla temsil edilen miktarları ele almış; bu miktarların karelerini de 4 ve 9 sayılarıyla temsil ederek, bu miktarlar arasında kalan miktarları da 5, 6, 7, 8 ile temsil ederek; √5, √6, √7, √8'in köklerini de 2 ile 3 arasında kalan birinci sıra irrasyonellik olarak adlandırmıştır. Benzer biçimde 4 ile 9'un kareleri olan 16 ile 81 arasında kalan 17, 18, ..., 24 tamsayıların köklerini 25, 36, 49, 64 karelerinin temsil ettiği kök miktarları gibi birinci sıra irrasyonellikler √17, √18, ..., √24 ve aynı şekilde miktarların ikinci sıra irrasyonelliklerini de √√17, √√18, ..., √√24 biçiminde düşünmüştür. Bu sonuncular orijinal miktarlar olan 2 ve 3 arasında kalmıştır. Bağdâdî, bu şekilde bir kimsenin orijinal miktarlar arasında kalan daha yüksek sıradan istediği kadar miktarı elde

edebileceğini belirtmiştir.[96] Bağdâdî'nin bu çalışması İslâm bilginlerinin hem Yunanlılar'ın sayı ve miktarı farklı türden nicelikler olarak gördüklerinin bilincinde olduklarını hem de bu ikili yapının getirdiği sınırlamaları kaldırma çabası içine girdiklerini göstermiştir. Bu durumu da en açık biçimde "irrasyonelleri" kullanmalarına ilişkin getirdikleri gerekçelerle göstermişlerdir.

Ceyyânî (989-1079). Ebû Abdullah Muhammed ibn Muâdh el-Ceyyânî, İbni Rüşd, Endülüslü matematikçi Ceyyânî'yi açıyı, cisim, yüzey ve çizgi gibi dördüncü bir miktar olarak kabul eden matematikçiler arasında saymıştır (Tefsîr II, 665). Bu argümanı ikna edici bulmamakla birlikte onu üst düzey matematikçi olarak görmüştür. Ceyyânî özellikle *Risâle fî Şerh el-Nisbe* (*Oranlar Üzerine*) adlı risalesinde oran kavramını kendi bakış açısıyla ayrıntılı bir biçimde ele almıştır. Ceyyânî geometride kullanılan beş miktarın tanımını vermiştir: sayı, çizgi, yüzey, açı ve cisim. Orada Yunanlıların yapmadığı bir şeyi yaparak, sayıyı geometrinin bir unsuru olarak ele alma ihtiyacını duymuştur; çünkü Ceyyânî oran tanımını miktarlar üzerine kurmuştur.[97]

Oranlar Üzerine adlı risalesi Öklid'in bir savunusudur. Eserin önsözünde kullandığı şu ifadeden "Öklid'in V. kitabında yazdıklarını açık bulmadıklarından tatmin olmayan bazılarına açıklamak için" ve diğer ifadelerinden ateşli bir Öklid hayranı olduğu görülmektedir. İslâm matematikçileri Öklid'in V. kitabının 5.

---

[96] Victor J. Katz, *A History of Mathematics,* Addison Wesley Longman, New York 1998, s.272-273.

[97] E. B. Plooij., *Euclid's Conception of Ratio*, Rotherdam, 1950, yeniden basım: *Matmematics and Astronomy*, Cilt 19, Institute for the History of Arabic-Islamic Science, Frankfurt 1997, s. 186

tanımından genellikle memnun olmamışlar ve çeşitli eleştiriler getirmişlerdir; Ceyyânî bu eleştirilere karşı olmakla birlikte Öklid'in orantı anlayışını geliştirmek için çaba harcamıştır. Soyut bir biçimde verilen Öklid'in "Orantılar Öğretisi" İslâm matematikçilerinin zihinlerinde başvurdukları bir merci olmamıştır; çünkü eğer öyle olsaydı meydana getirdiklerinin çok azını yapabilirlerdi ya da hiçbirini yapamazlardı. Dolayısıyla İslâm matematikçileri dokuzuncu yüzyılda ya kendi bakış açılarıyla daha uyumlu sonuçlar elde etmeye ya da tatmin olmadıkları teoriyle kendi bakış açıları arasında ilişki kurmaya çalışmışlardır. İkinci yolu seçenler, örneğin İbnü'l-Heysem, Ömer Hayyâm ve Nasîrüddin el-Tûsî Yunan eşitkatı tekniğini daha temel, daha bilinen kavram ve yöntemlerle açıklamak için çaba göstermişlerdir.

Bu çabayı harcayanlar arasında en başarılı olanlardan biri ise Ceyyânîdir. Birinci bölümde ortak bir temel tesis etmek için, doğru düşünen bir kimsenin iptidai bir oran ve orantı kavramı olduğunu varsaymış; buradan da orantılı miktarlara dair kanıtlama vermeksizin birkaç doğru çıkarımda bulunmuştur. Kanıtlama vermemiştir, çünkü ona göre zaten kendi başına açık olanı daha açık hale getirecek başka bir yöntem yoktur. İkinci bölümde Öklid'in katlar kavramını kısımlar kavramına dönüştürmüş; böylece kendi görüşüyle miktarlar arasında doğrudan bir orantı bağlantısı kurmuş; aynı zamanda Öklid'in ölçütlerine de uyum göstermiştir. Bunun tersini ise, dolaylı kanıtlama kullanarak İbnü'l-Heysem'inkine benzer biçimde, dördüncü orantının varlığı ve miktarların sınırsız bölünebilirliğini kabul ederek kanıtlamıştır. Üçüncü bölümde ise eşit olmayan orantıları ele almıştır.

Ceyyânî'nin burada sergilediği anlama düzeyi, Öklid'in V. kitabını gerçekten anlayan ilk kişi olarak kabul edilen Isaac Barrow'unki ile karşılaştırılabilir düzeydedir.[98]

Nesevî (1010-1075). Ebû el-Hasan Ali ibn Ahmed Nesevî'nin üç geometri eseri günümüze ulaşmıştır. Bunlardan birincisi olan *el-İşbâ* (*Benzerlikler*) adlı eserinde Menelaos Teoremi'ni işlemiştir. Diğerinde ise, Arşimed'in Sâbit ibn Kurra tarafından Arapçaya çevrilen *Lemmata* (*Yardımcı Teoremler*) adlı eserinde düzeltmeler yapmıştır. Üçüncüsü ise *Tecrîd Uklidîs* (*Öklid'den Çıkarılan Özet*) adlı eseridir. Bu eserin giriş kısmında Nesevî geometri öğrenmek isteyenlerin Öklid'in *Elementler*'ini okumaları gerekiğini vurgulamıştır. Fakat, söz konusu eseri iki amaca hizmet etmek için yazılmıştır. Birincisi *Almagest*'i okumak isteyenler için gerekli geometri bilgisini vermek, ikincisi ise Öklid'in *Elementler*'ine hazırlık niteliğinde giriş bilgileri vermektir. Nesevî'nin söz konusu eseri *Elementler* ile karşılaştırıldığında, Nesevî'nin eserinin *Elementler*'in I-VI. kitaplarda anlatılan düzlem geometri, geometrik cebir ve XI. kitapta anlatılan cisim geometrisinin bazı çizimleri atılmış bir kopyası olduğu ortaya çıkmaktadır.[99]

Ömer Hayyâm (1048-1122). Gıyâsüddîn Ebû el-Feth Ömer ibn İbrahim el-Nîşâbûrî, Öklid'in *Elementler*'ini şerhettiği *Şerh ma Eşkâle min Musâdarât Kitâb Uklidîs* (*Öklid'in Kitabında Bulunan Önermelerin Şerhi*) adlı eserinin II. ve III. kitaplarında oranlar kuramını açıklarken aritmetiğin teorik temelini oluşturan

---

[98] Yvonne Dold-Samplonius, Heinrich Hermelink., "Al-Jayyānī", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 7, ACLS, New York 1981, s. 82-83.

[99] A. S. Saidan, "Al-Nasawī", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 9, ACLS, New York 1981, s. 614-615.

konuları ele almıştır. Öklid'in Elementler'inin V. kitabında açıklanan oran ve orantı teorisi İslâm bilginlerinin özellikle ilgilendiği üç konudan biri olmuştur; diğer ikisi ise I. kitaptaki paraleller postülası ve X. kitaptaki ikinci dereceden irrasyonellerdir. İslam matematikçileri Öklid'e bağlı kalarak bu konuda ilerleme kaydetmeye çalışmışlar ve pek çok bilgin de oranlar teorisini yeterli bulmamıştır. İslam bilginleri, Öklidci oranlar teorisinin en zayıf yönü olarak, verilen bir miktarın (*a* veya *c*) diğer bir (*b* veya *d*) miktarı ile doğrudan ölçme işlemini açıkça ortaya koyamadığını görmüşlerdir. Bu işlem, ölçülebilir niceliklerin özel bir durumu [a, b ve c, d] için yapılan orantı tanımı üzerine kurulmuştur. Öklidci algoritma adı verilen bu işlem iki sayının en büyük ortak katını belirlemede kullanılmıştır (*Elementler* VII). Mâhânî'den başlayarak, dokuzuncu yüzyılda birkaç matematikçi V. kitabın 5. tanımının, orantının özünü daha iyi ifade ettiğini düşündükleri başka tanımlarla değiştirilmesini önermişlerdir. Söz konusu tanım modern dille sürekli kesirler teorisiyle ifade edilebilir: Eğer $a/b = (q_1, q_1, \ldots q_1, \ldots)$ ve $c/d = (q_1', q_1', \ldots q_1', \ldots)$ ise $a/b = c/d$ şu koşul altında sonsuza kadar bütün *k* lar için $q_k' = q_k$ olur (ölçülebilir oranlar için *k* sonludur). Eşitsizlik oranları tanımı $a/b < c/d$, hem ölçülebilir hem de ölçülemez oranları kuşatacak biçimde ve rasyonel ve irrasyonelleri niceliksel olarak karşılaştırmayı sağlayan ölçütüyle verilmiştir.

Ömer Hayyâm *Elementler*'de birleşik orantı için ele alınan a, b, c üçlü miktarlarına [a/c = a/b çarpımı b/c] bir dördüncü ekleyerek a/c, b/c, c/d oranlarını elde etmiş, bunun bu şekilde devam edeceğini göstermiştir. Bu şekilde, bölünemez birimlerden oluşan Aristotelesçi sayı kavramını bütün pozitif irrasyonel sayıları kapsayacak biçimde genişletmiştir.

Birleşik oranlar teorisini kanıtlarken öncelikle, 1/g nin oranı a/b ile aynı olacak şekilde bir birim ve g gibi bir yardımcı nicelik seçmiştir. Burada a ve b aynı tür miktarlardan fakat ölçülemez miktarlardan seçilmiştir; bunun sonucu 1/g de ölçülemez bir miktar haline gelmiştir. Daha sonra g miktarını şu şekilde açıklamıştır: g miktarını bir çizgi, bir yüzey, bir cisim ya da zaman olarak görmeyelim; ancak onu bütün bunlardan akılla soyutlanmış ve sayılar alanına ait olarak görelim, fakat mutlak ve gerçek sayılar arasında da görmeyelim çünkü a nın b ye oranı sık sık sayısal olmayabilir; yani o oranı veren iki sayı bulmamız her zaman mümkün olmayabilir.

Yunanlılar'ın aksine Ömer Hayyâm aritmetiğin dilini oranlara uygulamış, oranların eşitliğinden söz ederken toplama çıkarma yapılırken kullanılan dili kullanmıştır. Ömer Hayyâm sayıları ve irrasyonel nicelikleri aynı alan içine alarak on beşinci yüzyıldan on yedinci yüzyıla kadar sürecek olan sayılar teorisindeki devrimi diğer İslâm matematikçileriyle birlikte başlatmıştır.

Cebir ilk kez Abdülhamid ibn Türk ve Harizmî tarafından ele alınmıştır. Ancak İslâm matematikçileri önceleri birinci ve ikinci derece denklemlerle ve pozitif köklerle ilgilenmekle birlikte daha sonraları daha yüksek dereceden denklemlerle ilgilenmeye başlamışlardır. Bunlardan el-Mâhânî verilen bir kürenin, verilen bir oranla iki bölüme ayrılması problemine $x^3 + r = px^2$ denklemiyle bir çözüm getirmiştir. Koni kesitlerini Yunanlılar da ele almışlardır; ancak bunların üçüncü derece denklemler yoluyla ele alınması İslâm matematikçilerinin eseridir. Bu türden geometrik çizimleri ele alan İslâm matematikçilerinin en başarılılarından biri de Ömer Hayyâmdır. Geometrik bir problemi $x^3 + 200x = 20x^2 + 2000$ biçiminde cebirselleştirmiş ve bu denklemi $xy = 10\sqrt{2}\,(x-10)$ eşkenarlı hiperbol ve $y^2 = (x-10) \times (20-x)$ çemberi aracılığıyla çözmüştür. Ardından bu eşitliğin taksimatsız cetvel ve

pergel yardımıyla çözülmesinin olanaksız olduğunu ifade etmiştir. Elde bulunan yazmalar ışığında, üçüncü dereceden denklemlerin taksimatsız cetvel ve pergel yardımıyla çizilemeyeceğini ilk ifade eden Ömer Hayyâm'dır. Daha sonraları Descartes da çözümün olanaksız olduğu ifade etmiştir; ancak kanıtlama 1837 yılında P. Wantzel tarafından yapılmıştır.[100]

Elementler'i şerh eden Müslüman matematikçiler dokuzuncu yüzyıldan itibaren Öklid'in paraleller teorisini ele almışlar ve ünlü beşinci postülaya daha sağlam bir temel kazandırma çabası içine girmişlerdir. Ömer Hayyâm da *Şerh ma Eşkâle min Musâdarât Kitâb Uklidîs* (*Öklid'in Kitabında Bulunan Önermelerin Şerhi*) adlı eserinin birinci kitabını bu konuya ayırmıştır. Burada kendisinden önce gelenlerin bu postülanın kanıtlamasını yaparken, Aristoteles kastedilerek, filozofun ortaya koyduğu ilk ilkeleri gözardı ettiklerini ifade etmiş ve bu ilkeleri şu şekilde sıralamıştır: 1) Miktarlar sonsuza kadar bölünebilirler; yani bölünemezleri barındırmazlar. 2) Bir doğru çizgi sonsuza kadar uzatılabilir. 3) Kesişen iki doğru çizgi, kesişme noktasında bulunan açıdan uzaklaşırken açıklık mesafesi artar. 4) Yakınsak doğru çizgiler kesişirler ve yakınsak iki doğru çizginin yakınsadığı doğrultuda birbirinden uzaklaşması olanaksızdır. 5) Eşit olmayan sınırlı iki miktardan küçük olan katlarıyla birlikte alınırsa, büyük olanı geçer.

Daha sonra aynı doğru çizgiye dik olan iki dikmenin ne birbirine yakınsayabileceğini ne de uzaklaşabileceğini göstererek, aralalarındaki mesafenin eşit kalacağı sonucuna varmıştır.

---

[100] B. A. Rosenfeld, A. P. Youschkevitch, "Al-Khayyāmī", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 7, ACLS, New York 1981, s. 323-334.

Ardından daha sonradan Saccheri dörtgeni diye adlandırılacak olan dörtgeni oluşturmuştur. Burada açıların geniş açı ve dar açı olma durumunda bir dikdörtgen oluşturmayacağını göstererek paralelliği açıklamıştır.

Ömer Hayyâm'ın kendisinden önce gelen İslâm matematikçilerinden farkı postülasını ortaya koyarken ilk ilkeleri dikkate alması ve onlarla mantıksal bir çelişki yaratmayacak biçimde postülasını oluşturmasıdır. Ömer Hayyâm'ın paraleller teorisi kendisinden sonra gelen İslâm matematikçilerini, özellikle de Nasirüddîn Tûsî'yi etkilemiştir. Ancak bu etki sadece İslâm matematikçileriyle sınırlı değildir, on yedinci ve on sekizinci yüzyıllarda yetişen Avrupalı Matematikçiler de Ömer Hayyâm'ın paraleller teorisinden etkilenmişlerdir.[101]

Samuel ibn Yahyâ el-Mağribî (1130-1180). Bağdad'ta doğan Samuel ibn Yahyâ hekimlik öğreniminden sonra Bağdad'ta kendisine Öklid'in *Elementler*'inin birinci kitabından sonraki kitapları öğretecek kimse bulamaz; geri kalan kitapları kendi başına çalışır. Çünkü bu dönemde Bağdad'taki bilimsel çalışmalar düşüşe geçmiştir.

Elementler'den sonra Ebû Kâmil Şüca'nın *Kitâb fî el-Cebr ve el-Mukâbele*'sini (*Cebir ve Denklemler Üzerine*), Ebû Bekir ibn Muhammed ibn el-Hüseyin el-Kerecî'nin *el-Badi fî el-Hisâb*'ını (*Aritmetikdeki Mükemmellikler Üzerine*) daha sonra 1072-1092 yılları arasında Ömer Hayyâm'la birlikte astronomik gözlemler yapan Yahya ibn Mahmud el-Vasatî'nin *Hisab*'ını (*Aritmetik*) okur. Hayranı olduğu el-Kerecî'nin eserlerindeki eksikliklere işaret eder ve *Elementler*'i

[101] B. A. Rosenfeld, A. P. Youschkevitch, "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 463.

daha da mükemmel hale getirecek düzenleme girişiminde bulunur. Daha da önemlisi *el-Kitâb el-Bâhir fî İlm el-Hisâb*'ı (*Aritmetik Bilmindeki Parlaklık Üzerine*) yazma amacı el-Kerecî'nin eksikliklikliklerini gidermek ve cebire, *Elementler*'in geometriye verdiği sistematiği kazandırmaktır.[102] Bu eserinde çarpma, bölme, toplama, çıkarma ve kök almada irrasyonel nicelikleri kullanmıştır.[103]

Nasîrüddin el-Tûsî (1201-1274). Nasîrüddin el-Tûsî, Moğol istilasından önce İsmailî Hanedanları'nın yönetimi altındaki Huziztan'da yaşamıştır. Moğol hükümdarı Hülâgu tarafından İsmailî iktidarı sona erdirilinceye değin de onların gözetimi altında kalmıştır. Gerek İsmailî, gerek Moğol yönetimi esnasında çok sayıda eser yazmıştır. Tûsî, matematik tarihi açısından önemli olan kimselerin, yani Autolycus, Aristarcus, Öklid, Apollonios, Arşimed, Hypsicles, Theodosius, Menelaus ve Batlamyus'un, eserlerini "tahrîr" biçiminde yeniden yazmıştır.[104] Bunlara tahrir adı verilmesinin nedeni yeni bir anlayışla ve düzeltmeler yapılarak yazılmış olmalarıdır. İslâm bilginlerince matematiksel düzeyi Ökid'in *Elementler*'i ile Batlamyus'un *Almagest*'i arasında kalan eserlere mutavassıtat (orta düzey) adı verilmiş ve bu eserler matematik öğrencilerine okutulmuştur. *El-Risâle el-Şafiye an Şekk fî el-Hutût el-Mütevâziye* (*Paralel Doğrular Hakkındaki Kuşkuları Gideren Risale*) adlı eserinde Nasîrüddin el-Tûsî daha sonradan "Sacheri Dörgeni" adı verilen

---

[102] Adel Anbouba, "Al-Samawal", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 12, ACLS, New York 1981, s. 91-95.

[103] Roshdi Rashed., "Algebra", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 357.

[104] Seyyed Hossein Nasr, "Al-Tūsī, Nasr al-Dīn", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 13, ACLS, New York 1981, s. 509-514.

dörtgeni esas almış ve paralelliğin kanıtlamasını Ömer Hayyâm gibi üstte bulunan açıların dar açı ve geniş açı olması durumlarının olanaksızlığına dayanarak yapmıştır. Bunu yaparken de Cevherî'nin kanıtlamasındaki zayıf noktaları ortaya koymuştur.[105] *Keşf el-Kınâ an Esrâr el-Şekl Kattâ* (*Kesenler Teoremini Örten Esrarın Açığa Çıkarılması*) bu eserde Menelaos Teoremi, bir küre üzerine çizilen dik açılı üçgenin ve onu kesen çizgilerin oluşturduğu trigonometrik bağıntılar ele alınmıştır. Şekl el-Mugni (Gereksiz kılan Teorem) aracılığıyla Sinüs Teoremi kurgulanmış ve gerekli açıklamalar yapılmıştır. Nasîrüddin el-Tûsî kendi sözcükleriyle teoremi şu şekilde özetlemiştir: "Teoremin aslı şudur: Bir kürenin yüzeyindeki büyük daire yaylarının kesişmesinden oluşan üçgenlerin kenarlarının sinüslerinin oranı bunların açılarının sinüslerinin oranına eşittir."[106] Bununla yetinilmemiş tanjantlar kuramı ve temel trigonometrik bağıntılar da anlatılmıştır. Söz konusu eser on dokuzuncu yüzyılın ikinci yarısında yeniden gündeme gelmiş, eski sadrazamlardan Edhem Paşa'nın kütüphanesinde bulunan eski bir nüshasına uygun olarak, eski Hariciye Nazırı Kara Todori Paşa tarafından Fransızca'ya tercüme edilmiş ve metin Arapça'sıyla birlikte 1309 (1891) yılında Osman Bey Matbaa'sında basılmıştır.[107] *Kitâb Tahrîr el-Usûl li-Uklidîs* (*Öklid'in Elementler'inin Düzeltilmiş Yazımı*) adlı eserinde ise *Elementler*'i

---

[105] B. A. Rosenfeld, A. P. Youschkevitch., "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 468.

[106] Salih Zeki., *Âsâr-ı Bâkiye*, 1. cilt, Yayına hazırlayanlar: Remzi Demir, Yavuz Unat, Babil Yayıncılık, Ankara 2003, s. 35.

[107] Salih Zeki., *Âsâr-ı Bâkiye*, 3. cilt, Yayına hazırlayanlar: Remzi Demir, Melek Dosay Gökdoğan, Mutlu Kılıç, Babil Yayıncılık, Ankara 2003, s. 108.

daha sağlam temellere kavuşturmak için şu eklemeleri yapmıştır: "Öncelikle zorunlu olanları söylemek gerekir: Nokta, çizgi, yüzey, doğru çizgi, düzlem yüzey ve dairenin var olduğu kabul edilmeli ve herhangi bir çizgi ya da yüzey üzerinde bir nokta seçilebilmeli ve herhangi bir yüzeyin üzerinde çizgi olduğunu ya da onun üzerinde uzandığını varsaymamız gerekir."[108] Bu eser 1594 yılında İtalya'da Medici matbaasında 454 sayfa ve şekilleriyle birlikte basılmıştır. Ancak basılan kitabın yazarı, kitabını 1298 yılında Nasîrüddin el-Tûsî'nin ölümünden yirmi dört yıl sonra tamamlamıştır. Kitabın yazarının Nasîrüddin el-Tûsî ekolünden ve onun öğrencilerinden biri olduğu oldukça açıktır. Medici Matbaa'sında basılan bu kitaba daha sonradan "Pseudo-Tahrîr" adı verilmiştir. Nasîrüddin el-Tûsî'nin kaleminden çıkmadığı bilinmesine rağmen yine de büyük bir etki yapmıştır. 1801 yılında Mühendishâne Matbaası'nda 222 sayfa ve şekilsiz olarak yeniden basılmıştır.

Semerkandî (1250-1310) Nasîrüddin el-Tûsî ve Kutbeddîn Şirazi'nin çağdaşı olan Şemseddîn Muhammed ibn Eşref el-Semerkandî iyi bir mantıkçıdır. Bununla birlikte Öklid'in *Elementler*'inin temel önermelerini ele aldığı yirmi sayfalık *Eşkâl el-Tesîs* adlı eseriyle ünlüdür. Söz konusu eser İslam ve Osmanlı Öklid Geleneği'nde hacmiyle ters orantılı bir etkiye sahip olmuştur. Sadece yaygın bir biçimde okunmakla kalmamış üzerine şerhler yazılmış, hatta bu şerhler üzerine de şerhler yazılmıştır. Şerhlerinin en ünlüsü Kadızâde'nin yazdığıdır ki uzun süre Osmanlı Medreseleri'nde temel geometri kitabı olarak okutulmuştur. Bilginlerin dikkatini ise, daha çok Öklid'in ünlü paraleller postülasını bir önerme olarak ele alıp kanıtlamaya

[108] B. A. Rosenfeld, A. P. Youschkevitch., "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996, s. 462.

çalıştığı üçüncü önerme çekmiş ve bu önermedeki kanıtlamayı ele alan pek çok yazı yazılmıştır.[109]

İslâm Dünyasında *Elementler* Çevirileri

İslâm Dünyası'nda Öklid ve *Elementler* ile ilgili ilk bilgiler, onuncu yüzyılda yaşayan İbnü'n-Nedim'in *Fihrist* adlı eserinde bulunmaktadır. İbnü'n-Nedim'in bildirdiğine göre, Öklid bir geometri ustasıdır; babasının adı Naucrates dedesinin adı ise Berenikus'dur. Arşimed ve diğer geometrici filozoflardan önce yaşamıştır. *Stoikeia* (*Στοιχεῖα*), geometrinin temel unsurları adlı eseri yazmıştır. Bu kitap el-Haccâc ibn Yûsuf ibn Matar tarafından iki kez Arapça'ya çevrilmiştir; birincisine "Hârûnî", ikincisine "Me'mûnî" adı verilmiş ve ikincisine daha çok itibar edilmiştir.

İbnü'n-Nedim Öklid'in yaşamı ve Haccâc'ın çevirileri hakkındaki verdiği bu bilgilerden sonra, İshâk ibn Huneyn'in *Elementler*'i bir kez daha çevridiğini; bu çeviriyi Sâbit ibn Kurra el-Harrânî'nin düzenlediğini ve düzeltmeler yaptığını; Ebû Osman el-Dımaşkî'nin de *Elementler*'in bazı bölümlerini çevirdiğini; bu bölümlerden onuncusunu Ali ibn Ahmed el-İmrânî'nin Musul'daki kütüphanesinde gördüğünü ifade etmiştir.

Son olarak da, Heron'un bu kitabı açıkladığını, bazı belirsizlikleri giderdiğini; Neyrîzî'nin de bunun üzerine bir şerh yazdığını ve Kalasadi adındaki bir kimsenin de

---

[109] Gregg de Young, *The Ashkāl al-Ta'sīs of al-Samarqandī: A Translation and Study*, Zeitschrift Geschichte der Arabischen–Islamischen Wissenschaft, sayı 14, yıl 2001, s. 57-117.

açıklamalarda bulunduğunu; Cevherî'nin ise kitabı başından sonuna açıkladığını; fakat Cevherî'nin açıklamalarının ondan sonra geldiği bilgilerini vermiştir.[110]

Elementler'in Antik Yunanca'dan Arapça'ya geçişi öncelikle Yunanca metnin İslâm Coğrafyası'na geçişiyle başlamıştır. Ortaçağ'da ise Arapça nüshalardan yararlanılarak Latince'ye çevrilmiş; Rönesans ile birlikte de doğrudan Yunanca metinlerden çeviriler yapılmaya başlanmıştır. Fakat bu çevirler o zamanlar elde bulunan Theon'un düzeltmeler ve eklemeler yaptığı metne göre yapılmıştır. Bu durum 1808 yılında F. Peyrard tarafından Vatikan'da Theon'a ait olmayan daha eski bir yazmayı bulmasına kadar devam etmiştir. I. L. Heiberg ve H. Menge, bulunan bu yazmaya ve Vatikan'da, başka yerlerde bulunan diğer Yunanca yazmalara dayanarak 1883 ile 1888 yılları arasında Öklid'in Yunanca metnine en yakın standart metnini oluşturmuşlar ve Euclidis Opera Omnia adı altında Öklid'in diğer eserleriyle birlikte Yunanca ve Latince olmak üzere iki dilli olarak yayınlamışlardır. I. L. Heiberg ve H. Menge standart Yunanca metni oluştururken Arapça çevirilerden yararlanmamışlardır. Arapça nüshalardan yararlanılmaması önce Martin Klamroth [1881] daha sonra Wibur R. Knorr [1996] tarafından eleştirilmiş ve özgün metnin oluşturulmasında Arapça nüshaların yapabileceği katkılar ortaya konulmuştur.[111]

Elementler'in ilk Arapça edisyonu IX. yüzyılda el-Haccâc ibn Yûsuf ibn Matar tarafından Halife Hârûn Reşid (786-809) ve veziri Yahya ibn Hâlid ibn Bermek'in himayesi altında yazılmıştır. Haccâc daha sonra Halife Me'mûn (813-

[110] Dodge Bayard, *The Fihrist of al-Nadim*, cilt 2, Columbia University, New York 1970. s. 634-35.

[111] Gregg. De Young, "Diagrams in the Arabic Euclidean Tradition: A Preliminary Assessment", *Historia Mathematica*, cilt 32, sayı 2, yıl 2005, s. 131.

833) döneminde ya yeniden bir çevirisini yapmış ya da gözden geçirilmiş yeni bir edisyonu yazmıştır.

Bu ikinci edisyon kısaltılmış ve düzeltilmiş olarak tasvir edilir; fakat kısaltma ve düzeltmeden kastın ne olduğu açık değildir. Üçüncü bir Arapça edisyon İshak ibn Huneyn (8130-910) tarafından yapılmıştır; Yunanca metinleri Arapçaya çevirmekle tanınan Hunayn ibn İshak'ın oğlu ve yardımcısıdır. İshak versiyonunun editorlüğünü süreç içinde ek Yunanca yazmalardan yararlandığı açıkça anlaşılan, ünlü matematikçi Sâbit ibn Kurra (836-901) yapmıştır. Günümüze kalmayı başaran yazmalar İshak-Sabit versiyonundan kaynaklanan iki ana metin ailesinden gelmektedir.

Haccâc'ın her iki edisyonunun da tam bir metni maalesef bugüne ulaşmamıştır. Bunlar hakkında bilgi edinmek için dört bir yana dağılmış olan alıntılara ve Arapça *Elementler* geleneğine ilişkin ikincil, üçüncül kaynaklara başvurmak gerekmektedir. İki ikincil kaynak bilinmekte ve yaklaşık yüz yıldır tekrar tekrar üzerinde çalışılmaktadır.

Birincisi, tarihsel olarak daha önemli olanı Ebû el-Abbâs el-Fazl ibn Hâtim el-Neyrîzî'nin (IX. yüzyıl) *Elementler* üzerine yaptığı yorumlardır. Bu yorumlar şimdi iki eksik yazma halinde mevcuttur.[112] Giriş kısmındaki notta, eserin Haccâc'ın ikinci edisyonu üzerine, ki ondan görünüşte alıntılar yapmaktadır, bina edildiği ifade

[112] Nayrizi, *Codex Leidensis 399,1. Euclidis Elementa ex interpretatione al-Hadschdschadschii cum commentariis al-Narizii. Arabice et latine editerunt notisque instruxerunt. Kopenhagen 1897-1905.* yeniden basım: Islamic Mathematics and Astronomy, cilt 14, 15, Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, Frankfurt 1997.

edilmektedir. Fakat artan biçimde kabul edilmektedir ki bu eser Arapça versiyonun sözcük sözcük alınmış şekli değil, daha çok özgün metnin Neyrîzî tarafından İshak versiyonundan yararlanılarak düzenlenmiş ve özetlenmiş şeklidir.[113]

İkinci ve uzun süre yararlanılan kaynak İtalya'da basılan, onun kaleminden çıkan metin olmadığını gösteren önemli deliller olmasına rağmen, Nasrüddîn Tûsî'ye (1201-1274) atfedilen *Tahrîr el-Usûl li-Uklidîs* adlı eserdir.[114] Bu eserin birkaç yerinde Haccâc versiyonu ile İshak versiyonu arasındaki farklılıklara değinilir. Nasrüddîn Tûsî tarafından yazılan gerçek *Tahrîr*'de ise Haccâc ve İshak versiyonları arasındaki farka değinen daha ayrıntılı bilgiler bulunmaktadır. Nasrüddîn Tûsî özelikle önermelerin sıralanışındaki farklılıklarla ilgilidir ve genellikle de İshak versiyonunu tercih ettiği görülmektedir. Ayrıca, Haccâc ve İshak versiyonları arasındaki formülasyon farklılıkları dikkatinden kaçmamıştır.

Başlangıçta Haccâc'ın çevirisi daha yaygın olmasına rağmen özellikle Nasrüddîn Tûsî'nin *Tahrîr*'inden sonra Haccâc'ın çevirisi matematik alanından kaybolmaya yüz tutmuştur.

Carinthialı Hermann'ın ve geleneksel olarak Adelard I, II ve III diye tanımlanan Latince versiyonların Haccâc'ın versiyonunun pek çok özelliğinden, değişik kaynaklar aracılığıyla yoğun bir şekilde etkilendiği anlaşılmaktadır.

---

[113] Sonja Brentjes., "Al-Nayrîzî", *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures* ed. Helaine Selin, Kluwer Academic publishers Dordrecht 1997, s. 777.

[114] Gregg De Young, "The Arabic Version of Euclid's "Elements" by al-Hajjaj ibn Yusuf ibn Matar", *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, 2002-2003, s. 127.

Cremonalı Gerard'a atfedilen Latince versiyon ise tipik bir İshak versiyonunu yansıtırken aynı zamanda Haccâc'ın ilk versiyonundan bazı unsurlar taşımaktadır; belki de Endülüs[115] alt ailesinden kaynaklanan İshak-Sâbit versiyonundan etkilenmiştir.[116]

Gregg De Young Arapça *Elementler* yazmalarını anlatım farklılıklarına dayanarak kabaca iki ana gruba ayırmıştır.[117]

I. Grup:

1- Copenhagen LXXXI.

2- Dublin, Chester Beatty 3035.

3- Escurial MS arabe 907.

4- İstanbul, Fatih 3439/I.

5- Rabat, el-Malik 1101

6- Rampur, Raza Library, Arshi 200.

7- Tahran, Meclis Şura 200.

II. Grup:

1- Cambridge University, Add. 9.1075.

---

[115] Gregg De Young, "The Arabic Version of Euclid's "Elements" by al-Hajjaj ibn Yusuf ibn Matar", *Zeitscrifte Arabischen-Islamischen Wissenschaft* 15, 2002-2003, s. 128. Escurial, MS arabe 607; Rabat, el-Malik, MS 53; Rabat el-Malik, MS 1101.

[116] Gregg De Young, "The Arabic Version of Euclid's "Elements" by al-Hajjaj ibn Yusuf ibn Matar", *Zeitscrifte Arabischen-Islamischen Wissenschaft* 15, 2002-2003, s.163-64.

[117] Gregg De Young, "The Arabic Textual Traditions of Euclid's Elements", *Historia Mathematica*, sayı 11, 1984, s. 150.

2- Oxford, Bodlian Library, Huntington 435.Oxford

3- Bodlian Library, Thurston 11.

4- Tahran, Danişgah 2120.

5- Tahran, Malik 3586.

6- Uppsala Unversity, Tornberg 321.

ORTAÇAĞ HIRİSTİYAN DÜNYASI'NDA *ELEMENTLER* GELENEĞİ

Genel Bakış

Ortaçağ Hıristiyan Dünyası'na Yunan mirasının aktarılmasında Öklid'in *Elementler*'i ile rekabet edebilecek tek eser Batlamyus'un *Almagest*'idir. Bunun en önemli nedenlerinden biri muhtemelen Ortaçağ eğitiminin daha çok mantık ağırlıklı olmasındandır. Öklid'in *Elementler* metni olarak uzun süre geç dönem Romalı filozof Boethius'un *Elementler*'in bazı kitaplarından yaptığı kısa çeviri okutulmuştur. Boethius'un beş yüz yılında Yunanca'dan yaptığı çeviriden bağımız çok az çeviri bulunmaktadır. Bu yıllarda eserin gerçek değerinin farkına varılmamıştır. On ikinci yüzyıldan itibaren Arapça çeviriler aracılığıyla eserin tamamı ve Yunan Bilimi tanınmaya başlamıştır. Bu tarihten sonra da *Elementler*'in ilk altı kitabı müfredatın temel unsuru haline gelmiştir. O dönemden kalma, ilk altı kitaba ait pek çok yazma Avrupa'nın dört bir yanına dağılmış durumdadır. O dönemin özenli yazmalarıyla karşılaştırıldığında pek çoğu özensiz kopyalar halindedir; ancak bazıları yaldızlı ve çok güzeldir. Hemen hemen tamamının şekilleri çizilmiştir, bazılarında şekillerin çizimi günümüzün alışık olduğu biçimiyle bazılarında ise o dönemin geleneklerine uygun biçimdedir.[118]

On ikinci yüzyılda Bahtlı Adelard Arapça metne dayanarak *Elementler*'i Latince'ye çevirmiştir. Bu çeviri Arapça *Elementler*'in hem Haccâc versiyonundan hem de Huneyn ibn İshak versiyonundan alınmış bölümler barındırmaktadır.

[118] http://www.math.ubc.ca/~cass/Euclid/folkerts/folkerts.html (6. 7. 2007).

Daha sonra ikinci bir çeviri Cremonalı Gerard tarafından yapılmıştır. Bu çeviri daha çok Sâbit-İshak versiyonunu esas almıştır; fakat Haccâc versiyonundan da bazı etkiler görülmektedir.[119]

Bilginler ve Çalışmaları

Bathlı Adelard (1075-1160). Yunan, İslâm bilim ve felsefe yapıtlarını Arapça'dan Latince'ye aktaran Ortaçağın en önemli çevirmenlerinden biridir. Yaşadığı dönem göz önüne alındığında aynı zamanda önemli bir gezgindir; Fransa'da Tours ve Laon'u, Sicilyayı, Klikya'yı, (Çukurova, Orta Anadolu) Suriye'yi gezmiştir ve Filistin'e gitmiş olması da mümkündür. Arapçadan çevirdiği çeşitli eserlerden anlaşıldığına göre İspanya'da da bir süre yaşamıştır.

Öklid'in *Elementler*'inin Arapça'dan tam bir çevirisini yapmıştır. Bu çevirinin *Elementler*'in tümünü kapsayan ilk Latince çeviri olması mümkündür. Bu çeviri ile birlikte Ortaçağ yüksek matematiğinde Öklid'in başat bir etkiye sahip olma süreci başlamıştır. Adelard'ın çevirisinden önce de Boethius örneğinde olduğu gibi Yunanca'dan çeviriler yapılmıştır; fakat bu çeviriler kısmi çevirilerdir. "Birinci Versiyon 5(a)" adı verilen çeviri Öklid'e ait olmayan XIV ve XV. kitapları da içeren, muhtemelen Haccâc ibn Yusûf'tan alınan tam bir çeviridir. "İkinci Versiyon II (5b)" adı verilen çeviri tamamen farklı bir karakterdedir. Sadece sözcükler farklı bir biçimde ifade edilmemiş, kanıtlamalara da açıklamalar getirilmiştir. Birinci Versiyon'da görülmeyen Arapça etkisi ikinci versiyonda belirgindir. "III. Versiyon" adıyla anılan diğer bir çeviri ise tam bir çeviri değil bir şerhtir. Bu üçüncü versiyon

[119] Clagett Marshall, "The Medieval Latin Translations from the Arabic of the *Elements* of Euclid, with Special Emphasis on the Versions of Adelard of Bath", *Isis*, cilt 44, sayı 1-2, 1953, s. 16-42.

ister Adelard'a ait olsun ister olmasın çok yaygın bir biçimde kullanıldığı görülmektedir; öyle ki Roger Bacon bile ondan alıntı yapmıştır.[120]

Carinthialı Herman (1100-1160). *Elementler*'in ilk on iki kitabının çevirisini yapmıştır. Çeviride daha çok Bathlı Adelard'ın I. versiyonu muhtemelen de Haccâc versiyonu esas alınmıştır. Bununla birlikte I. versiyonda eksik olan fakat III. versiyonda bulunan bazı tanımlar mevcuttur. Haccâc versiyonu aksiyomlar için "ulûm el-mütearife" kavramını kullanırken Herman "aelmam geme" (ilm-i cemî) kavramını kullanmıştır. Sadece bir yazma nüshası bulunmakltadır.[121]

Cremonalı Gerard (1114-1187) İslam bilim ve felsefe eserlerini Arapça'dan Latinceye çeviren Ortaçağ'ın en önemli çevirmenlerindendir. Cremonalı olmakla birlikte eserlerini yazdığı ve ününü kazandığı kent İspanya'nın Toledo kentidir. Aralarında Aristoteles'in *Fizik*'i, Sabit ibn Kurra'nın *Hareket Üzerine* ve Harizmî'nin *Aritmetik*'inin de olduğu pek çok eseri çevirmiştir. Öklid'in *Elementler*'ini çevrip çevirmediği konusu tartışmalıdır.[122]

---

[120] Marchall Clagett, "Adelard of Bath", *Dictionary of Scientific Biograpy*, cilt 1, ACLS, New York 1981, s. 61-64.

[121] Marchall Clagett, "The Medieval Latin Translations from the Arabic of the *Elements* of Euclid, with Special Emphasis on the Versions of Adelard of Bath", *Isis*, cilt 44, sayı 1-2, 1953, s. 27.

[122] Richard Lemay, "Gerard of Cremona", *Dictionary of Scientific Biograpy*, cilt 15, ACLS, New York 1981, s. 173-192.

RÖNESANS, YENİ ve YAKIN ÇAĞDA *ELEMENTLER* GELENEĞİ

Genel Bakış

Matbaanın keşfinden sonra Avrupa'da *Elementler* pek çok kez basılmıştır. Tekrar tekrar basılan *Elementler*'i basılış amacı ve anlatım tekniği yönünden iki ana gruba ayırmak gerekir. Birinci grup *Elementler* yazarlarının amacı; konuları Öklid'in ele aldığı gibi, Öklid'in kavramlarına bağlı kalarak ve mümkün olduğunca özgün metne uygun bir biçimde yeniden yazmaktır. Bu amaçla yazan kimseler *Elementler*'de bulunan tanım, aksiyom ve postülaların zaman içinde ne gibi değişiklikler geçirdiği ve bu değişikliklerin nasıl Öklid'in ifade ettiği biçime, aslına dönüştürülebileceğiyle ilgilidirler. Öklid'in kullandığı yöntem Ortaçağ'da gramer ve retorik dersleri ile içiçe geçmiş olan mantıkçıların yöntemine çok yakın olduğu için astronom ve geometriciler kadar mantıkçıların da ilgisini çekmiştir. Öklid ve eseri üzerindeki Aristo etkisi düşünüldüğünde bu durum daha iyi anlaşılır. Bugünün gözüyle baktığımızda Yunan Matematiği daha çok mantık ağırlıklıdır. Bunun doğal sonucu olarak kanıtlamalar daha çok mantıksal analiz yöntemine dayanır. Ayrıca Yunan Matematikçileri rakamları bilmedikleri ve her türden niceliğin (miktarın), sayılarla ifade edilebileceği gibi bir düşünceye sahip olmadıkları için çizgiyi bir tür sayı gibi kullanmışlar ve çoğunlukla bu çizgiler arasındaki benzerliklerden de matematiksel ilişkileri oluşturmuşlardır. Kısaca özetleyecek olursak Yunan Matematiği ve onun en önemli eserlerinden biri olan *Elementler* İslâm dönemiyle başlayan ve günümüze kadar ulaşan matematik gibi sayılar ve denklemler üzerine kurulmamıştır. Matbaanın icadından sonraki dönemde Avrupalı bilginler Antik Yunan dünyasını yeniden keşfetmişler ve Antik Yunan döneminde üretilen teorik bilgiye büyük bir hayranlıkla bakmaya başlamışlardır. Bunun sonucu olarak Yunan

Bilginleri'nin yazdığı eserleri yeniden ortaya çıkarmaya ve yazma halinde olan metinleri basma eserler haline getirmeye başlamışlardır. Bu süreçte Yunca, Latince ve Arapça konusunda uzman bilginler ön plana çıkmıştır. Çünkü eskilerin yazdığını anlayabilecek o eserleri değerlendirebilecek olan kimseler bu bilginlerdir. Yunanlı bilginlerin eserleri ve eserlerinde savundukları düşünceler neredeyse reddedilemez, aşılamaz ve mucizevi bir etkiye sahip olmuştur. Elbette Yunanlı Bilginler'in *Elementler* örneğinde olduğu gibi sınırlı bilgi ve kavramlara dayanarak neredeyse mükemmel tutarlılıkta sistematik bilgi üretmelerinin bunda payı büyüktür.

Bu hayranlığın sonucu olarak Yunan Bilginleri'nin eserlerini yeniden ele alan Rönesans ve Reform dönemi bilginlerinin bir bölümünün temel amacı Antik Yunanlı Bilginler'in eserlerini aslına sadık bir biçimde yeniden oluşturmak ve onlar hangi kavramları kullanmışlarsa o kavramları kullanmak ve onların anlattığı gibi anlatmak olmuştur. *Elementler* örneğinde bu bilginler İslâm Döneminde ortaya konulan kavram ve İslâm Bilginlerince başlatılan kısaltma-yarı sembol ardından Avrupalılarca yetkinleştirilen semlollerle konunun anlaşılmasına ve anlatılmasına karşı çıkmışlar ve Öklid nasıl anlatıyorsa aynen öyle anlatmaya çalışmışlar, daha sonraki dönemde girdiğini düşündükleri Öklid'e aykırı unsurları Öklidçi bakış açısına uygun bir biçimde düzeltmeye çalışmışlardır. Bunun sonucu olarak Öklid'in kullanmadığı rakam, sembol, denklem gibi unsurlara eserlerinde mümkün olduğunca yer vermemişlerdir.

İkinci grupta yer alan bilginler ise *Elementler*'e daha eleştirel bakmışlar ve onun ele aldığı konuları yeni ortaya çıkan tekniklerle nasıl daha iyi anlatılabileceğini araştırmışlar ve yeni yöntemlerle rakamlarla, sembollerle ve denklemlerle konuları anlatmışlardır. Daha çok bilginler için değil öğrenciler için eserlerini yazan bu

kimseler, eserlerinin kapağına konuları en yeni ve en kolay yöntemlerle anlattıklarını gösterir açıklamalar eklemişlerdir. Bu kimseler terorik bilgiyle ve bilginler için yazdıklarını ifade eden kimselerce küçümsenmişler, vulgarizasyon yapmakla suçlanmışlardır. Öklid'in *Elementler*'i konusunda en derin araştırmaları yapan son dönem bilginlerden Heiberg, Menge ve Heath *Elementler* edisyonları hakkında bilgi verirken Rönesans ve Reform sonrası öğrenciler için yazılan edisyonlar üzerinde durmayı gerekli görmemişlerdir.

Öklid'in büyük otoritesine rağmen özellikle sayılar, sayılar arası ilişkiler ve ortak ölçülemez nicelikleri ele aldığı VII., VIII., IX. ve X. Kitaplar üzerinde daha az durulmuş ve bunları içeren *Elementler* edisyonları daha az basılmıştır. Çünkü bu kitaplarda çizgilerden yararlanılarak sayılar arası ilişkiler anlatılmıştır. O dönemde rakamlarla, sembollerle, denklemlerle ve daha gelişmiş bir nicelik kavramıyla ele alınan bu konular Öklid'in ele aldığı biçimiyle eğitim müfredatında varlıklarını sürdürmeyi başaramamışlardır.

Avrupa'da *Elementler* ve Çeşitli Basma Edisyonları

Elementler 1482 yılında Venedik'de *Preclarissimus liber elementorum Euclidis* adıyla Erhardus Ratdoldt tarafından Latince olarak basılmıştır. Bu baskıda Novaralı Campanus'un (Giovanni Campano) 1260 yılında Bathlı Adelard'ın çevirisinden yararlanarak kendi bakış açısına göre düzenlemeler yaptığı 15 kitaplık "*Euclid's Elementa geometriae*" adlı eseri esas alınmıştır.

1505 yılında Yunanca metne dayanılarak Bartholemeo Zamberti tarafından Latince olarak Venedik'de basılmıştır.

1516 yılında Latince olarak Jacques Lefevre'in editörlüğünde Paris'de basılmıştır.

1533 yılında ilk kez Yunanca olarak John Hervagius tarafından Simon Grynaeus'un editörlüğünde İsviçre'nin Basel kentinde basılmıştır.

1536 yılında ilk altı kitap Yunanca olarak Oronce Fine tarafından Paris'de basılmıştır.

1537 yılında Philip Melanchthon'un önsözüyle Latince olarak İsviçre'nin Basel kentinde John Hervagius tarafından yeniden basılmıştır.

1545 yılında Petrus Ramus (Pierre de la Ramée) Latince olarak Paris'de yayınlamıştır. 1549 da tekrar basılmıştır.

1545 yılında on beş kitap halinde Yunanca ve İtalyanca çevirisi ile birlikte Angelo Caiani tarafından Roma'da basılmıştır.

1549 yılında ilk altı kitap Latince ve Yunanca olarak Joachim Camerarius tarafından Leibzig'de basılmıştır.

1557 yılında ilk altı kitap Jacques Peletier tarafında Latince olarak basılmıştır. 1610 yılında ise yeni bir baskısı yapılmıştır.

1557 yılında Stephanus Gracilis tarafından Yunanca ve Latince olarak Paris'te basılmıştır. 1573, 1578 ve 1598 yıllarında yeni baskıları yapılmıştır.

1564 yılında Conrad Dasypodius'un editörlüğünde Yunanca ve Latince olarak Strazburg'da basılmıştır.

1566 yılında ilk altı kitap Latince olarak Christiano Herlino tarafından Strazburg'da basılmıştır.

1566 yılında ilk Flemenkçe çevirisi 15 kitap halinde Francisco Flussate Candalla (François de Foix, Comte de Candale) tarafından Paris'de yayınlanmıştır. 1578, 1602, 1695 yıllarında yeni baskıları yapılmıştır.

1572 yılında Federico Commandino tarafından Latince'ye çevrilmiş ve Pisa'da basılmıştır.

1574 yılında Christoph Clavius tarafından *Euclidis Elementorum libri XV* adıyla Vincenzo Accolti tarafından Roma'da basılmıştır. 1589'da yine Roma'da, 1591 ve 1607'de Cologne'de, 1607'de Frankfurt'da yeniden basılmıştır.

1620 yılında Henry Briggs ilk altı kitabı Yunanca ve Latince olarak yayınlamıştır.

1654 yılında André Tacquet *Elementa geometriae planae et solidae* adıyla geometri konularını içeren sekiz kitabı Latince olarak yayınlamıştır.

1655 yılında Isaac Barrow *Euclidis Elementorum Libri XV. breviter demonstrati* adıyla Latince olarak on üç kitabı yayınlamıştır.

1658 yılında Giovanni Alfonso Borelli *Euclides restitutus* adıyla on üç kitabı Latince olarak yayınlamıştır.

1703 yılında Yunanca ve Latince olarak David Gregory tarafından Oxford edisyonundan yararlanılarak basılmıştır.

1733 yılında Giovanni Girolamo Saccheri tarafından *Euclides ab omni naevo vindicatus sive conatus geometricus quo stabiliuntur prima ipsa geometriae principia* adıyla Latince olarak yayınlanmış ve Öklid dışı geometrilerin ortaya çıkışında büyük etkisi olmuştur.

1756 yılında Robert Simson on üç kitabı Latince ve İngilizce olarak yayınlanmıştır.

1814 ile 1818 yılları arasında F. Peyrard tarafından Yunanca, Latince ve Fransızca olarak Paris'de yayınlanmıştır.

1824 yılında J. G. Camerer ve C. F. Hauber ilk altı kitabı Yunanca ve Latince olarak Berlin'de yayınlamışlardır.

1825 yılında J. G. C. Neide Yunanca olarak Peyrard'ın metninden yararlanarak I-VI ve XI ve XII. kitapları yayınlamıştır.

1826 ile 1829 yılları arasında E. F. August Yunanca olarak on üç kitabı Berlin'de yayınlamıştır.

İtalyanca Versiyonlar ve Şerhler

1543 yılında ilk İtalyanca çevirisi Nicolo Fontana Tartaglia tarafından *Euclide Megarense* adıyla Venedik'de yayınlanmıştır. İkinci baskısı 1565 yılında üçüncü baskısı ise 1585 yılında yapılmıştır.

1575 yılında Federico Commandino tarafından İtalyanca'ya çevrilmiş ve Urbino'da basılmıştır.

1663 yılında Borelli'nin Latince çevirisi Domenico Magni tarafından İtalyanca'ya çevrilmiş ve yayınlanmıştır.

1680 yılında *Euclide restituto* Vitale Giordano tarfından İtalyanca olarak yayınlanmıştır.

1690 yılında *Elementi piani e solidi di Euclide* adıyla Vincenzo Viviani'nin beşinci kitap üzerine şerhi yayınlanmıştır.

1731 yılında *Elementi geometrici piani e solidi di Euclide* adıyla Guido Grandi tarafından özet bir versiyonu yayınlanmıştır.

1749 yılında Dechales'in İtalyanca çevirisi Ozanam'ın düzeltmeleriyle birlikte yayınlanmıştır. 1785 ve 1797 yılında yeni baskıları yapılmıştır.

1752 yılında Leonardo Ximenes tarafından ilk altı kitap yayınlanmıştır. Bu eser 1819 yılında beşinci baskısını yapmıştır.

1818 yılında Vincenzo Flauti *Corso di geometria elementare e sublime* adıyla ilk altı kitabı ve on birinci ve on ikinci kitapları yayınlamıştır. 1827, 1843 ve 1854 yıllarında yeni baskıları yapılmıştır.

Almanca Versiyonlar

1558 yılında Johann Scheubel yedi, sekiz ve dokuzuncu kitaplar'ın Almanca çevirisini yayınlamıştır. Scheubel daha önce *Sex libri priores de geometricis principii* adıyla ilk altı kitabı Latince olarak yayınlamıştır.

1562 yılında Wilhelm Holtzmann (Xylander) tarafından ilk altı kitap Almanca olarak yayınlanmıştır. Pratik gerekçelerle amatörler, zanaatçılar, kuyumcular ve inşaat yapanlar için yazılmıştır.

1651 yılında Heinrich Hoffmann tarafından *Teutscher Euclides* adıyla Almanca olarak yayınlanmıştır, bire bir çeviri değildir. 1653 yılında ikinci bir edisyonu yapılmıştır.

1694 yılında Ant. Ernst Burkh von Pirckenstein *Teutsch Redender Euclides* adıyla askerler ve mühendisler için daha kolay yöntemler başlığıyla, geometri konularını ele alan sekiz kitabı Almanca olarak Viyana'da yayınlanmıştır. 1699 ve 1744 yıllarında yeni baskıları yapılmıştır.

1697 yılında Samuel Reyher *In teutscher Sprache vorgestellter Euclides* adıyla ilk altı kitabı "kolaylaştırılmış, cebirsel sembollerle kolaylaştırılmış yeni çözüm yöntemleriyle" başlığıyla Almanca olarak yayınlanmıştır.

1714 yılında *Euclidis* XV *Bücher teutsch* adıyla Chr. Schessler tarafından "özel bir yöntemle ve özetlenerek fakat tamamı ele alınmıştır" başlığıyla Almanca olarak yayınlanmıştır. 1729 yılında yeniden basılmıştır.

1773 yılında ilk altı kitap Yunanca'dan Almancaya J. F. Lorenz tarafından okullarda kullanılması için çevirilmiştir. Almanca'ya sözcük sözcük ilk çevirisidir.

1781 yılında on bir ve on ikinci kitaplar J. F. Lorenz tarafından Almanca'ya çevrilmiştir. Bunun yanında *Euklid's Elemente fünfzehn Bücher* adıyla yine on beş kitap Lorenz tarafından çevrilmiş ve basılmıştır. 1798, 1809, 1818, 1824 yıllarında Karl Mollweide tarfindandan yayınlanmıştır.

1807 yılında ilk altı kitap, on birinci ve on ikinci kitaplar J. K. F. Hauff tarafından yeniden çevrilerek yayınlanmıştır.

1828 yılında ilk altı kitap, on birinci ve on ikinci kitaplar bu kez Joh. Jos. Ign. Hoffmann tarafından "elementer geometriye kılavuzluk eden bilgiler" başlığıyla yayımlanmıştır. 1832 yılında yeni bir baskısı yapılmıştır.

1833 yılında *Die Geometrie des Euklid und das Wesen derselben* adıyla E. S. Unger tarafından yayınlanmıştır. 1838, 1851 yıllarında yeni baskısı yapılmıştır.

1901 yılında *Euclid und die sechs planimetrischen Bücher* adıyla Max Simon tarafından ilk altı kitap yayınlanmıştır.

Fransızca Versiyonlar

1564-1566 yılları arasında ilk dokuz kitap P. de la Ramée'nin arkadaşı ve öğrencisi Pierre Forcadel tarafından Fransızca olarak yayınlanmıştır.

1604 yılında ilk dokuz kitap açıklamalı yorumlarıyla birlikte Jean Errard de Bar le Duc tarafından Fransızca'ya çevrilmiş ve yayımlanmıştır. 1605 yılında ise ikinci baskısı yapılmıştır.

1615 yılında on beş kitap Denis Henrion tarafından çevrilerek yayınlanmıştır. 1676 yılına kadar ise yedi kez basılmıştır.

1639 yılında ilk altı kitap Pierre Hérigone tarafından Fransızca olarak yayınlanmıştır. Isaac Barrow, kendisinden önce sembollerle, daha kısa ve anlaşılabilir bir üslupla Öklid'i anlatan kimsenin Pierre Hérigone olduğunu ifade etmiştir.

1672 yılında sekiz kitap Claude Françis Milliet Dechales tarafından Fransızca olarak yayınlanmıştır. Bunun yanında *Les élémens d'Euclide expliqués d'une manière nouvelle et très facile* adlı eseri 1672, 1677, 1683 yıllarında yayınlanmış, 1709 yılında Jacques Ozanam tarafından gözden geçirilmiş bir edisyonu yayınlanmıştır. 1749 yılında İtalyanca'ya, 1685 yılında İngilizce'ye William Halifax tarafından çevrilmiştir.

1804 yılında F. Peyrard ilk altı, on bir ve on ikinci kitapları Fransızca olarak yayınlamıştır.

Flemenkçe Versiyonları

1606 yılında ilk altı kitap Jan Pieterszoon Dou tarafından Flemenkçe olarak yayınlanmıştır. Daha sonradan pek çok baskısı yapılmıştır.

1617 yılında *The Propositions of the Books of Euclid's Elements* adıyla Frans van Schooten tarafından yayınlanmıştır. 1662 yılında Jakob van Leest bunu on beş kitaba çıkarmıştır.

1695 yılında on beş kitap halinde C. J. Vooght tarafından Flemenkçe olarak yayınlanmıştır.

1702 yılında ilk altı kitap Hendrik Coets tarafından Flemenkçe olarak yayınlanmıştır. Bu bir çeviri olmaktan çok okullarda kullanılması için yazılan bir edisyondur.

1763'de ilk altı kitap, on birinci ve on ikinci kitaplar Pybo Steenstra tarafından Flemenkçe olarak yayınlanmıştır. 1825 yılına kadar birkaç baskı yapmıştır.

İspanyolca Versiyonlar

1576 yılında ilk altı kitap Rodrigo Çamorano tarafından İspanyolca'ya çevrilmiştir.

1637 yılında ilk altı kitap açıklamalı yorumlarıyla birlikte L. Carduchi tarafından İspanyolca'ya çevrilmiştir.

1689 yılında ilk altı kitap, on birinci ve on ikinci kitaplar açıklamalı yorumlarıyla birlikte Jacob Knesa tarafından İspanyolca'ya çevrilmiştir.

Rusça Versiyonlar

1739 yılında Ivan Astaroff tarafından Latince'den Rusça'ya çevrilmiştir.

1789 yılında Prochori Suvoroff ve Vasily Nikitin Yunanca'dan Rusça'ya çevirmiştir.

1880 yılında Vachtchenko-Zakhartchenko tarafından Rusça'ya çevrilmiştir.

1817 yılında Jozefa Czecha tarafından Lehçe'ye çevrilmiştir.

İsveçce Verisyonlar

1744 yılında ilk altı kitap Marten Strömer tarafından İsveçce yayınlanmıştır. 1748 ikinci 1753 deki üçüncü baskısında on bir ve on ikinci kitaplar da bulunmaktadır. 1884 yılına kadar pek çok baskı yapmıştır.

1836 yılında ilk altı kitap H. Falk tarafından İsveçce yayınlanmıştır.

1844 yılında ilk altı kitap, on birinci ve on ikinci kitaplar P. R. Brakenhjelm tarafından İsveçce olarak yayınlanmıştır. 1845, 1859 yıllarında yeni baskıları yapılmıştır.

1850 yılında F. A. A. Lundgren tarafından İsveçce yayınlanmıştır.

1850 yılında H. A. Witt ve M. E. Areskong tarafından ilk altı kitap, on birinci ve on ikinci kitaplar İsveçce olarak yayınlanmıştır.

Danimarkaca Versiyonlar

1745 yılında Ernest Gottlieb Ziegenbalg tarafından Danimarkaca yayınlanmıştır.

1803 yılında ilk altı kitap H. C. Linderup tarafından Danimarkaca yayınlanmıştır.

Modern Yunanca Versiyon

1820 yılında Midillili (Lesboslu) Benjamin *Elementler*'in Modern Yunanca'sını Venedik'de yayınlamıştır.

İngilizce Versiyonlar

1570 yılında Henry Billingsley tarafından İngilizce'ye çevrilmiş ve John Dee'nin önsözüyle birlikte yayınlanmıştır. Kitabın kapağında şunlar bulunmaktadır:



THE ELEMENTS OF GEOMETRIE of the most auncient Philosopher EUCLIDE of Megara.

Faithfully (now first) translated into the Englishe toung, by H. Billingsley, Citizen of London. Whereunto are annexed certaine Scholies, Annotations, and Inuentions, of the best Mathematiciens, both of time past, and in this our age.

With a very fruitfull Preface by M. I. Dee, *specifying the chiefe Mathematicall Sciēces, what they are, and whereunto commodious: where, also, are disclosed certaine new Secrets Mathematicall and Mechanicall, untill these our daies, greatly missed.*

Imprinted at London by *John Daye*.

John Dee'nin önsözde yazdıkları *Elementler*'in çevirisi kadar önemlidir. Dee önsözde sayı ve miktar kavramlarını sorgulamıştır. Sayılarla ilgilenen bilimin Aritmetik, miktarlarla ilgilenen bilimin ise Geometri olarak ikiye ayrıldığını bunun ise onu memnun etmediğini açıkça belirmiştir. Sayıların her türden varlığı temsil ettiğini ifade etmiştir. Doğal olarak bu noktada Öklid ve Yunan Matematiği'nin miktar ve sayı ayrımından uzaklaşmış İslam Bilginleri'yle başlayıp günümüze ulaşan sayı kavramına yaklaşmıştır. Sayıları formal, doğal (natural) ve rational biçiminde ayırmıştır. Ardından ondalık kesirlerin sürekli olarak birimi doldurduğundan söz etmiştir ki bu Kaşî'den sonra ondalık kavramının Avrupalı bilginlerce de anlaşıldığını göstermesi bakımından çok önemlidir. Dee devam ederek sayılarla her türlü toplama, çıkarma, çarpma, bölme, kök alma işleminin yapılabileceğini ifade etmiştir. Devam ederek sıradan anlamıyla birim'in (unit) bölünemez en küçük parça olmadığını ondalıkların bunun göstergesi olduğunu ifade etmiştir. Astronomların başka türlü hesap yaptıklarını altmışlik sistemi kullanarak sayıları derece, dakika gibi ayrımlara tabi tuttuklarını, köklü sayıları farklı ele aldıklarını; fakat bunların sayıların genişletilerek sıradan sayılar gibi ifade edilebileceğini belirtmiştir. Öklid'in X.

Kitabı'nda yanlış olarak kökü olmadığı kabul edilen türden sayıları köklü sayılar olarak kabul edip kök işareti olarak da √ işaretiyle gösterebiliriz demiştir. Sayılarla işlem yapmanın en mükemmel yolunun; eşitlik (equation) ya da cebir (algebra) olduğunu da belirtmiştir. Dee daha sonra bu türden işlemlerin ticaret, mekanikte, geometride, harita yapımında, hidrolikte ve astromomide ne kadar yararlı olduğunu örnekler vererek anlatmıştır.

John Dee'nin matematik kavramları *Elementler*'de sergilenen matematik kavramların çok ötesindedir. *Elementler* çevirisi ile geçmişin geometri bilgisine ulaşacak olan okuyucuya o günün en gelişmiş matematik yöntemleri ve uygulamaları hakkında bilgi vermekte ve *Elementler*'in zayıf noktalarını açıkça göstermektedir. O dönemin koşulları göz önüne alındığında böylesi bir önsözün İngilizce konuşanlar için ne kadar yararlı olduğu açıkça ortadadır.[123]

1651 yılında Kaptan Thomas Rudd ilk altı kitabı İngilizce olarak John Dee'nin önsözüyle birlikte Londra'da yayınlamıştır.

1660 yılında Isaac Barrow'un Latince olarak yayınlanan versiyonu İngilizce'ye çevrilmiş ve kitapçı William Nealand için R. Daniel tarafından Londra'da basılarak yayınlanmıştır. İngilizce çeviride cebirsel ve matematiksel semboller özellikle ikinci kitapta yoğun bir biçimde kullanılmıştır. Daha sonra 1705, 1722, 1732, 1751 yıllarında yeni baskıları yapılmıştır.

1661 yılında Henry Billingsley'in çevirisinden yararlanılarak John Leeke tarafından İngilizce olarak Londra'da basılmıştır.

[123] Henry Billingsley, *The Elements Of Geometrie*, basan John Daye, Londra 1570, s. v- lvi.

1685 yılında Claude Françis Milliet Dechales'in 1672'de Fransızca olarak yayınladığı *Elementler* William Halifax tarafından yeni ve daha kolay bir yöntemle ele alınmış, İngilizce olarak da Londra'da basılmıştır.

1705 yılında ilk altı kitap Edmund Scarburgh tarafından Yunanca'dan çevrilmiş yorum ve ekleriyle birlikte İngilizce olarak yayınlanmıştır.

1708 yılında Oxford'da Astronomi profesörü olan Dr. John Keill, Federico Commandino'nun Latince metninden yararlanarak ilk altı, on birinci ve on ikinci kitapları İngilizce'ye çevirerek yayınlamıştır. Keill eserinde Öklid'in bazı önermelerinin Tacquet ve Dechales tarafından çıkarmasından; Isaac Barrow'un *Elementler*'in ikinci kitabında cebirsel yöntemi, sembolleri kullanmasından, kısa ve muğlak kanıtlamalar yapmasından şikayetçi olmuştur. Keill'in çevirisi Samuel Cunn tarafından gözden geçirilerek yeniden basılmıştır. 1749'da sekizinci baskısını, 1772'de on birinci ve 1782'de on ikinci baskısını yapmıştır.

1714 yılında William Whiston *The Elements of Euclid with select theorems out of Archimedes* adıyla André Tacquet'in kısaltılmış bir versiyonunu yayınlamıştır.

1756 yılında Robert Simson'un *The Elements of Euclid, viz. the first six Books together with the eleventh and twelfth. In this Edition the Errors by which Theon or others have long ago vitiated these Books are corrected and some of Euclid's Demonstrations are restored* adlı eseri yayınlanmıştır. 1762 yılında yapılan yeni baskısına Öklid'in *Veriler* (*Data*) adlı eseri de eklenmiştir. Otuz baskısı yapılan bu kitap 1756, 1762, 1767, 1772 ve 1775 yılarında ard arda basılmış, 1799'da onuncu, 1806'da on üçüncü, 1830'da yirmi üçüncü, 1834'de yirmi dördüncü ve 1844'de yirmi dördüncü baskısını yapmıştır.

Hüseyin Rıfkı Tâmânî'nin *Usûl-i Hendese*'sinin son kısmına eklenen "Der Beyân-ı Usûl-i Müsellesât el-Müstevî" adlı düzlem trigonometriye ilişkin bölüm Simson'un kitabının 481 ile 492 sayfaları arasında anlattığı "Plane Trigonometry" adlı bölümden alınmıştır.[124]

1781 yılında James Williamson'un on üç kitaplık İngilizce çevirisi yayınlanmıştır.

1781 yılında ilk altı kitabın İngilizcesi William Austin tarfından Londra'da yayınlanmıştır.

1794 yılında Adrien-Marie Legendre *Elements de geometrie* adlı eserini Fransızca olarak yayınlamıştır. Harvard Üniversitesi öğretim üyelerinden John Farrar'ın ilk İngilizce çevirisi ise *Elements of Geometry* adıyla 1819 yılında basılmıştır.

1795 yılında John Playfair ilk altı kitabı ve cisim geometrisini ilgilendiren iki kitabı İngilizce olarak yayınlamıştır. Kitap 1819 yılında beşinci, 1831'de sekizinci, 1836'da dokuzuncu ve 1846'da onuncu baskısını yapmıştır.

1826 yılında George Phillips *Euclid's Elements of Geometry containing the whole twelve Books translated into English, from the edition of Peyrard*, adlı eserini F. Peyrard'ın Vatikan'da bulduğu yazmaya dayanarak yayınladığı *Elementler*'i esas alarak hazırlamış ve yayınlamıştır.

---

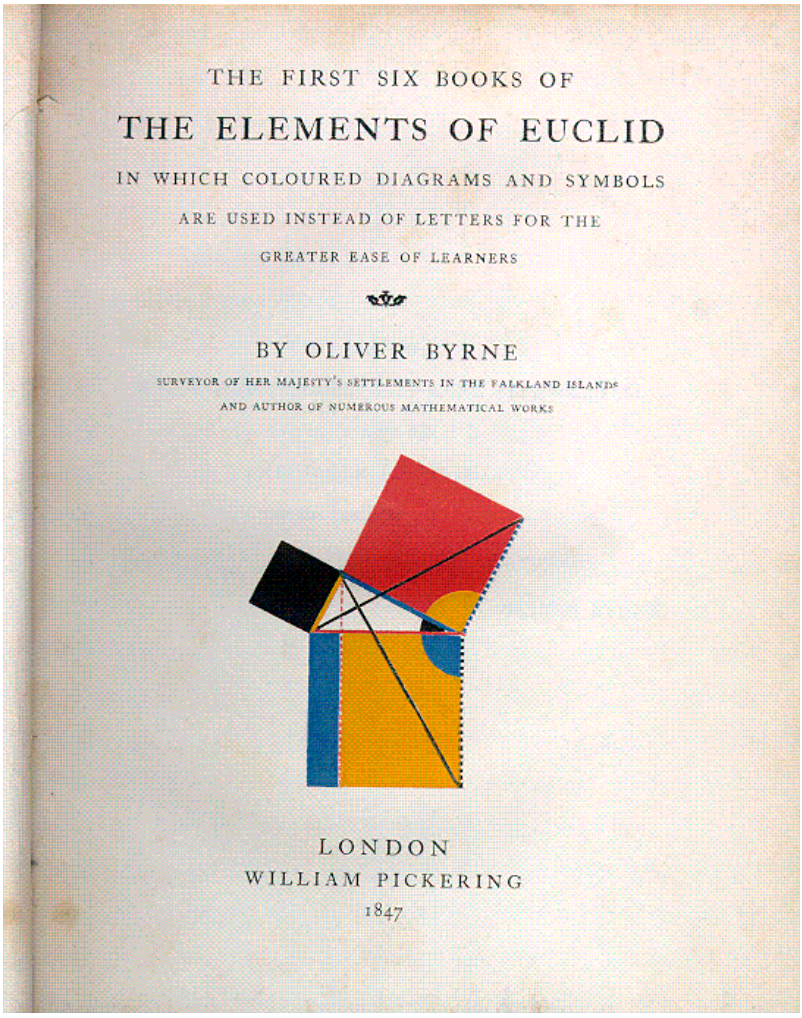
[124] Robert Simson, *The Elements of Euclid, viz. the first six Books together with the eleventh and twelfth. In this Edition the Errors by which Theon or others have long ago vitiated these Books are corrected and some of Euclid's Demonstrations are restored, also The Book of Euclid's Data, to this Edition are also annexed Elements of Plane and Spherical Trigonometry*, basanlar Johnson and Warner, Philadelphia 1811, s. 481-492.

1828 yılında Dionysius Lardner ilk altı kitap, on birinci, on ikinci kitaplar ve Adrien-Marie Legendre'nin cisim geometrisine ilişkin verdiği bilgilere dayanarak *The first six books of the elements of Euclid: With a commentary and geometrical exercises. To which are annexed a treatise on solid geometry, and short ... analysis, and the theory of transversals* adlı eserini yayınlamıştır.

1833 yılında T. Perronet Thompson *Geometry without axioms, or the first Book of Euclid's Elements with alterations and notes*; *and an intercalary book in which the straight line and plane are derived from properties of the sphere, with an appendix containing notices of methods proposed for getting over the difficulty in the twelfth axiom of Euclid* adıyla yayınlamıştır.

1845 yılında Robert Potts *Euclid's Elements of Geometry chiefly from the text of Dr Simson with explanatory notes...to which is prefixed an introduction containing a brief outline of the History of Geometry. Designed for the use of the higher forms in Public Schools and students in the Universities* Cambridge Üniversitesi Yayınları tarafından basılmıştır. John W. Parker 1847 yılında *An Appendix to the larger edition of Euclid's Elements of Geometry, containing additional notes on the Elements, a short tract on transversals, and hints for the solution of the problems etc.* bölümünü eklemiştir.

1847 yılında Oliver Byrne ilk altı kitabı renkli çizgili şekiller ve semboller kullanarak farklı bir biçimde ele aldığı kitabı *First six books of the Elements of Euclid in which colored diagrams and symbols are used instead of letters for the greater ease of learners* adıyla yayınlamıştır.


THE FIRST SIX BOOKS OF
THE ELEMENTS OF EUCLID
IN WHICH COLOURED DIAGRAMS AND SYMBOLS
ARE USED INSTEAD OF LETTERS FOR THE
GREATER EASE OF LEARNERS
BY OLIVER BYRNE
SURVEYOR OF HER MAJESTY'S SETTLEMENTS IN THE FALKLAND ISLANDS
AND AUTHOR OF NUMEROUS MATHEMATICAL WORKS
LONDON
WILLIAM PICKERING
1847

1862 yılında Isaac Todhunter *The Elements of Euclid for the use of schools and colleges; Comprising the first six books and portions of the eleventh and twelfth books; with notes, an appendix, and exercises*, adıyla yayınlamıştır.[125]

Bu liste oldukça eksiktir çoğunlukla Öklid'in metnine sadık kalmak için çaba harcayan yazarlar seçilmiştir. Burada söz edilmeyen okullarda öğrencilerin daha kolay anlaması için ya da Öklid'in kavramlarından daha gelişmiş modern bakış açısıyla konuları ele alan pek çok *Elementler* çevirileri bulunmaktadır.

[125] Thomas L. Heath, *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, İkinci Edisyon, Cilt 1, Dover Yayınları, New York 1956, s. 91-112

II. BÖLÜM: OSMANLILAR DÖNEMİ'NDE *ELEMENTLER* GELENEĞİ

OSMANLI GEOMETRİCİLERİ ve *ELEMENTLER*

Genel Bakış

Osmanlılar Medreseleri'nde daha çok Klasik İslâm dönemi bilginlerinin eserleri ve onlara yapılan şerhler okutulmuştur. Geometriye ilişkin eserleri okutulan bazı bilginler şunlardır: Semerkandî, Kadızade-i Rumî, Ebherî, Nasîrüddîn Tûsî, Şîrâzî, İbnü'l-Havvâm, Kâşî, İbnü'l-Heysem, Sabit ibn Kurra, Takıyyüddîn el-Râsıd bu bilginlerden Osmanlı Medreseleri'nde okutulması bakımından en önemlisi Kadızade-i Rumî'dir. Eseri kapsamlı bir geometri eseri değildir, fakat yaygın biçimde okutulması ve Osmanlı geometri öğretim müfredatının standart bir unsuru olması bakımından rakipsizdir. Osmanlılar açısından önemli olan başka bir eser Nasîrüddîn Tûsî'nin *Tahrir*'idir, bu eser dönemin neredeyse bütün geometri bilgisini barındıran *Elementler*'in redakte edilmiş bir Arapça çevirisidir. Hem elyazması kopyalarına hem de 1594 yılında Medici Matbaasında basılan Pseudo-Tûsî kopyalarına pek çok Osmalı Medresesi'nde rastlamak mümkündür. Ancak okunması ve okutulması çok önemli olan bu eser yaygın bir biçimde okunmamış yalnızca Taküyüddîn gibi seçkin bilginlerce ve çok az sayıdaki eğitici tarafından okunmuş ve okutulmuştur. Medici Matbaası'nda 1594 yılında basılan bu esere III. Murad tarafından Osmanlı topraklarında satış izin verilmesi de görece yaygın biçimde rastlanmasının başka bir nedeni olabilir.

Osmanlı Devleti'nde Mühendishâneler kuruluncaya kadar okulların müfredatına Batılı ya da Türkçe eserler girmemiş ya da yaygın bir biçimde okutulmamıştır. Bununla birlikte Osmanlıların Avrupa'da basılan eserlerden tümüyle habersiz olduklarını düşünmek yanlış olur. Çünkü bu eserlerden bazılarını örneğin logaritma ve onun kullanımına dair eserler daha erken bir dönemde değerlendirilmiş

ve müfredata alınmıştır. Ancak Osmanlı bilginlerinin geometride ortaya çıkan yeni yöntemlere karşı genel tavrı, elbette bunun istisnaları vardır, bunları çaresiz kalmadıkça kullanmamak, eski yöntemlerde ısrar etmek olmuştur. İncelediğim metinlerden çıkardığım genel sonuç Osmanlı Bilginleri Avrupadaki gelişmelerden kısa süre sonra ya da aynı anda haberdar olmaları, fakat çaresiz kalmadıkça bu yöntemi almamaları, almak zorunda kaldıklarında ise olabildiğince eski yöntemlere dönüştürmeleri ve olabildiğince eski kavramlara bağlı kalarak anlatmaları olmuştur. Eski olanı eskisi gibi sürdürmek, mümkünse yeni olanı kabul etmemek yönünde açık bir irade görülmektedir.

Mühendishâneler dönemi de genel olarak eskide ısrarın sürdüğü, fakat yeniliklerin yavaş yavaş sisteme girmeye başladığı bir dönem olmuştur.

Tâmânî ve Osmanlı siyasal iradesinin bir parçası olmamakla birlikte Mısır'daki Mühendishâne'de hocalık yapan ve Türkçe yazan İbrahim Edhem Paşa'nın eserleri geometri tarihimiz açısından önemli köşe taşlarıdır.

Toderini *De La Littérature Des Turcs* adlı eserinin geometri bölümünde XVIII. yüzyıl sonlarında Osmanlı medreselerinde geometri eğitimi konusunda şu bilgileri vermektedir: "... Bazı Türk müderrisleri en lüzumlu geometri problemleri ile yetinerek *Kitab el-Usul* (*Elementler*) ile yetinmekte, akademilerde şerhler, Kalitteosis'in, Kadızade'nin eserlerini kullanmakta *Eşkâl el-Te'sîs* (*Temel Önermeler*) üzerine yapılan şerhlerle yetinmektedirler. Diğerleri daha fazla geometriye girmekte ve bu konuda Arşimed'in, Theodosios'un, Menelaos'un, Apollonios'un ve diğer birçok Yunan bilgininin Arapça çevirilerinden yardım

aramakta ve bu konularda çalışmış olan birçok Arap müellifinden istifade etmekte..."[126] biçiminde bilgi vermektedir.

Toderini'nin bu açıklaması genel olarak doğrudur, ancak Takiyüddîn örneğinde olduğu gibi kişisel olarak bu çizginin dışında kalan ya da Yunan-İslam birikimini hakkıyla özümsemiş ve anlamlı katkı yapabilecek duruma gelmiş bilginlere de raslamak mümkün olabilir; çünkü dönemin elyazmaları daha tamamıyla incelenmemiştir.

Elbette böyle kimseleri ve eserlerini bulsak bile, bu kimseler ve eserlerinin bilim ve eğitim tarihimimize etki etmedikleri gerçeği ortadadır; ancak bu eserleri eğer varsa bulup çıkarmak, değerlendirmek ve nedenlerini ortaya koymak geçmişi anlamamız ve bugünü anlamlandırabilmemiz için elzemdir.

***Elementler* Üzerine Çalışan Bilginler ve Eserleri**

Osmanlılar Dönemi'nin en temel geometri eseri Nasîrüddin el-Tûsî ve Kutbeddîn Şirazi'nin çağdaşı olan Şemseddîn Muhammed ibn Eşref el-Semerkandî'nin (1250-1310) yaklaşık 1276 yıllarında yazdığı *Eşkâl el-Tesîs* (*Temel Önermeler*) adlı eserine, Kadızâde-i Rûmî'nin (1364-1436) *Tuhfe el-Reîs Şerhu Eşkâl el-Tesîs* adıyla yazdığı şerhtir. Gerçek adı Selehaddîn Musa Paşa olmakla birlikte babasının kadı olmasından ve Anadolu'dan Semerkand'a gitmesinden dolayı Kadızâde-i Rûmî adıyla tanınmıştır. Geometri ve astronomi öğreten hocası Molla Şemseddîn Muhammed el-Fenarî'nin (1350-1431) tavsiyesiyle Bursa'dan Semerkand'a gitmiştir. Timur'un torunu Uluğ Bey'in (1394-1449) kurduğu gözlemevinin yöneticiliğini yapan Gıyasüddîn Cemşid el-Kâşî'nin (1380-1429) ölümü üzerine de gözlemevinin yöneticiliğine getirilmiştir. Hazırlanmakta olan *Zîc-i Uluğ Bey* onun

[126] Cevat İzgi, s. 269.

ölümü üzerine Ali Kuşçu (öl. 1474) tarafından tamamlanmıştır. Kadızâde-i Rûmî'nin oğlu Şemseddîn Muhammed, Fatih Sultan Mehmed tarafından Ayasofya Medresesi Müderrisliği'ne atanan Ali Kuşçu'nun kızlarından biri ile evlenmiş ve bu evlilikten Kudbeddîn adında bir oğlu olmuştur. Kudbeddîn'in oğlu ise Osmanlı Padişah'ı I. Selim döneminde; 1518 ile 1520 yılları arasında Anadolu Kazaskerliği görevinde bulunan Mirim Çelebi'dir.

Semerkandî'nin *Eşkâl el-Tesîs* adlı eseri Gregg de Young tarafından 2001 yılında *Zeitschrift Geschichte der Arabischen-Islamischen Wissenschaft* dergisinin 14. sayısında "The Ashkāl al-Tasīs of al-Samarqandī: A Translation and Study" adıyla İngilizce olarak yayınlanmıştır.

Bilginler şimdiye kadar daha çok metnin ve şerhlerinin bütünüyle değil metin içindeki bir noktayla Öklid'in ünlü beşinci postülasının kanıtlanma girişimiyle ilgilenmişlerdir. Özellikle de Semerkandî'nin metninde verilenle değil, şerhlerinde verilen kanıtlama girişimleri üzerinde durmuşlardır. *Fevâ'id-i Cemâlî* adıyla 1434 yılında Kadı Velistânî tarafından Farsça'ya çevrilmiş, 1795 yılında ise Mühendishâne-i Bahrî-i Hümâyûn'un ilk hocalarından olan Palabıyık Muhammed Efendi'nin kardeşi Hoca Abdürrahim el-Hacc Yusuf İbrahim el-Alâiyevî el-Menteşevî (öl. 1836) tarafından Türkçe'ye çevrilmiştir. Abdürrahim Efendi aynı zamanda 1864 yılında ölen Müneccimbaşı Osman Sâib Efendi'nin babasıdır.[127] Eser 1268/1851 yılında İstanbul'da Matbaa-i Amire'de, 1274/1857 yılında yine İstanbul'da

[127] Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim*, Cilt 1, İstanbul 1997, s. 274-283.

Ali Rıza Bey Matbaasında taşbasma; son olarak da Muhammed Suvaysî tarafından Tunus'ta 1405/1984 yılında Arapça olarak basılmıştır.[128]

Kadızâde-i Rûmî'nin 1412 yılında Semerkand'da *Eşkâl el-Tesîs*'e *Tuhfe el-Reîs Şerhu Eşkâl el-Tesîs* adıyla yazdığı bu şerh daha çok *Şerh-i Eşkâl el-Tesîs* adıyla tanınmış ve Osmanlı Medreseleri'nin vazgeçilmez ders kitabı haline gelmiştir.

Öklid'ten Semerkandî'nin yaşadığı döneme kadar gelen bir kanıtlama yöntemi vardır. Bu yöntem kısaca şu şekildedir: Bir önermenin[129] kanıtlanması için önce o önermede ya da o önermeden sonra gelecek önermelerde kullanılacak tanımlar, postülalar, aksiyomlar verilir, ardından daha sonradan gelecek önermelerin kanıtlanmasında kullanılacak öncü önermelerin kanıtlaması yapılır ve bu öncü önerme ya da önermelere açıkça atıfta bulunularak istenilen önermenin kanıtlaması yapılır. Şerhlerinin ve çevirilerinin işaret ettiği gibi, söz konusu risalede bu yönteme yeterince uyulmamıştır. Kanıtlamalar için gerekli bazı tanımlar, aksiyomlar ve öncü önermeler atlanmıştır. Bu yüzden, risalenin sistematiğinde önemli boşluklar oluşmuştur. Bu boşlukların sebebi, ister dikkatsizlik, ister Semerkandî'nin bizatihi

---

[128] Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü*, Cilt 1, İstanbul 1999. s. 6-7.

[129] Burada önerme terimi, matematikçilerin yüklediği "Teorem: Doğruluğu kanıtlanabilen önerme"; *Matematik Terimleri Sözlüğü*, Türk Dil Kurumu, Ankara 2000, anlamını da içerecek biçimde kullanılmıştır. Öklid'in *Elementler*'inin neredeyse bütün çevirilerinde teorem terimi yerine önerme kullanılmaktadır. Önerme teriminin daha genel bir kavram olarak teorem anlamını da içerdiği düşüncesiyle ve geleneğe uyularak önerme terimi tercih edilmiştir.

kendisinin ya da istinsah edenlerin gözardı etmesi olsun, bu risalenin amacını açık ve anlaşılır olmaktan uzaklaştırmıştır.[130]

Eşkâl el-Tesîs[131] (*Temel Önermeler*), Semerkandî'nin bu eseri yazma nedenini açıkladığı kısa bir girişle başlar. Burada belirtildiğine göre, eseri kaleme alma nedeni bir grup arkadaşının hesap yapmayı gerektiren bilimlere giriş niteliğinde, özellikle de cebir ve misaha (cisimlerin alanını ve hacmini ölçme) işlemlerini konu alan bir eser yazmasını ondan istemeleridir. En önemli yorumcusu Kadızâde bu açıdan onu ne sorgulamış, ne de bu amacından kuşku duymuştur. Kadızâde bu konuda şöyle söyler:

> "Öyle görünmektedir ki o "matematiksel bilimlerle", burada hesap biliminin problemleriyle ilişkili yasaları, tam olarak söyleyecek olursak bilinenlerden [değerlerden] bilinmeyen sayısal değeri çıkarma kurallarının bilgisini, örneğin cebir biliminde kullanılan cebirsel işlemleri, yani sayısal bilinmeyeni belirli bir bilinenden özel bir yaklaşımla elde etme tekniğinin öğrenildiği bilimi, ki bu misahacıların (ölçümcülerin) kullandığı genel hesaplama ve ölçme işlemlerinin parçası olan, yani bir kimsenin

---

[130] Gregg de Young, "The Ashkāl al-Taʾsīs of al-Samarqandī: A Translation and Study", *Zeitschrift Geschichte der Arabischen–Islamischen Wissenschaft*, sayı 14, yıl 2001, s. 58.

[131] Eşkal sözcüğü şekil sözcüğünün çoğuludur. Şekil sözcüğünün anlamlarından biri de doğruluğu kanıtlanabilen önerme, teorem demektir.

miktarlardan fiziksel olarak görülebilen sayısal bilinmeyeni araştırmayı öğrendiği bilimi kast etmektedir."[132]

İslâm matematikçileri, geleneksel Platoncu ve Yeni Platoncu bir düşünceyle dünyayı birbirinden farklı üç ontolojik düzeye ayırmışlardır. Sonsuz idealar alemi, bunun altında matematiksel alem, özellikle de geometrik formlar ve en alt düzeyde ise bizim deneyimleyebildiğimiz değişen dünya vardır. Bu bakış açısıyla, geometri, kendisini diğerlerinden ayıran çalışma yöntemiyle, kendisine ait olan nesneleriyle günlük deneyimimize dayanan hesaplama ve ölçme biliminden bağımsız bir bilim olarak var olmalıdır. Bu türden bir ayırım, İslam Dünyası'nda en erken dönemde ansiklopedik bir eser olan *İhvân el-Safâ Risaleleri*'nde görülür. Burada Geometri "el-Hendese el-Hissiyye" (duyulara dayanan) ve "el-Hendese el-Akliyye" (akla, zihne dayanan) şeklinde ayrılarak, ölçmeye onun duyulara dayanan, dünyaya ait olan bir parçası olması hasebiyle daha alt düzeyde bir statü verilmiştir.

Bununla birlikte, Semerkandî eserini bu tür ayrımı gözeterek yazmamıştır. Zaten giriş kısmında da uygulamalı matematiğe ilişkin disiplinleri sayarak, eserinin buna yönelik olduğunu ifade etmiştir. Fakat bütün önermeleri Öklid'in *Elementler*'inden alınmıştır ve bunlar gerçekte ölçme ve hesaplama ilkelerinin konusu değildir. *Eşkâl el-Tesîs*'in önermelerinin doğru çizgili şekilleri konu alması nedeniyle ölçme konusunu dolaylı olarak ilgilendirdiği söylenebilir. Ancak aynı şeyi pratik cebir için söylemek çok daha zordur. Semerkandî'nin *Elementler*'in II. Kitabı'ndaki önermeleri "geometrik cebir" olarak gördüğünü söylemek de

[132] *Sharh Ashkal al-Ta'sis li-l-Samarqandi*, M. Souissi (ed.) Tunis: al-Dar al-Tunisiyya li-1-Nashr, 1984, s. 35.

mümkündür. Her iki durumda da Semerkandî'nin bu önermeleri uygulamalı matematiğin konusu olarak gördüğü açıktır.[133]

Bu girişin ardından Öklid'in *Elementler*'inden alınan tanımlar ve postülalar verilir. Daha sonra *Elementler*'de bulunan 465 önermeden, "temel önerme" olarak seçilen 35 önermeye yer verilir. Çünkü Semerkandî giriş kısmında bunların (üçgen, dörtgen gibi düzlem şekiller ve bu şekillerin açı, kenar vb. ilişkilerinin) geometriyi forme eden "temel" önermeler olduğunu söylemektedir. Ancak, bunları neyin "temel" önerme haline getirdiği sorusu açıkça yanıtlanmamıştır. Söz konusu önermelerin yirmi dokuzu *Elementler*'in I. Kitab'ından, geriye kalan altı önermenin beşi II. Kitab'ın başından ve biri de VI. Kitap'tan alınmıştır. Verilen önermeleri üç gruba ayırmak mümkündür. Birinci grupta (1-17) üçgenler ve üçgen kenarlarının, açılarının eşitliği ile eşitsizliği ele alınmış, ikinci grupta (18-30) ise, paralel çizgiler ve bu çizgilerin paralel kenarlı dörtgenlerde paralelkenar, dikdörtgen ve kare olarak kullanımına odaklanılmıştır. Son grupta bulunan beş önermede ise *Elementler*'in II. Kitab'ında işlenen dörtgenlerin alanları arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Daire ve üç boyutlu cisimlere yer verilmemesi ise dikkat çekicidir.

Semerkandî önsöz niteliğindeki girişten sonra, eserinin esas kısmına tanımlarla başlar. Bunların büyük kısmı *Elementler*'in I. Kitab'ında bulunan tanımlardır. Bununla birlikte, düzlem yüzeylerle ilgili bir tanımı[134] çıkarmıştır; açıkça anlaşılmaktadır ki bu tanımın yüzeyler başlığı altındaki daha genel kısım içinde yer alması gerektiğini düşünmektedir. Bunun yerine, *Elementler*'in XI.

[133] De Young, s. 60.

[134] Yunanca metindeki yedinci tanım, Heath, *Elements*, cilt 1, s. 153, Tâmânî I. 7, Bonnycastle I. 6 ayrıca Arapça çevirilerde de bu tanıma yer verilmiştir.

Kitab'ında yer verilen cisim ve cismin uçları tanımını vermiştir.[135] Öklid'in düzlem açı ve sınır tanımını da çıkarır,[136] çünkü Semerkandî bu risalesinde dairelerle ilgilenmemektedir ve ayrıca Öklid'in daireye ilişkin tanımlarını da çıkarmıştır.[137] *Elementler*'in I. Kitab'ında bulunan 19. tanım doğru çizgili düzlem şekilleri kenar sayılarına göre, 20 ve 21. tanımlar da üç kenarlı şekilleri kenarlarının eşitliğine ve açılarına göre sınıflandırır.[138] Semerkandî bunları da çıkarır. Öte yandan, Öklid'in 22. tanımını almıştır ki bu tanımda dörtgenler kenarlarına ve açılarına göre bir sınıflamaya tabi tutulur.[139] 17 tanımdan oluşan tanımlar bölümü *Elementler*'in II. Kitab'ının birinci tanımının özet anlatımıyla sona erer. Bu tanım, Öklid tarafından "Herhangi bir dört kenarlı, aralarında dik açı olan iki [çift] dik kenarın çevrelemesinden oluşur"[140] biçiminde verilmiştir. Semerkandî ise "iki miktarın çarpılmasından çıkan sonuç iki [çift] doğru çizginin çevrelemesinden oluşan bir

[135] Heath, *Elements*, XI. Kitap 1 ve 2. Tanımlar, cilt 3, s. 260.

[136] Heath, *Elements*, I. Kitap 9 ve 13. Tanımlar, cilt 1, s. 153.

[137] Heath, *Elements*, I. Kitap 15 ve 18. Tanımlar, cilt 1, s. 153.

[138] Heath, *Elements*, I. Kitap, cilt 1, s. 154.

[139] Heath, *Elements*, I. Kitap, cilt 1, s. 154.

[140] Heath, *Elements*, I. Kitap, cilt 1, s. 370. "Any rectangular parallelogram is said to be contained by the two straight lines containing the right angle".

dörtkenardır"[141] biçiminde vermiştir. Kadızâde doğal olarak "dik açılı" ifadesinin bulunmamasını bir ihmal olarak eleştirmiştir.[142] Young da bu durumu Semerkandî'nin bir dikkatsizliği olarak değerlendirmiştir.

Semerkandî daha sonra postülalara geçer. Öklid'in ünlü beşinci postülasını postülalar arasından çıkararak önermeler arasına alır, çünkü geometrik olarak kanıtlamasının yapılabileceği düşüncesindedir. Heiberg'in[143] özgün metinde olmadığını düşündüğü iki postülayı da postülalar arasına ekler. Birincisi "İki doğru çizgi bir alan çevrelemez" ki bu bütün Arapça *Elementler* çevirilerinde mevcuttur, Proklus tarafından tartışılmış ve gereksiz yere postüla sayısını artırdığı sonucuna varılmıştır.[144]

İkincisi "Bir doğru çizgi iki ya da daha fazla çizgi tarafından kesilmeden kesintisiz olarak sürdürülemez" postülasıdır. Proklus'un iki doğru çizginin ortak bir kesiti olamaz şeklinde tartıştığı konuyla ilişkilidir.

---

[141] De Young'un çevirisi şu şekildedir; "The result of multiplication (ḍarb) of one of two magnitudes into the other is a parallelogram (saṭḥ mutawāzī al-aḍlāʿ) bounded (yuḥīṭu bi-ḥaddayhi) by the two lines" s. 80.

[142] De Young, s. 80, Kādīzāde s. 48; " [هو] أهمل قيداً لابد منه و هو «قائم الزوايا» وأقحم حدّين لا حاجة إليهما أنّ الخطّين هما الحدّان فلا معنى لأحاطتهما بهما.

[143] Gregg de Young, *The Ashkāl al-Taʾsīs of al-Samarqandī: A Translation and Study*, Zeitschrift Geschichte der Arabischen–Islamischen Wissenschaft, sayı 14, yıl 2001, s. 62.

[144] Heath, *Elements*, cilt 1, s. 195-196.

Semerkandî, Öklid'in postülalardan sonra verdiği aksiyomların tümünü çıkarmıştır. Fakat neden bunları çıkardığına dair bir açıklık getirmemiş, yalnızca kanıtlamalarında tekrar tekrar kullanmıştır. Bunları sadece geometriye özgü olmadıkları için çıkarmış olması da mümkündür.

Semerkandî'nin tanımlarını Öklid'in *Elementler*'inde bulunan tanımlarla karşılaştırdığımızda şöyle bir tablo ortaya çıkar:

Semerkandî 1. Tanım: "Nokta, konumu olan [fakat] bölünemeyendir."	*Elementler* I. Kitap 1. Tanım
Semerkandî 2. Tanım "[Doğru] Çizgi, eni olmayan uzunluktur ve uçlarında nokta bulunur."	*Elementler* I. Kitap 2. ve 3 Tanımlar
Semerkandî 3. Tanım "[Düzlem] Yüzey, sadece eni ve boyu olandır ve uçları [doğru] çizgidir."	*Elementler* I. Kitap 5. ve 6 Tanımlar
Semerkandî 4. Tanım "Cisim, eni, boyu, derinliği olandır ve uçları [düzlem] yüzeydir."	*Elementler* XI. Kitap 1. ve 2 Tanımlar
Semerkandî 5. Tanım "Düzlem açı, birbiriyle örtüşmeyen iki çizginin buluştukları noktadaki dışbükey düzlemdir."	*Elementler* I. Kitap 8. Tanım
Semerkandî 6. Tanım "Dik açı, bir doğru çizginin diklemesine başka bir doğru çizgi üzerine durduğunda ortaya çıkan iki eşit açıdan biridir."	*Elementler* I. Kitap 10. Tanım
Semerkandî 7. Tanım "...bu doğru çizgi üzerinde dik duran çizgiye dikme adı verilir."	*Elementler* I. Kitap 10. Tanım
Semerkandî 8. Tanım "Dar açı, dikaçıdan küçük açıdır."	*Elementler* I. Kitap 12. Tanım
Semerkandî 9. Tanım "...ve Geniş açı ondan [dikaçıdan] büyüktür."	*Elementler* I. Kitap 11. Tanım
Semerkandî 10. Tanım "Şekil, doğru çizgi ya da doğru çizgilerin çevrelemesininden [ḥadd] ortaya çıkan biçimdir."	*Elementler* I. Kitap 14. Tanım
Semerkandî 11. Tanım: "Kare, eşit kenarları ve dik açıları	*Elementler* I. Kitap

olandır.”	22. Tanım
Semerkandî 12. Tanım: “Dikdörtgen, kenarları eşit olmayan ve dik açıları olandır.”	*Elementler* I. Kitap 22. Tanım
Semerkandî 13. Tanım: “Eşkenar Dörtgen, eşit kenarları olan [fakat] açıları dik olmayandır.”	*Elementler* I. Kitap 22. Tanım
Semerkandî 14. Tanım: “Paralelkenar, ne eşit kenarlı ne de eşit açılıdır fakat karşılıklı kenarları ve açıları eşittir.”	*Elementler* I. Kitap 22. Tanım
Semerkandî 15. Tanım: “Trapezoid, bu kategorilerin dışında kalan dört kenarlılardır.”	*Elementler* I. Kitap 22. Tanım
Semerkandî 16. Tanım: “Paralel doğru çizgiler, her iki yönde de belirsiz biçimde uzatılsalar, birbirleriyle kesişmeyen çizgilerdir	*Elementler* I. Kitap 22. Tanım
Semerkandî 17. Tanım: “İki miktardan birini diğerine çarpmanın [ḍarb] sonucu, iki çift doğru çizginin çevrelediği [ḥaddeyhi] bir dörtgendir.	*Elementler* II. Kitap 1. Tanım

Semerkandî bu tanımları verdikten sonra, Öklid dedi ki diyerek “Temel İlkeler” adı altında Öklid’in postülalarını vermeye başlar:

Semerkandî 1. Postüla: “İki nokta arasını bir doğru çizgi ile birleştirebiliriz.”	*Elementler* 1. Postüla
Semerkandî 2. Postüla: “Sınırlı bir doğru çizgiyi, doğru çizgi olarak uzatabiliriz.”	*Elementler* 2. Postüla
Semerkandî 3. Postüla: “Herhangi bir noktadan herhangi bir yarıçapla bir daire çizebiliriz.”	*Elementler* 3. Postüla

Bu noktada bir açıklama yapma ihtiyacı duyar ve şu açıklamayı yapar: “ Bu genel ilke, yalnızca çizginin gerçekliği bir benzetme [mecaz] olarak alındığında ve zihnen bir çizim yapıldığında, çizmenin zorluğundan dolayı, özellikle mümkün olanın ötesine geçildiğinde, örneğin iki kutup [evreni ikiye ayıran] arasındaki çizgiyi

canlandırmak gibi, doğru kabul edilebilir. Fakat bu belirleme gösterimlerin üstesinden gelmek için yeterlidir. Ancak Öklid'in bu çizgiyi gerçekliğe aktarması gerektiği için, ek önermeler verme ve bunlardan sonuçlar çıkarma ihtiyacı hissetmiştir" dedikten sonra, Öklid'in eklediğini söylediği önermeleri/postülaları vermeye devam eder.

Semerkandî 4. Postüla: "Bütün dik açılar birbirine eşittir."	*Elementler* 4. Postüla
Semerkandî 4. Postüla "İki doğru çizgi bir alan kapatmaz."	Heiberg ve Heath bu postülaya *Elementler*'in özgün metninde olmadığı ve gereksiz yere postülaların sayısını artırdığı düşüncesiyle yer vermemişlerdir, fakat bütün Arapça yazmalarda bu postüla yer almaktadır.
Semerkandî 5. Postüla "Bir doğru çizgi iki ya da daha fazla doğru çizgi boyunca uzatılamaz."	Heiberg ve Heath bu postülaya *Elementler*'in özgün metninde olmadığı ve gereksiz yere postülaların sayısını artırdığı düşüncesiyle yer vermemişlerdir fakat bütün Arapça yazmalarda bu postüla yer almaktadır.

Ardından da önermelerini vermeye başlar.

1. Önerme: "Eğer bir doğru çizgi diğer bir doğru çizgi üzerinde dikiliyorsa, iki tarafta oluşan açılar ya dik açıdır ya da ikisinin toplamı iki dik açıya eşittir" önermesinin kanıtlamasını yapar ve Öklid'in dikmeyi çizim yoluyla gerçekleştirdiği, bu nedenle de dikmeyi anlatmayı ertelediğini [I. 12 kadar] belirtir ve zaten siz bunun nasıl olduğunu biliyorsunuz diyerek ikinci önermeye geçer.

2. Önerme: "Eğer iki doğru çizginin uçları bir noktada birleşiyorsa ve başka bir doğrunun uçlarından biri de birleşim noktası ise ve aynı tarafta bulunuyorlarsa,

oluşan açılar ya dik açıdır ya da toplamları iki dik açıya eşittir. Saçmaya indirgeme yöntemiyle kanıtlamasını gerçekleştirir. Kâdîzâde aynı tarafta bulunma gerekliliğini haklı olarak eleştirir.

3. Önerme: Postülalar arasından çıkardığı ünlü paralleler postülasıdır. "Eğer bir doğru çizgi başka iki doğru çizgi üzerine indirilirse, iç kısımda oluşan açıların iki dik açıdan küçük olduğu kısımda çizgiler uzatılmaya devam edilirse zorunlu olarak kesişirler" biçiminde verdikten sonra, bu kesişmenin zorunlu olduğunu açıklamıştır. Ona göre sonsuz bölünebilen çizginin diğer çizgiye sürekli yaklaştığı, fakat asla kesişmediği kabul edilecek olursa, bir noktadan uzatılan herhangi bir çizgi de asla diğer noktaya ulaşamaz, çünkü sonsuz bölünebilir bir mesafeyi katetmesi gerekir. Bu durumda ise sonsuz bölünebilir çizgilere dayanan geometrik bütün şekilleri reddetmek gerekir, bu ise saçmadır diyerek kanıtlamasını yapmıştır.

Öklid'in bunu bir önerme olarak ele almadığını, bir postüla olarak ele aldığını ifade ettikten sonra geometri sanatındaki bazı parlak kimselerin sonsuz bölünebilirliği kabul ederek bu anlayışla bir felsefe kurduklarını ve bunun kanıtlamasını yapmak için eserler kaleme aldıklarını, örneğin İbnü'l Heysem, Ömer Hayyâm, Cevherî, Nasrüddîn Tûsî, Ebherî, Kadı Hamah[145], fakat bunların çabalarının boşa olduğunu belirtir.

4. Önerme: "Eğer bir üçgenin iki kenarı ve bu kenarlar arasındaki açı diğer bir üçgenin iki kenarı ve aralarındaki açıya eşit ise, geri kalan kenarlar ve açılar da birbirine eşittir." İki üçgeni üst üste getirerek çakıştırma yoluyla kanıtlamasını yapar.

5. Önerme: Bu önermede karmaşık bir anlatımla dar açının karşısında küçük kenar, daha büyük açının karşısında daha büyük kenar bulunduğu anlatılmaktadır.

[145] Bu kimsenin kim olduğu tesbit edilememiştir.

6. Önerme: İkizkenar üçgenin tabanındaki açılar birbirine eşittir, aynı şekilde bu kenarlar uzatılırsa ortaya çıkan açılar da eşit olur." Öklid'in bu önermenin kanıtlamasını uzattığını ve bu önermenin lakabının Memuni olduğunu belitir.

7. Önerme: "Eğer bir üçgenin iki açısı eşit ise, onların karşısındaki kenarlar da eşittir." Bu önermenin kanıtlaması için gerekli olan kenarlardan hangisinin eşit olduğunu gösteren açıklamayı unutur. Kâdîzâde de bunu belirterek kendi kanıtlamasına bunu ekler.

9. Önerme: "Sınırsız bir doğru çizgi üzerindeki bir noktadan, bir dikme çizmek istesek." Eşit uzaklıkta bulunan noktalardan çemberler çizerek kesişim noktalarını alır ve kanıtlamasını yapar.

10. Önerme: "Verilen bir noktadan bir doğru çizgiye dikme uzatmak istesek." Kâdîzâde bu önermenin çözümündeki boşluğun kapatılması için Öklid'in I. 10 daki önermesinin verilmesi gerektiğini, Semerkandî'nin bunu ihmal ettiğini belirtmiştir.

11. Önerme: "Kesişen iki doğru çizgide oluşan ters açılar birbirine eşittir."

12. Önerme: "Herhangi bir üçgenin kenarlarından biri uzatılırsa, dışarıda oluşan açı içteki karşı açıların her birinden büyük olur."

13. Önerme: "Bir üçgende en büyük açının karşısındaki kenar, en büyük kenardır."

14. Önerme: "Bir üçgende en büyük kenarın karşısındaki açı, en büyük açıdır."

15. Önerme: "Her bir kenarı, verilen doğru çizgilere eşit, çizgilerden ikisinin toplamı üçüncüden büyük olmak koşuluyla, bir üçgen çizmek istesek"

16. Önerme: "Bir doğru çizgi üzerindeki noktadan verilen bir açıya eşit bir açı çizmek istesek"

17. Önerme: "Eğer bir üçgenin iki açısı ve bir kenarı başka bir üçgenin iki açısı ve bir kenarıyla karşılıklı olarak eşit olsa, bu iki üçgen de eşit olur."

18. Önerme: “Herhangi iki doğru çizgi üzerinden bir doğru çizgi geçerse, eğer içters açılar eşitse bu çizgiler paraleldir, aynı zamanda dış açılar iç açılara eşit ve eğer aynı zamanda aynı tarafta bulunan açılar birbirine eşitse, bunlar iki dik açıya eşittir.”

19. Önerme: “Eğer birbirine paralel iki doğru çizgi üzerinden başka bir doğru çizgi geçerse, içters açılar birbirine eşittir ve dış açılar da iç açılara eşittir.”

20. Önerme: “Eğer bir üçgenin kenarlarından biri uzatılırsa, dışarıda oluşan açı [kendisine komşu olmayan] iki açıya eşittir ve üçü birden iki dik açıya eşittir.”

21. Önerme: “Birbirine eşit ve paralel doğru çizgilerin uçlarını birleştiren çizgiler birbirine eşit ve paralel olur.”

22. Önerme: “Paralelkenarların karşılıklı kenarları birbirine eşittir ve aynı zamanda karşılıklı açıları da birbirine eşittir ve paralelkenarın köşegenleri onu iki eşit parçaya böler.” Kâdîzâde burada köşegen niyetine kullanılan ḳuṭr terimini eleştirir. Çünkü Semerkandî’nin burada Öklid’in daireyi iki eşit parçaya bölen çap sözcüğüne kinaye olarak kutr sözcüğünü kullandığını, fakat daireyi iki eşit parçaya bölen bütün çapların eşit olduğunu, ancak parelelkenarı iki eşit parçaya bölen pek çok doğru çizginin eşit olmadığını belirtmiştir.

23. Önerme: “Aynı paralel çizgiler arasında bulunan ve tabanları aynı olan paralelkenarlar birbirine eşittir.”

24. Önerme: “Herhangi iki parelkenarın tabanları aynı ve aynı paralelkenarlar arasında iseler, birbirlerine eşittirler.” Semerkandî burada yüksekliklerin de eşit olduğunun belirtilmesi gerektiği düşüncesindedir, fakat Semerkandî’nin aynı paralelkenardan söz ettiği açık olduğundan bu zorunlu değildir.

25. Önerme: “Aynı paraleller arasında bulunan ve aynı tabana sahip üçgenler birbirine eşittir.”

26. Önerme: “Herhangi iki üçgen aynı paraleller arasında ve aynı tabana sahipse, birbirine eşittir.”

27. Önerme: “Herhangi bir paralelkenar ve üçgen aynı paralelkenarlar arasında ise ve aynı tabana sahipse, paralelkenar üçgenin iki katıdır.”

28. Önerme: “Herhangi iki paralelkenarın yükseklikleri eşit ise, bunların birbirine oranı tabanlarının oranı gibidir, aynı durum herhangi iki üçgen için de geçerlidir.” Bu noktada Young, oran tanımını vermeden oran ilişkisi kurduğu için Semerkandî’yi eleştirmektedir. Haklı olarak *Elementler*’in V. Kitabında sürekli miktarlar için bir oran tanımı yapıldığını, Semerkandî’nin ise oran ile neyi kastettiğinin açık olmadığını belirmektedir. Benzer biçimde, Kadızâde Semerkandî’nin kanıtlamasında yarısını almaktan söz ettiğini, fakat yarısını almakla ilgili tanımlamaları yapmadığını, bunu Öklid’in yaptığını belirterek Semerkandî’yi eleştirmiştir.

29. Önerme: “Bir paralelkenarda köşegenin ikiye ayırması sonucunda ortaya çıkan ve aynı alanın iki açısını paylaşan tamlayanlar birbirine eşittir.”

30. Önerme: “Bir dik üçgende dik açının karşısında bulunan kenar üzerindeki kare, diğer kenarlar üzerindeki karelere eşittir.” “Arûsî, Gelin” takma adı verilen bu önerme ünlü Pisagor bağıntısıdır.

31. Önerme: “Bir şeyin bir şeyle çarpımı, onun parçalarıyla çarpımına eşittir.”

32. Önerme: “Bir çizginin parçalarıyla oluşturduğu alanların toplamı, o çizginin karesine eşittir.”

33: Önerme: “Bir çizgi üzerindeki kare, üzerindeki iki karenin ve birinin diğeriyle oluşturduğu alanın iki katına eşittir.”

34. Önerme: “Bir doğru çizgi eşit ve eşit olmayan parçalara ayrılırsa, eşit olmayan parçanın bütünle oluşturduğu dikdörtgen ile eşit ve eşit olmayan parçalar arasında kalan kare toplamı eşit taraftaki parçanın karesine eşit olur.”

35. Önerme: “Bir doğru çizgi yarıya bölünür ve ona bir doğru çizgi eklenirse, bütün ve eklenen doğru çizgiyle, eklenen doğru çizginin oluşturduğu dikdörtgenle birlikte yarımın oluşturduğu kare, yarım ve yarıma eklenen kısımdan oluşan kareye eşittir.”[146]

Semerkandî’nin önermelerinin Öklid’teki karşılıkları şu şekildedir.

1 [I, 13]; [147] 2 [I, 14]; 3 [5. Postüla]; 4 [I, 14] 5 [I, 24 ve 25]; 6 [I, 5]; 7 [I, 6]; 8 [I, 8]; 9 [I, 11]; 10 [I, 12]; 11 [I, 15]; 12 [I, 16]; 13 [I, 18]; 14 [I, 19]; 15 [I, 22]; 16 [I, 23]; 17 [I, 26]; 18 [I, 27 ve 28]; 19 [I, 29]; 20 [I, 32]; 21 [I, 33]; 22 [I, 34]; 23 [I, 35]; 24 [I, 36]; 25 [I, 37]; 26 [I, 38]; 27 [I, 41]; 28 [VI, 1]; 29 [I, 43]; 30 [I, 47]; 31 [II, 1]; 32 [II, 2]; 33 [II, 4]; 34 [II, 5]; 35 [II, 6].

Semerkandî, arkadaşlarının ısrarıyla matematiksel bilimlere giriş amacıyla, 17 Tanım, 5 Postüla ve 35 Önerme’den oluşan söz konusu eseri yazmıştır. Eser kesinlikle Öklid’in *Elementler* adlı eserinin özeti olarak düşünülmemiştir. Çünkü, seçilen önermeler biri hariç I. ve II. Kitap’tandır, Öklid’in eserinin on üç kitaptan oluştuğu göz önüne alınırsa, bütün bir kitabın özetlenmek istenmediği çok açıktır.

---

[146] Gregg De Young, “The Arabic Version of Euclid's "Elements" by al-Hajjaj ibn Yusuf ibn Matar”, *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, 2002-2003, s. 81-113.

[147] 1 [I, 13]; İlk verilen rakam, Semerkandî’nin önermesini, köşeli parentezin içindeki Roma rakamı Öklid’in *Elementler*’inde kaçıncı kitap olduğunu ve virgülden sonraki rakam da kaçıncı önerme olduğunu göstermektedir.

Semerkandî, eserine oldukça iddialı bir ad, *Eşkâl el-Tesîs* (*Temel Önermeler*) adını vermiştir. Fakat bu önermelerin neden temel önermeler olduğu açıklanmamıştır ve kitabın sistematiğinden de anlaşılamamaktadır. Eser yazılırken Öklidçi bir anlayış ve sistematik kullanılmamıştır. Aralarında aksiyomların da bulunduğu pek çok önerme ve tanıma eserde yer verilmemiştir. Bu yaklaşım, Öklid'in adım adım gitme ve bir şeyi kullanmadan önce onun tanımını verme anlayışına uymaz. Kadızâde, bu türden eksiklikleri Öklidçi anlayışa uygun bir biçimde eleştirmiş ve *Şerh*'inde bu eksiklikleri giderecek gerekli eklemeleri, açıklamaları yapmıştır.

Eser Semerkandî'nin döneminde yavaş yavaş gelişmeye başlayan farklı bir sayı, miktar ve orantı kavramı kullanılarak yazılmamıştır. Çünkü kanıtlamalar ve açıklamalar Antik Yunan'da olduğu gibi yapılmış, Platoncu ve Yeni Platoncu görüşler tekrar edilmiştir. Birkaç yerde Yunan matematiğinde olmayan çarpma (darb) kavramı kullanılmıştır, fakat bu da çarpmayı aritmetiksel ve cebirsel olarak bilen birisine geometrik anlamını anlatma, Antik Yunan'daki anlamını açıklama biçiminde olmuştur. Bunun dışında, İslâm Dünyası'ndaki dönemine göre çok gelişkin olan kavramlar ve yöntemlere yer verilmemiştir.

Bütün bunlardan daha önemlisi, yetenekli bir mantıkçı olarak bilinen Semerkandî'nin eserinin sistematik olmamasıdır. Çünkü, şerh eden, üzerine yazı yazan hiç kimse nasıl bir sistematik güdüldüğünü çıkartamamıştır. Eserin anlatımında da özenli, berrak bir dil kullanılmamıştır. İhsan Fazlıoğlu da *Eşkâl el-Te'sîs*'in geometriye dair konuları belirli bir düzen içinde sunmamasından dolayı ders kitabı olarak kullanılmaya uygun olmadığı görüşündedir.[148]

[148] İhsan Fazlıoğlu, "Hendese", *TDV İslam Ansiklopedisi*, cilt 17, İstanbul 1998, s. 202.

Yukarıda belirtildiği üzere, İslam Dünyası'nda *Elementler* esas olarak iki kişi tarafından çevirilmiştir. Birinci çeviri Haccac ibn Matar tarafından, ikinci çeviri ise İshak ibn Huneyn tarafından yapılmış ve ardından bu ikinci çeviri Sabit ibn Kurra tarafından düzeltilmiştir. Haccac'ın çevirisi on üçüncü yüzyıla kadar daha yaygın bir biçimde kullanılırken, bu yüzyıldan sonra İshak-Sabit versiyonu daha yaygın bir biçimde kullanılmaya başlanmıştır. Bu iki çeviri arasında kavramların kullanımı açısından belirli türden farklılıklar vardır. Örneğin, Haccac'ın çevirisinde çarpma (darb) gibi Antik Yunan'a ait olmayan kavramlara daha çok yer verilmiştir. Bu anlamda İshak-Sabit versiyonu Antik Yunan'ın çizdiği kavramsal sınırlar içinde kalmış bu sınırın dışına çıkmamıştır. Ancak bu sınırların dışına çıkmama durumu, İslam Dünyası'nda daha gelişkin olan sayı, miktar, oran ve sayıları alfabede kullanılan harflerin dışındaki işaretlerle, yani sembollerle ifade edilmesi gibi durumlar üzerine düşünmeye itmemiş, bu kavramların yerleşmesine ve gelişmesine yardımcı olmamıştır. Semerkandî'nin de eserindeki anlatımından İshak-Sabit versiyonuna daha yakın olduğu görünmektedir. *Eşkâl el-Tesîs*'in ve şerhlerinin daha sonraki yaygın kullanımı göz önüne alındığında, eserin İslam Dünyası'nda geometri dilinin ve kavramlarının daha çok Antik Yunan'ın belirlediği sınırlar içinde kalmasına hizmet ettiğini söylemek yanlış olmaz.

Son olarak, eserin matematiksel açıdan barındırdığı boşluklar şerhlerde açıkça belirtildiğine göre, neden en çok okunan ve okutulan bir kitap olmuştur sorusu sorulabilir. Bunun nedenlerinden biri, eserin matematiksel eksikliklerinin kolayca görülüyor ve gösterilebiliyor olması olabilir. Çünkü, eseri şerh eden her kimse bu eksiklikleri göstermiş ve kendisinin getirdiği daha iyi açıklamalara yer vermiş,

kendisinin konuyu ne kadar iyi bildiğini gösterebilmiştir. Bunu yapmak için de Öklid'in I. ve II. Kitaplarını iyi bilmesi yeterli olmuştur.

Eserin yazarının ve en önemli şarihin Türk kökenli olması özellikle Osmanlı Eğitim Kurumları'nda eserin tercih edilmesine neden olmuş olabilir. Gerçi bu durum, diğer Müslüman ülkelerde de yaygın bir biçimde okunmasını açıklamaz, fakat dönemin başat Müslüman siyasi gücü olan Osmanlı İmparatorluğu'nun, eğitim müfredatıyla da diğer ülkeleri etkilemiş olduğu ve bu etkiyle yaygın bir biçimde okunduğu ileri sürülebilir.

Ayrıca, Osmanlı siyasal iradesi tarafından yönlendirilen eğitim politikalarının da eserin tercih edilmesinde etkili olduğu söylenebilir. Bu iradenin Medrese'den beklentisi, daha çok devlet işlerini yürütebilecek kadar hukuk bilen ve bu işlerin yürütülmesinde karşılaşılacak sorunları giderebilecek düzeyde teknik bilgiye sahip nitelikli elemanlar yetiştirmesidir. Daha yüksek seviyeli ihtiyaçlar ise Enderun aracılığıyla karşılanmıştır.

Bu beklenti, Selçuklu Sultanı Melikşah döneminde Vezir Nizamülmülk tarafından kurulan ve temel politikaları belirlenen Medrese'nin amaçlarıyla da örtüşmektedir. Aydın Sayılı'nın belirttiği gibi, temel amaç devletin ihtiyaç duyduğu, devlete hizmet edecek nitelikli insan ihtiyacının karşılanmasıdır.[149] Bu durum Antik Yunan'dan sonra Roma İmparatorluğu'nda varlık nedir, bilgi nedir, evrende insanın konumu nedir, sayı nedir, matematiksel varlıkların varlıkla ilişkisi içindeki konumları nedir gibi soyut felsefe sorunlarıyla uğraşılmayarak, daha çok gündelik

[149] Aydın Sayılı, "Higher Education in Medieval Islam. The Madrasa", *Ankara Üniversitesi Yıllığı*, Cilt 2, 1947-48, s. 30-71.

yaşamı ilgilendiren mühendislik ve hukuk sorunları üzerine yoğunlaşılmasıyla büyük benzerlikler taşımaktadır.

Eşkâl el-Tesîs bu anlamda bir "Kadı"nın ya da gündelik devlet işlerini yürüten bir görevlinin ihtiyaçlarının önemli bir kısmını karşılayacak niteliktedir. Bu durum onu Medreseler'in vazgeçilmez ders kitabı haline getirmiş olabilir.

Ebherî (ö. 663/1265). Anadolu'da bulunmuş önemli matematikçi-astronomlardan biri, aynı zamanda filozof olan Esîrüddîn el-Mufaddal ibn Ömer el-Semerkandî el-Ebherî'dir. Matematik, astronomi, mantık ve felsefe alanlarında birçok eser yazan Ebherî ömrünün bir kısmını burada geçirmiştir. Osmanlı matematiğinde yeri olan en önemli çalışması, Öklid'in *Elementler*'i üzerine kaleme aldığı *Islahu Kitâb el-Ustukussât fî el-Hendese li-Öklidîs*'tir[150] (*Öklid'in Geometriye Dair Elementler Kitab'ının Islahı*). Osmanlı döneminde istinsah edilen geometri eserlerinde bulunan kayıtlardan, bu kitabın uzun yıllar Osmanlı matematikçileri tarafından kullanıldığı anlaşılmaktadır (bk. Arkeoloji Müzesi Ktp., nr. 596; zahriyede Edirne'deki Kadı Fahreddin Mehmed Medresesi'nin müderrisi Yûnus ibn Mehmed ile Kuyucaklızâde Mehmed Atıf'ın temellük kayıtları mevcuttur). Bursalı Kadızâde-i Rûmî ve Ali Kuşçu'nun öğrencisi Ebû İshak el-Kirmânî de bu eseri kullananlar arasındadır.[151]

---

[150] B. A. Rosenfeld., E. İnsanoğlu, "Athir al-Dîn al-Abhari, Islâh al-Istuqsât, Islâh Usûl Uqlîdis", *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and their works,* İrcica yayınları, İstanbul 2003, s. 209.

[151] İhsan Fazlıoğlu, "Hendese", *TDV İslam Ansiklopedisi*, cilt 17, İstanbul 1998, s. 199.

Şîrâzî (ö 710/1311). Klasik İslâm matematik-geometri bilgileri Anadolu'ya yoğun olarak Merâga matematik-astronomi okulu mensupları ile girmiştir. Anadolu üzerindeki bu aktarım, okulun kurucu üyesi Nasîrüddîn Tûsî'nin ileri gelen öğrencilerinden Kutbüddîn Mahmud ibn Mesud ibn Muslih el-Şîrâzî vasıtasıyla gerçekleşmiştir. Kutbüddin Şîrâzî Konya'dan başka 681-684 (1282-1285) yılları arasında Malatya ve Sivas şehirlerinde kadılıklarda bulunmuş, Muînüddîn Süleyman Pervâne'nin Kayseri'de inşa ettirdiği medresede ve Sivas'taki Gök Medrese'de müderrislik yapmıştır. Kutbüddin Şîrâzî'nin Farsça olarak kaleme aldığı 148 varaklık *Tercüme-i Öklidis* adlı eseri Süleymaniye Kütüphanesi, Yeni Cami 796 numarada bulunmaktadır.[152]

Kemâleddin el-Fârisî (öl. 1320). Nasîrüddîn Tûsî'nin öğrencilerinden Kemâleddin Ebu el-Hasan Muhammad İbn el-Hasan el-Fârisî'nin, İbnü'l-Havvâm'ın (İmâdüddîn Abdullah ibn Muhammed el-Havvâm el-Bağdadî ibn Irakî) *el-Fevâ'id eI-Bahâ'iyye fî eI-Kavâ'id el-Hisâbiyye* (*Aritmetik Kurallarının Önemli Faydaları*) adlı eserine yazdığı *Esâs el-Kavâ'id fî Usûl el-Fevâ'id* (*Elementler'deki Temel Kuralların Faydaları*)[153] adlı hacimli şerh Osmanlılar'da misâha (uygulamalı geometri) açısından önemlidir (Süleymaniye Ktp., Şehid Ali Paşa, nr. 1972; nşr; Mustafa Mevâldî, Kahire 1994, s. 309-459, üçüncü makale). İmadüddîn Yahya ibn Ahmed el-

---

[152] B. A. Rosenfeld., E. İnsanoğlu, "Qutb Al-Dîn Al-Shîrazî", *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and their works,* İrcica yayınları, İstanbul 2003, s. 233.

[153] B. A. Rosenfeld., E. İnsanoğlu, "Kamâl al-Dîn al-Fârisî", *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and their works,* İrcica yayınları, İstanbul 2003, s. 236.

Kâşî'nin ise özellikle İbnü'l-Havvâm'ın eserine yazdığı *İzâh el-Makâsıd li el-Ferâ'id el-Fevâ'id*'inin (*Eşi Bulunmaz Faydalar (Kitabının) Amacının Açıklanması*) yanında (Süleymaniye Ktp., Hasan Hüsnü Paşa, nr. 1281) geometrinin çeşitli konularını içeren risaleleri önemlidir (Süleymaniye Ktp., Ayasofya, nr. 2742/ 3; Atıf Efendi Ktp., nr. 1714/21)[154]

İbn Sertâk. Osmanlı Matematikçileri üzerinde etkili olanlardan biri de, İlk Osmanlı medresesi olan İznik Medresesi'nin başmüderrisi Dâvûd-i Kayseri'ye ders veren Merâga Okulu mensubu Muhammed ibn Sertâk ibn Çoban el-Vararkînî el-Merâgî'dir. Dâvûd-i Kayserî, İbn Sertâk'ın *el-İkmâl fî* el-*Hendese*'sini (*Geliştirilmiş Geometri*) (Kahire Üniversitesi Ktp., nr. 23.209) Niksar'da 714-715 (1314-1315) yıllarında istinsah etmiş ve muhtemelen bu kitabı orada bizzat İbn Sertâk'tan okumuş, daha sonra da İznik'te okutmuştur. İleri seviyede bir geometri çalışması olan ve Öklid geometrisinin yanında koni kesitleriyle düzlemsel ve küresel trigonometriyi de kapsayan bu geniş hacimli eser, Sarakusta (Zaragoza/İspanya) Emîri Yûsuf el-Mu'temen el-Hûdî'nin meşhur *el-İstikmâl fî el-Hendese*'sinin[155] (*Geliştirilmiş Geometri*) tahriridir (Yunan ve klasik İslâm matematik ve astronomi kitaplarının ekleme, çıkarma, düzeltme yapılan yeni hali). Kahire nüshasının zahriyesinde II. Beyazıd dönemi bilginlerinden Müeyyedzâde Abdurrahman Efendi'nin mührü vardır. Bu eserin ayrıca Enderun'da okutulduğu düşünülebilir; çünkü Askerî Müze

[154] İhsan Fazlıoğlu, "Hendese", *TDV İslam Ansiklopedisi*, cilt 17, İstanbul 1998, s. 200.

[155] B. A. Rosenfeld., E. İnsanoğlu, "Yusuf al-Mu'taman", *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and their works*, İrcica yayınları, İstanbul 2003, s. 162.

Kütüphanesi'nde bulunan (nr. 64) ve II. Beyazıd'ın mührünü taşıyan bir nüshası Enderun Kütüphanesi'nden Mühendishâne Kütüphanesi'ne verilmiş ve 1806'dan 1836'ya kadar orada kalmıştır.

İbn Sertâk'ın Osmanlı geometrisindeki yeri sadece Dâvûd-i Kayserî'nin istinsah ettiği kitapla sınırlı değildir. Süleymaniye Kütüphanesi'nde mevcut (Ayasofya, nr 4830) bir astronomi ve hendese mecmuasına bakıldığında onun 725 (1325) yılında Niksar Nizamiye Medresesi'nde, Yakûb ibn İshak el-Kindî, Muhammed ibn Mûsâ el-Hârizmî gibi ilk dönem bilginlerine ait astronomi eserleri yanında Pergeli Apollonios'un *Kutû el-Mahrûtât*'ını (*Koni Kesitleri*), Akaton'un *Kitâb el-Mefrûzât*'ını, İbn Salâh diye tanınan Ebü'l-Fütûh Ahmed ibn Muhammed ibn Sırrî el-Bağdâdî'nin Öklid geometrisine ilişkin İbnü'l-Heysem'in fikirlerini eleştirdiği risalelerini ve Ebû Sehl el-Kûhî'nin geometri risalelerini mütalaa ve tashih edip öğrencilerine okuttuğu görülür. Muhtemelen bu mecmua, yine Dâvûd-i Kayserî tarafından Osmanlı coğrafyasının diğer yerlerine (belki de İznik Medresesine) götürülmüştür; üzerinde II. Beyazıd'ın mührünün olması bu kanaati güçlendirmektedir. Öte yandan Dâvûd-i Kayserî'nin 714-715 (1314-1315) tarihli istinsahı ile İbn Sertâk'ın 725 (1325) tarihli notları, İbn Sertâk'ın uzun yıllar Niksar Nizamiye Medresesi'nde Merâga okulunun bir temsilcisi olarak matematik dersleri verdiğini göstermektedir (vr. 2a, 89a, 108b, 121b, 165b, 170b, 180b, 235a).[156]

Fethullah el-Şirvânî. Osmanlı matematiğinin önemli bir kaynağı olan Semerkand matematik-astronomi okuluna mensup Fethullah el-Şirvânî, Fâtih Sultan Mehmed döneminde Kastamonu'ya yerleşerek matematik bilimlerinin Anadolu'da yaygınlaşmasını sağlamıştır. Kastamonu İl Halk Kütüphanesi 73 numarada kayıtlı

[156] İhsan Fazlıoğlu, s. 200.

bulunan *Kitab fî Öklidîs el-Usûl* (*Öklid'in Elementler'i*) adlı yazmanın da aynı kimse tarafından getirilmiş olması mümkündür.

Fâtih'in Ayasofya Medresesi'ne müderris tayin ettiği aynı okulun ileri gelen mensuplarından Ali Kuşçu da İstanbul'a gelirken Semerkand'da bulunan matematikle ilgili çeşitli eserleri beraberinde getirmiştir. Askerî Müze Kütüphanesi 83 numarada kayıtlı ünlü optikçi-matematikçi Kemâleddin el-Fârisî'nin istinsah ettiği on yedi adet mutavassıtat (İslâm bilginlerince matematiksel düzeyi Ökid'in *Elementler*'i ile Batlamyus'un *Almagest*'i arasında kalan eserlere verilen ad, orta düzey) tahriri bulunmaktadır. Ayrıca İbnü'l-Heysem'in geometri çalışmalarını da ihtiva eden bir *Mecmua* (*Derleme*) bu dönemde İstanbul'a gelmiş olmalıdır (Askerî Müze Ktp., nr. 3025) Yukarıda adı geçen eserlerde Fâtih'in ve II. Beyazıd'ın mühürlerinin bulunması bu fikri doğrular mahiyettedir. Daha sonra bunlar İstanbul'da istinsah edilerek istifadeye sunulmuştur (mesela Fâtih'in emriyle ve onun mütalaası için çoğaltılan Nasîrüddîn Tûsî'nin tahrirleri gibi: Askerî Müze Ktp., nr. 82; ayrıca bk. İstanbul Teknik Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Tarihi Araştırma Merkezi Ktp., nr. 36). Zaman içerisinde ihtiyaç duyuldukça Osmanlı matematikçileri mutavassıtatı yeniden üretme yoluna gitmişlerdir. Meselâ Nasîrüddîn-i Tûsî'nin *Tahrîr el-Usûl*'ü, Takıyyüddîn el-Râsıd'ın İstanbul Rasathânesi'nde rasathane kâtibi olan Tırhalalı Ahmed ibn Şeyh Muhammed el-İmâm tarafından istinsah edilmiştir (Süleymaniye Ktp., Yenicami, nr. 797/1). Bu nüsha üzerinde Takıyyüddîn el-Râsıd'ın sayfa kenarlarına aldığı notlar bulunmaktadır. Bu notlar üzerinde henüz bir çalışma yapılmadığı için büyük bilgin Takıyyüddîn'in Öklid'in *Elementler*'i ve Nasirüddîn Tûsî'nin *Tahrir*'i hakkındaki düşüncelerini ve genel olarak geometriye yaklaşımı değerlendirmek mümkün olmamaktadır. Bu değerlendirmeler Osmanlı geometrisi

için büyük önem taşıyacaktır; çünkü Takıyyüddîn el-Râsıd sıradan bir astronom değildir, hazırladığı astronomi tablolarında ve bazı çalışmalarında ondalık kesirleri kullanmış bir kimsedir. Sayıların ondalık kısımlarını ayırmak için Simon Stevin gibi sembol kullanmamıştır; fakat ondalık kesirler hakkında ortaya koyduğu açıklamalar Stevin'in açıklamalarından daha kapsamlıdır.[157]

İbrahim Müteferrika'nın tereke kayıtlarından sahip olduğu kitaplar arasında İtalya'da Medici Matbaası'nda 1594 yılında basılan Nasirüddîn Tûsî'nin *Tahrir*'inin de bulunduğu görülmektedir.[158]

Mustafa Sıdkı. Benzer şekilde XVIII. yüzyılın önemli matematikçisi Mustafa Sıdkı, 1144-1159 (1731-1746) yılları arasında mutavassıtâtı iki defa istinsah etmiş ve başta Şekerzâde Feyzullah Sermed olmak üzere öğrencilerine okutmuştur (Dâr el-Kütüb el-Mısriyye, Mustafa Fâzıl-Riyâza, nr. 40, 22 eser 227 yaprak, nr. 41, 3 eser 187 yaprak). Mustafa Sıdkı, sadece Merâga kaynaklı olanları değil aynı zamanda Kuzey Afrika kaynaklı geometri çalışmalarını da çoğaltmıştır. Merâga Rasathânesi'nde Tûsî ile birlikte çalışmalara katılan Muhyiddîn Yahya ibn Ebû el-Şükr el-Mağribî'nin[159] *Tahriru Usûl el-Hendese*'si Mustafa Sıdkı'nın istinsah ettiği eserler arasındadır (Süleymaniye Ktp., Mihrişah Sultan, nr. 337).[160]

---

[157] Remzi Demir, *Takiyüddîn'de Matematik ve Astronomi*, Atatürk Kültür Merkezi Başkanlığı, Ankara 2000, s. 59.

[158] Orlin Sabev, *İbrahim Müteferrika ya da İlk Osmanlı Matbaa Serüveni*, Yeditepe Yayınevi, İstanbul 2006, s. 120.

[159] B. A. Rosenfeld., E. İnsanoğlu, "Muhyî al-Dîn al-Maghribî", *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and their works*, İrcica yayınları, İstanbul 2003, s. 226.

Osmanlılar döneminde klasik İslâm dönemi eserlerinin yeniden üretildiklerine diğer bir örnek Ebû Saîd Ahmed ibn Muhammed el-Siczî'nin (V./Xl. yüzyıl) on üç geometri risalesini ihtiva eden bir *Mecmua*'nın 1121 (1709) yılında istinsah edilmesidir (Süleymaniye Ktp., Reşid Efendi, nr. 1191).

1801 yılında Nasirüddîn Tûsî'nin *Tahrir*'i Mühendishâne Matbaası'nda *Uklidis Tahrir el-Hakim el-Muhakkik ve el-Feylesof* adıyla Arapça olarak basılmıştır. Bu eser Dil-Tarih ve Coğrafya Fakültesi Kütüphanesi'nde DTC110451 demirbaş numarasıyla kayıtlıdır. Eser Öklid'in I-XIII. Kitaplar'ını ve Öklid'e ait olmayan XIV. ve XV. Kitapları içermektedir. 222 sayfadır, çizimler için yer ayrılmasına rağmen hiç bir çizim bulunmamaktadır. Giriş kısmında Tûsî, Sabit ibn Kurra ve Haccâc versiyonları arasındaki farkları göstermek için birincisinde kırmızı ve ikincisinde siyah renk kullandığını ifade etmiştir. Ancak Mühendishâne baskısında farklı renkler kullanılmadığı ve şekiller de çizilmediği için bu farklılıklar görünmemektedir. İlk üç sayfada tanımlar, postülalar ve aksiyomlar çok kısa olarak ele alınmış, Tâmânî'de olduğu gibi madde madde ele alınıp gerekli açıklama ve şekillere yer verilmemiştir. Oysa 1594 yılında Medici Matbaası'nda basılan *Tahrir*'de bu konular açıklamaları ve şekilleriyle birlikte verilmiştir. Ardından I. Kitap'da bulunan 48 önerme verilmiş; 48. önermenin bittiminden sonra gelen 37. sayfa boş bırakılarak 39. sayfa ile II. Kitap'a geçiş yapılmıştır. Bu sayfaya şekillerin çizilmek istendiği açıktır; fakat bir nedenle şekiller çizilememiştir. II. Kitab'ın başında olması gereken Tanımlar verilmeden doğrudan II. Kitap'ta bulunan 14 önermenin anlatımına geçilmiş ve II. Kitap 46. sayfada bitirilmiştir. 47. sayfa boş bırakılarak 48. sayfada III. Kitaba ilişkin Sabit ibn Kurra ve Haccâc arasındaki

[160] İhsan Fazlıoğlu, s. 200.

farklılığa değinilmiş ve 36 önermenin anlatımı 64. sayfada bitirilmiştir. 65. sayfa boş bırakılmış ve 66. sayfadan itibaren IV. Kitab'ın önermeleri anlatılmaya başlanmıştır. 75. sayfada ise 16 önermenin anlatımı bitirilmiştir. Diğerlerinin aksine bu sayfa boş bırakılmamıştır. IV. Kitab'ın bittiği yer sayfanın baş tarafında olduğu ve alt bölümünde şekillerin çizilmesi için gerekli yer kaldığından çizimler için boş bir sayfa ayırmaya gerek görülmediği anlaşılmaktadır. 76. sayfada V. Kitab'ın önermelerinin anlatımına doğrudan geçilmemiş oran konusunda bir sayfaya yakın açıklamalarda bulunulmuştur. 86. sayfada V. Kitab'ın 25 önermesinin anlatımı tamamlanmış; 87. sayfa boş bırakılarak 88. sayfadan itibaren VI. Kitab'a giriş yapılmıştır. Doğrudan önermelerin anlatımına geçilmemiş Sabit ibn Kurra ve Haccâc arasındaki farklılıklara yaklaşık bir buçuk sayfalık bir yer ayrılmıştır. VI. Kitab'ın 33 önermesinin anlatımı 105. sayfada bitirilmiştir. VI. Kitab'ın önermeleri sayfanın ortasında bitmesine rağmen şekiller için boş bir sayfa ayrılmasına gerek görülmemiş 106. sayfa ile VII. Kitab'a başlanmıştır. Yarım sayfayı aşan bir açıklama yapıldıktan sonra VII. Kitab'ın önermeleri anlatılmaya başlanmıştır. 116. sayfada VII. Kitab'ın 39 önermesinin anlatımı bitirilmiş ve 117. sayfa boş bırakılmıştır. 118. sayfa ile doğrudan VIII. Kitab'ın önermeleri anlatılmaya başlanmış ve 27 önermenin anlatımı 125. sayfada bitirilmiştir. Sayfanın bittiği yer şekil çizilmesine elverişli olmadığı halde şekillerin çizilmesi için boş bir sayfa ayrılmayarak 126. sayfa ile IX. Kitab'ın önermeleri anlatılmaya başlanmıştır. IX. Kitab'ın 38 önermesinin anlatımı 134. sayfada bitirilmiş ve 135. sayfa şekiller için boş bırakılmıştır. X. Kitab'ın başında Sabit ibn Kurra ve Haccâc versiyonu arasındaki farklılıkların açıklanmasına yarım sayfalık bir yer ayrılmış ve X. Kitab'ın 105 önermesinin anlatımı 164. sayfada bitirilmiştir. 165, 166, 167. sayfalar X. Kitab'ın şekilleri için boş bırakılmıştır. XI.

Kitab'ın önermelerine geçilmeden önce Sabit ibn Kurra ve Haccâc versiyonları arasındaki fark yaklaşık bir sayfa ile açıklanmıştır. XI. Kitab'ın 41 önermesinin anlatılması 183. sayfada bitirilmiştir. XI. Kitab'ın şekilleri için boş sayfa bırakılmamış 184. sayfa ile birlikte XII. Kitab'ın önermeleri verilmeye başlanmıştır. XII. Kitab'ın 15 önermesinin anlatılması 195. sayfada bitirilmiştir. 195. sayfada şekillerin çizilebileceği yarım sayfalık bir boşluk bulunmaktadır. 196. sayfadan başlayarak XIII. Kitab'ın 21 önermesi anlatılmış ve 208. sayfada bitirilmiştir. 209. sayfa XIII. Kitabın şekilleri için boş bırakılmıştır. 210. sayfadan başlayarak XIV. Kitab'ın 10 önermesi verilmiş ve 215. sayfada bitirilmiştir. 215. sayfada şekillerin çizilebileceği yarım sayfalık bir boşluk bulunmaktadır. 216. sayfadan başlayarak XV. Kitab'ın 6 önermesi verilmiş ve 218. sayfada bitirilmiştir. 219. sayfaya Öklid'in XII. Kitab'ının 15. önermesine Hoca Tûsî'nin çözümü adlı bir not düşülmüş ve sayfanın geri kalanı boş bırakılmıştır. 220., 221. sayfa boyunca, ardından 222. sayfanın ortasına kadar bu çözüm anlatılmış ve başkaca bir açıklama yapılmadan kitap bitirilmiştir.

Doğrudan *Elementler* ile ilgili olmamakla birlikte Osmanlılar'da Geometri'den söz eden ilk Türkçe metinlerden biri Mercimek Ahmet tarafından 835/1431 tarihinde Farsça'dan çevrilip Sultan II. Murad'a takdim edilen *Kabusname*'dir. Eserin "Nücum İlmini Nice Bilmek Gerek Anı Beyan Eder" adlı bölümde geometri hakkında kısaca bilgi verilmiştir. Bölüm asronomi bilgisinin neden gerekli olduğunu anlatmak amacıyla yazılmıştır. Astrominin neden gerekli olduğuna ilişkin bilgiler verildikten sonra, son bölümde geometri ve aritmetik bilimlerinin gerekliliği üzerine kısaca durulmuştur. Bu bilimlerin hem astronomi hem de astronomi dışı bilimler içinde yer aldığı bilgisi verilerek; bu bilimlerdeki bilgilerin

elde edilmesinin güçlüğü belirtilmiş; mühendislik ve mühendisin yaptığı işler açıklanmıştır. Bu sırada açı, yay, üçgen ve kare gibi temel geometri kavramlarından da kısaca söz edilmiştir. Matematik açıdan çok değerli bilgiler barındırmamakla birlikte geometri terimleri hakkında Türkçe açıklamalarda bulunması yönünden önemlidir.[161]

Emrî Çelebi. Emrullah ibn Ahmet ibn Mahmud el-Edirnevi'nin (ö. 1574/982) öğrenim durumu hakkında da bilgi yoktur. İlmiye sınıfına girip girmediği bilinmemekteyse de devlet hizmetine girdiği, yükselemediği, imaret katipliği yaptığı, II. Beyazıd'ın vakıflarına baktığı, fakat kısa sürede azledildiği bildirilmektedir. Hayatı fakirlik ve sıkıntı içinde geçen, devrinin kudretli şairlerinden biri olan Emrî Çelebi, hemen bütün kaynaklarda övülmektedir. XVII. yüzyıla kadar geometri konusunda Emrî Çelebi'nin *Mecma' el-Garâ'ib fî e1-Misâha* (*Ölçüm Üzerine İlginç Derleme*) gibi müstakil bir Türkçe kitap yoktur.[162] Beş bölümden oluşan eserde sırayla üçgen, dörtgen, daire ve silindirlerin alanlarından bahsedilmektedir. Eser birkaç da talî bölüm ihtiva etmektedir. Emrî Çelebi, bu eserinin telifini, 14 Safer 968/4 Kasım 1560 Pazar günü öğle vakti tamamlamıştır.[163]

Osmanlı medreselerinde Nasruddin Tûsî'nin yorumu olan *Tahrir-i Usul el-Hendese* adlı eserin okunduğuna dair örnekler bulunmaktadır. Fatih Sultan Mehmed,

---

[161] Keykâvus, *Kabusname*, Farsça'dan çev. Mercimek Ahmet, günümüz Türkçe'sine aktaran Orhan Şaik Gökyay, Maarif Matbaası, İstanbul 1944, s. 288-294.

[162] Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim*, Cilt 1, İz yayıncılık, İstanbul 1997, s. 263.

[163] Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü*, Cilt 1, İstanbul 1999. s. 77.

II. Beyazıd ve Yavuz Sultan Selim devirlerinde yaşayan Müeyyed-zâde Abdurrahmân ibn Alî el-Amasî (ö. 1516/922) 1477-1484 yılları arasında Şiraz'da Celalüddîn el-Devvani'den (ö. 1502/908) Nasirüddîn Tûsî'nin *Kitabu Tahriri Öklidis*'ini başından IX. makaleye kadar okumuştur.[164]

Şeyh Muzafferüddin Ali el-Şirazî (ö. 1516/922) *Kitabu Öklidîs*'i Mir Şahruddîn el-Şirazî'den başından sonuna kadar okumuştur.[165]

Müneccimbaşı Mustafa Zeki el-İstanbuli (ö. 1739/1148) 1712/1124 yılında İstanbul'da Molla Gürani semtindeki evinde Lalizade Abdulbaki ibn Muhammed ibn İbrahim'den (ö. 1746/1159) *Öklidîs* okumuştur.[166]

Yanyalı Esad Efendi *Usul-i Öklidis*'i Müneccimek Muhammed Efendi'den okumuştur.[167]

Hasan el-Ceberti (ö. 1774/1188) 1731/1144'de kendi evinde Hüsamüddîn el-Hindî'den *Tahrir-i Öklidis*'i okumuştur.[168]

Osmanlı geometri eğitiminde önemli bir yeri olan Nasirüddîn Tûsî'nin *Tahrir*'inin elyazması halinde pek çok nüshası üretilmiştir. 1653/1064 yılında Diyarbakır'da Hüsrev Paşa Medresesinde; Abdurrahman ibn Hacı Veli tarafından1688/1100 yılında Tarsus'ta Kubat Paşa medresesinde; Molla Mustafa el-Hanefi el-Maturidi el-Mısrî el-Kasuyunî tarafından 1709/1121 yılında Valide

---

[164] Cevat İzgi, s. 289.

[165] Cevat İzgi, s. 289.

[166] Cevat İzgi, s. 289.

[167] Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü*, Cilt 1, İstanbul 1999. s. 175. Cevat İzgi, s. 289.

[168] Cevat İzgi, s. 289.

Cami'nde Taküyiddîn el-Rasıd nüshası esas alınarak; Şerif Feyzi ibn Mustafa tarafından 1719/1132 de; Mustafa Sıtkı tarafından 1746/1159'da çoğaltılmıştır.[169]

Katip Çelebi, el-Seyyid el-Şerif ile Kadızade-i Rumî'nin Tûsî'nin *Tahrir*'i üzerine birer haşiyeleri olduğunu fakat Kadızade'ninkinin VII. Makaleye kadar gelebildiğini ifade etmiştir. El-Seyyid el-Şerif'in *Haşiye alâ Tahriri Uklidis*'i Haraççıoğlu Nr. 1173'te kayıtlı bulunmaktadır.[170]

Müneccimbaşı Ahmed Dede'nin (Derviş Ahmed Dede ibn Lütfullah el-Mevlevî 1631-1702) Tûsî'nin *Tahrir*'ine dair açıklamalı yorum kitabı şeklinde günümüz Türkçesine aktarabileceğimiz *Tahrir el-Fevâid* adlı eseri vardır.[171] Arapça olarak kaleme aldığı bu eserinde Ahmet Dede kendisinin okuduğu *Tahrir*'in Tûsî tarafından kontrol edilen bir nüsha olduğunu ve alt bölümlere Tûsî tarafından eklenen pek çok açıklamanın bulunduğunu, bunları bir araya getirse güzel bir yorum-açıklama kitabı olacağını belirtmiştir. Daha sonra gerek okuduğu gerekse okuturken aklına gelen faydaları bir araya getirerek de eserini oluşturmuştur. Müneccimbaşı Ahmed Dede Kudbeddîn Şirazî'den aktararak Tûsî'nin nüshasındaki şekillerin Haccâc ibn Yusûf ve Sâbit ibn Kurra nüshasından daha fazla şekil içerdiğini Tûsî'nin bu fazlalıkları ya kitaplardan ya da kendi aklından bulup çıkardığını ifade etmiştir. 29 yapraktan oluşan eserin tek nüshası Beyazıt Kütüphanesi 4590/1 numarada

---

[169] Cevat İzgi, s. 290.

[170] Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim Riyazi İlimler 1*, İz yayıncılık, İstanbul 1997, s. 291.

[171] Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü*, Cilt 1, İstanbul 1999. s. 161-164.

bulunmaktadır.[172] Tûsî'nin *Tahrir*'i ve Öklid'in *Elementler*'inin hacmi göz önünde bulundurulduğunda ve geometrik olarak kanıtlamaların yapılabilmesi için gerekli çizimler düşünüldüğünde söz konusu eserin de bir tür muhtasar, özet-açıklama olduğu, *Elementler*'in bütününü kapsayan ayrıntılı bir çalışma olmadığı anlaşılmaktadır.

Diğer bir önemli eser Yanyalı Esad Efendi'nin oğlu Bedreddin Muhammet ibn Esad ibn Ali ibn Osman ibn Mustafa el-Yanyavî el-İstanbulî'nin (ö. 1733/1146) *Şerhu Bazı el-Makalat el-Uklidisiyye* (Mart 1724/1136 Recep) adlı eseridir. Bedreddin Muhammet Efendi eserinin giriş kısmında çok iddialı konuşmakta, zamanının bir kısmını geometri bilimi öğrenmeye ayırdığını, bütün açıları üçe, daireleri yediye, yayları altıya böldüğünü, zamanına kadar çözülemeyen pek çok geometri problemini çözdüğünü söylemektedir. Çizimler eserin alt kısımlarında verilmiştir. Üç nüshasından biri Beyazıt Umumi Nr. 9787'de olup 66 yapraktır.

Bedreddin Efendi'nin Arapça olarak kaleme aldığı *Teslîs el-Zâviye ve Tesbî' el-Daire* (*Herhangi Bir Açının Üç Eşit Parçaya Bölünmesi ve Dairenin Yedi Eşit Parçaya Bölünmesi*) adını taşıyan eserinde ise geometrik yolla, sadece taksimatsız cetvel ve pergel kullanarak, açıları üçe daireyi ise yediye böldüğünü söylerken Öklid'in bunu başaramadığını, pek çok İslam mühendisinin (geometricisinin) de bunun için uğraştığını fakat hiçbirinin geometrik yolla herhangi bir çözüm getiremediğini belirtmiştir. Yalnız Arşimed'in Apollonios'a atfedilen *Kavâid el-Mahrutât* adlı eserinde, Benî Musa ve İbnü'l-Heysem'in de geometrik yollarla bu

[172] Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim Riyazi İlimler 1*, İz yayıncılık, İstanbul 1997, s. 292.

problemleri çözdüğünü kendisinin de bu yollarla kanıtlamaları yaptığını eklemiştir.[173]

Mustafa Kaçar ve Atilla Bir *Osmanlı Bilimi Araştırmaları* dergisinin 4. cildinin 2. sayısısında Bedreddîn Efendi'nin eserini "Bedreddin Muhammed el-İstanbulî'nin Teslîs-i Zâviye (Açıyı Üçe Bölme) ve Tesbî-i Daire (Daireyi Yediye Bölme) Risaleleri" adıyla Türkçe çevirisini yayınlamışlardır. Sonuç kısmında bu problemin çözümü için aranılan sayısal büyüklüğün, bilinen değerler cinsinden rasyonel ve kareköklerle ifade edilebilir olması gerekir, çözüm için bu yeterlidir dedikten sonra bu problemin bu şekilde çözülmemesinden dolayı çözümün mümkün olmadığını ifade etmişlerdir. Bu ifade doğru olmakla birlikte şunu da eklemek gerekir: Bedreddîn Efendi herhangi bir açıyı üç eşit parçaya bölmeyi başarmıştır; ancak bölme için izlediği yöntem, üzerinde işaret bulunan cetvel kullanmayı gerektirir, bu ise taksimatsız cetvel kullanma koşuluyla çelişir, bu yüzden çözümü geçersizdir. Herhangi bir cetvel üzerine işaret koyduktan sonra cetvelin kaydırılması ile elde edilen çözümlere neusis adı verilir. Arşimed *Lemmalar Kitabı*'nın 8. önermesinde bu yöntemi kullanarak bir açıyı üç eşit parçaya ayırmıştır. Benî Musa ve İbnü'l-Heysem'in neusis yöntemiyle bu ve benzeri başka problemlerin çözümlerine eserlerinde yer vermiş olması ve Bedreddîn Efendi'nin de bunları görmesi mümkündür; ancak Yunan geometrisini çok iyi bilen söz konusu bilginlerin geometrik yöntemle taksimatsız cetvel ve pergel kullanmayı kastederek çözüm iddiasında bulunmaları akla yakın değildir. Muhtemelen Bedreddîn Efendi bu çözümleri görmüş ve kendisi de benzerlerini uygulayarak gerekli koşulları sağladığı

[173] Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim Riyazi İlimler 1*, İz yayıncılık, İstanbul 1997, s. 293.

sonucuna varmıştır. Matematikçiler arasında uzun süre bu problemin sadece taksimatsız cetvel ve pergel yardımıyla çözülemeyeceği tartışılmış ve nihayet 1837 yılında Pierre Wantzel tarafından çözümün mümkün olmadığı kanıtlanmıştır.[174]

İsmail ibn Mustafa ibn Mahmud el-Gelenbevî (öl. 1791) trigonometrik ve geometrik yollarla üçgenlerin kenar ve açılarının bulunması konularını ele aldığı *Adlâ'-ı Müsellesât* (*Üçgenlerin Kenarları*) adıyla anılan ve 1220/1805 yılında Mühendishâne Matbaası'nda basılan 79 sayfalık bir risâle kaleme almıştır. Eser Remzi Demir tarafından *Erdem* dergisinin 9. cilt 25. sayısında "Gelenbevî'nin Üçgenlerin Kenarları Adlı Risalesi" adıyla günümüz Türkçe'siyle yayınlanmıştır. Risale üçgen çözümlerinde kullanılan üç teoremin, yani Pisagor, tanjant ve sinüs teoremlerinin ayrıntılı bir şekilde tanıtılması amacıyla yazılmıştır. Bu üç teorem tanıtıldıktan sonra eserin sonuç bölümünde, üçgenlerin çözümlenmesinde yardımcı olacak bazı özelliklere yer verilmiştir. Bu özelliklerden 4. fayda adı altında verilen özellik şu şekilde ifade edilmiştir: Bir üçgende "en uzun kenar üzerine, üçgenin içinde, bir dikme indirilip, bu kenar, dikme ayağının iki tarafında iki kısma bölündüğünde, bu iki kısmın kareleri farkı, daima, dikme başına bitişen iki kısa kenarın kareleri farkına eşittir." Ardından 4. fayda adı verilen bu özelliğin kanıtlaması yapılmıştır. Kanıtlama yapılırken üçgenlerin kenar uzunluklarının sayısal değerleri 17, 10, 21 üzerinden kanıtlama yapılmıştır. Kanıtlamanın son bölümünde Gelenbevî şu ifadeyi kullanmıştır: "Şimdi, dikme ayağının iki yanında, uzun kenardan iki kısmın kareleri farkının, dikme başına bitişen iki kenarın kareleri farkına, eşit olduğu mahallinde sabit olduğu halde, dikme miktarına ve sair açılara

[174] Florian Cajori, "Pierre Laurent Wantzel", *Bulletin of the American Mathematical Society*, cilt 24 (1918) sayı 7, s. 339-347.

müracaat etmeksizin, sadece uzun kenarı, iki kısa kenardan birini ve dikme ayağının iki yanındaki uzunlukları bilmek suretiyle, bilinmeyen diğer kenarın çıkarsanabileceği hususu bu fakirin zihninin icatlarındandır"[175] Bu tür bir kanıtlama bu özelliğin aynı türden bütün üçgenler için geçerli olduğunu gösterecek türden bir kanıtlama değildir. Yunan, İslâm ve Avrupa geometricilerinin yüzyıllardır sürdürdükleri kanıtlama geleneğinin muteber addedeceği türden bir kanıtlama değildir. Ayrıca bu özelliğin kendisinin icadı olduğunu söylemesi doğru değildir; çünkü Tâmânî'nin *Usul-i Hendese*'sinin ve Bonnycastle'ın *Elementler*'inin II. Kitap 16. önermesinde, Heath'in ise II. Kitap 6. önermesinde, bu özelliğin anlattığı durum daha kapsamlı olarak ele alınmış ve kanıtlaması yapılmıştır. Gelenbevî'nin bu çözümün kendi zihninin icadı olduğunu ifade etmesi Öklid'in *Elementler*'inden ve İslâm geometricilerinin çalışmalarından haberdar olmadığını gösterir. Bu ise geometri çalışmaları yapan Osmanlı bilginlerinin kendisinden önce çalışma yapan bilginlerin eserlerini ne kadar özümsedikleri ve bunları geleceğe aktarmada ne derece başarılı oldukları konusunda kuşku duymamıza neden olan bir örnek teşkil eder.

İbrahim Edhem Paşa yaklaşık 1785 ile 1865 yılları arasında yaşamıştır. Kavalalı Mehmed Ali Paşa'nın Mısır'a hükmettiği dönemde hocalık yapmış ve hocalık yaptığı sırada ünlü Fransız matematikçisi Adrien Marie Legendre'in (1752-1833) *Elements de Geometrie* adlı eserini Türkçe'ye çevirmiştir. Legendre'nin bu eseri ilk baskısını 1794 yılında yapmış daha sonra çeşitli edisyonlar halinde yirminin üzerinde baskısı yapılmıştır. İbrahim Edhem Paşa söz konusu eserin Türkçe çevirisi olan *Usul-i Hendese*'sini 16 Haziran 1836 Cumartesi günü Mısır'da Bulak

[175] Remzi Demir, "Gelenbevî'nin Üçgenlerin Kenarları Adlı Risalesi", *Erdem,* cilt 9, sayı 25, s. 176-222.

Matbaa'sında yayınlamıştır. Eser hakkında *Araştırma* dergisinin 1964 yılında çıkan II. cildinde Yüksek Mimar Mühendis Semuhi Sonar tarafından bir inceleme yayınlanmıştır. Semuhi Sonar Edhem Paşa'nın *Usul-i Hendese*'sini Legendre'nin *Elements de geometrie*'sinin 1863 yılında basılan Blanchet edisyonu ile karşılaştırmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda Semuhi Sonar "Her ikisinin sekizer bölümü, bazı bölümlerin zeyilleri olduğunu görüyoruz. Tercümedeki tarifler, teoremler ve problemler -birkaçı hariç- hemen hemen elimizdeki Blanchet edisyonunun kelime kelime güzel bir tercümesidir"[176] sonucuna ulaşmıştır. Fakat kesin bir yargıya varmak için *Elements de geometrie*'nin 1836 yılından önceki bir baskısı ile karşılaştırılması gerektiği incelemesinin çeşitli yerlerinde vurgulamıştır.[177]

İbrahim Edhem Paşa'nın eseri hakkında kesin bir sonuca varmak için Semuhi Sonar'ın da belirttiği gibi *Elements de geometrie*'nin daha eski bir baskısı araştırılarak, 1817 yılı baskısı elde edilmiş ve karşılaştırmalar onunla yapılmıştır. Bunun sonucunda her iki eserin de ayrıntılı bir içeriği tablo halinde aşağıda verilmiştir.

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
I. Kitap (İlk İlkeler 2-57)	**I. Kitap (Les Principles 1-32)**
I. Kitap Tanımlar	**I. Kitap Tanımlar**
1. Tanım	1. Tanım
2. Tanım	2. Tanım
3. Tanım	3. Tanım
4. Tanım	4. Tanım
5. Tanım	5. Tanım
6. Tanım	6. Tanım

[176] Semuhi Sonar, "İbrahim Edhem Paşa'nın *Kitabu Usûli'l Hendese*'si Hakkında", *Araştırma*, 2. cilt, Ankara 1964, s. 160.

[177] Semuhi Sonar, "İbrahim Edhem Paşa'nın *Kitabu Usûli'l Hendese*'si Hakkında", *Araştırma*, 2. cilt, Ankara 1964, s. 145-176.

7. Tanım	7. Tanım
8. Tanım	8. Tanım
9. Tanım	9. Tanım
10. Tanım	10. Tanım
11. Tanım	11. Tanım
12. Tanım	12. Tanım
13. Tanım	13. Tanım
14. Tanım	14. Tanım
15. Tanım	15. Tanım
16. Tanım	16. Tanım
17. Tanım	17. Tanım
18. Tanım	18. Tanım
19. Tanım	19. Tanım
20. Tanım	20. Tanım
Terimler ve Semboller	**Terimler ve Semboller**
Ulum-i Mütearife (Aksiyom)	Aksiyom
Dava-i Nazarî (Teorem)	Teorem
Dava-i Amelî (Problem)	Problem
Kaziye, dava-i lafzî (Önerme)	Proposition
Faide (Fayda)	Lemma
Netice (Sonuç)	Corollary
Tenbih (Uyarı)	Scholia
Faraziyât (Varsayım)	Hipotez
= sembolü	= sembolü
< sembolü	< sembolü
> sembolü	> sembolü
+ sembolü	+ sembolü
- sembolü	- sembolü
× sembolü	× sembolü
() paranteze alma kuralları	() paranteze alma kuralları
½ açıyla kullanımı	½ açıyla kullanımı
$\overline{AB}$ nin anlamı	$\overline{AB}$ nin anlamı
√ kök sembolü ve kullanımı	√ kök sembolü ve kullanımı
Aksiyomlar (Ulum-i Mütearife)	**Aksiyomlar**
1. Aksiyom	1. Aksiyom
2. Aksiyom	2. Aksiyom
3. Aksiyom	3. Aksiyom
4. Aksiyom	4. Aksiyom
5. Aksiyom	5. Aksiyom
I. Kitap Önermeler	**I. Kitap Önermeler**
1 Önerme, Teorem	1 Önerme, Teorem
2. Önerme, Teorem	2. Önerme, Teorem
3. Önerme, Teorem	3. Önerme, Teorem
4 Önerme, Teorem	4 Önerme, Teorem

5. Önerme, Teorem	5. Önerme, Teorem
6. Önerme, Teorem	6. Önerme, Teorem
7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Teorem
8. Önerme, Teorem	8. Önerme, Teorem
9. Önerme, Teorem	9. Önerme, Teorem
10. Önerme, Teorem	10. Önerme, Teorem
11. Önerme, Teorem	11. Önerme, Teorem
12. Önerme, Teorem	12. Önerme, Teorem
13. Önerme, Teorem	13. Önerme, Teorem
14. Önerme, Teorem	14. Önerme, Teorem
15. Önerme, Teorem	15. Önerme, Teorem
16. Önerme, Teorem	16. Önerme, Teorem
17. Önerme, Teorem	17. Önerme, Teorem
18. Önerme, Teorem	18. Önerme, Teorem
19. Önerme, Teorem	19. Önerme, Teorem
20. Önerme, Teorem	20. Önerme, Lemma
21. Önerme, Teorem	21. Önerme, Teorem
22. Önerme, Teorem	22. Önerme, Teorem
23. Önerme, Teorem	23. Önerme, Teorem
24. Önerme, Teorem	24. Önerme, Teorem
25. Önerme, Teorem	25. Önerme, Teorem
26. Önerme, Teorem	26. Önerme, Teorem
27. Önerme, Teorem	27. Önerme, Teorem
28. Önerme, Teorem	28. Önerme, Teorem
29. Önerme, Teorem	29. Önerme, Teorem
30. Önerme, Teorem	30. Önerme, Teorem
31. Önerme, Teorem	31. Önerme, Teorem
-	32. Önerme, Teorem
Edhem Paşa, Legendre'de eksik gördüğü önermeleri Lacroix'in kitabından alarak eklediğini ve onun kitabını çevirecek olanlara kolaylık olsun diye de önermelerin sıra numarasını aynen koruduğunu ifade etmiştir. (s. 42) Fakat S. F. Lacroix'in *Eléments de géométrie* adlı eserinin 1808 baskısı bulunup incelenmesine rağmen İbrahim Edhem Paşa'nın sıra numarasını aynen izlediğini	S. F. Lacroix, *Eléments de géométrie*. Antoine-André-Louis Reynaud (1771-1844) (*Traité d'algèbre?*)

iddia ettiği bölümlerin onun ifade ettiği gibi olmadığı gözlemlenmiştir. Farklı baskılar araştırılmasına rağmen İbrahim Edhem Paşa'nın izlediğini söylediği sırayı içeren eserin tesbiti yapılamamıştır.	
17. Önerme, Teorem	-
18. Önerme, Teorem	-
19. Önerme, Teorem	-
20. Önerme, Teorem	-
21. Önerme, Teorem	-
22. Önerme, Teorem	-
23. Önerme, Teorem	-
24. Önerme, Teorem	-
25. Önerme, Teorem	-
26. Önerme, Teorem	-
27. Önerme, Teorem	-
28. Önerme, Teorem	-
29. Önerme, Teorem	-
30. Önerme, Teorem	-
31. Önerme, Teorem	-
32. Önerme, Teorem	-
33. Önerme, Teorem	-
34. Önerme, Teorem	-
35. Önerme, Teorem	-
36. Önerme, Teorem	-

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
II. Kitap (Daire ve Açı Ölçüleri Hakkında 57-90)	**II. Kitap (Le Cercle et la Mesure des Angles 33-59)**
II. Kitap Tanımlar	**II. Kitap Tanımlar**
1. Tanım	1. Tanım
2. Tanım	2. Tanım
3. Tanım	3. Tanım
4. Tanım	4. Tanım
5. Tanım	5. Tanım
6. Tanım	6. Tanım
7. Tanım	7. Tanım
8. Tanım	8. Tanım
9. Tanım	9. Tanım

10. Tanım	10. Tanım
II. Kitap Önermeler	**II. Kitap Önermeler**
1 Önerme, Teorem	1 Önerme, Teorem
2. Önerme, Teorem	2. Önerme, Teorem
3. Önerme, Teorem	3. Önerme, Teorem
4 Önerme, Teorem	4 Önerme, Teorem
5. Önerme, Teorem	5. Önerme, Teorem
6. Önerme, Teorem	6. Önerme, Teorem
7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Teorem
8. Önerme, Teorem	8. Önerme, Teorem
9. Önerme, Teorem	9. Önerme, Teorem
10. Önerme, Teorem	10. Önerme, Teorem
11. Önerme, Teorem	11. Önerme, Teorem
12. Önerme, Teorem	12. Önerme, Teorem
13. Önerme, Teorem	13. Önerme, Teorem
14. Önerme, Teorem	14. Önerme, Teorem
15. Önerme, Teorem	15. Önerme, Teorem
16. Önerme, Teorem	16. Önerme, Teorem
17. Önerme, Teorem	17. Önerme, Teorem
18. Önerme, Teorem	18. Önerme, Teorem
19. Önerme, Teorem	19. Önerme, Teorem
Önceki İki Kitaba İlişkin Problemler Hakkında	**Önceki İki Kitaba İlişkin Problemler Hakkında**
1 Önerme, Problem	1 Önerme, Problem
2. Önerme, Problem	2. Önerme, Problem
3. Önerme, Problem	3. Önerme, Problem
4 Önerme, Problem	4 Önerme, Problem
5. Önerme, Problem	5. Önerme, Problem
6. Önerme, Problem	6. Önerme, Problem
7. Önerme, Problem	7. Önerme, Problem
8. Önerme, Problem	8. Önerme, Problem
9. Önerme, Problem	9. Önerme, Problem
10. Önerme, Problem	10. Önerme, Problem
11. Önerme, Problem	11. Önerme, Problem
12. Önerme, Problem	12. Önerme, Problem
13. Önerme, Problem	13. Önerme, Problem
14. Önerme, Problem	14. Önerme, Problem
15. Önerme, Problem	15. Önerme, Problem
16. Önerme, Problem	16. Önerme, Problem
17. Önerme, Problem	17. Önerme, Problem
18. Önerme, Problem	18. Önerme, Problem

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
III. Kitap (Şekillerin Oranları Hakkında 90-150)	**III. Kitap (Les Proportion des Figures 60-106)**
Eski geometricilerden Öklid ve diğerleri ve	

yeni geometricilerin de çoğu eşit terimini genellikle yüzeyleri eşit olan şekillerde kullanmışlardır. Bir üçgeni, bir kareyi, bir daireyi bir dikdörtgene eşit diye söylemişler ise de kitabımızın yazarı Legendre eşit terimini yalnız birbiri üzerine yerleşmesi ve çakışması mümkün olan şekillere ayırmıştır. O yalnızca ölçümce eşit olanlara bu terimi kullandığından, çeviride de ona uyularak yalnız yüzeyleri eşit olan şekillerin ölçüleri ya da ölçülerinin orantılanmasında bu terimin kullanıldığı ifade edilmiştir. (s. 91)	
III. Kitap Tanımlar	**III. Kitap Tanımlar**
1. Tanım	1. Tanım
2. Tanım	2. Tanım
3. Tanım	3. Tanım
4. Tanım	4. Tanım
5. Tanım	5. Tanım
6. Tanım	6. Tanım
7. Tanım	7. Tanım
Cebir ve cebirin öneminden söz edilmiş ve Fransa Medreselerinde meşhur olan Reno (?) adlı cebricinin iki ciltlik cebir kitabının çevirisine başlandığı bildirilmiştir. (s. 94)	
1 Önerme, Teorem	1 Önerme, Teorem
2. Önerme, Teorem	2. Önerme, Teorem
3. Önerme, Teorem	3. Önerme, Teorem
4 Önerme, Teorem	4 Önerme, Teorem
5. Önerme, Teorem	5. Önerme, Teorem
6. Önerme, Teorem	6. Önerme, Teorem
7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Teorem
8. Önerme, Teorem	8. Önerme, Teorem
9. Önerme, Teorem	9. Önerme, Teorem
10. Önerme, Teorem	10. Önerme, Teorem
11. Önerme, Teorem	11. Önerme, Teorem
12. Önerme, Teorem	12. Önerme, Teorem
13. Önerme, Teorem	13. Önerme, Teorem
14. Önerme, Teorem	14. Önerme, Teorem
15. Önerme, Teorem	15. Önerme, Teorem
16. Önerme, Teorem	16. Önerme, Teorem
17. Önerme, Teorem	17. Önerme, Teorem
18. Önerme, Teorem	18. Önerme, Teorem
19. Önerme, Teorem	19. Önerme, Teorem
20. Önerme, Teorem	20. Önerme, Lemma
21. Önerme, Teorem	21. Önerme, Teorem
22. Önerme, Teorem	22. Önerme, Teorem
23. Önerme, Teorem	23. Önerme, Teorem

24. Önerme, Teorem	24. Önerme, Teorem
25. Önerme, Teorem	25. Önerme, Teorem
26. Önerme, Teorem	26. Önerme, Teorem
27. Önerme, Teorem	27. Önerme, Teorem
28. Önerme, Teorem	28. Önerme, Teorem
29. Önerme, Teorem	29. Önerme, Teorem
30. Önerme, Teorem	30. Önerme, Teorem
31. Önerme, Teorem	31. Önerme, Teorem
32. Önerme, Teorem	32. Önerme, Teorem
33. Önerme, Teorem	33. Önerme, Teorem
34. Önerme, Teorem	34. Önerme, Teorem
Üçüncü Kitaba İlişkin Problemler Hakkında	**Üçüncü Kitaba İlişkin Problemler Hakkında**
1 Önerme, Problem	1 Önerme, Problem
2. Önerme, Problem	2. Önerme, Problem
3. Önerme, Problem	3. Önerme, Problem
4 Önerme, Problem	4 Önerme, Problem
5. Önerme, Problem	5. Önerme, Problem
6. Önerme, Problem	6. Önerme, Problem
7. Önerme, Problem	7. Önerme, Problem
8. Önerme, Problem	8. Önerme, Problem
9. Önerme, Problem	9. Önerme, Problem
10. Önerme, Problem	10. Önerme, Problem
11. Önerme, Problem	11. Önerme, Problem
12. Önerme, Problem	12. Önerme, Problem
13. Önerme, Problem	13. Önerme, Problem
14. Önerme, Problem	14. Önerme, Problem
15. Önerme, Problem	15. Önerme, Problem
16. Önerme, Problem	16. Önerme, Problem
17. Önerme, Problem	17. Önerme, Problem
18. Önerme, Problem	18. Önerme, Problem
19. Önerme, Problem	19. Önerme, Problem

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
IV. Kitap (Doğru Çizgili Şekiller ve Özellikle Düzgün Çokgenlerin ve Dairelerin Mikdar ve Ölçümleri Hakkında 150-180)	**IV. Kitap (Les Polygones Reguliers et la Mesure du Cercle 107-136)**
IV. Kitap Tanımlar	**IV. Kitap Tanımlar**
Tanım	Tanım
1. Önerme, Teorem	1. Önerme, Teorem
2. Önerme, Teorem	2. Önerme, Teorem
3. Önerme, Problem	3. Önerme, Problem
4. Önerme, Problem	4. Önerme, Problem
5. Önerme, Problem	5. Önerme, Problem
6. Önerme, Problem	6. Önerme, Problem

7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Teorem
8. Önerme, Teorem	8. Önerme, Teorem
9. Önerme, Fayda	9. Önerme, Lemma
10. Önerme, Fayda	10. Önerme, Lemma
11. Önerme, Teorem	11. Önerme, Teorem
12. Önerme, Teorem	12. Önerme, Teorem
13. Önerme, Problem	13. Önerme, Problem
14. Önerme, Problem	14. Önerme, Problem
15. Önerme, Fayda	15. Önerme, Lemma
16. Önerme, Problem	16. Önerme, Problem
IV. Kitaba Ek	IV. Kitaba Ek
1. Tanım	1. Tanım
2. Tanım	2. Tanım
1 Önerme, Teorem	1 Önerme, Teorem
2. Önerme, Teorem	2. Önerme, Teorem
3. Önerme, Problem	3. Önerme, Problem
4. Önerme, Problem	4. Önerme, Problem
5. Önerme, Problem	5. Önerme, Problem
6. Önerme, Problem	6. Önerme, Problem
7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Teorem
8. Önerme, Fayda	8. Önerme, Lemma
9. Önerme, Teorem	9. Önerme, Teorem
10. Önerme, Teorem	10. Önerme, Teorem

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
V. Kitap (Düzlem ve Küresel Üçgenler Hakkında 192-231)	**V. Kitap (Les Plans et les Agles Solides 137-160)**
V. Kitap Tanımlar	**V. Kitap Tanımlar**
1. Tanım	1. Tanım
2. Tanım	2. Tanım
3. Tanım	3. Tanım
4. Tanım	4. Tanım
5. Tanım	5. Tanım
6. Tanım	6. Tanım
V. Kitap Önermeler	**V. Kitap Önermeler**
1. Önerme, Teorem	1. Önerme, Teorem
2. Önerme, Teorem	2. Önerme, Teorem
3. Önerme, Teorem	3. Önerme, Teorem
4 Önerme, Teorem	4 Önerme, Teorem
5. Önerme, Teorem	5. Önerme, Teorem
6. Önerme, Teorem	6. Önerme, Teorem
7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Teorem
8. Önerme, Teorem	8. Önerme, Teorem
9. Önerme, Teorem	9. Önerme, Teorem
10. Önerme, Teorem	10. Önerme, Teorem
11. Önerme, Teorem	11. Önerme, Teorem

12. Önerme, Teorem	12. Önerme, Teorem
13. Önerme, Teorem	13. Önerme, Teorem
14. Önerme, Teorem	14. Önerme, Teorem
15. Önerme, Teorem	15. Önerme, Teorem
16. Önerme, Teorem	16. Önerme, Teorem
17. Önerme, Teorem	17. Önerme, Teorem
18. Önerme, Teorem	18. Önerme, Teorem
19. Önerme, Teorem	19. Önerme, Teorem
20. Önerme, Teorem	20. Önerme, Lemma
21. Önerme, Teorem	21. Önerme, Teorem
22. Önerme, Teorem	22. Önerme, Teorem
23. Önerme, Teorem	23. Önerme, Teorem
24. Önerme, Problem	24. Önerme, Problem
25. Önerme, Problem	25. Önerme, Problem

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
VI. Kitap (Düzlem Yüzeyler Tarafından Çevrelenen Cisimler [Çokyüzlüler] Hakkında 232-268)	**VI. Kitap (Les Polyedres 161-202)**
VI. Kitap Tanımlar	**VI. Kitap Tanımlar**
1. Tanım	1. Tanım
2. Tanım	2. Tanım
3. Tanım	3. Tanım
4. Tanım	4. Tanım
5. Tanım	5. Tanım
6. Tanım	6. Tanım
7. Tanım	7. Tanım
8. Tanım	8. Tanım
9. Tanım	9. Tanım
10. Tanım	10. Tanım
11. Tanım	11. Tanım
12. Tanım	12. Tanım
13. Tanım	13. Tanım
14. Tanım	14. Tanım
15. Tanım	15. Tanım
16. Tanım	16. Tanım
17. Tanım	17. Tanım
18. Tanım	18. Tanım
19. Tanım	19. Tanım
VI. Kitap Önermeler	**VI. Kitap Önermeler**
1. Önerme, Teorem	1. Önerme, Teorem
2. Önerme, Teorem	2. Önerme, Teorem
3. Önerme, Teorem	3. Önerme, Teorem
4 Önerme, Teorem	4 Önerme, Teorem
5. Önerme, Teorem	5. Önerme, Teorem
6. Önerme, Teorem	6. Önerme, Teorem

7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Lemma
8. Önerme, Teorem	8. Önerme, Teorem
9. Önerme, Teorem	9. Önerme, Teorem
10. Önerme, Teorem	10. Önerme, Teorem
11. Önerme, Teorem	11. Önerme, Teorem
12. Önerme, Teorem	12. Önerme, Teorem
13. Önerme, Teorem	13. Önerme, Teorem
14. Önerme, Teorem	14. Önerme, Teorem
15. Önerme, Teorem	15. Önerme, Teorem
16. Önerme, Fayda	16. Önerme, Lemma
17. Önerme, Teorem	17. Önerme, Lemma
18. Önerme, Teorem	18. Önerme, Teorem
19. Önerme, Teorem	19. Önerme, Teorem
20. Önerme, Teorem	20. Önerme, Lemma
21. Önerme, Teorem	21. Önerme, Teorem
22. Önerme, Teorem	22. Önerme, Teorem
23. Önerme, Teorem	23. Önerme, Teorem
24. Önerme, Teorem	24. Önerme, Teorem
25. Önerme, Teorem	25. Önerme, Teorem
26. Önerme, Teorem	26. Önerme, Teorem
27. Önerme, Teorem	27. Önerme, Teorem
Genel Uyarı (Tenbih)	General Scholia

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
VII. Kitap (Küreler ve Küresel Üçgenler Hakkında 269-304)	**VII. Kitap (La Sphere 203-241)**
VII. Kitap Tanımlar	**VII. Kitap Tanımlar**
1. Tanım	1. Tanım
2. Tanım	2. Tanım
3. Tanım	3. Tanım
4. Tanım	4. Tanım
5. Tanım	5. Tanım
6. Tanım	6. Tanım
7. Tanım	7. Tanım
8. Tanım	8. Tanım
9. Tanım	9. Tanım
10. Tanım	10. Tanım
11. Tanım	11. Tanım
12. Tanım	12. Tanım
13. Tanım	13. Tanım
14. Tanım	14. Tanım
15. Tanım	15. Tanım
VII. Kitap Önermeler	**VII. Kitap Önermeler**

1. Önerme, Teorem	1. Önerme, Teorem
2. Önerme, Teorem	2. Önerme, Teorem
3. Önerme, Teorem	3. Önerme, Teorem
4 Önerme, Teorem	4 Önerme, Teorem
5. Önerme, Teorem	5. Önerme, Teorem
6. Önerme, Teorem	6. Önerme, Teorem
7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Teorem
8. Önerme, Teorem	8. Önerme, Teorem
9. Önerme, Teorem	9. Önerme, Teorem
10. Önerme, Teorem	10. Önerme, Teorem
11. Önerme, Fayda	11. Önerme, Lemma
12. Önerme, Teorem	12. Önerme, Teorem
13. Önerme, Teorem	13. Önerme, Teorem
14. Önerme, Teorem	14. Önerme, Teorem
15. Önerme, Teorem	15. Önerme, Teorem
16. Önerme, Teorem	16. Önerme, Teorem
17. Önerme, Teorem	17. Önerme, Teorem
18. Önerme, Teorem	18. Önerme, Teorem
19. Önerme, Teorem	19. Önerme, Teorem
20. Önerme, Teorem	20. Önerme, Teorem
21. Önerme, Teorem	21. Önerme, Teorem
22. Önerme, Teorem	22. Önerme, Teorem
23. Önerme, Teorem	23. Önerme, Teorem
24. Önerme, Teorem	24. Önerme, Teorem
25. Önerme, Teorem	25. Önerme, Teorem
26. Önerme, Teorem	26. Önerme, Teorem
27. Önerme, Teorem	27. Önerme, Teorem
VI. ve VII. Kitaplara Ek	VI. ve VII. Kitaplara Ek
1. Önerme, Teorem	1. Önerme, Teorem
2. Önerme, Problem	2. Önerme, Problem
3. Önerme, Problem	3. Önerme, Problem
4. Önerme, Problem	4. Önerme, Problem

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
VIII. Kitap (Üç Dönel Cisim Hakkında 316-347)	**VIII. Kitap (Les Trois corps ronds 242-273)**
VIII. Kitap Tanımlar	**VIII. Kitap Tanımlar**
1. Tanım	1. Tanım
2. Tanım	2. Tanım
3. Tanım	3. Tanım
4. Tanım	4. Tanım
5. Tanım	5. Tanım
6. Tanım	6. Tanım

Yüzeylere Giriş Üzerine Faydalar	Yüzeylere Giriş Üzerine Lemmalar
1. Fayda	1. Lemma
2. Fayda	2. Lemma
VIII. Kitap Önermeler	**VIII. Kitap Önermeler**
1. Önerme, Teorem	1. Önerme, Teorem
2. Önerme, Fayda	2. Önerme, Lemma
3. Önerme, Fayda	3. Önerme, Lemma
4 Önerme, Teorem	4 Önerme, Teorem
5. Önerme, Teorem	5. Önerme, Teorem
6. Önerme, Teorem	6. Önerme, Teorem
7. Önerme, Teorem	7. Önerme, Teorem
8. Önerme, Teorem	8. Önerme, Teorem
9. Önerme, Fayda	9. Önerme, Lemma
10. Önerme, Teorem	10. Önerme, Teorem
11. Önerme, Teorem	11. Önerme, Teorem
12. Önerme, Teorem	12. Önerme, Teorem
13. Önerme, Problem	13. Önerme, Problem
14. Önerme, Teorem	14. Önerme, Teorem
15. Önerme, Teorem	15. Önerme, Teorem
16. Önerme, Teorem	16. Önerme, Teorem
17. Önerme, Problem	17. Önerme, Problem
18. Önerme, Teorem	18. Önerme, Teorem
Genel Uyarı (Tenbih)	General Scholia

Edhem Paşa *Usul-i Hendese*	**Legendre *Elements de geometrie***
Yeni Ölçüler Hakkında 348-360	**Notes, Sur les Elements de Geometrie 275-335 (Elementler Hakkında Gözlemler)**
Jean Baptiste Joseph Delambre (1749-1822) ve Pierre Mechain'in (1744-1804) metre ölçümleri hakkında bilgi verildikten sonra uzunluk ölçülerinden metrenin diğer uzunluk ölçülerine dönüştürülmesinde kullanıcak olan tablolar verilmiştir.	1) Tanımlar Hakkında
Murioi? metre = 10 000 on bin metre = 30784,44 kadem Kilo metre = 1000 bin metre = 3078,444 kadem Okto metre = 100 yüz metre = 307,8444 kadem Deka metre = 10 on metre = 30,78444 kadem Metre = 1 metre = 3,078444 kadem Desi metre = 0,1 metre = 0,3078444 kadem Santi metre = 0,01 = 0,03078444 kadem Mili metre = 0,001 = 0,003078444 kadem	2) I. Kitap 20. Önerme Hakkında

Zira-i mimari = zira-i Osmanî 1 zira-i Osmanî = 24 usbu-i Osmanî (parmak) 1 kadem-i Osmanî = 12 usbu-i Osmanî 5 kadem-i Osmanî = 2,5 zira-i Osmanî = 1 ba = 1 kulaç	3) IV. Kitap 26. Önerme Hakkında
Fransız Bir metre = 0, 513074074074 tevâs Bir metre = 3, 078444 kadem Bir tevâs = 1, 9490363 metre Bir kadem = 0, 3248394 metre İslam Bir metre = 0,52773325 ba; yani kulaç Bir metre = 1, 319331 zira-i mimarî Bir metre = 31, 663995 usbu-i Osmanî Bir ba = 1,894896 metre Bir zira = 0,758 metre Mısır Mısır'ın kısbesi = 3,55 metre Ravza (bahçe) ölçüsünün zirası = 0,5424 metre En büyük piramid olan Gize'nin yüksekliği = 146 Bir kulaç yani bir ba = 1895 milimetre Bir zira-i Osmanî = 758 milimetre Bir kadem-i Osmanî = 379 milimetre Usbu-i Osmanî = 31,6 milimetre İstanbul çuka arşını = 669,079 milimetre İstanbul endazesi = 647,8741 milimetre	4) Çevrenin çapa oranının ve dörtgenleştirilmesi nin gösterimi, irrasyonel sayılar
Yüzey Ölçüleri Hakkında	5) Üçgenler, içe çizilen dörtgenler, paralelyüzlüler ve üçgen piramidlerin analitik çözümleri hakkında
Fransızca âr, Türkçe dönüm kullanılır Bir Mısır feddanı = 333,3 kısbe Bir Mısır feddanı = 4200,83 metrekare	6) Aynı düzlem üzerinde bulunmayan iki çizgi arasındaki en kısa mesafe hakkında
Hacim Ölçüleri Hakkında	7) Simetrik Çokyüzlüler Hakkında
Fransızlar bir metrekübe siter? Adını vermişlerdir.	8) VII. Kitabın 25. Öenermesi Hakkında
Ağırlık Ölçüleri Hakkında	9) Düzgün Çokyüzlüler

<table>
<tr><td></td><td>Hakkında (VII. Kitabın Ekinde Bulunan)</td></tr>
<tr><td>Bir litre = bir desimetre küp</td><td>10) Küresel Üçgenlerin Yüzeyleri Hakkında</td></tr>
<tr><td>Bir kilogram = 2,042877 livre-i Paris?
Bir livre = 4,895058 oktogram
Bir onçe? = 30,5941 gram
Bir oktogram = 3,26861 onçe
Bir gram = 18,82715 gurn?
Eski Ölçüler
= 2 = 16 = 128
<table>
<tr><td>livre</td><td>mârak</td><td>omça?</td><td>guruv?</td><td>sekrupal</td><td>gurn</td><td>dirhem</td></tr>
<tr><td>1=</td><td>2=</td><td>16=</td><td>128=</td><td>384=</td><td>9216=</td><td>152</td></tr>
<tr><td>-</td><td>1=</td><td>8</td><td>64=</td><td>192</td><td>4608</td><td>76</td></tr>
<tr><td>-</td><td>-</td><td>1</td><td>8</td><td>24</td><td>576</td><td>9,5</td></tr>
<tr><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>1</td><td>3</td><td>72</td><td>1,1875</td></tr>
<tr><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>1</td><td>24</td><td>1,39583</td></tr>
<tr><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>1</td><td>0,016493</td></tr>
</table></td><td>11) VIII. Kitabın 3. Önermesi Hakkında</td></tr>
<tr><td>Yeni Ağırlıklar</td><td>12) Çokyüzlülerin benzerliği ve Eşitliği Hakkında</td></tr>
<tr><td>Bir kilogram = 310,517 dirhem
Bir oktogram = 31,05179 dirhem
Dekagram = 3,10517 dirhem
Bir gram = 0,310517 dirhem
Bir okka = 1288,172 gram
Bir ratl-i Mısrî = 144 dirhem = 463,74 gram
Bir dirhem = 3,2204359 gram</td><td>Legendre
Elements de geometrie</td></tr>
<tr><td>Arapça şiir</td><td>Trigonometri 337-431</td></tr>
<tr><td>Basım yeri ve tarihi içeren son sayfa (362)</td><td>Daire Çevresinin Bölümlenmesi</td></tr>
<tr><td>14 katlanabilen sayfa halinde şekiller</td><td>Genel olarak sinüs, cosinüs ve tanjant kavramları</td></tr>
<tr><td></td><td>Sinüs, cosinüs, tanjant’a ilişkin formül ve teoremler</td></tr>
<tr><td></td><td>Sinüsler Tablosunun</td></tr>
</table>

	Oluşturulması
	Dik üçgenlerin çözümlenmesi
	Düzlem üçgenlerin çözümlenmesi
	Küresel dik üçgenlerin çözüm ilkeleri
	Küresel dik üçgenlerin çözümlenmesi
	Genel olarak küresel üçgenlerin çözümlenmesi
	Ek: Çeşitli trigonometri konularının çözümü (431)
	14 katlanabilen sayfa halinde şekiller

Legendre'in ele aldığı konular ve konuları ele alış biçimi incelendiğinde Öklid'in *Elementler*'inin yeni bir edisyonunu yazmak amacında olmadığı açıkça görülmektedir. Elbette Öklid'in ele aldığı konuların önemlice bir kısmını ele almıştır. Fakat bunların seçiminde ve ele alınışında hem Doğu'da hem de Batı'da yüzyıllardır izlenen *Elementler* yazma geleneğine uyulmamış; matematiğin gelişimi sonucunda ortaya çıkan bilgiler ışığında, dönemine göre modern bir bakış açısıyla geometrinin temel unsurlarını öğretmek amacıyla yazılmıştır. Öklid'in *Elementler*'inde olmayan semboller, sayılar, formüller ve denklemler kullanılmıştır. Legendre'nin Öklid'in *Elementler*'ini ve konuları nasıl işlediğini bilmemesi mümkün değildir. Fakat açıkça görülmektedir ki Legendre bir bölümünü Öklid'in de ele aldığı konuları tamamen döneminin bilgisi ve yöntemleri dahilinde ele almıştır. Bununla birlikte XVI. yüzyıldan başlayarak XVIII ve XIX. yüzyıllara kadar devam eden 13 kitaplık *Elementler*'in 8 kitaplık bölümünü ele alma ve geometri kitaplarının sonuna trigonometri konuları ekleme geleneğine uymuştur.

İbrahim Edhem Paşa'nın *Usûl-i Hendese*'si, Legendre'nin *Elements de geometrie* adlı eserinin, Lacroix'in kitabından alarak eklediğini söylediği I. Kitab'a ilişkin 20 önerme hariç, birebir çevirisidir. Bununla birlikte Edhem Paşa *Elements de geometrie*'nin tamamını çevirmemiştir. Legendre'nin **Elementler Hakkında Gözlemler** başlığı altında daha derin ve tartışmalı konulara 12 madde ile açıklamalar getirdiği bölümün çevirisini yapmamıştır. Ayrıca geometri konularının arkasından verilen düzlem ve küresel trigonometriye ilişkin bölümün de çevirisini yapmamıştır. Bu bölümlerin yerine Fransa'da yeni kullanılmaya başlayan Ölçü ve Tartı birimlerinin açıklamasını yapan ve dönüşüm hesaplarının açıklamalı tablolarını içeren bir bölüm eklemiştir. Lacroix'den eklediği bölüm ve 91. sayfada yaptığı "Eski

geometricilerden Öklid ve diğerleri ve yeni geometricilerin de çoğu, eşit terimini genellikle yüzeyleri eşit olan şekillerde kullanmışlardır. Bir üçgeni, bir kareyi, bir daireyi bir dikdörtgene eşit diye söylemişler ise de kitabımızın yazarı Legendre eşit terimini yalnız birbiri üzerine yerleşmesi ve çakışması mümkün olan şekillere ayırmıştır. O yalnızca ölçümce eşit olanlara bu terimi kullandığından, çeviride de ona uyularak yalnız yüzeyleri eşit olan şekillerin ölçüleri ya da ölçülerinin orantılanmasında bu terimin kullanıldığı ifade edilmiştir" açıklamasıdan Legendre'nin eşitlik kavramından daha farklı eşitlik kavramlarından haberdar olduğu anlaşılmaktadır, fakat kendisinin ne tür bir eşitlik kavramı taraftarı olduğunu anlamak mümkün olmamaktadır.

Ancak eserin 247. sayfasında bir açının üç eşit parçaya ayrılması ile ilgili yaptığı açıklamada "Bilindiği gibi açıyı üçe bölmek konusu; verilen bir açıyı veya bir daire parçasını geometri metodları ile üç eşit parçaya bölmek demek olup eski çağlar geometri bilginleri bu problemi çözemedikleri ve ispat edemedikleri için, çözümü imkansız problemler arasında kalmıştır. Daha sonrakiler de bu problem üzerinde çok çalıştıkları halde sırf geometri metodları ile çözememiş iseler de yüksek geometride cebirin geometriye uygulanması ve parabol (kata-ı mükafî) çizimi ile bu problemi çözdükleri görülmüştür.

Fakat İstanbul Mühendishânesinde okutulan Öklid geometrisinde bu problem, çözümü imkansız diye belirtildiğinden Mühendishâne-i Hümayûn'un baş halifesi Masdariyecizade Hüseyin Efendi "bu imkansızlığın delili nedir? şimdiye kadar bulunmadı ise bundan sonra belki bulunur" diyerek uzun seneler vakit buldukça bu problemin peşini bırakmayıp hep araştırmış ve nihayet 1237 (1821) senesinde çözüm yolunu bulduğunu iddia ederek Mühendishane'nin bütün hoca ve halifeleri önünde

bu çözümünü ispatlamış ve hepsinin tasdikini ihtiva eden risaleyi bastırıp etrafa dağıtmıştır.

Bu risalenin bir nüshası benim de elime geçti. İncelediğimde gördüm ki mufassal cümlelerle mugalataya sapmış ve esas olarak bir noktadan geçen bir doğruda hataya düşmüş olduğundan, yaptığı iş ve ispat sakattır. Bu bakımdan onun da bu problemde zafere ulaşmadığı ve belki de farkında olmayarak tasdik ve imza edenlerin yanılmalarına sebep olduğu görülmüştür.

Bu problemin, geometri yolları ile çözümlenmesinden çok fayda beklenmediği için, geometri bilginlerince iltifattan düşmüştür" demesi dönemin geometriye ilişkin gelişmelerinden haberdar olması ve eski ile yeniyi karşılaştırarak eskilerin çok önem verdikleri bir konuda açıkça onların aleyhine bir hüküm vermesi bakımından önemlidir. Eskilere yönelik daha önce de bazı eleştiriler yapılmıştır, fakat bunlar Edhem Paşa'nın yaptığı gibi somut bir probleme yönelik eleştiri ve tesbit değildir. Edhem Paşa'nın 356. sayfada ifade ettiği "Devr-i Selim'de Mühendishâne-i Humayûn'da usbu-i Osmanî ile usbu-i Faransevî birbirine tatbik olunarak ... nisbetleri dahi *Mecmuat el-Mühendisîn*'e kayd ve derc olunmuştur" bilgisinden Osmanlı Mühendishâne'sinde basılan kitapların Mısır'da da okunduğu sonucunu çıkarmak mümkündür.

Hüseyin Rıfkı Tâmânî'nin Bonnycastle'dan çevirdiği *Usûl-i Hendese* ile Edhem Paşa'nın çevirisi karşılaştırıldığında ikisinin de çevrilme amacının Mühendishâne'de öğrencilere ders kitabı olarak okutulmak olduğu görülür. Aralarındaki en önemli farklılık Tâmânî'nin kitabında *Öklid Elementler*'i yazma geleneğine uyulması Edhem Paşa'nın kitabında ise daha modern bir yaklaşımla geometrinin temellerinin anlatılmaya çalışılması ve günün modern bilgilerine yer

verilmesidir. Edhem Paşa'nın eserini 1836 yılında ve Tâmânî'nin eserinden 39 yıl sonra yayınlandığı ve o dönemde matematik eğitiminde Avrupa'da önemli değişiklikler olduğu göz önüne alınırak, bu durum olağan karşılanabilir; ancak teorik de olsa Osmanlı Siyasal sınırları içinde kalan isyancı bir bölgenin Osmanlı kökenli yöneticisinin yayınladığı Türkçe bir geometri kitabının daha modern bir bakış açısıyla yazılmış olması dikkate değer bir konudur.

III. BÖLÜM: HÜSEYİN RIFKI TÂMÂNÎ ve *USÛL-İ HENDESE*'Sİ

HÜSEYİN RIFKI TÂMÂNÎ'NİN HAYATI VE ESERLERİ

a) Hayatı

Hüseyin Rıfkı Tâmânî'nin doğum tarihi tam olarak bilinmemekle birlikte 1750 yılları civarında doğmuş olması mümkündür. Doğum yeri ise Kırım'ın Tâmân beldesidir.[178] III. Selim döneminde kurulan Mühendishâne-i Berr-i Hümayûn'un kurucu eğitim kadrosunu oluşturmak üzere Müderris Abdurrahman Efendi ve Birinci Halife İbrahim Kami Efendi'den sonra İkinci Halife olarak görevlendirildiği 1794 yılı bahar ayı maaş ödeme kayıtlarından anlaşılmaktadır.[179]

1801 yılına kadar Mühendishane'de İkinci Halife olarak görev yapmıştır. Başhoca Abdurrahman Efendi'nin başhocalıktan alınarak o sıralarda Üsküdar'a taşınmak üzere olan, Matbaa'nın Başkanlığına getirilmesi üzerine 7.12.1801 tarihinde Mühendishaneye Başhoca olarak atanmıştır.[180]

Başhocalığı yanında 29.5.1802 tarihinde üstlendiği Hafız-ı Kütüb'lük görevini ise 28.10.1804 tarihinde Mühendishane'de beşinci mülazım olarak görev yapan Hasköylü Ali oğlu Abdullah'a devretmiştir.[181]

Tâmânî'nin Mühendishâne Başhocası olmasına rağmen sürekli olarak geçim sıkıntısı çektiği, özellikle Kabakçı Mustafa Ayaklanması'yla 29 Mayıs 1807 tarihinde III. Selim'in tahttan indirilmesi ve Nizâm-ı Cedîd'in lağvedilmesi

---

[178] Bursalı Mehmet Tahir, *Osmanlı Müellifleri*, cilt III, İstanbul 1342, s. 261-62.

[179] Kemal Beydilli, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishane, Mühendishane Matbaası ve Kütüphanesi (1176-1826*, Eren Yayıncılık, İstanbul 1995, s. 34.

[180] Beydilli, s. 124

[181] Beydilli, s. 293.

sonrasında bunun had safhaya çıktığı görülmektedir. Çünkü 28 Ağustos 1808 tarihinde verdiği bir dilekçeden, Ocak 1808 yılında çıkarılan Kanunnameye göre Başhoca, dört halife, diğer öğrenci ve hademelere tahsis edilen aylık 10708 kuruş karşılığı tımar ve zeamet gelirinin, 1808 (1223) yılı Mart ayından itibaren ödenmediği, yaklaşık altı ay tüm Mühendishâne kadrosuyla birlikte Tâmânî'nin de maaşını alamadığı anlaşılmaktadır.[182]

Yine 17.10.1814 tarihinde verdiği bir başka dilekçeden kendisine maaş geliri olmak üzere tahsis edilen çesitli tımarların senelik hasılatının 2000 kuruşu ancak bulduğu, oysa maaşının Kanunname gereğince 4000 kuruş oldugunu ifade ettiginde; Humbarahane Nâzırı Mehmet Nazif Efendi'nin de mühürlü ilamıyla, konunun tahkikine girişilmiş ve zikretmiş oldugu gibi, tahsis edilen tımarların gereken geliri temin edemediği belirlenmiştir. Eksik kalan kısmın, ilave tımar ve zeamet ile karşılanması gerekmekle beraber, Humbaracı ve Lağımcı tımarlarının, bu Ocaklara ayrılmış olduğu ve Mühendishâne'ye tahsisinin yasaklandığı, Dergâh-ı Âli Humbaracılar Ocağı Kanunnâmelerinde açıkça yeralması nedeniyle, Hüseyin Rıfkı Efendi'nin geçim sıkıntısının, "*verdiği emeklere acınarak*" 2000 kuruş hasılatlı başkaca tımarların eklenmesiyle giderilmesi ve maaşını eksiksiz almasının temin edilmesi hususunda gerekli kararın alınması sağlanmıştır. Ancak buna rağmen, bu iş için bazı Sancak tımarlarının boşalmasının beklenmesi gerektiğinden, maaşı için senelik 2000 kuruşun Hazine'den verilmesi yoluna gidilmesi gerekmiş ve 16. 9. 1814 (Şevval 1229) tarihinden itibaren yeterli gelmeyen tımar gelirlerinin farkı olarak düşünülen 2000 kuruşun Hazine'den (*Canib-i Miri*) ödenmesine başlanmıştır.[183]

[182] Beydilli, s. 52.

[183] Beydilli, s. 55.

Mayıs 1817 tarihli tereke satın alma kaydından da Mayıs ayından kısa bir süre önce öldüğü anlaşılmaktadır.[184]

Tâmânî'nin terekesinden çıkan kitaplar 31.5.1817 tarihinde Mühendishâne'ye konulmak üzere satın alınmıştır. Uzun yıllar hocalık yaptıktan sonra vefat eden, Tâmânî'nin terekesinden 15 bibliyografik künye halinde 24 adet kitap satın alınmıştır. Mühendishâne Nâzırı Hacegandan Ataullah Efendi'nin verdigi bir takrirden, Tâmânî'nin terekesinden aslında 37 cilt kitap çıkmıştır. Bu kitapların hepsine 270 kuruş değer biçilmistir. Başmuhasebe'de kayıt işlemlerine geçildiğinde, bunların Mühendishâne Kütüphanesi'ndeki mevcut kitaplarla karşılaştırılması yapılmış ve terekede yer alan 13 adet kitabın Mühendishâne Kütüphane'sinde bulunduğu tesbit edilerek; söz konusu 13 kitabın alınmasından vaz geçilmiştir. Tâmânî vaktiyle, terekesindeki 37 cilt kitap için toptan 270 kuruş ödediğinden, mükerrer olanların değerleri ayrıca tesbit edilerek 70 kuruş değer biçilmiştir. Bu kitaplar dışarıda bırakılarak, geriye kalan 24 cilt kitaba 200 kuruş ödenmiş ve gerekli para Hazine-i Âmire'den verilmiştir. Bu kitapların dökümü şöyledir:

1- Üçüncü Hoca Edhem Efendi'nin Logaritma ve Hendese-i Âla'ya dair çevirisi.

2- Geometriye ilişkin Geralnadyus nam kitap.

3- Aritmetik ve geometriye ilişkin Geralnadyus nam kitap.

4- Ali Kuşçu'nun astronomi çevirisi.

5- Hakan-ı fî Tekmîl el-Zîc (Kâşî).

6- Sınaâ'at el-Âcibe-i Abdülikbas.

7- Hulasatü'l-Hey'e (Seydi Ali Reis).

8- Geometriye ilişkin çeviri başka bir kitap.

[184] Beydilli, s. 288.

9- Geometri, aritmetik ve astronomiye ilişkin risaleler (8 adet).

10- Fransızca harekât ve gemi savaşlarına ilişkin kitap.

11- Delino adlı müellifin top atışlarına ilişkin (Fransızca) kitabı.

12- Bukar adlı müellifin coğrafya'ya ilişkin (Fransızca) kitabı.

13- Sori adlı müellifin astronomiye ilişkin (Fransızca) kitabı.

14- Belidor adlı müellifin (Bernard Forest de Bélidor? 1698-1761) aynalara ilişkin (Fransızca) kitabı.

15- Posun adlı müellifin aritmetik ve geometriye ilişkin (İtalyanca) kitabı (2 adet).[185]

Bursalı Mehmed Tahir Bey Tâmânî'nin Mühendishâne'nin kuruluşundan itibaren aralıksız 22 yıl Başhocalık yaptığını yazmışsa da bu bilgi doğru değildir; çünkü Beydilli, Hüseyin Rıfkı Tâmânî'nin 7. 12. 1801 tarihinde Mühendishane Başhocalığı'na atandığını kanıtlamıştır.[186] Bu durumda 22 yıl değil 16 yıl başhocalık yapmıştır.

Ekmeleddin İhsanoğlu, *Başhoca İshak Efendi* adlı eserinde Tâmânî'nin 1794'te Rusya sınırındaki birçok büyük kalenin istihkamlarının tamirinde bulunduğu bilgisini vermiştir.[187] Mühendishâne'nin kuruluşunda Birinci Halife olan İbrahim Kami Efendi'nin 1794 yılında Anapa Kalesi'ne görevli olarak gönderildiği[188] göz önüne alınırsa, Tâmânî ve diğer Mühendishâne hocalarının eğitim öğretim işleri dışındaki işler için de sık sık görevlendirildikleri anlaşılmaktadır.

---

[185] Beydilli, s. 288.

[186] Beydilli, s. 124.

[187] Ekmeleddin İhsanoğlu, *Başhoca İshak Efendi*, Kültür Bakanlığı yayınları, Ankara 1989, s. 14-15.

[188] Beydilli, s. 35.

Aynı eserde verilen bilgiye göre Tâmânî, Mısır'da Fransız Donanması'nı hezimete uğratan Amiral Nelson (Horatio Nelson 1758 - 1805, Ebukir Körfezi Muharabesi, Nil Muharebesi, 1.8.1798) komutasındaki İngiliz Donanması'na, İngiltere ile Osmanlı Devleti arasında bir ittifak temini için Padişah'ın mektubunu götürmekle görevlendirilmiştir; ancak binbir güçlükle İskenderiye'ye ulaşmasına rağmen, Amiral Nelson'un ayrılmış olması nedeniyle, mektubu Amiral Hout'a (Samuel Hood 1762-1814) teslim etmiştir.[189]

Ekmeleddin İhsanoğlu, Topkapı Sarayı Müzesi Arşivi E. 12136/4 nolu belgeye dayanarak, Tâmânî'nin 1803 yılında tersanede yeni inşa edilen bir havuza gemi alındıktan sonra, havuzda kalan suyun boşaltılması için Avrupa'da kullanılan buharlı tulumbalardan getirtilmesini Kaptan-ı Derya Küçük Hüseyin Paşa'ya (öl. 1803) önerdiğini, Paşa'nın bu öneri üzerine Tâmânî'yi söz konusu tulumbaları almak için Londra'ya gönderdiğini, ancak Paşa'nın ölmesiyle işin yarım kaldığını, birkaç yıl daha İngiltere'de kalan Tâmânî'nin Babıali'den gelen dön emriyle İstanbul'a geri döndüğü, İstanbul'a geldikten sonra Beykoz Kağıt Fabrikası'nda, daha sonra Tophane'de çeşitli hizmetlerde bulunduğu bilgisini vermiştir.[190]

İhsanoğlu, Tâmânî'nin Arapça ve Farsça'nın yanında İngilizce, Fransızca İtalyanca ve Latince gibi dillere vakıf olduğu görüşündedir. Terekesinden Fransızca ve İtalyanca kitaplar çıkmakla birlikte Fransızca, İtalyanca ve Latince'yi ne düzeyde bildiğini tesbit etmek mümkün değildir. Fakat Mühtedî Selim yardımıyla da olsa İngilizce'den bir eser çevirmesinden ve Amiral Nelson'a Padişah'ın mektubunu

[189] Ekmeleddin İhsanoğlu, *Başhoca İshak Efendi*, Ankara 1989, s. 14-15.

[190] Ekmeleddin İhsanoğlu, *Başhoca İshak Efendi*, Ankara 1989, s. 14-15.

götürmekle görevlendirilmesinden İngilizce bilgisinin oldukça iyi düzeyde olduğu anlaşılmaktadır.

Tâmânî 1816'da Balkanlar'a tekrar gönderilmiş ardından da Medine'deki kutsal binaların tamiriyle görevlendirilmiştir. Mekke'den Medine'ye döndükten hemen sonra 1817 yılında da vefat etmiştir.[191]

b) Eserleri

1- *Logaritma Risâlesi* (8. 8. 1792).

Hüseyin Rıfkı Tâmânî'nin *Logaritma Risâlesi* Osmanlılarda logaritma üzerine kaleme alınmış dördüncü eserdir. Yazma halinde bulunan bu eser bir yüksek lisans tezi olarak ele alınmış ve incelenmiştir.[192] Tâmânî eserini hesap yapılırken logaritma cetvellerinden nasıl yararlanılacağını anlatmak amacıyla yazmıştır. Esad Efendi, nr. 2001/2 bulunan nüsha 15 yapraktır. Bu nüshada konu ve alt başlıklar ile bazı örnekler kırmızı mürekkep ile yazılmış, sayfa kenarlarına çok az olmakla birlikte sayısal örnekler verilmiştir. Bir giriş iki fasıl ve bir sonuç bölümü vardır. Tâmânî logaritma cetvellerini, Sinüslerin Logaritma Cetveli, Tanjantların Logaritma Cetveli ve Sayıların Logaritma Cetveli adıyla üç türe ayırmıştır. İlk ikisi bir yaya karşılık gelen açının sinüsünün ya da tanjantının, üçüncüsü ise bir sayının logaritması bulunmak istendiğinde kullanılmak üzere tasarlanmıştır.

Giriş kısmında logaritma aracılığıyla yapılacak hesaplar için gerekli olan toplam 9 kural verilmiştir. 1. Kural'da herhangi bir sayının logaritmik değerini

---

[191] Ekmeleddin İhsanoğlu, *Başhoca İshak Efendi*, Ankara 1989, s. 14-15.

[192] Ali Rıza Tosun, *Osmanlılar'da Logaritma*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, T. C. Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Felsefe (Bilim Tarihi) Anabilim Dalı, Ankara 2002.

oluşturan karakteristik ve mantisin matematiksel anlamı ve kullanımı, 2. Kural'da bir sayının logaritmasının, trigonometrik bir oranın logaritmasına ve trigonometrik bir oranın logaritmasının bir sayının logaritmasına dönüştürülmesi, 3. Kural'da bir sayının logaritmasının veya trigonometrik bir oranın logaritmasının karakteristiğine 1 eklemek ya da çıkarmaya ne ad verildiği, 4. Kural'da logaritma cetvelinde bulunan satırlar ve bu satırlara karşılık gelen sayıların çarpımlarına ne ad verildiği, 5. Kural'da logaritma cetvelindeki iki satırın toplanması ve çıkarılması, 6. Kural'da logaritma cetvelinde bulunan satırların kaç basamaklı oluşuna göre karşılık geldikleri sayılar, 7. Kural'da logaritma aracılığıyla çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl yapılacağı, 8. Kural'da hem trigonometrik hem de sayısal logaritma cetvelleri satırında bulunan iki değerin toplanmasının çarpmaya, çıkarılmasının ise bölmeye karşılık geldiği, 9. Kural'da iki sayının birbiriyle çarpılıp ona bölünmesinin logaritma aracılığıyla yapılmasına ne ad verildiği anlatılmıştır.[193]

Ardından gelen, Birinci Fasıl'da sayılar arasında, trigonometrik oranlar arasında, bir sayı ile trigonometrik oran arasında çarpma, bölme işlemlerinin nasıl yapılacağı sayısal örnekler verilerek anlatılmıştır.[194]

İkinci Fasıl'da ise çokkenarlıların karesinin, küpünün ve diğer kuvvetlerinin ve karekök ve diğer köklerinin logaritma aracılığıyla nasıl elde edileceği anlatılmıştır.[195]

Sonuç bölümünde de hangi sayıya karşılık geldiğini bulmak istediğimiz logaritmik değerin, cetveldeki logaritma satırlarında aynen bulunmazsa o değerin

[193] Ali Rıza Tosun, s. 42-46.

[194] Ali Rıza Tosun, s. 47-59.

[195] Ali Rıza Tosun, s. 59-61.

sayı karşılığının iki satırın tadili (interpolasyon) kuralıyla nasıl elde edileceği anlatılmıştır.[196]

2- *Telhis el-Eşkâl* (1796)

Geometri alanında yazılmış bir eserdir. İlk baskısı 60 sayfa ve 7 şekil olmak üzere 1801 yılında, ikinci baskısı 1805 (1220) yılında Mühendishâne Matbaası'nda ve diğer bir baskısı da 80 sayfa 7 şekil olmak üzere Bulak Matbaası'nda 1824 (1239) yılında yapılmıştır.[197]

İlk kez Mart 1801 tarihinde Mühendishâne Matbaası'nda basılmakla birlikte eserin yazılış tarih 1796 yılıdır.[198] İkinci Halife olarak görev yapmakta olan Tâmânî eserini tamamlar ve Mühendishâne Nâzırı olan İbrahim Efendi'ye teslim eder. İbrahim Efendi de eserin yazarını "Fenn-i hendese dışında ulûm-u Arabiyye ve Farisiyye'de ahârına fâik ve her türlü iltifat ve inayete lâyık" bir mühendis olarak Padişah'a takdim eder. Tâmânî III. Selim'in iltifat ve takdirini kazanmakla birlikte "*Münâsib atiye verilsün ve ikram olunsun. Eğer bu Hüseyin Efendi'nin emeli rüûs ise, bizim Mühendishâne tarikine müderrislik ve mollalık uymaz. Abdurrahman Efendi evvel müderris idi. Yoksa onu dahi etmez idim. Zira, bu fenler ve marifetler ancak askerî tâifesine ve sefere yarar ademlere olmalıdır*"[199] uyarısıyla karşılaşır. III. Selim kitapta ele alınan konuların askerler ve sefere uygun kişilerin yararlanacağı uygulama bilgileri olmasını, kuramsal bilgilere yer verilmemesini istemektedir,

[196] Ali Rıza Tosun, s. 61-64.

[197] Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü*, Cilt 1, İstanbul 1999. s. 271.

[198] Beydilli, s. 311.

[199] Beydilli, s. 312, *BOA. HH.* 10894, Tarih: 4.CA. 1211/5.11.1796.

çünkü konuyu kuramsal olarak ele alması gereken kimseler müderrisler ve mollalardır. Bizzat III. Selim'den böyle bir uyarı alan Tâmânî'nin daha sonra kaleme alacağı eserlerini Batı üniversitelerinde ders veren öğretim üyeleri düzeyinde kuramsal kaygılarla ele almasını beklemek haksızlık olur. Osmanlı yöneticilerinin Mühendishâne'den beklentisi kuramsal kaygılarla bilgi üretilmesi değil; rakipleriyle baş edebilecek, askerliğin gerektirdiği uygulamalı bilgi ve becerileri kazandıracak bir eğitim kurumudur. Bu durumda kuramsal bilgi üretimi medresedeki müderris ve mollardan bekleniyor görünmektedir. Bu görev medreselere düşüyor ve o tarihte de medreselerin yetkin bir durumda olmadığı biliniyorsa, medreseleri daha yetkin hale getirmek için ne yapılmıştır ya da eğer devlet artık medreseden umudunu kesmişse kuramsal bilgi üretimini kim, nerede yapacaktır? İmparatorluk kuzeyden Rusya'nın, Bosna taraflarından Avusturya-Macaristan İmparatorluğu'nun, Mısır ve güney bölgelerinden Britanya İmparatorluğu'nun ve Mora, Akdeniz kıyılarından Fransa'nın ciddi askerî tehdidi altında iken ve içeride ekonomik sıkıntılarla boğuşurken, bu sorulara doğru yanıtlar vermek kolay olmasa gerek.

3- *Usûl-i Hendese* (23.9.1797).

Bu eser tezin ana metnini oluşturmaktadır. Eserin Milli Kütüphane 1971 A 617 numaralı basma nüshası esas alınmıştır. 1797 yılındaki ilk baskısından sonra 1805 (1220) yılında Mühendishane Matbaası'nda ikinci kez 100 adet; daha sonra 1852 (1269) yılında İstanbul'da 272 sayfa (14 levha, 15x23 cm.) olarak üçüncü kez ve son olarak da Mekteb-i Harbiye Matbaası'nda 1854 (1271) yılında basılmıştır. 19. yüzyılın birinci yarısı ve belki de ikinci yarısı boyunca bu çeviri temel geometri kitabı olarak okutulmuştur.

Eserin pek çok elyazması nüshası da bulunmaktadır, bunlardan Milli Kütüphane 06 M.K. Yz. A 660 numarada kayıtlı olan nüshası çok okunaklı bir nüshadır; ayrıca siyah, kırmızı ve yeşil renkli mürekkep kullanıldığı için ciddi bir okuma kolaylığı sağlamaktadır. O dönemin elyazması eserleri bazı durumlarda; özellikle de renkli mürekkep ve karmaşık çizim, resim kullanmayı gerektiren durumlarda baskı nüshalardan daha iyi olabilmektedir, çünkü Avrupa'da renkli baskının maliyetini karşılayacak piyasa ve teknoloji varken, devlet desteğiyle ayakta duran Osmanlı Matbaacılığı henüz bu aşamaya gelmemiştir. Eserin farklı yerlerde bulunan: Hazine, nr. 602/1: nesihle 167 yaprak, 16,5x30,2 cm. 27 str; Emanet Hazinesi, nr. 2001: nesihle 151 yaprak, 14,5x22,5 cm. 21 str. H. XIII. (1800) yüzyıl başlarında; Arkeoloji Müzesi, nr. 598: nesihle 165 yaprak, 16x22,5 cm. 19 str. H. XIII. (1835) yüzyıl ortalarında kopyalanan, yazma nüshaları yaygınlığını göstermesi bakımından önemlidir.

Usûl-i Hendese, Woolwich Askeri Akademisi geometri hocası John Bonnycastle'ın 1789 yılında ilk baskısını yapan *Elements of Geometry, Containing the Principal Propositions in the First Six, and the Eleventh and Twelft Books of Euclid, with Notes and Critical and Explanatory* adlı eserinin çevirisidir. Bu çalışmamda eserin, 1798 yılında yapılan ikinci baskısı elde edilmiş ve Tâmânî'nin *Usûl-i Hendesesi* ile karşılaştırılmıştır. Eser'in dış kapağı olmadığı için görülememiştir. İç kapakta ise eserin adı, yazarı, yazarın çalıştığı kurum; Royal Military Academy, edisyonu; ikinci basım, basım yeri; Londra, kimin tarafından basıldığı; Printed for J. Johnson No: 72 St. Paul's Churc-Yard ve basım yılı; MDCCXCVIII yer almaktadır. Bonnycastle'ın çalıştığı kuruma özellikle yer veriliyor görünmektedir.

ELEMENTS

OF

GEOMETRY.

CONTAINING THE

PRINCIPAL PROPOSITIONS

IN THE

FIRST SIX, AND THE ELEVENTH AND TWELFTH BOOKS

OF

EUCLID.

WITH NOTES CRITICAL AND EXPLANATORY.

By JOHN BONNYCASTLE,

OF THE ROYAL MILITARY ACADEMY, WOOLWICH.

THE SECOND EDITION.

LONDON:

PRINTED FOR J. JOHNSON, N° 72, ST. PAUL'S CHURCH-YARD.

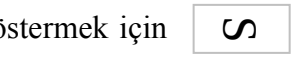
M.DCC.XCVIII.

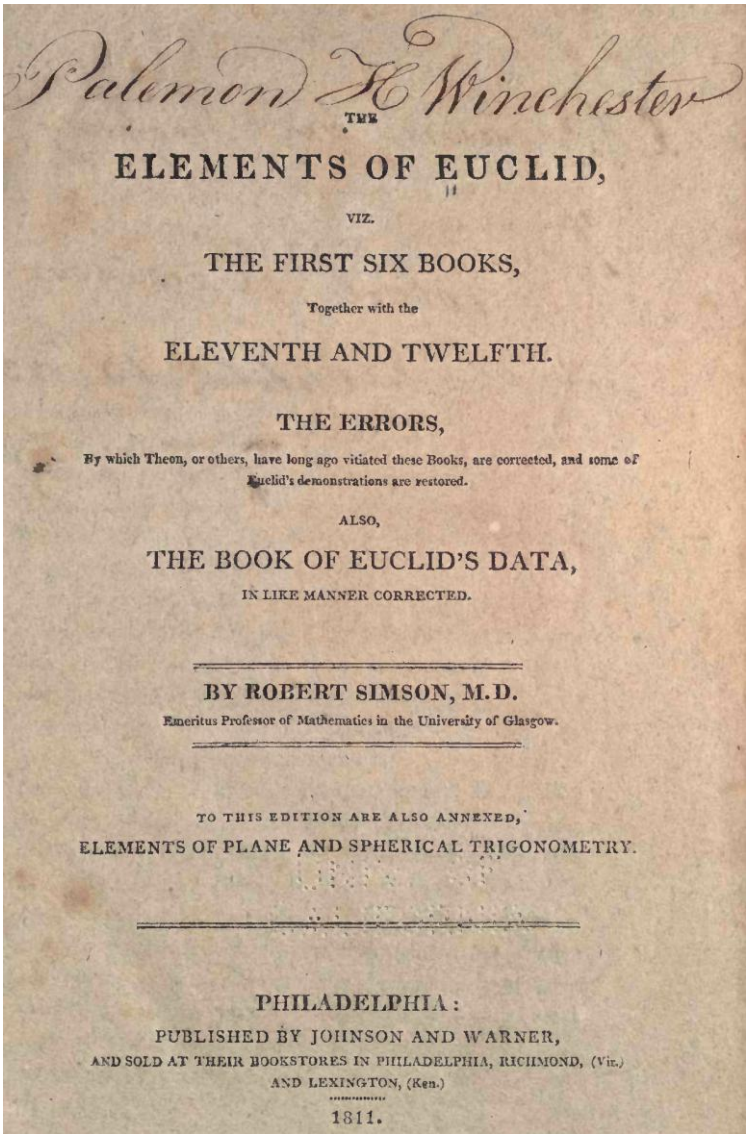
Ardından gelen sayfalarda içindekiler bölümüne yer verilmemiş doğrudan önsöze geçilmiştir. Altı sayfalık bir önsözden sonra "Elements of Geometry, Book I" başlığı verilerek konuya giriş yapılmıştır. Kitap 6 + 272 sayfadır. Kitap esas olarak, önsöz ardından, herbiri Öklid'in bir kitabına karşılık gelen sekiz bölüm, notlar ve gözlemler kısımlarından meydana gelmiştir. Kitabın sol sayfalarının üst kısmında kitabın adı ve sağ sayfaların üst kısmında ilgili bölüm başlıkları bulunmaktadır. Önermeleri ilgilendiren şekiller hemen önermeden sonra verilmiştir. *Usul-i*

Hendese'de ise şekiller bölüm sonlarında, kitap boyutunu aşan katlanmış sayfalar halinde verilmiştir.

Tâmânî de Bonnycastle'ın yaptığı gibi kitabına yaklaşık beş sayfalık bir önsöz ile başlamıştır. Kitabın yeri, yazarı, basım yılı gibi bilgiler ayrı bir sayfada verilmemekle birlikte, bu bilgilere önsözün içeriğinden ulaşmak mümkündür. Tâmânî, Bonnycastle'dan farklı olarak "Usûl-i Hendese I. Kitap" başlığını verip başlamak yerine, bilimin ilk ilkeleri, konusu, aksiyomlar, postülalar, tanımlar hakkında kısaca bilgi vererek konuya giriş yapmıştır. Sayfa üstlerinde Bonnycastle'da olduğu gibi konu başlıkları ve kitabın adına yer verilmiştir. *Usûl-i Hendese* Bonnycastle'ın kitabında olduğu gibi, önsöz, sekiz bölüm, sonda da gözlemler ve itirazlar kısımlarından meydana gelmiştir. Aralarındaki önemli fark, yukarıda ifade edildiği gibi şekillerin ilgili önermeyle birlikte değil bölüm sonlarında toplu olarak verilmesidir ki bunun okumayı güçleştirmekle birlikte basımı kolaylaştıracağı ve maliyeti düşüreceği açıktır.

Bonnycastle'ın *Elementler*'inin çevirisi Tâmânî'nin *Usûl-i Hendese*'sinde Gözlemler ve İtirazlar bölümü de dahil olmak üzere toplam 240 sayfa tamamlanmıştır, ancak Tâmânî çevirisini burada bitirmemiş, "Der Beyan-ı Usûl-i Müsellesât-ı Müstevî" (Düzlem Üçgenlerde Kullanılan Yöntemlerin Açıklanması) adını verdiği düzlem trigonometri konularını içeren yeni bir bölüm eklemiştir. Bu bölümde temel trigonometri bağıntılarını anlatan 2 lemma (fayda) ve 9 tanıma yer verilmiştir. Lemmaların sonunda, son zamanlarda yetişen mühendislerin konuları kolayca anlatmak için bazı işaretler kullandıkları, bu işaretlerin bütün devletlerde ortak olduğu; genel kullanıma uymak için de bunların şekillerinin değiştirilmeden gösterilmesi ve kullanılması uygun görüldüğü belirtilmiş ve söz konusu işaretler

(semboller) anlatımına geçilmiştir. Toplama için "+", çıkarma için "-", iki miktar arasındaki farkı göstermek için  , çarpma için"×" ya da "•", tek bir miktarı anlatmak için $\overline{AB}$, bir miktarın karesi anlatılma istendiğinde "^{2}", bölme için "÷" ya da "$\frac{A}{B}$", eşittir için "=", karekök için "√" işaretlerinin kullanıldığı örnekleriyle birlikte anlatılmıştır. Ardından düzlem trigonometrinin temel bağıntılarını ele alan 19 önerme verilmiş ve bu önermeler için gerekli olan 14 şekil de numaralanmış bir biçimde bölümün sonuna eklenmiştir. Tâmânî'nin *Usul-i Hendese*'si Bonnycastle'ın kitabı gibi toplam 272 sayfadır, ancak bunun 240 sayfası Bonnycastle'dan yapılan çeviri, geri kalan 32 sayfalık düzlem trigonometri bölümü ise Glasgow Üniversitesi profesörlerinden Robert Simson'un (1687-1768) *The Elements of Euclid the first six Books, eleventh and twelfth, to this edition are also annexed Plane and Spherical Trigonometry* adlı eserinin düzlem trigonometriye ait bölümlerinin Tâmânî tarafından düzenlenmiş bir çevirisidir. Söz konusu eserin 1756 yılındaki 6. baskısında düzlem ve küresel geometri bölümünün eklendiği çeşitli kütüphane kataloglarında görülmektedir, ancak ben 1811 yılında Philadelphia'da basılan edisyonuna ulaşabildim. Bu edisyonun 479 ile 492 sayfaları arasında ele alınan düzlem geometri bölümünde de 2 lemma (fayda), 9 tanım ve 14 önerme bulunmaktadır. Tâmânî'ni de kendi bölümünde 19 önerme ile konuyu anlatmakla birlikte şekil sayısı 14'tür ve içerikler tamamen örtüşmektedir. Ancak Simson *Elementler* bölümünün aksine şekilleri katlanabilir sayfa halinde son bölüme eklediği ve elimdeki nüshanın da şekilleri barındıran kısmı zarar gördüğü için şekilleri karşılaştıramadım. Bu eksikliğe rağmen Tâmânî'nin bu bölümü Simson'dan çevirdiği, ancak kolaylık sağlamak için bazı teknik düzenlemeler yaptığı hükmünü vermek yanlış olmayacaktır.



Palemon H Winchester

THE

ELEMENTS OF EUCLID,

VIZ.

THE FIRST SIX BOOKS,

Together with the

ELEVENTH AND TWELFTH.

THE ERRORS,

By which Theon, or others, have long ago vitiated these Books, are corrected, and some of Euclid's demonstrations are restored.

ALSO,

THE BOOK OF EUCLID'S DATA,

IN LIKE MANNER CORRECTED.

BY ROBERT SIMSON, M.D.

Emeritus Professor of Mathematics in the University of Glasgow.

TO THIS EDITION ARE ALSO ANNEXED,

ELEMENTS OF PLANE AND SPHERICAL TRIGONOMETRY.

PHILADELPHIA:

PUBLISHED BY JOHNSON AND WARNER,

AND SOLD AT THEIR BOOKSTORES IN PHILADELPHIA, RICHMOND, (Vir.) AND LEXINGTON, (Ken.)

1811.

4- ***İmtihan el-Mühendisîn*** (9.8.1802).

Hüseyin Rıfkı Tâmânî'nin İngilizce'den çevirerek hazırladığı bu 115 sayfalık risaleden önce 40 adet; 1805 (1220) yılında Mühendishâne'de ders kitabı olarak kullanılmak üzere yeniden 100 adet;[200] 1830 (1246) ve 1844 (1260) yıllarında olmak

[200] Beydilli, s. 255.

üzere dört kez basılmıştır. Kuramsal ve uygulamalı 88 önermeyi ele alan bir geometri eseridir.[201]

5- ***Mecmûa el-Mühendisîn*** [1805 (1220)].

Kitap maddeler halinde düzenlenmiş, bilgi verilen her unsura bir madde numarası verilmiştir. Eser, toplam 291 maddeyi içeren 293 sayfa ve bu sayfaların akabinde katlanabilir 15 sayfa halinde şekiller bölümünden oluşmaktadır. Yazarın önsöz diye adlandırabiceğimiz ilk sayfalarda verdiği bilgiye göre eser bir mukaddime, iki bölüm ve bir hatime olarak düzenlemiştir.

Eserin içeriği hakkında yazar tarafından ayrıntılı bir içindekiler bölümü oluşturulmadığından kitaptaki konuların rahatlıkla izlenebilmesi ve değerlendirilebilmesi için aşağıda verilen içindekiler bölümü hazırlanmıştır.

İçindekiler

I. Önsöz: 2-6.

II. Giriş (Mukaddime): Tanımlar ve İşaretler 6-33.

II.1 Tanımlar: Temel tanımlar (1-93. maddeler) 6-31.

II.2 Kitapta kullanılan işaretler: 10 sembol (94. madde) 31-33.

III. Birinci Bölüm: Geometri bilgisi kullanılarak yapılan işlemler 34-167.

III.1 Kısım: Doğrular ve Yüzeylerin Oluşturulması (95-155 maddeler) 34-71.

IIII.2 Kısım: Düzgün cisimler (156-173. maddeler) 71-73.

III.3 Kısım: Koni kesitlerinin çizimi (174-185. maddeler) 73-94.

III.4 Kısım: Arazi ölçümü işlemleri (186-216. maddeler) 94-168.

IV. İkinci Bölüm: Ölçme bilimi 168-261.

[201] Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü*, Cilt 1, İstanbul 1999. s. 269.

IV.1 Kısım: Düzlem yüzeylerin ölçülmesi ve bazı ebadların elde edilmesi (217-257. maddeler) 168-215.

IV.2 Kısım: Cisim ve cisim yüzeylerinin ölçülmesi ve bazı ebadların elde edilmesi (258-280. maddeler) 216-261.

V. Sonuç (Hatime): Top inşası ve bazı malzemeye dair (281-291. maddeler) 262-293.

VI. Ek: Kitabın sonunda 15 katlanabilir sayfa halinde şekiller.

Kitaba başlanırken açıkça dibace ya da önsöz adlandırması yapılmamıştır, fakat ilk altı sayfalık bölümde yazar kitabı neden yazdığını açıkladığı ve içeriği hakkında kısaca bilgi verdiği için bu bölümün önsöz olarak adlandırılmasında sakınca görülmemiştir.

Önsözde verilen bilgilere göre kitap eğitim ve öğretim çalışmalarında kullanılmak, harita yapımında, ölçme işlemlerinde, ordu yerleri düzenlemede, palanga yapımında ve top atışı konularında bilgi vermek için yazılmıştır.

GİRİŞ (Mukaddime 1-94. maddeler) bölümü iki altbölüme ayrılmıştır.

Birinci altbölüm'de 93 madde halinde cisim, yüzey, doğru, nokta, eğri, yarı eğri gibi geometrinin temel unsurlarının tanımları, sonra açı ve açı türleri, şekil, daire ve daireyi oluşturan unsurların tanımları, daha sonra dörtgen, üçgen ve üçgen türleri, dörtgen ve çokgen türleri, bunların özellikleri, açı mikdarı, açı ölçüm aletinin tanımı, akabinde benzer şekiller ve cisim ve cisim kesitleri, prizma, piramid, silindir, koni ve düzgün cisimler, paraboloid, elipsoid, küre ve küre kesitleri, son bölümde de üçgen kenarları ve açı kenar ilişkileri gibi geometrinin en temel unsurları ve bu unsurlarla işlem yapmayı olanaklı kılacak tanımlar verilmiştir. Tanımlar verilirken hemen altında tanımın anlaşılmasını sağlayacak şekiller de verilmiştir. Tanımların veriliş

düzeni ve açıklamalar pedagojik açıdan oldukça başarılıdır. Tanımlar verilirken kullanılan adlar ve terimler Arapça esas alınarak verilmiştir, fakat açıklamalar bölümündeki Türkçe sözcükler konunun neredeyse Arapça bilmeyen bir kimsenin de anlayacağı düzeye yakındır.

İkinci altbölüm (94. madde). Tek madde ile ele alınan ikinci alt bölümde ise kitapta kullanılan Tâmânî'nin işaret adını verdiği toplama, çıkarma, çarpma, kesir çizgisi, parantez, fark, karekök, eşittir ve orantılıdır sembolleri tanıtılmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM (Birinci Fasıl 95-216. maddeler).

Yukarıda verilen 94 maddeden sonra geometri (hendese) bilgisi kullanılarak yapılan işlemlerin işlendiği birinci bölüme geçilmiştir. Birinci bölüm de kısım adı verilen dört altbölüme ayrılmıştır.

Birinci altbölümde (birinci kısım 95-155. maddeler) doğruların istenilen oranlarla bölünmeleri, daireye teğet ve kiriş çizilmesi, istenilen büyüklükte açıların çizilmesi, gönye kullanımı, üçgen, dörtgen, çokgen, içe ve dışa daire çizimleri, ölçek kullanılarak şekillerin çizilmesi gibi Tâmânî'nin doğruların ve yüzeylerin oluşturulması adını verdiği konular işlenmiştir.

İkinci altbölümde (ikinci kısım 156-173. maddeler) üçgen, dörtgen prizma çizimleri, düzgün çokgen prizma çizimleri, platonik cisimlerin çizimleri, küre dilimleri çizimleri konuları ele alınmıştır.

Üçüncü altbölümde (üçüncü kısım 174-185. maddeler) koni kesitleri çizimleri ve koni kesitlerinde yapılan işlemler ele alınmıştır.

Dördüncü altbölümde (dördüncü kısım 186-216. maddeler) yüzey ve yüzey ölçüleriyle yapılan işlemler anlatıldığı ifade edilmekle birlikte daha çok matematik coğrafya, haritacılık ve istihkam hesaplarına yönelik bilgi verilmiştir.

186. maddede Fransız ve İngiliz temel uzunluk ölçülerinin Osmanlı temel ölçü birimleri olan zira ve usbu ile olan oranları verilmiş ardından 1'den 100'e kadar birer birer 100'den 1000'e kadar yüzer yüzer 1000'den 10000'e kadar biner biner artımlarla 1 Osmanlı zirasının kaç Fransız kadem ve usbu ettiğini gösterir bir tablo, daha sonra da 1'den 100'e kadar birer birer 100'den 1000'e kadar yüzer yüzer 1000'den 10000'e kadar biner biner artımlarla 1 Fransız kademinin kaç Osmanlı zira, usbu ve usbunun yedide biri ettiğini gösterir başka bir tablo verilmiştir. Bunlarla yetinilmemiş 1'den 24'e kadar 1 ziranın kaç usbu ve hat yaptığını gösterir başka bir tablo da verilmiştir.

187. maddeden 216. maddeye kadar olan bölümde haritacık ve matematik coğrafya tekniklerinden yararlanmak için gerekli olan aletler ve yöntemler tanıtılarak bunların kullanımı öğretilmeye çalışılmıştır. Bunlar verilirken başka devletlerin uzunluk ölçüleri ile Osmanlı devletinin uzunluk ölçüleri arasındaki oranları verilmiştir. Bunlar verilirken İbrahim Edhem Paşa'nın yaptığı gibi modern bir biçimde değil anlamayı güçleştiren tablolar halinde verilmiştir. Özellikle 194. madde ilgi çekicidir çünkü bu maddede anlatılan hesaplama tekniğinde birim çemberin yarıçapı 10 alınmıştır.

194. maddede yeryüzü üzerinde bulunan düzlem açıları derece ve dakika cinsinden bilmek ya da Yeryüzüne çizmeyi sağlayacak değerler tablo halinde verilmiştir. Tâmânî söz konusu tabloyu kendisinin hazırladığını ifade etmiştir. Bu tabloyu hazırlamak için Tâmânî, bir daire içine yarıçapları 10 zira olan iki doğru çizmiş ve bu doğruların uçlarını birleştirmiştir. Birleştirilen doğru, yani ikizkenar üçgenin taban uzunluğu aracılığıyla da bu tabana karşılık gelen açıları hesaplamıştır. Hesaplamayı şu şekilde yapmıştır: Dairenin merkezindeki ikizkenar üçgenin tepe

açısını iki eşit parçaya bölen, aynı zamanda tabanına dik ve onu da iki eşit parçaya ayıran bir doğru çizmiştir. Bunun sonucunda taban uzunlukları bilinen birbirine eşit iki dik üçgen elde etmiş ve bu dik üçgelerden birini kullanarak sinüs tabloları aracılığıyla merkezde oluşan açısal değeri elde etmiş ve ardından da bu açının iki katını alarak merkezdeki açıyı hesaplamıştır. Tâmânî kenarları 10'ar zira olan ikizkenar üçgenin tabanını önce 0,05 zira olarak almış ve 0,05'lik artımla 20 ziraya kadar olan bütün taban uzunluklarının açısal değerlerini derece ve dakika cinsinden vermiştir. Dairenin içine ikizkenar üçgen çizmesi ve dairenin yarıçapını 1 zira yerine 10 zira alması ve açıları 90 derece yerine 180 dereceye kadar hesaplaması, amacının o dönemde uzunluk ve arazi ölçümünde zira esas alınarak uygulanan bir pratik uzunluk ve alan ölçme yöntemine yardımcı tablonun hazırlanması olduğunu göstermektedir.

Bununla birlikte dairenin yarıçapını 1 zira olarak almaması yeni yöntemlerin değil eski yöntemlerin tercih edildiğini ya da uzunluk ve arazi ölçümü için kullanılan aletlerin eski bir yönteme uyularak hazırlandığını göstermektedir. Hem buradaki hesaplamalardan hem de başka yerlerdeki hesaplama yöntemlerinden onluk ve ondalık sisteme tam olarak geçilmediği, arka planda altmışlık sistemle ondalık sistemle yapılan işlemlerin sağlamasının yapıldığına ilişkin belirtiler görülmektedir.

216. maddede Osmanlı ağırlık ölçüleri ile İngiliz ve Fransız ağırlık ölçü birimleri ve bunların nasıl Osmanlı ağırlık birimlerine çevrileceği onluk hesaplama sistemini esas alan modern bir teknikle değil mümkün olduğu kadar hesap yapmayı gerektirmeyecek tablolar halinde verilmiştir. Bu madde birinci bölümün son maddesidir.

İKİNCİ BÖLÜM (İkinci fasıl, 217-261. maddeler).

İkinci bölüm ölçme bilimi ve bazı büyüklüklerin elde edilmesine ilişkin olup kısım adı verilen iki altbölüme ayrılmıştır.

Birinci altbölümde (birinci kısım, 217-257. maddeler) üçgen üzerine ve içine çizilen dairelere ilişkin uzunluk, alan hesaplamaları, bu hesaplamalarda gerekli olacak 2'den 10'a kadar sayıların karekökleri ve küpköklerini gösterir tablo, dörtgen, paralelkenarlar, yamuk, çokgen alan hesapları verilmiştir.

Bunlar verildikten sonra daire alanı ve π sayısının yaklaşık değeri konusuna geçilmiştir. Bu sırada Arşimed'in dairenin alanını tüketme yöntemiyle nasıl hesapladığı kısaca anlatılmış, Uluğ Bey'in astronomu Kâşî'nin bulduğu π değerinden söz edilmiştir. Buradaki üsluptan yararlandığı kaynağın kesinlikle Batılı bir kaynak olduğu ortaya çıkmaktadır. Daha da önemli bir nokta Tâmânî π sayısını kesinlikle bir sayı gibi (irrasyonel ya da aşkın) ele almamış, π sayısını ifade etmek istediğinde bir sayıyı ifade eder gibi değil sayısal olarak ifade edilemeyen bir oranı ifade eder gibi çevrenin çapa yaklaşık oranı deyimini kullanmıştır, elbette π çevrenin çapa yaklaşık oranıdır fakat her defasında uzun uzun sözcüklerle bunu ifade etmesi ve π'nin yarısı, dörtte biri, altıda biri demek yerine bunu uzun uzun sözcüklerle anlatması ve istisnasız her defasında yaklaşık oran olduğunu söylemesi, onun için herhangi bir kısaltma ya da sembol kullanmaması geometriyi açık bir biçimde modern öncesi ve Öklidci sınırlar içinde anlama ve işleme iradesinin göstergesidir. Bununla birlikte Tâmânî'nin tercih ettiği ya da bir biçimde eserlerinden yararlandığı kimselerin de Bonnycastle gibi, aynı eğilimde olduklarını gözardı etmemek gerekir.

Daire alanından sonra, daire dilimi, ok,[202] uzunluğu, daire yarıçapı 1 alındığında derece, dakika ve saniye cinsinden bir açısal büyüklüğün daire çevresinde karşılık geldiği yay uzunluğunu (radyan) gösterir tablo, ok uzunluğu ile yarıçapı 1 alınan daire kesmesinin alanını 0,001'den 0,001 artımla 0,500'e kadar gösterir tablo ve parabol ile elipslerin dörtgenlerle olan oranları, yani alan ilişkileri işlenmiştir.

İkinci altbölümde (ikinci kısım, 258-280. maddeler) 276. maddeye kadar prizma, piramid, silindir, koni, kesik koni, küre, paraboloid, elipsoid gibi üç boyutlu cisimlerin alan ve hacim hesapları anlatılmıştır.

276. maddede ise cisimlerin ağırlığını belirlemek için gerekli olan birim ağırlığın nasıl belirlendiğinin açıklaması yapılmıştır. Burada, birim kabul edilen bir hacimdeki yağmur suyunun ağırlığının birim ağırlık olarak kabul edildiği ve diğer cisimlerin ağırlıklarının söz konusu birim hacim ve ağırlıktaki yağmur suyuna bağlı olarak belirlendiği ifade edilerek demir, bakır, madeni tuz, nehir kumu, gürgen, ardıç ağacı, altın suyu, nehir suyu ve inek sütü gibi çeşitli katı ve sıvı maddelerin bağıl ağırlıkları tablolar halinde verilmiştir. Bunlar verilirken Efrenc kitaplarından aynen aldığı da Tâmânî tarafından açıkça ifade edilmiştir. Cisimlerin ağırlıklarından hacimleri, hacimlerinden ağırlıklarının nasıl hesaplanacağı da örneklerle anlatılmıştır.

Burada önemli bir ayrıntı saklıdır, ölçü ve ağırlık birimleri çağlar boyunca yöreden yöreye, ülkeden ülkeye farklılık göstermiştir. Bu durum geçmişte de pek çok bilim adamını rahatsız etmekle birlikte bir çözüm bulunamamıştır. Fransız Kralı

[202] Sehm; ok, segment height, sagitta, gerilmiş bir yayda bulunan okun kirişle ok ucu arasındaki mesafesi.

XVI. Louis aralarında Monge, Meusnier, Borda, Coulomb, Vandermonde, Brisson, Tillet, Lavoisier, Haüy, Legendre, Mechain'in de bulunduğu bir komisyona ölçü ve ağırlık birimlerindeki karışıklığı önleyecek bir ölçü ve ağırlık sistemi oluşturmaları yönünde emir vermiştir. 1789 Fransız Devrimi'nin getirdiği siyasal karışıklık çalışmaları yavaşlatmakla birlikte Cumhuriyetçiler'in de çalışmaların devamını desteklemesiyle ölçü ve ağırlık komisyonu çalışmalarına devam etmiştir. Önce bir sarkacın salınımları esas alınarak bir ölçü birimi hazırlanmak istenmiş fakat bunun sakıncaları görülerek bundan vazgeçilmiş, ardından Fransız Bilimler Akademisi 19 Mart 1791 yılında göksel meridyenin çeyreğinin esas alınması önerisini getirmiştir. Çeyrek dairenin ölçülmesi görevi Delambre ile Mechain'e verilmiş ve çalışmalar 1792'den 1798'e kadar sürmüştür. Çalışmaları hızlandırmak isteyen komisyon 1 Ağustos 1793 tarihinde Dunkirk'den Collioures'e uzanan Paris meridyenini esas alan yeni bir sistem önermiştir. Önerilen sistemde uzunluk birimi olarak metre ve metrenin onlu katları, ağırlık birimi olarak da metrenin onda biri küpündeki (bir desimetre küp) saf suyun ağırlığı ve onun katları esas alınmıştır. Çalışmalar ilerlemiş ve 7 Nisan 1795 yılında çıkan Yasa ile bugün kullandığımız metrik sisteme geçilmiştir. 1798 yılında çeyrek dairenin hesaplanmasının tamamlanması ile birlikte Temmuz 1798'de bütün ülkeler standarta nihai halin verilmeleri çalışmalarına davet edilmiştir. Daha sonra da 10 Kasım 1799 yılında sistem nihai halini almıştır.[203]

Tâmânî'nin belirli hacimdeki saf su ağırlığını birim ağırlık olarak alması, Fransa'da yapılan bu çalışmalardan ve getirilmek istenen sistemden haberdar olduğunu açıkça göstermektedir. Bağıl ağırlıkları belirlemek için kullandığı yöntem metrik sistemle ortaya konulan sistemin bir parçasıdır, Tâmânî bağıl ağırlıklar için

[203] 11 Ekim 2007. http://histoire.du.metre.free.fr/en/index.htm

benimsediği ölçme yöntemini neden uzunluk ölçüleri için benimsememiştir? Sitemin mantığı açıkça onluk sayı sistemine dayanmaktadır ve onluk sayı sistemini kullananlar için getireceği kolaylığın da anlaşılmaması mümkün değildir. Öyleyse Tâmânî neden onluk sisteme dayanan metrik sistemin cazibesine kapılmamıştır? Daha da ileri giderek neden hiç metreden ve metrik sistemden söz etmemiştir? Bu konuda kesin bir yargıya varmak için dönemin daha pek çok bilimsel metnini incelemek gereklidir, fakat Tâmânî'nin yenileşmeci ya da yenilik düşkünü bir kimse olmadığı sonucuna varmak da yanlış olmayacaktır.

277. maddede ise Osmanlı Devletinde su miktarını ölçmek için kullanılan birimleri ve ölçüm yöntemleri anlatılmışır.

278. maddede serbest düşme, Avrupalıların hesapladığı kütle çekim miktarı ve bundan yararlanarak serbest düşmede hız, zaman ve mesafe hesaplarının nasıl yapılacağı Öklidci oranlama yöntemiyle anlatılmıştır.

279. maddede eğik atış hesaplamalarının nasıl yapılacağı konusu ele alınmıştır.

280. maddede düzgün piramid şeklinde bir araya getirilen gülle yığınlarındaki gülle sayısının nasıl hesaplanacağı ayrıntılı olarak anlatılarak ikinci bölüm bitirilmiştir.

SONUÇ BÖLÜMÜ (hatime, 281-291. maddeler).

Tâmânî hatime adını verdiği son bölümde top yapımı ve bazı malzemeleri ele almıştır. 281. maddede Osmanlı Devleti'nde 1220 (1805) yılında yapılan düzenlemelere göre top çeşitleri ve top aksamının zira cinsinden büyüklükleri iki tablo ile verilmiştir.

282. maddede kara ve denizde kullanılan topların nasıl dizayn edileceği ve yapılacağı geometri yoluyla anlatılmıştır. Tâmânî, bu anlatımın kendisinin olduğunu özellikle vurgulamıştır, fakat hem bu maddenin hem de daha sonraki maddelerin anlaşılmasında elzem olan çizimler kitabın sonunda bulunmamaktadır. Bu yüzden bu madde ve bu maddeden sonra anlatılan konular yeterince anlaşılamamıştır. Anlaşıldığı kadarıyla, Tâmânî bu maddede top ve top aksamının büyüklük ve uzunluklarının ne olması gerektiğini anlatmaktadır.

283. maddede top lalesinin çizimi ayrıntılı olarak anlatılmıştır, fakat bunun için gerekli olan çizim kitapta bulunmadığından bir değerlendirme yapılamamıştır.

284. maddede yine topun başka bir parçasının çizimi anlatılmıştır, fakat çizim olmadığından anlaşılamamıştır.

285. maddede küre boyunlu topların kundaklarının yapımı anlatılmıştır, Tâmânî bu maddede kendisinin ordu ile birlikte söz konusu kundakların üretimi için de görevlendirildiğini, bunun için takatının üzerinde bir güç harcadığını belirtmiştir. Yine çizim olmamasından dolayı bir değerlendirme yapılamamıştır.

286. maddede ordu toplarına özgü kundakların; 287. maddede top kundağında bulunan yasdıkların; 288. maddede kundak yüzeyinin nasıl çizileceği ve 289. maddede muhasara ve kale toplarına özgü kundakların nasıl yapılacağı anlatılmıştır. Ancak, gerekli çizimler olmadığından ne tür bir çiziminin amaçlandığı yeterince anlaşılamamıştır.

290. maddede ok, orta ve yastıkların aynı eğimde olmaları için gerekli dizayn anlatılmış ve 1805 (1220) yılında yapılan düzenleme üzere top ölçü ve büyüklüklerini gösterir iki tablo verilmiştir.

291. maddede top arabalarını çekmek için koşumlarda olması gereken beygir mikdarı daha önceki dönemin mukavemet yasalarına dayanılarak anlatılmıştır. Ayrıca bu maddede somun tekerleğin kullanımının yarattığı sorunlar anlatılarak belirli bir türde dingilin ve parmak tekerleklerin neden tercih edilmesi gerektiği uzun uzun anlatılmıştır. Avrupalılar'ın da somun tekerleği artık kullanmadıkları bilgisi verilerek parmak tekerlekleri kullanmanın ekonomikliği ve pratikliği hakkında bilgi verilerek hatime ve eser sonlandırılmıştır.

Eserin son bölümünde anlatılan top ve top arabası yapımı maddelerinin anlaşılması için gerekli olan 6 şekil kitapta bulunmamaktadır. Bunun teknik bir sorundan mı yoksa başka bir nedenden mi kaynaklandığı anlaşılamamıştır.

Osmanlı Matematik Literatürü'nde verilen bilgilere göre "Tâmânî tarafından III. Selim devrinde, 1802 (1217) yılında geometri ve harp sanatı konularında yazılmış değerli bir eserdir. Bu cihetle geometrinin pratik sahadaki tatbikatından bahseder. Bir mukaddime, iki bab, bir hatimeden meydana gelir. Mukaddime tariflere, birinci bab geometri işlemlerine, ikinci bab mesaha meselelerine ayrılmıştır. İçinde 284[204] mesele vardır. Uygulamalı geometri ve ölçüler hakkında kıymetli bilgiler verir. Hatime kısmı top imali ve top çeşitlerinden bahseder. 1802 (1217), 1805 (1220) yıllarında Mekteb-i Fünun-u Bahriye Matbaası'nda taş basma, 1856'da (1273) aynı matbaada dizgi basma, 1830 (1246), 1844 (1260), 1852 (1269), 1857 (1274), 1864 (1281), 1868 (1285), 1869 (1286) yıllarında Matbaa-i Amire'de ve

[204] 291 olarak düzeltilmesi gerekir.

1824 (1240) ile 1831 (1247) yıllarında Bulak'da olmak üzere on iki baskı yapmıştır (Karatay, II, 676; Özege, III. 1058-1059; Tarazi, I, 311)".[205]

Yukarıda verilen bilgilerden de anlaşılacağı üzere uzunca bir süre okunan, okutulan ve ders kitabı olarak kullanılan eserin; matematik-mühendislik eğitiminde belirleyici bir rol oynadığı açıkça görülmektedir. Adından da anlaşıldığı üzere eser, değişik kaynaklardaki bilgilerin biraraya getirilmesi sonucunda oluşturulmuş bir derlemedir. Eser pek çok yönden önemli olmakla birlikte iki yönden çok önemlidir. Birincisi eserin içeriğine alınan konular, ikincisi ise bu konuların ele alınış biçimidir. Osmanlı Yönetimi'nin Mühendishâne'yi acil ihtiyaç duyduğu bilgileri üretmesi için kurdurduğu düşünülürse, kitabın ele aldığı konular amaç açısından doğru seçilmişlerdir ve kuşkusuz o dönemde çok işe yaramışlardır. Fakat kitapta ele alınan konuların işleniş yöntemleri için aynı şeyi söylemek mümkün değildir. Çünkü Tâmânî eserini yazmak için eski ve yeni yöntemleri içeren pek çok eserden yararlanmış, fakat tercihlerini zorunlu haller dışında eski yöntemler lehine kullanmıştır. Bu tercihler çok önemli olmuştur, çünkü bu tercihlerle neredeyse yarım yüzyıl hatta bazı bakımlardan daha uzun sürecek bir eğitim müfredatını ve bu müfredattaki konuların işleniş yöntemlerini belirlemiştir. Bu durum o dönem için ayrıca daha önemlidir, çünkü Osmanlı Yönetimi'nin yanlış seçimlerle yazılan kitaplar yerine, hızlı bir biçimde yenilerini basacak ne gücü, ne yetişmiş insanı ne de zamanı vardır. Dönem teknik bilgi veren Türkçe kitapların az olduğu ve olanları kullanmanın zorunlu olduğu bir dönemdir. Tâmânî, bu koşullar altında amaca yönelik konuları doğru seçmiş, ancak aynı doğru seçimi yöntemler noktasında

[205] Ekmeleddin İhsanoğlu, Ramazan Şeşen, Cevat İzgi, *Osmanlı Matematik Literatürü*, Cilt 1, İstanbul 1999. s. 270.

yapamamıştır. Kuşkusuz Tâmânî'nin bu seçimlerini haklı kılacak koşullar mevcuttur, fakat seçimlerin eğitime katkısının yetersizliği de ortadadır.

6- *El-Medhal fi el-Coğrafya*

1816 (1232) yılında Mühendishane Matbaasında 88 sayfa olarak basılmıştır.[206] Matematik coğrafyaya dair kitabın "kısm-ı evvel" ve "kısm-ı sani" adları verilen ilk iki bölümünde özellikle geometri ve doğa bilimlerine dair bazı konular ele alınmıştır. Yazar bu konuları ileride coğrafyaya giriş için bir ön hazırlık olması için kitabına almıştır. Bundan sonra gelen "makale-yi evvel" adlı bölümün "eflak-ı külliyenin aded ve tertibatı (gökkürelerinin sayısı ve düzeni)" ve "alet-i küre üzerinde talim ve tefhim olunacak eşyayı coğrafiyyun beyninde meşhur ve mütearref istılahatı (küre üzerinde kullanılan aletlerin adları ve kullanımı)" başlıklarıyla yavaş yavaş coğrafya ile ilgili konulara geçiş yapmıştır.[207]

Kutup, burçlar bölgesi, gezegen yörüngeleri, kutup yörüngesi, bölgeler, ölçüm dairesi, göksel meridyen, ufuk dairesi, tepe ve ayak açısı, kutup yüksekliği, meridyen uzunluğu, enlem uzunluğu, saat dairesi konularının işlendiği on beş ayrı faslın ardından "küre-yi arz üzerinde ber vech-i sual ve cevab olunacak mesail (Küre üzerinde sorulacak sorular ve yanıtları)" başlıklı pratik amaçlı bazı bilgilerin verildiği bölüm gelmektedir. Bu bilgilerden bazıları şunlardır: Gün ve gecenin saat uzunluğu, gün ve gece yarılarının tesbiti, güneşin doğuş ve batış saatlerinin tesbiti.

---

[206] Süleymaniye Kütüphanesi, Tırnovalı Demirbaş No 001620.

[207] Mehmet Parmaksız, *Hüseyin Rıfkı Tamani'nin "El-Medhal Fi`l-Coğrafya" adlı eseri üzerine bir araştırma*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, T. C. Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Felsefe (Bilim Tarihi) Anabilim Dalı, Ankara 2002.

Kitap daha çok coğrafyanın astronomi ve geometri ile ilgili bölümlerine ağırlık vermektedir. Bu yönüyle de coğrafya bilimiyle uğraşmak isteyenler için hazırlanmış bir giriş kitabıdır. 1831 (1247), 1850 (1266), 1858 (1274), 1861 (1277), 1869 (1285), 1876 (1292) yıllarında yeniden basılmıştır. [208]

Bursalı Mehmmet Tahir Bey'in verdiği bilgilere göre, *Usûl-i İstihkâmât, Usûl-i İnşa-i Tarîk*, *Humbara Cedveli*, Arapça *İrtifa Risâlesi*, Arapça *Ferîde el-Münîre fî İlm el-Küre* adlı eserleri de bulunmaktadır.

[208] Ekmeleddin İhsanoğlu ed., *Osmanlı Coğrafya Literatürü Tarihi*, cilt I, s. 176-177, İstanbul 2000.

USÛL-İ HENDESE'NİN TANITIMI

USÛL-İ HENDESE'NİN TANITIMI

A) Değerlendirme

Önsöz

Tâmânî eserinin önsözüne dönemin geleneğine uygun olarak önce Tanrı'ya, sonra Peygamber'e ve yakınlarına şükür ve dualar ederek başlamıştır.

Ardından, geometriyi en kesin kanıtları veren ve doğru yola götüren bilim olarak tanımlamış ve onunla ilişkili olan bilim dallarını sıralamıştır: Astronomi, ölçme ve coğrafya. Sadece bu üç bilim dalının adını vererek onlara dikkat çekmesi oldukça anlaşılır bir durumdur. Çünkü o dönemde İmparatorluk'da söz konusu bilim dallarını Batılı bilim adamları kadar bilen ve bu bilgiyi Batılı mühendisler kadar uygulamaya dönüştürecek nitelikli insan gücüne ihtiyaç duyulmaktadır ve bunların sayısı yok denecek kadar azdır. Tâmânî bu bilim dallarının adını anarak çok ihtiyaç duyulan bir konuda yazdığını vurgulama gereği duymuştur. Bununla da yetinmemiş ve geometri bilgisi gerektiren savaş sanatları, yardımcı savaş sanatları ve gemi yapımından söz ederek, bütün bunlar için de geometri eğitim ve öğretiminin gerekli ve zorunlu bir ihtiyaç olduğunu göstermek istemiştir.

Ayrıca, geometrinin yukarıda sözü edilen uygulamalı yararları göz ardı edilse bile, mantık gibi insan zihnini geliştirmede ve doğru sonuçlar çıkarmaya yöneltmede etkisinin göz ardı edilemeyeceğini belirterek, her durumda geometri öğrenmenin ciddi yararları olduğunu anlatmayı da gerekli görmüştür.

Geometri yoluyla elde edilen bilginin sınanabilirliğine ve yaşamın her alanında kullanılabilirliğine işaret ederek soyut bilgi üretimiyle değil, somut ve yaygın kullanımı olan bir bilgi türüyle uğraştığını vurgulamak istemiştir.

Geometriye ilişkin bilginin zorunluluğunu ve yararlarlarını ortaya koyduktan sonra, bu fennin (Tâmânî geometriyi bazen bir ilim, bazen de fenn olarak adlandırmaktadır) hangi kaynaklardan elde edilebileceği hakkında açıklamalarda bulunmuştur. Ona göre, söz konusu fenni öğretmek için hazırlanmış olan eski kitaplar, ifadelerindeki karışıklık nedeniyle amacına ulaşmakta yetersiz kalmışlardır. Yeni kitaplar ise, eskilerin karışık ifadelerle anlattıkları bu konulara, gereksiz şeylerle uğraşmamak adına çok kısa yer vermişler, bu yüzden de geometrinin amacının yeterince anlaşılmasını sağlayamamışlardır.

Tâmânî'nin ifadelerinden yeni kitapların kim ya da kimler tarafından yazılan kitaplar olduğu anlaşılmamaktadır, fakat eskilerin kitaplarından Öklid'in *Elementler*'ini ve onun farklı kimselerce yazılan farklı edisyonlarını kastettiği anlaşılmaktadır.

Tâmânî'ye göre geometrinin amacını yeterince açıklayan eski kitapların en ünlüsü ve en saygını Öklid'in *Elementler*'idir, ancak bu kitaplarda da tanımlar, postülalar ve aksiyomların anlatımı karışıktır. Ayrıca problem ve teorem biçiminde verilen önermelerin, kanıtlarının ortaya konuluşu çok karışık ve düzenlenişi güç olmalarından dolayı, amaç ve yararlarının sergilenmesine engel teşkil edecek şekildedirler. Dahası, önermelerin kanıtlanmasında çok karışık ve dolambaçlı yollar kullanılmış, gereksiz yere uzun uzadıya anlatımlarda bulunulmuş, gereğince derine inilmemiş, Öklid'in özgün ifadeleri zamanla değişmiştir.

Tâmânî, Öklid'in *Elementler*'ine ilişkin bu açıklamaları verdikten sonra, geometri aracılığıyla doğru sonuçlara ulaşılıyorsa ve bu sonuçlar çıkarılırken mantık kurallarına uyuluyorsa ve mantık kuralları da en doğru yol olarak kabul ediliyorsa, geometride Öklid'in gösterdiği yolun ve tavrın en yararlı ve en layık olanı olduğuna

hükmederek, değişime uğramasına rağmen bu tavra mümkün mertebe uymanın en yeterli ve en yararlı sonuçları vereceği düşüncesine ulaşmıştır.

Bu noktadan sonra eserini çevirdiği yazar hakkında, İngiltere üstatlarından en dirayetli, hünerli ve Matematiksel Bilimler'de emsallerinin en üstünlerinden olan ve araştırmasındaki dikkatiyle ünlenen, bilim sahibi bilgin John Bonnycastle'in yukarıda anlatılan ilke ve amaçlara uygun olarak, Öklid'in ününü hakeden kitabını özetleme, ayıklama ve ıslah etme, düzeltme isteğiyle 1789 senesinde kaleme aldığı bilgisini vermiştir.

Ardından John Bonnycastle'ın eserini hazırlarken önemli ve gerekli olmayan giriş kısmını ve sözleri attığını, uygun olmayan önermeleri dikkatle incelediğini ve doğru yöntemlerle bazılarını ayırdığını, bazılarını birleştirdiğini, kökenlerinde bulunan yanlışları ve başka yerlerde bulunan hataları da eski haline uygun olarak düzelttiğini ve geometri ile ilgisi olmayan, aritmetiğe ve ölçmeye dair birkaç kitabı (bölümü) ve Platonik beş düzgün cisim bölümünü çıkardığını, bu sayede başka konuları içermeyen, saf geometriye ilişkin sekiz kitap (bölüm) halinde yazdığını belirtmiştir.

Tâmânî, söz konusu eserin geometri konularını ele aldığını ve sınanabilir gözlemlere dayandığını belirtmiş, buradan da cihadın en önde gelenlerinden olan askerî sefer düzenlemede ne kadar yararlı olduğunu, bu yüzden de Tanrı'nın izni ve Hilafet'in koruyucusu III. Selim'in inayetiyle çeviriyi tamamladığını ifade etmiştir.

Hem bunları anlatırken hem de Bonnycastle'dan söz ederken, rahatsızlık verecek derecede abartılı övgü sözcükleri kullanılmıştır. Çeviriyi İngiliz asıllı mühendis Selim ile birlikte yaptığı bilgisini vermiştir; fakat Selim'in sadece İngilizce konusunda mı katkıda bulunduğu, yoksa matematiksel içeriğe de mi katkı yaptığı

hususu belirsiz kalmıştır. Kitabın hangi tarihte tamamlandığı konusuna önsözde değinilmemiştir, ancak son bölümde bu tarihin 23 Eylül 1797 Cumartesi günü olduğu açıkça yazılmıştır.

Tâmânî, Kuran-ı Kerim dışında başka bir kitabın hatasız olamayacağından dolayı, kitabında görülebilecek yazım hatalarını okuyanların düzeltmeleri dileğinde bulunmuştur; fakat baskı hataları yönünden 1950'li, 1960'lı ve 1970'li yıllarda yazılan Türkçe kitaplara göre çok daha başarılı olduğu görülmektedir, üzerinde durulmaya değmeyecek kadar az yazım ve basım hatası bulunmaktadır.

En son paragrafta ise, Tâmânî sadece çeviri ile yetinmediğini, işlenilen konuya ve kitaba ilişkin o ana değin aklına gelmeyen bazı gözlem ve itirazlarını da kitabın sonuna eklediğini, söz konusu fenni ve dayandığı yöntemi gerektiği gibi zihninde canlandırmak ve anlamak isteyenlerin, kitabın sonuna eklenen gözlemler kısmındaki yazılanlara başvurmalarını tavsiye ederek önsözünü bitirmiştir.

Kitabın neredeyse tamamı satır satır Bonnycastle'nin metninin çevirisi iken, bu son bölümde Tâmânî konunun daha iyi anlaşılması için fazladan bilgiler vermiştir. Verdiği bu fazladan bilgiler sayesinde, Tâmânî'nin geometri anlayışı hakkında açık ve kesin bir yargıya ulaşabilmekteyiz.

Bonnycastle ise önsözünde dua, şükür ve kitabı yazmasına olanak tanıyanlara teşekkür etme ihtiyacı hissetmemiştir. Geometrinin ölçme, astronomi ve coğrafya ile yakından ilişkili olduğundan da bahsetme gereği duymamıştır. Ayrıca, savaş ve yardımcı savaş sanatları için geometrinin ne kadar gerekli olduğuna da değinmemiştir. Kısacası Tâmânî gibi geometri dışı konulara dayanarak, onun gerekliliğini göstermek, yazdığı kitaba geometri dışı gerekçeler bulmak durumunda kalmamıştır. Böylesi yarar ve gerekçe bulma işini, yaklaşık iki yüzyıl önce 1570

yılında Henry Billingsley'in İngilizce'ye çevirdiği *Elementler*'in editörlüğünü yapan ve ona önsöz yazan John Dee yerine getirmiştir.[209]

Bunun yanında Bonnycastle'nin değindiği, fakat Tâmânî'nin sessiz kaldığı noktalar vardır. Bunlardan birincisi, geometri konularının bazı yazarlarca cebirsel olarak ele alınıp anlatılmasıdır ki Bonnycastle bunu doğru bulmamıştır. İkincisi, başka bazı yazarların konuyu yeni ortaya çıkan ilkelerle anlatmalarıdır ki bu ilkelerin neler olduğu konusunda bilgi verilmediği için bunlar anlaşılamamıştır. Üçüncüsü ise, ilk altı kitapta tamamen Öklid'e ve geometrik yöntemine sadık kalındığı halde, cisimler (üç boyutlu) ile ilgili sonraki kısımlarda Öklid'e tamamen sadık kalındığında karışıklık ve belirsizlikten kaçınılamayacağından, tam anlamıyla geometrik yönteme bağlı kalınmadığının, bunun yerine farklı bir kanıtlama yöntemi tercih edildiğinin ve bu yöntemin Cavalerius[210] tarafından ilk kez tanıtılan yöntemden daha az itiraz götürür olduğunun belirtilmiş olmasıdır.

---

[209] *Henry Billingsley, The Elements of Geometrie of the most auncient Philosopher Euclide of Megara*, basan John Daye, Londra 1570. s. önsöz.

[210] Bonaventura Francesco Cavalieri (1598 Milan - 1647 Bologna), Öklid'ten etkilenerek matematiğe yönelmiş ve Galileo ile karşılaştıktan sonra kendisini bir astronomi öğrencisi olarak görmüştür. 1635 yılında yazdığı *Geometria indivisibilis continuorum nova* adlı eserinde Arşimed'in tüketme yöntemini Kepler'in sonsuz küçükler hesabıyla bağlantılı olarak geliştirmiştir. Bu yöntem, çeşitli geometrik cisimlerin alanlarının ve hacimlerinin kolayca ve hızla hesaplanmasını sağlamıştır. http:\www\MacTutor\www-gap.dcs.st-and.ac.uk\~history\Mathematicians\Cavalieri.html (26.10.2007)

Tâmânî, eserinin diğer bölümlerinde olduğu gibi önsözde de görece çağdaş sayılabilecek geometricilerin isimlerini anmaktan kaçınmıştır. Önsöze ilişkin olarak yukarıda söz edilen farklılıklar dışında, Tâmânî'nin metni ile Bonnycastle'nin metni arasında kayda değer bir farklılık bulunmamaktadır.

I. Kitap

Tâmânî, ilk kitaba başlarken giriş niteliğinde bilgiler vermiştir. Burada her bilimin bir konusu, ilk ilkeleri ve promlemleri olduğunu ve bir bilimin konusu ile kastedilenin onun özsel ilineklerinin ele alınması olduğunu belirtmiştir. Sonra, geometri biliminin konusunun, özünde belirli ve sürekli nicelik olduğunu ve miktar adı verildiğini ifade etmiştir.

Daha sonra da bilimin ilk ilkelerini, problemlerin bağlı olduğu şey olarak tanımlamıştır. Bu ilk ilkeleri de, bütün bilimler tarafından tanımları kullanılan, apaçıklığı onaylanan, diğer önermelerin kendisinden çıkarıldığı ve kendisine dayanılarak tasım yapılan şeklinde tarif etmiş ve ikiye ayırmıştır:

Eğer bu açık önermelerin bizatihi kendileri kanıt ise ona aksiyom denildiği, kendileri bizatihi kanıt olmayıp, doğru oldukları sanısıyla kabul edilirlerse buna postüla denildiği bilgisini vermiştir.

Bilimin problemlerini de, betimsel ve apaçıklığı onaylanan ilkelerle bir araya getirilerek oluşturulan ve bizatihi kendisi kanıtlanmaya çalışılan önermeler olarak tanımlamıştır. Geometri bilimindeki bu önermeleri de uygulamalı ve kuramsal olarak ikiye ayırmıştır. Önce problemin içindeki eksiklik tamamlanıp, sonra kanıtlaması yapılan önermelere uygulamalı (dava-i amelî, problem) önerme, bu işlem yapılmadan sadece kanıtlaması yapılan önermelere de kuramsal önerme (dava-i nazarî, teorem) adını vermiştir.

Her kitaba betimsel ve apaçıklığı onaylanan ilkelerle (tanımlar, postülalar ve aksiyomlar) başlanmasının çok önemli ve zorunlu olduğunu belirtmiş ve tanımlar kısmıyla da konuya başlamıştır.

Tanımlar

İlk önce cisim, cisim aracılığıyla yüzey, yüzey aracılığıyla çizgi, çizgi aracılığıyla da noktayı tanımlamıştır. Öklid'in sıralamasına uyulmamıştır, çünkü *Elementler*'de nokta, çizgi, yüzey sıralaması izlenmiş, cisim tanımı XI. Kitap'ın 1. Tanım'ında yapılmıştır. Bu durum hem Bonnycastle hem Tâmânî tarafından bilinmektedir. Ancak, cisim tanımının başa alınarak daha iyi bir sistematik izleneceği düşüncesiyle bu sıralama değişikliği yapılmıştır. Bu sıralama değişikliğinin neden yapıldığı da gözlemler ve itirazlar bölümünde açıklanmıştır.

Ardından doğru çizgi, eğri çizgi ve sistematiği bozan bir biçimde daha ayrıntılı bir yüzey tanımı, düzlem açı, dikme, dik açı, geniş açı, dar açı tanımları verilmiştir.

Başka bir kategoriye geçilerek önce şekil tanımı verilmiş, ardından şeklin bir alt türü gibi düşünülerek nitelikleriyle birlikte daire, doğru çizgili şekil, üçgen ve kenar, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, çeşitkenar üçgen, dik üçgen ve dik açının kirişi anlamına gelen hipotenüs, geniş açılı üçgen, dar açılı üçgen ve kiriş tanımları verilmiştir.

Yine, başka bir kategoriye geçilmiş ve önce paralellik tanımı verilmiş, sonra dörtgen, paralelkenar, çap, köşegen, taban ve tepe açısı tanımları verilmiştir.

Tâmânî toplam 27, Bonnycastle ise 24 tanım vemiştir. Tâmânî'nin fazladan verdikleri 1) Eğri çizgi 2) Çeşitkenar üçgen 3) Dar açılı üçgen tanımlarıdır. Yapmış olduğu bu ilave tanımlarla anlamlı bir katkı yaptığını söylemek mümkün değildir.

Öklid'in *Elementler*'inde ise toplam 23 tanım bulunmaktadır.

Tâmânî bu tanımları verdikten sonra kitapta geçecek olan üç önemli kavramın açıklamasını yapmıştır. 1) Uyarı (tenbih, scholium), 2) Sonuç (netice, corollary), 3) Fayda (fayda, Lemma). Bonnycasle'da bu kavramların açıklaması aksiyomlar verildikten sonra yapılmıştır.

Postülalar

Hem Tâmânî'de hem de Bonnycastle'da toplam dört postüla verilmiştir ve aralarında bir farklılık bulunmamaktadır.

1) Herhangi iki nokta arasını bir doğru çizgi ile birleştirmek mümkündür.

2) Sınırlı bir doğru çizgiyi aynı doğrultuda istenildiği kadar uzatmak mümkündür.

3) Herhangi bir noktadan istenilen büyüklükte bir daire çizmek mümkündür.

4) Bir doğru çizgi, birbirine paralel iki çizgiden birini bir noktada keserse, o çizgi aynı doğrultuda uzatıldığında paralel çizgilerden diğerini de keser.

Öklid'in dördüncüsü postülası olan "Bütün dik açılar birbirine eşittir" postülasına yer verilmemiştir. Ancak hem Bonnycastle hem de Tâmânî iki dik açının birbirine eşit olduğunun kanıtlandığı I. Kitap 8. Önerme'yi ele aldıkları Gözlemler ve İtirazlar bölümünde Öklid'in bunu aksiyomlar arasına aldığını, fakat bunun yanlış olduğunu postüla ya da tanımlar arasına alması gerektiğini söylemişlerdir. Ancak gerçekte Öklid bunu postülaları arasına almıştır. Anlaşılan Bonnycastle'nin elindeki metin hatalı ya da eksik metindir ve bu yüzden böyle bir değerlendirme yapmıştır.

Tâmânî ve Bonnycastle'da 4. Postüla olarak verilen gerçekte Öklid'in 5. postülası olan ünlü paraleller postülası üzerine bir değerlendirme yapılmamıştır, fakat Tâmânî'nin 23., Bonnycastle'ın 20. ve Öklid'in 23. tanımında verilen "Paralel

çizgiler, aynı düzlem yüzey üzerinde bulunan ve sonsuza kadar uzatılsalar da asla kesişmeyen doğru çizgilerdir" tanımı üzerine Gözlemler ve İtirazlar bölümünde diğerlerine göre uzun sayılabilecek bir değerlendirmede bulunmuşlardır. Bu değerlendirmede Öklid'in bir tanımı negatif bir nitelikle yapması eleştirilmiş ve bunun yerine daha iyisini koymak isteyenlerin bulunduğu, ancak başarılı olamadıkları belirtilerek ve bu tanım olmadan paralellik özelliklerinden yararlanılamayacağı ifade edilerek tanım kabul edilmiştir.

Tâmânî bu tanımla ilgili son değerlendirmelerini yaparken 4. (5.) postülaya atıfta bulunmuş ve "Kaldı ki, bir doğru çizgi başka iki doğru çizgiyi kestiğinde, kesen çizginin bir tarafının içinde bulunan iki açı toplamı iki dik açıdan küçük olsa, söz konusu çizgiler o tarafa doğru uzatıldığında birbirileriyle kesişirler diye ifade edilen problemi ortaya koyan Öklid mi yahut başka bir kimse miydi hâlâ bilinmemektedir, ancak her kim olursa olsun bu problemi postülalardan addetmesi geometrinin şanına yakışır" şeklinde düşüncelerini ifade etmiştir.

Aksiyomlar

Hem Bonnycastle hem de Tâmânî'de dokuz, Öklid'de ise beş aksiyom bulunmaktadır. Bonnycastle ve Tâmânî açıklık getirmek düşüncesiyle gereksiz yere aksiyom sayısını artırmışlardır.

1- Aynı şeye eşit olan şeyler, birbirine eşit olurlar.

2- Eşitler eşitlere eklenirse, toplamlar da birbirine eşit olur.

3- Eşitler eşitlerden çıkarılırsa, kalanlar da birbirine eşit olur.

4- Eğer eşitler eşit olmayanlara eklenirse, toplamlar da eşit olmaz.

5- Eğer eşitler eşit olmayanlardan çıkarılırsa, kalanlar da eşit olmaz.

6- Şeyler aynı şeyin iki katı olsa, o şeyler de eşit olur.

7- Şeyler aynı şeyin yarısı olsa, o şeyler de eşit olur.

8- Herhangi bir bütün, kendi parçaları toplamına eşittir.

9- Nesneler birbirine çakışsalar ya da birbirinin mekanını doldursalar, birbirine eşit olurlar.

Tâmânî'nin dördüncü aksiyomu ikinci aksiyomun, beşinci aksiyomu da üçüncü aksiyomun gereksiz tekrarıdır. Altıncı ve yedinci aksiyomlar ise büsbütün gereksizdir, çünkü ikinci ve üçüncü aksiyomlarda anlatılan genel durumun özel halleri olduğu açıkça görülmektedir, bu nedenle ayrıca aksiyom şeklinde belirtilmelerine gerek yoktur.

Öklid'de "Bütün parçadan büyüktür" biçiminde ifade edilen Bonnycastle'ın sekizinci aksiyomunun açıklık getirilmek amacıyla değiştirildiği gözlemlenmektedir.

Bonnycastle dokuzuncu aksiyomun Öklid'de "şeyler, nesneler" olan öznesini "miktarlar, büyüklükler" biçimine dönüştürerek daraltmış, sanki yalnızca geometriye özgüymüş gibi ele almıştır. Ayrıca fazladan mekan doldurma özelliğini eklemiştir. Tâmânî öznenin miktarlar biçiminde değiştirilmesine itibar etmeyerek "şeyler, eşya" öznesini tercih etmiş, fakat mekan doldurma özelliğini olduğu gibi korumuştur.

Bonnycastle'ın aksiyomların en temel niteliklerine, bütün bilimler için, mantık ve felsefe için de geçerli olan niteliklerine, yeterince özen göstermeden ele aldığı görülmektedir.

Tâmânî'nin I. Kitab'a başlarken tanımlar, postülalar ve aksiyomlar hakkında kısa da olsa bilgi verme ihtiyacı hissetmesini, Bonnycastle'ın yukarıda sözü edilen yaklaşımına örtük bir eleştiri olarak görmek de mümkündür.

Önermeler

I. Kitapta geometrinin temelini oluşturan doğru çizgiler, bu çizgilerle çizilen üçgenler, benzer üçgen olma kuralları, üçgen alanları, dörtgenler ve paralelkenarlılar, bunların benzerlikleri ve alanları ve açı ve açılar yardımıyla kurulan benzerlikler konuları ele alınmıştır.

Önermeler eski geleneğe uygun olarak problem ve teorem şeklinde ikiye ayrılmıştır. İlk önerme, eşkenar üçgenin geometrik yöntemle; yani yalnızca taksimatsız cetvel ve pergel kullanılarak nasıl çizileceğinin kanıtlamasının yapıldığı problem diye sınıflandırılan önermedir. *Elementler*'de bütün kanıtlamalar sadece taksimatsız cetvel ve pergel kullanılarak yapılır, eğer böyle yapılmazsa geometrik yönteme uyulmamış demektir ve makbul sayılmaz. Günümüzde Öklid'in metnine en yakın, özgün metin gibi kullanılan Heath'in *Elementler*'inde önermelerin problem ve teorem şeklinde ayrılmadığı, bu geleneğin terk edildiği gözlemlenmektedir.

Bonnycastle ve Tâmânî'de 35, Heath'de ise toplam 48 önerme bulunmaktadır. Ancak Bonnycastle'ın dolayısıyla Tâmânî'nin bazı önermeleri birleştirerek verdiği ve Heath'in I. Kitap 46. önermesinin II. Kitap 1. önermede, I.Kitap 47. önermesinin II. Kitap 14. önermede ve I. Kitap 48. önermesinin de II. Kitap 15. önermede verildikleri göz önüne alınırsa, sayısal eksikliğin gerçek bir eksikliği göstermediği anlaşılır.

II. Kitap

Hem Bonnycastle hem de Tâmânî 7 tanım vermişlerdir ve tanımları arasında bir farklılık bulunmamaktadır. Dörtgenler ve paralelkenarlar, bunların bölümleri ve gnomon (alem) tanımları verilmiştir.

Önermeler kısmında dörtgenlerin, üçgenlerin alanları ve uzunlukları ile ilgili geometrik cebir adını verebileceğimiz işlemler ve ünlü Pisagor bağıntısı anlatılmıştır.

Bonnycastle toplam 22, Tâmânî ise toplam 23 önermeye yer vermiştir. Tâmânî'nin eklediği 23. önerme Heath'in II. Kitap 9. önermesidir. Öklid bu önermeyi X. Kitap 60. önermeden önce verilen lemmayı kanıtlamada kullanmıştır. Bu, geometrik cebir işlemleri için çözüm kolaylığı getiren bir önermedir.

Heath'de 2 tanım ve 13 önerme bulunmakta, fakat Bonnycastle ve Tâmânî'nin I. Kitap'ta olan eksiklikleri buradaki fazlalıklarla tamamlanmış olmaktadır.

III. Kitap

Hem Bonnycastle, hem Tâmânî hem de Öklid'de 11 tanım verilmiştir. Bonnycastle ve Tâmânî'nin tanımları tamamen aynıdır, Heath'in tanımlarıyla da çok önemli bir farklılık bulunmamaktadır.

Bu kitapta daire, dairenin alanı, kesişen daireler, daire dilimi, çevre açı, merkez açı özellikleri, teğet olma ve teğet olmanın getirdiği özellikler işlenmiştir. Bonnycastle ve Tâmânî toplam 30 önerme vermiştir, hepsi de birebir örtüşmektedir. Heath ise toplam 37 önerme vermiştir. Daha önceki kitaplarda verilen önerme sayısındaki farklılık nedeniyle bu fark oluşmuştur, yapısal bir farklılık bulunmamaktadır.

IV. Kitap

Bonnycastle toplam 9 tanım vermiş, Tâmânî ise toplam 8 tanım vermiştir. Aralarındaki farklılık Bonnycastle'nin 7. ve 8. tanımlarını Tâmânî'nin birleştirip tek bir tanım haline getirmesinden kaynaklanmaktadır. Verilen tanımlar açısından bir farklılık bulunmamaktadır. Heath ise 7 tanım vermiştir.

Bu kitapta bir daire içine bir dörtgen ya da çokgen çizilmesi, bir dörtgenin ya da çokgenin köşelerinden geçen bir dairenin çizilmesi, bunlardan ortaya çıkan özellikler işlenmiştir.

Hem Bonnycastle, hem Tâmânî, hem de Heath 15 önerme vermiştir ve önermeler arasında bir farklılık bulunmamaktadır.

V. Kitap

Tâmânî 10 tanım, Bonnycastle ise 9 tanım vermiştir. Bonnycastle ve Tâmânî'nin tanımları aynıdır. Tâmânî, Bonnycastle'ın iki tanımını birleştirmiş ve kendisi bir tanım eklemiştir. Ancak eklediği bu tanım fark yaratacak bir tanım değildir. Heath ise 18 tanım vermiştir.

Bu kitapta oran orantı konusu ele alınmıştır. Bir miktarın alt ve üst katları, orantılı dörlünün toplama, çıkarma, çarpma, bölme özellikleri, bu işlemlerin çizgiler aracılığıyla nasıl yapılacağı konuları işlenmiştir.

Tâmânî 19 önerme, Bonnycastle ise 18 önerme vermiştir. Tâmânî'nin önermesi, fazladan verdiği fark yaratmayan tanımını örneklemek içindir. Heath ise 25 önerme vermiştir.

VI. Kitap

Bonnycastle 8 tanım, Tâmânî 7 tanım, Heath ise 4 tanım vermiştir. Tâmânî bir önceki kitapta fazladan verdiği bir tanımı doğal olarak burada vermediği için, bir eksik tanım vermiş görünmektedir.

Bu kitapta da oran orantı konusu işlenmiştir, ancak daha çok üçgenlerin, dörgenlerin alanları ve kenarları arasındaki orantılar üzerinde durulmuştur.

Tâmânî 28 önerme, Bonnycastle 27 önerme, Heath ise 33 önerme vermiştir. Tâmânî, Bonnycastle'ın 16. önermesini ikiye ayırıp iki ayrı önerme olarak ele aldığı

için önerme sayısı artmıştır, içerik yönünden herhangi bir önemli farklılık bulunmamaktadır.

VII. Kitap

Bu kitapta ele alınan konular Öklid'in XI. Kitab'ında ele alınan konuların bir bölümünü oluşturmaktadır. Zaten Bonnycastle'ın kitabı da "*Elements of Geometry, Containing the Principal Propositions. In the First Six, and the Eleventh and Twelfth Books of Euclid, with Notes Critical and Explanatory*, by John Bonnycastle, of The Royal Military Academy, Woolwich" adını taşımaktadır.

Hem Bonnycastle hem de Tâmânî 7 tanım vermiştir ve hepsi birbirinin aynıdır. Ancak Heath 28 tanım vermiştir, nedeni de XI. Kitab'ın tamamını vermiş olmasıdır. Bonnycastle, Öklid'in XI. Kitab'ını kendi bakış açısına uygun olarak özetlemiş ve özellikle üç boyutlu açılara ilişkin ayrıntılı tanımları ve önermeleri çıkarmıştır. Tâmânî de aynen onu takip etmiş, tanım ve önerme sayısında ve içeriğinde bir değişikliğe gitmemiştir.

Bu kitapta düzlem yüzeyler, yüzeylerin kesişmesi, yüzeye dik ve paralel çizgiler ele alınmıştır.

Bonnycastle ve Tâmânî 14 önerme, Heath ise 39 önerme vermiştir.

VIII. Kitap

Bu kitap aslında Öklid'in XII. Kitabı'dır. Bonnycastle 15 tanım, Tâmânî 12 tanım vermiştir, ancak Tâmânî Bonnycastle'ın üç tanımını birleştirdiği için içerik açısından bir farklılık bulunmamaktadır. Bonnycastle'ın, dolayısıyla da Tâmânî'nin bu kitaptaki bütün tanımları XI. Kitabın verilmeyen tanımlarıdır, çünkü Öklid'in XII. Kitab'ında hiç tanım verilmemiştir.

Bu kitapta cisimlerde açılar, benzer cisimler, prizma türleri, küp, onların alanları ve hacimleri ele alınmıştır.

Bonnycastle 24 önerme, Tâmânî ise 23 önerme vermiştir. Tâmânî açıklayıcı iki önerme eklemiştir ki bu önermelerin ikisinde de orta orantılı prizmalar ele alınmıştır ve verilişleri oldukça başarılıdır. Bununla birlikte, orta orantının başarılı bir biçimde tekrar edilmesinden öte bir anlam taşımamaktadır.

Bonnycastle toplam 23 önerme, Tâmânî ise fayda dediği lemma da dahil edilirse 25 önerme vermiştir, önermelerin önemlice bir kısmı aslında Öklid'in XI. Kitab'ına aittir. Heath ise 18 önerme vermiştir.

Hem Bonnycastle hem de Tâmânî kitabının son kısmına geometri fenninde derinleşmek isteyenler için "Gözlemler ve İtirazlar" adıyla bir bölüm eklemiştir.

Gözlemler ve İtirazlar

Bonnycastle bu bölümde kitabın yapısına, verilen tanım ve önermelere ilişkin gözlemlerine ve değerlendirmelerine yapılabilecek muhtemel ihtirazlara ve onların yanıtlarına yer vermiştir.

Tâmânî ise doğrudan tanım ve önermelerin değerlendirmesine geçmemiş, nicelik, nicelik türleri ve miktar gibi geometri ya da matematik felsefesinin temel kavramlarını ele alan açıklayıcı bilgiler vermiştir. Bu bilgiler, Bonnycastle'dan almadığı kendi özgün görüşleri ya da başka kaynaklardan derlediği bilgilerdir. İster başka kaynaklardan derlenmiş ister kendi görüşleri olsun, bu bilgiler onun geometri bilgisini ve anlayışını açığa çıkaran en özgün bölümlerdir. Bu yüzden bu tezin sonuç kısmında ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

I. Kitap

I. Kitap 1. Tanım'a ilişkin değerlendirmesinde Bonnycastle, Öklid'in cisim tanımını XI. Kitap'ta verdiğini oysa "yüzey, çizgi ve nokta tanımlarının cisim tanımı aracılığıyla yapıldığından daha önce verilmesi gerektiğini belirtmiştir. Ancak, konu bütünlüğü açısından böylesi ötelemelerin yapılabileceğini bunun da yanlış olmadığını ifade etmiştir. Tâmânî de Bonnycastle'ın bu değerlendirmesini aynen almıştır.

Bonnycastle I. Kitap 2., 3., 4., Tanımların değerlendirmesini tek bir maddede ele almış ve Dr. Simson'un nokta, çizgi ve cisim tanımlarını farklı şekilde yapmasını eleştirmiştir. Tâmânî ise çevirisinde bu eleştirilere yer vermeyi gerekli görmemiş, 1. tanımdan bunlar (2, 3,4) açık hale gelir demekle yetinmiştir.

Tâmânî, Bonnycastle'in I. Kitap 5, 6, 7. tanımları tek tek ele alarak değerlendirdiği bölümleri vermeyi gerekli görmemiş, doğrudan 8. tanıma geçmiştir. Bonnycastle'ın değinmediği, Öklid'in 8. tanımında verilen boynuz açı (horn angle) kavramını ele almış ve bu tür açıya yapılan itirazların yerinde olduğunu belirtmiştir. Bu da, Öklid'in *Elementler*'inin aslına daha yakın bir metninin Tâmânî'nin elinde bulunduğunu göstermektedir.

I. Kitap 9. ve 10. Tanımlara ilişkin olarak Tâmânî, Bonnycastle'in Öklid'in dik açı ile dikmeyi tek bir tanımla vermesine yönelttiği eleştiriyi tekrar etmiştir.

Tâmânî'nin I. Kitap 14. Tanıma ilişkin verdiği değerlendirme, Bonnycastle'in I. Kitap 13. tanımıdır. Bonnycastle burada Barrow'un[211] daireyi "düzlem yüzey üzerinde sınırlı bir doğru çizginin bir ucu sabit kılınıp, bu çizginin söz konusu

[211] *Elementler*'i (1660) Latince'den İngilizce'ye bir kez daha çeviren Trinity College, Cambridge'de Newton'un geometri hocalığını yapan Isaac Barrow (1630-1677).

düzlem üzerinde döndürülmesi ve hareket ettirilmesinden hasıl olan şekle daire ve sabitlenen noktaya da merkez ve diğer ucunun çizdiği eğriye de çevre adı verilir" biçiminde tanımlamasını eleştirmiştir. Bonnycastle'in bu tanımdan rahatsızlığı, tanımın hareket aracılığıyla yapılmasından kaynaklanmaktadır. Saf geometrik yöntemle hareketin tanımlanmadığı, bu nedenle hareket aracılığıyla tanım yapılamayacağını söyleyerek Öklid'in tanımının daha yerinde olduğunu ve bu nedenle tercih edildiğini belirtmiştir.

Barrow'un tanımını Tâmânî adını vermeden, "bazı mühendisler daireyi şu şekilde tanımlamışlardır" biçiminde vermiş ve Öklid'in tanımı daha anlaşılır ve yararlı olduğu için Öklid'in tanımının tercih edildiğini ifade etmiştir.

Bu noktada Tâmânî'nin hareketten hiç söz etmemesi dikkat çekicidir. Bonnycastle'ın hareket aracılığıyla tanım yapılması eleştirisine Tâmânî neden yer vermemiştir? Geometride hareket aracılığıyla tanım yapılmasına Tâmânî karşı mıdır değil midir? Bu sorulara kesin yanıtlar bulmak mümkün olmamakla birlikte, bazı tahminlerde bulunulabilinir. Eğer Tâmânî hareketten söz ederek hareket nedeniyle Barrow'un tanımını yanlış bulduğunu söyleseydi, Bonnycastle'in yapmaya ihtiyaç duymadığı bir şeyi yapmak zorunda kalacaktı: Neden hareket kullanılarak geometrik tanım yapmanın yanlış olacağı sorusuna yanıt vermek. Çünkü bu konuları ele alan ve Tâmânî'yi önceleyen Türkçe yazılmış eserler yoktur. Ayrıca, nicelik konusunda açıklama yaparken, harekete ilişkin verdiği bilgileri neden kitabına aldığını da açıklaması gerekecektir. Muhtemelen bu ve benzeri düşüncelerle Tâmânî harekete ilişkin bölümü çıkarmıştır. Günümüzde de bazı çevirmenlerin çevirisini yaptıkları eserin sorun olabilecek, anlaşılmayan ya da daha derin açıklamalar gerektiren ifade,

paragraf ve bölümlerini attıkları göz önüne alınırsa, bu olasılık hiç de yabana atılacak bir seçenek değildir.

I. Kitap 23. Tanım Tâmânî'nin 23., Bonnycastle'ın 20. ve Öklid'in de 23. tanımıdır. Öklid burada paralelliğin ne demek olduğunu tanımlamıştır. Bunu yaparken de negatif bir nitelik kullanmıştır. Bu durum en başından beri eleştirilmiştir, fakat yerine daha iyisi konulamadığı ve paralellik özelliğinden yararlanmak da zorunlu olduğu için kullanılmaya devam edilmiştir. Bonnycastle ve Tâmânî bu duruma dikkat çekmişler, hem Bonnycastle hem de Tâmânî yapılan eleştirilere ve değerlendirmelere eserlerinde yer vermişlerdir. Ancak Bonnycastle bu eleştirileri ve değerlendirmeleri yapanların isimlerini, Dr. Simson, Cavalerius, Dr. Austin[212] ve eleştirdikleri noktaları açıkça belirtirken, Tâmânî isimleri anmamış, bazı mühendisler demeyi tercih etmiştir.

I. Kitap 1. Önermeye ilişkin olarak hem Bonnycastle hem de Tâmânî, Öklid'in iki dairenin kesiştiğini açıkça belirtmemesini eleştirmişlerdir.

I. Kitap 2. Önermede, Proclus ve başkaları A noktasının yerine göre belirsizlik ortaya çıktığını söylerler ve bu belirsizliği ortadan kaldıracak ifadeler kullanırlar. Hem Bonnycastle hem Tâmânî böyle bir şeye gerek olmadığının açıklamasını yapar.

Burada dikkat çekici olan, Tâmânî'nin dönemin modern sayılabilecek geometricilerinin adını anmazken, Proclus gibi İslâm kaynaklarında da adı geçen bir geometricinin adını anmasıdır.

[212] *An Examination of the first six Books of Euclid's Elements* by William Austin... Oxford, 1781.

I. Kitap 3. Önermeye ilişkin olarak Tâmânî, Bonnycastle'ı tekrar eden önemsiz bir ayrıntı üzerinde durur.

I. Kitap 4. Önermeye ilişkin olarak Bonnycastle, bu önermenin kanıtlanışının çok mekanik bulunduğunu ve bu yüzden eleştirildiğini, fakat eleştirilerin haksız olduğunu, çünkü bir üçgenin diğer bir üçgen üzerine yerleştirilmesinin gerçek bir yerleştirme olmadığını, bunun ancak zihinsel bir kurgu olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca başka bir kanıtlama yolu olmadığı için bunun zorunlu olduğunu belirtmiştir. Tâmânî de aynı görüşleri tekrar etmiş ve "pek çok kere problem (ameli) deyu itiraz edilmiştir" ifadesini kullanmıştır.

Öklid'in kanıtlamasına bazen çakıştırma (superimposition) yöntemi adı verilmiştir. Ancak bu Öklid'in tercih ettiği bir yöntem değildir ve çok nadir kullanmıştır. I. Kitap 5. Önermeye ilişkin olarak Tâmânî, Öklid'in ikizkenar üçgende tabanın altındaki açıların eşitliğini kanıtladığını, bunun çok fayda sağlamayacağından tabanın üstündeki açıların eşitliğinin kanıtlandığını Bonnycastle'dan aktarmıştır.

I. Kitap 6. Önermeye ilişkin olarak Tâmânî, sadece uzun olmasının kanıtlanmasının yeterli olmadığını, kısa olmadığının da kanıtlanması gerektiğini, kendilerinin de bunu yaptığını Bonnycastle'dan aktararak belirtmiştir.

I. Kitap 7. Önerme'nin Öklid'in I. Kitap 8. Önermesi olduğu ve Öklid'inkinden farklı daha genel bir kanıtlama yapmak amacıyla değiştirildiği, Bonnycastle'den aktarılarak anlatılmıştır.

I. Kitap 8. Önerme'ye ilişkin olarak, hem Tâmânî hem Bonnycastle ellerindeki *Elementler* metinlerinde "bütün dik açılar birbirine eşittir" postülasına yer verilmediği için Öklid'i eleştirmişlerdir, fakat bu yanlıştır gerçekte Öklid'in

Elementler'inde 4. Postüla olarak durmaktadır. Eleştiriler yanlış bir veriye dayandığı için haksızdır.

Tâmânî I. Kitap 12. Önermeye ilişkin olarak, Öklid'in dairenin sınırlı doğru çizgiyi iki noktada kesmesini açıklamamasını ve kanıtlamamasını Bonnycastle'dan aktararak eleştirmiştir.

I. Kitap 13. Önerme'de her durumda iki açının toplamının iki dik açıya eşit olması gerektiği Bonnycastle'dan aktarılarak vurgulanmıştır.

I. Kitap 16. Önerme'nin neden Öklid'inkinden farklı olarak düzenlendiği Bonnycastle'dan aktarılarak açıklanmıştır.

I. Kitap 18. Önerme Bonnycastle tarafından değerlendirmeye alınmamıştır. Tâmânî ise en açık görülen unsurların bile neden kanıtlanması gerektiği açıklanmıştır.

I. Kitap 19. Önerme'nin kanıtlanışının Öklid'de yetersiz olduğu iddia edilerek başka bir kanıtlamanın neden yapıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

I. Kitap 28. Önerme'den elde edilen iki sonucun muğlak olduğu ve Öklid tarafından verildiği konusundaki kuşkular Bonnycastle'dan aktarılarak dile getirilmiştir.

I. Kitap 31. Önerme'in Öklid'den daha kapsamlı bir şekilde üçgenleri ve paralelkenarları kapsayacak şekilde anlatıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak ifade edilmiştir.

I. Kitap 33. Önerme'de, Öklid'in I. Kitap 42, 44, 45. önermelerinden daha yararlı sonuçlar elde etmek amacıyla ne gibi değişiklikler yapıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

I. Kitap 34. ve 35. Önermelerin Öklid'in VI. Kitab'ında başka bir ifade ile düzenlenip oran orantı kurallarıyla kanıtlandığı, ancak söz konusu kurallar oldukça zor bir madde olup geometri öğrenmek isteyenlerden çok kimse söz konusu oran orantı konusunu gereği gibi öğrenmeyi başaramadıklarından, büyük bir yarar umularak kolay anlaşılır biçimde düzenlendiği ve oran orantı kullanılmaksızın kanıtlandığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

II. Kitap

II. Kitap 1. Önerme'nin kanıtlanışı Öklid'in I. Kitap 23. Tanım'da verilen şekliyle eksiksiz olmadığından, başka bir biçimde kanıtlandığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

II. Kitap 2., 3., 4. Önermeler açık olmakla birlikte neden kanıtlamalarının yapılması gerektiği Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

II. Kitap 5. Önerme, Öklid'inkinden farklı olarak kanıtlamanın hem üçgenleri hem de paralelkenarları kapsayacak biçimde ve bu noktada başka yararsız önermelerin atılmasına olanak tanıyacak biçimde yapıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

II. Kitap 7. Önerme Öklid'de bulunmadığı, daha sonra kanıtlaması yapılacak bazı önermeler için gerekli olduğundan verildiği Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

II. Kitap 13. Önerme, Öklid'in bir doğru çizginin ikiden çok bölüme ayrılmasıyla ilişkili önermeleri, bu fenni öğrenmek isteyenlere bıkkınlık verdiği, zihinlerini yorduğu ve geniş kapsamlı bir kullanımı olmadığı gerekçesiyle atılmaları ve onların yerine Öklid'de olmayan bu önermenin verildiği hususu Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

II. Kitap 16., 19., 20., 21. Önermelerin Öklid'de bulunmadığı yararlı olacakları düşüncesiyle bunlara yer verildiği Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

II. Kitap 23. Önerme Öklid'in bazı edisyonlarında dar açılı üçgenlere mahsus olarak düzenlendiğinden, her tür üçgen için geçerli olacak şekilde kanıtlanmasının yapıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

III. Kitap

III. Kitap 1. Önerme'nin kanıtlanmasında dolaylı kanıtlama yaptığı için Öklid'i eleştirildiği, ancak bu eleştirilerin haksız olduğu Bonnycastle'dan aktarılarak ifade edilmiştir. Tâmânî ek olarak Öklid'in G merkezinin EC doğrusu üzerinde de alınabileceği durumunu gözardı ederek kanıtlama yapmasını eleştirmiştir. Bonnycastle'da bulunmayan Tâmânî'nin bu eleştirisi zorlandığında haklı görülebilir fakat gözardı edilmesi matematiksel eksikliğe neden olmaz.

III. Kitap 4. Önerme'nin Öklid'in kanıtlamasından yeni başlayanlara daha açık ve kolay gelecek şekilde yapıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

III. Kitap 5. Önerme'nin Öklid tarafından III. Kitap 1. Tanımla verilmesi Bonnycastle'dan aktarılarak eleştirilmiştir. Ancak bu eleştiri o dönemde ellerinde bulunan *Elementler* metnine dayanılarak yapılan bir eleştiri olduğundan, o dönem için geçerli olsa bile, Heath'in versiyonu göz önüne alındığında geçerli değildir.

III. Kitap 6., 7. Önermeler Öklid'in II. Kitap 11. ve 12. önermeleridir. Fakat gerek şekillerin düzensizliği ve gerek ikinci şeklin varsayılan ve gerçek olmayan iki merkezinin kavranmasında öğrencilerin karşılaştığı güçlükler nedeniyle ve birincisinde olan sakıncaları ortadan kaldırmak için başka bir yol izlenmiştir, denilerek Bonnycastle'ın eleştirisi aktarılmıştır.

III. Kitap 9. Önerme'nin kanıtlaması Öklid'inkinden farklılaştırılarak yapılmıştır. Bunun haklılığına gerekçe olarak da Bonnycastle, Theodosius'unda kendisininki gibi kanıtlama yaptığını göstermiş, Tâmânî de bunu olduğu gibi tekrarlamıştır.

III. Kitap 10. Önerme'de Öklid'in açıklamasını yaptığı boynuz açının önermede kullanılmadığı, bazı geometricilerin bunun Öklid tarafından yazılmadığı, daha sonrakiler tarafından eklendiğini iddiası ile birlikle ifade edilmiş ve bu gibi konuların geometri konuları arasına alınamayacağı da belirtilmiştir. Ancak her ne kadar söz konusu açıyı atmışlarsa da, Öklid'in bu önermeyi düzenleyişinde kullandığı gereksiz terimler dışında kalan kısımların olduğu gibi bırakıldığını, çünkü söz konusu önermenin pek çok yerde kullanılması gerektiği, bu yüzden de anlaşılır şekildeki düzenlendiği açıklaması Bonnycastle'dan aktarılarak verilmiştir.

III. Kitap 14. Önerme'nin kanıtlamasında Öklid bazı ön kanıtlamalara dayanmıştır. Bunlar ise daha önceden verilmediğinden, Öklid'in kanıtlama yolu izlenirse kanıtlamanın eksik olacağı düşüncesiyle, başka bir kanıtlama şeklinin tercih edildiği Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır. Ancak ellerinde bulunan *Elementler* versiyonuna göre bu tür bir yol izlenmesi mümkünse de, Heath'in versiyonuna göre böyle bir yol izlenmesine gerek yoktur.

III. Kitap 15. Önerme'deki ikinci şekilin Öklid'de bununmadığı belirtilmiş ve merkez açının gördüğü yayın daima daire çevresinin yarısından küçük olduğu göz önüne alınarak, başka türlü kanıtlandığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

III. Kitap 18., 19. Önermelerden birincisinin Öklid'in III. Kitap 25. Önermesinin üst bölümü olduğu, fakat yalnızca bir bölümle bütün bölümlerini kapsayan şekilde, açık ve anlaşılır bir kanıtlama yapıldığı, ikinci önermenin ise

Öklid'in III. Kitap 21. önermesinin tersi olduğu Öklid'in neden bunu vermediğinin anlaşılamadığı, Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

III. Kitap 20. Önerme'nin kanıtlanması için Öklid III. Kitapta verdiği tanıma ihtiyaç duyulmadan kanıtlama yapabilmek için Ökllid'den başka türlü bir kanıtlama yapıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

Bonnycastle III. Kitap 27., 28., 29. önermeleri değerlendirmeye almış fakat Tâmânî bunları almamıştır.

IV. Kitap

IV. Kitap 3. Önerme'nin çizilen teğetlerin birbiriyle kesişeceğinin önce ifade edilmemesi ve ardından kanıtlanmasının yapılmaması nedeniyle Öklid'deki haliyle eksik olduğu; bu yüzden bu eksikliğin giderildiği Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

Bonnycastle IV. Kitap 5. Önerme'yi değerlendirmeye almamıştır. Tâmânî ise Öklid'in kanıtlamasını eleştirmiş, genel çözüm dururken gereksiz yere üç bölüme ayırdığını ifade etmiştir. Tâmânî'nin bu eleştirisi Simson'da da bulunmaktadır, ancak Tâmânî'nin bu eleştiriyi Simson'dan alıp almadığını bilmek mümkün değildir. Öklid'in üçe ayırmaktan amacı bütün olası durumlara açıklık getirmek olduğundan eleştirinin tamamen haklı olduğunu söylemek mümkün değildir, Heath da aynı görüşü paylaşmaktadır.[213]

Bonnycastle IV. Kitap 9. Önermeyi değerlendirmeye almamıştır. Tâmânî ise öğrencilerce kolay anlaşılması için ve kendilerinin oluşturduğu II. Kitap 21. Önerme yararlı olsun diye başka bir tarzda kanıtlandığını ifade etmiştir. Tâmânî,

[213] Heath, *Elements*, 2. cilt, s. 90.

Bonnycastle'ın kanıtlamasını aynen almıştır, bu yüzden fazladan bir katkısı söz konusu değildir.

IV. Kitap 10. Önerme'nin düzenlenişinin ardından gelecek uygulamalı önermenin çiziminin kolaylaşması için kasten değiştirildiği ve Öklid'deki haliyle sonsuz sayıda üçgen çizme olanağı varken kendilerinkinde bu durumun sınırlandırıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

IV. Kitap 11. Önerme ile ilgili olarak bazı yorumcuların Batlamyus'un kitabındaki çizimin daha yalın ve kısa olduğunu ifade ettiklerini, fakat kendilerinin öğrenciler açısından daha yararlı olduğunu düşündükleri Öklid'in yöntemini tercih ettikleri Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

V. Kitap

Bonnycastle doğrudan Öklid'in V. Kitap 5. Tanımı hakkında bilgi vermeye başlamıştır. Bu noktada, üzerinde çok eskiden beri tartışılan bir konu gündeme gelmektedir, ortak ölçülebilir büyüklükler (nicelikler, miktarlar) ve ortak ölçülemez büyüklükler. Bonnycastle'ın bu noktada "bir karenin köşegenini kenarıyla karşılaştırcak ortak ölçek olmadığını söylemesi" ve bu konuda daha fazla bilgi sahibi olmak isteyenlere Barrow'un *Matematik Dersleri* 7. ve 8. konularını tavsiye etmesi çok önemlidir. Çünkü, o dönemde antik dönemin nicelik, sayı kavramı ile modern dönemin nicelik, sayı kavramı arasında bir çatışma vardır ve modern nicelik kavramını savunanlar gittikçe daha fazla ağırlık kazanmakta ve onların kavram ve eğitim yöntemlerine eğitim kurumlarında daha çok yer verilmektedir. Ancak bu geçiş aşamasında Barrow Antik nicelik kavramına daha yakın durmakta ve sayıları süreksiz nicelik olarak görmektedir. Üslubundan aynı yaklaşımı savunduğu görülen Bonnycastle'ın oran kavramı için Barrow'u tavsiye etmesi de doğaldır.

Tâmânî elbette öğrencilere Barrow'un *Matematik Dersleri*'ni tavsiye edemezdi, bunun için kendisi 1. Tanımdan başlayarak açıklamalarda bulunmuştur.

V. Kitap 1. Tanım'da söz edilen kesitin (cüz) bir miktarın başka bir miktar içinde bulunması demek olduğunu örnek vererek açıklamıştır. 3 sayısının 12 sayısının kesiti olduğu fakat 7 saysının 12 sayısıyla olan kesitlik ilişkisinin aynı olmadığını başka bir tür kesit, kat olma durumunun söz konusu olduğu açıklamıştır.

Ayrıca daha anlaşılır olması için örneklerin süreksiz niceliklerden verildiğini, sürekli nicelikte de aynı durumun geçerli olduğunu belirtmiştir. Modern nicelik kavramıyla baktığımızda böylesi bir ayrım ve açıklama anlamlı değildir.

V. Kitap 2. Tanım'da aritmetik ve geometrik orantıdan ne anlaşılması gerektiği sayısal örnekler verilerek anlatılmıştır.

V. Kitap 3. Tanım'da Tâmânî aritmetik orantı ve geometrik orantının sürekli ve süreksiz olarak nasıl ikiye ayrıldığını örnek vererek açıklamıştır.

Sürekli aritmetik orantı: 6:4 :: 4:2 burada 4 sayısının her iki oranda da bulunmasından süreklilik, öncüller ve ardıllar arasında 2 farklılık bulunmasından da aritmetik orantının ortaya çıktığı anlatılmıştır.

Süreksiz aritmetik orantı: 10:8 :: 6:4 burada bulunan iki oran arasında sürekliliği taşıyacak ortak bir sayı bulunmadığından süreksiz ve öncüllerle ardıllar arasında 2 farklılık bulunmasından da aritmetik oarntının ortaya çıktığı anlatılmıştır.

Sürekli geometrik orantı: 2:4 :: 4:8 burada 4 sayısının her iki oranda da bulunmasından süreklilik, öncüller ve ardılların birbirine atfedilmesinden ortaya çıkan yarımlığın da geometrik orantıyı ortaya çıkarışı anlatılmıştır.

Süreksiz geometrik orantı: 4:2 :: 6:3 burada bulunan iki oran arasında sürekliliği taşıyacak ortak bir sayı bulunmadığından süreksiz, öncüller ve ardılların

birbirine atfedilmesinden ortaya çıkan ikikatlığın da geometrik orantıyı ortaya çıkarışı anlatılmıştır.

Ardından geometrik çizimlerde anlaşılması bazı durumlarda güç olabilecek bir özellik, sürekli aritmetik orantı yardımıyla anlatılmıştır. 6:4 :: 4:2 uçların dikdörtgenin [çarpımı 6 x 2 = 12] ortanın karesinden küçüklüğü [4 x 4 = 16, 16 – 12 = 4] terimler arasındaki farkın karesi kadar 2^2 olduğu açıklaması yapılmıştır.

Son olarak da süreksiz aritmetik orantıda ortalardan biri biliniyorsa bilinen uçlar toplamından bilinen orta çıkarılarak bilinmeyen ortanın bulunabileceği 10:8 :: *x*:4, 10 + 4 = 14, 14 – 8 = 6, *x* = 6 anlatılmıştır.

Bütün bu anlatılanlar, anlatılış biçimindeki farklılıklar gözardı edilirse tamamen Yunan matematiği sınırları içinde kalmaktadır.

V. Kitap 5. Tanım'ın Öklid'de çok karışık ve muğlak anlatıldığı kendi tanımlarının daha anlaşılır olduğu bilgisi verilmiştir.

V. Kitap 6., 7., 8., 9., 10. tanımları Bonnycastle değerlendirmeye almamıştır. Tâmânî ise bu tanımların aslında Öklid'de olmadığını, Theon adlı geometricinin bunları eklemiş olabileceği, V. kitapta kullanılan bazı terimlerin anlaşılması için de buraya alındıkları ifade etmiştir. Fakat durum Tâmânî'nin dediği gibi değildir Öklid'in *Elementler*'inde bu tanımlar bulunmaktadır.

V. Kitap 2. Önerme Öklid'in V. Kitap 2. Önerme'sinin değiştirilmiş hali olduğu Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

V. Kitap 4. Önerme'nin Öklid tarafından yeterince doğru biçimde ele alınmadığı için değiştirilerek kanıtlamasının yapıldığı Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

Bonnycastle V. Kitap 12. Önermeyi değerlendirmeye almamıştır. Bu, Öklid'in V. Kitap 13. Önermesidir, Tâmânî Öklid'in bu önermesini ele alırken, söz edilen miktarların aynı cinsten olması koşuluna dikkat etmediğini belirtmiş ve bu koşula uygun biçimde yeniden kanıtlamasının yapıldığını anlatmıştır.

V. Kitap 16., 17. Önermelerin karışık ve düzensiz biçimde ele alındığını, bu yüzden değiştirilerek verildiğini Tâmânî Bonnycastle'dan aktarmıştır.

Tâmânî ek olarak bu kitapta yazım hatalarının çok olduğunu ve bazı ehil olmayan çevirmenler tarafından değiştirildiğini, bu yüzden bazı önermelerin kitaptan çıkarıldığını anlatmıştır.

VI. Kitap

VI. Kitap 1. Tanım Bonnycastle tarafından değerlendirmeye alınmış fakat Tâmânî tarafından değerlendirmeye alınmamıştır. Bonnycastle, Dr. Austin'in kenar açı kenar benzerliği ile ilgili olarak Öklid'e yaptığı itirazın geçersiz olduğunu, Öklid'in tanımının tercih edilmesi gerektiğini anlatmıştır.

VI. Kitap 6. Tanım'ı Bonnycastle değerlendirmeye almamıştır. Tâmânî ise ard ard gelen oranlar arasındaki ilişkiyi modern bir yaklaşımla değil Öklid geometrisinde kullanılmaya uygun bir terminoloji ve yaklaşımla ele almış ve açıklamıştır. Bu noktada, Gelenbevi'nin *Logaritma Risalesi*ni hatırlatmak yerinde olacaktır. Çünkü Gelenbevi'nin logaritmayı açıklarken kullandığı terminoloji ve açıklama biçimi ve sayı kavramına yaklaşımı oldukça moderndir. Tâmânî'nin de *Logaritma Risalesi* vardır, fakat kendisinden önce bu konuda yazan Gelenbevî'nin düzeyinden oldukça uzaktır.

VI. Kitap 12., 13., 16., 17. Önermeler'in gösteriminde bazı değişiklikler yapılmıştır, fakat bu değişiklikler Öklid'in yöntemine uygun olduğundan açıklanması gerekmediği Bonnycastle'den aktarılarak anlatılmıştır.

VI. Kitap 19., 20., 22., 23. Önermeler'in, Öklid'in VI. Kitap 27., 28., 29. önermeleri yerine bu kitaba alındıkları ve daha anlaşılır hale getirildikleri, Bonnycastle'dan aktarılarak anlatılmıştır.

VI. Kitap 25., 26., 27. Önermeleri yakın dönemde ortaya çıkan geometricilerin[214] düzenleyip ortaya koydukları incelikli ve yararlı önermeler oldukları, Öklid'de bulunmadığı bilgisi Bonnycastle'dan aktarılarak verilmiş, son önermenin Batlamyus'un *Almagest* adlı eserinin I. Kitabında bulunduğu ise Tâmânî tarfından eklenmiştir.

VII. Kitap

Tâmânî VII. kitapta kullanılan düzlem ve yüzey terimlerinin hangi anlamda kullanıldığı hakkında açıklayıcı bilgi vermiştir. Bazı yazarların sadece yüzey sözcüğünü kullandığını ancak onunla düzlem yüzeyi kastettiklerini, fakat yüzey sözcüğünün tanımı gereği daha genel olduğunu, düzlem sözcüğünün onun en özgün niteliği olduğundan yalnızca düzlem sözcüğünün kullanılması ve bundan da düzlem yüzeyin kastedilmesinin uygun görüldüğü açıklaması yapılmıştır. Bu yaklaşımı desteklemek amacıyla, bazan sadece doğru sözcüğünün kullanıldığı, fakat bununla doğru çizginin anlatılmak istendiği örneği vermiştir.

Daha sonra ise bütün bilimlerde ortaya çıkan hataların nedeninin, eserlerin içinde verilen tanımlara dikkat edilmemesi ve karışık biçimde verilmeleri yüzünden

[214] Bonnycastle Dr. Simson ve diğer yazarlar demektedir.

öğrencilerin ikircikli kaldıkları açıklamasını yapmıştır. Bonnycastle VII. Kitab'ın girişinde bir değerlendirmede bulunmamıştır.

VII. Kitap 2. Önerme'nin, Öklid'in XI. Kitap 2. Önermesi olduğu, yetersiz bir çevirmen tarafından bozulduğu, çünkü bu önermenin amacının, iki veya üç doğru çizgi birbiriyle kesiştiğinde tümünün aynı düzlem yüzey üzerinde olacağının kanıtlanması olduğu, yetersiz çevirmenin anlayış yoksunluğundan bu üç çizgiyi ifade etmek amacıyla üçgen ifadesini kullandığı ve önceki kitaplardaki şekillerin tümünde üçgenlerin, özellikle düzlem yüzey üzerinde bulunduğu tanımlanışlarından belli olduğu bilgisi Bonnycastle'dan aktarılarak verilmiştir. Bonnycastle'dan aktarılan bu bilgiye ek olarak Tâmânî, Öklid'in bu önermenin düzenlenişinde verdiği ikinci kısmın gereksiz olması nedeniyle söz konusu düzenleyişten sapıldığı, başka bir tarzda verildiği ve kanıtlandığı bilgisini vermiştir.

VII. Kitap 3. Önerme'nin Öklid'den farklı bir biçimde, ikizkenar üçgen özelliğinden yararlanılarak kanıtlandığı anlatılmış; ardından da Öklid'in XI. Kitab'ının onların VII. Kitabı olduğu, bazı yerlerinin değiştirildiği ve başka türlü verildiği, fakat konuya aşina olanların bu değişiklikleri ilk bakışta fark edecekleri kesin olduğundan, ayrıntıya girilmediği Bonnycastle'dan aktarılarak ifade edilmiştir.

VIII. Kitap

Bonnycastle VIII. Kitaba ilişkin değerlendirmede bulunmamıştır.

VIII. Kitap 2. Tanım, Tâmânî Öklid'in üç boyutlu cisimlerin benzerliğine ilişkin verdiği tanımdaki eksikliğe dikkat çekmiştir. Öklid'in "benzer eşit cisimler, benzer ve eşit yüzeler tarafından çevrelenirler" koşulunun cisimlerin benzer olması için yeterli olmadığını, ekledikleri 9. aksiyomun "nesneler birbirine çakışsalar ya da birbirinin mekanını doldursalar, birbirine eşit olurlar" bu eksikliği giderdiğini

söylemiştir. Gerçekten de Öklid'in ifadesi eksiktir ancak bu eksikliğe Simson'da işaret etmiştir. Tâmânî'nin birebir bu eleştirleri oradan aldığını söylemek mümkün olmasa da Simson tarfından yapılan eleştirilerin Tâmânî'nin eleştirileriyle örtüşmesi dikkat çekicidir.

VIII. Kitap 3., 8., 10. Tanımlarla, Öklid'in on birinci kitabında bulunan prizma tanımının tüm prizmaları kapsamadığı, yalnızca üç paralelkenar düzlem yüzey ile iki üçgenin çevrelemesinden oluşanları kapsadığından, onun yerine tümünü kapsaycak tanımın konulduğu bilgisi verilmiştir. Aynı şekilde, silindir ile koni tanımları yine [silindir ve konilerin] tümünü kapsamamakta sadece dik silindir ve dik koni türlerini kapsadığından, gerek dik ve gerek eğik ve her türünü kapsayacak şekilde bir tanım verildiği anlatılmıştır. Gerçekten de Öklid kendi döneminin ayrımlarıyla bu tanımları yaptığı için tanımların genellenme ihtiyacı vardır. Ancak Bonnycastle'ın kitabında da genel tanım olduğu için Tâmânî'nin fazladan bir katkısı söz konusu değildir.

VII. Kitap Fayda 1, fayda (lemma) adı verilen bu önermenin Öklid'in X. Kitabı'nın 1. Önermesi olduğu ve VIII. Kitab'ın bazı önermelerinin kanıtlanmasında ona ihtiyaç duyulduğu için Öklid'in X. Kitabı'ndan alınarak VIII. Kitabın önermelerinden önce fayda adıyla verildiği açıklaması yapılmıştır.

VIII. Kitap 8. Önerme daha sonra gelecek olan bazı önermelerin kanıtlanmasında kullanılacak bir özelliği anlatmak için "aynı düzlem yüzey üzerine çizilen birbirine eşit iki şeklin düzleme paralel şekilde hareket ettikleri takdirde birbirlerine eşit cisimler meydana getireceği" özelliğini anlatmak için verildiği açıklanmıştır.

Gözlemler ve itirazlar bölümü burada bitirilmiş ve son bir başlıkla kitap sonlandırılmıştır.

Gözlemler ve İtirazların Sonu

Tâmânî bu noktada geometri ile ilgili kitap yazanlar hakkında bir değerlendirmede bulunmaktadır. Öklid'in eseri olan *Usûl-i Hendese*'ye yetersiz kimselerce müdahele edilmiş ve bunun sonucunda Öklid'in kitabı bozulmuştur. Öklid'in kitabına yeterli yetkileri olmadan müdahele eden bu kimseler, öğretmek edasında oldukları fennin daha başlangıcını bilmezler, geometri makale ya da kitapçıklarından birisini bile anlamaya yetenekleri yoktur, şundan bundan alarak bir araya getirdikleri eserlerini bütün yanlışlarıyla ve dil hatalarıyla dolu olarak, ortalığa yayarlar ve bilgili geçinirler. Konunun sahibine isyan eden bu kimseler, ortaya çıkarılmalı ve bir miktar insaf edilmelidir.

Elbette Tâmânî'den konuya aklı eren her kimse kitap yazsın, bunlardan doğru ve iyi olanlar geleceğe kalacaktır, okuyucular tarafından beğenilmeyenler, yanlışlıkları ortaya çıkanlar ise elenecektir yaklaşımını bekleyemeyiz, fakat rekabete açık ve kitap, risale yazmaya yüreklendirici bir yaklaşımı olduğunu da söyleyemeyiz.

Ardından bir önermenin hakkıyla kanıtlanıp kanıtlanmadığı konusunda hüküm vermek için geometri öğrenmeden önce mantık biliminin öğrettiği tüm kanıtlama yöntemlerinin öğrenilmesi gerektiği tavsiyesinde bulunmaktadır ki günümüz için bile geçerli oldukça yerinde bir tavsiyedir.

Daha sonra *Usûl-i Hendese* öğrenmek isteyenlerin sadece önermelerin, teoremlerin bazı özelliklerini öğrenmekle yetindikleri, söz konusu önermelerin hangi yolla kanıtlandığını öğrenmediklerinden fahiş hatalar yaptıkları tesbitinde bulunmuştur. Bu eleştiri eğer yeni yöntemlerle; yani cebirsel sembollerle, modern

notasyonla Öklid'in *Elementler*'ini ele alanlara yöneltilmişse haksız bir eleştiridir, çünkü modern yöntemlerin arka planında da işleyen mantık yine aynı mantıktır. Fakat eski ya da yeni yöntemleri hakkıyla öğrenmeden birkaç özelliği öğrenerek her şeyi biliyorum edasında olanlara yöneltilmiş ise yerinde bir eleştiridir.

Nesnelerin gerçeğini bilmek isteyenlere, engelleri deney ve kanıtlama yoluyla aşmak isteyenlere, geometri bilgisini ve doğa felsefesini tam bir olgunluğa ulaştırmak isteyenlere bir kapı açmak için, Öklid'in *Usûl*'ünde bulunan hataları, eksiklikleri gideren bir çevirisi yapılmıştır.

Tâmânî'nin değerlendirmesinde hem haklı hem de haksız yön bulunmaktadır. Haklı olduğu yön yukarıda sözünü ettiği konuların öğrenilmesi, anlaşılması için elzem olan bir eseri Türkçe'ye çevirmiş olmasıdır. Neredeyse işin alfabesi sayılabilecek temel bir eseri doğru olarak tesbit etmiş ve müfredata kazandırmıştır. Ancak bu eseri hem Öklid'in temsil ettiği Yunan geometrisine uygun olarak hem de cebirsel ve modern notasyonla ele alan yazarlar bulunmaktadır. Tâmânî bu kimselerin eserlerini görmüş olmasına rağmen eski yöntemlere sadık kalmayı tercih etmiştir. Bu noktada eğer eski yöntemlere sadık kalacaksa neden Arapça bir *Elementler*'i Türkçe'ye çevirmemiştir sorusuna anlamlı bir yanıt veremez, çünkü Arapça *Elementler* nüshalarının Tâmânî'nin kullanmadığı birkaç modern gösterimi saymazsak Bonnycastle'ın nüshasından bir eksikliği yoktur.

Bu durumda da Tâmânî İstanbul kütüphanelerinde pek çok Arapça yazması ve Medici Matbaa'sının bastığı pek çok basma nüshası bulunan; yani elde Arapça olarak mevcut olan elzem bir eseri Avrupalı bir yazar aracılığıyla hem de neredeyse yeni hiçbir şey eklemeden Türkçe'ye kazandırmış olmaktadır.

Tâmânî'nin eline Matematik Bilimler eğitimimizi pozitif yönde hızlandırma ve modernleştirme fırsatı geçmiş, fakat onu yeterince iyi değerlendirememiştir.

Son olarak, kanıtlamaların en yetkinini ayırt etmeye gücü yeten kimselerin gözünde geçerli ve benimsenir olması, harcanan emek ve çekilen sıkıntıların boşa gitmemesi dileğiyle, 23 Eylül 1797 Cumartesi günü eserini tamamlamıştır.

Tâmânî, Bonnycastle ve Heath'in Elementler'inin Karşılaştırmalı Tablosu

Tâmânî'nin *Usûl-i Hendese* adını verdiği *Elementler*'i ile çevirisini yaptığı Bonnycastle'ın *Elementler*'i ve günümüzde Öklid'in yazdığı özgün metine en yakın standart metin olarak kabul edilen Heath'in *Elementler*'i arasında ayrıntılı bir karşılaştırma yapılmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda hangi tanımın, postülanın, aksiyomun ve önermenin diğer kitapta hangi tanıma, postülaya, aksiyoma ve önermeye karşılık geldiği tek tek ve kitap kitap tablo halinde verilmiştir.

Tâmânî *Elementler*	**Bonnycastle *Elementler***	**Heath *Elementler***
I. Ktb. Tanımlar (El Hudud) 27	**I Definitions 24**	**I Definitions 23**
I. Ktb. 1. Tan.	I Def. 1	H Book XI Def. 1
I. Ktb. 2. Tan.	I Def. 2	H Book I Def. 5
I. Ktb. 3. Tan.	I Def. 3	H Book I Def. 2 6
I. Ktb. 4. Tan.	I Def. 4	H Book I Def. 3
I. Ktb. 5. Tan.	I Def. 5	H Book I Def. 4
I. Ktb. 6. Tan.	*	*
I. Ktb. 7. Tan.	I Def. 6	H Book I Def. 7
I. Ktb. 8. Tan.	I Def. 7	H Book I Def. 8
I. Ktb. 9. Tan.	I Def. 8	H Book I Def. 9
I. Ktb. 10. Tan.	I Def. 9	H Book I Def. 10
I. Ktb. 11. Tan.	I Def. 10	H Book I Def. 11
I. Ktb. 12. Tan.	I Def. 11	H Book I Def. 12
I. Ktb. 13. Tan.	I Def. 12	H Book I Def. 14
I. Ktb. 14. Tan.	I Def. 13	H Book I Def. 15, 16
I. Ktb. 15. Tan.	I Def. 14	H Book I Def. 19
I. Ktb. 16. Tan.	I Def. 15	*
I. Ktb. 17. Tan.	I Def. 16	H Book I Def. 20
I. Ktb. 18. Tan.	I Def. 17	H Book I Def. 20
I. Ktb. 19. Tan.	*	H Book I Def. 20
I. Ktb. 20. Tan.	I Def. 18	H Book I Def. 21
I. Ktb. 21. Tan.	I Def. 19	H Book I Def. 21
I. Ktb. 22. Tan.	*	H Book I Def. 21
I. Ktb. 23. Tan.	I Def. 20	H Book I Def. 23
I. Ktb. 24. Tan.	I Def. 21	H Book I Def. 19
I. Ktb. 25. Tan.	I Def. 22	H Book I Def. 22
I. Ktb. 26. Tan.	I Def. 23	*
I. Ktb. 27. Tan.	I Def. 24	*
Postülalar (Mevzualar) 4	**Postulates 4**	**Postulates 5**
I. Ktb. 1. Post. Mev. 1	I Post. 1	H Book I Post. 1
I. Ktb. 2. Post. Mev. 2	I Post. 2	H Book I Post. 2

I. Ktb. 3. Post. Mev. 3	I Post. 3	H Book I Post. 3
I. Ktb. 4. Post. Mev. 4	I Post. 4	H Book I Post. 5
*	*	H Book I Post. 4
Aksiyomlar (Mütearifeler) 9	**Axioms 9**	**Common Notions 5**
I. Ktb. 1. Aks. Müt. 1	I Axs. 1	H Book I C.N. 1
I. Ktb. 2. Aks. Müt. 2	I Axs. 2	H Book I C.N. 2
I. Ktb. 3. Aks. Müt. 3	I Axs. 3	H Book I C.N. 3
I. Ktb. 4. Aks. Müt. 4	I Axs. 4	*
I. Ktb. 5. Aks. Müt. 5	I Axs. 5	*
I. Ktb. 6. Aks. Müt. 6	I Axs. 6	*
I. Ktb. 7. Aks. Müt. 7	I Axs. 7	*
I. Ktb. 8. Aks. Müt. 8	I Axs. 8	H Book I C.N. 5
I. Ktb. 9. Aks. Müt. 9	I Axs. 9	H Book I C.N. 4
I. Ktb. Önermeler (Davalar) 35	**I Propositions 35**	**I Propositions 48**
I. Ktb. 1. Önr.	I Pr. 1	H Book I Prop. 1
I. Ktb. 2. Önr.	I Pr. 2	H Book I Prop. 2
I. Ktb. 3. Önr.	I Pr. 3	H Book I Prop. 3
I. Ktb. 4. Önr.	I Pr. 4	H Book I Prop. 4
I. Ktb. 5. Önr.	I Pr. 5	H Book I Prop. 5
I. Ktb. 6. Önr.	I Pr. 6	H Book I Prop. 6
I. Ktb. 7. Önr.	I Pr. 7	H Book I Prop. 8
I. Ktb. 8. Önr.	I Pr. 8	H Book I C.N. 4
I. Ktb. 9. Önr.	I Pr. 9	H Book I Prop. 9
I. Ktb. 10. Önr.	I Pr. 10	H Book I Prop. 10
I. Ktb. 11. Önr.	I Pr. 11	H Book I Prop. 11
I. Ktb. 12. Önr.	I Pr. 12	H Book I Prop. 12
I. Ktb. 13. Önr.	I Pr. 13	H Book I Prop. 13
I. Ktb. 14. Önr.	I Pr. 14	H Book I Prop. 14
I. Ktb. 15. Önr.	I Pr. 15	H Book I Prop. 15
I. Ktb. 16. Önr.	I Pr. 16	H Book I Prop. 16
I. Ktb. 17. Önr.	I Pr. 17	H Book I Prop. 18
I. Ktb. 18. Önr.	I Pr. 18	H Book I Prop. 20
I. Ktb. 19. Önr.	I Pr. 19	H Book I Prop. 22
I. Ktb. 20. Önr.	I Pr. 20	H Book I Prop. 23
I. Ktb. 21. Önr.	I Pr. 21	H Book I Prop. 26
I. Ktb. 22. Önr.	I Pr. 22	H Book I Prop. 27
I. Ktb. 23. Önr.	I Pr. 23	H Book I Prop. 28
I. Ktb. 24. Önr.	I Pr. 24	H Book I Prop. 29
I. Ktb. 25. Önr.	I Pr. 25	H Book I Prop. 29
I. Ktb. 26. Önr.	I Pr. 26	H Book I Prop. 30
I. Ktb. 27. Önr.	I Pr. 27	H Book I Prop. 31
I. Ktb. 28. Önr.	I Pr. 28	H Book I Prop. 32
I. Ktb. 29. Önr.	I Pr. 29	H Book I Prop. 33
I. Ktb. 30. Önr.	I Pr. 30	H Book I Prop. 34
I. Ktb. 31. Önr.	I Pr. 31	H Book I Prop. 35, 36, 37, 38, 39, 40
I. Ktb. 32. Önr.	I Pr. 32	H Book I Prop. 41

I. Ktb. 33. Önr.	I Pr. 33	H Book I Prop. 42
I. Ktb. 34. Önr.	I Pr. 34	*
I. Ktb. 35. Önr.	I Pr. 35	*

Tâmânî *Elementler*	**Bonnycastle *Elementler***	**Heath *Elementler***
II. Ktb. Tanımlar (El Hudud) 7	**II Definitions 7**	**II Definitions 2**
II. Ktb. 1. Tan.	II Def. 1	H Book I Def. 22
II. Ktb. 2. Tan.	II Def. 2	H Book I Def. 22
II. Ktb. 3. Tan.	II Def. 3	H Book II Def. 1
II. Ktb. 4. Tan.	II Def. 4	H Book II Def. 2
II. Ktb. 5. Tan.	II Def. 5	H Book II Def. 2
II. Ktb. 6. Tan.	II Def. 6	H Book II Def. 2
II. Ktb. 7. Tan.	II Def. 7	H Book VI Def. 4
II. Ktb. Önermeler (Davalar) 23	**II Propositions 23**	**II Propositions 13**
II. Ktb. 1. Önr.	II Pr. 1	H Book I Prop. 46
II. Ktb. 2. Önr.	II Pr. 2	*
II. Ktb. 3. Önr.	II Pr. 3	*
II. Ktb. 4. Önr.	II Pr. 4	*
II. Ktb. 5. Önr.	II Pr. 5	*
II. Ktb. 6. Önr.	II Pr. 6	H Book I Prop. 43
II. Ktb. 7. Önr.	II Pr. 7	*
II. Ktb. 8. Önr.	II Pr. 8	H Book II Prop. 1
II. Ktb. 9. Önr.	II Pr. 9	H Book II Prop. 2
II. Ktb. 10. Önr.	II Pr. 10	H Book II Prop. 3
II. Ktb. 11. Önr.	II Pr. 11	H Book II Prop. 4
II. Ktb. 12. Önr.	II Pr. 12	H Book II Prop. 7
II. Ktb. 13. Önr.	II Pr. 13	H Book II Prop. 5
II. Ktb. 14. Önr.	II Pr. 14	H Book I Prop. 47
II. Ktb. 15. Önr.	II Pr. 15	H Book I Prop. 48
II. Ktb. 16. Önr.	II Pr. 16	H Book II Prop. 6
II. Ktb. 17. Önr.	II Pr. 17	H Book II Prop. 12
II. Ktb. 18. Önr.	II Pr. 18	H Book II Prop. 13
II. Ktb. 19. Önr.	II Pr. 19	*
II. Ktb. 20. Önr.	II Pr. 20	*
II. Ktb. 21. Önr.	II Pr. 21	*
II. Ktb. 22. Önr.	II Pr. 22	H Book II Prop. 11
II. Ktb. 23. Önr.	*	H Book II Prop. 9

Tâmânî *Elementler*	**Bonnycastle**	**Heath *Elementler***

	Elementler	
III. Ktb. Tanımlar (El Hudud) 11	**III Definitions 11**	**III Definitions 11**
III. Ktb. 1. Tan.	III Def. 2	H Book I Def. 17
III. Ktb. 2. Tan.	III Def. 1	H Book I Def. 15
III. Ktb. 3. Tan.	III Def. 3	*
III. Ktb. 4. Tan.	III Def. 4	*
III. Ktb. 5. Tan.	III Def. 5	H Book I Def. 18
III. Ktb. 6. Tan.	III Def. 6	H Book III Def. 6
III. Ktb. 7. Tan.	III Def. 7	H Book III Def. 2
III. Ktb. 8. Tan.	III Def. 8	H Book III Def. 4
III. Ktb. 9. Tan.	III Def. 9	H Book III Def. 5
III. Ktb. 10. Tan.	III Def. 10	H Book III Def. 7
III. Ktb. 11. Tan.	III Def. 11	H Book III Def. 3
III. Ktb. Önermeler (Davalar) 30	**III Propositions 30**	**III Propositions 37**
III. Ktb. 1. Önr.	III Pr. 1	H Book III Prop. 1
III. Ktb. 2. Önr.	III Pr. 2	H Book III Prop. 2
III. Ktb. 3. Önr.	III Pr. 3	H Book III Prop. 3
III. Ktb. 4. Önr.	III Pr. 4	H Book III Prop. 9
III. Ktb. 5. Önr.	III Pr. 5	H Book III Def. 1
III. Ktb. 6. Önr.	III Pr. 6	H Book III Prop. 11
III. Ktb. 7. Önr.	III Pr. 7	H Book III Prop. 12
III. Ktb. 8. Önr.	III Pr. 8	H Book III Prop. 14
III. Ktb. 9. Önr.	III Pr. 9	H Book III Prop. 7
III. Ktb. 10. Önr.	III Pr. 10	H Book III Prop. 16
III. Ktb. 11. Önr.	III Pr. 11	H Book III Prop. 17
III. Ktb. 12. Önr.	III Pr. 12	H Book III Prop. 18
III. Ktb. 13. Önr.	III Pr. 13	H Book III Prop. 19
III. Ktb. 14. Önr.	III Pr. 14	H Book III Prop. 20
III. Ktb. 15. Önr.	III Pr. 15	H Book III Prop. 21
III. Ktb. 16. Önr.	III Pr. 16	H Book III Prop. 31
III. Ktb. 17. Önr.	III Pr. 17	H Book III Prop. 22
III. Ktb. 18. Önr.	III Pr. 18	H Book III Prop. 25
III. Ktb. 19. Önr.	III Pr. 19	*
III. Ktb. 20. Önr.	III Pr. 20	H Book III Prop. 24
III. Ktb. 21. Önr.	III Pr. 21	H Book III Prop. 26
III. Ktb. 22. Önr.	III Pr. 22	H Book III Prop. 28
III. Ktb. 23. Önr.	III Pr. 23	H Book III Prop. 30
III. Ktb. 24. Önr.	III Pr. 24	H Book III Prop. 32
III. Ktb. 25. Önr.	III Pr. 25	H Book III Prop. 33
III. Ktb. 26. Önr.	III Pr. 26	H Book III Prop. 34
III. Ktb. 27. Önr.	III Pr. 27	H Book III Prop. 35
III. Ktb. 28. Önr.	III Pr. 28	*
III. Ktb. 29. Önr.	III Pr. 29	H Book III Prop. 36
III. Ktb. 30. Önr.	III Pr. 30	H Book III Prop. 37

Tâmânî *Elementler*	**Bonnycastle *Elementler***	**Heath *Elementler***
IV. Ktb. Tanımlar (El Hudud) 8	**IV Definitions 9**	**IV Definitions 7**
IV. Ktb. 1. Tan.	IV Def. 1	H Book IV Def. 1
IV. Ktb. 2. Tan.	IV Def. 2	H Book IV Def. 2
IV. Ktb. 3. Tan.	IV Def. 3	H Book IV Def. 3
IV. Ktb. 4. Tan.	IV Def. 4	H Book IV Def. 4
IV. Ktb. 5. Tan.	IV Def. 5	H Book IV Def. 5
IV. Ktb. 6. Tan.	IV Def. 6	H Book IV Def. 6
IV. Ktb. 7. Tan.	IV Def. 7 8	H Book IV Def. 7
IV. Ktb. 8. Tan.	IV Def. 9	*
IV. Ktb. Önermeler (Davalar) 15	**IV Propositions 15**	**IV Propositions 16**
IV. Ktb. 1. Önr.	IV Pr. 1	H Book IV Prop. 1
IV. Ktb. 2. Önr.	IV Pr. 2	H Book IV Prop. 2
IV. Ktb. 3. Önr.	IV Pr. 3	H Book IV Prop. 3
IV. Ktb. 4. Önr.	IV Pr. 4	H Book IV Prop. 4
IV. Ktb. 5. Önr.	IV Pr. 5	H Book IV Prop. 5
IV. Ktb. 6. Önr.	IV Pr. 6	H Book IV Prop. 6
IV. Ktb. 7. Önr.	IV Pr. 7	H Book IV Prop. 7
IV. Ktb. 8. Önr.	IV Pr. 8	H Book IV Prop. 8
IV. Ktb. 9. Önr.	IV Pr. 9	H Book IV Prop. 9
IV. Ktb. 10. Önr.	IV Pr. 10	H Book IV Prop. 10
IV. Ktb. 11. Önr.	IV Pr. 11	H Book IV Prop. 11
IV. Ktb. 12. Önr.	IV Pr. 12	H Book IV Prop. 12
IV. Ktb. 13. Önr.	IV Pr. 13	H Book IV Prop. 13
IV. Ktb. 14. Önr.	IV Pr. 14	H Book IV Prop. 14
IV. Ktb. 15. Önr.	IV Pr. 15	H Book IV Prop. 15

Tâmânî *Elementler*	**Bonnycastle *Elementler***	**Heath *Elementler***
V. Ktb. Tanımlar (El Hudud) 10	**V Definitions 9**	**V Definitions 18**
V. Ktb. 1. Tan.	V Def. 1, 2	H Book V Def. 1, 2
V. Ktb. 2. Tan.	V Def. 3	H Book V Def. 3
V. Ktb. 3. Tan.	*	H Book V Def. 6, 8
V. Ktb. 4. Tan.	V Def. 4	H Book V Def. 11
V. Ktb. 5. Tan.	V Def. 5	H Book V Def. 5
V. Ktb. 6. Tan.	V Def. 6	H Book V Def. 13
V. Ktb. 7. Tan.	V Def. 7	H Book V Def. 12
V. Ktb. 8. Tan.	V Def. 8	H Book V Def. 14
V. Ktb. 9. Tan.	V Def. 9	H Book V Def. 15
V. Ktb. 10. Tan.	*	H Book V Def. 16
V. Ktb. Önermeler (Davalar) 19	**V Propositions 18**	**V Propositions 25**
V. Ktb. 1. Önr.	V Pr. 1	H Book V Prop. 1
V. Ktb. 2. Önr.	V Pr. 2	H Book V Prop. 2
V. Ktb. 3. Önr.	V Pr. 3	H Book V Prop. 3
V. Ktb. 4. Önr.	V Pr. 4	*
V. Ktb. 5. Önr.	V Pr. 5	*
V. Ktb. 6. Önr.	V Pr. 6	*
V. Ktb. 7. Önr.	V Pr. 7	H Book V Prop. 7
V. Ktb. 8. Önr.	V Pr. 8	*
V. Ktb. 9. Önr.	V Pr. 9	*
V. Ktb. 10. Önr.	V Pr. 10	H Book V Prop. 9
V. Ktb. 11. Önr.	V Pr. 11	H Book V Prop. 11
V. Ktb. 12. Önr.	V Pr. 12	H Book V Prop. 12
V. Ktb. 13. Önr.	V Pr. 13	H Book V Prop. 15
V. Ktb. 14. Önr.	V Pr. 14	H Book V Prop. 14
V. Ktb. 15. Önr.	V Pr. 15	H Book V Prop. 16
V. Ktb. 16. Önr.	V Pr. 16	H Book V Prop. 18
V. Ktb. 17. Önr.	V Pr. 17	*
V. Ktb. 18. Önr.	*	*
V. Ktb. 19. Önr.	V Pr. 18	H Book V Prop. 25

Tâmânî *Elementler*	**Bonnycastle *Elementler***	**Heath *Elementler***
VI. Ktb. Tanımlar (El Hudud) 7	**VI Definitions 8**	**VI Definitions 4**
VI. Ktb. 1. Tan.	VI Def. 1	H Book VI Def. 1
VI. Ktb. 2. Tan.	VI Def. 2	H Book VI Def. 2
VI. Ktb. 3. Tan.	VI Def. 3	*
VI. Ktb. 4. Tan.	VI Def. 4	*
VI. Ktb. 5. Tan.	VI Def. 5	*
VI. Ktb. 6. Tan.	VI Def. 6	*
VI. Ktb. 7. Tan.	VI Def. 8	H Book VI Def. 3
*	VI Def. 7	*
II. Ktb. 7. Tan.	II Def. 7	H Book VI Def. 4
VI. Ktb. Önermeler (Davalar) 28	**VI Propositions 27**	**VI Propositions 33**
VI. Ktb. 1. Önr.	VI Pr. 1	H Book VI Prop. 1
VI. Ktb. 2. Önr.	VI Pr. 2	*
VI. Ktb. 3. Önr.	VI Pr. 3	H Book VI Prop. 2
VI. Ktb. 4. Önr.	VI Pr. 4	H Book VI Prop. 3
VI. Ktb. 5. Önr.	VI Pr. 5	H Book VI Prop. 4 5
VI. Ktb. 6. Önr.	VI Pr. 6	H Book VI Prop. 6
VI. Ktb. 7. Önr.	VI Pr. 7	H Book VI Prop. 8
VI. Ktb. 8. Önr.	VI Pr. 8	H Book VI Prop. 11
VI. Ktb. 9. Önr.	VI Pr. 9	H Book VI Prop. 12
VI. Ktb. 10. Önr.	VI Pr. 10	H Book VI Prop. 13
VI. Ktb. 11. Önr.	VI Pr. 11	*
VI. Ktb. 12. Önr.	VI Pr. 12	H Book VI Prop. 16
VI. Ktb. 13. Önr.	VI Pr. 13	H Book VI Prop. 17
VI. Ktb. 14. Önr.	VI Pr. 14	H Book VI Prop. 14 15
VI. Ktb. 15. Önr.	VI Pr. 15	H Book VI Prop. 18
VI. Ktb. 16. Önr.	*	*
VI. Ktb. 17. Önr.	VI Pr. 16	H Book VI Prop. 19
VI. Ktb. 18. Önr.	VI Pr. 17	H Book VI Prop. 20
VI. Ktb. 19. Önr.	VI Pr. 18	H Book VI Prop. 23
VI. Ktb. 20. Önr.	VI Pr. 19	*
VI. Ktb. 21. Önr.	VI Pr. 20	H Book VI Prop. 24
VI. Ktb. 22. Önr.	VI Pr. 21	H Book VI Prop. 30
VI. Ktb. 23. Önr.	VI Pr. 22	H Book VI Prop. 28
VI. Ktb. 24. Önr.	VI Pr. 23	*
VI. Ktb. 25. Önr.	VI Pr. 24	*
VI. Ktb. 26. Önr.	VI Pr. 25	*
VI. Ktb. 27. Önr.	VI Pr. 26	*
VI. Ktb. 28. Önr.	VI Pr. 27	*

Tâmânî *Elementler*	**Bonnycastle *Elementler***	**Heath *Elementler***
VII. Ktb. Tanımlar (El Hudud) 7	**VII Definitions 7**	**XI Definitions 28**
VII. Ktb. 1. Tan.	VII Def. 1	*
VII. Ktb. 2. Tan.	VII Def. 2	H Book XI Prop. 3
VII. Ktb. 3. Tan.	VII Def. 3	H Book XI Prop. 4
VII. Ktb. 4. Tan.	VII Def. 4	H Book XI Prop. 5
VII. Ktb. 5. Tan.	VII Def. 5	H Book XI Prop. 6
VII. Ktb. 6. Tan.	VII Def. 6	H Book XI Prop. 8
VII. Ktb. 7. Tan.	VII Def. 7	*
VII. Ktb. Önermeler (Davalar) 14	**VII Propositions 14**	**XI Propositions 39**
VII. Ktb. 1. Önr.	VII Pr. 1	H Book XI Prop. 3
VII. Ktb. 2. Önr.	VII Pr. 2	H Book XI Prop. 2
VII. Ktb. 3. Önr.	VII Pr. 3	H Book XI Prop. 4
VII. Ktb. 4. Önr.	VII Pr. 4	H Book XI Prop. 6
VII. Ktb. 5. Önr.	VII Pr. 5	H Book XI Prop. 8
VII. Ktb. 6. Önr.	VII Pr. 6	H Book XI Prop. 9
VII. Ktb. 7. Önr.	VII Pr. 7	H Book XI Prop. 10
VII. Ktb. 8. Önr.	VII Pr. 8	H Book XI Prop. 11
VII. Ktb. 9. Önr.	VII Pr. 9	H Book XI Prop. 12
VII. Ktb. 10. Önr.	VII Pr. 10	H Book XI Prop. 14
VII. Ktb. 11. Önr.	VII Pr. 11	H Book XI Prop. 15
VII. Ktb. 12. Önr.	VII Pr. 12	H Book XI Prop. 16
VII. Ktb. 13. Önr.	VII Pr. 13	H Book XI Prop. 18
VII. Ktb. 14. Önr.	VII Pr. 14	H Book XI Prop. 19

Tâmânî *Elementler*	**Bonnycastle *Elementler***	**Heath *Elementler***
VIII. Ktb. Tanımlar (El Hudud) 12	**VIII Definitions 15**	**XII Definitions (None)**
VIII. Ktb. 1. Tan.	VIII Def. 1	H Book XI Def. 11
VIII. Ktb. 2. Tan.	VIII Def. 2	H Book XI Def. 9, 10
VIII. Ktb. 3. Tan.	VIII Def. 3	H Book XI Def. 13
VIII. Ktb. 4. Tan.	VIII Def. 4	*
VIII. Ktb. 5. Tan.	VIII Def. 5	*
VIII. Ktb. 6. Tan.	VIII Def. 6	H Book XI Def. 25
VIII. Ktb. 7. Tan.	VIII Def. 7	H Book XI Def. 12
VIII. Ktb. 8. Tan.	VIII Def. 8, 9	H Book XI Def. 21, 22, 23
VIII. Ktb. 9. Tan.	VIII Def. 10, 11	H Book XI Def. 18, 19, 20
VIII. Ktb. 10. Tan.	VIII Def. 12	H Book XI Def. 24
VIII. Ktb. 11. Tan.	VIII Def. 13 14	H Book XI Def. 14, 15, 16
VIII. Ktb. 12. Tan.	VIII Def. 15	H Book XI Def. 17
VIII. Ktb. Önermeler (Davalar) 24	**VIII Propositions 23**	**XII Propositions 18**
VIII. Ktb. 1 Fayda	VIII Pr. 1 Lemma	H Book X Prop. 1
VIII. Ktb. 1. Önr.	VIII Pr. 2	H Book XII Prop. 1
VIII. Ktb. 2. Önr.	VIII Pr. 3	H Book XII Prop. 2
VIII. Ktb. 3. Önr.	VIII Pr. 4	H Book XII Prop. 2
VIII. Ktb. 4. Önr.	VIII Pr. 5	H Book XII Prop. 2
VIII. Ktb. 5. Önr.	VIII Pr. 6	H Book XII Prop. 2
VIII. Ktb. 6. Önr.	VIII Pr. 7	H Book XII Prop. 2
VIII. Ktb. 7. Önr.	VIII Pr. 8	H Book XI Prop. 25
VIII. Ktb. 8. Önr.	VIII Pr. 9	H Book XI Prop. 31
VIII. Ktb. 9. Önr.	VIII Pr. 10	H Book XI Prop. 32
VIII. Ktb. 10. Önr.	VIII Pr. 11	*
VIII. Ktb. 11. Önr.	VIII Pr. 12	H Book XI Prop. 34
VIII. Ktb. 12. Önr.	*	H Book XI Prop. 37
VIII. Ktb. 13. Önr.	*	*
VIII. Ktb. 14. Önr.	VIII Pr. 13	H Book XI Prop. 33
VIII. Ktb. 15. Önr.	VIII Pr. 14	*
VIII. Ktb. 16. Önr.	VIII Pr. 15	*
VIII. Ktb. 17. Önr.	VIII Pr. 16	H Book XII Prop. 7
VIII. Ktb. 18. Önr.	VIII Pr. 17	H Book XII Prop. 13
VIII. Ktb. 19. Önr.	VIII Pr. 18	*
VIII. Ktb. 20. Önr.	VIII Pr. 19	*
VIII. Ktb. 21. Önr.	VIII Pr. 20	*
VIII. Ktb. 22. Önr.	VIII Pr. 21	H Book XII Prop. 10
VIII. Ktb. 23. Önr.	VIII Pr. 22	*
VIII. Ktb. 24. Önr.	VIII Pr. 23	*

B) *Usûl-i Hendese*'nin Türk Geometri Tarihindeki Yeri

Usûl- Hendese, Elementler'in tamamını içermese de ilk Türkçe *Elementler* çevirisi olması ve hacimli ilk Türkçe geometri ders kitabı olması bakımından çok önemlidir. Mühendishâne'de öğrencilere geometrinin daha çok askerî amaçlarla kullanımının öğretilmesi amacıyla çevirilmiştir. Ancak konuların ele alınışı nedeniyle bu amaca hizmet etmekle birlikte Yunan-İslam geometrisinin ve geometrinin temellerinin anlaşılmasında büyük önem taşımaktadır. Kitap, analitik geometri ve fonksiyon kavramlarına yer verilmeden tamamen sentetik bir yaklaşımla ele alınmış ve sayı (aded), nicelik (mikdar) kavramlarına Antik Yunan ve İslâm döneminde olduğu gibi yaklaşılmıştır, hatta bazı noktalarda İslâm döneminde geliştirilen sayı kavramından daha geri bir biçimde yaklaşılmıştır.

Dönemin koşulları düşünme biçimi göz önüne alındığında bu yaklaşım çok da yanlış değildir, çünkü Galileo, Newton ve pek çok başka seçkin bilim adamı bu yaklaşımı ve Öklid'i örnek alarak eserlerini yazmışlardır. Neredeyse 1800'lü yılların sonuna kadar bu yaklaşım gücünü hem Doğu'da hem de Batı'da korumuştur. Batı'da daha erken bir tarihten itibaren yeni bir sayı, nicelik kavramı yerleşmesi ve sembolizasyonun da yardımıyla eski yaklaşımın sınırları aşılmış ve geliştirilen yeni kavramlarla geometri yapılmaya başlanmıştır.

Bununla birlikte aksiyomatik yöntemin ne olduğu ve nasıl işlediği bu kitapta anlatılan tarzdan daha iyi bir tarzda anlatılamaz. Yeni yöntemler, Öklid'den beri gelen yöntemin yanlışlığını göstermemiştir; sadece onun sayı ve nicelik kavramlarının yetersizliğini ve sembolizasyonun hantallığını ortaya koymuştur. Geometride kullandığımız yeni yöntemler Öklid'in kullandıklarını içermekte ve yeni kullandığımız kavramların getirdiği bazı avantajlardan yararlanmaktadır. Elbette

bunlar küçümsenecek şeyler değildir, ancak Öklid'in kullandığı yöntemin reddi ya da bir kenara atılması söz konusu değildir. Kullandığı temel kavramların sınırları yıkılmış ve genişlemiştir. Bu yüzden genişleyen kavramlarımızla onun yöntemini kullanmaya devam ediyoruz. Sonuç olarak geometri bağlamında geçmişten bir kopuş değil onu da kapsayan bir gelişme, ilerleme söz konusudur.

Usûl-i Hendese dönemin daha pratik, verimli savaş teknikleri ve geometri öğretim kitapları göz önüne alındığında amaca yeterince uygun olmayabilir, ancak en temel eser olması ve geometrinin anlaşılması için mutlaka Türkçe'ye çevrilmesi gerektiği düşünüldüğünde, sadece bir gecikmeden ve bu gecikmeyi her şeyi bir arada yaparak kapatmaya çalışan bir çabadan söz edilebilir. Ayrıca *Elementler*'in tamamının hâlâ Türkçe çevirisinin olmadığını ve geometri tarihini hakkıyla anlamamızı sağlayacak Türkçe kitapların da bulunmadığını düşünürsek, bugün onlardan daha başarılı olduğumuzu söyleyebilir miyiz?

Tâmânî'nin bu çevirisinin uzunca bir süre okunduğu, okutulduğu pek çok nüshasının günümüze ulaşmasından ve yeni baskılarının yapılmasından açığa çıkmaktadır. Ayrıca ortada geometri tarihini de kapsayacak biçimde temel geometri konularını ele alan bu boyutta bir Türkçe eser de bulunmamaktadır.

SONUÇ

Tâmânî geometri öğretimi için neden Öklid'in *Elementler*'ini seçmiştir? Geometri öğretimi için *Elementler*'in seçilmesi Osmanlı eğitim sisteminin o günkü ihtiyaçları göz önüne alındığında doğru bir seçim midir? Öklid'in *Elementler*'inin pek çok versiyonu varken neden *Elementler*'in 13 bölümünden sadece 8 bölümü barındıran Bonnycastle versiyonu seçilmiştir? Çeviri başarılı bir çeviri midir?

Öncelikle birinci sorunun yanıtını verelim. O dönemde, hatta yazıldığı günden beri her dönemde *Elementler*, geometri öğretiminin temel kitabı olmuştur. Kayda değer bütün geometriciler şu ya da bu şekilde *Elementler* ile meşgul olmuşlardır. Pek çok geometrici onun hatalarından arınndırılmış daha iyi bir versiyonunu yazmaya çalışmış, fakat hiçbir dönemde daha iyi bir versiyonu yazılamamış olmalı ki XV. yüzyıldan, hatta daha önceki dönemden başlayarak aslına en uygun halinin bulunması ya da oluşturulması için çok büyük emek, çabalar harcanmıştır. Bu çabalar, F. Peyrard'ın 1808 yılında Vatikan Kütüphanesi'nde Yunanca yazılmış en eski *Elementler*'i bulmasıyla yeni bir evreye girmiş, metnin yeniden oluşturulması işine girişilmiş ve bu da Heiberg'in 1883-88 yıllarında gerçeğine en yakın metni oluşturmasıyla başarıyla sonlanmıştır. O dönemde Avrupa'da *Elementler* okumak ve onun aracılığıyla geometri öğrenmek çok sık rastlanan bir durumdur. Batılılaşma çabalarının bir ürünü olan okulun kurucu kadrosunda olan bir kimsenin de bunlardan etkilenmiş olması çok büyük bir olasılıktır. Ayrıca Öklid'in *Elementler*'i İslâm kaynaklarınca da çok işlenmiş bir kitaptır ve en az Batı'da olduğu kadar saygın bir yere sahiptir. Bu yüzden, böylesi bir kitap Türkçe'ye çevrildiğinde Türkçe eğitim yapan bir kurumda Türkçe geometri öğrenimine büyük bir yarar sağlayacaktır. Geometri öğrenimi için Öklid'in

Elementler'inin seçilmesi çok yerindedir. Zaten bu yerindelik kitabın pek çok kez yeniden basılmasından da belli olmaktadır.

Temel soru neden başka bir versiyon değil de Bonnycastle'ın versiyonu olan *Elementler*'in seçildiğidir. Bonnycastle versiyonunna baktığımızda Nasirüddîn Tûsî'nin, Sabit ibn Kurra'nın kısaca İslam kaynaklarından gelen *Elementler*'den hiç bir üstünlüğü yoktur, ayrıca tam bir versiyon da değildir. Öyleyse bunlar dururken neden Bonnycastle versiyonu seçilmiştir.

Birinci neden Osmanlı yönetici sınıfının mevcut eğitim kurumlarının o gün ihtiyaç duyulan bilgi ve teknolojiyi üretemeyeceğinin kabul edilmesidir. Bu kabul edildikten sonra Batı'nın bilgi ve teknolojisinin özellikle de askerî teknolojisinin elde edilmesi çare olarak görülmüştür. Yönetici sınıfa böylesi bir anlayışın egemen olduğu dönemde Doğu kökenli bir bilginin yazdığı bir versiyonun Batılı bir yazarınkinden daha makbul bir versiyon olarak görülmesi psikolojik nedenlerle oldukça zordur.

İkinci neden Bonnycastle sıradan biri değildir, İngiliz subaylarının yetiştiği Woolwich Askerî Akademisi'nin geometri hocasıdır. Kitabını da buradaki öğrencilere ders vermek amacıyla yazmıştır. O dönemin Osmanlı yöneticisi ya da seçkini gözüyle bakıldığında, elbette en iyi geometri kitabı Oxford, Cambridge'de okutulan değil Askeri Akademi'de okutulan geometri kitabı olacaktır.

Daha da önemli olan bir kitap yazıldığında ya da çevrildiğinde ne olduğudur. O dönem kitap yazan ya da çeviren kimseler eserlerini Padişah'a veya kendisine atiye verebilecek bir kimseye sunarlar, bu kişinin beğenisine bağlı olarak ya da bir ihtiyaca yanıt verdiği oranda kabul görür ve ödüllendirilirdi. Kısacası kitap doğrudan piyasaya sunulan ve satışından gelir umulan bir meta değildi. Bu noktada Tâmânî'nin

Telhis el-Eşkâl (1796) adlı eserini yazması ve Mühendishâne Nâzırı olan İbrahim Efendi'ye teslim etmesi sonucu olanlara bakmakta yarar vardır. İbrahim Efendi eserin yazarını "Fenn-i hendese dışında ulûm-i Arabiyye ve Farisiyye'de aharına fâik ve her türlü iltifat ve inayete lâyık" bir mühendis olarak III. Selim'e takdim eder. Tâmânî kitap yazması nedeniyle Padişah'ın takdirini kazanır, ancak takdirle birlikte öyle bir uyarı alır ki "*Münâsib âtiyye verilsün ve ikram olunsun. Eğer bu Hüseyin Efendi'nin emeli rüûs ise, bizim Mühendishâne tarikine müderrislik ve mollalık uymaz. Abdurrahman Efendi evvel müderris idi. Yoksa onu dahi etmez idim. Zira, bu fennler ve mârifetler ancak askerî tâifesine ve sefere yarar ademlere olmalıdır*"[215]. O dönemde böyle bir uyarıyı alan kimsenin acaba Oxford, Cambridge ya da benzeri sivil bir okulda okutulan bir *Elementler* versiyonunu seçme şansı ne kadar olabilir?

Bu noktada Bonnycastle versiyonu *Elementler* yararsız mıdır? Hatalı bir sistematiği mi vardır diye sorulabilir. Elbette yararlıdır, ancak Bonnycastle'nin bakış açısı tamamen Antik Yunan'a ve onun matematiksel kavramlarına sıkı sıkıya bağlı kalmak yönündedir. Bunun en açık kanıtı Öklid'in *Elementler*'inde seçtiği bölümlerde görülmektedir. Seçilmeyen bölümler VII. kitaptaki sayılar kuramı ve temel unsurları, VIII. kitaptaki sayılar kuramındaki sürekli orantılar, IX. kitaptaki sayılar kuramı, X. kitaptaki ölçülemez sayıların, miktarların sınıflandırılması, XI., XII. ve XII. kitaplardaki sayılar konusuna girmeyi gerektiren bölümlerdir.

Bonnycastle bu konuları kitabına almamasının gerekçesi olarak saf geometrik konuları ayırmak ve sadece onları ele almak olarak göstermiştir. Ancak gerçekte bu konuları ele almamasının nedeni başkadır, çünkü bu konuları eğer Antik Yunan'ın anladığı biçimde ele alır ve açıklar ise kimse kitabına itibar etmeyecektir. Çünkü o

[215] Beydilli, s. 312, *BOA. HH.* 10894, Tarih: 4.CA. 1211/5.11.1796.

dönemin sayı kavramı artık Antik Yunan'ın sayı kavramı değildir; bir karenin kenarının köşegeni ile ortak ölçülemezliği de artık geride kalmış pratik anlamı olmayan bir ifadedir. Dönem her türden niceliğin sayılarla ifade edildiği, sayı doğrusu kavramıyla birlikte negatif sayıların yaygın kullanıma geçtiği bir dönemdir.

Bonnycastle için, ne Antik Yunan'a ne de modern dönemde ortaya çıkan matematiğe tamamen bağlı kalan Barrow'u bile yeterince muteber olabilmiştir. Eleştirdiği nokta ise tanımında hareketi kullanmasıdır. Çünkü hareketi kullanmak Öklid'in yaptığı ya da Antik Yunanlılar'ın yaptığı biçimiyle geometrik tanımlama yapmaya terstir.

Tâmânî'nin nicelik kavramından ne anladığı kitabın "Gözlemler ve İtirazlar" kısmının başında açıkça görülmektedir, çünkü bilgi vermek amacıyla eklediği bu kısım, Bonnycastle'da bulunmamamaktadır. Bunlar ya Tâmânî'nin görüşleridir ya da Tâmânî'nin itibar ettiği kimselerden derlediği görüşlerdir.

Tâmânî niceliği iki ana guruba ayırır. Sürekli nicelik ve süreksiz nicelik. Sürekli niceliği de iki türe ayırır. Birinci tür özünde belirsiz sürekli niceliktir ki kendisinde bulunduğu varsayılan kesitler dış dünyada bulunmaz "zaman" gibi; ona göre iki zaman arasındaki sürekliliği "an" sağlamaktadır. İkinci tür ise özünde belirli sürekli nicelik ki kendisinde bulunduğu varsayılan kesitler dış dünyada bulunan "miktar" gibi niceliklerdir. Eğer miktar üç boyuta bölünebiliyorsa ona cisim, iki boyuta bölünebiliyorsa yüzey, tek boyuta bölünebiliyorsa çizgi adı verilir. Çizginin uçlarında nokta bulunur fakat nokta çizginin bir kesiti değildir.

Süreksiz niceliği ise kendisinde bulunduğu varsayılan kesitler arasında ortak bir kesit bulunmayan nicelik olarak tanımlamıştır. Örnek olarak da on sayısını bir kesiti altı ve diğer kesiti dört olacak şekilde iki kesite ayırdığımızda altının içinde

olanın dördün dışında olmasıyla sayılar arasında ortak bir kesit olmadığının apaçık bir biçimde ortaya çıktığını belirtmiştir.

Ancak bu bakış açısı sayı kavramını tam sayılardan reel sayılara doğru genişleten, ortaya sıfırı alarak sola negtif sayıları sağa da pozitif sayıları yerleştiren sayı doğrusu adını verdiğimiz yaklaşımın çok gerisindedir. Logaritma'nın hesaplamalarda nasıl kullanılacağına dair bir risale yazan Tâmânî'nin en azından bazı kimselerin sayıyı sürekli nicelik olarak kabul ettiklerinden bahsetmesi gerekirdi. Çünkü logaritma hesaplarının mantığı sayıların bir çizgi gibi sürekli nicelik olarak ele alınıp bundan sonuçlar çıkarmaya dayanır. Tâmânî bu noktada dönemin kendisince saygın görülen geometricilerinin sayı anlayışına uymayı tercih etmiştir.

Tâmânî'nin *Usûl-i Hendese* çevirisi artık eskimekte olan kavramlara yer vermiş olsa da çok değerlidir. Çünkü *Elementler*'i Türkçe aracılığıyla anlamamıza hizmet etmiştir ve etmektedir. Hangi versiyonuyla olursa olsun *Elementler* aksiyomatik sistemin nasıl bir sistem olduğunu anlamamızı sağlar ki bunu öğretebilecek ondan daha iyi bir kitabın hâlâ yazılmadığı bile söylenebilir. Sistemli düşünmek ve bir sistem oluşturmak konusundaki katkısı ise tartışmasızdır. Ayrıca, en temel geometri bağıntılarını, kanıtlamanın ne demek olduğunu da ondan öğrenmemiz mümkündür. Günümüzde geometri öğrenmek ve öğretmek için *Elementler* geçmişte olduğu gibi standart bir ders kitabı olarak okunmamakta ve okutulmamaktadır; ancak tutarlı düşünme, düşünce disiplini kazandırma ve sistem kurma, temel geometri bağıntılarını öğrenme ve geometri bilgisinin nasıl evrimlendiği öğrenme bakımından hâlâ tartışmasız bir öneme sahiptir. Dönemin koşulları gereği ya da kendi tercihiyle hatalı bir versiyon seçmiş olsa bile Tâmânî doğru ve eksiksiz bir çeviri yapmıştır. Başka bütün yararları gözardı edilse bile insanlık tarihinin başyapıtlarından birini ilk

kez Türkçe'ye kazandırmasından dolayı Tâmânî her tür takdiri ve teşekkürü haketmektedir.

Tâmânî'nin eserleri incelendiğinde görülmektedir ki onun matematik anlayışının oluşmasında İngiliz matematikçilerin önemli bir etkisi olmuştur. O dönemde İngiltere ve kıta Avrupası arasında Newton ve Leibniz üzerinden yürütülen notasyon, integral ve diferansiyel çekişmesi bulunmaktadır. Her iki grup da bulunan yeni yöntemi Antik Yunan'ınki kadar sistemli, tutarlı ve kapsayıcı mantıksal temeller üzerine oturtmak istemektedirler. Ancak her ikisi de temele sonsuzluk ve sonsuz küçükler kavramını almışlar ve temellendirmelerini buna dayanarak yapmışlardır. Sonsuz küçükler kavramı yeni yöntemi açıklamakta yetersiz kaldığından aralarında Berkeley'in ve Hobbes'un da bulunduğu bazı filozoflar sistemin mantıksal eksikliklerine dikkat çekerek eleştirmişler ve bir anlamda Antik Yunan'dan beri gelen nicelik, sayı anlayışı ve geometri problemi çözme tekniklerinin sürdürülmesine yardımcı olmuşlardır. Bu ana eksiklik ancak Cauchy'nin analizin temeline limit kavramını oturtması ve sürekliliği dizilerin yakınsaklığıyla tanımlaması ile giderilebilmiştir. Diğer eksiklikler ise Bolzano-Weierstrass tarafından sürekli nicelik tanımının sonsuz küçüklerle değil başka niceliklerle tanımlanması ve Dedekind'in "Dedekind Cut" adı verilen yöntemle irrasyonel sayıları açıklamasıyla giderilmiş ve analizin geometrik niceliklere olan ihtiyacı sona erdirilmiş; tutarlı bir sistem haline geliş süreci büyük oranda tamamlanmıştır. Newton'la başlayıp Cauchy'ye kadar olan süreç Carl Boyer gibi bazı matematik tarihçileri tarafından kararsızlık dönemi olarak adlandırılmıştır. Tâmânî'nin değer verdiği İngiliz matematikçiler, söz konusu kararsızlık döneminin ilk yarısının daha çok Antik Yunan'a bağlı kalmaktan yana olan matematikçileri ya da onların ikinci dereceden temsilcileridir.

HÜSEYİN RIFKI TÂMÂNÎ

USÛL-İ HENDESE

(GÜNÜMÜZ TÜRÇESİNE ÇEVİRİSİ)

HÜSEYİN RIFKI TÂMÂNÎ'NİN *USÛL-İ HENDESE*'Sİ

(GÜNÜMÜZ TÜRÇESİNE ÇEVİRİSİ)

Önsöz

Rahman ve Rahim olan Allah'ın Adıyla

O unsurlar ve sonsuz felekler aleminin yaratıcısına, kendisinden başkasına benzemeyen ve ortağı olmayan ulu Tanrı'ma sınırsız hamd ve dualar ederek, övgü ve şükürle, [bu eseri] sunar ve görevimi yerine getiririm.

Son olarak da, hayrı ve şerri ayıran dinimizin ilkelerinin kaynağı ve pozitif delilleri olan, kesin bilgiye sahip ve peygamberlerin sonuncusu, gönderilenlerin en ulusu olan Efendimiz'e ve soyundan gelenlere en temiz duygularımla bitmeyen selamlar ve dualarla [bu eseri] teslim ederim.

Karanlık günlerinde lâyıkıyla onunla yürüyenlere ve ona niyaz edenlere, bütün ailesine, onu görenlere ve ona ilk katılanlara hesapsız dualar ederek, [bu eserle] borcumu yerine getirip, hediye ederim.

Bilinsin ki sağlam yapısı ve doğru yola götüren delilleri ve kanıtlanmak istenen önermeye getirdiği açıklamalar ve kesin kanıtlarıyla, en kuvvetli bilimler arasında yer alan geometri bilimi, kutsal bilimlerden olan astronomi ve ölçme bilimi ve Coğrafya adı verilen, memleketlerin enlem ve boylamlarının belirlenmesi ile ilişkilidir.

Aralarında savaş sanatlarının da bulunduğu, kaleler, siperler ve benzeri istihkam mevzileri oluşturulması, askerî birliklerin konumlarının krokilerinin çizilmesi, tünel kazılması, top atılması, köprü ve gemi yapımı gibi çoğu sanatın, özetle yaşamın her alanında tanınması ve bilinmesine ihtiyaç duyulan çoğu şeyin, bu

büyük fennin yöntemiyle ilişkili olmasından dolayı, eğitim ve öğretimi çok gerekli işlerden {3}[216]

olup, söz konusu bilime şiddetle ihtiyaç duyulmaktadır.

Kuramsal önermelerin kanıtlanmasıyla olan ilişkisi ve sağladığı yararlar gözardı edilse bile, bilimlerin terazisi olan mantık gibi, bir gerçeğin istenmesinde ve elde edilmesinde, zihnin isabetli biçimde düşünme melekesini ortaya çıkarmada sahip olduğu etki gözardı edilemez.

Bu yüzden, tartışmaları doğruya götüren yararlı sonuç çıkarma yasalarının en doğru ve en dakik düzenleyici kaynağı olduğu ve dağınık, parçalar halinde bulunan bir dizi soruna kesin çözümler getirdiği ve bu çözümlerin genel bir kullanımı olduğu ve sağlam bilgiye dayanan kanıtlamalarını aydınlık bir yolla ve sınanabilir biçimde ortaya koyduğu ve her alanda kullanıldığı, geçerli olduğu apaçık bir kesinlikle ortadadır.

Fakat söz konusu fenne ilişkin hazırlanmış ve telif edilmiş olan eski kitaplar, ifadelerinin karışıklığı yüzünden amacını anlatmakta yetersiz kalmaktadır. Yeni kitaplar ise, çoğunlukla söz edilmesi gerekli fakat terk edilmeleri elzem düşüncesiyle ve gereksiz şeylerle uğraşmamak adına, bu karışık ifadelere çok az yer vermektedirler.

Eski kitapların en ünlü ve saygınlarından biri Öklid'in geometriye ilişkin eseridir ki ulu kimselerce çok beğenilir. Tanım, postüla ve aksiyomların anlatımı ve kanıtlarının ortaya konuluşu çok fazla karışıktır ve problem, teorem biçiminde

[216] Parantez içinde verilen sayı eserin özgün metninin sayfa numarasını göstermektedir.

verilen önermelerin düzenlenişi, güç olmalarından dolayı amaç ve yararlarının sergilenmesine engel teşkil etmektedir.

Bundan başka, istenen bir önermenin kanıtlanması hususunda, çok karışık ve dolambaçlı yollar kullanılmış ve uzun uzun anlatımlarda bulunulmuştur. Yazılı olan şekliyle, kanıtlanan önermelerin çoğu gereği gibi doğru ve derinlemesine bir bakış açısıyla incelenmemiş ve değerlendirilmemiştir. Öklid'in özenle seçtiği ifadelerinde değişiklikler olmuştur ki akıllı kimseler için apaçık, besbellidir ve kanıtlamaya çalıştığı önermelerinde hatalar meydana gelmiştir ki bu durum alanın görüş sahibi ustalarınca da onaylanmıştır.

İmdi, geometri aracılığıyla bir doğrudan başka bir doğru elde edilirken ve çıkarılırken mantık kurallarına uyulduğu ve bu kurallara uygun sonuçlar çıkarıldığı

{4}

en başta gelen ve şaşırılması mümkün olmayan en doğru yol olarak kabul ediliyorsa, söz konusu bilimde Öklid'in gösterdiği yol ve tavır da en yararlı ve en layık olanıdır ve bu tavra mümkün mertebe uyulması en yeterli ve en yararlı sonuçları verecektir.

Bu ilk ilkelere ve amaçlara uygun olarak işbu kitabı yeterince sağlıklı ve düzenli olmak üzere, Hicret'in bin iki yüz üç [1203] senesinde ki İsa aleyhisselam'ın doğumunun bin yedi yüz seksen dokuzuncu senesidir [1789], İngiltere üstatlarından en dirayetli, hünerli ve Matematiksel Bilimler'de emsallerinin en üstünlerinden olan ve araştırmasındaki dikkatiyle ünlenen, bilim sahibi bilgin John Bonnycastle, Öklid'in ününü hakeden Kitabı'nı özetleme, ayıklama ve ıslah etme, düzeltme iradesiyle [yeniden] yazmıştır.

Önemli ve gerekli olmayan giriş kısmını ve sözleri atmış, uygun olmayan önermeleri dikkatle incelemiş ve doğru yöntemlerle bazılarını ayırmış bazılarını

birleştirmiş, kökenlerinde bulunan yanlışları ve diğer yerlerde bulunan hataları da eski haline uygun olarak düzeltmiş ve açıklamıştır.

Geometride olmayan, gerek aritmetiğe dair ve gerek ölçmeye dair birkaç makaleyi [kitabı] ve Öklid'de bulunan diğer beş bölümlük Mücessemât-ı Eflâtûniyye'ye[217] ilişkin yararsız makaleleri çıkarmış ve cürufundan ayrılmış saf altın gibi düşünsel kuvvetini arıtmış ve bizzat geometriden ibaret olan sekiz makale şeklinde özetleyerek ve saflaştırarak, yararı yaygın ve anlaşılması kolay güzel bir kitap haline getirmiştir ki bu durum anlayış sahiplerince besbellidir.

Söz konusu kitabın gerçekten geometri konularını ele alıp açıkladığı ve cihadın en önde gelenlerinden olan askerî sefer düzenleme, savaş aletlerini hazırlama, sınırların korunması ve düşmanın hainliklerinden korunmada çok yararlı olduğu besbelli ve apaçıktır. Ayrıca, ileri sürülen fikirler delile ihtiyaç duymayacak kadar berraktır ve denenebilir gözlemlere dayanmaktadır.

Kainat işlerini düzenleyen, dağıtan ve {5}

buyruğuyla hükmeden, yaratılanların tümünün ulu azametini her yönüyle kabul ettiği Tanrı'nın kutsallığı ve yüce iradesiyle kendisini olanca gücüyle Rabb'ine veren, İslâm Dini'nin esaslarını güçlendiren, yenilenen kurallarıyla sonsuza kadar sürecek olan [ebed-kıyam] devlet düzeninin ait olduğu Hazret-i Padişah-ı civanbaht Dara [Darius] gibi dirayetli ve Hilafet Makamı'nın koruyucusu, yani Sultan oğlu Sultan oğlu, III. Ahmet'in oğlu III. Mustafanın oğlu Sultan III. Selim Han olağanüstü iradesi ve hükümdarlığının ifadesi olarak askeri birlikler oluşturmuş ve sefer sanatları düzenlemiştir. Tanrı ömrünü uzatsın ve ömrünce saltanatını sürdürsün ve

[217] Platonik Beş Düzgün Cisim: Tetrahedron (dörtyüzlü), Hexahedron (küp, altıyüzlü), Octahedron (sekizyüzlü), Dodecahedron (onikiyüzlü), Icosahedron (yirmiyüzlü).

Tanrı meliklerine ve askerlerine kuvvet versin, hükmü ve nizamı kıyamate kadar sürsün.

Ona atfen ve bağlı olarak yapılan işbu güzel düzenlemelerden, özellikle Humbarıcıyân (Humbaracılar) kışlağı civarında eğitim ve öğretim yapılması amacıyla inşa edilmesini buyurdukları Ulu Mühendishâne'de [Mühendishâne-i Celîle'de] II. Halife olan, bilgisi az aciz köleniz ve meziyeti az zayıf kulunuz Hüseyin Rıfkı Tâmânî kulları ve aslen İngiltere mühendislerinden iken delillerin kılavuzluğuyla ve Tanrı'nın uygun görmesi ve inayetiyle, onun peygamberine boyun eğen ve taşıdığı bütün güzel ziynetlerle devlete kendini teslim eden ve onun hizmetine girmeye mazhar olan Selim kullarıyla birlikte, yukarıda söz edilen düzenlemesini John Bonnycastle'in yaptığı kitabı, Tanrı'nın yardımına sığınarak Türkçe'ye çevirdik ve dönüştürdük.

Ancak zamanın sultanlarının sultanının, sayısız kula sahip anların Hakanı Hazretleri'nin teveccühü, tam desteğiyle, etki ve semeresiyle olgunlaştırıp güzel bir biçimde sona erdirdik.

Antımımızdaki, insanlık icabı yapılan hata ve kusurlarımızı görecek olan sağlam fikir sahipleri ve mizacında doğruluk olanların, kalem oynatarak iyilikseverlikle tashih ve düzeltmelerini temenni ederiz. O'nun Kitabı'ndan [Kuran-ı Kerim] başka bir kitap hatasız değildir.

Kaldı ki işbu güzel çevirinin hazırlanmasından ve düzenlenmesinden başka, gücümüz yettiğince üzerinde değerlendirme yapmaya ve geometri bilimi için elzem olan bazı önermelerin bir araya getirilmesine ve oluşturulmasına dikkat {6}
çekerek, bu ana değin aklımıza gelmeyen bazı gözlem ve itirazlarımızı da kitabın sonuna ekledik. Söz konusu fenni ve dayandığı yöntemi gerektiği gibi zihninde

canlandırmak ve anlamak isteyenler, işbu kitabın sonuna eklenen kısımdaki yazılanlara başvursunlar. {7}

BİRİNCİ KİTAP

I. Kitap

Bilinsin ki her bir bilimin konusu, ilk ilkeleri ve problemleri vardır. Bir bilimin konusu demek onun özsel ilineklerinin ele alınması demektir. Bu takdirde geometri biliminin konusu, özünde belirli sürekli niceliktir ki ona miktar denilir.

Bilimin ilk ilkeleri dedikleri, problemlerinin bağlı olduğu şeydir. Bu da iki bölüme ayrılır: Birinci bölüm, betimsel (tasviri) ilk ilkelerdir ki bütün bilimlerde kullanılan şeylerin sınır ve tanımlarıdır. İkinci bölüm ise apaçıklığı onaylanan ilk ilkelerdir ki kendisinden ortaya çıkan ve kendisinin bir araya getirdiği önermelerle tasım (kıyas) yapılır.

İmdi, bu önermelerin kendileri kanıt yani kanıtlanması gerekmeyen apaçık önermeler olur ise ona aksiyom denilir ve eğer kendileri kanıt olmayıp gerçeğe uygun olduğu sanısıyla doğru kabul edilirlerse ona postüla denilir. Eğer yeri gelip açıklanıncaya kadar bilinmiyormuş gibi yapılır ve kuşkuyla yaklaşılarak doğru kabul edilirler ise ona kanıtsama denilir.[218] Kanıtsamayı her ne kadar kavimler kullandılarsa da o kadar makbul ve istenilen bir şey olmadığından bu güzel kitapta ona yer verilmemiştir.

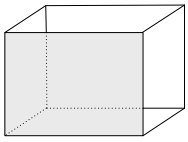
Bilimin problemleri demek, önermeleri betimsel ve apaçıklığı onaylanan ilkelerin derlenmesi ve bir araya gelmesiyle oluşan ve bizatihi kendisi kanıtlanmaya çalışılan önermeler (teoremlerdir) demektir. Geometri fenninde söz konusu önermeler ya problem ya da teorem olur. Problem demek, önce varolanın içindeki eksikliğin tamamlanması, daha sonra kanıtlamanın yapılması demektir. Teorem demek ise, eksiksiz biçimde varolanı sadece kanıtlamak demektir.

[218] Müsaderat: kanıtsama, savı, bir şeyi yine kendisiyle delil göstermeye kalkma işi.

İmdi, her kitaba betimsel ve apaçıklığı onaylanan ilkeler ile başlanması çok önemli olduğundan, bu kitaba da geometri fenninde kullanılan şeylerin açıklanmasında ihtiyaç duyulan tanımlar, postülalar ve aksiyomlarla başlanması zorunlu görülmüştür. Ondan (Tanrı'dan) yardım dileriz.

Tanımlar

1- Cisim: Kendinden üç boyutludur; yani en, boy ve derinliği vardır ve bu üç boyutta da [parçalara ayrılabilir] bölünebilir. {9}



2- Yüzey: Cismin ucudur, en ve boyu kendisinde barındırır, yani bu iki boyuta da [parçalara ayrılabilir] bölünebilir.



3- Çizgi yüzeyin ucudur; kendisinde sadece uzunluk bulunur, yani eni ve derinliği yoktur ve sadece bu boyutta [parçalara ayrılabilir] bölünebilir.



4- Nokta çizginin ucudur; kendisinde parça bulunmaz, yani en, boy ve derinlik bulundurmadığı gibi [herhangi] bir boyutta da [parçalara ayrılamaz] bölünemez.

5- Doğru çizgi, kendisinde bulunduğu varsayılan her parçanın diğer parçalarla aynı (uzama) doğrultusunda bulunduğu çizgidir.

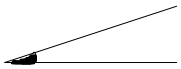
6- Eğri çizgi, kendisinde bulunduğu varsayılan her parçanın diğer parçalarla aynı uzama doğrultusunda bulunmadığı çizgidir.



7- Üzerinde olduğu varsayılan herhangi iki nokta arasına çizilen her doğru çizginin daima ona temas ettiği yüzeye, düzlem yüzey denir.

 {10}

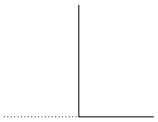
8- Düzlem açı, doğru çizgilerden her ikisinin de aynı doğru çizgi üzerinde olmaması koşuluyla birbirlerine temas ettiklerinde meydana getirdikleri açıklıktır.



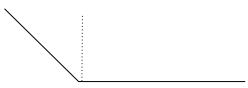
9- Bir doğru çizgi diğer bir doğru çizgi üzerine indirildiğinde, iki tarafında ortaya çıkan açılar birbirine eşit olursa, söz konusu doğru çizgiler de birbirine dik olur.



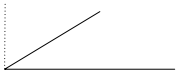
10- Bir doğru çizgi, diğer bir doğru çizgi üzerine dik olduğunda, iki tarafında ortaya çıkan açılardan her birine dik açı denilir.



11- Her iki doğru çizgi arasında meydana gelen açı dik açıdan büyük olur ise, ona geniş açı denir.

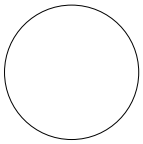


12- Her iki doğru çizgi arasında meydana gelen açı dik açıdan küçük olur ise ona dar açı denir.



13- Şekil, bir veya birden fazla sınırın çevrelemesinden ortaya çıkan toplamdır. {11}

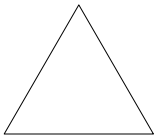
14- Daire, düzlem yüzey üzerinde bir eğri çizginin onu çevrelemesiyle ortaya çıkan bir şekil olup, içerisinde bulunan [belirli] bir noktadan söz konusu eğri çizgiye uzatılan doğru çizgilerin tümü birbirine eşit olur, bu eğriye dairenin çevresi [çember] ve söz konusu noktaya da merkez denir.



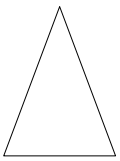
15- Doğru çizgilerin çevrelemesinden ortaya çıkan şekle, doğru kenarlı [doğrugen] şekil denir.

16- Bir düzlem yüzey üzerinde üç doğru çizgi tarafından çevrelenen şekle üçgen ve çevreleyen çizgilere de kenar denir.

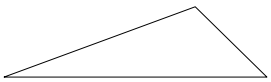
17- Bütün kenarları birbirine eşit olan her üçgene, eşkenar üçgen denir.



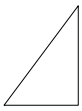
18- Sadece iki kenarı birbirine eşit olan her üçgene, ikizkenar üçgen denir.



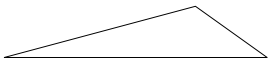
19- Kenarlarından hiç biri diğerine eşit olmayan üçgene, çeşitkenar üçgen denir.

 {12}

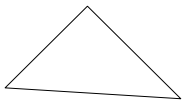
20- Açılarından biri dik olan üçgene dik üçgen denir ve dik açı karşısında bulunan kenara hipotenüs denir.



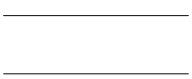
21- Açılarından biri geniş açı olan üçgene, geniş açılı üçgen denir.



22- Bütün açıları dar açı olan üçgene, dar açılı üçgen denir ve her bir açının karşısındaki kenara da o açının kirişi denir.

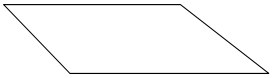


23- Paralel çizgiler, aynı düzlem yüzey üzerinde bulunan ve sonsuza kadar uzatılsalar da asla kesişmeyen doğru çizgilerdir.

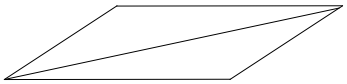


24- Bir düzlem yüzey üzerinde herhangi bir şekil dört doğru çizginin çevrelemesinden oluşuyorsa, ona dört kenarlı [dörtgen] denir.

25- Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dört kenarlıya, paralel kenar denir.



26- Dörtgenin karşılıklı açılarını birleştiren doğru çizgiye, köşegen denir.



{13}

27- Farz olunan şekli çevreleyen sınırların üzerine oturduğu uçlara şeklin tabanı denir, tabanın karşısında bulunan açıya da tepe açısı denir.



Uyarı: Daha önce anlatılan bir önermenin içeriğinde olup sonraki dikkate alınmadan daha öncekinden anlaşılacak konuya işaret eder.[219]

Sonuç: Önceki önermenin ispatında gösterilmesi nedeniyle açık olan ve diğerinin ispat edilmesinde gerekecek duruma işaret eder.[220]

Fayda: Daha sonra ortaya çıkacak bir önermenin ispatında yararlı olacak bir konuya işaret eder.[221]

Postülalar

1- Herhangi iki nokta arasını bir doğru çizgi ile birleştirmek mümkündür.

2- Sınırlı bir doğru çizgiyi aynı doğrultuda istenildiği kadar uzatmak mümkündür.

3- Herhangi bir noktadan istenilen büyüklükte bir daire çizmek mümkündür.

4- Bir doğru çizgi, birbirine paralel iki çizgiden birini bir noktada keserse, o çizgi aynı doğrultuda uzatıldığında paralel çizgilerden diğerini de keser.

Aksiyomlar

1- Aynı şeye eşit olan şeyler, birbirine eşit olurlar. {14}

2- Eşitler eşitlere eklenirse, toplamlar da birbirine eşit olur.

3- Eşitler eşitlerden çıkarılırsa, kalanlar da birbirine eşit olur.

4- Eğer eşitler eşit olmayanlara eklenirse, toplamlar da eşit olmaz.

5- Eğer eşitler eşit olmayanlardan çıkarılırsa, kalanlar da eşit olmaz.

6- Şeyler aynı şeyin iki katı olsa, o şeyler de eşit olur.

---

[219] Scholium, tenbih şerh, haşiye. Bonnycastle da bu aksiyomların bitiminde verilmiştir.

[220] Corollary, netice. Bonnycastle da bu aksiyomların bitiminde verilmiştir.

[221] Lemma, yardımcı önerme, önsav. Bonnycastle da bu aksiyomların bitiminde verilmiştir.

7- Şeyler aynı şeyin yarısı olsa, o şeyler de eşit olur.

8- Herhangi bir bütün, kendi parçaları toplamına eşittir.

9- Nesneler birbirine çakışsalar ya da birbirinin mekanını doldursalar, birbirine eşit olurlar.

Kitapta kullanılan kısaltmalar

Bir şeyin tarifi ve tanımı kast edildiğinde, şu kısaltma (Tan.) kullanılır.

Eğer bir postüla kast edilirse, şu kısaltma (Post.) kullanılır.

Eğer bir aksiyom kast edilirse, şu kısaltma (Aks.) kullanılır.

Eğer bir kitap [makale] işlenirken o kitapta bulunan bir önermenin şekli kast edilirse Arap rakamı ile kısaltma kullanılır. {15}

Ve eğer bir kitapta [makalede] diğer bir kitabın önermelerinden biri kast edilir ise, örneğin üçüncü kitap işlenirken ikinci kitabın on birinci önermesi kast edilir ise kitap için Roma rakamı, önerme için Arap rakamı kullanılır (II. Ktb. 11).

Ve eğer bir kitapta başka bir kitabın önermelerinden birinin sonucu kast edilirse şu (II. Ktb.16. Önr. Sonuç) kısaltma ve eğer bir kitapta başka bir kitabın önermelerinden birinin uyarısı kast edilirse şu kısaltma (II. Kit. 2. Önr. Uyarı) kullanılır.[222] Şu da bilinsin ki, bir açıdan söz edilirken alfabenin üç harfi kullanılırsa söz konusu harflerin ortasında bulunan harf istenilen açıyı gösterir.[223]

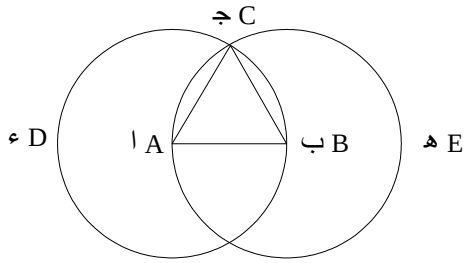
---

[222] Tâmânî'nin yaptığı kısaltmalar doğal olarak Arap alfabesinin harfleri ve bunlardan oluşturulan ebced (harf-rakam) rakamları ve Hint rakamlarından meydana gelmiştir. Metin günümüz Türkçesi ile verilirken kısaltmalar, Latin harfleri, Roma rakamları ve Arap rakamları kullanılarak yapılmıştır.

[223] Bonnycastle da bu not Tanımların (el-Hudud, Definitions) bitiminde verilmiştir.

I. Kitap, 1. Önerme, Problem

Sınırlı bir doğru çizgi üzerine eşkenar üçgen çizmenin yoludur:



Örnek: AB sınırlı doğru çizgisi üzerine bir eşkenar üçgen çizilmek istense, önce A noktası merkez kabul edilerek AB uzunluğuyla BCD daire çevresi[224] çizilir (3. Post.); sonra B noktası da merkez kabul edilip BA uzunluğuyla ACE çemberi çizilir (3. Post.); bu dairelerden her biri diğerinin merkezinden geçtiğinden, birbirlerini keserler.

Örneğin kesişme noktası C olsun ve bu C noktasından CA, CB {16}

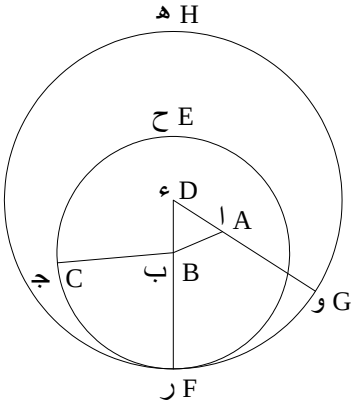
doğru çizgileri çizildiğinde, istenen ABC eşkenar üçgeni elde edilir. Çünkü A noktası BCD dairesinin merkezi olduğundan, AB, AC çizgileri eşittir (I. Ktb. 14. Tan.). Ve yine B noktası ACE dairesinin merkezi olduğundan BA, BC çizgileri de eşittir (I. Ktb. 14. Tan.).

İmdi şeyler aynı şeye eşit olsalar, o şeyler de birbirine eşit olduğundan (1. Aks.) her biri AB çizgisine eşit olan AC, BC çizgileri de birbirine eşit olur. Bu durumda AB doğru çizgisi üzerine yerleştirilen ABC üçgeni eşkenar üçgen olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

[224] Daire çevresi yerine bazı durumlarda Tâmânî'nin kullanmadığı çember terimi kullanılmıştır.

I. Kitap, 2. Önerme, Problem

Verilen bir noktadan, sınırlı bir doğru çizgiye eşit başka bir doğru çizgi elde etmenin yoludur:



Örnek: Verilen A noktasından BC sınırlı doğru çizgisine eşit başka bir sınırlı doğru çizgi elde edilmek istense, önce A, B noktaları arası bir doğru çizgi ile birleştirilir (1. Aks.); AB üzerine ABD eşkenar üçgeni çizilir (I. Ktb. 1. Önr.); B noktasından BC uzunluğuyla CEF dairesi çizilir (3. Aks.), DB kenarı CEF çevresinde bulunan F noktasına değin aynı doğrultuda uzatılır (2. Aks.).

Sonra D noktasından DF uzunluğuyla FHG dairesi de çizilip DA, FHG çevresinde bulunan G noktasına değin aynı doğrultuda uzatıldığında, AG çizgisi BC çizgisine eşit olur.

Çünkü B noktası CEF dairesinin merkezi olduğundan BC, BF birbirine eşittir (I. Ktb. 14. Tan.). Ve keza {17}

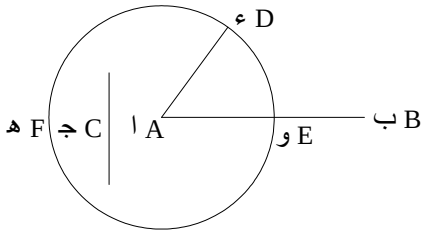
D noktası FHG dairesinin merkezi olduğundan DG, DF de eşittir. Fakat DA parçası DB parçasına eşit olduğundan (I. Ktb. 17. Tan.), bu eşitler kendi bütünlerinden çıkarıldığında geriye kalan AG çizgisi, BF çizgisine eşit olur (3. Aks.).

İmdi AG çizgisi BF çizgisine eşit olup, BC de BF çizgisine eşit olduğundan, AG, BC çizgileri eşit olurlar (1. Aks.). Bu durumda A noktasından çizilen AG çizgisi BC sınırlı çizgisine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Uyarı: Eğer A noktası söz konusu sınırlı çizginin sonu olan B noktasında bulunsa, işbu B noktasından çevreye kadar çizilen çizgilerden her biri istenilen miktara eşit olduğundan ikinci işleme gerek yoktur.

I. Kitap, 3. Önerme, Problem

İki sınırlı doğru çizginin uzun olanından kısa olanına eşit bir parça elde etmenin yoludur:



Örnek: AB ile C sınırlı doğru çizgilerinden, uzun olan AB çizgisinden kısa olan C çizgisine eşit bir parça elde edilmek istense.

İmdi A noktasından C çizgisine eşit AD doğru çizgisi çizilip (I. Ktb. 2. Önr.), ardından başlangıcı A noktası olan AD uzunluğuyla da DFE dairesi çizildiğinde (3. Post.), söz konusu dairenin AB çizgisinden ayırdığı AE çizgisi C çizgisine eşit olur. Çünkü, A noktası DFE dairesinin merkezi olduğundan, AE, AD çizgileri eşittir (I. Ktb. 14. Tan.).

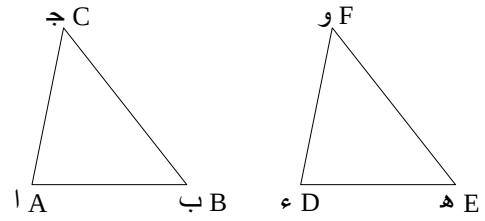
İmdi |C| çizgisi, çizim gereği AD çizgisine eşit olduğundan, AE çizgisi de C çizgisine eşit olup (1. Aks.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Uyarı: Eğer C çizgisinin sonu A noktasında bulunursa, {18}

ihtiyaç duyulan kadar işlem yapılsın.

I. Kitap, 4. Önerme, Teorem

Bir üçgenin iki kenarı ve bunların arasındaki açı, diğer bir üçgenin iki kenarına ve bunlar arasındaki açıya eşit olursa, bu üçgenler her durumda birbirine eşit olur.



Örnek: ABC, DEF üçgenlerinde AC kenarı DF kenarına, BC kenarı EF kenarına, C açısı F açısına eşit olsa, bu üçgenler de her durumda birbirine eşit olurlar. Çünkü ABC üçgeni DEF üçgeni üzerine, C noktası F noktasıyla, CA kenarı FD kenarıyla çakışacak şekilde yerleştiği tasavvur edilebilir.

Bu durumda CA kenarı FD kenarıyla birebir çakıştığı, C açısı da F açısına varsayım (hipotez) gereği eşit olduğundan, CB kenarı da FE kenarına birebir çakışır. Keza CA kenarı FD kenarına, CB kenarı FE kenarına varsayım gereği eşit olduğundan, A noktası D noktasına, B noktası da E noktasıyla birebir çakışır.

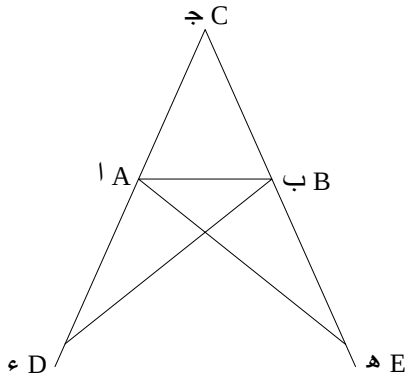
Doğru çizgilerin uçları çakışık olduğunda, söz konusu doğru çizgiler de birbirleriyle çakışırlar. Eğer çakışmıyorlarsa, kendilerinde varsayılan parçalarıyla aynı doğrultuda bulunmamaları gerekir, bu ise çelişkidir (I. Ktb. 5. Tan.).

Bu yüzden AB kenarı da DE kenarına çakışık ve eşit, A açısı D açısına, B açısı da E açısına eşit olup, ABC üçgeni de DEF üçgeniyle birebir çakıştığından, bu üçgenlerin de her durumda birbirine eşit olduğu ortaya çıkıp (9. Aks.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 5. Önerme, Teorem

{19}

İkizkenar üçgenin tabanında bulunan iki açı birbirine eşittir.



Örnek: ABC ikizkenar üçgeninde AC, BC ikiz kenarlarının eşit olması nedeniyle, taban üzerinde bulunan CAB, CBA açıları da birbirine eşit olur.

Çünkü, CA, CB ikizkenarları taban yönünde aynı doğrultuda CD, CE birbirine eşit olacak şekilde uzatılıp (I. Ktb. 3. Önr., Uyarı), ardından da AE, BD çizgileri çizildiğinde, oluşan CAE üçgeninin CA, CE kenarları, CBD üçgeninin CB, CD kenarlarına eşit olup, C açısı da ortak olduğundan, AE kenarı BD kenarına, CAE açısı CBD açısına, D açısı E açısına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

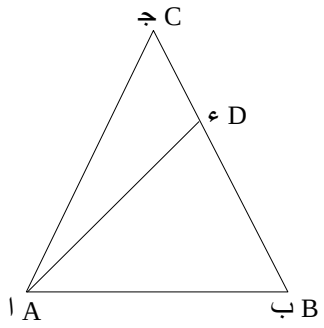
Fakat CD bütünü CE bütününe çizim gereği eşit olup, CA parçası da CB parçasına varsayım gereği eşit olduğundan, geriye kalan AD, BE parçaları da birbirine eşit olur (3. Aks.). DAB üçgeninin DA, DB kenarları, EBA üçgeninin EB, EA kenarlarına eşit olup, D açısı da E açısına eşit olduğundan, ABD açısı BAE açısına eşit olur.

İmdi CAE, CBD eşit açılarından BAE, ABD eşit açıları çıkarıldığında, tabanın üzerinde kalan CAB, CBA açılarının da eşit olduğu ortaya çıkıp, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Her eşkenar üçgen eşaçılıdır.

I. Kitap, 6. Önerme, Teorem

Bir üçgenin açılarından ikisi birbirine eşit olsa, onların karşısında bulunan kenarlar da birbirine eşit olur. {20}



Örnek: ABC üçgeninde CAB, CBA açıları birbirine eşit olsa, CA, CB kenarları da birbirine eşit olur.

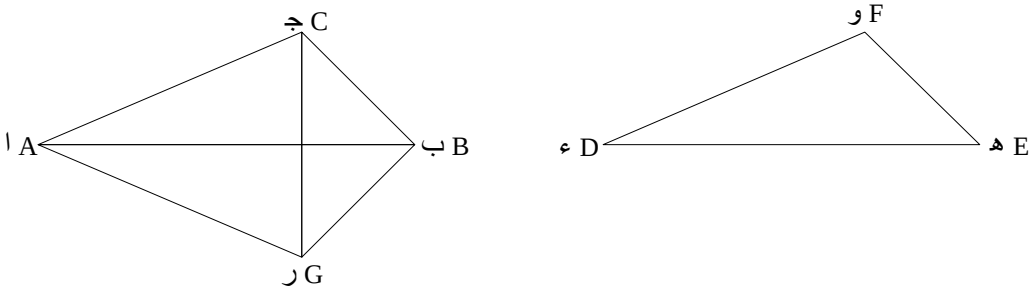
Çünkü eşit olmazlarsa birisi elbette uzun olur. Farz edelim ki CB kenarı uzun olsun. İmdi, uzun olan CB kenarından kısa olan CA kenarına eşit DB uzunluğu alınıp (I. Ktb. 3. Önr.), A ve D noktaları da birleştirildiğinde oluşan ABD üçgeninde DB, BA kenarları ABC üçgenindeki CA, AB kenarlarına eşit olur. DBA açısı CAB açısına varsayım gereği eşit olduğundan, ABD üçgeni her durumda ABC üçgenine eşit olup (I. Ktb. 4. Önr.), parçanın bütüne eşit olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda CB kenarı CA kenarından uzun olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki kısa da olamaz, bu nedenle CA, CB kenarları birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Her eşaçılı üçgen, eşkenar üçgendir.

I. Kitap, 7. Önerme, Teorem

Bir üçgenin kenarları diğer bir üçgenin kenarlarına karşılıklı olarak eşit olsa, üçgenlerin karşılıklı açıları da birbirine eşit olur.



Örnek: ABC, DEF üçgenlerinde AB kenarı DE kenarına, AC kenarı DF kenarına, BC kenarı EF kenarına eşit olsa, C açısı F açısına, B açısı E açısına, A açısı D açısına eşit olur.

Çünkü, DEF üçgenindeki DE uzun kenarı ABC üçgenindeki AB uzun kenarına öyle bir yerleştirilsin ki F noktası G noktasına denk gelsin, C, G noktaları arası da birleştirildiğinde AC kenarı, DF ya da AG kenarına varsayım gereği eşit olduğu için, ACG açısı AGC açısına eşit olup (I. Ktb. 5. Önr.), BC kenarı EF ya da BG kenarına varsayım gereği eşit olduğu için, {21}

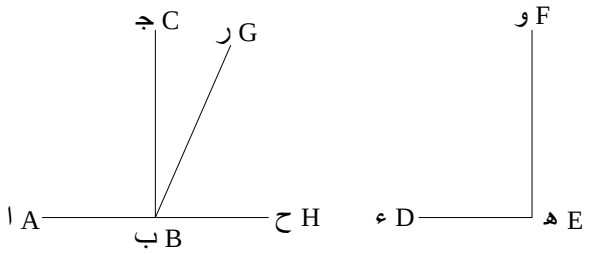
BCG açısı BGC açısına eşit olur.

Fakat ACG, BCG açıları AGC, BGC açılarına karşılıklı eşit olduğundan, ACB toplam açısı AGB toplam açısına eşit olur (8. Aks.). Ve keza AC kenarı AG kenarına, CB kenarı GB kenarına ve aralarındaki açılar da birbirine eşit olduğundan, CAB açısı GAB açısına, ABC açısı ABG açısına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

İmdi ABG üçgeni DEF üçgeninin aynı olduğundan, DEF üçgeninin açıları ABC üçgeninin açılarına karşılıklı eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 8. Önerme, Teorem

Her dik açı birbirine eşittir.



Örnek: ABC, DEF dik açıları birbirine eşittir.

Çünkü, DEF açısının ABC açısına öyle bir yerleştirildiği kurgulanır ki, E noktası B noktasına, ED çizgisi BA çizgisine birebir çakışır.

Buna göre EF çizgisi BC çizgisine çakıştığında ABC açısının dışında BG doğrultusunda bulunursa, AB çizgisi H noktasına değin aynı doğrultuda uzatılır (2. Post.). ABC, ABG açıları varsayım gereği dik olduklarından, CB, GB çizgilerinden her biri de AH çizgisine dik olur (I. Ktb. 10. Tan.). Bir doğru çizgi başka bir doğru çizgiye dik olsa, iki yanında meydana gelen açılar birbirine eşit olduğundan (I. Ktb. 9. Tan.), CBA açısı CBH açısına, GBA açısı da GBH açısına eşit olmuş olur.

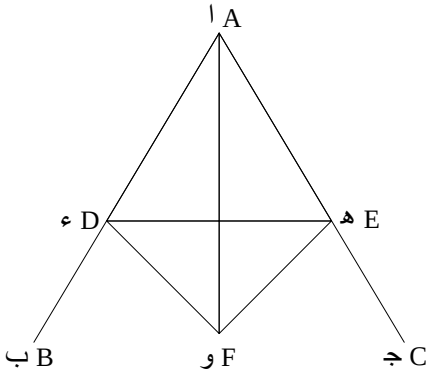
Fakat GBA açısı CBA ya da ona eşit olan CBH açısından büyük olduğundan, GBH açısı CBH açısından büyük olup, {22}

küçük şeyin büyük şeyden büyük olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda, EF çizgisi ABC açısının dışarısında bulunamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki içerisinde de bulunamaz, bu yüzden EF çizgisinin BC çizgisiyle birebir çakıştığı, DEF açısının da ABC açısına eşit olduğu görülüp, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 9. Önerme, Problem

Bir düzlem açıyı yarıya bölmenin yoludur:



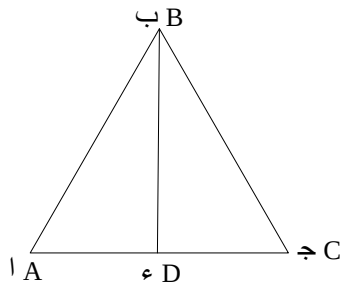
Örnek: BAC düzlem açısını yarıya bölmek istense, önce AB çizgisi üzerinde rastgele bir D noktası belirlenir; AC çizgisinde de AD çizgisine eşit AE çizgisi alınır (I. Ktb. 3. Önr.). D, E noktaları arası birleştirilir; daha sonra DE çizgisi üzerine DEF eşkenar üçgeni çizilir (I. Ktb. 1. Önr.). A, F noktaları arası da birleştirildiğinde, BAC düzlem açısı AF çizgisiyle yarıya bölünür.

Çünkü AD, AE çizgileri çizim gereği eşit olduğundan, DF, FE çizgileri de eşit olup (I. Ktb. 17. Tan.), ADF, AEF üçgenleri arasındaki AF kenarı da ortak olduğundan, söz konusu üçgenler her durumda eşit olur (I. Ktb. 7. Önr.).

İmdi, EF kenarı FD kenarına eşit olduğundan, onların karşısında bulunan FAE açısı da FAD açısına eşit olup, BAC açısı da AF çizgisiyle yarıya bölünür ve istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 10. Önerme, Problem

Sınırlı bir doğru çizgiyi yarıya bölmenin yoludur:



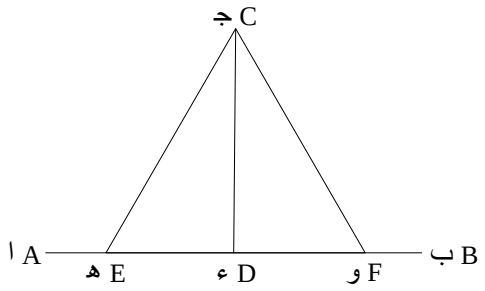
Örnek: AC sınırlı doğru çizgisini yarıya bölmek istense, imdi AC çizgisi üzerine ACB eşkenar üçgeni çizilip {23}

(I. Ktb. 1. Önr.), ABC açısı da BD çizgisiyle yarıya bölündüğünde (I. Ktb. 9. Önr.) AC çizgisi D noktasında yarıya bölünür.

Çünkü, AB, BC kenarları eşit (I. Ktb. 17. Tan.), BD kenarı ADB, CDB üçgenleri arasında ortak olup, ABD, CBD açıları da çizim gereği eşit olduğundan, her zaman bir üçgenin iki kenarı ve aralarındaki açı, diğer bir üçgenin iki kenarı ve aralarındaki açıya karşılıklı eşit olduğunda, üçgenlerin her durumda eşit olmasından (I. Ktb. 4. Önr.), bu açıların karşısında olan AD, DC kenarlarının da eşit olmasıyla, AC doğru çizgisi D noktasında yarıya bölünüp, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 11. Önerme, Problem

Sınırlı bir doğru çizgi üzerinde bulunduğu varsayılan bir noktadan, bu çizgiye dikme çıkmanın yoludur:



Örnek: AB doğru çizgisi üzerinde buunduğu varsayılan D noktasından söz konusu doğru çizgiye bir dikme çıkılmak istense, önce AB üzerinde rastgele E noktası belirlenir, DE uzunluğu kadar DF uzunluğu alınır (I. Ktb. 3. Önr.), daha sonra EF çizgisi üzerine EFC eşkenar üçgeni çizilir (I. Ktb. 1. Önr.) ve C, D noktaları arası birleştirilirse, CD doğru çizgisi AB çizgisi üzerine dik olur.

Çünkü, CE, CF kenarlarının eşit olmasıyla (I. Ktb. 17. Tan.), ED, DF de çizim gereği eşit olup ECD, FCD üçgenleri arasında CD kenarı ortak olduğundan,

birinci üçgenin kenarları ikinci üçgenin kenarlarına karşılıklı eşit olmakla, EDC açısı da FDC açısına eşit olur (I. Ktb. 7. Önr.).

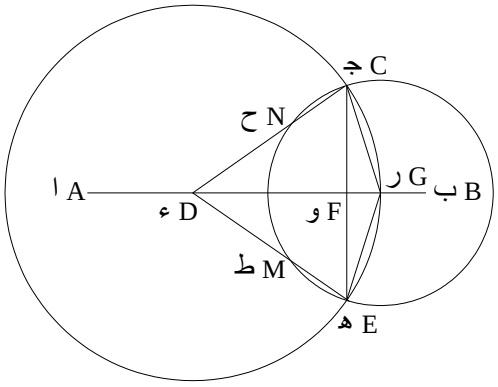
İmdi, bir doğru çizgi diğer bir doğru çizgi üzerine yerleştirildiğinde iki tarafta oluşan açılar birbirine eşit {24}

olsalar, söz konusu çizgilerin de birbirine dik olmasından (I. Ktb. 9. Tan.), D noktasından uzatılan CD çizgisi AB üzerine dik olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Uyarı: Eğer söz konusu nokta AB çizgisinin sonunda bulunursa, bu çizgi aynı doğrultuda uzatılıp, yine aynı işlemler uygulanır.

I. Kitap, 12. Önerme, Problem

Sınırlı olmayan bir doğru çizgiye, dışarısında olduğu varsayılan bir noktadan dikme indirmenin yoludur:



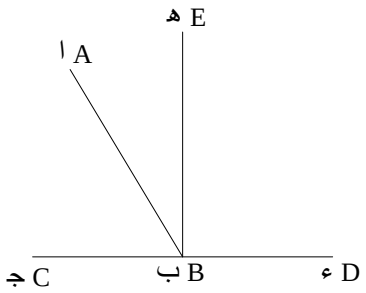
Örnek: AB doğru çizgisinin dışında bulunduğu varsayılan C noktasından ona bir dikme indirilmek istense, önce AB üzerinde rastgele bir D noktası belirlenir ve bu noktadan DC uzunluğuyla CGE dairesi çizilip, AB çizgisini kestiği G noktasıyla C noktası arası birleştirilir, sonra G noktasından GC uzunluğuyla NMC dairesi de çizilip, söz konusu dairelerin birbirlerini kestikleri E noktasıyla C noktası arası birleştirildiğinde, AB çizgisini F noktasında kesen CF çizgisi, AB üzerine dik olur.

Çünkü DC, DE, GE çizgileri birleştirildiğinde, ortaya çıkan DCG, DEG üçgenlerinde DC, DE ve keza GC, GE çizgileri birbirine eşit olup (I. Ktb. 14. Tan.), DG de ortak olduğundan, CDG, EDG açıları eşit olmakla (I. Ktb. 7. Önr.), DCF, DEF üçgenlerinde DC, DE kenarları eşit, DF de ortak olup, CDF, EDF açıları eşit olduğundan DFC, DFE açıları da eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

İmdi, bir doğru çizgi başka bir doğru çizgi üzerine indirildiğinde, iki tarafında oluşan açılar birbirine eşit olsalar, söz konusu doğru çizgiler de birbirine dik {25} olduğundan (I. Ktb. 9. Tan.), C noktasından çizilen CF çizgisi AB çizgisine dik olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 13. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi başka bir doğru çizgi üzerine indirilse, indirilen doğru çizginin iki tarafında oluşan açıların toplamı iki dik açıya eşittir.



Örnek: AB çizgisi CD çizgisi üzerine indirilse, iki tarafında oluşan ABC, ABD açıları toplamı iki dik açıya eşittir.

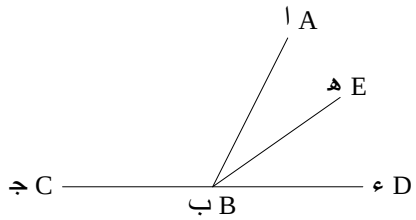
Çünkü ABC, ABD açıları eşit olsalar bu açıların her biri dik açı olur (I. Ktb. 9, 10. Tan.) ve eğer farklı olsalar, CD çizgisi üzerine B noktasında BE dikmesi indirildiğinde (I. Ktb. 11. Önr.) oluşan EBC, EBD açılarından her biri dik olup, EBC dik açısı EBA, ABC açıları toplamına eşit olduğundan (8. Aks.), EBD, EBA, ABC açıları toplamı iki açıya eşit ve keza ABD açısı EBD, EBA açıları toplamına eşit

olduğundan (8. Aks.), ABC, ABD açıları toplamı iki dik açıya eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Her doğru çizginin, örneğin CD çizgisinin, üzerinde bulunduğu varsayılan B noktasından, aynı yönde [çizginin altında veya üzerinde] oluşturulması mümkün olan açıların toplamı iki dik açıya eşittir.

I. Kitap, 14. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi diğer bir doğru çizgi ile aynı noktada birleşse, söz konusu çizginin iki tarafında oluşan açıların toplamı iki dik açıya eşit olsa, söz konusu çizgiler tek bir doğru çizgi olur. {26}



Örnek: AB doğru çizgisi CB, BD çizgileriyle B noktasında birleştiğinde, ABC, ABD açıları toplamı iki dik açıya eşit olur.

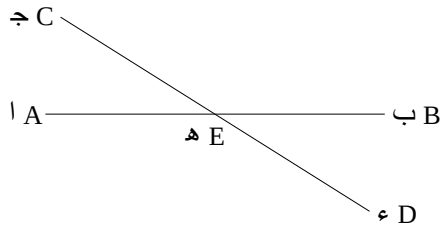
Çünkü CB çizgisi eğer BE çizgisiyle tek bir doğru çizgi olsa, AB çizgisi CBE doğru çizgisi üzerine inip, ABC, ABE açıları toplamı iki dik açı eşit olmuş olur (I. Ktb. 13. Önr.). Fakat, ABC, ABD açıları toplamı varsayım gereği iki dik açı toplamına eşit olduğundan, ABC, ABE açıları toplamı da ABC, ABD açıları toplamına eşit olduğundan, her bir toplamdan ABC ortak açısı çıkarıldığında, geriye kalan ABE açısı ABD açısına eşit olup, parçanın bütüne eşit olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu yüzden CB, BE çizgileri tek bir doğru çizgi olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki BD çizgisinden başka her bir çizgi CB çizgisiyle tek bir doğru çizgi

olamaz; bu sebeble de CBD çizgisi tek bir doğru çizgi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 15. Önerme, Teorem

Her iki doğru çizginin kesişmesinden oluşan karşılıklı [ters] açılar birbirine eşittir.



Örnek: AB, CD çizgileri birbiriyle E noktasında kesişseler, AEC, DEB karşılıklı açıları ve keza AED, CEB karşılıklı [ters] açıları birbirine eşit olur.

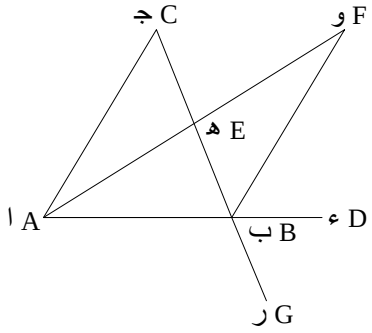
Çünkü AB üzerinde CE bulunup, AEC, CEB açıları toplamı da iki dik açıya eşit (I. Ktb. 13. Önr.) ve keza CD üzerinde BE bulunup, CEB, BED açıları toplamı da iki dik açıya eşit olduğundan, AEC, CEB açılarının {27}

toplamının CEB, BED açılarının toplamına eşit olması nedeniyle (1. Aks.); aralarında ortak olan CEB açısı çıkarıldığında geriye kalan AEC açısı BED açısına eşit olur (3. Aks.) ve bu şekilde kanıtlanır ki AED açısı da CEB açısına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Bir noktada kesişen doğru çizgilerin oluşturduğu açıların toplamı dört dik açıya eşittir.

I. Kitap, 16. Önerme, Teorem

Her üçgenin kenarlarından biri uzatılsa, dışarısında oluşan açı, üçgenin içerisinde bulunan iki karşı açının her birinden büyük olur.



Örnek: ABC üçgeninde AB kenarı D noktasına kadar uzatılsa, dışarısında oluşan CBD açısı, üçgenin içerisinde bulunan BAC, ACB karşı [komşu olmayan] açılarının her birinden büyüktür.

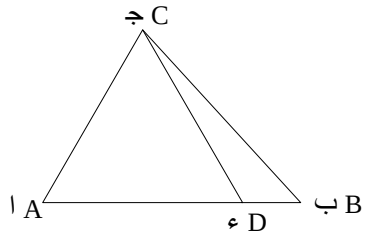
Çünkü BC kenarı E noktasında yarıya bölünsün (I. Ktb. 10. Önr.), A, E noktaları arası birleştirilip, sonra E noktası tarafında AE çizgisine eşit EF çizgisi kadar uzatılsın (I. Ktb. 3. Önr.). BF de birleştirildiğinde oluşan EAC, EFB üçgenlerinde AE kenarı EF kenarına, EC kenarı EB kenarına çizim gereği eşit olup, AEC açısı BEF açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 15. Önr.), ACE açısı EBF açısına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Fakat CBD açısı EBF açısından büyük olduğundan, ona eşit olan ACB açısından da büyük olur ve eğer CB kenarı G noktasına kadar uzatılıp, AB kenarı yarıya bölünürse, söz konusu şekilde olduğu gibi kanıtlanır ki ABG açısı ya da ona eşit olan CBD açısının da CAB {28}

açısından büyük olduğu açığa çıkıp, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 17. Önerme, Teorem

Her üçgende büyük kenar karşısında büyük açı ve büyük açı karşısında büyük kenar bulunur.



Örnek: ABC üçgeninde AB kenarı AC kenarından büyük olsa, ACB açısı ABC açısından büyük olur.

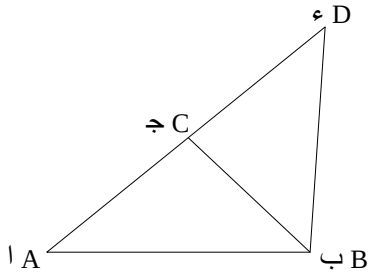
Çünkü AB uzun kenarından AC kenarına eşit AD alınır (I. Ktb. 3. Önr.), C, D noktaları arası birleştirilirse oluşan CDB üçgeninin dışarısında bulunan ADC açısı, içerisinde bulunan DBC açısından büyük olur (I. Ktb. 16. Önr.). AC, AD kenarları eşit olduğundan, ACD, ADC açıları eşit olup (I. Ktb. 5. Önr.), ACD açısı da DBC ya da ABC açısından büyük olur.

İmdi ACB açısının parçası olan ACD açısı ABC açısından büyük olduğundan, bütün olan ACB açısı ABC açısından çok büyük olur ve yine ACB açısı ABC açısından büyük olsa, AB kenarı AC kenarından büyük olur.

Çünkü büyük olmazsa ya eşit ya da küçük olur, eğer eşit olursa ACB açısı ABC açısına eşit olmuş olur (I. Ktb. 5. Önr.) ve eğer küçük olursa, ACB açısı ABC açısından küçük olmuş olur (I. Ktb. 17. Önr.). Bu yüzden, yani AB kenarı AC kenarına eşit ya da küçük olmadığından, büyük olması gerekip, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 18. Önerme, Teorem

Bir üçgenin kenarlarından herhangi ikisinin toplamı üçüncüsünden büyüktür.



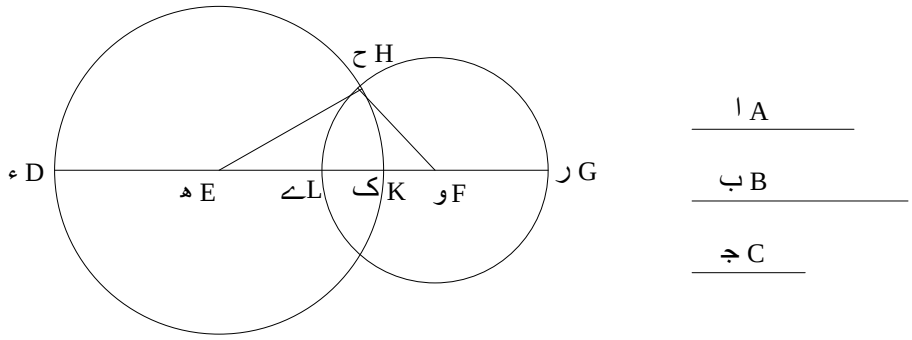
Örnek: ABC üçgeninde AC, CB kenarları toplamı AB kenarından {29} uzundur.

Çünkü AC kenarı C noktası yönünde uzatılıp, CB kenarına eşit CD alındığında (I. Ktb. 3. Önr.), B, D noktaları da birleştirildiğinde, CD, CB kenarları çizim gereği eşit olduğundan, CDB, CBD açıları da birbirine eşit olur (I. Ktb. 5. Önr.). Fakat ABD açısı CBD açısından büyük olduğundan, ona eşit olan ADB açısından da büyük olur.

İmdi her üçgende büyük kenar büyük açı karşısında olduğundan (I. Ktb. 17. Önr.), AD kenarı AB kenarından uzun olup, AD kenarı da çizim gereği AC, CB kenarları toplamına eşit olduğundan, AC, CB kenarları toplamı AB kenarından uzun olur ve sözkonusu üçgende herhangi iki kenar toplamının üçüncü kenardan uzun olması yine bu şekilde kanıtlanıp, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 19. Önerme, Problem

Herhangi ikisinin toplamı üçüncüden uzun olmak koşuluyla, varsayılan üç doğru çizgiden öyle bir üçgen oluşturmak istensin ki bu üçgenin kenarları varsayılan doğru çizgilere sırasıyla eşit olsun.



Örnek: Herhangi ikisinin toplamı üçüncüden uzun olmak koşuluyla varsayılan A, B, C çizgilerinden öyle bir üçgen çizilmek istensin ki söz konusu üçgenin kenarları söz konusu çizgilere karşılıklı eşit olsun.

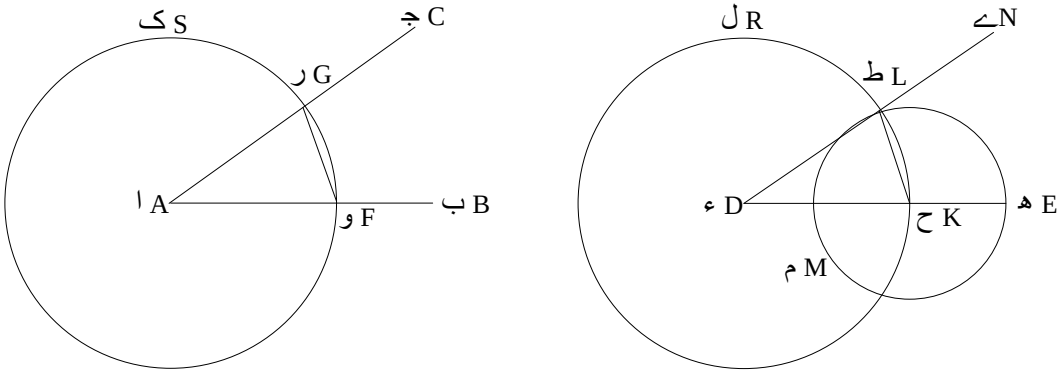
İmdi önce DG sınırlı doğru çizgisi çizilip, üzerinde DE çizgisi A çizgisine, EF çizgisi B çizgisine, FG çizgisi C çizgisine eşit olacak şekilde belirlensin (I. Ktb. 3. Önr.); sonra E noktasından ED uzunluğuyla DHK dairesi çizilip, F noktasından da FG uzunluğuyla GHL dairesi çizildiğinde, EG çizgisi ED ya da ona eşit olan EK çizgisinden varsayım gereği uzun olduğundan, GHL dairesinde {30}
bulunan G noktası DHK dairesinin dışarısında bulunur ve yine FD çizgisi FG ya da ona eşit olan FL çizgisinden varsayım gereği uzun olduğundan, DHK dairesinde bulunan D noktası GHL dairesinin dışarısında bulunur.

İmdi GHL dairesinin bir parçası DHK dairesininin dışarısında bulunduğundan, DHK dairesinin de bir parçası GHL dairesinin dışında bulunduğundan, söz konusu bu dairelerden hiç biri bütünüyle diğerinin içinde bulunmaz ve yine DE, FG çizgileri ya da onlara eşit olan EK, FL çizgilerinin toplamı EF çizgisinden varsayım gereği uzun olduğundan, söz konusu daireler birbirine temas dahi edemezler, keza birbirlerinin dışında da olamazlar, bu nedenle birbirlerini örneğin H noktasında keserler. İmdi, EH, FH arası birleştirildiğinde oluşan EHF üçgeni istenen üçgen olur.

Çünkü E noktası DHK dairesinin merkezi olduğundan, ED, EH eşit olup (I. Ktb. 14. Önr.), ED çizgisi varsayımdan A çizgisine eşit olduğu için, EH çizgisi de A çizgisine eşit olur ve keza F noktası GHL dairesinin merkezi olduğundan, FG, FH eşit olup, FG çizgisi çizim gereği C çizgisine eşit olduğu için, FH çizgisi de C çizgisine eşit olur. İmdi, EF çizgisi de çizim gereği B çizgisine eşit olduğundan, EHF üçgeninin kenarları A, B, C çizgilerine sırasıyla eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 20. Önerme, Problem

Sınırlı bir doğru çizgi üzerinde varsayılan bir noktadan bilinen bir açıya eşit açı elde etmenin yoludur:



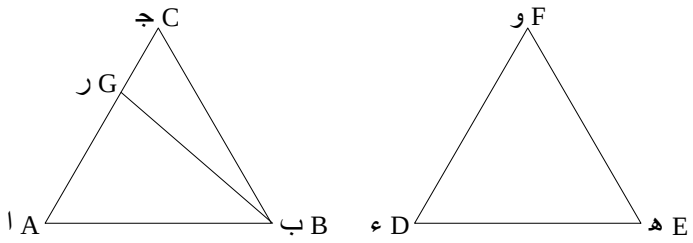
Örnek: DE sınırlı doğru çizgisi üzerinde varsayılan D noktasından {31}

BAC açısına eşit başka bir açı elde etmek istense, önce AB üzerinde rastgele bir F noktası belirlenir; A noktasından AF uzunluğunda FGS dairesi çizilir; AC çizgisini kestiği G noktası ile F noktası arası birleştirilir; sonra AF çizgisine eşit DK alınır ve keza FG çizgisine eşit KE de alınıp (I. Ktb. 3. Önr.), D, K noktaları üzerine DK, KE uzunluğuyla birbirini L noktasında kesen KLR, ELM daireleri çizilir; D ve L noktalarından geçen DN çizgisi de çizildiğinde, oluşan EDN açısı BAC açısına eşit olur.

Çünkü K, L noktaları birleştirildiğinde, AG, AF eşit olup (I. Ktb. 14. Tan.), AF çizgisi DK çizgisine eşit olur (1. Aks.) ve keza DK, DL eşit olduğundan (I. Ktb. 14. Tan.), AG çizgisi DL çizgisine eşit olur. İmdi, FG çizgisi KE ya da ona eşit olan KL çizgisine çizim gereği eşit olduğundan, DKL, AFG üçgenlerinin kenarlarından her biri karşılıklı eşit olmakla, D noktasında elde edilen KDL açısı FAG ya da BAC açısına eşit olup (I. Ktb. 7. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 21. Önerme, Teorem

Bir üçgenin bütün açıları ve bir kenarı, diğer bir üçgenin bütün açıları ve bir kenarına sırasıyla eşit olsa, geri kalan kenarlar da karşılıklı eşit olur.



Örnek: Açıları karşılıklı eşit olan ABC, DEF üçgenlerinde AB kenarı DE kenarına eşit olsa, AC kenarı DF kenarına, BC kenarı EF kenarına eşit olur.

Çünkü, AC kenarı DF kenarına {32}

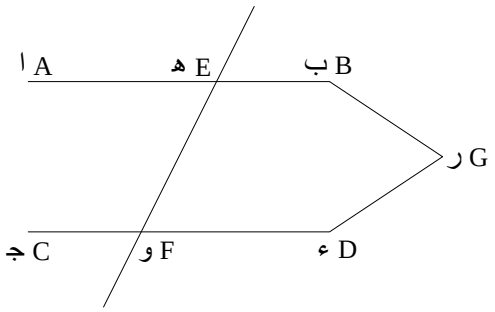
eşit değil ise, ya uzun ya da kısa olur, eğer uzun olursa DF kadar AG alınıp, B, G noktaları birleştirildiğinde, AB, AG kenarları DE, EF kenarlarına sırasıyla eşit olup, GAB açısı FDE açısına varsayım gereği eşit olduğundan, ABG açısı da DEF açısına eşit olmuş olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Fakat DEF açısı ABC açısına varsayım gereği eşit olduğundan, ABG açısı da ABC açısına eşit olup, bütünün parçaya eşit olması gerekir; bu ise çelişkidir. Bu yüzden AC kenarı DF kenarından uzun olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki kısa da olamaz. Bu nedenle AC, AB kenarları DF, DE kenarlarına sırasıyla eşit olup, CAB

açısı FDE açısına eşit olduğundan, BC kenarı da EF kenarına eşit olup (I. Ktb. 4. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 22. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi başka iki doğru çizgiyi kesse, oluşan açılardan karşılıklı [içters] açılar birbirine eşit olursa, söz konusu iki doğru çizgi birbirine paralel olur.



Örnek: EF doğru çizgisi AB, CD doğru çizgilerini kesse, AEF, EFD karşılıklı [içters] açıları da birbirine eşit olsalar, AB, CD çizgileri paralel olur.

Çünkü, paralel olmasalar, ya AC tarafında ya da BD tarafında birbirleriyle kesişirler (I. Ktb. 23. Tan.). Eğer BD tarafında G noktasında kesişseler, o tarafta oluşan FGE üçgeninin dışarısında bulunan AEF açısı, üçgenin içinde karşısında [içters] bulunan EFD açısından büyük olup (I. Ktb. 16. Önr.), bundan önce eşit kabul edilen AEF, EFD açılarının birbirine hem eşit {33}

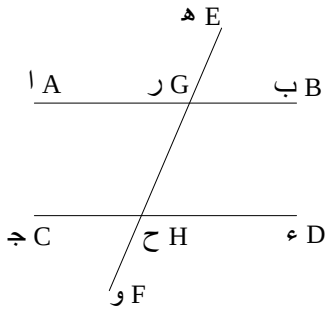
hem de eşit olmaması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda AB, CD çizgileri B, D tarafında birbiriyle kesişemez ve bu şekilde kanıtlanır ki AC tarafında da kesişemez, bu nedenle söz konusu iki çizgi paralel olup (I. Ktb. 23. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Aynı doğru çizgi üzerine dik olan bütün doğru çizgiler birbirine paraleldir.

I. Kitap, 23. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi başka iki doğru çizgiyi kesse, kesen çizginin aynı tarafında oluşan açılardan, dıştaki açılar içteki açılara eşit olsa, ya da aynı tarafın iç kısmında bulunan iki açı toplamı iki dik açı kadar olsa, söz konusu iki çizgi paralel olur.



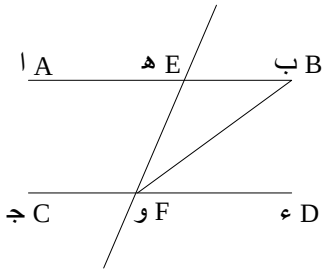
Örnek: EF doğru çizgisi AB, CD çizgilerini kesip, kesen çizgiyle aynı tarafta oluşan açılardan EGB dış açısı GHD iç açısına eşit olsa ya da bir tarafın içinde bulunan BGH GHD açıları toplamı iki dik açı kadar olsa AB, CD çizgileri paralel olur.

Çünkü EGB dış açısı GHD iç açısına varsayım gereği eşit olup, AGH, EGB açıları eşit olduğundan (I. Ktb. 15. Önr.), AGH, GHD karşılıklı [içters] açıları da eşit olurlar (1. Aks.).

Fakat bir doğru çizgi başka iki doğru çizgiyi kestiğinde oluşan karşılıklı [ters] açılar birbirine eşit olsa, söz konusu iki çizgi paralel olduğundan (I. Ktb. 22. Önr.), AB, CD çizgileri paralel olurlar ve yine BGH, GHD açıları toplamı varsayım gereği iki dik açı kadar olmakla, AGH, BGH açıları da iki dik açıya eşit olduğundan (I. Ktb. 13. Önr.), AGH, BGH açıları toplamı, BGH, {34}
GHD açıları toplamına eşit olup (1. Aks.), aralarında ortak olan BGH açısı çıkarıldığında, geriye kalan AGH açısı GHD açısına eşit olur (3. Aks.) ve bu açılar karşılıklı [ters] olduklarından, AB, CD çizgileri paralel olup (I. Ktb. 22. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 24. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi, paralel iki çizgiyi kesse, ortaya çıkan açılardan karşılıklı [ters] açılar birbirine eşit olur.



Örnek: EF doğru çizgisi AB, CD paralel çizgilerini kesse, oluşan açılardan AEF, EFD karşılıklı [ters] açıları eşit olur.

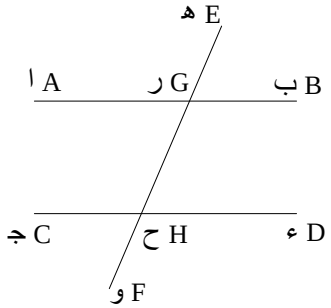
Çünkü eşit olmayıp EFD açısı büyük olsa, AEF açısına eşit EFB açısı çizilip (I. Ktb. 20. Önr.), AB, CD çizgileri varsayım gereği paralel olduğundan, CD çizgisini F noktasında kesen FB doğru çizgisi aynı doğrultuda uzatıldığında AB çizgisini de B noktasında kesmekle (4. Post.) oluşan EFB üçgeninin dışarısında bulunan AEF açısı üçgenin içinde karşısında [içters] bulunan EFB açısından büyük olur (I. Ktb. 16. Önr.).

Bundan önce çizim gereği eşit olan AEF, EFB açılarının birbirine hem eşit hem de eşit olmaması gerekir; bu ise çelişkidir. Bu durumda EFD açısı AEF açısından büyük olmaz ve bu şekilde kanıtlanır ki küçük de olamaz, bu nedenle söz konusu karşılıklı [ters] açılar birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Paralel çizgilerden herhangi birine dik olan bütün doğru çizgiler, diğer paralel çizgiye de dikdir. {35}

I. Kitap, 25. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi paralel iki çizgiyi kesse, kesen çizginin bir tarafında oluşan açılardan dış açılar iç açılara eşit olup ve yine bir tarafın içerisinde bulunan açıların toplamı da iki dik açıya eşit olur.



Örnek: EF doğru çizgisi AB, CD paralel çizgilerini kesse, kesen çizginin aynı tarafında oluşan açılardan EGB dış açısı GHD iç açısına eşit olup ve yine aynı tarafın içinde bulunan BGH, GHD açıları toplamı iki dik açıya eşit olur.

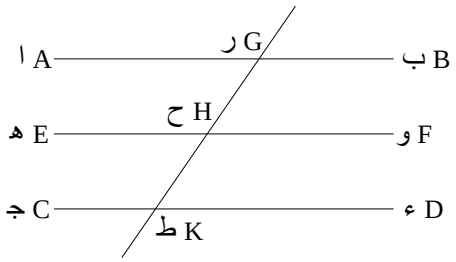
Çünkü EF çizgisi varsayım gereği paralel olan AB, CD çizgilerini kestiğinden, AGH, GHD açıları eşit olup (I. Ktb. 24. Önr.), AGH, EGB açıları da eşit olduğundan (I. Ktb. 15. Önr.), EGB dış açısı GHD iç açısına eşit olur ve yine BG doğru çizgisi EF çizgisine indirilmekle iki tarafında oluşan EGB, BGH açıları toplamı iki dik açı kadar olup (I. Ktb. 13. Önr.), bundan önce birbirine eşitliği kanıtlanmış olan EGB dış açısı GHD iç açısına eşit olduğundan iç kısımda olan BGH, GHD açıları toplamı iki dik açıya eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Bir doğru çizgi paralel iki doğru çizgiyi kesse, kesen çizginin bir tarafında içte bulunan iki açının toplamı iki dik açıdan küçük olsa, söz konusu [paralel] çizgiler o tarafa doğru uzatılırsa, elbette birbirleriyle temas ederler [kesişirler].

I. Kitap, 26. Önerme, Teorem

Doğru çizgilerden her biri aynı doğru çizgiye paralel olsa, {36}

söz konusu doğru çizgiler de birbirine paralel olur.



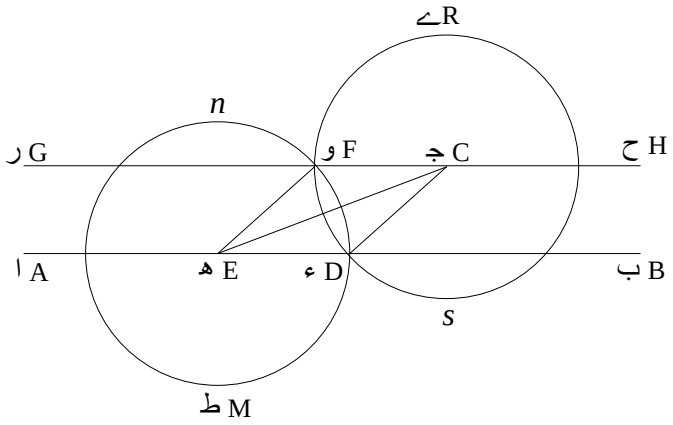
Örnek: AB, CD çizgilerinden her biri EF çizgisine paralel olsalar, AB, CD çizgileri de birbirine paralel olur.

Çünkü AB, EF, CD çizgilerini GHK noktalarında kesen GK doğru çizgisi çizildiğinde (4. Post.), AB, EF çizgileri varsayım gereği paralel olup, onları GH çizgisi kestiğinde oluşan AGH, GHF açıları eşit olurlar (I. Ktb. 25. Önr.) ve keza CD, EF çizgileri varsayım gereği paralel olup, onları GK çizgisi kestiğinde, oluşan GHF açısı HKD açısına eşit olur (I. Ktb. 25. Önr.).

Fakat AGH, GHF açıları karşılıklı [ters] olduğundan, eşit olup ve keza GHF, HKD açıları iç ve dış olduğundan yine eşit olmakla, AGK açısı da GKD açısına eşit olur. İmdi, GK çizgisinin AB, CD çizgilerini kesmesiyle oluşan AGK, GKD karşılıklı [ters] açıları eşit olduğundan, AB, CD çizgileri de paralel olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 27. Önerme, Problem

Sınırlı bir doğru çizginin dışarısında olduğu varsayılan bir noktadan geçen, söz konusu çizgiye paralel başka bir doğru çizgi çizmenin yoludur:



Örnek: AB sınırlı doğru çizgisinin dışarısında bulunan C noktasından geçen, söz konusu çizgiye paralel başka bir doğru çizgi çizmek istense, önce AB üzerinde rastgele bir D noktası belirlenir; DC çizgisi de çizilip, DC uzunluğuna eşit DE de alındıktan (I. Ktb. 3. Önr.) sonra C, E noktalarından CD, ED uzunluklarıyla DFR, DFM daireleri çizilip, CE, EF çizgileri de alındığında, oluşan ECD {37}

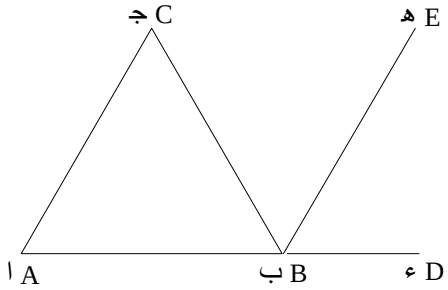
üçgeninde her iki kenar toplamı üçüncüden uzun olduğundan (I. Ktb. 18. Önr.), söz konusu daireler de birbirini keser (I. Ktb. 19. Önr.).

İmdi F, C noktalarından geçen GH çizgisi çizilirse AB çizgisine paralel olur. Çünkü EFC, CDE üçgenlerinde CF, FE kenarları CD, DE kenarlarına çizim gereği sırasıyla eşit olup, CE kenarı da ortak olduğundan, ECF açısı CED açısına eşit (I. Ktb. 7. Önr.) olur.

Ancak eşit olmakla kalmayıp karşılıklı [ters] açı da olduklarından, C noktasından geçecek şekilde çizilen GH çizgisi de AB çizgisine paralel olup (I. Ktb. 22. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 28. Önerme, Teorem

Herhangi bir üçgenin bir kenarı uzatılsa, üçgenin dışında oluşan açı, üçgenin içinde karşısında bulunan [komşu olmayan] iki açı toplamına eşit olur ve her üçgenin üç açısının toplamı iki dik açıya eşit olur.



Örnek: ABC üçgeninde AB kenarı D noktasına kadar uzatılsa, üçgenin dışında olan CBD açısı, üçgenin içinde karşısında bulunan [komşu olmayan] BCA, CAB açıları toplamına eşit olur ve üçgenin BCA, CAB, ABC açıları toplamı da iki dik açıya eşit olur.

Çünkü B noktasından AC çizgisine paralel BE çizgisi çizildiğinde (I. Ktb. 27. Önr.), BE, AC çizgileri çizimden paralel olmakla, onları CB çizgisi kestiğinden, oluşan CBE, BCA açıları eşit olup (I. Ktb. 24. Önr.) ve keza çizim gereği paralel olan BE, AC çizgilerini AD çizgisi kestiğinden, oluşan EBD açısı CAB açısına eşit olmakla (I. Ktb. 25. Önr.), CBE, EBD {38}
açıları toplamı CBD açısına eşit olduğundan, üçgenin dışındaki CBD açısı üçgenin içerisinde olan BCA, CAB açıları toplamına eşit olur. Bu eşitlere ABC açısı eklendiğinde, CBD, ABC açıları toplamı, söz konusu üçgenin üç açısı olan BCA, CAB, ABC açıları toplamına eşit olur.

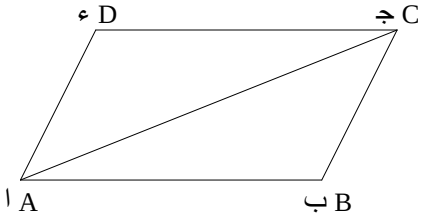
İmdi CBD, ABC açıları toplamı iki dik açıya eşit olduğundan (I. Ktb. 13. Önr.), söz konusu üçgenin üç açısı olan BCA, CAB, ABC açıları toplamı da iki dik açıya eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç 1: Bir üçgenin iki açısı, başka bir üçgenin iki açısına sırasıyla eşit olsa, geriye kalan açılar da birbirine eşit olur.

Sonuç 2: Dört kenarlı olan her şekil iki üçgene bölündüğünde, bu şeklin dört açısı toplamı dört dik açı toplamına eşittir.

I. Kitap, 29. Önerme, Teorem

Eşit ve paralel her sınırlı iki doğruyu birleştiren çizgiler, hem eşit hem de paralel olurlar.



Örnek: AB, DC doğru ve paralel çizgilerini birleştiren AD, BC çizgileri hem eşit hem de paralel olurlar.

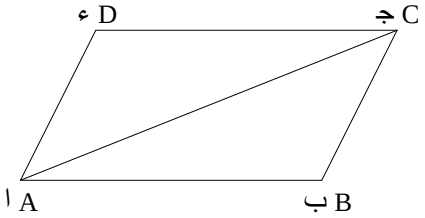
Çünkü AC köşegeni çizilir, AB, CD çizgileri varsayım gereği paralel olur, AC çizgisi onları kestiğinden, meydana gelen DCA, CAB açıları eşit olur (I. Ktb. 24. Önr.).

İmdi ABC, ADC üçgenlerinde AB, DC kenarları varsayım gereği eşit olup, AC kenarı da ortak olduğundan, DCA açısı CAB açısına eşit olmasıyla (I. Ktb. 24. Önr.), AD, BC de eşit olup, DAC, ACB açıları {39}

eşit olurlar (I. Ktb. 4. Önr.) ve bu açıların karşılıklı [ters] olması nedeniyle, AD, BC çizgileri de paralel olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 30. Önerme, Teorem

Her paralelkenarın karşılıklı kenarları ve açıları birbirine eşit olup, köşegenleri de paralelkenarı yarıya böler.



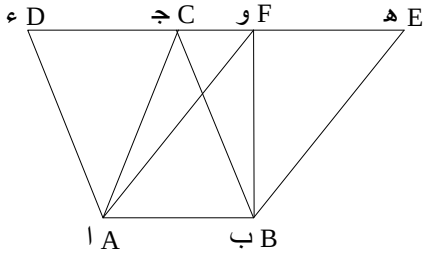
Örnek: ABCD paralelkenarının AC köşegeni alındığında, karşılıklı kenarlar ve açılar birbirine eşit olup, AC köşegeni söz konusu şekli yarıya böler.

Çünkü AD, BC kenarları paralel olup (I. Ktb. 25. Tan.), onları AC kestiğinden, oluşan DAC, ACB açıları birbirine eşit ve keza DC, AB kenarları paralel olup, onları AC kestiğinden, oluşan DCA, CAB açıları eşit olduğundan, DAC, DCA açıları ACB, CAB açılarına sırasıyla eşit olduğundan, geriye kalan ADC, ABC açıları da eşit olup (I. Ktb. 28. Önr. 1. Snç.), DAB toplam açısı DCB toplam açısına eşit olur.

İmdi CDA üçgeninin her bir açısı, ABC üçgeninin her bir açısına karşılıklı eşit olup, AC kenarı ortak olduğundan, DC kenarı AB kenarına, AD kenarı BC kenarına eşit, üçgenler de her durumda birbirine eşit olup (I. Ktb. 21. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 31. Önerme, Teorem[225]

Aynı paralel çizgiler arasında ve aynı taban üzerinde bulunan paralelkenarların ya da üçgenlerin her biri karşılıklı olarak eşit olur.



Örnek: AB, DE paralel çizgileri arasında AB tabanı üzerinde bulunan AE, {40}
BD paralelkenarları birbirine eşittir.

[225] Heath'in I. Kitap 35, 36, 37, 38, 39, 40 altı önermede verdiği bütün bilgiler bir önermeyle verilmek istenmiş görünüyor.

Çünkü AD, BC çizgileri paralel olup (I. Ktb. 25. Tan.), onları DE kestiğinden, oluşan ECB açısı FDA açısına eşit olur (I. Ktb. 25. Önr.) ve keza AF, BE çizgileri paralel olup (I. Ktb. 25. Tan.), onları da DE kestiğinden oluşan AFD açısı BEC açısına eşit olur (I. Ktb. 25. Önr.).

Fakat ADF, BCE üçgenlerinde FDA açısı ECB açısına, AFD açısı BEC açısına eşit olduğundan, geriye kalan DAF açısı CBE açısına eşit olup (I. Ktb. 28. Önr. 1. Snç.), AD kenarı da BC kenarına eşit olduğundan (I. Ktb. 30. Önr.), söz konusu üçgenler eşit olurlar (I. Ktb. 31. Önr.).

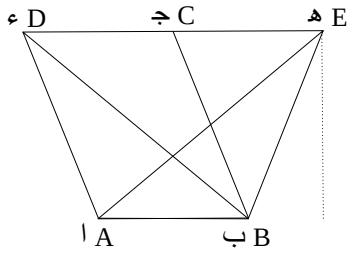
İmdi eşit şeyler aynı şeyden çıkarılsalar, her bir kalanın birbirine eşit olmasından, AB, ED toplam şeklinden BCE üçgeni çıkarıldığında geriye kalan BD paralelkenarı, söz konusu şekilden ADF üçgeni çıkarıldığında geriye kalan AE paralelkenarına eşit olur.

Ve yine AB, CF paralel çizgileri arasında, AB tabanı üzerinde bulunan ABC, ABF üçgenleri de birbirine eşittir.

Çünkü CF çizgisi iki tarafından D, E noktalarına kadar uzatılıp BC kenarına paralel AD çizilir ve keza AF kenarına paralel BE de çizildiğinde (I. Ktb. 27. Önr.), oluşan BD, AE paralelkenarları biraz önce kanıtlandığı üzere birbirine eşit olup, onları AC, BF köşegenleri yarıya ayırmakla (I. Ktb. 30. Önr.), yarıları olan ABC, ABF üçgenleri de birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 32. Önerme, Teorem

Bir paralelkenar ve üçgen, paralel çizgiler arasında ve aynı taban üzerinde bulunursa, söz konusu paralelkenar söz konusu üçgenin iki katı olur.



{41}

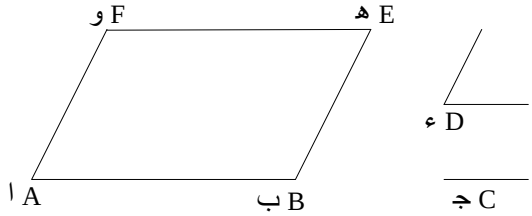
Örnek: AB, DE paralel çizgileri arasında, AB tabanı üzerinde bulunan AC paralelkenarı ABE üçgeninin iki katı olur.

Çünkü BD noktaları arası birleştirildiğinde, BD köşegeni AC paralelkenarını yarıya böldüğünden (I. Ktb. 30. Önr.), söz konusu paralelkenar ABD üçgeninin iki katı olup, ABD, ABE üçgenlerinin eşit olmasıyla (I. Ktb. 31. Önr.), AC paralelkenarı ABE üçgeninin de iki katı olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Eğer paralelkenarın tabanı, üçgenin tabanının yarısı olursa, ya da üçgen tabanı paralelkenar tabanının iki katı olursa, söz konusu şekiller de birbirine eşit olur.

I. Kitap, 33. Önerme, Problem

Sınırlı iki doğru çizgi ve [bunlar arasında] bir açı olsun, komşu kenarları bu çizgilere eşit ve bir açısı da söz konusu açıya eşit olan bir paralelkenar çizmenin yoludur:



Örnek: AB, C iki sınırlı doğru çizgisi ile bir D açısı olsun; her kenarı bu çizgilere eşit ve bir açısı D açısına eşit olmak üzere bir paralelkenar çizmek istense, önce AB üzerinde A noktasında D açısına eşit BAF açısı çizilip (I. Ktb. 20. Önr.), C çizgisine eşit AF alınır (I. Ktb. 3. Önr.); sonra FE kenarı AB çizgisine hem eşit ve hem de

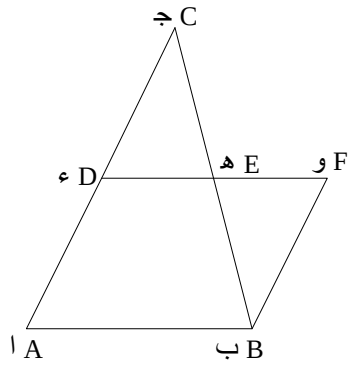
paralel çizilip (I. Ktb. 2. Önr. ve 27. Önr.), B, E noktaları da birleştirildiğinde oluşan AE şekli, istenilen paralelkenar olur.

Çünkü AB, FE çizim gereği hem eşit hem de paralel olduğundan, BE, AF de hem eşit hem de paralel olur (I. Ktb. 29. Önr.). {42}

İmdi AF kenarı C çizgisine varsayım gereği eşit olduğundan, BE de C çizgisine eşit olup, AE paralelkenarını çevreleyen kenarlar AB, C çizgilerine eşit, BAF açısı da D açısına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

I. Kitap, 34. Önerme, Teorem

Herhangi bir üçgenin iki kenarı yarıya bölünüp, araları bir çizgiyle birleştirildiğinde, bu çizgi söz konusu üçgenin tabanına daima hem paralel hem de onun yarısı olur.



Örnek: ABC üçgeninde CA, CB kenarları D, E noktalarında yarıya bölünüp araları birleştirildiğinde, DE çizgisi AB tabanına hem paralel hem de yarısı olur.

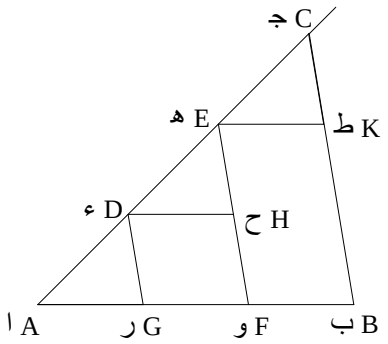
Çünkü, DE uzatılıp DE çizgisine eşit EF alındığında, B, F de birleştirildiğinde, EC, EB varsayım gereği eşit, DE, EF de çizim gereği eşit olup, DEC, BEF açıları da eşit olduğundan (I. Ktb. 15. Önr.), BF kenarı DC ya da eşiti olan DA kenarına eşit olup, EFB açısı da EDC açısına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.). Fakat DF doğru çizgisi CD, FB çizgilerini kestiğinde meydana gelen EDC, EFB açıları eşit olduğundan, BF çizgisi CD ya da DA çizgisine eşit olur (I. Ktb. 32. Önr.).

İmdi BF, AD çizgileri eşit ve paralel olduğundan, aralarına çizilen DF, AB çizgileri de hem eşit hem de paralel olur (I. Ktb. 29. Önr.). Fakat AB çizgisine eşit olan DF çizgisi, DE çizgisinin çizim gereği iki katı olduğundan, DE çizgisi de AB çizgisinin yarısı olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Herhangi bir üçgenin bir kenarı yarıya bölünüp, yarıya bölündüğü noktadan tabanına paralel diğer kenara kadar bir doğru çizgi çizildiğinde, bu çizgi {43} tabanın yarısı olup, diğer kenarı da yarıya böler.

I. Kitap, 35. Önerme, Problem

Sınırlı bir doğru çizgiyi istenilen miktarda eşit kısımlara bölmenin yoludur:



Örnek: AB sınırlı doğru çizgisi istenilen miktarda eşit kısımlara bölünmek istense, önce A noktasında bir açı oluşturmak koşuluyla, bu noktadan AC çizgisi çizilip, üzerinde istenilen miktar kadar AD, DE, EC eşit parçaları ayrılır (I. Ktb. 3. Önr.). Sonra B, C noktaları da birleştirilip ona paralel EF, DG çizgileri çizildiğinde, AC çizgisinin bölündüğü eşit parçalar miktarı kadar AB çizgisi de F, G noktalarında bölünür.

Çünkü DG çizgisine eşit EH, CK çizgileri alınıp (I. Ktb. 3. Önr.), D, H noktalarıyla E, K noktaları birleştirildiğinde, DG çizgisi EF çizgisine çizim gereği paralel olmasıyla, AE çizgisi onları kestiğinden, ADG açısı DEH açısına eşit olur (I. Ktb. 25. Önr.).

İmdi AGD, DEH üçgenlerinde AD, DG kenarları DE, EH kenarlarına çizim gereği eşit olup, aralarındaki açılar da birbirine eşit olduğundan, AG, DH kenarlarıyla DAG, EDH açıları birbirine eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Fakat AE doğru çizgisi DH, AF çizgilerini kesip, EDH dış açısı DAG iç açısına eşit olduğundan, DH çizgisi AG ya da GF çizgisine paralel olur (I. Ktb. 23. Önr.) ve bu şekilde kanıtlanır ki EK de AG çizgisine eşit olup AG ya da FB çizgisine paralel olmakla DF, FK şekilleri paralelkenar olup, {44}

DH kenarı GF kenarına, EK kenarı FB kenarına eşit olur (I. Ktb. 30. Önr.). İmdi DH, EK çizgilerinden her biri AG çizgisine eşit olduğundan, GF, FB çizgileri de AG çizgisine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {45}

İKİNCİ KİTAP

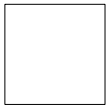
II. Kitap

Tanımlar

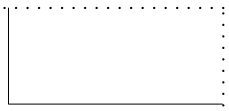
1- Karşılıklı kenarları paralel, her açısı dik açı ve kesişen iki kenarları birbirinden farklı olan dörtgene dikdörtgen denir.



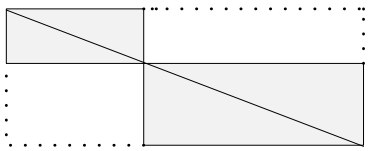
2- Karşılıklı kenarları birbirine paralel, her kenarı birbirine eşit ve her açısı dik olan dörtgene kare denir.



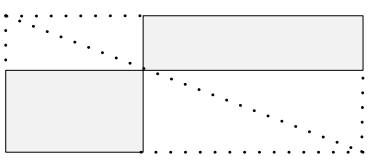
3- Bir çizginin diğer bir çizgiye dikdörtgeni demek, söz konusu iki çizginin çevrelenmesinden meydana gelen şeklin dik açılı paralel kenar olması demektir ve bu çizgilere şeklin çevresi denir.



4- Her paralel kenarın köşegeni üzerinde bulunan bir noktadan geçen ve karşılıklı kenarlara paralel olan birer doğru çizgi çizildiğinde, köşegenin yarıya böldüğü şekillerin her birine, köşegen üzerindeki paralelkenar denir.

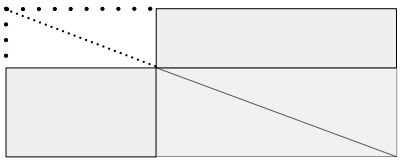


5- Köşegen tarafından yarıya bölünmeden kalan şekillere ise tamlayanlar denir.



{47}

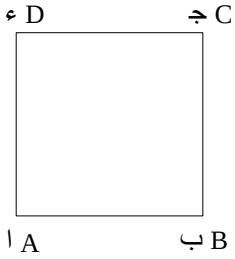
6- Her paralelkenarın köşegeni üzerindeki paralelkenarlardan herhangi biri ile tamlayanların toplamının oluşturduğu şekle gnomon denir.



7- Şeklin yüksekliği diye, bir şeklin tepe noktasından tabanına indirilen dikmeye derler.

II. Kitap, 1. Önerme, Problem

Bir doğru çizgi üzerine kare çizmenin yoludur:



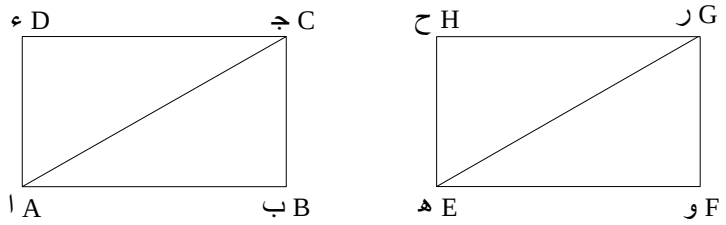
Örnek: AB sınırlı doğru çizgisi üzerine bir kare çizilmek istense, önce A, B noktalarından AB çizgisine eşit ve ona dik olarak AD, BC çizgileri çizilip (I. Ktb. 2. ve 11. Önr.), sonra DC de birleştirildiğinde, oluşan AC şekli, istenilen kare olur.

Çünkü DAB, ABC açıları çizim gereği dik olduğundan, AD, BC çizgileri paralel olur (I. Ktb. 22. Önr. Snç.). Keza AD, BC çizgileri paralel ve eşit olduğundan, AB, DC çizgileri de hem paralel hem de eşit olurlar (I. Ktb. 29. Önr.). İmdi AD, BC çizgilerinden her biri çizim gereği AB çizgisine eşit ve keza AD, AB, BC, CD çizgileri de birbirine eşit olduğundan, ADC açısı DCB açısına, ABC açısı ADC açısına eşit olup (I. Ktb. 30. Önr.), DAB, ABC açıları çizim gereği dik olduğundan, DCB, ADC açıları da dik olur.

İmdi AB çizgisi üzerine çizilen AC şeklinin her kenarı birbirine eşit ve her açısı dik olduğundan, söz konusu şekil kare olup (II. Ktb. 2. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur. {48}

II. Kitap, 2. Önerme, Teorem

Bir dikdörtgenin kenarları başka bir dikdörtgenin kenarlarına eşit olsa, dikdörtgenler de birbirine eşit olur ve keza bir karenin kenarı başka bir karenin kenarına eşit olsa, kareler de birbirine eşit olur.



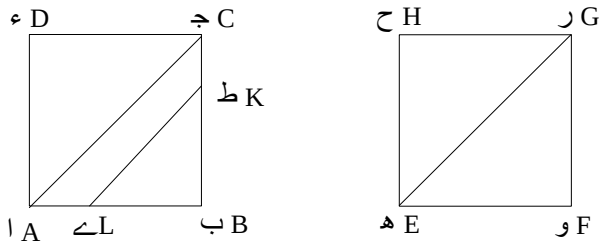
Örnek: BD, FH dökdörtgenlerinde AB, BC kenarları EF, FG kenarlarına sırasıyla eşit olsa, BD, FH dökdörtgenleri de birbirine eşit olur.

Zira AC, EG köşegenleri çizildiğinde, AB, BC kenarları EF, FG kenarlarına sırasıyla varsayım gereği eşit olup ve aralarında bulunan B açısı F açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 8. Önr.), ABC, EFG üçgenleri de eşit olurlar (I. Ktb. 4. Önr.).

İmdi her paralelkenarın köşegeni onu yarıya ayırıp (I. Ktb. 30. Önr.), yarımların eşitliği bütünlerin eşitliğini gerektirdiğinden, BD, FH dikdörtgenlerinin yarıları olan ABC, EFG üçgenleri birbirine eşit olduğundan, bütünleri olan BD, FH dikdörtgenleri de birbirine eşit olup ve bu şekilde kanıtlanır ki kareler de birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 3. Önerme, Teorem

Eşit karelerin kenarları ve köşegenleri sırasıyla eşit olur.



Örnek: BD, FH eşit karelerinin AB, EF kenarları ve keza AC, EG köşegenleri birbirine eşittir.

Çünkü AB, EF kenarları birbirine eşit olmasa, birinin elbette daha uzun olması gerekir. Farzedelim ki AB uzun olsun; imdi EF yahut FG çizgisine eşit BL, BK çizgileri alınıp (I. Ktb. 3. Önr.), KL de birleştirildiğinde oluşan, {49}

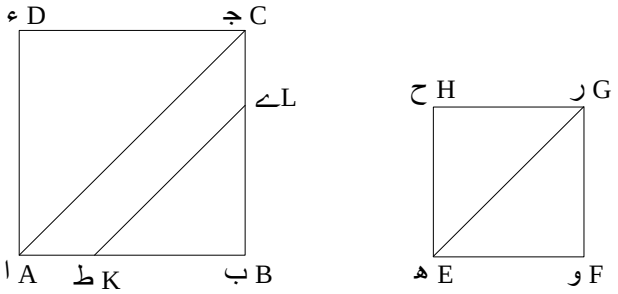
BKL, FGE üçgenlerinde BL kenarı FE kenarına, BK kenarı FG kenarına çizim gereği eşit olup, aralarında bulunan B açısı da F açısına eşit olduğundan, söz konusu üçgenler birbirine eşit olmuş olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Fakat eşit karelerin yarıları olan FEG, BAC üçgenleri eşit olduğundan (I. Ktb. 30. Önr.), BLK üçgeni BAC üçgenine eşit olup, küçüğün büyüğe eşit olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu takdirde AB kenarı EF kenarından uzun olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki kısa da olamaz; bu yüzden AB kenarı EF kenarına, BC kenarı FG kenarına, ABC açısı EFG açısına eşit olduğundan, AC köşegeni de EG köşegenine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 4. Önerme, Teorem

Uzun kenarın [üzerine kurulan kare] karesi, kısa kenarın [üzerine kurulan kare] karesinden büyüktür ve büyük karenin kenarı küçük karenin kenarından uzundur.



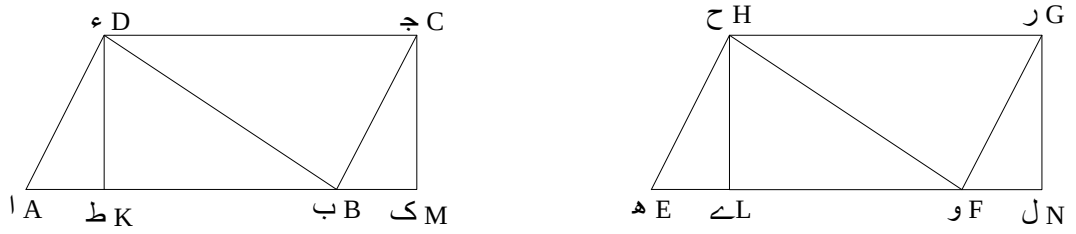
Örnek: AB uzun kenarının BD karesi EF kısa kenarının FH karesinden büyüktür. Çünkü, AB çizgisi EF çizgisinden, BC çizgisi FG çizgisinden varsayım gereği uzun olduğundan, EF, FG çizgilerine eşit BK, BL alınıp (I. Ktb. 3. Önr.), AC, KL, EG çizgileri de çizildiğinde, ortaya çıkan BKL, FEG üçgenlerinde BK, BL kenarları FE, FG kenarlarına sırasıyla eşit olup, B açısı da F açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 8. Önr.), söz konusu üçgenler eşit olurlar.

Fakat BAC üçgeni BKL üçgeninden büyük olduğundan, FEG üçgeninden de büyük olur. İmdi BD karesi BAC üçgeninin iki katı olup, FH karesi de FEG üçgeninin iki katı olduğundan {50}

(I. Ktb. 30. Önr.), BD karesi FH karesinden büyük olur. Ve yine BD karesi FH karesinden büyük olsa, AB kenarı EF kenarından uzun olur; eğer uzun değil ise ya kısa ya da ona eşit olur. Fakat eşit olamaz; çünkü BD karesinin FH karesine eşit olması gerekir (II. Ktb. 2. Önr.). Kısa da olamaz; çünkü BD karesinin FH karesinden küçük olması gerekir (II. Ktb. 4. Önr.). Bu yüzden, AB kenarı EF kenarından uzun olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 5. Önerme, Teorem

Paralelkenarların yahut üçgenlerin tabanları ve yükseklikleri eşit olsa, bunların her biri sırasıyla eşit olur.



Örnek: AB, EF tabanları eşit olup, DK, HL yükseklikleri de eşit olsa, AC, EG paralelkenarları birbirine eşit olur.

Çünkü AB, EF tabanları aynı doğrultuda gereğince uzatılır; üzerlerine CM, GN dikmeleri de indirilirse (I. Ktb. 12. Önr.), meydana gelen DM, HN şekilleri dikdörtgen olduğundan, DC kenarı KM kenarına, HG kenarı LN kenarına eşit olur (I. Ktb. 30. Önr.).

Fakat DC çizgisi AB çizgisine, HG de EF çizgisine eşit olduğundan, KM çizgisi AB çizgisine, LN de EF çizgisine eşit olup, varsayım gereği eşit olan AB, EF çizgilerine KM, LN çizgileri eşit olduğundan, üzerlerinde bulunan DM, HN dikdörtgenleri de eşit olurlar (II. Ktb. 2. Önr.).

İmdi paralel çizgiler arasında ve aynı DC tabanı üzerinde bulunduklarından, DM dikdörtgeni AC paralelkenarına eşit ve keza HN dikdörtgeni EG paralelkenarına eşit olmakla (I. Ktb. 31. Önr.), AC, EG paralelkenarları da birbirine eşit olurlar ve yine AB, EF tabanları {51}

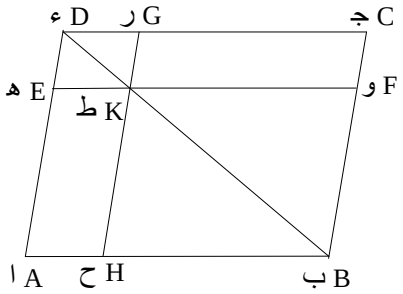
eşit olup, DK, HL yükseklikleri de eşit olan ABD, EFH üçgenleri de birbirine eşit olur.

Çünkü söz konusu üçgenler AC, EG paralelkenarlarına tamamlansalar, yukarıda kanıtlandığı üzere söz konusu paralelkenarlar birbirine eşit olmakla, DB, HF köşegenleri onları yarıya böldüğünden, ABD üçgeni EFH üçgenine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Paralelkenarlar yahut üçgenler, paralel kenarlar arasında ve eşit tabanlar üzerinde bulunurlarsa, her biri sırasıyla eşit olur.

II. Kitap, 6. Önerme, Teorem

Her paralelkenar içinde bulunan tamlayanlar[226] birbirine eşittir.



Örnek: AC paralelkenarı içinde bulunan AK, KC tamlayanları birbirine eşittir. Çünkü, BD çizgisi AC paralelkenarının köşegeni olduğundan, DAB üçgeni BCD üçgenine eşit olur (I. Ktb. 30. Önr.).

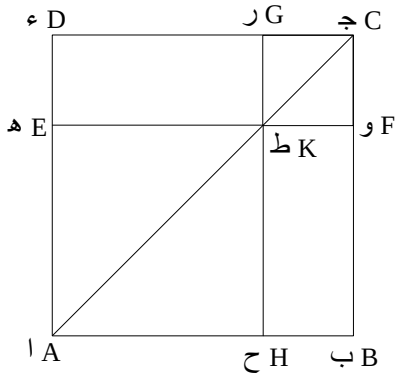
Ve keza EG, HF şekilleri paralelkenar olup, onların köşegenleri DK, KB olduğundan, DGK üçgeni DEK üçgenine, KFB üçgeni KHB üçgenine eşit olur.

İmdi DKG, KFB üçgenlerinin toplamı, DEK, KHB üçgenlerinin toplamına eşit olup, her bir toplam DAB, BCD eşit üçgenlerinden çıkarıldığında, geriye kalan AK, KC tamlayanları birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 7. Önerme, Teorem

Herhangi bir karenin içinde ve köşegen üzerinde bulunan paralelkenarlardan her biri yine karedir.

[226] Gnomon'u dörtgene tamamlayan eksik parça, mütemmimân.



Örnek: BD karesinin AC köşegeni üzerinde bulunan HE, FG paralelkenarları yine karedir. Çünkü, AB, BC kenarları eşit olduğundan, CAB, ACB açıları da eşit olup (I. Ktb. 5. Önr.), {52}

GH çizgisi de CB çizgisine eşit olduğundan, AKH açısı ACB açısına eşit olmakla (I. Ktb. 25. Önr.), CAB, AKH açıları da eşit olup, AH kenarı HK kenarına eşit olur (I. Ktb. 6. Önr.).

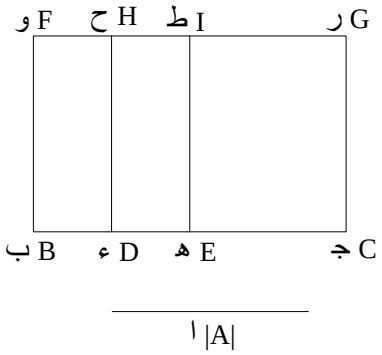
İmdi, AH kenarı EK kenarına, HK kenarı AE kenarına eşit olduğundan (I. Ktb. 30. Önr.), HE şekli paralelkenar olur.

Ve keza EAH açısı varsayım gereği dik olup, HG, EF çizgilerinden her biri BD karesinin kenarlarına paralel olduğundan, geri kalan açılar da dik olmakla (I. Ktb. 25. Önr.) HE şeklinin her bir kenarı birbirine eşit ve her bir açısı dik olup, söz konusu şekil kare olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki FG şekli de kare olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 8. Önerme, Teorem

Bir çizginin diğer bir çizgiyle oluşturduğu dikdörtgen; bu çizginin, söz konusu diğer çizgiyle meydana getirdiği dikdörtgenlerin tümünün toplamına eşittir.



Örnek: |A| ile BC çizgilerinden, BC çizgisi D, E noktalarından bölünse, A çizgisinin BC çizgisiyle oluşturduğu dikdörtgen, [A, BD], [A, DE], [A, EC] dikdörtgenleri toplamına eşit olur.

Çünkü BC çizgisi üzerine dik olarak önce B noktasından A çizgisine eşit BF çizgisi çizilip (I. Ktb. 3. ve 11. Önr.), BC çizgisine paralel FG de çizilsin. Sonra BF çizgisine paralel DH, EI, CG çizgileri çizildiğinde (I. Ktb. 27. Önr.), FG çizgisi H, I, G noktalarında kesilir.

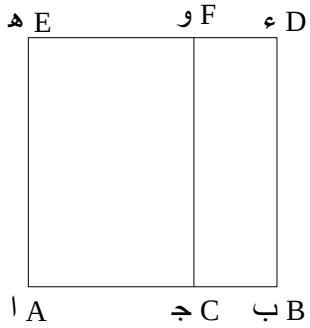
İmdi BH dikdörtgeninin kenarları BD, BF çizgileri olduğu gibi (II. Ktb. 3. Tan), BD, A çizgileri de olur. Çünkü, BF çizgisi çizim gereği A çizgisine eşittir.

Ve keza DI dikdörtgeninin kenarları DE, DH çizgileri olduğu gibi, DE, A çizgileri de olur. Zira DH çizgisi BF çizgisine eşittir (I. Ktb. 30. Önr.). Ve keza {53} EG dikdörtgeninin kenarları EC, A çizgileri, BG büyük dikdörtgeninin kenarları BC, A çizgileri olur.

İmdi BG büyük dikdörtgeni BH, DI, EG dikdörtgenleri toplamına eşit olduğundan, kenarları A, BC çizgileri olan büyük dikdörtgen kenarları [A, BD], [A, DE], [A, EC] çizgileri olan dikdörtgenlerin toplamına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 9. Önerme, Teorem

Sınırlı bir doğru çizgi iki kısma bölünse, kısımlarından her birinin söz konusu çizgiyle oluşturdukları dikdörtgenlerin toplamı, söz konusu çizginin karesine eşittir.



Örnek: AB doğru çizgisi C noktasında iki kısma bölünse, AC, BC kısımlarından her birinin AB çizgisiyle oluşturdukları dikdörtgenlerin toplamı, AB çizgisinin karesine eşittir.

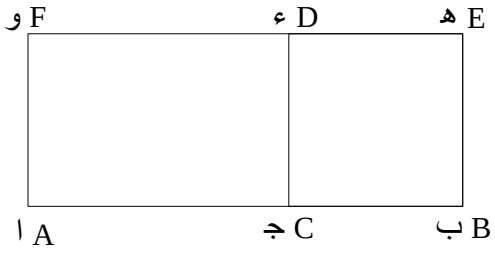
Çünkü AB çizgisi üzerine AD karesi çizilip (II. Ktb. 1. Önr.), C noktasından AE yahut BD çizgisine paralel CF çizgisi de çizildiğinde (I. Ktb. 27. Önr.), oluşan AF dikdörtgeninin kenarları AE, AC çizgileri olduğu gibi, AB, AC çizgileri de olur. Çünkü AE çizgisi AB çizgisine eşittir (II. Ktb. 2. Tan.).

Ve keza CD dikdörtgeninin kenarları BD, BC çizgileri olduğu gibi, AB, BC çizgileri de olur. Zira BD çizgisi AB çizgisine eşittir.

İmdi AF, CD dikdörtgenlerinin toplamı, AD karesine eşit olduğundan, AC, CB kısımlarından herbirinin AB çizgisiyle oluşturdukları dikdörtgenlerin toplamı, AB çizgisinin karesine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 10. Önerme, Teorem

Sınırlı bir doğru çizgi iki kısma bölünse, söz konusu çizginin bölündüğü kısımlardan istenilen biriyle oluşturduğu dikdörtgen, bu kısımların birbirleriyle oluşturdukları dikdörtgen ile istenilen kısmın oluşturduğu karenin toplamına eşit olur.



{54}

Örnek: AB doğru çizgisi C noktasında iki kısma ayrılsa, AB çizgisinin varsayalım BC kısmıyla oluşturduğu dikdörtgen, AC, CB kısımlarının birbirleriyle oluşturdukları dikdörtgen ile BC kısmının oluşturduğu kare toplamına eşit olur.

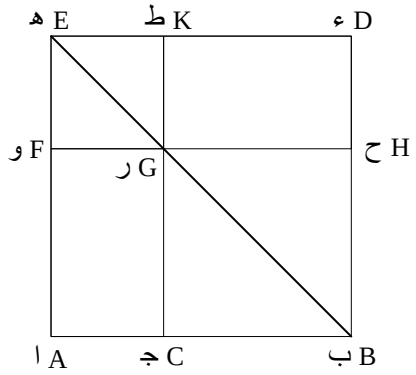
Çünkü BC çizgisi üzerine CE karesi çizilir (II. Ktb. 1. Önr.); A noktasından CD çizgisine paralel AF de çizilip (I. Ktb. 27. Önr.), ED çizgisi uzatıldığında söz konusu paralel çizgiyi F noktasında keser (4. Post.).

İmdi AE dikdörtgeninin kenarları AB, BE doğruları olduğu gibi, AB, BC doğruları da olur. Çünkü BE doğrusu BC doğrusuna eşittir (II. Ktb. 2. Tan.). Ve keza AD dikdörtgeninin kenarları, AC, CD doğruları olduğu gibi, AC, CB doğruları da olur.

Fakat, AE dikdörtgeni, AD dikdörtgeni ile CE karesinin toplamına eşit olduğundan, AB, BC dikdörtgeni, AC, CB dikdörtgeni ile CB karesi toplamına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 11. Önerme, Teorem

Sınırlı bir doğru çizgi iki kısma bölünse, söz konusu çizginin karesi, kısımlarının karesiyle, o kısımların birbirleriyle oluşturdukları dikdörtgenin iki katının toplamına eşittir.



Örnek: AB çizgisi C noktasında iki kısma bölünse, AB çizgisinin karesi, AC, CB kısımlarının kareleriyle, AC, CB kısımlarının birbirleriyle oluşturdukları dikdörtgenin iki katının toplamına eşit olur.

Çünkü AB çizgisi üzerine AD karesi çizilip (II. Ktb. 1. Önr.), EB köşegeni de birleştirilir; AE çizgisine paralel CK çizilir ve köşegeni kestiği G noktasından geçen, ED çizgisine paralel FH çizgisi de çizildiğinde (I. Ktb. 27. Önr.), her kare içinde, köşegen üzerinde ortaya çıkan paralelkenarlardan herbiri yine kare olduğundan (II. Ktb. 7. Önr.), FK şekli {55}

FG yahut ona eşit olan AC çizgisinin karesi ve keza CH şekli CB çizgisinin karesi olup, tamlayanlar da birbirine eşit olduğundan (II. Ktb. 6. Önr.), AG, GD dikdörtgenleri de eşit olur.

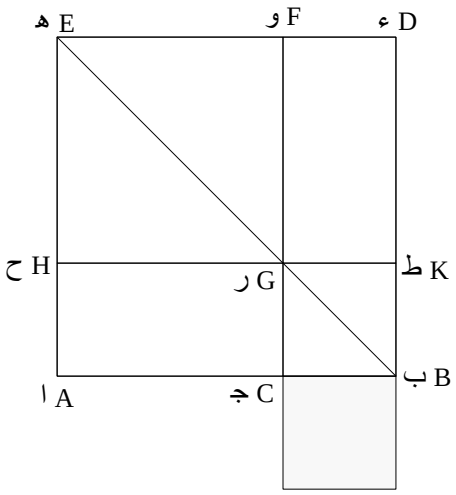
İmdi, CG çizgisi CB çizgisine eşit olduğundan, (II. Ktb. 2. Tan.) AG şekli AC, CB çizgilerinin dikdörtgeni olup, KG çizgisi FG yahut AC çizgisine eşit, GH de CB çizgisine eşit olduğundan (I. Ktb. 30. Önr.), GD şekli de AC, CB çizgilerinin dikdörtgeni olmakla, AG, GD şekilleri AC çizgisinin CB çizgisiyle oluşturduğu dikdörtgenin iki katı olur.

FK, CH şekilleri de AC, CB çizgilerinin kareleri olmakla, işbu iki dikdörtgen ile iki kare toplamı AD karesine eşit olduğundan, AB karesi, AC, CB kareleriyle AC, CB dikdörtgeninin iki katı toplamına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Bir doğru çizginin karesi, o çizginin yarısının karesinin dört katına eşittir.[227]

II. Kitap, 12. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi iki kısma bölünse, söz konusu çizginin karesi ile bir kısmının karesi toplamı, yine bu çizgiyle söz konusu kısmın oluşturduğu dikdörtgenin iki katı ve diğer kısmın karesinin toplamına eşit olur.



Örnek: AB doğru çizgisi C noktasında iki kısma bölünse, AB, BC çizgilerinin kareleri toplamı, AB, BC dikdörtgeninin iki katıyla, AC karesinin toplamına eşit olur.

Çünkü AB çizgisi üzerine AD karesi çizilip, BE köşegeni yerleştirildiğinde, köşegen üzerinde bulunduğu varsayılan bir G noktasından geçen, FC, HK çizgileri BD, BA çizgilerine paralel çizildiğinde, oluşan AG, GD tamlayanları eşit

[227] $[x^2 = (x/2)^2 \times 4]$

olduğundan (II. Ktb. 6. Önr.), her birine CK eklendiğinde AK, CD toplamları da birbirine eşit olur (2. Aks.) {56}

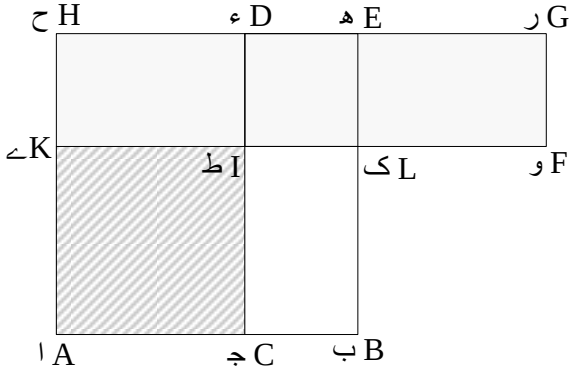
ve keza eşit şeylerin iki katları da birbirine eşit olduğundan (6. Aks.), gnomon [alem] adı verilen HBF şekliyle CK toplamı, AK nin iki katına eşit olur.

İmdi CK şekli CB çizgisinin karesi olup (II. Ktb. 7. Önr.), AB, BC dikdörtgeninin iki katı, AK şeklinin şeklinin iki katına eşit olduğundan, HBF gnomonu ile CK karesi toplamı, AB, BC dikdörtgeninin iki katına eşit olur. Ve bu eşitlere HG yahut ona eşit olan AC çizgisinin HF karesi eklendiğinde, HBF gnomonu ile CK, HF kareleri toplamı, AB, BC dikdörtgeninin iki katı ile AC çizgisinin karesinin toplamına eşit olur.

İmdi HBF gnomonu ile CK, HF kareleri toplamı, AD karesiyle CK karesi toplamına eşit olduğundan, AB, BC çizgilerinin kareleri toplamı, AB, BC dikdörtgeninin iki katı ile AC çizgisinin karesi toplamına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[228]

II. Kitap, 13. Önerme, Teorem

Birbirinden farklı iki çizginin kareleri arasındaki fark, söz konusu çizgilerin toplamları ile farklarının oluşturduğu dikdörtgene eşit olur.



[228] AB = x, BC = y, $[x^2 + y^2 = 2xy + (x - y)^2]$.

Örnek: Birbirinden farklı AB, AC çizgilerinin kareleri arasındaki fark, söz konusu çizgilerin toplamları ile farklarının oluşturduğu dikdörtgene eşit olur.

Çünkü, AB, AC çizgileri üzerine önce AE, AI kareleri çizilip, HE çizgisi de uzatılıp, AC çizgisine eşit EG de uzatılsın; sonra EB çizgisine paralel GF çizilip CI, KI çizgileri HG, GF çizgileriyle DF noktalarına rast gelinceye değin aynı doğrultuda uzatıldığında, HE çizgisi AB çizgisine eşit olup (II. Ktb. 2. Tan.), EG çizgisi çizim gereği AC çizgisine eşit olduğundan, HG çizgisi de AB, AC çizgileri toplamına eşit olur.

Ve keza {57}

AH çizgisi AB çizgisine, AK çizgisi AC çizgisine eşit olduğundan, KH çizgisi de AB, AC çizgilerinin arasındaki fark olan CB çizgisine eşit olur.

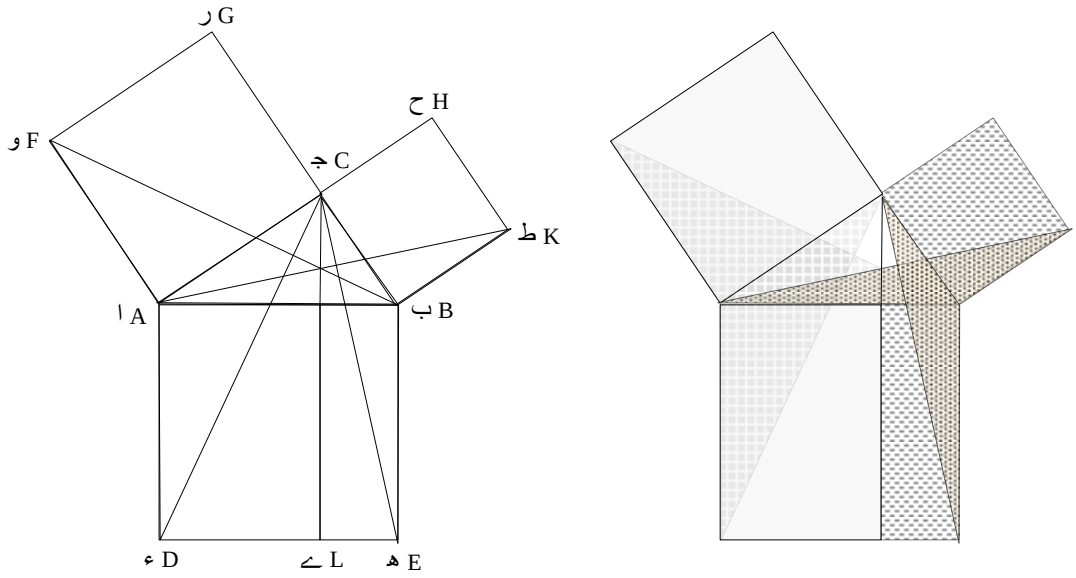
Lakin HG, HK çizgileri KG dikdörtgeninin iki kenarı olduğu gibi, AB, AC çizgileri toplamıyla aralarındaki fark olan CB de kenarlardan biri olmakla, LE çizgisi HK yahut ona eşit olan CB çizgisine eşit olup, EG çizgisi de AC çizgisine çizim gereği eşit olduğundan, LG dikdörtgeni CL dikdörtgenine eşit olur (II. Ktb. 2. Önr.).

İmdi, HL, LC toplamı AE, AI kareleri arasındaki fark olduğundan, onlara eşit olan HL, LG dikdörtgenleri de söz konusu kareler arasında olan farka eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[229]

II. Kitap, 14. Önerme, Teorem

Bir dik üçgende, hipotenüsün karesi, geri kalan kenarların kareleri toplamına eşittir.

[229] $[x^2 - y^2 = (x + y) \times (x - y)]$.



Örnek: ABC dik üçgeninde hipotenüs olan AB'nin karesi geri kalan kenarlar olan AC ile CB'nin kareleri toplamına eşittir.

Çünkü AB, AC, CB çizgileri üzerine AE, AG, BH kareleri çizilsin; C noktasından AD çizgisine paralel CL çizgisi çizilip (I. Ktb. 27. Önr.), BF, CD, AK, CE çizgileri de birleştirildiğinde, AC doğru çizgisi GC, CB çizgileriyle C noktasında birleşip, ACG, ACB açılarından her biri dik olduğundan, CG, CB çizgileri tek bir doğru çizgi olur (I. Ktb. 14. Önr.).

Ve keza FAC açısı DAB açısına eşit olup (I. Ktb. 8. Önr.), her birine CAB açısı eklendiğinde, meydana gelen FAB, DAC açıları da eşit olmakla (2. Aks.), ABF, ACD üçgenlerinde FA, AB kenarları CA, AD {58}

kenarlarına sırasıyla eşit olup (II. Ktb. 2. Tan.), aralarındaki açılar da birbirine eşit olduğundan, bu üçgenler her durumda birbirine eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

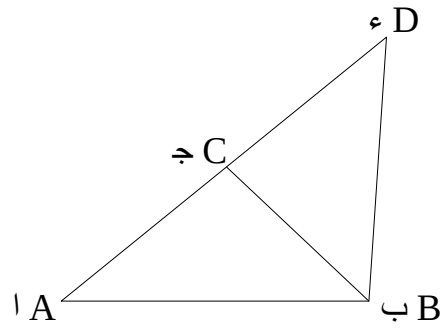
Fakat AG karesi, ABF üçgeninin iki katı olup (I. Ktb. 32. Önr.) ve keza AL paralelkenarı ACD üçgeninin iki katı olup, eşit şeylerin iki katı da eşit olduğundan (6. Aks.), AL paralelkenarı AG karesine eşit olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki BL paralelkenarı BH karesine eşittir; AE büyük karesi de AG, BH kareleri toplamına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[230]

Sonuç: Hipotenüsün karesi ile bir kenarın karesi arasındaki fark diğer kenarın karesine eşittir.

II. Kitap, 15. Önerme, Teorem

Herhangi bir üçgenin kenarlarından birinin karesi, geri kalan kenarların kareleri toplamına eşit olsa, işbu geri kalan kenarların arasında bulunan açı dik olur.



Örnek: ABC üçgeninde AB'nin karesi AC, CB'nin kareleri toplamına eşit olsa, ACB açısı dik olur.

Çünkü CB çizgisi üzerine, C noktasından AC çizgisine eşit CD dikmesi uzatılıp (I. Ktb. 11. Önr.), D, B de birleştirildiğinde, DC'nin karesi AC'nin karesine eşit olur (I. Ktb. 2. Önr.). Bu eşitlere CB'nin karesi eklense, DC, CB'nin kareleri AC, CB'nin karelerine eşit olur.

Fakat DC, CB'nin kareleri toplamı BD'nin karesine eşit (II. Ktb. 14. Önr.), AC, CB'nin kareleri toplamı da AB'nin karesine varsayım gereği eşit olduğundan, BD'nin karesi AB'nin karesine eşit olup, AB, BD çizgileri de eşit olur (II. Ktb. 3. Önr.).

[230] $c^2 = a^2 + b^2$.

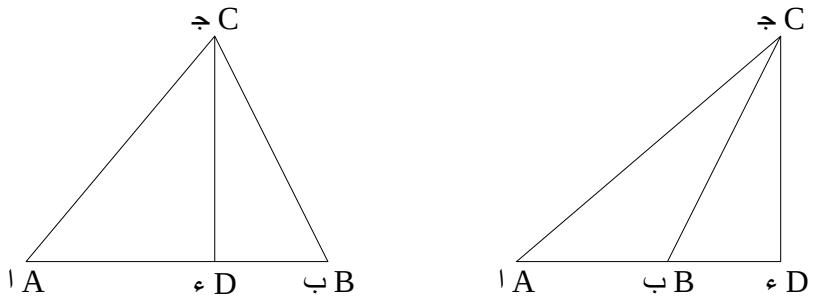
İmdi AB, BD çizgileri eşit olup, AC, CD çizgileri çizimden birbirine eşit, CB çizgisi de ortak olduğundan, {59}

ABC, DBC üçgenleri eşit olup (I. Ktb. 7. Önr.) ACB açısı BCD açısına eşit olur.

İmdi BCD açısı çizim gereği dik olduğundan, ACB açısı da dik olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

II. Kitap, 16. Önerme, Teorem

Herhangi bir üçgende iki kenarın kareleri arasındaki fark, yükseklik ile taban uçları arasındaki uzunlukların kareleri arasındaki farka eşittir.



Örnek: ABC üçgeninde AB tabanı üzerine C noktasından CD dikmesi indirildiğinde, AC, CB kareleri arasındaki fark AD, DB [çizgilerinin] karelerinin farkına eşittir.

Çünkü, AD, DC kareleri toplamı AC karesine eşit (II. Ktb. 14. Önr.), BD, DC kareleri toplamı da BC karesine eşit olduğundan, AD, DC kareleri toplamı ile BD, DC kareleri toplamı arasındaki fark AC, CB karelerinin farkına eşit olup DC de ortak olduğundan, AD, DC kareleri toplamıyla BD, DC kareleri toplamı arasındaki fark AD, DB karelerinin farkına eşit olur.

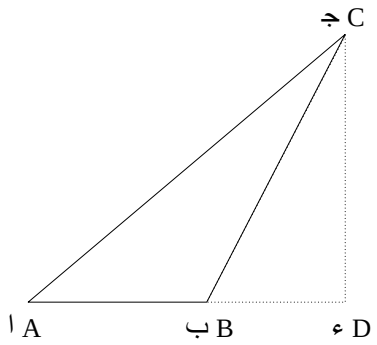
İmdi, şeyler aynı şeye eşit olsalar, o şeyler de birbirine eşit olmakla (1. Aks.), AC, CB kareleri arasındaki fark AD, DB karelerinin farkına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[231]

[231] AD = a, DB = b, ($x^2 - y^2 = a^2 - b^2$).

Sonuç: Her üçgenin iki kenarı toplamıyla [aynı iki kenarın] farkının oluşturduğu dikdörtgen, yükseklikle taban uçları arasındaki uzunlukların toplamı ile farkının meydana getirdiği dikdörtgene eşittir.[232]

II. Kitap, 17. Önerme, Teorem

Her geniş açılı üçgende geniş açının karşısında bulunan kenarın karesinin, diğer kenarların kareleri toplamından büyüklüğü, dikmenin indirildiği noktayla geniş {60} açı arasındaki uzunluk ile tabanın oluşturduğu dikdörtgenin iki katı kadardır.



Örnek: ABC üçgeninde, AB tabanı üzerine C noktasından CD dikmesi indirildiğinde, ABC geniş açısının karşısında bulunan AC [kenarının] karesinin, AB, BC [kenarlarının] kareleri toplamından büyüklüğü, AB, BD dikdörtgeninin iki katı kadardır.

Çünkü AD çizgisi B noktasında iki kısma bölündüğünden, AD'nin karesi, AB, BD kareleriyle, AB, BD dikdörtgeninin iki katı toplamına eşit olmakla (II. Ktb. 11. Önr.), işbu eşitlere DC karesi eklendiğinde, AD, DC'nin kareleri toplamı, AB, BD, DC kareleriyle, AB, BD dikdörtgeninin iki katı toplamına eşit olur.

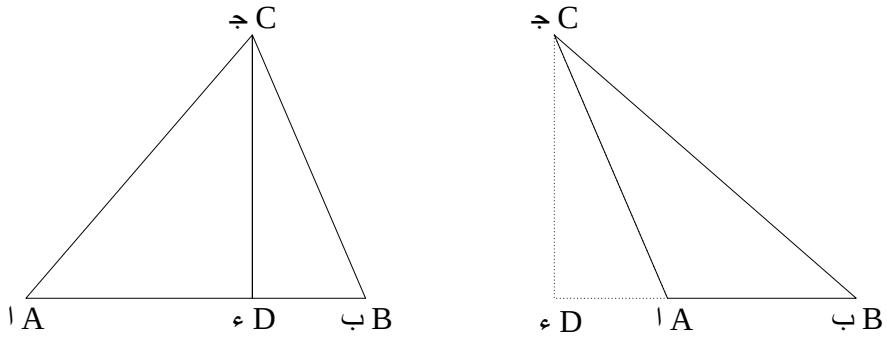
Fakat AD, DC kareleri toplamı AC karesine eşit olup, BD, DC kareleri toplamı BC karesine eşit olduğundan (II. Ktb. 14. Önr.), AC'nin karesinin AB, BC

[232] $(x+y) \times (x-y) = (a+b) \times (a-b)$.

kareleri toplamından büyüklüğü, AB, BD dikdörtgeninin iki katı kadar olduğu bilinip, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[233]

II. Kitap, 18. Önerme, Teorem

Her üçgende dar açı karşısındaki kenarın karesinin, geri kalan kenarların kareleri toplamından küçüklüğü, dikmenin indiği noktayla dar açı arasındaki uzunluk ile tabanın oluşturduğu dikdörtgenin iki katı kadardır.



Örnek: ABC üçgeninde AB tabanı üzerine C noktasından CD dikmesi indirildiğinde, ABC dar açısı karşısında bulunan AC [kenarının] karesinin AB, BC [kenarlarının] kareleri toplamından küçüklüğü, AB, BD dikdörtgeninin iki katı kadardır.

Çünkü, AB yahut uzatılan AB çizgisi D, A noktalarında bölündüğünden, AB, BD kareleri toplamı, AB, BD dikdörtgeninin iki katıyla AD karesi toplamına eşit olmakla (II. Ktb. 12. Önr.), işbu eşitlere DC karesi eklendiğinde, AB, BD, DC {61} kareleri toplamı, AB, BD dikdörtgeninin iki katı ile, AD, DC karelerinin toplamına eşit olur.

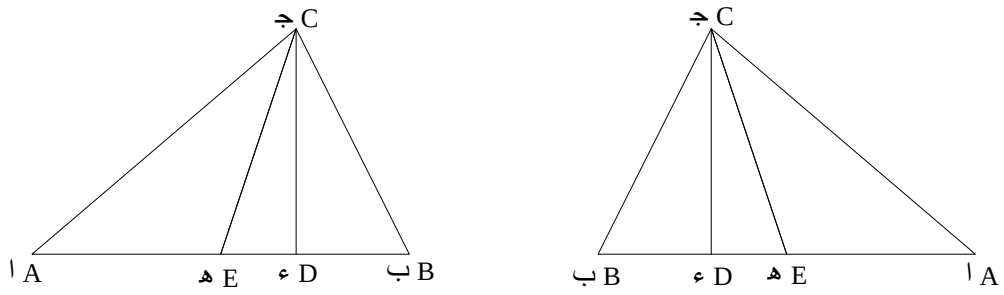
Fakat BD, DC karelerinin toplamı BC karesine eşit olup, AD, DC karelerinin toplamı da AC karesine eşit olduğundan (II. Ktb. 14. Önr.), AC karesinin AB, BC

[233] AC = x, AB = y, BC = z, BD = a, $[x^2 - (y^2 + z^2) = 2ya]$.

kareleri toplamından küçüklüğü, AB, BD dikdörtgeninin iki katı kadar olduğu belli olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[234]

II. Kitap, 19. Önerme, Teorem

Herhangi bir üçgenin tepe noktasından tabanın ortasına indirilen çizginin karesinin iki katıyla, tabanın yarısının karesinin iki katı toplamı, diğer kenarların kareleri toplamına eşittir.



Örnek: ABC üçgeninin C tepe noktasından AB tabanı ortasına indirilen CE çizgisinin karesinin iki katıyla, tabanın yarısı olan EA'nın karesinin iki katı toplamı, diğer kenarlar olan AC, CB'nin karelerinin toplamına eşittir.

Çünkü AB yahut uzatılan AB üzerine C noktasından CD dikmesi indirildiğinde (I. Ktb. 12. Önr.), AEC açısı geniş açı olduğundan, AC'nin karesi AE, EC kareleriyle AE, ED dikdörtgeninin iki katı toplamına eşit olur (II. Ktb. 17. Önr.).

Ve keza BEC açısı dar açı olduğundan, CB'nin karesiyle BE, ED dikdörtgeninin iki katı toplamı, BE, EC kareleri toplamına eşit olmakla (II. Ktb. 18. Önr.), AE çizgisi EB çizgisine çizim gereği eşit olduğundan, BC'nin karesiyle AE, ED dikdörtgeninin iki katı toplamı, AE, EC kareleri toplamına eşit olur.

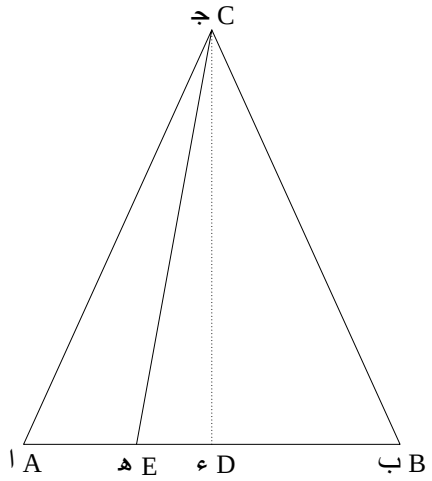
[234] AB = x, AC = y, BC = z, DB = a, ($y^2 + 2ax = x^2 + z^2$).

İmdi eşitler eşitlere eklense toplamlar da eşit olmakla (2. Aks.), AC, CB kareleriyle AE, ED dikdörtgeninin iki katı toplamı, AE, EC karelerinin iki katıyla {62}

AE, ED dikdörtgeninin iki katı toplamına eşit olup, her birinde AE, ED dikdörtgeninin iki katı ortak olduğundan, işbu ortak [kısım] çıkarıldığında, AE, EC karelerinin toplamlarının iki katı, AC, CB'nin kareleri toplamına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[235]

II. Kitap, 20. Önerme, Teorem

İkizkenar üçgenin tabanı üzerinde bulunan bir noktaya indirilen çizginin karesiyle, o çizginin tabanda böldüğü kısımların uzunluklarının meydana getirdiği dikdörtgenin toplamı, ikiz kenarlardan birinin karesine eşittir.



Örnek: ABC ikizkenar üçgeninin C tepe noktasından AB tabanı üzerinde bulunduğu varsayılan E noktasına indirilen CE çizgisinin karesiyle, tabanda ayırdığı AE, EB kısımlarının oluşturduğu dikdörtgenin toplamı, AC yahut CB karesine eşittir.

[235] AC = x, AE = y, CE = z, BC = t, ($2z^2 + 2y^2 = x^2 + t^2$).

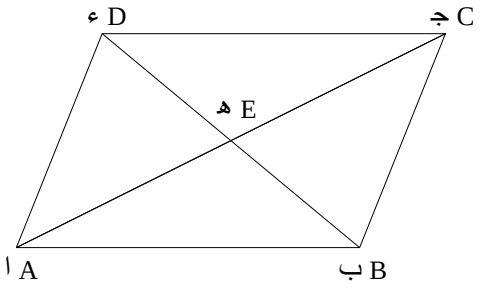
Çünkü AB tabanı D noktasında yarıya bölünüp (I. Ktb. 10. Önr.), C, D noktaları birleştirildiğinde, ortaya çıkan ACD, BCD üçgenlerindeki AC, AD kenarları BC, BD kenarlarına sırasıyla eşit, CD de ortak olduğundan, CDA açısı CDB açısına eşit olup (I. Ktb. 7. Önr.), CD çizgisi de AB çizgisine dik olur (I. Ktb. 9. Tan).

İmdi ACE üçgeninde CD çizgisi dik olduğundan, AC, CE kareleri arasındaki fark, AD, DE karelerinin farkına eşit olur (II. Ktb. 16. Önr.).

Fakat BE çizgisi AD, DE çizgilerinin toplamı olup, AE çizgisi onların farkı olduğundan, AD, DE kareleri arasındaki fark, AE, EB dikdörtgenine eşit (II. Ktb. 13. Önr.), AC, CE kareleri arasındaki fark da AE, EB dikdörtgenine eşit olur ve bu dikdörtgene CE karesi eklendiğinde, CE karesiyle AE, EB dikdörtgeni {63}
toplamı AC karesine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[236]

II. Kitap, 21. Önerme, Teorem

Her paralelkenarın köşegenleri birbirini yarıya böler ve bu köşegenlerin kareleri toplamı söz konusu şeklin dört kenarının kareleri toplamına eşit olur.



Örnek: ABCD paralelkenarının köşegenleri birbirini E noktasında yarıya bölmekle AE çizgisi EC çizgisine, BE çizgisi ED çizgisine eşit olup AC, BD kareleri toplamı AB, BC, CD, DA kareleri toplamına eşit olur.

[236] CA = x, CB = x, CE = y, EA = a, EB = b, ($y^2 + ab = x^2$).

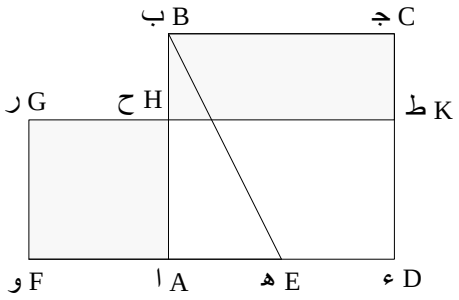
Çünkü DCE açısı EAB açısına, CDE açısı EBA açısına eşit (I. Ktb. 24. Önr.), DEC açısı AEB açısına eşit olmakla (I. Ktb. 15. Önr.), DC kenarı da AB kenarına eşit olduğundan (I. Ktb. 30. Önr.), DE kenarı EB kenarına, CE kenarı EA kenarına eşit olur (I. Ktb. 21. Önr.).

Bu takdirde BD çizgisi E noktasında yarıya bölündüğünden DC, CB kareleri toplamı, DE, EC kareleri toplamının iki katına eşit olup (II. Ktb. 19. Önr.), DC çizgisi AB çizgisine, CB çizgisi DA çizgisine eşit olduğundan (I. Ktb. 30. Önr.), AB, BC, CD, DA kareleri toplamı, DE, EC kareleri toplamının dört katına eşit olur.

İmdi, DE karesinin dört katı BD karesine eşit, EC karesinin dört katı da AC karesine eşit olduğundan (II. Ktb. 11. Önr. Snç.), AC, BD kareleri toplamı, AB, BC, CD, DA kareleri toplamına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[237]

II. Kitap, 22. Önerme, Teorem

Sınırlı bir doğru çizgi öyle bir bölünmek istensin ki söz konusu çizginin bölündüğü kısımlarından biriyle oluşturduğu dikdörtgen, diğer kısmın karesine eşit olsun. {64}



Örnek: AB sınırlı doğru çizgisi öyle iki kısma bölünmek istensin ki, söz konusu çizginin bölündüğü kısımlarından biriyle oluşturduğu dikdörtgen, diğer kısmın karesine eşit olsun.

[237] AC = x, BD = y, AB = a, BC = b, $[x^2 + y^2 = 2(a^2 + b^2)]$.

İmdi AB çizgisi üzerine önce AC karesi çizilip, sonra AD kenarı E noktasında yarıya bölünsün (I. Ktb. 10. Önr.); sonra B, E noktaları birleştirilsin; EA da A noktası yönünde aynı doğrultuda uzatılıp EB çizgisine eşit EF katedilip, AF üzerine de FH karesi çizildiğinde, AB çizgisi H noktasında öyle iki kısma bölünür ki, AB, BH dikdörtgeni AH'nin karesine eşit olur.

Çünkü DF çizgisi EB, EA çizgilerinin toplamı olup, AF çizgisi onların arasındaki fark olduğundan, DF, FA dikdörtgeni EB, EA kareleri arasındaki farka eşit olur (II. Ktb. 13. Önr.).

Fakat FA çizgisi FG çizgisine eşit olduğundan, DF, FA dikdörtgeni DG şekli olup, EB, EA kareleri arasındaki fark AB karesine eşit olduğundan (II. Ktb. 14. Önr. Snç.), DG, AC şekilleri eşit olur. Bu eşitlerden DH ortak kısmı çıkarıldığında, geriye kalan AG, HC şekilleri de eşit olur.

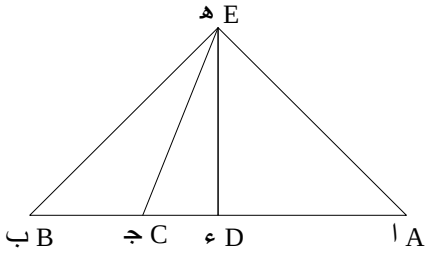
İmdi AB, BC çizgileri birbirine eşit olduğundan, HC şekli AB, BH çizgilerinin dikdörtgeni olup, AG şekli AH çizgisinin karesi olmasıyla, AB çizgisi H noktasında öyle iki kısma bölünür ki, AB, BH dikdörtgeni AH karesine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[238]

II. Kitap, 23. Önerme, Teorem[239]

Birbirinden farklı iki çizginin kareleri toplamı, söz konusu çizgilerin toplamlarının yarısının karesi ile farklarının yarısının karesinin toplamının iki katına eşittir.

[238] AB = x, BH = y, $[xy = (x - y)^2]$.

[239] Bu önerme Bonnycastle de bulunmamaktadır.



Örnek: Birbirinden farklı AC, CB çizgilerinin kareleri toplamı, söz konusu çizgilerin toplamlarının yarısının {65}

karesi ile farklarının yarısının karesinin toplamının iki katına eşittir.

Çünkü söz konusu çizgilerin toplamı olan AB çizgisi D noktasında yarıya bölünüp, bu noktadan söz konusu çizgiye AD veya DB çizgisine eşit DE dikmesi indirilsin; EA, EB, EC çizgileri de birleştirilsin; sonra AD, DB eşit çizgilerine DC çizgisi eklendiğinde, AC çizgisi CB çizgisi ile DC çizgisinin iki katının toplamına eşit olduğundan (2. Aks.), DC çizgisi AC, CB çizgileri arasındaki farkın yarısı olur.

İmdi ADE, BDE eşit ikizkenar dik üçgenlerinde DAE, DEA, DBE, DEB açılarının her birinin dik açının yarısına eşit olması nedeniyle, AEB açısı da dik olup, ABE ikizkenar dik üçgeninde AC, CB dikdörtgeni ile CE karesi toplamı AE karesine eşit (II. Ktb. 20. Önr.), AC, CB dikdörtgeninin iki katı ile CE karesinin iki katının toplamı AE karesinin iki katına yahut AB karesine eşit olur (2. Aks.), (II. Ktb. 14. Önr.).

Ve keza AC, CB dikdörtgeninin iki katıyla AC, CB kareleri toplamı AB karesine eşit olup (II. Ktb. 11. Önr.), işbu eşitlerde ortak olan AC, CB dikdörtgeninin iki katı herbirinden çıkarıldığında, geriye kalan CE karesinin iki katı, AC, CB kareleri toplamına eşit olur (3. Aks.).

Fakat CE karesi, DE yahut ona eşit olan AD karesiyle DC karesi toplamına eşit olup, CE karesinin iki katı da AD, DC kareleri toplamının iki katına eşit

olduğundan, birbirinden farklı AC, CB çizgilerinin kareleri toplamı, bu çizgilerin toplamının yarısı olan AD karesiyle, söz konusu çizgilerin farkının yarısı olan DC karesi toplamının iki katına eşit olup (1. Aks.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[240] {66}

Sonuç: Her ikizkenar dik üçgende, dik açıdan hipotenüs üzerine indirilen çizginin karesinin iki katı, hipotenüsün ayrıldığı parçaların kareleri toplamına eşittir. {67}

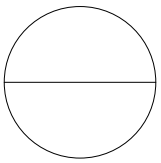
[240] AC = x, CB = y, **[**$x^2 + y^2 = [(\{x + y\}/2)^2 + (\{x - y\}/2)^2] \times 2$]

ÜÇÜNCÜ KİTAP

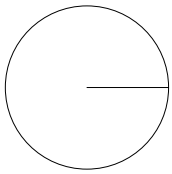
III. Kitap

Tanımlar

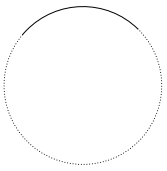
1- Dairenin merkezinden geçen ve iki taraftan da dairenin çevresine temas eden doğru çizgiye dairenin çapı denir.



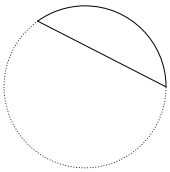
2- Merkez ile çevre arasında bulunan doğru çizgiye yarıçap denir.



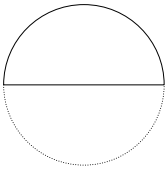
3- Daire çevresinin bir bölümüne yay denir.



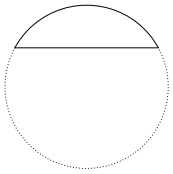
4- Bir yayın uçlarını birleştiren doğru parçasına kiriş denir.



5- Çap ile çapın çevreden kat ettiği bölüme yarım daire denir.

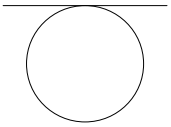


6- Bir yay ile o yayın kirişinin çevrelediği şekle daire dilimi denir.

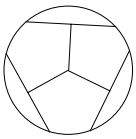


{69}

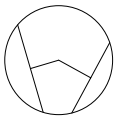
7- Daire çevresini kesmeyip ona yalnızca bir noktada temas eden doğruya teğet (tanjant) denir.



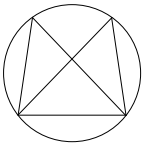
8- Daire merkezinden kirişlere indirilen dikmeler eşit uzunlukta ise, kirişler de birbirine eşittir.



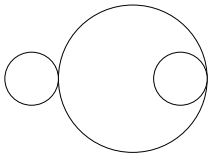
9- Daire merkezinden en uzak kiriş, merkezden kendisine indirilen dikmenin en uzun olduğu kiriştir.



10- Daire dilimininin kirişinin uçlarından daire çevresine çizilen iki doğru arasındaki açıya, daire dilimi üzerindeki açı denir.

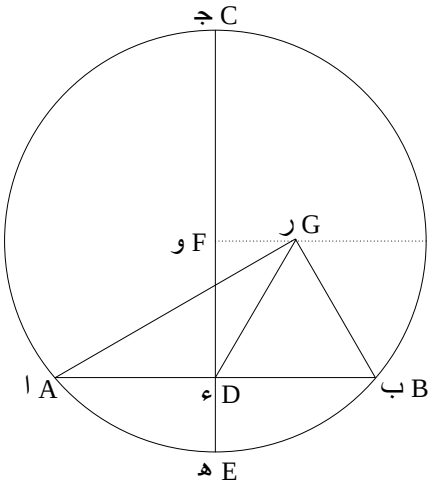


11- Birbirini kesmeyip yalnızca bir noktada temas eden dairelere teğet daireler denir.



III. Kitap, 1. Önerme, Problem

Verilen bir dairenin bilinmeyen merkezini belirlemenin yoludur:



Örnek: ABC dairesinin merkezi belirlenmek istense, önce {70}

rastgele bir AB kirişi çizilip, bu kiriş D noktasında yarıya bölünsün (I. Ktb. 10. Önr.); sonra AB üzerine D noktasından geçen ve iki ucu çemberin çevresine değen CE dikmesi indirilsin; söz konusu dikme F noktasında yarıya bölündüğünde, bu F noktası merkez olur.

Çünkü söz konusu nokta merkez değil ise, ya CE çizgisi üzerinde başka bir nokta olur yahut çizginin dışında olur.

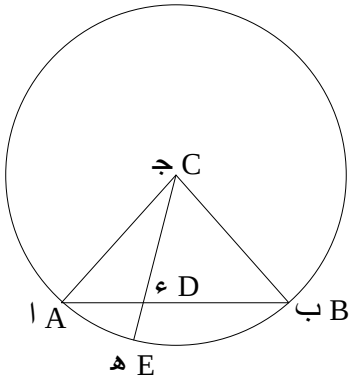
İmdi CE çizgisi üzerinde başka bir nokta merkez olamaz; çünkü merkezden çevreye uzanan iki doğru çizgi birbirine eşit olmayıp, daire tanımının geçersiz olması gerekir ve keza çizginin dışında da bulunamaz; çünkü G noktası merkez olsa GA, GD, GB çizgileri birleştirildiğinde ortaya çıkan AGD, BGD üçgenlerinde GA kenarı GB kenarına eşit (I. Ktb. 14. Tan.), AD kenarı çizim gereği DB kenarına eşit, GD kenarı da ortak olduğundan, ADG açısı BDG açısına eşit olup her biri dik açı olmuş olur (I. Ktb. 9, 10 Tan.).

Bu nedenle ADG açısı ADC açısına eşit olup, bütünün parçasına eşit olması gerekir; bu ise çelişkidir. Bu durumda F noktasından başka bir noktanın merkez olmadığı açık olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Bir daire kirişinin yarıya bölündüğü nokta üzerine indirilen dikme, dairenin merkezinden geçer.

III. Kitap, 2. Önerme, Teorem

Bir daire çevresi üzerinde bulunduğu varsayılan iki noktanın birleşmesinden meydana gelen doğru çizgi, yani kiriş, söz konusu dairenin içinde kalır.



Örnek: AEB dairesinin çevresi üzerinde olduğu varsayılan A, B noktalarının {71} birleşmesinden meydana gelen AB kirişi söz konusu daire içinde kalır.

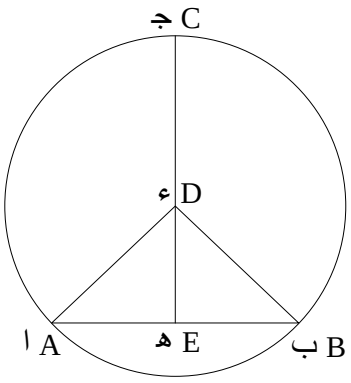
Çünkü C merkezi belirlenir (III. Ktb. 1. Önr.); CA, CB de birleştirilir; AB üzerinde rastgele alınan D noktasından geçen ve dairenin çevresini E noktasında kesen CE çizgisi çizildiğinde, CA, CB eşit olduğundan, CAB açısı CBA açısına eşit olur (I. Ktb. 5. Önr.).

Ve keza ACD üçgeninin dışında olan CDB açısı üçgenin içinde bulunan CAB açısından büyük olmakla (I. Ktb. 16. Önr.), ona eşit olan CBA açısından da büyük olur.

İmdi her üçgende büyük kenar büyük açının karşısındaki kiriş olduğundan (I. Ktb. 17. Önr.), CB yahut ona eşit olan CE çizgisi, CD çizgisinden büyük olup, D noktası söz konusu dairenin içinde olur ve bu şekilde kanıtlanır ki AB üzerinde varsayılan her bir nokta dairenin içinde bulunduğundan, AB kirişinin tamamı da söz konusu daire içinde bulunup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 3. Önerme, Teorem

Dairenin merkezinden geçen doğru çizgi bir kirişi yarıya bölerse, söz konusu kirişe dik olur, eğer kirişe dik olursa o kirişi yarıya böler.



Örnek: ABC dairesinin D merkezinden geçen CE doğru çizgisi AB kirişini E noktasında yarıya bölse, söz konusu doğru çizgi AB kirişine dik olur.

Çünkü A, D ile D, B noktaları birleştirildiğinde AD kenarı DB kenarına, AE kenarı EB kenarına varsayım gereği eşit, ED de ortak olduğundan, DEA açısı DEB açısına eşit olup, CE çizgisi AB kirişine dik olur (I. Ktb. 9. Tan.) ve eğer {72}
D merkezinden geçen DE doğru çizgisi AB kirişine dik olsa, işbu kiriş E noktasında yarıya bölünür.

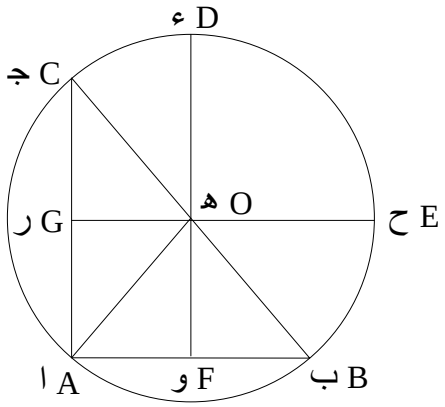
Zira AD, DB birleştirildiğinde, DAB açısı DBA açısına eşit olup (I. Ktb. 5. Önr.), AED açısı DEB açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 8. Önr.), ADE açısı da EDB açısına eşit olur (I. Ktb. 28. Önr. 1. Snç.).

İmdi DEA, DEB üçgenlerinin açıları sırasıyla eşit olup, DE kenarı ortak olduğundan, AE kenarı EB kenarına eşit olmakla, AB kirişi E noktasında yarıya bölünüp istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: İkizkenar üçgenin tepe noktasından tabanının ortasına indirilen doğru çizgi tabana dik olur ve eğer söz konusu çizgi tabana dik ise, tabanı ve tepe noktasında bulunan açıyı yarıya böler.

III. Kitap, 4. Önerme, Teorem

Dairenin içindeki herhangi bir noktadan çevreye çizilen birbirine eşit doğru çizgiler ikiden fazla olursa, söz konusu nokta dairenin merkezi olur.



Örnek: ABCD dairesinin içerisinde bulunan O noktasından çevreye çizilen OA, OB, OC üç doğru çizginin hepsi de eşit olursa, söz konusu nokta dairenin merkezi olur.

Çünkü A, B ile A, C noktaları birleştirilip F, G noktalarında da yarıya bölünüp; sonra O noktasından geçen ve çevreyi D, E noktalarında kesen FD, GE çizgileri çizildiğinde oluşan AOF, BOF üçgenlerinde AF kenarı çizim gereği FB kenarına eşit, AO kenarı varsayım gereği OB kenarına eşit, OF de ortak olduğundan, AFO açısı BFO açısına eşit olup (I. Ktb. 7 Önr.), AB çizgisi {73}

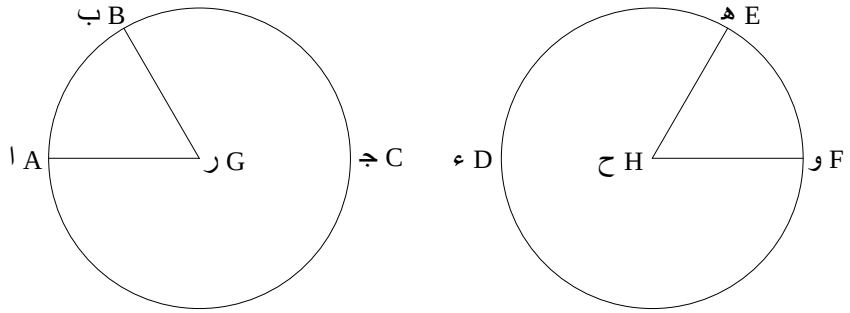
FD çizgisine dik olur (I. Ktb. 9. Tan.).

İmdi bir daire kirişinin yarıya bölündüğü noktadan çıkan dikme merkezden geçtiğinden (III. Ktb. 1. Önr.), söz konusu dairenin merkezi FD çizgisi üzerinde olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki söz konusu merkez GE çizgisi üzerinde de bulunup FD, GE çizgileri için O noktasından başka ortak nokta olmadığından, işbu O noktası merkez olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 5. Önerme, Teorem

Yarıçapları eşit olan daireler birbirine eşittir ve eğer daireler birbirine eşit olursa yarıçaplar da birbirine eşit olur.



Örnek: ABC dairesinin GA, GB yarıçapları DEF dairesinin HF, HE yarıçaplarına eşit olsa, ABC dairesi DEF dairesine eşit olur.

Çünkü DEF dairesinin ABC dairesi üzerine öyle yerleştirildiği tasavvur olunsun ki H merkezi G merkeziyle çakışsın.

İmdi HF, HE yarıçapları çizim gereği GA, GB yarıçaplarına eşit olduğundan, F, E noktaları ABC dairesinin çevresi üzerinde bulunur (I. Ktb. 14. Tan.) ve bu şekilde kanıtlanır ki DEF çevresinde olduğu varsayılan her bir nokta ABC çevresi üzerinde bulunacağından, çevreler birbiri üzerine çakışıp, daireler de birbirine eşit olur.

Ve eğer ABC dairesi DEF dairesine eşit olsa, GA, GB yarıçapları HF, HE yarıçaplarına eşit olur; çünkü değilse ya uzun ya da kısa olur, eğer uzun olsa, daireler

birbiri üzerine oturtulduğunda GA, GB yarıçapları HF, HE yarıçaplarından çizim gereği uzun olduğundan, F, E, ABC dairesinin içinde olur. {74}

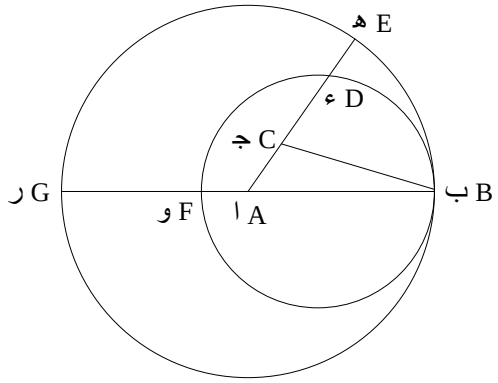
Ve keza kanıtlar ki DEF çevresinde olduğu varsayılan her bir nokta ABC dairesinin içerisinde bulunup, DEF dairesi bütünüyle ABC dairesinin içerisinde bulunacağından, DEF dairesinin ABC dairesinden hem küçük ve hem ona eşit olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda GA, GB yarıçapları HF, HE yarıçaplarından uzun olamaz ve aynı şekilde kanıtlanır ki kısa da olamaz, bu yüzden birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Dairelerin çapları yahut yarıçapları birbirine eşit olsa, bu dairelerin çevreleri de birbirine eşit olur.

III. Kitap, 6. Önerme, Teorem

İki daire birbirlerine içten temas etseler, bu dairelerin merkezleriyle temas noktası aynı doğru çizgi üzerinde bulunur.



Örnek: BEG, BDF daireleri birbirine içten B noktasında temas etseler, bu dairelerin merkezleriyle B temas noktası aynı doğru çizgi üzerinde bulunur.

Çünkü BEG dairesinin A merkezinden geçen BG çapı çizildiğinde, BDF dairesinin merkezi BG çizgisi üzerinde bulunmayıp, dışarısında C noktası merkez olsa, imdi AC, CB birleştirilip söz konusu daireleri D, E noktalarında kesinceye

değin AC çizgisi uzatıldığında, ABC üçgeninde AC, CB kenarları toplamı AB kenarından yahut ona eşit olan AE çizgisinden uzun olur (I. Ktb. 18. Önr.) ve bunlardan ortak olan AC çizgisi çıkarıldığında, geriye kalan CE çizgisinden uzun olur.

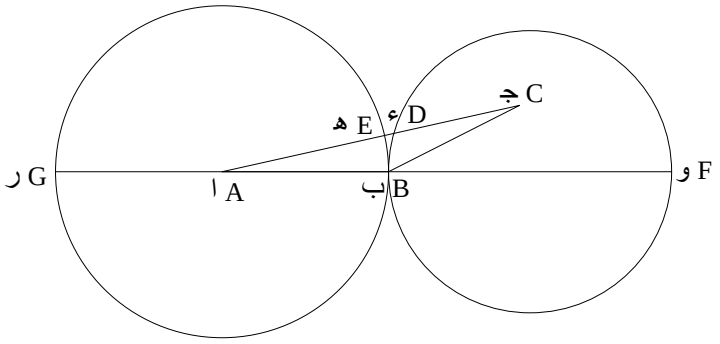
İmdi C noktası varsayım gereği BDF dairesinin merkezi olduğundan, CB, CD eşit olup, CD nin de CE çizgisinden uzun olması {75}

gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda C noktası BDF dairesinin merkezi olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki dıştaki çizgide [AB] herhangi bir nokta da merkez olamaz; bu nedenle BDF dairesinin merkezi AB çizgisi üzerinde bulunup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 7. Önerme, Teorem

İki daire dıştan temas etseler, bu dairelerin merkezleriyle temas noktası aynı doğru çizgi üzerinde bulunur.



Örnek: BEG, BDF daireleri birbirine dıştan B noktasında temas etse, bu dairelerin merkezleriyle temas noktası aynı doğru çizgi üzerinde bulunur.

Çünkü BEG dairesinin A merkezinden geçen BG çapı çizilip, BDF dairesini F noktasında kesinceye değin uzatıldığında, BDF dairesinin merkezi GF çizgisi

üzerinde bulunmayıp, dışarıda C noktası merkez olsa, CA, CB birleştirildiğinde, BEG dairesinin merkezi A olduğundan, AE, AB çizgileri eşit olur.

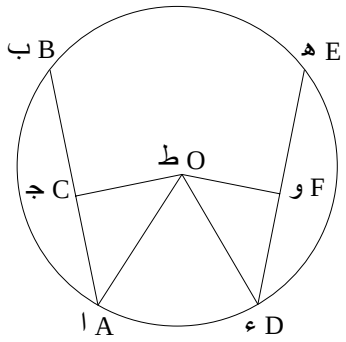
Ve keza BDF dairesinin merkezi varsayım gereği C olduğundan, CD, CB çizgileri de eşit olur.

İmdi AB, BC toplamı AC çizgisinden uzun olduğu gibi (I. Ktb. 18. Önr.), AE, CD toplamının da AC çizgisinden uzun olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda C noktası merkez olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki dış çizgide [GF] bulunan herhangi bir nokta da merkez olamaz; bu nedenle BDF dairesinin merkezi GF çizgisi üzerinde bulunup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 8. Önerme, Teorem

Bir dairede bulunan iki kirişin merkeze uzaklıkları eşit olsa, {76}
bu kirişler birbirine eşit olurlar ve eğer kirişler birbirine eşit olsa, onların merkezden uzaklıkları da eşit olur.



Örnek: ABED dairesinde bulunan AB, DE kirişlerinin O merkezinden uzaklıkları eşit olsa, bu kirişler birbirine eşit olur.

Çünkü AO, OD birleştirilip, söz konusu kirişler üzerine O merkezinden OC, OF dikmeleri de indirildiğinde (I. Ktb. 12. Önr.), AC çizgisi CB çizgisine, DF çizgisi FE çizgisine eşit olur (III. Ktb. 3. Önr.).

İmdi ACO, DFO açıları dik olduğundan, AC, CO kareleri toplamı AO karesine eşit olup (II. Ktb. 14. Önr.), DF, FO kareleri toplamı da DO karesine eşit olur.

Fakat AO karesi OD karesine eşit olduğundan (II. Ktb. 2. Önr.), AC, CO kareleri toplamı DF, FO kareleri toplamına eşit olur ve keza OC, OF çizgileri eşit olduğundan (III. Ktb. 8. Tan.), onların kareleri de eşit olup (II. Ktb. 2. Önr.), geriye kalan AC karesi DF karesine eşit olur; yani AC çizgisi DF çizgisine, AB çizgisi DE çizgisine eşit olur (6. Aks.).

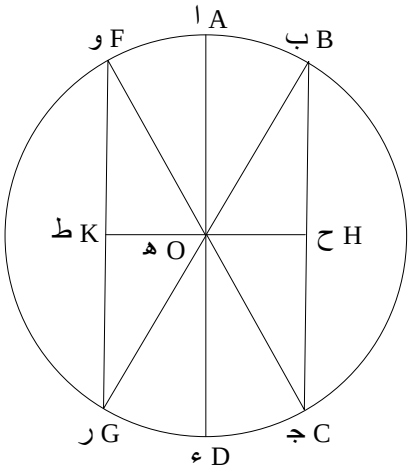
Ve eğer AB kirişi DE kirişine eşit olsa, onların merkezden uzaklıkları olan OC, OF çizgileri de birbirine eşit olur. Çünkü AC, CO kareleri toplamı OA karesine eşit olup, DF, FO kareleri toplamı da OD karesine eşit olduğundan, OA karesi OD karesine eşit olmakla, AC, CO kareleri toplamı DF, FO kareleri toplamına eşit olur.

İmdi AC çizgisi AB çizgisinin yarısı olup (III. Ktb. 3. Önr.), DF çizgisi de DE çizgisinin yarısı olduğundan, AC karesi DF karesine eşit olup (II. Ktb. 2. Önr.), CO karesi FO karesine eşit olarak geriye kaldığından, CO, FO çizgileri de birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {77}

Sonuç: Herhangi iki dik üçgenin hipotenüsleri ve bir kenarları sırasıyla eşit olsa, geriye kalan kenarlar da birbirine eşit olur.

III. Kitap, 9. Önerme, Teorem

Çap daire içinde bulunan doğru çizgilerin her birinden daha uzundur ve geri kalan doğru çizgilerden merkeze yakın olanı da uzak olanından daha uzundur.



Örnek: ABCD dairesinde O noktası merkez, AD çizgisi çap olup, işbu merkeze BC çizgisi FG çizgisinden yakın olsa, AD çapı BC çizgisinden, BC çizgisi FG çizgisinden uzun olur.

Çünkü BC, FG çizgileri üzerine merkezden OH, OK dikmeleri indirilip, OB, OC, OG, OF birleştirildiğinde, OA, OB eşit olup, OD, OC de eşit olduğundan, AD çizgisi OB, OC çizgileri toplamına eşit olur.

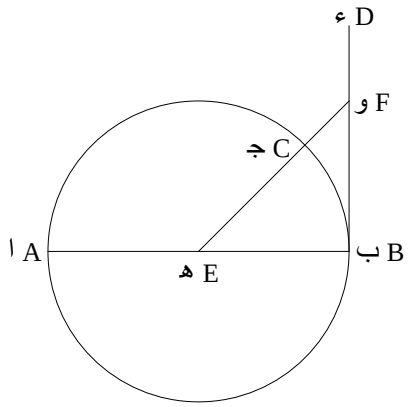
İmdi OB, OC çizgileri toplamı BC çizgisinden uzun olduğundan (I. Ktb. 18. Önr.), AD de BC çizgisinden uzun olur ve yine OH, HB kareleri toplamı OB karesine eşit, OK, KF kareleri toplamı OF karesine eşit olup, OB karesi de OF karesine eşit olduğundan, OH, HB kareleri toplamı OK, KF kareleri toplamına eşit olur.

Fakat dairenin merkezine FG çizgisi BC çizgisinden varsayım gereği daha uzak olduğundan, OK dikmesi OH dikmesinden uzun olup (III. Ktb. 9. Tan.), OK'nin karesinin OH'nin karesinden büyük olmasıyla (II. Ktb. 4. Önr.), HB'nin karesinin de KF'nin karesinden büyük kalmasıyla, HB çizgisi KF çizgisinden uzun olur (II. Ktb. 4. Önr.).

İmdi BC çizgisi BH çizgisinin iki katı olup, FG çizgisi de KF çizgisinin iki katı olduğundan, BC de FG çizgisinden uzun olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {78}

III. Kitap, 10. Önerme, Teorem

Daire çapının uçlarından birinin üzerine indirilen dikme, söz konusu daireye yalnızca bu uç noktasında temas eder.



Örnek: ABC dairesinde E noktası merkez, AB çizgisi çap olup, üzerine B uç noktasından BD dikmesi indirilse, söz konusu daireye yalnızca B noktasında temas eder.

Çünkü BD üzerinde rastgele bir F noktası belirlenip, daire çevresini C noktasında kesen EF çizgisi çizildiğinde, EBD açısı çizim gereği dik olduğundan, BEF, EFB açılarından her biri dik açıdan küçük olur (I. Ktb. 28. Önr.)

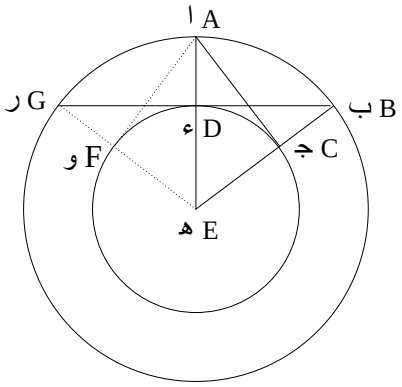
Fakat üçgende en uzun kenar en büyük açı karşısında olduğundan, EF kenarı EB kenarından yahut ona eşit olan EC çizgisinden uzun olduğundan, F noktası ABC dairesinin dışında bulunur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki BD üzerinde bulunan B noktasından başka her bir nokta da daire dışında bulunup, BD çizgisi söz konusu daireyi geçerken yalnızca B noktasında temas edip, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Uyarı: Söz konusu daireye temas eden doğru çizgi yalnızca bir noktada değer, çünkü iki noktada temas etse, söz konusu doğru çizginin daire içerisinde olması gerekir (III. Ktb. 2. Önr.).

III. Kitap, 11. Önerme, Problem[241]

Varsayılan bir noktadan bilinen bir daireye teğet çizmenin yoludur:



Örnek: A noktasından FDC dairesine teğet çizmek {79}

istense, önce E merkezi belirlenip (III. Ktb. 1. Önr.); E, A birleştirilip, E merkezinden EA uzunluğuyla GAB dairesi çizilip; sonra D noktasından EA çizgisi üzerine DB dikmesi indirilip, EB, AC çizgileri de birleştirildiğinde, AC çizgisi istenilen teğet olur.

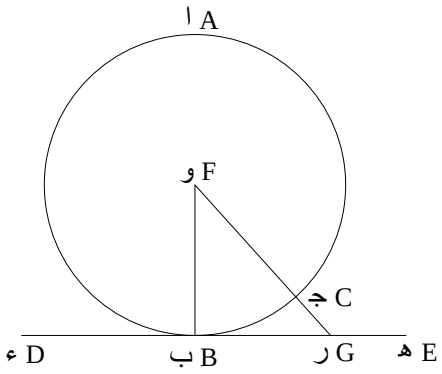
Çünkü E noktası FDC, GAB dairelerinin merkezi olduğundan, EA çizgisi EB çizgisine, ED çizgisi EC çizgisine eşit olur. İmdi EAC, EBD üçgenlerinde EA, EC kenarları EB, ED kenarlarına sırasıyla eşit olup, E açısı da ortak olduğundan, ECA açısı EDB açısına eşit olur.

İmdi EDB açısı dik olduğundan, ECA açısı da dik olup, AC çizgisi de EC'ye dik olduğundan, FDC dairesine C noktasında teğet olup (III. Ktb. 3. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

[241] Bonnycastle'da teorem adlandırması yapılmış Tâmânî ise bu hatayı düzeltmiştir.

III. Kitap, 12. Önerme, Teorem

Daire merkezi ile teğet noktasını birleştiren doğru çizgi, teğete dik olur.



Örnek: ABC dairesinin F merkeziyle B temas noktasını birleştiren FB doğru çizgisi DE teğetine dik olur.

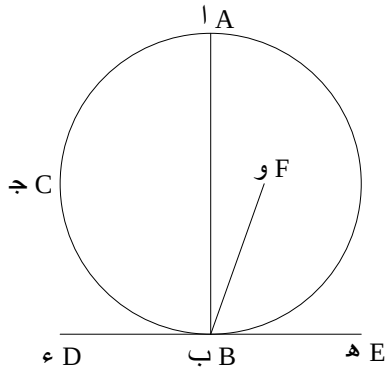
Çünkü söz konusu çizgi dik olmayıp, başka bir FG çizgisi dik olsa, imdi FGB açısı varsayım gereği dik olduğundan, FBG açısı dik açıdan küçük olup (I. Ktb. 28. Önr.) ve üçgende en uzun kenar en büyük açının karşısındaki kenar olduğundan, FB kenarı FG kenarından uzun olur.

İmdi GB, FC ye eşit olduğundan, FC de FG çizgisinden uzun olup, parçanın bütünden büyük olması gerekir, bu ise çelişkidir. Bu durumda FG çizgisi DE çizgisine dik olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki {80}

FB çizgisinden başka bir çizgi de dik olamaz; bu nedenle FB çizgisi DE teğetine dik olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 13. Önerme, Teorem

Bir daire teğetinin temas noktasından uzatılan dikme, dairenin merkezinden geçer.



Örnek: ABC dairesinin DE teğeti üzerine B temas noktasından uzatılan BA dikmesi dairenin merkezinden geçer.

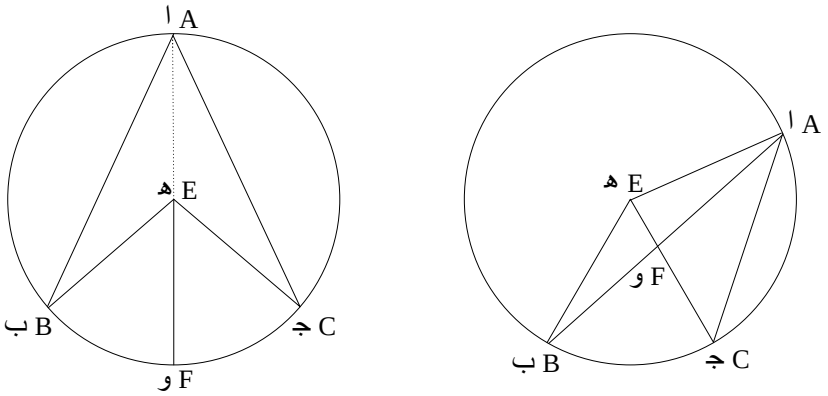
Çünkü merkezden geçmese, F noktası merkez varsayılıp, F, B birleştirildiğinde DE çizgisi daireye teğet olup, FB çizgisi merkez ile temas noktası arasını birleştiren çizgi olduğundan, FBE açısı dik olur (III. Ktb. 12. Önr.).

İmdi ABE açısı çizim gereği dik olduğundan, FBE açısı ABE açısına eşit olup, bütünün parçaya eşit olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda F noktası merkez olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki AB çizgisi üzerinde olmayan herhangi bir nokta da merkez olamaz, bu nedenle AB çizgisi merkezden geçip, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 14. Önerme, Teorem

Daire çevresindeki aynı yayı gören merkez açı, çevre açının iki katıdır.



Örnek: ABC dairesinde BC yayını gören BEC merkez açısı, BAC çevre açısının iki katıdır.

Çünkü E merkezi BAC açısının içinde olsa, A, E birleştirilip aynı doğrultuda, çevrede bulunan F noktasına değin uzatıldığında EA, EB {81}
eşit olduğundan, EAB açısı EBA açısına eşit olur (I. Ktb. 5. Önr.).

İmdi AEB üçgeninin dışarısında bulunan BEF açısı, içerisinde bulunan EAB, EBA açıları toplamına eşit olup (I. Ktb. 28. Önr.), EAB, EBA açıları birbirine eşit olduğundan, bunların toplamı EAB açısının iki katına eşit olmakla, BEF açısı da EAB açısının iki katına eşit olur.

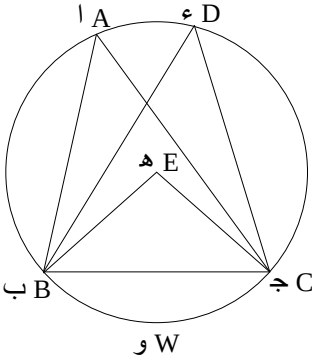
Ve bu şekilde kanıtlanır ki FEC açısı da EAC açısının iki katına eşit olduğundan, BEC toplam açısı BAC toplam açısının iki katına eşit olur ve eğer E merkezi BAC açısının dışarısında olsa, A, E birleştirilip, EFB üçgeninde olan BFE açısı, CAF üçgeninde bulunan CFA açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 15. Önr.), birinci üçgende olan BEF, FBE açıları toplamı, ikinci üçgende olan FAC, FCA açıları toplamına eşit olur (I. Ktb. 28. Önr.).

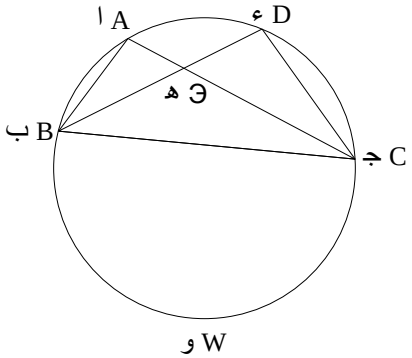
İmdi FBE açısı EAF açısına eşit olup, FCA yahut EAC açısı da EAC açısına eşit olduğundan, BEF, EAF açıları toplamı, FAC, EAC açıları toplamına eşit olmasından, ortak olan EAF açısı çıkarıldığında, geri kalanlardan biri olan BEF, yahut BEC açısı geri kalanlardan diğeri olan FAC, yahut BAC açısının iki katına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 15. Önerme, Teorem

Aynı yayı gören [aynı türden] açılar birbirine eşittir.[242]

[242] Bonnycastle'da ﻫ Э = F.





Örnek: ABWCD dairesinin BADC diliminde bulunan BAC, BDC açıları birbirine eşittir.

Çünkü, BADC dilimi dairenin yarısından büyük olsa, E merkezi belirlenip (III. Ktb. 1. Önr.), BE, EC birleştirildiğinde, {82}

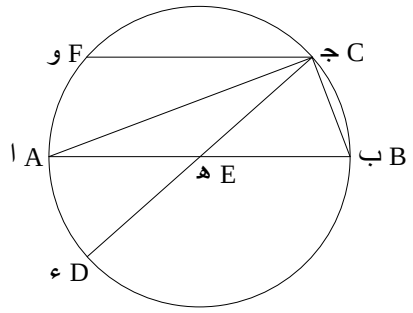
daire çevresindeki yaya karşılık gelen merkez açı, çevre açının iki katı olduğundan (III. Ktb. 14. Önr.), BAC açısı BEC açısının yarısı olup, BDC açısı da BEC açısının yarısı olduğundan, BAC açısı BDC açısına eşit olur (7. Aks.).

Ve eğer BADC dilimi dairenin yarısından küçük olsa, BD, AC doğru çizgileri Ə noktasında kesiştiğinden, BƏA, DƏC açıları birbirine eşit olur (I. Ktb. 15. Önr.).

İmdi, ABWCD dilimi daire yarısından büyük olduğundan, bu dilimde bulunan ABD, ACD açıları birbirine eşit olup, ƏBA üçgenindeki BƏA, ABƏ açıları, DCƏ üçgenindeki DƏC, ƏCD açıları yine eşit olduğundan, geriye kalan açılardan BAƏ yahut BAC açısı da ƏDC yahut BDC açısına eşit olup (I. Ktb. 28. Önr. 1. Snç.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 16. Önerme, Teorem

Yarım dairede bulunan [çapı gören] açıların her biri dik açıdır.



Örnek: ABCF yarım dairesinde bulunan ACB açısı dik açıdır.

Çünkü E merkezi belirlenip, CED çapı çizildiğinde, merkezde bulunan açı çevrede bulunan açının iki katı olduğundan, AED açısı ACD açısının iki katı olup (III. Ktb. 14. Önr.), BED açısı da BCD açısının iki katı olduğundan, AED, BED açıları toplamı, ACB açısının iki katına eşit olur.

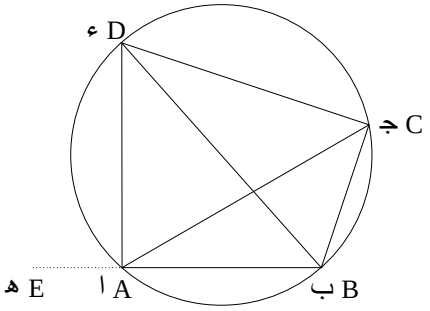
İmdi AED, BED açıları toplamı iki dik açıya eşit olduğundan (I. Ktb. 13. Önr.), ACB açısı bir dik açıya eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Eğer daire dilimi yarım daireden büyük olsa, bu dilimde bulunan BAC açısı dik açıdan küçük olup, istenilen elde edilmiş olur (I. Ktb. 28. Önr.). {83}

Ve eğer daire dilimi yarım daireden küçük olsa, bu dilimde bulunan BCF açısı dik açıdan büyük olur.

III. Kitap, 17. Önerme, Teorem

Daire içinde bulunan herhangi bir dörtgenin karşılıklı ikişer açıları toplamı iki dik açıya eşittir.



Örnek: ADCB dairesi içinde bulunan ABCD dörtgenindeki BAD, BCD karşılıklı açıları toplamı iki dik açıya eşittir.

Çünkü söz konusu dörtgenin AC, BD köşegenleri çizilip, BA kenarı E noktasına değin uzatıldığında, her üçgenin dışarısında meydana gelen açı üçgenin içerisinde kendisine komşu olmayan iki açının toplamına eşit olduğundan (I. Ktb. 28. Önr.), EAD açısı ABD, ADB açıları toplamına eşit olur.

İmdi bir dairede aynı yayı gören [aynı türden] açılar birbirine eşit olduğundan (III. Ktb. 15. Önr.), ABD açısı ACD açısına eşit olup, ADB açısı da ACB açısına eşit olduğundan, ABD, ADB açıları toplamına eşit olan EAD açısı ACD, ACB açıları toplamına yahut BCD açısına eşit olur.

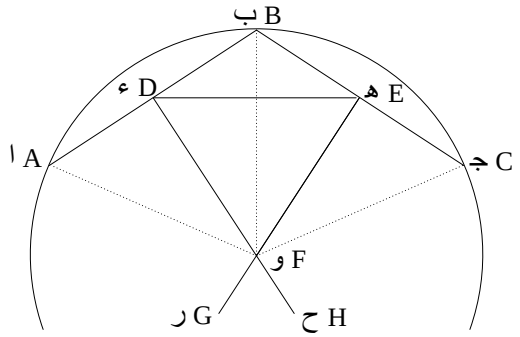
İmdi EAD, BAD açıları toplamı iki dik açıya eşit olduğundan (I. Ktb. 13. Önr.), BCD, BAD açıları toplamı da iki dik açıya eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Daire içerisinde bulunan ABCD dörtgeninin bir kenarı, farzedelim AB kenarı uzatıldığında, dışarısında meydana gelen EAD açısı içerisinde bulunan BCD açısına eşit olur.

III. Kitap, 18. Önerme, Problem

Aynı doğru üzerinde bulunmamak koşuluyla varsayılan üç {84}

noktadan geçen bir daire çevresi [çember] çizmenin yoludur:



Örnek: Aynı doğru üzerinde bulunmamak koşuluyla varsayılan ABC noktalarından geçen bir çember çizmek istense, imdi A, B ve B, C noktaları birleştirilir ve bu çizgiler içeriden DH, EG dikmeleriyle yarıya bölünüp, DE birleştirildiğinde, FED, FDE açıları toplamı iki dik açıdan küçük olduğundan, DH, EG çizgileri birbirini F noktasında kesip (I. Ktb. 25. Önr. Snç.), bu nokta merkez olur.

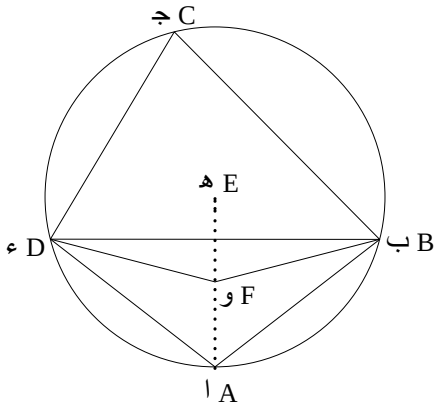
Çünkü FA, FB, FC çizgileri çizildiğinde, ADF açısı FDB açısına, AD kenarı DB kenarına çizim gereği eşit olup, DF kenarı da ortak olduğundan, FA kenarı FB kenarına eşit olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki FC kenarı da FB kenarına eşit olup, FA, FB, FC çizgileri birbirine eşit olduğundan, A, B, C noktalarından geçen çemberin merkezi F noktası olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Her daire diliminin yayı üzerinde üç nokta belirlenip, söz konusu dilimi içeren dairenin merkezi işbu yolla çıkarılır ve elde edilir.

III. Kitap, 19. Önerme, Teorem

Bir dörtgende karşılıklı iki açı toplamı iki dik açıya eşit olsa, bu şeklin üzerine çizilen daire [dörtgenin] bütün açılarından geçer.



Örnek: ABCD dörtgeninde karşılıklı DCB, DAB açıları toplamı iki dik açıya eşit olsa, bu şekil üzerine çizilen daire [dörtgenin] bütün açılarından geçer.

Çünkü bir doğru çizgi üzerinde bulunmamak koşuluyla varsayılan üç noktadan geçen bir daire çevresi [çember] {85}

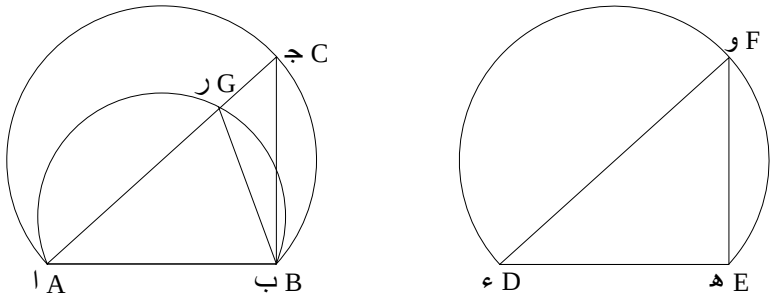
çizmek mümkün olduğundan, B, C, D noktalarından geçen daire çevresi [çember] çizilip (III. Ktb. 18. Önr.), E merkezinden EA doğru çizgisi çizildiğinde, eğer söz konusu çevre [çember] şeklin dördüncü noktasından geçmeyip EA üzerinde bulunan F noktasından geçse, D, F ve F, B ve B, D noktaları birleştirildiğinde, karşılıklı olan BFD, DCB açıları toplamı iki dik açıya eşit olup (III. Ktb. 17. Önr.), BAD, DCB açıları toplamı çizim gereği iki dik açıya eşit olduğundan, BFD, DCB açıları toplamı BAD, DCB açıları toplamına eşit olur.

Ve bu eşitlerden DCB ortak açısı çıkarıldığında, geriye kalan BAD, BFD açıları birbirine eşit olup, yani DFE, EFB açıları toplamı DAE, EAB açıları toplamına eşit olup, büyüğün küçüğe eşit olması gerekir, bu ise çelişkidir (I. Ktb. 16. Önr.).

Bu durumda dairenin çevresi [çember] F noktasından geçemez ve bu şekilde kanıtlanır ki A noktasından başka EA çizgisi üzerinde bulunan herhangi bir noktadan da geçemez; bu nedenle yukarıda açıklandığı üzere ABCD dörtgeni üzerine çizilen daire [dörtgenin] bütün açılarından geçip, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 20. Önerme, Problem

Eşit kirişler üzerinde bulunup eşit açıları kuşatan daire dilimleri birbirine eşittir.



Örnek: AB, DE eşit kirişleri üzerinde bulunup eşit açıları kuşatan ACB, DFE daire dilimleri birbirine eşittir.

Çünkü DFE diliminin ACB dilimi üzerine öyle bir çakıştığı tasavvur edilsin ki D noktası A noktasıyla, DE kirişi AB kirişiyle çakışsın.

İmdi {86}

DE, AB kirişleri çizim gereği eşit olduğundan, E noktası B noktasıyla ve söz konusu daire dilimleri de birbiriyle çakışırlar; eğer çakışmazlarsa söz konusu daire dilimlerinden birinin yayı üzerinde bulunan bir nokta, diğer dilimin yayının ya dışında ya da içerisinde bulunur.

Örneğin DFE yayı üzerinde bulunduğu varsayılan F noktası ACB diliminin içerisinde G noktasında bulunsa, AGC, BC, BG birleştirildiğinde oluşan BCG üçgeninin dışında bulunan AGB açısı, içeride bulunan GCB açısından büyük olduğundan, çizim gereği ona eşit olan DFE açısından da büyük olur.

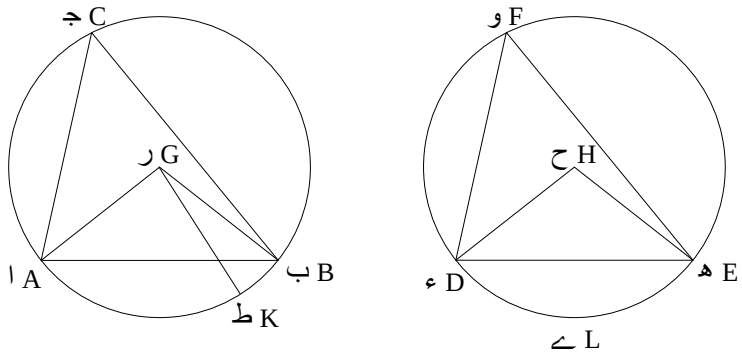
İmdi BGA daire dilimi EFD diliminin aynısı olduğundan, AGB açısı DFE açısına eşit olup, işbu açıların birbirine hem eşit hem de eşit olmaması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda F noktası ACB içerisinde olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki dışarısında da olamaz; bu nedenle söz konusu dilimler birbiriyle çakışıp, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Eşit kirişler üzerinde bulunup, eşit açıları kuşatan daire dilimlerinin yayları da birbirine eşittir.

III. Kitap, 21. Önerme, Teorem

Eşit dairelerin merkezinde bulunan açılar yahut çevrelerinde olan açılar eşit olsalar, bu açıların yayları da birbirine eşit olur ve eğer bu açıların yayları eşit olsa, söz konusu açılar da sırasıyla eşit olur.



Örnek: ABC, DEF eşit dairelerinin merkezinde bulunan AGB, DHE açıları yahut çevrelerinde olan ACB, DFE açıları eşit {87}

olsalar, söz konusu açıların AKB, DLE yayları da birbirine eşit olur.

Çünkü AB, DE birleştirildiğinde, söz konusu daireler varsayım gereği eşit olduğundan, bunların yarıçapları ve çevreleri eşit olur (III. Ktb. 5. Önr.).

İmdi ABG üçgeninde AG, GB kenarları DEH üçgeninde DH, HE kenarlarına eşit olup, AGB açısı DHE açısına varsayım gereği eşit olduğundan, AB, DE tabanları da birbirine eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Ve keza AB kirişi DE kirişine eşit olup, ACB açısı DFE açısına varsayım gereği eşit olduğundan, BCA yayı EFD yayına eşit olup (III. Ktb. 20. Önr. Snç.), varsayım gereği eşit olan ABC, DEF daire çevrelerinden birbirine eşit olan BCA, EFD yayları çıkarıldığında, geriye kalan AKB, DLE yayları da birbirine eşit olur.

Ve eğer AKB yayı DLE yayına eşit olsa, AGB açısı DHE açısına, ACB açısı da DFE açısına eşit olur. Çünkü eşit olmasa, AGB açısı DHE açısından ya büyük ya da küçük olur, eğer büyük olursa DHE açısına eşit AGK açısı çizildiğinde (I. Ktb.

20. Önr.), eşit açılar eşit yaylar üzerinde bulunduğundan (III. Ktb. 21. Önr.), AK yayı DLE yayına eşit olmuş olur.

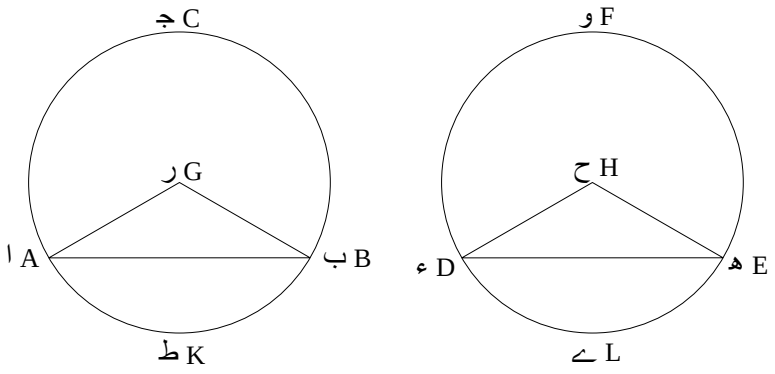
İmdi DLE yayı AKB yayına varsayım gereği eşit olduğundan, AK yayı da AKB yayına eşit olup, bütünün parçaya eşit olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda AGB açısı DHE açısından büyük olamaz ve bu şekilde kanıtlanır ki küçük de olamaz; bu nedenle söz konusu açılar birbirine eşit olup, merkezde bulunan açılar çevrede bulunan açıların iki katı olduğundan (III. Ktb. 14. Önr.), ACB açısı {88}

da DFE açısına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 22. Önerme, Teorem

Eşit dairelerdeki eşit kirişlerin ayırdığı yayların büyüğü büyüğüne ve küçüğü küçüğüne eşittir ve eğer eşit dairelerden ayrılan yaylar eşit olursa, kirişleri de birbirine eşit olur.



Örnek: ABC, DEF eşit dairelerinde AB, DE eşit kirişlerinin ayırdığı ACB yayı DFE yayına, AKB yayı DLE yayına eşit olur.

Çünkü G, H merkezleri belirlenip, GA, GB, HD, HE birleştirildiğinde söz konusu daireler varsayım gereği eşit olduğundan, yarıçapları ve çevreleri karşılıklı eşit olurlar (III. Ktb. 5. Önr.).

İmdi AG, GB kenarları DH, HE kenarlarına eşit olup, AB tabanı DE tabanına varsayım gereği eşit olduğundan, AGB açısı DHE açısına eşit olur (I. Ktb. 7. Önr.).

Fakat eşit dairelerin merkezlerinde bulunan eşit açılar bu dairelerin eşit yayları üzerinde bulunduğundan (III. Ktb. 21. Önr.), AKB yayı DLE yayına eşit olup, ABC, DEF eşit çevrelerinden işbu eşit yaylar çıkarıldığında, geriye kalan ACB, DFE yayları da birbirine eşit olur ve eğer ABC, DEF eşit dairelerinden ayrılan AKB, DLE yayları eşit olsalar, AB, DE kirişleri de birbirine eşit olurlar.

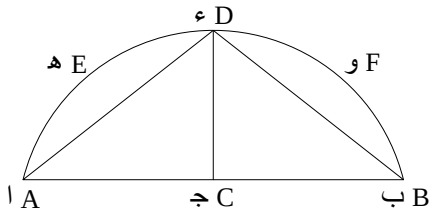
Çünkü G, H merkezleri belirlenip, AG, GB, DH, HE birleştirildiğinde, söz konusu daireler varsayım gereği birbirine eşit olduğundan, bunların yarıçapları olan AG, GB, DH, HE çizgileri de birbirine eşit olur ve keza AKB yayı DLE yayına varsayım gereği eşit {89}

olduğundan, AGB, DHE merkez açıları da birbirine eşit olur (III. Ktb. 21. Önr.).

İmdi AG, GB kenarları DH, HE kenarlarına eşit olup, AGB açısı DHE açısına eşit olduğundan, AB kirişi de DE kirişine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 23. Önerme, Problem

Bilinen bir yayı yarıya bölmenin yoludur:



Örnek: ADB yayı yarıya bölünmek istense, önce AB kirişi birleştirilip, C noktasında yarıya bölünsün; sonra söz konusu kiriş üzerine işbu C noktasından CD dikmesi uzatıldığında, ADB yayını D noktasında yarıya böler.

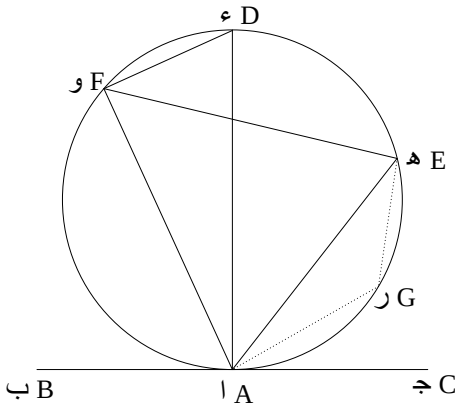
Çünkü AD, DB birleştirildiğinde ortaya çıkan ADC üçgeninde AC, CD kenarları ve aralarındaki açı, BDC üçgeninde BC, CD kenarları ve aralarındaki açıya eşit olduğundan, AD kenarı da DB kenarına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

İmdi DC dikmesi uzatıldığında merkezden geçtiğinden (III. Ktb. 1. Önr. Snç.), ADE, DBF dilimlerinden her biri yarımdaireden küçük olur; fakat eşit kirişlerin ayırdığı AED yayı da DFB yayına eşit olup (III. Ktb. 22. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Bir daire yayını bilinen geometrik yolla[243] üç eşit parçaya bölmek olanaksızdır.

III. Kitap, 24. Önerme, Teorem

Teğetin temas noktasından çizilen kirişin iki tarafında meydana gelen açılar, karşılarındaki daire diliminde bulunan açılara karşılıklı eşittir. {90}



Örnek: AFDE dairesinin BC teğetinin A temas noktasından çizilen AE kirişinin bir tarafında olan CAE açısı karşısındaki daire diliminde bulunan AFE açısına eşittir.

[243] Burada, çizimin sadece pergel ve taksimatsız cetvel kullanılarak gerçekleştirilmesi gerektiği kastedilmektedir.

Çünkü AD çapı çizilip, F, D noktaları birleştirildiğinde, BC teğetinin A temas noktasından çizilen AD çapı merkezden geçtiğinden, DAC açısı dik olup (III. Ktb. 12. Önr.), AFD yayı yarım daire olduğundan, içerisinde bulunan DFA açısı da dik olmakla (III. Ktb. 16. Önr.), DAC açısı DFA açısına eşit olur.

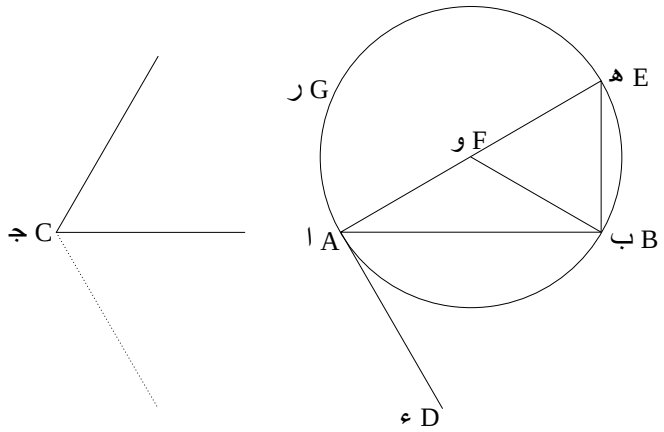
İmdi dairenin bir diliminde bulunan açılar birbirine eşit olduklarından (III. Ktb. 15. Önr.), DFE açısı DAE açısına eşit olup, işbu eşit açılar DAC, DFA eşit açılarından çıkarıldığında, geriye kalan CAE açısı diğer geriye kalan AFE açısına eşit olur ve keza AE kirişinin diğer tarafında olan BAE açısı karşısındaki dilimde bulunan AGE açısına eşittir.

Çünkü AFEG dörtgeninde karşılıklı AFE, AGE açıları toplamı iki dik açıya eşit olup (III. Ktb. 17. Önr.), EAC, EAB açıları toplamı da iki dik açıya eşit olduğundan (I. Ktb. 13. Önr.), AFE, AGE açıları toplamı EAC, EAB açıları toplamına eşit olur.

Ve bu eşitlerden CAE, AFE eşit açıları çıkarıldığında, geriye kalan BAE açısı diğer geriye kalan AGE açısına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 25. Önerme, Problem

Bilinen bir doğru çizgi üzerinde olduğu varsayılan bir açıya eşit açısı olan, bir daire dilimi çizmenin yoludur:



Örnek: AB gibi bilinen bir doğru çizgi üzerinde olduğu varsayılan bir açıya {91} eşit bir açısı olan daire dilimi çizilmek istensin, yani söz konusu dairedeki açı varsayılan C açısına eşit olsun.

İmdi C açısına eşit BAD açısı çizilip (I. Ktb. 20. Önr.), A noktasından AD üzerine AF dikmesi indirilsin; sonra FAB açısına eşit ABF açısı da çizildiğinde, FAB, ABF açıları çizim gereği birbirine eşit ve ikisi toplamı iki dik açıdan küçük olduğundan, AF, FB çizgileri eşit olup (I. Ktb. 6. Önr.), birbirini F noktasında keserler (I. Ktb. 25. Önr. Snç.).

İmdi F noktasından FA yahut FB uzunluğuyla AEB dairesi çizildiğinde oluşan AGEB dilimi istenilen daire dilimi olur; çünkü AF çizgisi çevrede bulunan E noktasına değin aynı doğrultuda uzatılıp, E, B noktaları da birleştirildiğinde, AE çapına AD çizgisi dik olduğundan, işbu çizgi söz konusu daireye A noktasında temas eder (III. Ktb. 10. Önr.).

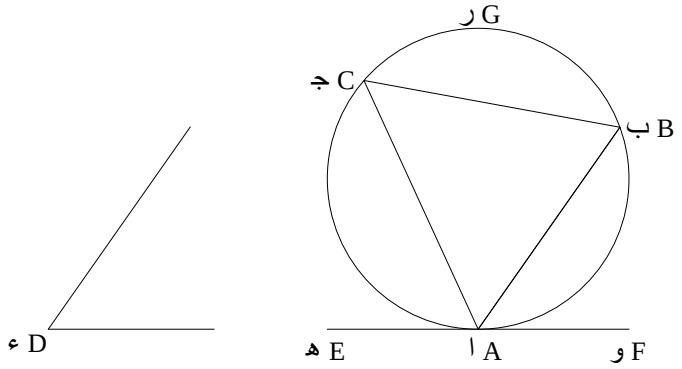
İmdi AD çizgisi teğet olup, A temas noktasından AB kirişi çizildiğinde, BAD açısı söz konusu dairede bulunan AEB açısına eşit olur (III. Ktb. 24. Önr.).

Fakat BAD açısı çizim gereği C açısına eşit olduğundan, AEB açısı da C açısına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Eğer bilinen açı dik açı olursa, bilinen doğru çizgi üzerine yalnızca yarım daire çizildiğinde, istenilen daire dilimi elde edilir (III. Ktb. 16. Önr.).

III. Kitap, 26. Önerme, Problem

Verilen bir daireden verilen bir açıya eşit açı kuşatan bir daire dilimi ayırmanın yoludur:



Örnek: Verilen ABGC dairesinden verilen D açısına eşit {92}

bir açıyı kuşatan daire dilimi ayırmak istense, önce söz konusu daire üzerinde rastgele bir A noktası belirlenip, işbu noktadan geçen bir EF teğeti çizilsin; sonra D açısına eşit FAB açısı çizildiğinde, ACB dilimi istenilen daire dilimi olur.

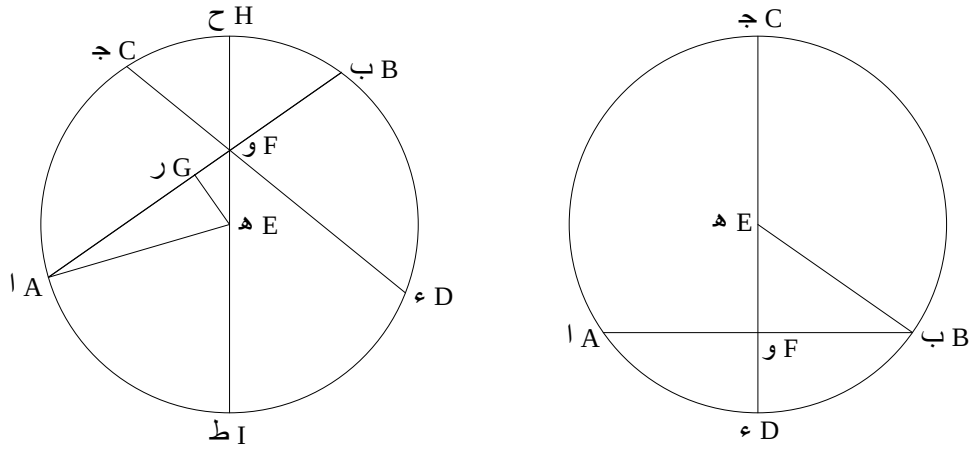
Çünkü EF teğetinin temas noktasından çizilen AB çizgisi kiriş olduğundan, FAB açısı ACB açısına eşit olur (III. Ktb. 24. Önr.).

İmdi FAB açısı çizim gereği D açısına eşit olduğundan, ACB açısı da D açısına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 27. Önerme, Problem

Bir dairede bulunan iki kiriş birbirini kesse, bir kirişin ayrıldığı kısımların birbiriyle oluşturduğu dikdörtgen [çarpımı] diğer kirişin ayrıldığı kısımların birbiriyle oluşturduğu dikdörtgene [çarpımına] eşittir.[244]

[244] AB'nin CD'ye dik olduğu ikinci şekil Bonnycastle da bulunmamaktadır.



Örnek: ABCD dairesinde bulunan AB, CD kirişleri merkezden geçmeyip, birbirini F noktasında kesseler, AF, FB kısımlarının birbiriyle oluşturdukları dikdörtgen CF, FD kısımlarının birbiriyle oluşturduğu dikdörtgene eşittir.

Çünkü, F noktasından geçen HI çapı çizilir; AB kirişi üzerine E merkezinden EG dikmesi indirilip, A, E noktaları birleştirildiğinde, AEF üçgeni ortaya çıkıp, EG dikmesi AB kirişini yarıya böldüğünden (III. Ktb. 3. Önr.), FB çizgisi AG, GF kısımlarının farkına eşit olur.

Ve keza AE çizgisi EI yahut EH çizgisine eşit olmakla, FI çizgisi AE, EF kenarları toplamına eşit olup, FH çizgisi de onların farkına eşit olur.

İmdi her üçgende iki kenar toplamının [iki kenar] farkıyla oluşturduğu dikdörtgen, yükseklikle taban uçları arasındaki uzunlukların toplamı [taban] ile farkının meydana getirdiği dikdörtgene eşit olduğundan (II. Ktb. 16. Önr. Snç.), IF, FH dikdörtgeni, AF, FB {93}
dikdörtgenine eşit olur ve bu şekilde kanıtlanır ki IF, FH dikdörtgeni CF, FD dikdörtgenine eşit olmakla, AF, FB dikdörtgeni de CF, FD dikdörtgenine eşit olur.

Ve eğer yalnız merkezden geçen CD kirişi merkezden geçmeyen AB kirişine F noktasında dik olsa, imdi EB birleştirildiğinde, EB, EC çizgileri birbirine eşit olup,

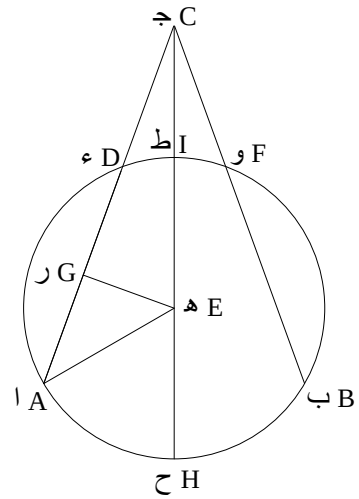
FC çizgisi FE, EB çizgileri toplamına eşit, FD çizgisi de onların farkına eşit olmakla, FC, FD dikdörtgeni FE, EB karelerinin farkına eşit olur (II. Ktb. 13. Önr.).

İmdi FE, EB kareleri arasındaki fark FB karesine karesine eşit olduğundan (II. Ktb. 14. Önr. Snç.), FC, FD dikdörtgeni de FB karesine eşit, yani FB, FA dikdörtgenine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Eğer bir dairede bulunan iki kiriş birbirini merkezde keserse, kısımlarının oluşturduğu dikdörgenlerin birbirine eşit olduğu açıktır. Çünkü bütün kısımlar birbirine eşittir (II. Ktb. 2. Önr.).

III. Kitap, 28. Önerme, Teorem

Daire dışında ve aynı noktadan uzatılan iki doğru çizginin her biri söz konusu daireyi ikişer noktada kesseler, iki çizgiden birinin daire dışında bulunan kısmıyla oluşturduğu dikdörtgen, diğer çizginin yine dışta bulunan kısmıyla oluşturduğu dikdörtgene eşit olur.



Örnek: ADFB dairesinin dışında bulunan C noktasından uzatılan AC, BC doğru çizgilerinin her biri dairenin çevresini ikişer noktada kesseler, AC, CD dikdörtgeni, BC, CF dikdörtgenine eşit olur.

Çünkü E merkezinden geçen CH çizgisi çizilip, AC üzerine {94}

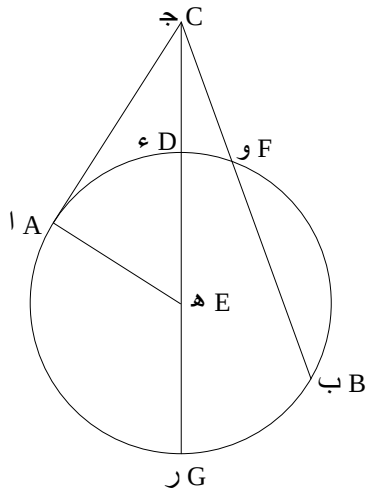
EG dikmesi indirilir, AE de birleştirilirse, ortaya çıkan AEC üçgeninde EG dikmesi AD kirişini yarıya böldüğünden (III. Ktb. 3. Önr.), DC çizgisi AG, GC kısımlarının farkına eşit olur.

Ve keza AE çizgisi EH yahut EI çizgisine eşit olduğundan, HC çizgisi AE, EC kenarları toplamına eşit olup, IC çizgisi de onların farkına eşit olmakla, HC, CI dikdörtgeni AC, CD dikdörtgenine eşit olur (II. Ktb. 16. Önr. Snç.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki HC, CI dikdörtgeni BC, CF dikdörtgenine de eşit olmasıyla, AC, CD dikdörtgeni BC, CF dikdörtgenine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

III. Kitap, 29. Önerme, Teorem

Daire dışında ve aynı noktadan uzatılan iki doğru çizginin birisi söz konusu daireyi iki yerde kesse ve diğeri yalnızca temas etse [teğet], daireyi kesen çizginin daire dışında bulunan kısmıyla oluşturduğu dikdörtgen, temas eden çizginin karesine eşit olur.



Örnek: ADBG dairesinin dışında bulunan C noktasından uzatılan CB çizgisi dairenin çevresini iki yerde kesip, CA çizgisi sadece temas etse, CB, CF dikdörtgeni CA karesine eşit olur.

Çünkü E merkezi belirlenip, E, C noktalarından geçen CEG çizgisi çizilip, E, A noktaları da birleştirildiğinde, AC çizgisi teğet olup, EA çizgisi merkez ile temas noktasını birleştirdiğinden, CAE açısı dik olur (III. Ktb. 12. Önr.).

İmdi EA çizgisi EG yahut ED çizgisine eşit olduğundan, CG çizgisi EA, EC çizgileri toplamına eşit, CD çizgisi de onların farkına eşit olup, CG, CD dikdörtgeni CE, EA karelerinin {95}

farkına eşit olur (II. Ktb. 13. Önr.).

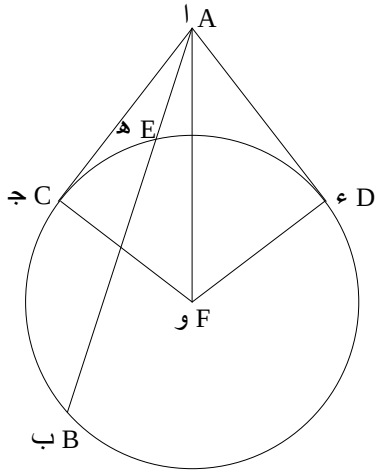
Fakat CE, EA kareleri arasındaki fark CA karesine eşit olduğundan (II. Ktb. 14. Önr. Snç.), CG, CD dikdörtgeni de CA karesine eşit olur.

İmdi CG, CD dikdörtgeni CB, CF dikdörtgenine eşit olduğundan (III. Ktb. 28. Önr.), CB, CF dikdörtgeni de CA karesine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Daireyi kesen çizginin [tamamının] daire içindeki kısmıyla oluşturduğu dikdörtgen ile temas eden çizginin [teğet] karesi toplamı, daireyi kesen çizginin karesine eşittir (II. Ktb. 9. Önr.).

III. Kitap, 30. Önerme, Teorem

Daire dışında ve aynı noktadan uzatılan iki doğru çizginin birisi söz konusu daireyi iki noktada kesse ve diğeri de yalnızca [dairede] sonlansa, daireyi kesen çizginin [tamamının] dairenin dışında kalan kısmıyla oluşturduğu dikdörtgen, dairede sonlanan çizginin karesine eşit olur ise, dairede sonlanan bu çizgi [daireye] teğet olur.



Örnek: CBD dairesinin dışında bulunan A noktasından uzatılan AB çizgisi söz konusu daireyi iki yerde kesse, AC çizgisi de bu dairede sonlansa, AB, AE dikdörtgeni de AC karesine eşit olsa, AC çizgisi [daireye] teğet olur.

Çünkü F merkezi belirlenip, A noktasından söz konusu daireye D noktasında temas eden AD teğeti çizilip (III. Ktb. 10. Önr.), F, D ve F, A ve F, C noktaları da birleştirildiğinde, AD çizgisi teğet olduğundan, AB, AE dikdörtgeni AD karesine eşit olur (III. Ktb. 29. Önr.).

Ve keza AB, AE dikdörtgeni AC karesine varsayım gereği eşit olduğundan, AC karesi de AD karesine eşit olup, AC, AD de eşit olur (II. Ktb. 3. Önr.). İmdi AFC, AFD üçgenlerinde FC kenarı FD kenarına, AC kenarı AD kenarına eşit olup, AF de ortak olduğundan, ACF açısı ADF açısına {96}
eşit olur (I. Ktb. 7. Önr.).

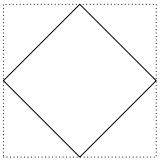
Fakat ADF açısı dik olduğundan (III. Ktb. 12. Önr.), ACF açısı da dik olup, CF çizgisi F tarafına uzatıldığında çap olur. Çapın uçlarından birine indirilen dikme teğet olduğundan (III. Ktb. 10. Önr.), AC çizgisi CBD dairesine teğet olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {97}

DÖRDÜNCÜ KİTAP

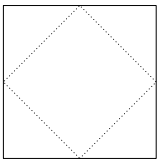
IV. Kitap

Tanımlar

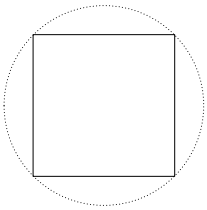
1- Bir doğru çizgili şeklin bütün açıları diğer bir doğru çizgili şeklin bütün kenarları üzerinde bulunursa, bu şekil diğer şekilin içine çizilmiş demektir.



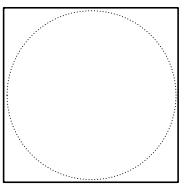
2- Bir doğru çizgili şeklin bütün kenarları diğer bir doğru çizgili şeklin bütün açılarından geçse, önceki şekil sonraki şeklin üzerine çizilmiş demektir.



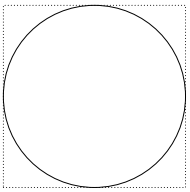
3- Bir doğru çizgili şeklin bütün açıları bir dairenin çevresi üzerinde bulunursa, söz konusu şekil dairenin içine çizilmiş demektir.



4- Bir doğru çizgili şekilin bütün kenarları bir dairenin çevresine temas etse, söz konusu şekil söz konusu dairenin üzerine çizilmiş demektir.

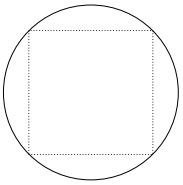


5- Bir dairenin çevresi doğru çizgili bir şeklin bütün kenarlarına temas etse bu daire söz konusu doğru çizgili şeklin içine çizilmiş demektir.



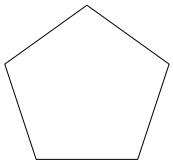
{99}

6- Bir dairenin çevresi doğru çizgili bir şeklin bütün açılarından geçerse, bu daire söz konusu şeklin üzerine çizilmiş demektir.



7- Kenarları dörtten fazla olan her doğru çizgili şekle çokgen denilir; eğer çokgenin bütün kenarları ve açıları eşit olursa ona düzgün [çokgen] şekil denilir.[245]

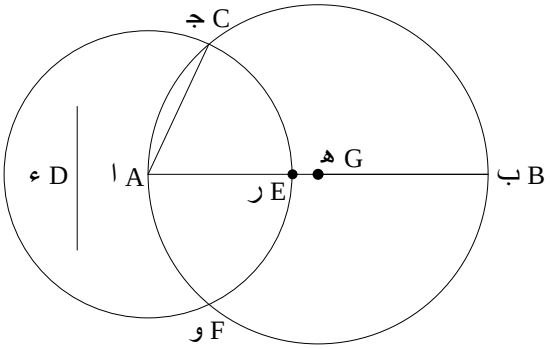
8- Eğer çokgen beş kenarlı olursa ona beşgen denilir; altı kenarlı olursa altıgen, bundan başka yedigen, sekizgen ve benzeri şekilde adlandırılır.



IV. Kitap, 1. Önerme, Problem

Bilinen bir daire içine, daire çapından uzun olmadığı varsayılan bir doğru çizgiye eşit bir kiriş çizmenin yoludur:

[245] Bonnycastle'da "7. A right line is said to be placed, or applied, in a circle, when the extremities of it are in the circumference of the circle." Çev: "Bir doğru çizginin uçları daire çevresinin üzerinde bulunduğunda, bu çizgi daire içine yerleştirilmiş ya da çizilmiştir demektir". Biçiminde verilen 7. tanım atılmıştır. Bu nedenle Tâmânî'nin IV. Kitaptaki tanımlarının sayısı Bonnycastle'ınkinden bir eksiktir.



Örnek: ABC dairesinin çapından uzun olmayan D doğru çizgisine eşit olduğu varsayılan bir kiriş, bu dairenin içine çizilmek istensin.

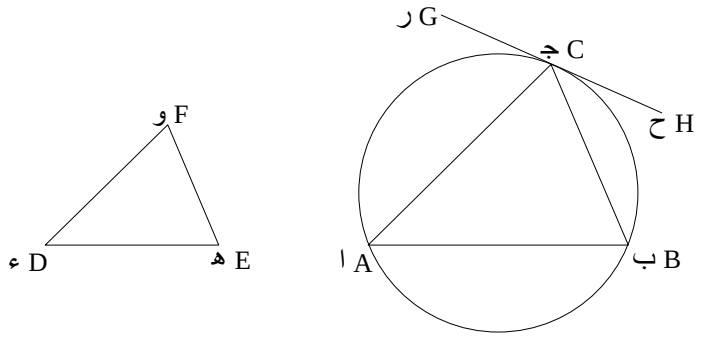
İmdi G merkez alınıp (III. Ktb. 1. Önr.), AB çapı çizildiğinde söz konusu çap D çizgisine eşit olur ise, istenilen kanıtlama yapılmış olur. Değil ise D çizgisine eşit AE kesilip (I. Ktb. 3. Önr.), A noktasından AE uzunluğuyla EFC dairesi çizilir ve birinci dairede kestiği C noktasıyla A noktası arası birleştirildiğinde, oluşan AC kirişi D çizgisine eşit olur.

Çünkü A noktası {100}

EFC dairesinin merkezi olduğundan, AE, AC eşittir. İmdi AE çizgisi D çizgisine çizim gereği eşit olduğundan, AC de D çizgisine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 2. Önerme, Problem

Bilinen bir dairenin içine açıları, varsayılan bir üçgenin açılarına sırasıyla eşit olacak bir üçgen çizmenin yoludur:



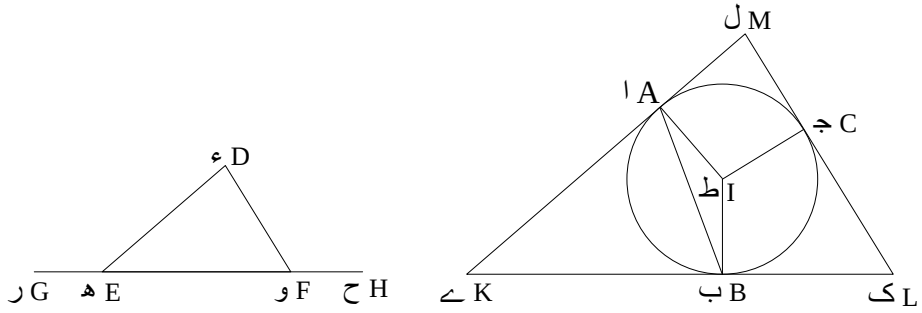
Örnek: ABC dairesi içine açıları DEF üçgeninin açılarına sırasıyla eşit olacak bir üçgen çizmek istensin.

İmdi söz konusu dairenin çevresi üzerinde rastgele bir C noktası belirlenip, bu noktadan geçen GH teğeti çizilsin (III. Ktb. 10. Önr.). Sonra HCB açısı D açısına, GCA açısı E açısına eşit çizilip (I. Ktb. 20. Önr.), A, B de birleştirildiğinde oluşan ABC üçgeninin açıları, varsayılan DEF üçgeninin açılarına sırasıyla eşit olur.

Çünkü GH teğetinin C temas noktasından çizilen CB kirişiyle söz konusu teğet arasında olan HCB açısı, aynı daire yayını gördükleri CAB açısına eşit olup (III. Ktb. 24. Önr.), HCB açısı çizim gereği D açısına eşit olduğundan, CAB açısı da D açısına eşit olur. Ve bu şekilde kanıtlanır ki CBA açısı da E açısına eşit olup, CAB açısı D açısına, CBA açısı E açısına eşit olduğundan, geriye kalan ACB açısı F açısına eşit olmakla (I. Ktb. 28. Önr. 1. Snç.), ABC üçgeninin açıları DEF üçgeninin açılarına sırasıyla eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {101}

IV. Kitap, 3. Önerme, Teorem

Bilinen bir daire üzerine açıları, varsayılan bir üçgenin açılarına sırasıyla eşit olmak üzere bir üçgen çizmenin yoludur:



Örnek: ABC dairesi üzerine açıları EFD üçgeninin açılarına sırasıyla eşit olmak üzere bir üçgen çizilmek istensin.

İmdi söz konusu üçgenin bir kenarı, örneğin EF kenarı uçlarından G, H noktalarına değin uzatılıp, I merkezinde AIB, BIC açıları üçgenin dışında bulunan DEG, DFH açılarına sırasıyla eşit çizilsin (I. Ktb. 20. Önr.).

Sonra A, B, C noktalarından geçen MK, KL, LM teğetleri çizilip (III. Ktb. 10. Önr.), A, B de birleştirildiğinde, IAK, KBI açılarının her biri dik olduğundan (III. Ktb. 12. Önr.), BAK, KBA açıları toplamı iki dik açıdan küçük olmakla, MK, LK çizgileri o tarafta kesişir (I. Ktb. 25. Önr. Snç). Ve bu şekilde kanıtlanır ki KL, LM, MK çizgilerinin birbiriyle kesişmesinden oluşan KLM şekli istenilen üçgen olur.

Çünkü AIBK dörtgeninin açıları toplamı dört dik açı miktarı olup (I. Ktb. 28. Önr. Snç. 2), IAK, KBI açılarının her biri dik olduğundan, geriye kalan AIB, BKA açıları toplamı iki dik açıya eşit olur.

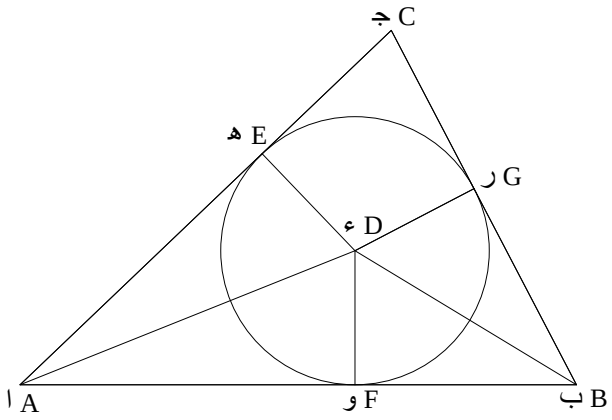
İmdi DEG, DEF açıları toplamı da iki dik açıya eşit olup (I. Ktb. 13. Önr.), AIB açısı DEG açısına çizim gereği eşit olduğundan, geriye kalan BKA yahut LKM açısı DEF açısına eşit olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki CLB yahut MLK açısı da DFE açısına eşit olup, MKL açısı DEF açısına, MLK açısı DFE açısına eşit olduğundan, geriye kalan KML açısı EDF {102}

açısına eşit olmakla (I. Ktb. 28. Önr. Snç. 1), KLM üçgeninin açıları EFD üçgeninin açılarına sırasıyla eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 4. Önerme, Problem

Varsayılan bir üçgen içerisine daire çizmenin yoludur:



Örnek: ABC üçgeninin içerisine daire çizilmek istensin.

İmdi CAB, ABC açıları AD, BD çizgileriyle yarıya bölündüğünde (I. Ktb. 9. Önr.), DAB, DBA açıları toplamı iki dik açıdan küçük olduğundan (I. Ktb. 28. Önr.), AD, BD çizgileri D noktasında kesişip (I. Ktb. 25. Önr. Snç.), bu noktadan söz konusu üçgenin kenarlarına DF, DG, DE dikmeleri indirildiğinde, işbu dikmeler üçgenin içerisinde çizilecek dairenin yarıçapları olur.

Çünkü EAD, DAF açıları çizim gereği eşit olup, AED, DFA açıları dik olduğundan, geriye kalan EDA açısı ADF açısına eşit olur (I. Ktb. 28. Önr. Snç. 1).

İmdi ADE üçgeninin açıları DAF üçgeninin açılarına sırasıyla eşit olup, AD kenarı ortak olduğundan DE kenarı DF kenarına eşit olur (I. Ktb. 21. Önr.).

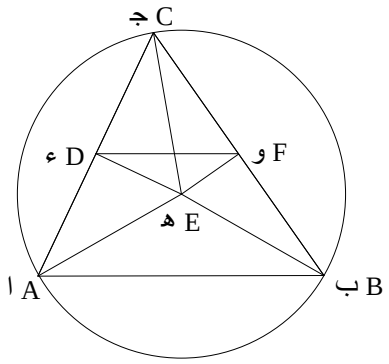
Ve bu şekilde kanıtlanır ki DG kenarı da DF kenarına eşit olup, DE, DG, DF çizgileri birbirine eşit olurlar.

İmdi F, E, G noktalarında bulunan açılar çizim gereği dik olup, D merkezinden DE yahut DG uzunluğuyla bir daire çizildiğinde, ABC üçgeninin

kenarlarına E, G, F noktalarında temas edip (III. Ktb. 10. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 5. Önerme, Problem

Varsayılan bir üçgen üzerine daire çizmenin yoludur:



Örnek: ABC üçgeni üzerine daire çizilmek istensin. İmdi {103}

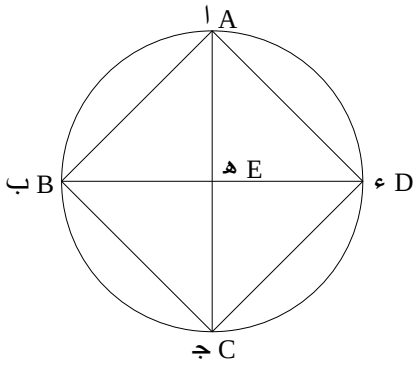
AC, CB kenarları DE, EF dikmeleri ile yarıya bölünüp, D, F de birleştirildiğinde, EDF, DFE açıları toplamı iki dik açıdan küçük olduğundan, DE, EF çizgileri E noktasında kesişir ve bu nokta merkez olur.

Çünkü EA, EC, EB birleştirildiğinde, ADE, EDC açıları birbirine eşit, AD kenarı DC kenarına çizim gereği eşit olup, DE kenarı ortak olduğundan, AE kenarı EC kenarına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki EB de EC kenarına eşit olup, EA, EC, EB çizgileri birbirine eşit olurlar. İmdi EA uzunluğuyla bir daire çizildiğinde, söz konusu üçgenin bütün açılarından geçtiğinden (III. Ktb. 4. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 6. Önerme, Problem

Varsayılan bir daire içine kare çizmenin yoludur:



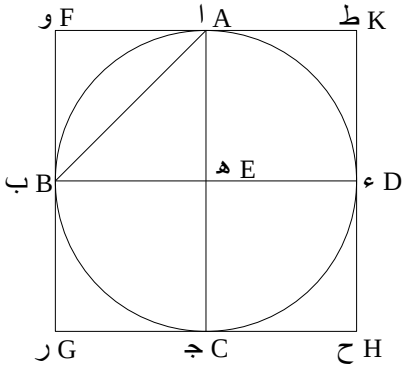
Örnek: ABCD dairesi içerisine bir kare çizilmek istensin. İmdi E merkez olarak alınıp, rastgele AC, BD çapları birbirine dik olacak şekilde çizilsin (I. Ktb. 11. Önr.). Sonra AB, BC, CD, DA birleştirildiğinde oluşan BCDA şekli istenilen kare olur.

Çünkü BE, EA kenarları ED, EA kenarlarına eşit olup, BEA, AED açıları da birbirine eşit olduğundan (I. Ktb. 8. Önr.), BA kenarı AD kenarına eşit olur. Ve bu şekilde kanıtlanır ki BC, CD kenarları da BA, AD kenarlarına eşit olmakla, söz konusu şekil eşit kenarlı olup, BDA yarım dairesinde bulunan BAD açısı dik olur (III. Ktb. 16. Önr.).

Ve keza ABC, BCD, CDA açıları da dik olup ABCD dairesi içerisinde çizilen BCDA şeklinin hem kenarları eşit hem açıları dik olduğundan kare olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {104}

IV. Kitap, 7. Önerme, Problem

Varsayılan bir daire üzerine kare çizmenin yoludur:



Örnek: ABCD dairesi üzerine bir kare çizilmek istensin. İmdi E merkez olarak alınıp, rastgele AC, BD çapları birbirine dik olacak şekilde çizilsin. Sonra A, B, C, D noktalarından geçen KF, FG, GH, HK teğetleri çizildiğinde oluşan FGHK şekli istenilen kare olur.

Çünkü A, B birleştirildiğinde, EAF, EBF açıları dik olduğundan, FAB, FBA açıları toplamı iki dik açıdan küçük olub, KF, FG çizgileri o tarafta kesişirler.

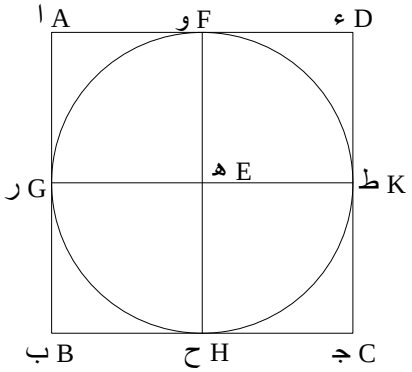
Ve bu şekilde kanıtlanır ki FK, KH, HG, GF çizgileri de birbiriyle kesişip, E merkezinde bulunan açılar çizim gereği dik olduğundan, A, B, C, D noktalarında bulunan açılar da dik olup (III. Ktb. 12. Önr.); FH şekli ve onun parçalarından her biri paralelkenar olur (I. Ktb. 22., 23. Önr.).

İmdi her paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine eşit olup (I. Ktb. 30. Önr.), FG, GH, HK, KF kenarlarından her biri AC yahut BD çaplarına eşit olduğundan, FH şekli paralelkenar olup BEA açısı çizim gereği dik olduğundan, F açısı da dik olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki G, H, K açılarından her biri dik olup, FH şeklinin hem bütün kenarları eşit hem de bütün açıları eşit olduğundan, ABCD dairesi üzerine çizilen FH şekli kare olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 8. Önerme, Problem

Varsayılan bir kare içerisine daire çizmenin yoludur:



{105}

Örnek: ABCD karesi içerisine bir daire çizilmek istensin. İmdi AB, AD kenarları G, F noktalarında yarıya bölünüp, bu kenarlara paralel FH, GK çizgileri çizildiğinde, birbirini kestikleri E noktası dairenin merkezi olur.

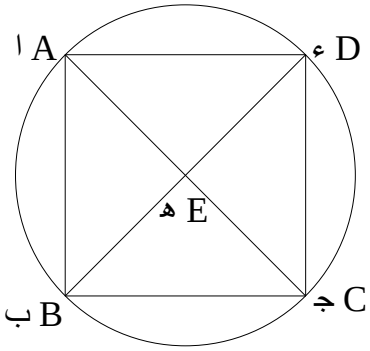
Çünkü AE şekli çizim gereği paralelkenar olduğundan, AF kenarı GE kenarına, AG kenarı FE kenarına eşit olup (I. Ktb. 30. Önr.), AB, AD kenarlarının yarıları olan AF, AG kenarları da birbirine eşit olduğundan, GE kenarı FE kenarına eşit olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki HE, KE çizgileri GE, FE kenarlarına eşit olup, EF, EG, EH, EK çizgileri birbirine eşit olurlar.

İmdi F, G, H, K noktalarında bulunan açıların her biri dik olduğundan, E noktasından EF uzunluğuyla çizilen daire söz konusu karenin kenarlarına o noktalarda temas edip, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 9. Önerme, Problem

Varsayılan bir kare üzerine daire çizmenin yoludur:



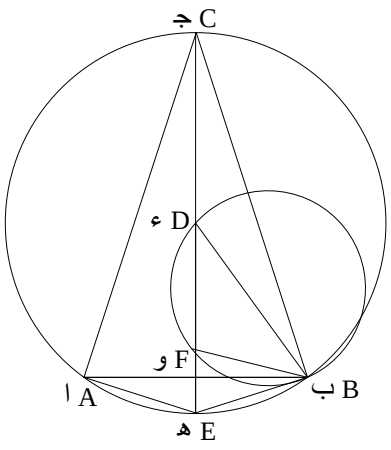
Örnek: ABCD karesi üzerine bir daire çizilmek istensin. İmdi söz konusu karenin AC, BD köşegenleri çizildiğinde, birbirini kestikleri E noktası dairenin merkezi olur.

Çünkü ABC, ABD üçgenlerinde BC kenarı AD kenarına, CBA açısı BAD açısına eşit olup (II. Ktb. 2. Tan.), AB kenarı ortak olduğundan, AC, BD de eşit olur.

İmdi her paralelkenarın köşegenleri birbirini yarıya böldüğünden (II. Ktb. 21. Önr.), AE, EC, BE, ED çizgilerinin birbirine eşit olmasıyla (7. Aks.), E noktasından EA uzunluğuyla çizilen daire söz konusu karenin B, C, D noktalarından geçip, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {106}

IV. Kitap, 10. Önerme, Problem

Varsayılan bir daire içerisine [öyle] bir ikizkenar üçgen çizilsin ki taban açılarının her biri, tepe açısının iki katı olsun.



Örnek: ABC dairesi içerisine [öyle] bir ikizkenar üçgen çizilsin ki tabanda bulunan açıların her biri, tepedeki açının iki katı olsun.

İmdi rastgele CE çapı çizilip, DE yarıçapı da F noktasında öyle bir şekilde ikiye ayrılsın ki DE, EF dikdörtgeni FD karesine eşit olsun (II. Ktb. 22. Önr.).

Sonra E noktasından FD çizgisine eşit EA, EB kirişleri çizilip (IV. Ktb. 1. Önr.), AB, AC, CB de birleştirildiğinde oluşan BAC üçgeni istenilen üçgen olur.

Çünkü D, F, B noktalarından geçen BDF dairesi çizilip (III. Ktb. 18. Önr.), B, D ile B, F birleştirildiğinde DE, EF dikdörtgeni DF yahut ona eşit olan EB karesine eşit olduğundan, EB çizgisi BDF dairesine B noktasında teğet olup (III. Ktb. 30. Önr.), EBF açısı FDB açısına eşit olur (III. Ktb. 24. Önr.). Ve bu eşit açılara FBD açısı eklendiğinde oluşan DBE açısı FDB, FBD açıları toplamına eşit olur.

Fakat DBE açısı DEB yahut FEB açısına eşit olup (I. Ktb. 5. Önr.), FDB, FBD açıları toplamı EFB açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 5. Önr.), FEB açısı EFB açısına, EB kenarı BF kenarına eşit olur (I. Ktb. 6. Önr.).

İmdi EB, FD çizim gereği eşit olduğundan, BF de FD çizgisine, FDB açısı FBD açısına eşit olup, FEB açısı FDB açısının {107}
iki katı olur.

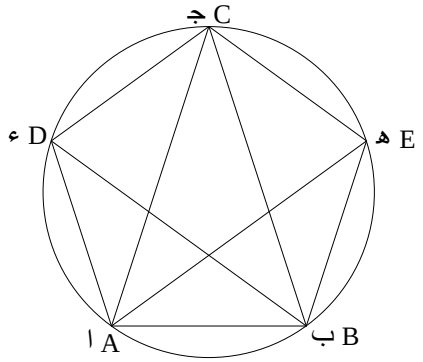
Fakat FEB yahut CEB açısı CAB açısına eşit olup (III. Ktb. 15. Önr.), FDB yahut EDB açıları ACB açısına eşit olduğundan (III. Ktb. 14. Önr.), CAB açısı ACB açısının iki katı olur.

İmdi EAC, EBC üçgenleri dik açılı olup (III. Ktb. 16. Önr.), EA kenarı EB kenarına çizim gereği eşit, EC kenarı ortak olduğundan, AC kenarı da CB kenarına eşit olup (III. Ktb. 8. Önr. Snç.), BAC üçgeni ikizkenar olmakla, tabanda bulunan

CAB, CBA açılarından her biri üçgenin tepesinde bulunan ACB açısının iki katı olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 11. Önerme, Problem

Varsayılan daire içerisinde düzgün beşgen çizmenin yoludur:



Örnek: CDABE dairesi içerisinde bir düzgün beşgen çizilmek istensin. Önce dairenin içerisinde ACB ikizkenar üçgeni şu koşulla çizilsin; CAB, CBA taban açılarından her biri ACB tepe açısının iki katı olsun (IV. Ktb. 10. Önr.).

Sonra CAB, CBA açıları AE, BD çizgileriyle yarıya bölünüp, daire çevresinde bulunan noktaların arası AD, DC, CE, EB çizgileriyle birleştirildiğinde oluşan ABECD şekli istenilen düzgün beşgen olur.

Çünkü, CAB, CBA açılarından her biri ACB açısının çizim gereği iki katı olup, AE, BD çizgileriyle yarıya bölündüğünden, ACB, CAE, EAB, ABD, DBC açıları birbirine eşit olup, bütün bu açıların CD, DA, AB, BE, EC yayları da birbirine eşit olurlar (III. Ktb. 21. Önr.).

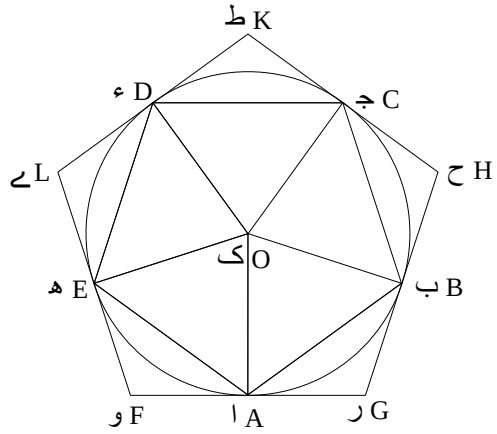
İmdi eşit yayların kirişleri de eşit olduğundan (III. Ktb. 22. Önr.), DC, AD, BA, EB, CE kenarları birbirine eşit olup, söz konusu şekil eşit kenarlı olur. {108}

Ve keza CD yayı BE yayına eşit olup, her birine DAB yayı eklendiğinde, oluşan CDAB yayı DABE yayına eşit olmasıyla, CEB açısı da DCE açısına eşit olur (III. Ktb. 21. Önr.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki CDA, DAB, ABE açılarından her biri CEB yahut DCE açısına eşit olup, söz konusu daire içerisinde çizilen ABECD şekli hem eşit kenarlı hem de eşit açılı olduğundan, düzgün beşgen olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 12. Önerme, Problem

Varsayılan daire üzerine düzgün beşgen çizmenin yoludur:



Örnek: ABCDE dairesi üzerine bir düzgün beşgen çizilmek istensin. Önce dairenin içerisine DEABC düzgün beşgeni çizilip (IV. Ktb. 11. Önr.), A, B, C, D, E noktalarından geçen FG, GH, HK, KL, LF teğetleri de çizilsin.

Sonra O merkezinden OA, OB, OC, OD, OE birleştirildiğinde, OEF, OAF açıları dik olduğundan (III. Ktb. 12. Önr.), FEA, FAE açıları toplamı iki dik açıdan küçük olup, LF, FG çizgileri o tarafta kesişir (I. Ktb. 25. Önr. Snç.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki FG, GH, HK, KL, LF çizgilerinin birbiriyle kesişmesinden, OE, OA, OB çizgileri birbirine eşit ve keza EA, AB çizgileri eşit olduğundan, OEA, OAE, OAB, OBA açıları birbirine eşit olurlar (I. Ktb. 7. Önr.).

İmdi E, A, B noktalarında bulunan açılar birbirine eşit olduğundan (III. Ktb. 12. Önr.), AEF, EAF, BAG, ABG açıları da birbirine eşit olup, F açısı G açısına eşit

olur (I. Ktb. 28. Önr. Snç. 1). Keza kanıtlanır ki G, H, K, L, F açıları birbirine eşit

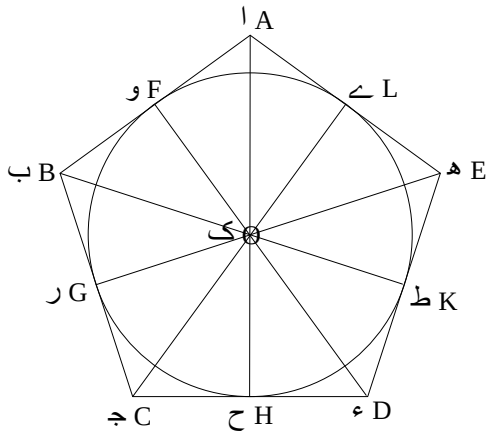
{109}

olmakla EFA, AGB üçgenlerinin açıları sırasıyla eşit olup, EA kenarı AB kenarına eşit olduğundan, EF kenarı da FA kenarına eşit olur (I. Ktb. 21. Önr.).

Ve keza kanıtlanır ki AG, GB, BH, HC, CK, KD, DL, LE, EF, FA işbu on çizgi birbirine eşit olup, iki katları olan FG, GH, HK, KL, LF çizgileri de birbirine eşit olduğundan, söz konusu daire üzerine çizilen FGHKL şekli hem eşit kenarlı ve hem eşit açılı olmakla, düzgün beşgen olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 13. Önerme, Problem

Varsayılan bir düzgün beşgen içerisine bir daire çizmenin yoludur:



Örnek: ABCDE düzgün beşgeni içerisine bir daire çizilmek istensin. İmdi rastgele BCD, CDE açıları CO, DO çizgileriyle yarıya bölündüğünde (I. Ktb. 9. Önr.), birbirini kestikleri O noktası dairenin merkezi olur.

Çünkü OB, OA, OE çizgileri çizilip, OH, OK, OL, OF, OG dikmeleri çizildiğinde, BCO açısı OCD açısına çizim gereği eşit olup, CB kenarı varsayım gereği CD kenarına eşit (IV. Ktb. 7. Tan.), CO da ortak olduğundan, CBO açısı ODC açısına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Fakat ODC açısı çizim gereği CDE açısının yarısı olup, CDE açısı CBA açısına çizim gereği eşit olduğundan (IV. Ktb. 7. Tan.), CBO açısı da CBA açısının yarısı olmasıyla, CBA açısı BO çizgisiyle yarıya bölünüp, A, E açıları da AO, OE çizgileriyle yarıya bölünür.

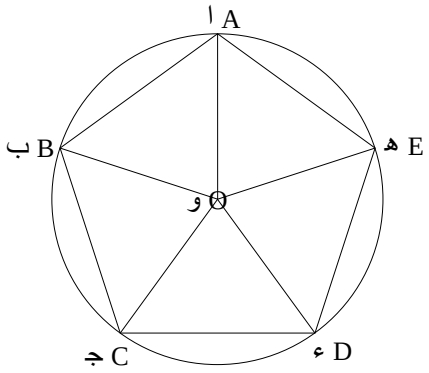
İmdi OGC üçgeninin açıları OCH üçgeninin açılarına sırasıyla eşit olup, OC kenarı {110}

ortak olduğundan, OG dikmesi OH dikmesine eşit olur (I. Ktb. 21. Önr.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki OH, OK, OL, OF, OG dikmeleri de birbirine eşit olup, O merkezinden dikmelerden birinin uzunluğuyla çizilen daire ABCDE düzgün beşgeninin kenarlarına temas edip, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

IV. Kitap, 14. Önerme, Problem

Düzgün bir beşgen üzerine daire çizmenin yoludur:



Örnek: ABCDE düzgün beşgeni üzerine bir daire çizilmek istensin. İmdi rastgele BCD, CDE açıları CO, OD çizgileriyle yarıya bölündüğünde, söz konusu çizgilerin birbirini kestikleri O noktası dairenin merkezi olur.

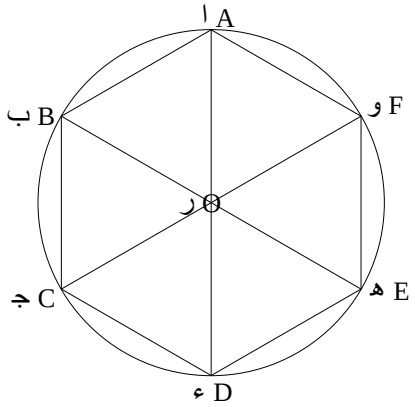
Çünkü OB, OA, OE çizgileri çizildiğinde, BCO açısı OCD açısına çizim gereği eşit, CB kenarı da CD kenarına varsayım gereği eşit olup (IV. Ktb. 7. Tan.), CO kenarı ortak olduğundan, CBO açısı ODC açısına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

İmdi ODC açısı çizim gereği CDE açısının yarısı olup, CDE açısı CBA açısına varsayım gereği eşit olduğundan (IV. Ktb. 7. Tan.), CBO açısı da CBA açısının yarısı olmasıyla, CBA açısı BO çizgisiyle yarıya bölünür. Ve keza A, E açıları AO, OE çizgileriyle yarıya bölünüp, OCD, ODC açıları eşit olduğundan (7. Aks.), OC kenarı OD kenarına eşit olur (I. Ktb. 6. Önr.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki OD, OE, OA, OB, OC çizgilerinin birbirine eşit olmasıyla, O merkezinden işbu çizgilerin birisinin uzunluğuyla çizilen daire ABCDE düzgün beşgeninin bütün açılarına temas edip, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {111}

IV. Kitap, 15. Önerme, Problem

Varsayılan bir daire içine düzgün altıgen çizmenin yoludur:



Örnek: ACEF dairesi içerisine düzgün altıgen çizilmek istensin. Önce AD çapı çizilip, DO yarıçapına eşit DC kirişi oluşturulup (IV. Ktb. 1. Önr.), CF çapı da çizilir. Sonra CD kirişine paralel BE çapı çizilip (I. Ktb. 27. Önr.), DE, EF, FA, AB, BC de çizildiğinde, oluşan ABCDEF şekli istenilen altıgen olur.

Çünkü DOC eşkenar üçgen olduğundan, ODC, OCD, DOC açıları birbirine eşit olup (I. Ktb. 5. Önr. Snç.), OE, CD çizgileri paralel olduğundan, EOD, ODC

açıları birbirine eşit olup (I. Ktb. 24. Önr.), FOE, OCD açıları da eşit olurlar (I. Ktb. 25. Önr.).

İmdi ODC, OCD açılarından her biri DOC açısına eşit olduğundan, DOC, EOD, FOE açıları birbirine eşit ve keza FOA, AOB, BOC karşılıklı açıları birbirine eşit olur.

COD, DOE, EOF, FOA, AOB, BOC üçgenlerinden gelişigüzel birinin iki kenarı arasındaki açı geriye kalan üçgenlerin her birinin iki kenarı arasındaki açıya eşit olduğundan, söz konusu üçgenlerin her durumda eşit olmasıyla, CD, DE, EF, FA, AB, BC kenarları da birbirine eşit olur.

Bu durumda ACEF dairesi içerisine çizilen ABCDEF şekli düzgün altıgen olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Varsayılan daire üzerine düzgün altıgen çizmenin ve keza düzgün altıgen içerisine daire çizmenin yolu ve kanıtı aynen düzgün beşgende anlatıldığı gibidir. {112}

Uyarı: Bu kitapta [IV. Kitap] ifade edilen şekillerden kenarlarının birkaç kez yarıya bölünmeleri ya da farklarının alınmasıyla elde edilenlerin dışındaki düzgün çokgenlerin, saf geometrik yöntemle elde edilmeleri kesinlikle mümkün değildir.

Şu da bilinsin ki gerek bu kitapta ve gerek önceki kitaplarda ifade edilen bazı şekillerin çizimi, başka bir pratik yoldan mümkündür. Fakat bunların kanıtları bundan sonraki kitaplara ait olduğundan burada ifade edilmeleri ve gösterilmeleri uygun görülmemiştir. {113}

BEŞİNCİ KİTAP

V. Kitap

Tanımlar

1- Büyük miktar, küçük miktarın tam katı olsa, küçük miktara büyük miktarın *parçası* (cüzü) denilip, büyük miktara da küçük miktarın *katı* adı verilir.

2- Geometrik oran aynı türden iki niceliğin, miktarca birbirleriyle olan ilişkilerinden ortaya çıkan bağıntıdır.

3- Orantı oranların birbirlerine benzerliğidir; en az üç miktar arasında olur ve bu miktarlara orantılı miktarlar adı verilir.

4- Dört miktar birbirleriyle karşılaştırılırsa; birinci ile üçüncüye *öncül*, ikinci ile dördüncüye ise *ardıl* adı verilir.[246]

5- Orantılı dört miktarın öncüllerinin eşit katları alındığında, bu katlar kendi ardıllarının eşit katlarına ya eşit, ya büyük yahut küçük olur.

6- Öncüllerin ardıl, ardılların öncül yapılmasına tersini alma (inverse) yöntemi denir.[247]

7- Bir öncülün diğer bir öncülle, ardılın da diğer ardılla oranlanmasına bedel yöntemi denir.[248]

8- Her öncülün kendi ardılıyla toplanarak, ya ardıllara ya da öncüllere oranlanmasına, birleşik orantı (compounded) adı verilir.[249] {115}

---

246 $\frac{a \rightarrow \text{öncül}}{b \rightarrow \text{ardıl}} = \frac{c \rightarrow \text{öncül}}{d \rightarrow \text{ardıl}}$.

247 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$.

248 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

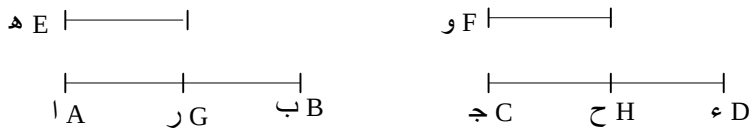
9- Her öncülün kendi ardılından çıkarılmasıyla elde edilenin, ya ardıllara ya da öncüllere oranlanmasına fark (fasl) yöntemi adı verilir.[250]

10- Öncüller ya da ardılların kendi öncülleri ile ardılları arasındaki farka oranlanmasına kalb yöntemi adı verilir.[251]

Şu da bilinsin ki orantılı miktarların düzenlenmesinde bazen a**:**b **::** c**:**d işaretleri kullanılmıştır. a'nın b'ye oranı, c'nin d'ye oranı gibidir demek olur, yani işbu (**:**) işaret oran yerine ve bu (**::**) işaret orantı yerine kullanılmıştır.

V. Kitap, 1. Önerme, Problem

Miktarlar, başka miktarların sırasıyla eşit katları olsalar; ilk miktarlardan biri sonraki miktarlardan kendi parçasının hangi katı ise, ilk miktarların toplamı da sonraki miktarlar toplamının o kadar katı olur.



Örnek: Her ne kadar AB, CD miktarları varsa, E, F miktarları da onların sırasıyla eşit katları olsa, ilk miktarlardan AB miktarı sonraki miktarlardan kendi parçası olan E miktarının hangi katı olursa, AB, CD toplamı da E, F toplamının o kadar katı olur.

Çünkü AB miktarı, E miktarına eşit AG, GB miktarlarına ayrılıp (I. Ktb. 35. Önr.), CD de F miktarına eşit CH, HD miktarlarına ayrıldığında, AB miktarında her

---

249 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ $\frac{1+2}{2}=\frac{3+6}{6}$.

250 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ $\frac{1-2}{2}=\frac{3-6}{6}$.

251 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$ $\frac{1}{1-2}=\frac{3}{3-6}$.

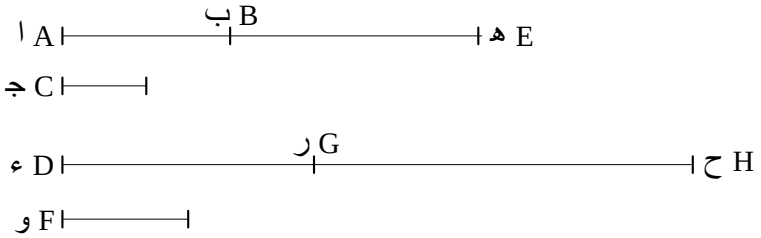
ne kadar E miktarı olursa, CD miktarında da o kadar F miktarı bulunup, çizim gereği AG, E miktarları ve CH, F miktarları {116}

eşit olduğundan, AG, CH toplamı E, F toplamına eşit olur. Keza GB, E miktarları eşit olup, HD, F miktarları da eşit olduğundan, GB, HD toplamı E, F toplamına eşit olur.

İmdi, AB miktarında ne kadar E miktarı var ise, AB, CD toplamında da o kadar E, F toplamı bulunup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[252]

V. Kitap, 2. Önerme, Teorem

Miktarlar bir birim miktarın kaç katı ise, aynı şekilde başka miktarlar da başka bir birim miktarın o kadar katı olsa, birinci miktarların toplamı kendi parçasının hangi katı ise, diğer miktarların toplamı da kendi parçasının o kadar katı olur.



Örnek: AB, BE miktarları C birim miktarının kaç katı olursa, DG, GH miktarları da diğer bir F birim miktarının eşit katı olsa, AE toplamı C miktarının kaç katı olursa, DH toplamı da F miktarının o kadar katı olur.

Çünkü, AB miktarı C miktarının kaç katı ise, DG de F miktarının varsayım gereği o kadar katı olduğundan, AB miktarında ne kadar C miktarı var ise, DG miktarında da o kadar F miktarı bulunur. Ve keza BE miktarı C miktarının kaç katı

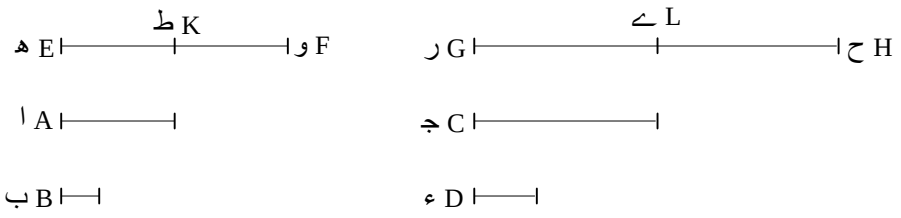
252 $\begin{matrix} AB = ma \\ CD = mb \end{matrix} \quad \begin{matrix} E = a \\ F = b \end{matrix} \quad \frac{AB}{E} = \frac{ma}{a} = m \Longrightarrow \frac{AB + CD}{E + F} = \frac{ma + mb}{a + b} = \frac{m(a + b)}{a + b} = m$.

ise, GH de F miktarının varsayım gereği o kadar katı olduğundan, BE miktarında ne kadar C miktarı olur ise, GH miktarında da o kadar F miktarı bulunur.

İmdi AE toplamında ne kadar C miktarı var ise, DH toplamında da o kadar F miktarı bulunup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[253] {117}

V. Kitap, 3. Önerme, Teorem

Dört miktardan birincisi ikincinin, üçüncüsü dördüncünün aynı katı olup, birinci ile üçüncünün eşit katları alındığında, bu katlardan ilki ikinci miktarın ve sonraki de dördüncü miktarın eşit katı olur.



Örnek: Dört adet A, B, C, D miktarından A birinci miktarı, B ikinci miktarının hangi katı ise, C üçüncü miktarı da D dördüncü miktarının o kadar katı olup, A, C miktarlarının EF, GH eşit katları alındığında, EF, B miktarının, GH de D miktarının eşit katı olur.

Çünkü EF miktarı A miktarına eşit EK, KF miktarlarına bölünüp (I. Ktb. 35. Önr.), GH de C miktarına eşit GL, LH miktarlarına bölündüğünde, EF miktarında ne kadar A miktarı var ise, GH miktarında da o kadar C miktarı bulunur.

İmdi EK, A miktarları çizim gereği eşit olup, GL, C miktarları da çizim gereği eşit olduğundan, EK miktarı B miktarının ne kadar katı ise, GL de D miktarının o kadar katı olup ve keza KF miktarı B miktarının ne kadar katı ise, LH de

---

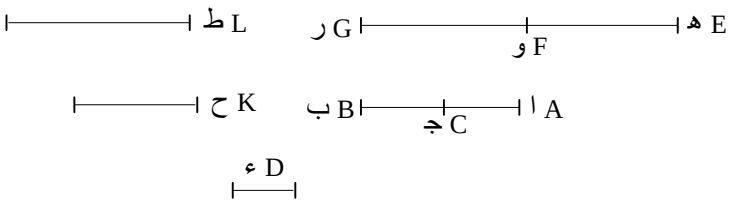
253 AB = mc BE = nc AE = mc + nc DG = mf GH = nf DH = mf + nf $\frac{mc + nc}{c} = \frac{mf + nf}{f} \Rightarrow \frac{(m + n)c}{c} = \frac{(m + n)f}{f}$.

D miktarının o kadar katı olmakla EK, KF miktarlarından her biri B miktarının hangi katı ise, GL, LH miktarlarından her biri de D miktarının o kadar katı olur.

İmdi EF toplamı B miktarının hangi katı olur ise, GH toplamı da D miktarının o kadar katı olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[254] {118}

V. Kitap, 4. Önerme, Teorem

Eğer üç miktardan birincisi ikinciden büyük ve üçüncüsü de herhangi bir miktar olsa, birinci ve ikincinin aynı katları alınırken, üçüncünün de öyle bir katı alınır ki, işbu alınan kattan birincinin katı büyük olur ve ikincinin katı büyük olmaz.



Örnek: AB birinci miktarı, BC ikinci miktarından büyük olup, D üçüncü miktarı da herhangi bir miktar olsa, AB, BC miktarlarının aynı katları alınırken, D miktarının da öyle bir katı alınır ki, işbu kattan AB miktarının katı büyük olur, BC miktarının katı büyük olmaz.

Çünkü BC, CA miktarlarının aynı katları olan GF, FE öyle bir alınsın ki her biri D miktarından büyük olsun ve keza D miktarının da öyle bir K, L katları alınsın ki L katı GF miktarından büyük, K katı küçük olsun.

İmdi L katı D miktarının öyle bir katıdır ki GF miktarından büyük olur; bu nedenle K miktarı GF miktarından büyük olamaz, yani GF miktarı K miktarından küçük olamaz ve keza FE miktarı CA miktarının çizim gereği katı olduğu gibi, GF de BC miktarının çizim gereği o kadar katı olduğundan, EG toplamı AB toplamının o

---

254 $A = nb \quad A \times m = m \times (nb) \quad EF = m \times (nb) \quad \frac{m \times nb}{b} = \frac{m \times nd}{d} \Rightarrow \frac{(m \times n)b}{b} = \frac{(m \times n)d}{d}$
$C = nd \quad C \times m = m \times (nd) \quad GH = m \times (nd)$

kadar katı olup (V. Ktb. 1. Önr.), EG, GF katları da AB, BC miktarlarının eşit katları olurlar.

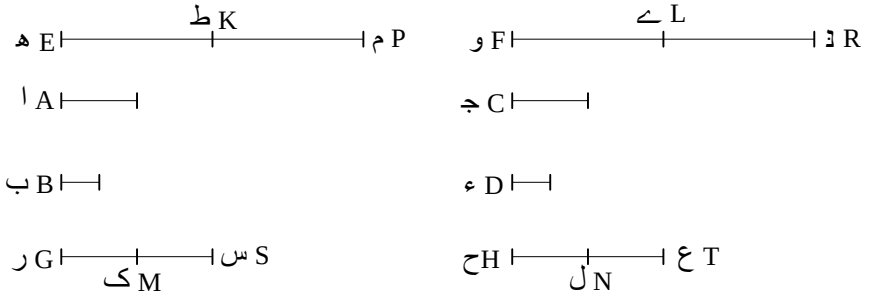
Fakat GF miktarı K miktarından küçük olmayıp, FE dahi D miktarından çizim gereği büyük olduğundan, EG toplamı D, K toplamından büyük olur.

İmdi K, D toplamı L miktarına {119}

çizim gereği eşit olmakla, işbu L miktarından EG miktarı büyük olup, GF miktarı büyük olmayıp, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[255]

V. Kitap, 5. Önerme, Teorem

Eğer dört miktar orantılı olsa, öncüllerin herhangi eşit katı, ardılların herhangi eşit katıyla orantılı olur.



Örnek: A'nın B'ye oranı, C'nin D'ye oranı gibi olsa, A, C öncüllerinin herhangi EK, FL eşit katları alınıp, B, D ardıllarının da herhangi GM, HN eşit katları alındığında, EK'nın GM'ye oranı, FL'nin HN'ye oranı gibi olur.

Çünkü EK, FL miktarlarının herhangi EP, FR eşit katları alınıp, GM, HN miktarlarının da herhangi GS, HT eşit katları alındığında, A miktarının katı EK olduğu gibi, C miktarının da o kadar katı çizim gereği FL olup, EK, FL miktarlarının eşit katları çizim gereği EP, FR olduğundan, EP miktarı A miktarının hangi katı ise

255 AB = 21 GF = 22 K = 16 $\frac{2 \times 21}{2 \times 11} = \frac{42}{22}$
BC = 11 FE = 22 L = 24
D = 8 $3 \times 8 = 24$

FR de C miktarının o kadar katı olur (V. Ktb. 3. Önr.). Ve bu şekilde kanıtlanır ki GS miktarı B miktarının hangi katı ise HT de D miktarının o kadar katı olur.

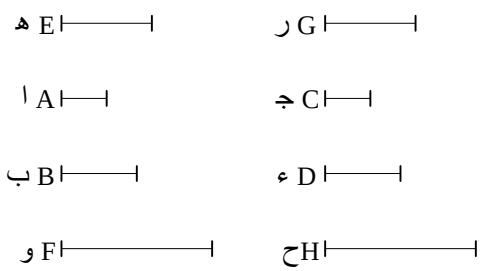
İmdi varsayım gereği A'nın B'ye oranı, C'nin D'ye oranı gibi olduğundan, A, C öncüllerinin eşit katları EP, FR olup, B, D ardıllarının eşit katları GS, HT olmasıyla, eğer EP miktarı GS miktarından fazla ise, FR de HT miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.) .

İmdi EP, FR miktarları EK, FL miktarlarının {120}

eşit katları olup, GS, HT de GM, HN miktarlarının aynı eşit katları olduğundan, EK'nın GM'ye oranı, FL'nin HN'ye oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[256]

V. Kitap, 6. Önerme, Teorem

Eğer dört miktar orantılı olursa, birinci ikinciden büyük olsa, üçüncü de dördüncüden büyük olur ve eğer eşit olursa eşit ve küçük olursa küçük olur.



Örnek: A'nın B'ye oranı, C'nin D'ye oranı gibi olup, A miktarı B miktarından fazla olsa, C de D miktarından fazla olur ve eğer eşit olsa eşit ve eğer eksik olsa eksik olur.

Çünkü A, C öncüllerinin herhangi E, G eşit katları alınıp B, D ardıllarının da o kadar F, H eşit katları alındığında, A'nın B'ye oranının, C'nin D'ye oranı gibi olması varsayım gereği olduğundan, E miktarı F miktarından fazla ise, G de H

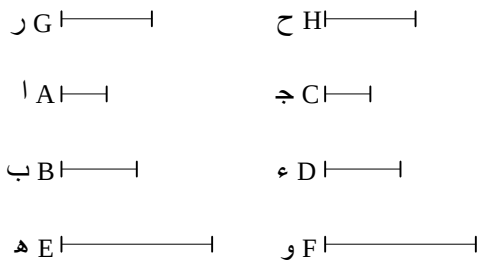
256 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{2a}{2b}=\frac{2c}{2d}$.

miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.).

İmdi E, F, G, H miktarları A, B, C, D miktarlarının sırasıyla eşit katları olduğundan, işbu miktarların katlarında olan gerek fazlalık ve gerek eşitlik ve gerek eksiklik oranı aynen söz konusu miktarların kendilerinde de bulunmakla, A miktarı B miktarından fazla olsa, C de D miktarından fazla olur ve eğer eşit olsa eşit ve eğer eksik olsa eksik olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[257]

V. Kitap, 7. Önerme, Teorem

Eğer dört miktar orantılı olsalar, tersini alma (inverse) yöntemi uygulandığında da orantılı olurlar. {121}



Örnek: A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olsa, tersini alma yöntemi uygulandığında [orantı bozulmaz] b: a :: d:c olur.

Çünkü B, D miktarlarının herhangi E, F eşit katları alınıp, A, C miktarlarının da G, H aynı katları alındığında, A'nın B'ye oranının C'nin D'ye oranı gibi olması varsayım gereği olduğundan, A, C miktarlarının eşit katları G, H olup, B, D miktarlarının da eşit katları E, F olmasıyla, G miktarı E miktarından fazla olsa, H miktarı da F miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.).

---

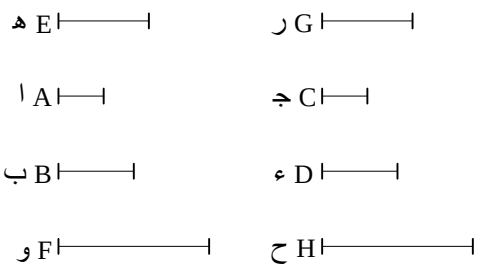
257 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ، a>b $\Rightarrow$ c>d ، a=b $\Rightarrow$ c=d ، a<b $\Rightarrow$ c<d .

İmdi G, E miktarlarında gerek fazlalık ve gerek eşitlik ve gerek noksanlık her ne oran olursa, H, F miktarlarında da yine o oran bulunduğundan, keza E, G miktarlarında olan gerek fazlalık ve gerek eşitlik ve gerek noksanlık oranının aynı F, H miktarlarında da bulunmakla, E miktarı G miktarından fazla ise, F de H miktarından fazla olur, eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

İmdi B, D miktarlarının herhangi eşit katları E, F olup, A, C miktarının da aynı katları G, H olduğundan, B'nin A'ya oranı D'nin C'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 5. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur (V. Ktb. 6. Tan.).[258]

V. Kitap, 8. Önerme, Teorem

Eğer dört miktardan birincisi ikincinin ne kadar katı ya da parçası ise, üçüncü de dördüncünün o kadar katı ya da parçası olsa, birincinin ikinciye oranı üçüncünün dördüncüye oranı gibi olur.



Örnek: A, B, C, D dört miktarından A birinci miktarı B ikinci miktarının {122}
hangi katı ise, C üçüncü miktarı da D dördüncü miktarının o kadar katı olsa, A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olur.

Çünkü A, C miktarlarının herhangi E, G eşit katları alınıp, B, D miktarlarının da F, H aynı katları alındığında, A miktarı B miktarının katı olduğu gibi, C de D miktarının varsayım gereği o kadar katı olup, E miktarı A miktarının katı olduğu

258 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$.

gibi, G de C miktarının çizim gereği o kadar katı olduğundan, E miktarı B miktarının her ne katı olur ise, G de D miktarının o kadar katı olur (V. Ktb. 3. Önr.).

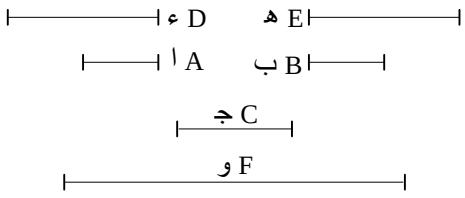
İmdi E miktarı B miktarının katı olduğu gibi, G de D miktarının o kadar katı olup ve keza F miktarı B miktarının katı olduğu gibi, H de D miktarının o kadar katı olduğundan, E miktarı F miktarından fazla ise, G de H miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer noksan ise noksan olur.

İmdi A, C miktarlarının herhangi eşit katları E, G olup, B, D miktarlarının da eşit katları F, H olduğundan, A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olur (V. Ktb. 5. Tan.) ve yine B, A, D, C dört miktarından B miktarı A miktarının herhangi parçası olduğu gibi, D de C miktarının o kadar parçası olsa, B'nin A'ya oranı D'nin C'ye oranı gibi olur.

Çünkü A miktarı B miktarının kaç katı ise, varsayım gereği C miktarının da D miktarının o kadar katı olmasıyla, biraz önce söylendiği üzere A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olduğundan (V. Ktb. 8. Önr.), tersini alma yöntemiyle dahi B'nin A'ya oranı D'nin C'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 7. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[259] {123}

V. Kitap, 9. Önerme, Teorem

Eşit miktarlardan her birinin başka bir birim miktara oranları eşittir ve bu başka bir birim miktarın eşit miktarlardan her birine oranı yine eşittir.∧



259 $\frac{a}{b}=k \wedge \frac{c}{d}=k \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

Örnek: A, B miktarları eşit olup, C başka bir birim miktar olsa, A'nın C'ye oranı B'nin C'ye oranı gibi olur.

Çünkü A, B miktarlarının herhangi D, E eşit katları alınıp, C miktarının da herhangi F katı alındığında, A, B miktarları varsayım gereği eşit olduğundan, D, E de eşit olmakla, D miktarı F miktarından fazla olsa, E de F miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

İmdi A, B miktarlarının herhangi katı F olduğundan, A'nın C'ye oranı B'nin C'ye oranı gibi olur (V. Ktb. 5. Tan.) ve yine A, B miktarları eşit olup, C diğer birim miktar olsa, C'nin A'ya oranı C'nin B'ye oranı gibi olur.

Çünkü ifade edildiği üzere D, E eşit katları alındığında, birbirine eşitlikleri önceden kanıtlanmış olup, D, E eşit olduğundan, F miktarı D miktarından fazla ise, E miktarından da fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

İmdi C miktarının herhangi katı F olup, A, B miktarlarının da aynı eşit katları D, E olduğundan, C'nin A'ya oranı C'nin B'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 5. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[260]

V. Kitap, 10. Önerme, Teorem

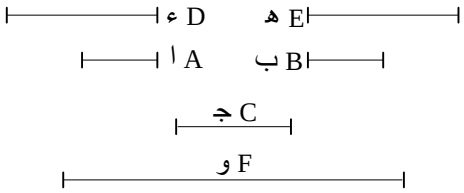
Miktarlardan her birinin, diğer bir birim miktara oranı eşit olsa, söz konusu miktarlar

{124}

birbirine eşit olurlar ve eğer diğer birim miktarın, miktarlardan her birine oranı eşit olsa, yine söz konusu miktarlar birbirine eşit olur.

---

260 $a=b \Rightarrow \frac{a}{c}=k \wedge \frac{b}{c}=k \text{ , } \frac{c}{a}=\frac{c}{b}$.



Örnek: A, B miktarlarından her birinin C miktarına oranı eşit olsa, A, B miktarları birbirine eşit olur.

Çünkü eşit değilse, birisi elbette büyük olur, varsayalım A miktarı büyük olsa, A, B miktarının D, E eşit katları alınıp, C miktarının da bir şekilde F katı alınsın ki işbu kattan D miktarı büyük, E miktarı küçük olsun (V. Ktb. 4. Önr.).

İmdi varsayım gereği A'nın C'ye oranı B'nin C'ye oranı gibi olup, A, B miktarlarının eşit katları D, E olduğu gibi, C miktarının da katı F olduğundan, D miktarı F miktarından büyük olmakla, E de F miktarından büyük olur (V. Ktb. 5. Tan.).

Fakat E miktarı F miktarından çizim gereği küçük olmakla, hem büyük ve hem küçük olması gerekir. Bu ise çelişkidir; bu durumda A miktarı B miktarından büyük olmaz ve keza kanıtlanır ki küçük de olamaz; bu nedenle birbirine eşit olurlar ve eğer C miktarının A, B miktarlarına oranı eşit olsa, yine A, B miktarları birbirine eşit olurlar. Çünkü varsayım gereği C'nin A'ya oranı C'nin B'ye oranı gibi olduğundan, tersini alma yöntemiyle dahi a:c :: b:c olur (V. Ktb. 7. Önr.).

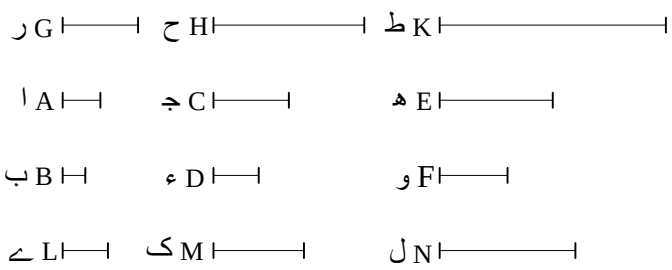
İmdi biraz önce kanıtlandığı gibi, bilinen miktarlardan her birinin diğer bir birim miktara oranı eşit olsa, söz konusu miktarlar birbirine eşit olduğundan, A, B miktarları birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[261]

---

261 $\frac{a}{c}=k \wedge \frac{b}{c}=k \Rightarrow a=b \text{ , } \frac{c}{a}=\frac{c}{b}$.

V. Kitap, 11. Önerme, Problem

Aynı orana eşit olan oranlar birbirine eşittir. {125}



Örnek: A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olup ve keza C'nin D'ye oranı E'nin F'ye oranı gibi olsa, a:b :: e:f olur.

Çünkü A, C, E miktarlarının herhangi G, H, K eşit katları alınıp, B, D, F miktarlarının da aynı L, M, N katları alındığında, varsayım gereği A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olmakla, A, C miktarının eşit katları G, H olup, B, D miktarlarının dahi eşit katları L, M olduğundan, G miktarı L miktarından fazla ise, H dahi M miktarından fazla olur ve eğer ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.).

Ve keza varsayım gereği C'nin D'ye oranı E'nin F'ye oranı gibi olmakla, C, E miktarlarının eşit katları H, K olup, D, F miktarlarının da eşit katları M, N olduğundan, H miktarı M miktarından fazla ise, K de N miktarından fazla olur, eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.).

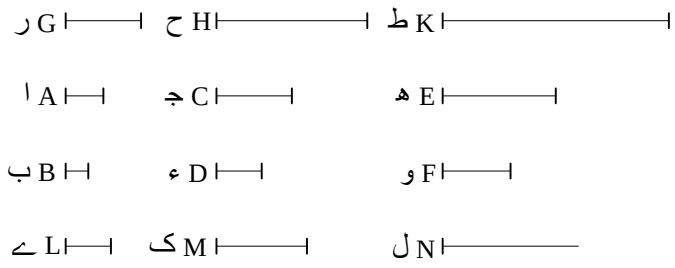
İmdi A, E miktarlarının herhangi eşit katları G, K olup, B, F miktarlarının da aynı eşit katları L, N olduğundan, A'nın B'ye oranı E'nin F'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 5. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[262]

---

262 $\left.\begin{matrix} \frac{a}{b}=\frac{c}{d} \\ \frac{c}{d}=\frac{e}{f} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{e}{f}$.

V. Kitap, 12. Önerme, Teorem

Aynı cinsten olan orantılı miktarlardan, öncüller toplamının ardıllar {126} toplamına oranı, öncüllerden herhangi birinin kendi ardılına oranı gibi olur.



Örnek: A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı ve E'nin F'ye oranı gibi olsa, bu durumda A, C, E toplamının B, D, F toplamına oranı, A'nın B'ye oranı gibi olur.

Çünkü A, C, E miktarlarının herhangi G, H, K eşit katları alınıp, B, D, F miktarlarının da aynı L, M, N eşit katları alındığında, varsayım gereği A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olup, A, C miktarlarının eşit katları G, H olduğu gibi, B, D miktarlarının da eşit katları L, M olduğundan, G miktarı L miktarından fazla ise, H de M miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.).

Ve keza varsayım gereği A'nın B'ye oranı E'nin F'ye oranı gibi olup, A, E miktarının eşit katları G, K olduğu gibi, B, F miktarının da eşit katları L, N olduğundan, G miktarı L miktarından fazla ise, K de N miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.).

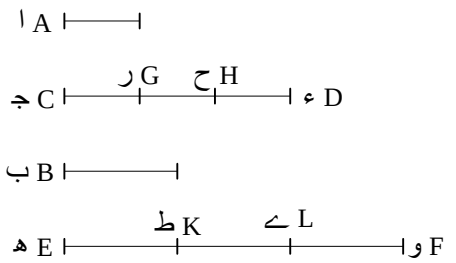
Bu nedenle G miktarı L miktarından fazla ise, G, H, K toplamı da L, M, N toplamından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

İmdi A miktarıyla A, C, E toplamının herhangi eşit katları, G ile G, H, K toplamı olup, B miktarıyla B, D, F toplamının da herhangi eşit katları L ile L, M, N

toplamı olduğundan, A, C, E toplamının, B, D, F toplamına oranı, A'nın B'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 5. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[263] {127}

V. Kitap, 13. Önerme, Teorem

Herhangi iki miktarın birbirine oranı, onların eşit katlarının birbirine oranı gibi olur.



Örnek: A, B miktarının eşit katları CD, EF miktarları olsa, A'nın B'ye oranı CD'nin EF'ye oranı gibi olur.

Çünkü, A miktarının katı CD olup, B miktarının da o kadar katı EF olduğundan, CD miktarında ne kadar A miktarı var ise, EF miktarında da o kadar B miktarı bulunur.

İmdi CD miktarı A miktarına eşit CG, GH, HD kısımlarına bölünüp (I. Ktb. 35. Önr.),[264] EF de B miktarına eşit EK, KL, LF kısımlarına bölündüğünde, birinci miktar ne kadar kısma bölündü ise, ikinci miktar da o kadar kısma bölünmesiyle, CG, GH, HD miktarları birbirine eşit olup, EK, KL, LF de birbirine eşit olduğundan, CG'nin EK'ya oranı GH'nin KL'ye oranı ve HD'nin LF'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 9. Önr.), CD toplamının EF toplamına oranı CG'nin EK'ya oranı gibi olur (V. Ktb. 12. Önr.).

---

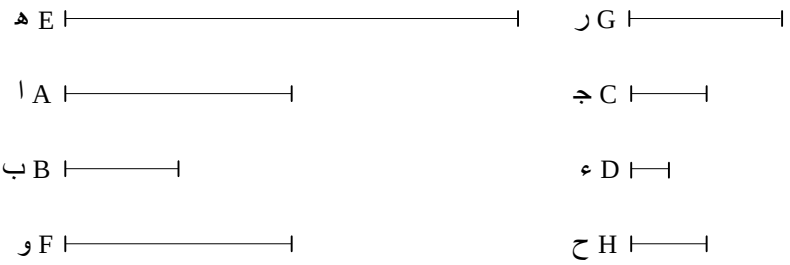
263 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}$.

264 Bonnycastle'de hatalı olarak 25 verilmiştir, Tâmânî'nin bu hatayı düzelttiği gözlemlenmektedir.

İmdi EK miktarı çizim gereği B miktarına eşit olup, CG de A miktarına eşit olduğundan, CD'nin EF'ye oranı A'nın B'ye oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[265]

V. Kitap, 14. Önerme, Teorem

Aynı cinsten olan dört miktar orantılı olsalar, birinci üçüncüden fazla olsa, ikinci de dördüncüden fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.



Örnek: A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olup, A miktarı C miktarından {128} fazla ise, B de D miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

Birincisi A miktarı C miktarından fazla olsa, B de D miktarından fazla olur. Çünkü, A, C miktarlarının E, G eşit katları alınıp, B miktarının da aynı şekilde F katı alınsın ki işbu kattan E katı büyük olup, G katı küçük olsun (V. Ktb. 4. Önr.).

İmdi F miktarı B miktarının herhangi katı ise, D miktarının da o kadar H katı alındığında, varsayım gereği A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olup A, C miktarlarının eşit katları E, G olduğu gibi, B, D miktarlarının da eşit katları F, H olduğundan, E miktarı F miktarından fazla olmakla, G de H miktarından fazla olur (V. Ktb. 5. Tan.). Ve keza F miktarı G miktarından çizim gereği eksik olmayıp, G de H miktarından fazla olduğundan, F miktarı da H miktarından fazla olur.

---

265 $\frac{a}{b}=\frac{2}{3} \quad \frac{3a}{3b} \Rightarrow \frac{a}{b}$.

İmdi B, D miktarlarının eşit katları F, H olup, F miktarı H miktarından fazla olduğundan, B de D miktarından fazla olur.

İkincisi A miktarı C miktarına eşit olsa, B de D miktarına eşit olur.

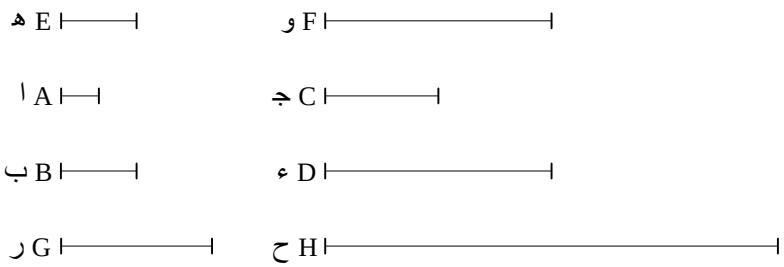
Çünkü varsayım gereği A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olup, yahut A, C miktarları eşit olmakla, A'nın B'ye oranı A'nın D'ye oranı gibi olduğundan, B, D miktarları da eşit olurlar (V. Ktb. 10. Önr.).

Üçüncüsü A miktarı C miktarından eksik olsa, B dahi D miktarından eksik olur.

Çünkü varsayım gereği C'nin D'ye oranı A'nın B'ye oranı gibi olduğundan, birinci durumun kanıtlanmasında izlenen yolda görüldüğü üzere, C miktarının A miktarından fazla olmasıyla, D de B miktarından fazla olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[266] {129}

V. Kitap, 15. Önerme, Teorem

Eğer aynı cinsten olan dört miktar orantılı olsalar, bedel [alternate] yöntemiyle de orantılı olurlar.



Örnek: A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olsa bedel yöntemiyle a:c :: b:d olur.

---

266 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $\begin{matrix} a>c \Rightarrow b>d \\ a=c \Rightarrow b=d \\ a<c \Rightarrow b<d \end{matrix}$, $\frac{30}{15}=\frac{10}{5} \Rightarrow \frac{60}{30}=\frac{20}{10}$.

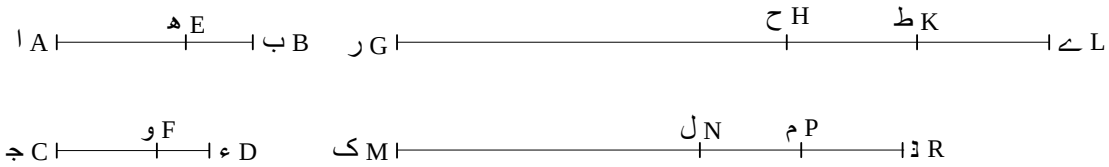
Çünkü A, B miktarının herhangi E, G eşit katları alınıp, C, D miktarlarının da herhangi F, H eşit katları alındığında, herhangi iki miktarın birbirine oranı onların eşit katlarının birbirine oranı gibi olduğundan (V. Ktb. 13. Önr.), a:b :: e:g olur.

İmdi, varsayım gereği A'nın B'ye oranı C'nin D'ye oranı gibi olmasıyla, c:d :: e:g olur (V. Ktb. 11. Önr.) ve keza C'nin D'ye oranı F'nin H'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 13. Önr.), ancak C'nin D'ye oranının F'nin H'ye oranı gibi olmasıyla, E miktarı F miktarından fazla ise, G de H miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 14. Önr.).

Fakat A, B miktarlarının herhangi eşit katları E, G olup, C, D miktarlarının da eşit katları F, H olduğundan, A'nın C'ye oranı B'nin D'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 5. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[267]

V. Kitap, 16. Önerme, Teorem

Eğer dört miktar orantılı olsa, bileşik orantı yöntemiyle de orantılı olurlar.



Örnek: AE'nin EB'ye oranı CF'nin FD'ye oranı gibi olsa, birleşik orantı yöntemiyle de AB:EB yahut [AB:] AE :: CD:FD yahut [CD:] CF olur.

Çünkü AE, EB, CF, FD miktarlarının herhangi GH, HK, MN, NP eşit katları

{130}

alındığında, AE miktarının katı GH olduğu gibi, AB miktarının da o kadar katı GK olup (V. Ktb. 1. Önr.) ve keza CF miktarının katı MN olduğu gibi, CD miktarının da

---

267 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$, $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$.

o kadar katı MP olduğundan (V. Ktb. 1. Önr.), AB, CD miktarlarının eşit katları GK, MP olur.

İmdi EB, FD miktarlarının herhangi KL, PR eşit katları alındığında, varsayım gereği AE'nin EB'ye oranı CF'nin FD'ye oranı gibi olduğundan, GH miktarı KL miktarından fazla ise, MN de PR miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.).

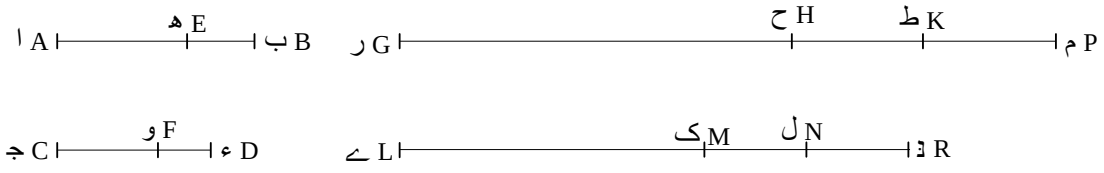
İmdi GH, KL miktarlarının her birine HK miktarı eklendiğinde, GH miktarı KL miktarından fazla ise, GK dahi HL miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur ve keza MN, PR miktarlarının her birine NP miktarı eklendiğinde, MN miktarı PR miktarından fazla ise, MP de NR miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

Bu durumda GK miktarı HL miktarından fazla ise, MP de NR miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur. İmdi, AB, CD miktarlarının herhangi eşit katları GK, MP olup, EB, FD miktarlarının da herhangi eşit katları HL, NR olduğundan, AB'nin EB'ye oranı CD'nin FD'ye oranı gibi olur.

Bu şekilde kanıtlanır ki AB'nin AE'ye oranı CD'nin CF'ye oranı gibi olup, istenilen elde edilmiş olur (V. Ktb. 8. Tan.).[268]

V. Kitap, 17. Önerme, Teorem

Eğer dört miktar orantılı olursa, fark yöntemiyle de orantılı olurlar. {131}



268 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$, $\frac{9+3}{3}=\frac{6+2}{2}$.

Örnek: AB'nin BE'ye oranı CD'nin DF'ye oranı gibi olsa, fark yöntemiyle de AE:AB yahut [AE:] EB :: CF:CD yahut [CF:] FD olur.

Çünkü AE, EB, CF, FD miktarlarının sırasıyla GH, HK, LM, MN eşit katları alınıp, EB, FD miktarlarının da herhangi KP, NR eşit katları alındığında, AE miktarının katı GH olduğu gibi, AB miktarının dahi o kadar katı GK olur (V. Ktb. 1. Önr.).

Fakat AE, CF miktarlarının eşit katları GH, LM olduğundan, AB miktarının katı GK olduğu gibi, CF miktarının da o kadar katı LM olur ve keza CF miktarının katı LM olduğu gibi, CD miktarının o kadar katı LN olduğundan (V. Ktb. 1. Önr.), AB miktarının katı GK olduğu gibi, CD miktarının da o kadar katı LN olur.

Ve keza EB miktarının katları HK, KP olduğu gibi, FD miktarının da çizim gereği o kadar katları MN, NR olduğundan, EB miktarının katı HP olduğu gibi, FD miktarının da o kadar katı MR olur (V. Ktb. 2. Önr.).

İmdi varsayım gereği AB'nin BE'ye oranı CD'nin DF'ye oranı gibi olduğundan, AB, CD miktarlarının eşit katları GK, LN olup, EB, FD miktarlarının da eşit katları HP, MR olduğundan, GK miktarı HP miktarından fazla ise, LN de MR miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur (V. Ktb. 5. Tan.).

İmdi GK, HP miktarlarından ortak olan HK çıkarılıp, LN, MR miktarlarından da ortak olan MN çıkarıldığında, GH miktarı KP miktarından fazla ise, LM de NR miktarından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

Fakat AE, CF miktarlarının {132}

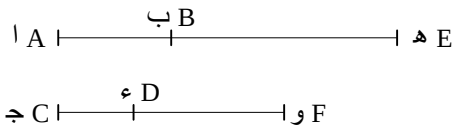
herhangi eşit katları GH, LM olup, EB, FD miktarlarının da herhangi katı KP, NR olduğundan, AE:EB :: CF:FD olup (V. Ktb. 5. Tan.), bileşik orantı yöntemiyle

AB'nin AE'ye oranı CD'nin CF'ye aranı gibi olduğundan (V. Ktb. 16. Önr.), tersini alma yöntemiyle dahi AE:AB :: CF:CD olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[269]

Sonuç: Eğer söz konusu orantının oluşumunda ardıllar öncüllerden fazla olursa, tersini alma yöntemi uygulandığında dahi işbu kanıtlama geçerlidir.

V. Kitap, 18. Önerme, Problem[270]

Eğer dört miktar orantılı olursa, kalb yöntemiyle de orantılı olurlar.



Örnek: AB'nin BE'ye oranı CD'nin DF'ye oranı gibi olsa, kalb yöntemiyle de AB [:AE] yahut BE:AE :: CD [:CF] yahut DF:CF olur.

Çünkü AB'nin BE'ye oranı CD'nin DF'ye oranı gibi olup, fark yöntemiyle AE:AB yahut BE :: CF:CD yahut DF olduğundan (V. Ktb. 17. Önr.), tersini alma yöntemiyle dahi AB yahut BE:AE :: CD yahut DF:CF olup (V. Ktb. 7. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[271]

V. Kitap, 19. Önerme, Teorem[272]

Eğer aynı cinsten olan dört miktar orantılı olsalar, en büyüğü ile en küçüğünün toplamı, geriye kalan iki miktarın toplamından büyük olur.

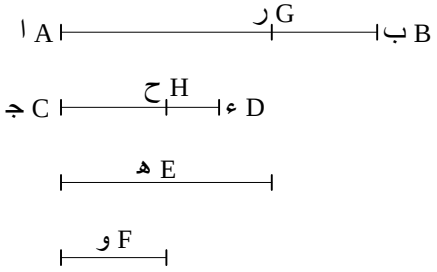
---

269 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ $\frac{9-3}{3}=\frac{6-2}{2}$.

270 Bonnycastle da yoktur.

271 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$, $\frac{3}{9-3}=\frac{2}{6-2}$.

272 Bonnycastle'da 18 önerme Tâmânî'de ise 19 önerme vardır.



Örnek: AB, CD, E, F işbu dört orantılı miktarın en büyüğü AB, en küçüğü de F olsa, AB, F toplamı CD, E toplamından büyük olur.

Çünkü AB miktarından E miktarına eşit AG kesilip, CD miktarından da F miktarına eşit CH kesildiğinde (I. Ktb. 3. Önr.), AB:CD :: E:F varsayım {133} gereği olup, AG miktarı E miktarına, CH de F miktarına çizim gereği eşit olduğundan, AB'nin CD'ye oranı AG'nin CH'ye oranı gibi olup, bedel yöntemiyle de AB:AG :: CD:CH olur (V. Ktb. 15. Önr.) ve keza AB, AG miktarları arasındaki fark BG olup, CD, CH miktarları arasındaki fark DH olduğundan, AB:BG :: CD:DH olur (V. Ktb. 18. Önr.).

Fakat AB miktarı CD miktarından varsayım gereği büyük olmakla, GB de HD miktarından büyük olur (V. Ktb. 14. Önr.).

İmdi AG miktarı E miktarına eşit, CH de F miktarına eşit olduğundan, AG, F toplamı, CH, E toplamına eşit olup, birinci toplama GB ve ikinci toplama HD miktarları eklendiğinde, AG, GB, F toplamı CH, HD, E toplamından büyük olur.

Fakat AG, GB miktarları AB miktarına eşit olup, CH, HD de CD miktarına eşit olduğundan, AB, F toplamı CD, E toplamından büyük olup, istenilen elde edilmiş olur (V. Ktb. 6, 14. Önr.).[273] {134}

---

273 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $\begin{matrix} a>b, c, d \\ d<a, b, c \end{matrix}$ $\Rightarrow a+d>b+c$, $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$.

ALTINCI KİTAP

VI. Kitap

Tanımlar

1- Doğru çizgili benzer şekillerin karşılıklı açıları eşittir ve bu açılara komşu kenarlar da birbiriyle orantılıdır.

2- Benzer şekillerin benzer kenarları, barındırdıkları eşit açıların karşısında bulunur.

3- Doğru çizgili herhangi iki şeklin kenarlarının birebir oranlı olması demek, söz konusu şekillerden birincinin öncülü ile ardılı arasındaki oranın aynen ikincinin öncülü ve ardılı arasında bulunması demektir.

4- Orantılı üç miktardan ortada bulunana orantıdaki orta, üçüncüsüne de orantıdaki üçüncü adı verilir.

5- Orantılı dört miktardan dördüncüsüne orantıdaki dördüncü adı verilir.

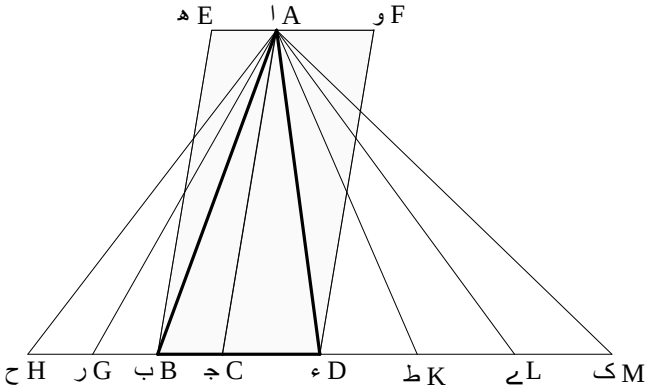
6- Herhangi sayıdaki miktarlar sürekli olarak aynı oranı verseler, birincinin üçüncüye oranına, birincinin ikinciye oranın iki kat tekrarı [müsennâtün bi'tekrir, duplicate ratio] ve keza birincisinin dördüncüye oranına, birincinin ikinciye oranının üç kat tekrarı [müsellesetün bi'tekrir, triplicate ratio] denilir ve bu şekilde birer birer artar.

7- Orta ve uç oranı ile bölünmüş bir [doğru] çizgi demek; çizginin tümünün [çizgiyi ikiye ayıran çizgilerden] uzun olanına oranının, uzun olanın kısa olanına oranı gibi olan çizgi demektir.[274] {137}

VI. Kitap, 1. Önerme, Teorem

Paralelkenarların ya da üçgenlerin yükseklikleri aynı olsa, her birinin sırasıyla oranları tabanlarının birbirine oranı gibi olur.

[274] Bonnycastle 8 tanım verirken Tâmânî 7 tanım vermiştir.



Örnek: ABC, ACD üçgenleri yahut EC, CF paralelkenarlarının yükseklikleri aynı olsa, BC tabanının CD tabanına oranı ABC üçgeninin ACD üçgenine oranı gibi ya da EC paralelkenarının CF paralelkenarına oranı gibi olur.

Çünkü, BD çizgisi iki tarafından uzatılıp, bir tarafında BC çizgisine eşit herhangi BG, GH doğrularıyla ve diğer tarafta CD çizgisine eşit herhangi DK, KL, LM doğrularıyla ayrılır.

Sonra A noktasıyla işbu oluşan noktaların arası AG, AH, AK, AL, AM çizgileriyle birleştirildiğinde, CB, BG, GH miktarları birbirine eşit olduğundan, ABC, ABG, AGH üçgenleri de birbirine eşit olurlar (II. Ktb. 5. Önr.).

İmdi, CH [tabanı] BC tabanının ne kadar katı ise, AHC üçgeni de ABC üçgeninin o kadar katı olup ve keza CD tabanı CM tabanının ne kadar katı ise, ACM üçgeni de ACD üçgenin o kadar katı olduğundan CH tabanı CM tabanından fazla ise, AHC üçgeni de ACM üçgeninden fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

Fakat BC tabanı ve ABC üçgeninin herhangi eşit katı, HC tabanı ve AHC üçgeni olup ve keza CD tabanı ve ACD üçgeninin herhangi eşit katı, CM tabanı ve ACM üçgeni olduğundan, BC tabanının CD tabanına oranı ABC üçgeninin ACD

üçgenine oranı gibi olur (V. Ktb. 5. Tan.) ve yine CE paralelkenarı ABC üçgeninin iki katı olup (I. Ktb. 32. Önr.), CF [paralelkenarı]{138}

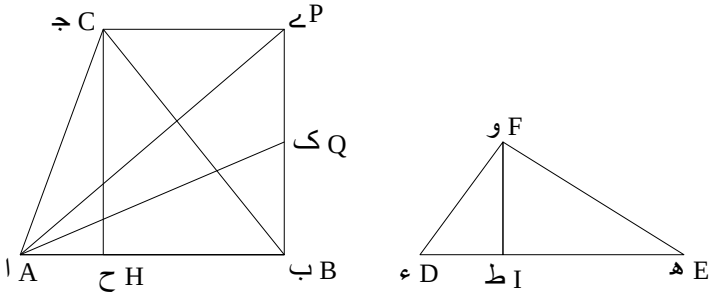
dahi ACD üçgeninin iki katı olduğundan, ABC üçgeninin ACD üçgenine oranı CE şeklinin CF şekline oranı gibi olur (V. Ktb. 13. Önr.).

İmdi yukarıda kanıtlandığı şekilde BC tabanı:CD tabanı :: ABC üçgeni:ACD üçgeni olduğundan, BC tabanının CD tabanına oranı CE şeklinin CF şekline oranı gibi olup (V. Ktb. 11. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Paralelkenarların yahut üçgenlerin yükseklikleri eşit olursa, her birinin sırasıyla oranları tabanlarının oranları gibi olur.

VI. Kitap, 2. Önerme, Teorem

Eşit tabanlı paralelkenarlar yahut üçgenlerden her birinin birbirine oranları, yükseklikliklerinin oranı gibi olur.



Örnek: AB, DE eşit tabanları üzerinde bulunan ABC, DEF üçgenlerinin yükseklikleri CH, FI olsa, ABC üçgeninin DEF üçgenine oranı CH yüksekliğinin FI yüksekliğine oranı gibi olur.

Çünkü AB üzerine önce B noktasından CH çizgisine eşit BP dikmesi çıkılıp, işbu dikmeden FI çizgisine eşit BQ da bölündüğünde, AP, AQ, PC çizgileri de çizildiğinde, CH, BP çizgileri çizim gereği birbirine eşit olup, AB de ortak olduğundan, ABC, ABP üçgenleri eşit olurlar (II. Ktb. 5. Önr.).

Ve keza AB, DE çizgileri varsayım gereği birbirine eşit olup, FI, BQ da çizim gereği eşit olduğundan, ABQ, DEF üçgenleri eşit olurlar (II. Ktb. 5. Önr.).

Fakat ABP üçgeni:ABQ üçgeni :: BP çizgisi:BQ çizgisi olduğundan (VI. Ktb. 1. Önr.), ABC üçgeninin DEF üçgenine oranı BP çizgisinin BQ çizgisine oranı gibi, yani CH yüksekliğinin FI yüksekliğine oranı gibi olur.

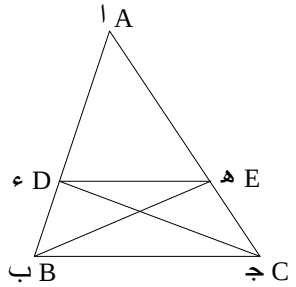
İmdi paralelkenarlar dahi işbu tabanlar ile işbu yüksekliklerde {139} bulunduğunda, söz konusu üçgenlerin iki katı olduğundan, söz konusu yüksekliklerin birbirine oranı da paralelkenarların birbirine oranı gibi olup (V. Ktb. 13. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç 1: Eşit üçgenlerin tabanları eşit olsa, yükseklikleri de eşit olur ve eğer yükseklikleri eşit olsa, tabanları da eşit olur.

Sonuç 2: İşbu önerme ile önceki önermeden bilinir ki dikdörtgenlerin birer kenarı eşit olsa, diğer kenarların birbirine oranı dikdörtgenlerin birbirine oranı gibi olur.

VI. Kitap, 3. Önerme, Teorem

Her üçgenin içinde çizilen bir doğru çizgi bir kenara paralel olsa, söz konusu doğru çizgi diğer kenarları orantılı olarak böler ve eğer diğer iki kenarı orantılı olarak bölerse, geriye kalan kenara paralel olur.



Örnek: ABC üçgeninin içerisine çizilen DE çizgisi BC çizgisine paralel olsa, AD'nin DB'ye oranı AE'nin EC'ye oranı gibi olur.

Çünkü BE, CD çizgileri çizildiğinde, ortaya çıkan DBE, DCE üçgenleri DE, BC paralel çizgileri arasında, DE tabanı üzerinde bulunduklarından, birbirine eşit olurlar (I. Ktb. 31. Önr.) İmdi, eşit miktarlardan her birinin başka bir miktara oranları da eşit olduğundan (V. Ktb. 9. Önr.), DBE, DCE üçgenlerinin DAE üçgenine oranları eşit olur.

Fakat yükseklikleri aynı olan üçgenlerin birbirine oranları tabanlarının birbirine oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 1. Önr.), DB'nin DA'ya oranı DBE üçgeninin DAE üçgenine oranı gibi olur ve keza EC:EA :: DCE üçgeni:DAE üçgeni

{140}

olup, DB'nin DA'ya oranı EC'nin EA'ya oranı gibi olduğundan (V. Ktb. 11. Önr.), tersini alma yöntemiyle de AD:DB :: AE:EC olduğundan, AB, AC kenarları D, E noktalarında orantılı olarak bölünüp araları birleştirildiğinde, DE, BC çizgileri paralel olur.

Çünkü BE, CD çizgileri çizildiğinde, DB'nin DA'ya oranı DBE üçgeninin DAE üçgenine oranı gibi olup (VI. Ktb. 1. Önr.), EC:EA :: EDC üçgeni:DEA üçgeni olur (V. Ktb. 1. Önr.).

İmdi çizim gereği DB'nin DA'ya oranı EC'nin EA'ya oranı gibi olduğundan, DEB üçgeni:DEA üçgeni :: DEC üçgeni: DEA üçgeni olur (V. Ktb. 11. Önr.).

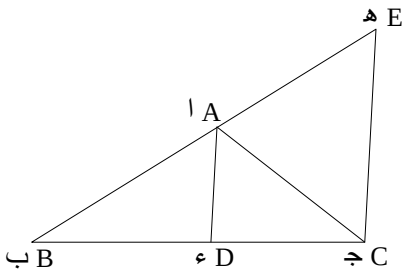
Fakat miktarlardan her birinin diğer bir miktara oranı eşit olsa, söz konusu miktarlar da birbirine eşit olduğundan (V. Ktb. 3. Önr.), DEB, EDC üçgenleri eşit olurlar.

İmdi işbu eşit olan üçgenler DE tabanı üzerinde bulunduklarından, yüksekliklerinin de eşit olmasıyla (VI. Ktb. 2. Önr. 1. Snç.), DE, BC çizgileri paralel olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Söz konusu üçgenlerde söz konusu kenarların birbirine oranı, herhangi iki kısmının birbirine oranı gibi olup (V. Ktb. 15., 16. Önr.), söz konusu kenarların karşılıklı kısımları da orantılı olur (V. Ktb. 15. Önr.).

VI. Kitap, 4. Önerme, Teorem

Bir üçgenin tepe noktasında bulunan açı,[275] bir doğru çizgi ile yarıya bölünse, bu çizginin tabanda ayırdığı kısımların birbirine oranı, söz konusu açıya komşu olan kenarların birbirine oranı gibi olur ve eğer tabanda ayrılan kısımların birbirine oranı geri kalan kenarların birbirine oranı gibi olsa, söz konusu açı bu çizgi ile yarıya bölünür.



Örnek: ABC üçgeninin BAC tepe açısı AD çizgisiyle yarıya bölünse, söz konusu çizginin BC tabanından böldüğü BD {141}

kısmının DC kısmına oranı, BA kenarının AC kenarına oranı gibi olur.

Çünkü AB kenarı A yönünde aynı doğrultuda uzatılıp, C noktasından DA çizgisine paralel CE de çizildiğinde (I. Ktb. 27. Önr.), AC çizgisi DA, CE paralellerini kestiğinden, ortaya çıkan ACE, CAD açıları eşit olup (I. Ktb. 24. Önr.), CAD açısı BAD açısına çizim gereği eşit olduğundan, BAD, ACE açıları da eşit olur.

[275] Burada "tepe açısı" kavramının bulunmadığını ya da kullanılmadığını göstermek amacıyla ifade korunmuştur. Bu noktadan sonra aynı ifade için tepe açısı kullanılacaktır.

Ve keza BE de AD, EC paralel çizgilerini kestiğinden, ortaya çıkan BAD, AEC açıları eşit olup (I. Ktb. 25. Önr.), ACE açısı BAD açısına eşit olduğundan, ACE açısı AEC açısına, AE kenarı da AC kenarına eşit olur (I. Ktb. 6. Önr.).

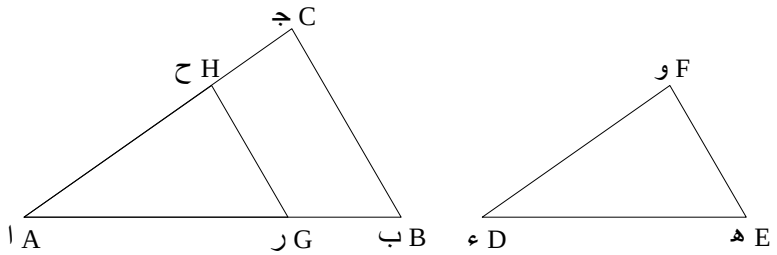
İmdi BEC üçgeninin içinde bulunan AD çizgisi söz konusu üçgenin EC kenarına paralel olduğundan, BD'nin DC'ye oranı BA'nın AE'ye oranı gibi olur (VI. Ktb. 3. Önr.) yahut AE, AC eşit olduğundan, BD:DC :: BA:AC olur ve eğer BD'nin DC'ye oranı BA'nın AC'ye oranı gibi olsa, BAC açısı AD çizgisiyle yarıya bölünür.

Çünkü birinci işlem yapıldığında varsayım gereği BD'nin DC'ye oranı BA'nın AC'ye oranı gibi olduğundan, BD:DC :: BA:AE olup (VI. Ktb. 3. Önr.), BA'nın AC'ye oranı BA'nın AE'ye oranı gibi olmakla, AC, AE eşit olup (V. Ktb. 10. Önr.), AEC açısı ACE açısına eşit olur (I. Ktb. 5. Önr.).

İmdi AEC, BAD açıları eşit olup (I. Ktb. 25. Önr.), ACE, CAD açıları da eşit olduğundan (I. Ktb. 24. Önr.), BAD açısı CAD açısına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 5. Önerme, Teorem

Bir üçgenin açıları diğer bir üçgenin açılarına karşılıklı olarak eşit olsa, {142}
eşit açılara komşu olan kenarlar orantılı olur ve eğer söz konusu açılara komşu olan kenarlar orantılı olsa, bu üçgenlerin açıları da karşılıklı olarak eşit olur.



Örnek: Açıları karşılıklı eşit olan ABC, DEF üçgenlerinde eşit açılar BAC, EDF olsa, onlara komşu olan kenarlar orantılı, yani AB'nin AC'ye oranı DE'nin DF'ye oranı gibi olur.

Çünkü DE kenarına eşit AG alınsa, DF kenarına eşit AH de alınıp, G, H birleştirildiğinde ortaya çıkan AHG üçgeninin AG, AH kenarları, DFE üçgeninin DE, DF kenarlarına karşılıklı olarak, A açısı D açısına eşit olduğundan, AGH açısı da DEF açısına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.). Fakat, DEF açısı ABC açısına varsayım gereği eşit olduğundan, AGH açısı da ABC açısına eşit olup, GH, BC çizgileri paralel olur (I. Ktb. 23. Önr.).

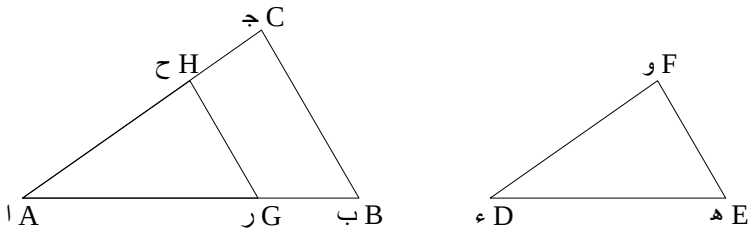
İmdi GH, BC çizgileri paralel olduğundan, AB'nin AC'ye oranı AG'nin AH'ye oranı gibi olup (VI. Ktb. 3. Önr. Snç.), AG çizgisi DE çizgisine, AH de DF çizgisine çizim gereği eşit olmasıyla, AB:AC :: DE:DF olur ve eğer AB'nin AC'ye oranı DE:DF yahut AB'nin BC'ye oranı DE'nin EF'ye oranı gibi olsa, ABC üçgeninin açıları DEF üçgeninin açılarına karşılıklı eşit olur.

Çünkü birinci işlem yapıldığında, AB'nin AC'ye oranı AG'nin AH'ye oranı gibi olması varsayım gereği olduğundan, GH, BC paralel olup (VI. Ktb. 3. Önr.), AGH üçgeninin açıları ABC üçgeninin açılarına karşılıklı olarak eşit olur.

İmdi açıklandığı şekilde AB'nin BC'ye oranı AG'nin GH'ye oranı gibi olup, AB:BC :: DE:EF de varsayım gereği olduğundan, AG'nin GH'ye oranı DE'nin EF'ye oranı gibi olur. Fakat, AG kenarı DE kenarına çizim gereği {143}
eşit olduğundan, GH de EF kenarına eşit olmakla (V. Ktb. 10. Önr.), DEF üçgeninin açıları AGH üçgeninin açılarına (I. Ktb. 7. Önr.) yahut ABC üçgeninin açılarına karşılıklı eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 6. Önerme, Teorem

Herhangi bir üçgende bir açı diğer bir üçgendeki açıya eşit olup, o açıya komşu olan kenarlar da orantılı olsa, bu üçgenlerin açıları karşılıklı olarak eşit olurlar.



Örnek: ABC üçgeninde A açısı DEF üçgeninde D açısına eşit olup, AB'nin AC'ye oranı DE'nin DF'ye oranı gibi olsa, bu üçgenlerin açıları karşılıklı olarak eşit olur.

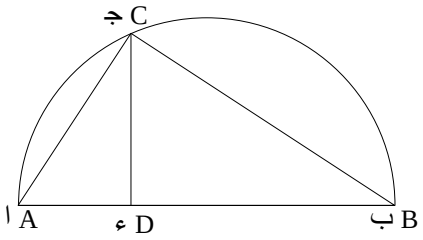
Çünkü DE kenarına eşit AG alınır; DF kenarına eşit AH de alınıp, G, H birleştirildiğinde, AG, AH kenarları DE, DF kenarlarına çizim gereği eşit olup, A açısı D açısına varsayım gereği eşit olduğundan, GH de EF kenarına eşit olmakla, AGH üçgeni DEF üçgenine eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

İmdi varsayım gereği AB'nin AC'ye oranı AG'nin AH'ye oranı gibi olduğundan, GH, BC çizgileri paralel olup (VI. Ktb. 3. Önr.), AGH açısı ABC açısına, AHG açısı ACB açısına eşit olmakla (I. Ktb. 25. Önr.), ABC üçgeninin açıları AGH üçgeninin açılarına karşılıklı olarak eşit olduğundan, DEF üçgeninin açılarına da eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 7. Önerme, Teorem

Her dik üçgende dik açıdan, dik açının karşısındaki [hipotenüs] kenara indirilen dikme ile söz konusu kenarın kısımları arasında orta orantı olup, dik açıya komşu olan kenarlardan her biri hipotenüs ile {144}

[kendisine] komşu kısım arasında orta orantılı olur.



Örnek: ABC dik üçgeninin C dik açısından AB kenarına indirilen CD dikmesi ile söz konusu kenarın [hipotenüs] AD, DB kısımları arasında orta orantı olup, söz konusu açıya komşu olan kenarlardan AC kenarı AB, AD ile, BC kenarı da AB, BD ile orta orantılı olur.

Çünkü BDC, ACB açıları eşit olup (I. Ktb. 8. Önr.), B açısı ortak açı olduğundan, DBC üçgeninin açıları ABC üçgeninin açılarına karşılıklı olarak eşit olur (I. Ktb. 28. Önr. Snç.) ve bu şekilde kanıtlanır ki ADC üçgeninin açıları ABC üçgeninin açılarına karşılıklı olarak eşit olmakla, ADC, BDC üçgenlerinin açıları da karşılıklı olarak eşit olurlar.

İmdi bir üçgenin açıları diğer bir üçgenin açılarına eşit olsa, bu açılara komşu olan kenarlar da orantılı olduğundan (VI. Ktb. 5. Önr.), AD'nin CD'ye oranı CD'nin DB'ye oranı gibi olur.

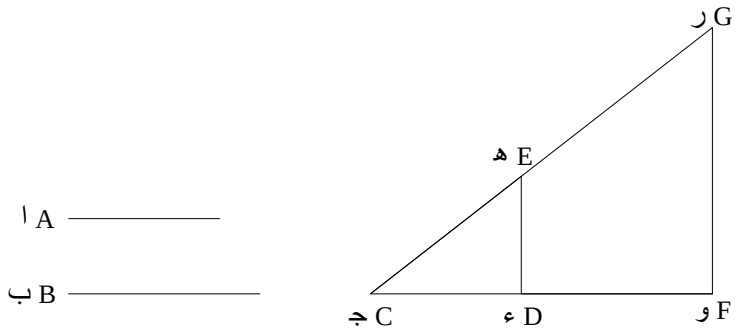
Ve keza ADC, BDC üçgenlerinden her birinin açıları ABC üçgeninin açılarına karşılıklı olarak eşit olduğundan, AB'nin AC'ye oranı AC'nin AD'ye oranı gibi olmasıyla, AB:BC :: BC:BD olup (VI. Ktb. 5. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[276]

[276] CB = a, AC = b, AB = c, CD = h, AD = k, DB = p, $h^2 = k \times p$, $b^2 = c \times k$, $a^2 = c \times p$.

Sonuç: ACB yarım dairesi çizilip, herhangi C noktasından AB çapına indirilen CD dikmesi ile AD, DB çizgileri arasında ve keza AC kirişi ile AB, AD çizgileri arasında ve keza BC kirişi ile AB, BD çizgileri arasında orta orantı olur.[277]

VI. Kitap, 8. Önerme, Problem

Bilinen iki çizgi ile orantılı üçüncü bir çizgi elde etmenin yoludur:



Örnek: A, B çizgileri ile orantılı üçüncü bir çizgi elde edilmek istense, önce C noktasında bir açı oluşturmak koşuluyla CF, CG gibi [uzunluğu] belirsiz {145}
iki doğru çizgi çizilip, A çizgisine eşit CD alınıp, B çizgisine eşit CE, DF çizgileri de alınsın; sonra D, E noktaları arası birleştirilip DE çizgisine paralel FG de çizildiğinde, EG orantılı üçüncü çizgi olur.

Çünkü CFG üçgeninde FG, DE çizgileri çizim gereği paralel olduğundan, CD'nin DF'ye oranı CE'nin EG'ye oranı gibi olup (VI. Ktb. 3. Önr.), DF çizgisi de

[277] Tâmânî, Bonnycastle'nin kitabında söz konusu teoremin ispatının ardından verilen sonuç kısmında "**COROLL.** If ABC be a semicircle, and CD a perpendicular let fall from any point C; then will AD × DB = DC^2, AB × AD = AC^2 and AB × BD = BC^2." şeklindeki sembolleştirmeyi görmesine ve doğru biçimde anlamasına rağmen, kendi kitabında kullanmamayı tercih etmiştir.

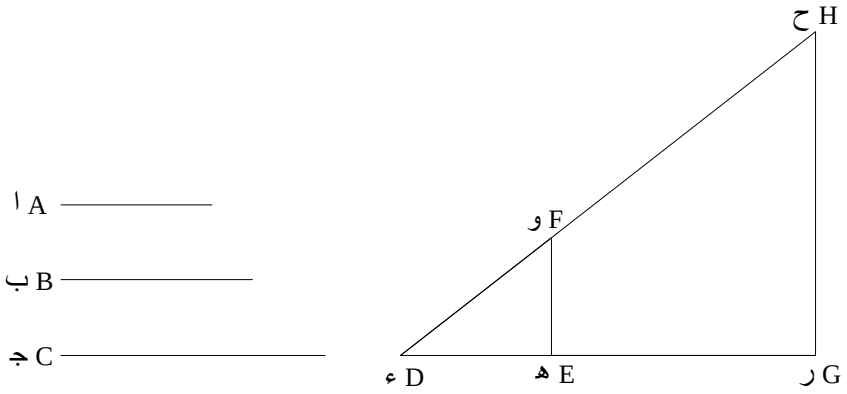
çizim gereği CE çizgisine eşit olduğundan, CD'nin CE'ye oranı CE'nin EG'ye oranı gibi olur.

İmdi CD çizgisi A çizgisine, CE de B çizgisine çizim gereği eşit olmakla, A'nın B'ye oranı B'nin EG'ye oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Bundan önceki önerme ile dahi orantılı bir üçüncü elde etmek mümkündür.

VI. Kitap, 9. Önerme, Problem

Bilinen üç doğru çizgi ile orantılı bir dördüncü doğru çizgi elde etmenin yoludur:



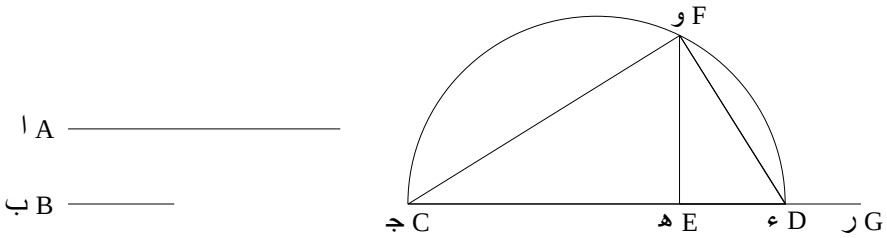
Örnek: A, B, C çizgileri için orantılı bir dördüncü elde etmek istense, önce D noktasında bir açı oluşturmak koşuluyla DG, DH gibi [uzunluğu] belirsiz iki çizgi çizilip, DE çizgisi A çizgisine, DF çizgisi B çizgisine, EG çizgisi C çizgisine eşit alındığında, E, F noktaları birleştirilip EF çizgisine paralel GH de çizildiğinde, FH çizgisi orantılı dördüncü olur.

Çünkü DGH üçgeninde EF, GH çizgileri paralel olduğundan, DE'nin DF'ye oranı EG'nin FH'ye oranı gibi olur (VI. Ktb. 3. Önr. Snç.).

İmdi DE çizgisi A çizgisine, DF, B çizgisine, EG de C çizgisine çizim gereği eşit olduğundan, A'nın B'ye oranı C'nin FH'ye oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 10. Önerme, Problem

[Uzunluğu] Bilinen iki doğru çizgi arasında orta orantı elde etmenin yoludur: {146}



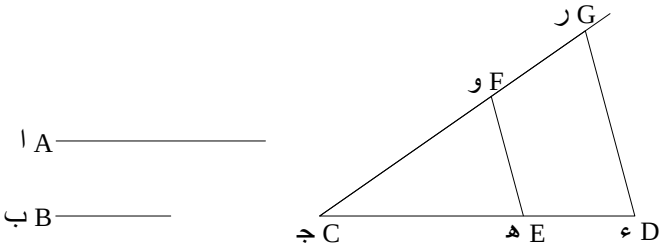
Örnek: A, B çizgileri arasında orta orantı elde edilmek istense, önce belirsiz uzunluktaki CG doğru çizgisi çizilerek, üzerinde A çizgisine eşit CE ve B çizgisine eşit ED alınır, sonra da CD çizgisi üzerinde CFD yarım dairesi çizilirse, E noktasından çevreye kadar uzatılan EF dikmesi söz konusu çizgiler arasında orta orantılı olur.

Çünkü CF, FD çizildiğinde, DFC yarım daire olduğundan, CFD açısı dik olup (III. Ktb. 16. Önr.), CDF üçgeni de dik açılı olur.

İmdi dik açıdan kiriş [hipotenüs] üzerine indirilen dikme söz konusu kirişin kısımları arasında orta orantılı olduğundan (VI. Ktb. 7. Önr.), EF çizgisi CE, ED çizgileri arasında orta orantılı olur. CE çizgisi A çizgisine, ED de B çizgisine eşit olduğundan, EF çizgisi de A, B çizgileri arasında orta orantılı olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 11. Önerme, Problem

Bilinen bir doğru çizgi öyle iki kısma bölünmek istensin ki, kısımların birbirine oranı başka iki doğru çizginin birbirine oranı gibi olsun.



Örnek: CD bilinen doğru çizgisi öyle iki kısma ayrılmak istensin ki, kısımların birbirine oranı A, B doğru çizgilerinin birbirine oranı gibi olsun. Bunun yolu şöyledir: Önce, C noktasından CD çizgisiyle bir açı oluşturmak koşuluyla uzunluğu belirsiz CG doğru çizgisi çizilir; ardından A çizgisine eşit CF ve B çizgisine eşit FG alınır, sonra G, D birleştirilir ve ona paralel FE de çizilirse, bilinen CD çizgisi E noktasından istenilen şekilde ikiye bölünür.

Çünkü CDG üçgeninde FE, GD çizgileri paralel olduğundan, CE'nin ED'ye

{147}

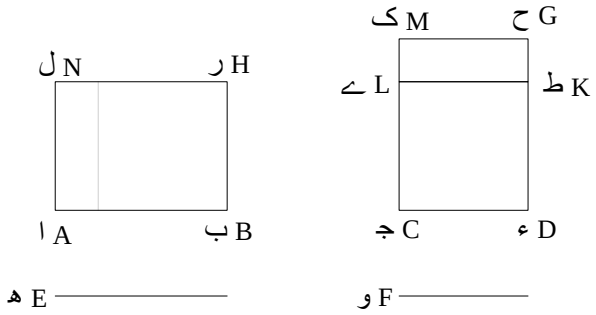
oranı CF'nin FG'ye oranı gibi olur (VI. Ktb. 3. Önr.).

İmdi CF çizgisi A çizgisine, FG de B çizgisine çizim gereği eşit olduğundan, CE'nin ED'ye oranı A'nın B'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 9. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: İşbu yolla bilinen bir doğru çizginin, örneğin CD çizgisinin üçüncü, dördüncü ve başka bir bölümünü elde etmek mümkündür; çünkü CD çizgisi istenilen A bölümünün katı olduğu gibi, CG de CF çizgisinin o kadar katı olmak üzere işlem yapılıp, GD, FE çizgileri önceden çizildiği gibi çizildiğinde, CE çizgisi istenilen çizgi olur.

VI. Kitap, 12. Önerme, Teorem

Eğer dört doğru çizgi orantılı olsa, uçların dikdörtgeni [çarpımı], ortaların dikdörtgenine eşit olur ve eğer uçların dikdörtgeni ortaların dikdörtgenine eşit olsa, bu dört çizgi orantılı olur.



Örnek: AB'nin CD'ye oranı E'nin F'ye oranı gibi olsa, AB, F dikdörtgeni CD, E dikdörtgenine eşit olur.

Çünkü önce AB çizgisi üzerine B noktasından F çizgisine eşit BH dikmesi, CD çizgisi üzerine de D noktasından E çizgisine eşit DG dikmesi çıkılır. Sonra DG çizgisinden BH çizgisine eşit DK alınır; ABHN, CDGM dikdörtgenleri tamamlanır ve DC çizgisine paralel KL de çizilirse, AH dikdörtgeninin CK dikdörtgenine oranı AB tabanının CD tabanına oranı gibi olur (VI. Ktb. 1. Önr. Snç.).

Ve keza AB'nin CD'ye oranı E'nin F'ye yahut çizim gereği onlara eşit olan DG'nin DK'ya oranı gibi olduğundan, AH dikdörtgeninin:CK dikdörtgenine :: DG çizgisinin:DK çizgisine oranı gibi olur (V. Ktb. 11. Önr.).

Fakat eşitlik kurallarına göre, dikdörtgenlerin birbirine oranı onların yüksekliklerinin {148}

birbirine oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 2. Önr.), CG dikdörtgeninin CK dikdörtgenine oranı DG çizgisinin DK çizgisine oranı gibi olup, AH

dikdörtgeninin:CK dikdörtgenine :: CG dikdörtgeninin:CK dikdörtgenine oranı gibi olur (V. Ktb. 11. Önr.).

İmdi miktarlardan her birinin başka bir miktara oranı eşit olsa, söz konusu miktarların da birbirine eşit olmasıyla (V. Ktb. 10. Önr.), AH dikdörtgeni CH dikdörtgenine eşit olur ve eğer uçların dikdörtgeni olan AH ortaların dikdörtgeni olan CG şekline eşit olsa, AB'nin CD'ye oranı E'nin F'ye oranı gibi olur.

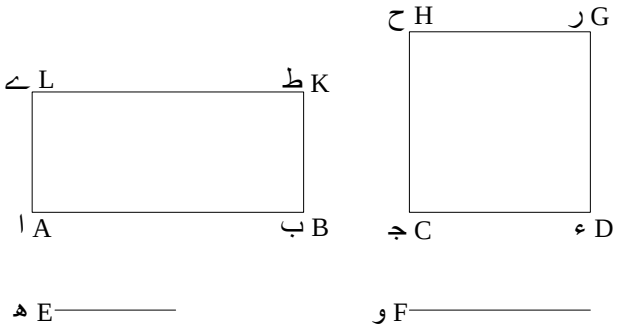
Çünkü birinci işlem yapıldığında, eşit yüksekliklerde bulunan dikdörtgenlerin birbirine oranı tabanlarının birbirine oranı gibi olmakla (VI. Ktb. 1. Önr. Snç.), AH dikdörtgeninin CK dikdörtgenine oranı AB çizgisinin CD çizgisine oranı gibi olup AH, CG dikdörtgenleri çizim gereği eşit olduğundan, CG dikdörtgeninin CK dikdörtgenine oranı AB çizgisinin CD çizgisine oranı gibi olur (V. Ktb. 9. Önr.).

Fakat CG dikdörtgeninin CK dikdörtgenine oranı DG çizgisinin DK çizgisine yahut BH çizgisine oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 1. Önr. Snç.), AB:CD :: DG:BH olur (V. Ktb. 11. Önr.).

İmdi DG çizgisi E çizgisine, BH çizgisi F çizgisine eşit olduğundan, AB'nin CD'ye oranı E'nin F'ye oranı gibi olup (V. Ktb. 9. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 13. Önerme, Teorem

Eğer üç doğru çizgi orantılı olsa, uçların dikdörtgeni ortanın karesine eşit olur ve eğer uçların dikdörtgeni ortanın karesine eşit olsa, bu üç çizgi orantılı olur.



Örnek: AB'nin CD'ye oranı CD'nin E'ye oranı gibi olsa, AB, E çizgilerinin dikdörtgeni CD çizgisinin karesine eşit olur.

Çünkü AB çizgisi üzerine B noktasından E çizgisine eşit BK {149}

dikmesi uzatılıp, AK dikdörtgeni tamamlansın; sonra CD çizgisi üzerine CG karesi oluşturulup, CD çizgisine eşit F çizgisi de alındığında, CD, F çizgileri eşit olup, varsayım gereği AB'nin CD'ye oranı CD'nin E'ye oranı gibi olduğundan, AB:CD :: F:E olup, işbu dört doğru çizgi orantılı olmakla, uçlar olan AB, E çizgilerinin dikdörtgeni, ortalar olan CD, F çizgilerinin dikdörtgenine [çarpımına] eşit olur (VI. Ktb. 12. Önr.).

İmdi CD, F çizgileri çizim gereği eşit olduğundan, CD, F çizgilerinin dikdörtgeni CD çizgisinin karesine eşit olmakla, AB, E dikdörtgeni CD karesine eşit olur ve eğer AB, E dikdörtgeni CD karesine eşit olursa, AB'nin CD'ye oranı CD'nin E'ye oranı gibi olur.

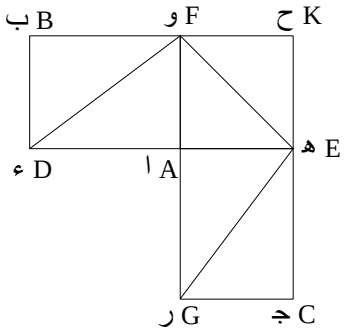
Çünkü birinci işlem yapıldığında, AB, E dikdörtgeni CD karesine varsayım gereği eşit olduğundan, CD çizgisinin karesi CD, F çizgilerinin dikdörtgenine eşit olup (II. Ktb. 2. Önr.), AB, E dikdörtgeni CD, F dikdörtgenine eşit olur.

İmdi uçların dikdörtgeni ortaların dikdörtgenine [çarpımına] eşit olan dört orantılı doğru çizgi olmakla (VI. Ktb. 12. Önr.), AB'nin CD'ye oranı F'nin E'ye

oranı gibi olup CD, F çizgileri de çizim gereği eşit olduğundan, AB'nin CD'ye oranı CD'nin E'ye oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 14. Önerme, Teorem

Birbirine eşit olan paralelkenarlar yahut üçgenlerde eşit açılara komşu olan kenarlar birebir orantılı [mütekâfiye-i mütenâsib] olurlar ve eğer eşit açılara komşu olan kenarlar birebir orantılı olursa, paralelkenarlar yahut üçgenler eşit olurlar.



Örnek: AB, AC paralelkenarları yahut DFA, AEG üçgenleri {150}

eşit olup, DAF açısı GAE açısına eşit olsa, DA'nın AE'ye oranı AG'nin AF'ye oranı birebir bir orantı olur.

Çünkü DA, AE kenarları birbiriyle aynı doğrultuda kavuşup, AK paralelkenarı da tamamlandığında, DAF, FAE açıları toplamı iki dik açıya eşit olup (I. Ktb. 13. Önr.), FAE açısı DAG açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 15. Önr.), DAF, DAG açıları toplamı da iki dik açıya eşit olmakla, FAG çizgisi tek bir doğru çizgi olur (I. Ktb. 14. Önr.).

İmdi AB, AC paralelkenarları varsayım gereği eşit olup, AK de diğer paralelkenar olduğundan, AB paralelkenarının AK paralelkenarına oranı AC paralelkenarının AK paralelkenarına oranı gibi olur (V. Ktb. 9. Önr.).

Fakat AB'nin AK'ye oranı AD'nin AE'ye oranı gibi olup (VI. Ktb. 1. Önr.) ve keza AC'nin AK'ye oranı AG'nin AF'ye oranı gibi olduğundan, AD:AE ::

AG:AF olur (V. Ktb. 11. Önr.) ve hatta F, E noktalarının birleştirilmesiyle kanıtlanır ki DAF üçgeninin AFE üçgenine oranı GAE üçgeninin AFE üçgenine oranı gibi olmakla, DA:AE :: AG:AF orantısı da birebir olur.

Ve eğer DAF açısı GAE açısına eşit olup, DA kenarının AE kenarıyla oranı AG kenarının AF kenarıyla olan oranı birebir orantı oluşturuyorsa, AB, AC paralelkenarları yahut DAF, GAE üçgenleri eşit olurlar.

Çünkü varsayım gereği DA'nın AE'ye oranı AG'nin AF'ye oranı gibi olup, DA:AE :: AB:AK olduğundan (VI. Ktb. 1. Önr.), AG'nin AF'ye oranı AB'nin AK'ye oranı gibi olur (V. Ktb. 11. Önr.).

Fakat AG'nin AF'ye oranı AC'nin AK'ye oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 1. Önr.), AB:AK :: AC:AK olmasıyla, AB paralelkenarı AC paralelkenarına eşit olur (V. Ktb. 10. Önr.).

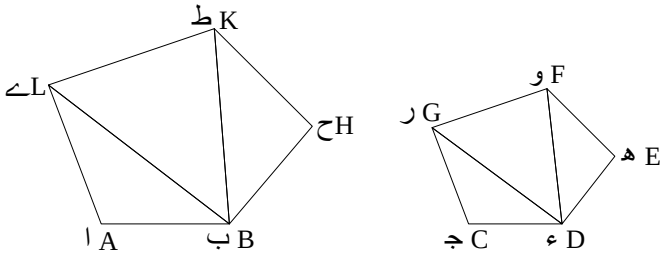
İmdi aynı taban üzerinde {151}

ve aynı yükseklikte bulunan üçgenler paralelkenarların yarısı olduğundan, DAF üçgeni GAE üçgenine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Eğer dikdörtgenler birbirine eşit olsalar, kenarları birebir orantılı olur ve eğer dikdörtgenlerin kenarları birebir orantılı olsa dikdörtgenler de birbirine eşit olur.

VI. Kitap, 15. Önerme, Problem

Sınırlı bir doğru çizgi üzerindeki yerleşimi bilinen doğru çizgili çokgene [müstakim el-adla] benzer ve aynı şekilde yerleştirilen başka bir doğru çizgili çokgen çizmenin yoludur:



Örnek: AB sınırlı doğru çizgisi üzerine, yerleşimi bilinen doğru çizgili CDEFG şekline benzer, aynı şekilde yerleştirilen başka bir doğru çizgili çokgen çizilmek istensin.

Önce D, G ve D, F birleştirilir; A, B noktalarında DCG, CDG açılarına eşit BAL, ABL açıları ve B, L noktalarında GDF, DGF açılarına eşit LBK, BLK açıları çizilir. Sonra DFE, FDE açılarına eşit BKH, KBH açıları da çizildiğinde, ortaya çıkan üçgenlerin her birinde bulunan iki açı, diğerindeki karşılığı olan üçgenlerdeki iki açıya eşit olduğundan, geriye kalan açılar da eşit olur (I. Ktb. 28. Önr. Snç.).

İmdi ALB, BLK açıları toplamı, CGD, DGF açıları toplamına eşit olup, LKB, BKH açıları toplamı da GFD, DFE açıları toplamına eşit olduğundan, ALK açısı CGF açısına, LKH açısı da GFE açısına eşit olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki KHB, HBA, BAL açıları FED, EDC, DCG {152} açılarına sırasıyla eşit olduğundan, ABHKL şekli CDEFG şekline yerleşimce benzer olup, işbu birbirine sırasıyla eşit olan açılara komşu olan kenarlar da orantılı olur.

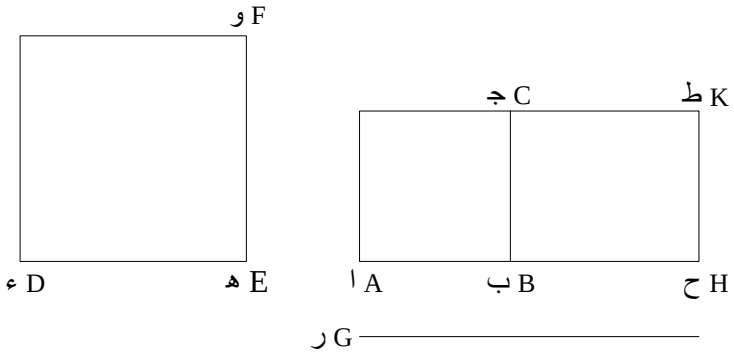
Çünkü ALB, CGD üçgenleri benzer olduğundan, AL:LB :: CG:GD (VI. Ktb. 5. Önr.) yahut AL:CG :: LB:GD olup (V. Ktb. 15. Önr.) ve keza LK:LB :: GF:GD (VI. Ktb. 5. Önr.) yahut LK:GF :: LB:GD olur (V. Ktb. 15. Önr.).

İmdi aynı orana eşit olan oranlar birbirine eşit olduklarından (V. Ktb. 11. Önr.), AL:CG :: LK:GF yahut AL:LK :: CG:GF olur (V. Ktb. 15. Önr.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki K, H, B, A açılarına komşu olan kenarlar ile F, E, D, C açılarına komşu olan kenarlar orantılı olmakla, AB sınırlı doğru çizgisi üzerine çizilen ABHKL şekli yerleşimi bilinen CDEFG şekline yerleşimce benzer olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 16. Önerme, Teorem[278]

Karelerin birbirlerine oranları, kenarlarının birbirlerine oranlarının iki kere tekrarı [müsennâtün bi'tekrir, duplicate ratio] gibidir.



Örnek: AC, DF karelerinin kenarları AB, DE olsa, söz konusu karelerin birbirine oranı AB, DE kenarlarının birbirine oranının iki kere tekrarı gibidir.

Çünkü AB, DE çizgileri için önce orantılı bir G üçüncü çizgisi alınıp (VI. Ktb. 8. Önr.), AB kenarı B yönünde aynı doğrultuda uzatılsın; sonra G çizgisine eşit AH alınıp, AK dikdörtgeni de tamamlandığında, AB, DE, AH işbu üç çizgi ard arda orantılı olmakla AB, AH dikdörtgeni yani AK şekli DF karesine eşit olur (VI. Ktb. 13. Önr.).

İmdi AK, DF eşit olup, AC'nin AK'ye oranı AB'nin {153}

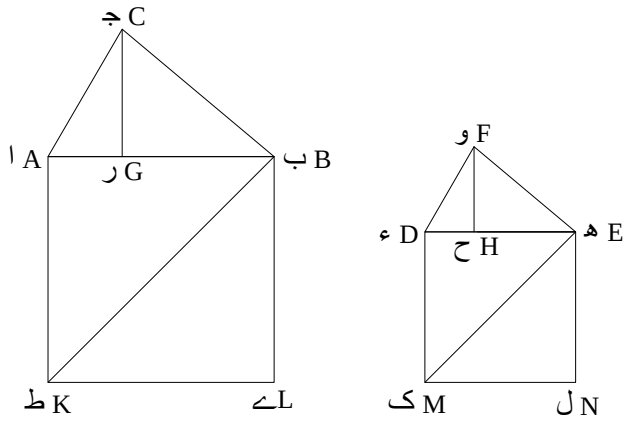
AH'ye oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 2. Önr. 2. Snç.), AC karesinin DF karesine oranı AB'nin AH'ye oranı gibi olur (V. Ktb. 9. Önr.).

[278] Tâmânî Bonnycastle'ın 16. Önermesini ikiye bölmüştür.

Ve keza AH çizgisi çizim gereği G çizgisine eşit olduğundan, AC karesinin DF karesine oranı AB'nin G'ye oranı gibi yani AB'nin DE'ye oranının iki kere tekrarı olup (VI. Ktb. 6. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 17. Önerme, Teorem[279]

Her benzer üçgenin birbirine oranı, karşılıklı kenarlarının karelerinin oranı gibidir; yani bu kenarların birbirine oranının iki kere tekrarı olur.



Örnek: ABC, DEF benzer üçgenlerinin karşılıklı kenarları AB, DE olsa, ABC üçgeninin DEF üçgenine oranı, AB karesinin DE karesine oranı gibi olur.

Çünkü AB, DE kenarları üzerine AL, DN kareleri çizilip, B, K ve E, M noktaları birleştirilip, CG, FH dikmeleri de indirildiğinde, ABC, DEF üçgenleri varsayım gereği benzer olduğundan, AC'nin AB'ye oranı DF'nin DE'ye oranı gibi (VI. Ktb. 1. Tan.) yahut bedel yöntemiyle AC:DF :: AB:DE olur (V. Ktb. 15. Önr.) ve keza AGC, DHF üçgenleri benzer olduğundan, AC'nin CG'ye oranı DF'nin FH'ye oranı gibi (VI. Ktb. 5. Önr.) yahut AC:DF :: CG:FH olur (V. Ktb. 15. Önr.).

[279] Bonnycastle'da 16. Önerme.

İmdi aynı orana eşit olan oranlar birbirine eşit olduğundan (V. Ktb. 11. Önr.), CG'nin FH'ye oranı AB'nin DE'ye oranı gibi yahut CG:AB :: FH:DE olur (V. Ktb. 15. Önr.).

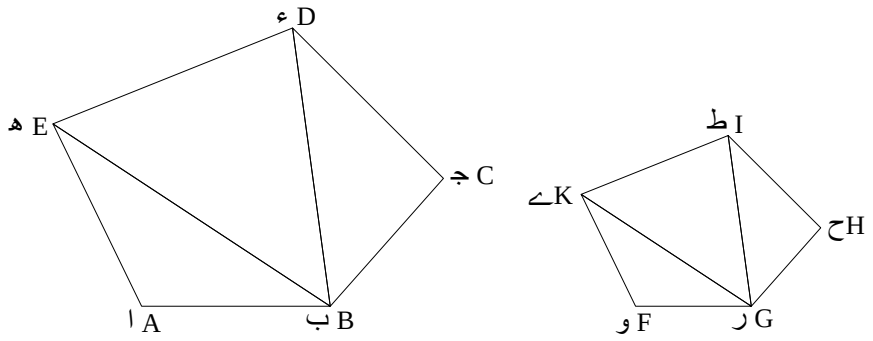
Fakat eşit tabanlar üzerinde bulunan üçgenlerin birbirine oranı, yüksekliklerinin oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 2. Önr.), ABC üçgeninin AKB üçgenine oranı CG'nin AK'ye yani AB'ye oranı gibi olur ve bu şekilde kanıtlanır ki DEF üçgeninin DME üçgenine oranı FH'nin DM'ye yani DE'ye oranı gibi olup, biraz önce anlatıldığı üzere {154}

CG:AB :: FH:DE olduğundan, ABC üçgeninin AKB üçgenine oranı DEF üçgeninin DME üçgenine oranı gibi olur (V. Ktb. 11. Önr.).

İmdi AL karesi AKB üçgeninin iki katı olup (I. Ktb. 32. Önr.), DN karesi de DME üçgeninin iki katı olduğundan, ABC üçgeninin DEF üçgenine oranı AL karesinin DN karesine oranı gibi olur (V. Ktb. 13., 15.); yani AB'nin DE'ye oranının iki kere tekrarı olup (VI. Ktb. 16. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 18. Önerme, Teorem[280]

Benzer çokgenlerin birbirine oranı, karşılıklı kenarlarının karelerinin birbirine oranı gibidir.



[280] Bonnycastle'da 17. Önerme.

Örnek: ABCDE, FGHIK benzer çokgenlerinin karşılıklı kenarları AB, FG olsa, ABCDE şeklinin FGHIK şekline oranı AB karesinin FG karesine oranı gibi olur.

Çünkü, B, E ve B, D ve G, K ve G, I noktaları birleştirildiğinde, A açısı F açısına eşit olup, AB'nin AE'ye oranı da FG'nin FK'ye oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 1. Tan.), AEB, FKG üçgenleri benzer olur (VI. Ktb. 6. Önr.). AED, FKI eşit açılarından AEB, FKG eşit açıları çıkarıldığında, geriye kalan BED, GKI açıları da eşit olur.

Fakat ED:KI :: EA:KF olup (VI. Ktb. 1. Tan.), (V. Ktb. 15. Önr.), EA:KF :: EB:KG olduğundan (VI. Ktb. 5. Önr.), (V. Ktb. 15. Önr.), ED:KI :: EB:KG olur (V. Ktb. 11. Önr.).

İmdi BED, GKI eşit açılarına komşu olan kenarlar orantılı olduğundan, EBD, KGI üçgenleri de benzer olur (VI. Ktb. 6. Önr.) ve bu şekilde kanıtlanır ki BCD, GHI

{155}

üçgenleri de benzer olup, benzer üçgenlerin birbirine oranı, karşılıklı kenarlarının karelerinin birbirine oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 17. Önr.), EAB üçgeninin KFG üçgenine oranı EB karesinin KG karesine oranı gibi olur.

Ve keza EBD üçgeninin KGI üçgenine oranı EB karesinin KG karesine oranı gibi olup, aynı orana eşit olan oranlar birbirine eşit olduğundan (V. Ktb. 11. Önr.), EAB üçgeninin KFG üçgenine oranı EBD üçgeninin KGI üçgenine oranı gibi olur.

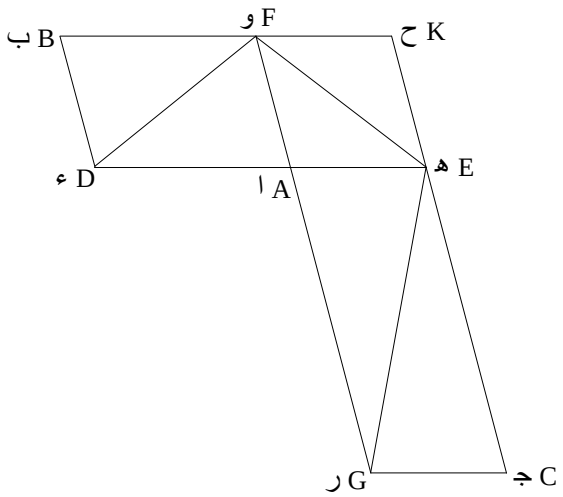
Ve bu şekilde kanıtlanır ki EBD üçgeninin KGI üçgenine oranı DBC üçgeninin IGH üçgenine oranı gibi olduğundan, EAB üçgeninin KFG üçgenine oranı EBD üçgeninin KGI üçgenine oranı gibi ve DBC üçgeninin IGH üçgenine oranı gibi olur (V. Ktb. 11. Önr.).

İmdi öncüller toplamının ardıllar toplamına oranı, birinci öncülün kendi ardılına oranı gibi olduğundan (V. Ktb. 12. Önr.), ABCDE şeklinin FGHIK şekline oranı EAB üçgeninin KFG üçgenine oranı gibi olur. Fakat, EAB üçgeninin KFG üçgenine oranı AB karesinin FG karesine oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 17. Önr.), ABCDE şeklinin FGHIK şekline oranı AB karesinin FG karesine oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Benzer dörtgenlerin birbirine oranları karşılıklı kenarlarının karelerinin oranı gibi olur.

VI. Kitap, 19. Önerme, Teorem[281]

Paralelkenarların veya üçgenlerin iki açıları birbirine eşit olsa, söz konusu şekillerin birbirine oranı, eşit açılara komşu olan kenarların dikdörtgenlerinin [çarpımlarının] birbirine oranı gibi olur.



Örnek: AB, AC paralelkenarlarında DAF, GAE açıları eşit olsa, AB'nin AC'ye oranı DA, AF'nin oluşturduğu dikdörtgenin AG, AE'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi {156}

[281] Bonnycastle'da 18. Önerme.

olur.

Çünkü DA, AE kenarları aynı doğrultuda uzatılıp, AK paralelkenarı tamamlandığında, DAF, FAE açıları toplamı iki dik açıya eşit olup (I. Ktb. 13. Önr.), FAE açısı DAG açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 15. Önr.), DAF, DAG açıları toplamı da iki dik açıya eşit olup, FAG çizgisi tek bir doğru çizgi olur (I. Ktb. 14. Önr.).

İmdi AB'nin AK'ye oranı AD'nin AE'ye oranı gibi olup (VI. Ktb. 1. Önr.) ve keza AD:AE :: AD ile AF'nin oluşturduğu dikdörtgenin AE ile AF'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 2. Önr. Snç.), AB'nin AK'ye oranı AD ile AF'nin oluşturduğu dikdörtgenin AE ile AF'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olur (V. Ktb. 11. Önr.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki AC'nin AK'ye oranı AG ile AE'nin oluşturduğu dikdörtgenin AE ile AF'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olduğundan, AB:AC :: AD ile AF'nin oluşturduğu dikdörtgenin:AG ile AE'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olur (V. Ktb. 11, 15. Önr.) ve yine DFA, AEG üçgenlerinde DAF, GAE açıları eşit olsa, DFA üçgeninin AEG üçgenine oranı DA ile AF'nin oluşturduğu dikdörtgenin GA ile AE'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olur.

Çünkü DA, AE kenarları aynı doğrultuda uzatılıp, AB, AC, AK paralelkenarları tamamlandığında, yukarıda kanıtlandığı şekilde AB'nin AC'ye oranı DA ile AF'nin oluşturduğu dikdörtgenin GA ile AE'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olur.

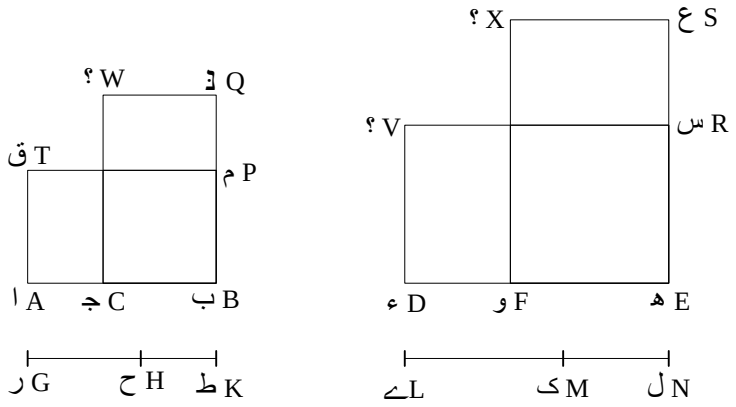
İmdi DFA, AEG üçgenleri AB, AC paralelkenarlarının yarıları olduğundan (I. Ktb. 30. Önr.), DFA üçgeninin AEG üçgenine oranı DA ile AF'nin oluşturduğu

dikdörtgenin GA ile AE'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olup (V. Ktb. 13. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Uyarı: Eğer E, F noktaları birleştirilir ise işbu önermenin sonraki kısmı önceki kısmına muhtaç olunmaksızın sadece üçgenler ile kanıtlanır.

VI. Kitap, 20. Önerme, Problem[282]

İki sıra orantıda, biri diğerinin karşılığı olan doğruların oluşturduğu dikdörtgenler [çarpımı] yine orantılı olur. {157}



Örnek: AB:CB :: DE:FE olup ve keza GH:GK :: LM:LN olsa, işbu iki sıra orantıdan AB ile GH'nin oluşturduğu dikdörtgenin CB ile GK'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı DE ile LM'nin oluşturduğu dikdörtgenin FE ile LN'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olur.

Çünkü AB, DE üzerine GK, LN çizgilerine eşit BQ, ES dikmeleri uzatılıp, söz konusu dikmelerden GH, LM çizgilerine eşit BP, ER alınıp, AP, CQ, DR, FS paralelkenarları tamamlandığında, yükseklikleri aynı olan paralelkenarların birbirine oranı, tabanlarının birbirine oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 1. Önr.), AP:CP :: AB:CB olup ve keza DR:FR :: DE:FE olur.

[282] Bonnycastle'da 19. Önerme.

Fakat AB:CB :: DE:FE varsayım gereği olduğundan, AP:CP :: DR:FR olup (V. Ktb. 11. Önr.), bedel yöntemiyle de AP:DR :: CP:FR olur (V. Ktb. 15. Önr.).

İmdi eşit tabanlar üzerindeki paralelkenarların birbirine oranı, yüksekliklerinin birbirine oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 2. Önr.), CP:CQ :: BP:BQ olup ve keza FR:FS :: ER:ES olup yahut BP, BQ çizgileri GH, GK çizgilerine çizim gereği eşit, ER, ES çizgileri de LM, LN çizgilerine eşit olduğundan, CP:CQ :: GH:GK olup ve keza FR:FS :: LM:LN olur (V. Ktb. 9. Önr.).

Fakat varsayım gereği GH:GK :: LM:LN olduğundan, CP:CQ :: FR:FS olup (V. Ktb. 11. Önr.), bedel yöntemiyle de CP:FR :: CQ:FS olur (V. Ktb. 15. Önr.).

İmdi yukarıda kanıtlandığı şekilde AP:DR :: CP:FR olduğundan, AP:DR :: CQ:FS olup (V. Ktb. 11. Önr.), bedel yöntemiyle de AP:CQ :: DR:FS olur (V. Ktb. 15. Önr.).

Fakat AP şekli AB, GH dikdörtgeni, CQ şekli CB, GK dikdörtgeni, DR şekli DE, LM dikdörtgeni, FS şekli FE, LN dikdörtgeni olduğundan, {158}

AB, GH'nin oluşturduğu dikdörtgenin CB, GK'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı DE, LM'nin oluşturduğu dikdörtgenin FE, LN'nin oluşturduğu dikdörtgene oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.[283]

Sonuç: Orantılı her dört çizginin kareleri de orantılı olur.

VI. Kitap, 21. Önerme, Teorem[284]

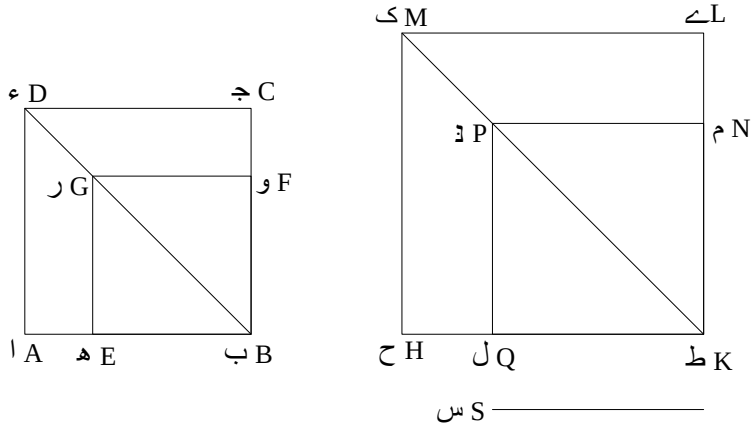
Dört kare orantılı olsa, kenarları ve köşegenleri de orantılı olur.

---

283 $\frac{AB}{CB}=\frac{DE}{FE}$ $\frac{GH}{GK}=\frac{LM}{LN}$

$\frac{AB \times GH}{CB \times GK}=\frac{DE \times LM}{FE \times LN}$.

284 Bonnycastle'da 20. Önerme.



Örnek: AC, EF, HL, QN kareleri orantılı olsa, kenarları ve köşegenleri de orantılı olur.

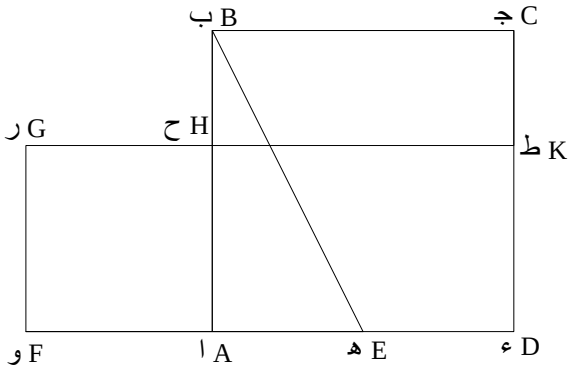
Çünkü AB, EB, HK çizgileri için orantılı S dördüncüsü alınır (VI. Ktb. 9. Önr.) B, D ve K, M noktaları birleştirilirse, AB:EB :: HK:S çizim gereği olduğundan, AC karesinin EF karesine oranı HL karesinin S doğrusunun karesine oranı gibi olur (VI. Ktb. 20. Önr. Snç.) ve keza AC:EF :: HL:QN varsayım gereği olduğundan, HL karesinin S karesine oranı HL karesinin QN karesine, yani QK'nın karesine oranı gibi olur (V. Ktb. 11. Önr.).

İmdi miktarlardan her birinin başka bir miktara oranı eşit olsa, söz konusu miktarlar da birbirine eşit olmakla (V. Ktb. 10. Önr.), S doğrusunun karesi QK çizgisinin karesine eşit olup, S doğrusu QK çizgisine eşit olur (II. Ktb. 3. Önr.). Bu nedenle AB:EB :: HK:QK olur, yine ABD, EBG üçgenleri benzer olmakla, AB:EB :: BD:BG olup, HKM, QKP üçgenleri de benzer olduğundan, HK:QK :: KM:KP olur (VI. Ktb. 5. Önr.).

İmdi yukarıda kanıtlandığı şekilde AB:EB :: HK:QK olduğundan, BD:BG :: KM:KP olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 22. Önerme, Problem[285]

Sınırlı bir doğru çizgiyi orta ve uç oranıyla bölmenin yoludur: {159}



Örnek: AB sınırlı doğru çizgisi orta ve uç oranıyla bölünmek istensin. Önce, AB üzerine AC karesi çizilip, AD kenarı E noktasında yarıya bölünüp, B, E de birleştirilsin; sonra EA çizgisi aynı doğrultuda uzatılıp, EB çizgisine eşit EF alınıp, AF üzerine de FH karesi çizildiğinde, AB çizgisi H noktasında, istenilen şekilde bölünür.

Çünkü DF çizgisi EB, ED yahut EB, EA çizgilerinin toplamına eşit olup, AF çizgisi onların farkına eşit olduğundan, DF, FA dikdörtgeni EB, EA karelerinin farkına eşit olur (II. Ktb. 13. Önr.).

İmdi DG şekli DF, FA dikdörtgenine eşit olup, AB karesi EB, EA karesinin farkına eşit olduğundan (II. Ktb. 14. Önr. Snç.), DG şekli AC karesine eşit olup, işbu eşitlerden ortak olan AK çıkarıldığında geriye kalan AG, HC şekilleri eşit olurlar.

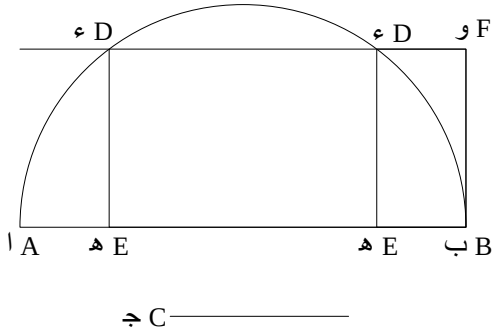
Fakat eşit paralelkenarların eşit açılarına komşu olan kenarların birbirine oranı birebir orantılı [mütekafiye] olduğundan (VI. Ktb. 14. Önr.), HK:HG :: HA:HB olur.

[285] Bonnycastle'da 21. Önerme.

İmdi HK çizgisi AD yahut AB çizgisine eşit olup, HG de HA çizgisine eşit olduğundan, AB:HA :: HA:HB olup (V. Ktb. 7. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 23. Önerme, Problem[286]

Bir doğru çizgi, yarısı bir karenin kenarından büyük[287] olmamak koşuluyla, öyle iki kısma ayrılmak istensin ki, bu iki kısmın dikdörtgeni söz konusu kareye eşit olsun.



Örnek: AB doğru çizgisinin yarısı bir karenin kenarı olan C çizgisinden büyük[288] olmamak koşuluyla söz konusu AB çizgisi öyle bir şekilde ikiye ayrılmak istensin ki, bu iki kısmın dikdörtgeni C'nin karesine {160}

eşit olsun.

Önce AB üzerine BDA yarım dairesi çizilip, AB üzerinde B noktasından C çizgisine eşit BF dikmesi uzatıldığında, AB çizgisine paralel FD çizgisi çizilir ve

[286] Bonnycastle'da 22. Önerme.

[287] Tâmânî'nin metninde "azam, büyük" şeklinde yazılması gerekirken "asgar, küçük" şeklinde hatalı yazılmıştır. "To divide a given right line into two such parts, that their rectangle may be equal to a given square, the side of which is not greater than half the given line." Bonnycastle, s. 188. Tâmânî'nin yukarıda çevirisini verdiği bu paragraftan da hata açıkça görülmektedir.

[288] Tâmânî'nin metninde "asgar, küçük" biçimindedir.

çevreyi kestiği D noktasından AB üzerine DE dikmesi indirildiğinde, AB çizgisi E noktasında istenilen şekilde bölünür.

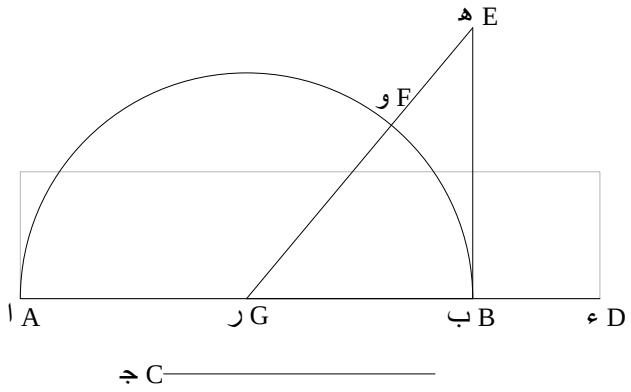
Çünkü BDA çizim gereği daire olup, DE de AB yarıçapına çizim gereği dik olduğundan, AE, EB dikdörtgeni DE karesine eşit olur (VI. Ktb. 7. Önr., I. Ktb. 13. Önr.).

İmdi DE çizgisi FB çizgisine eşit olup (I. Ktb. 30. Önr.), FB de çizim gereği C çizgisine eşit olduğundan AE, EB dikdörtgeni C karesine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Uyarı: Eğer AB çizgisinin yarısı BF yahut C çizgisine eşit olsa, FD çizgisi teğet olup, AE, EB dikdörtgeni en büyük değerini alır.

VI. Kitap, 24. Önerme, Problem[289]

Sınırlı bir doğru çizgiye öyle bir başka doğru çizgi eklensin ki, söz konusu çizgiler toplamıyla eklenen çizginin oluşturduğu dikdörtgen varsayılan bir kareye eşit olsun.



Örnek: AB sınırlı doğru çizgisine öyle bir başka doğru çizgi eklenmek istensin ki, söz konusu çizgiler toplamıyla eklenen diğer çizginin oluşturduğu dikdörtgen, C çizgisinin karesine eşit olsun. Bunun yolu şöyledir: Önce AB üzerinde B noktasından C çizgisine eşit BE dikmesi uzatılıp, AB çizigisi G noktasında yarıya

[289] Bonnycastle'da 23. Önerme.

bölünüp, G, E de birleştirilsin, sonra AB çizgisi aynı doğrultuda uzatılıp GE çizgisine eşit GD alındığında, eklenilmek istenen çizgi BD olur.

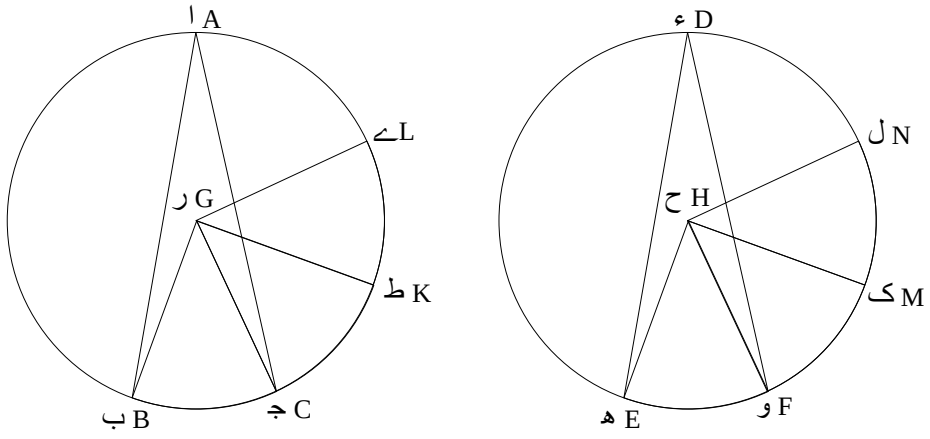
Çünkü AB üzerinde AFB yarım dairesi {161}

çizilip, GE çizgisinde kestiği F noktasıyla D noktası birleştirildiğinde, GEB üçgeninde GB, GE kenarları, GDF üçgeninde GF, GD kenarlarına eşit olup, G açısı ortak olduğundan, GBE açısı GFD açısına, BE kenarı FD kenarına eşit olur.

İmdi GBE açısı çizim gereği dik olduğundan, GFD açısı da dik olup, FD çizgisi F noktasında teğet olmakla (III. Ktb. 10. Önr.), AD, BD dikdörtgeni DF karesine, yani C karesine eşit olup (III. Ktb. 29. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 25. Önerme, Teorem[290]

Eşit dairelerin merkezlerinde yahut çevrelerinde bulunan açıların oranları, yaylarının birbirine oranı gibidir.



Örnek: ABC, DEF eşit dairelerinin merkezlerinde olan BGC, EHF açıları yahut çevrelerinde bulunan BAC, EDF açılarının oranları BC, EF yaylarının birbirine oranları gibidir.

[290] Bonnycastle'da 24. Önerme.

Çünkü ABC dairesinin çevresi üzerinde BC yayının herhangi CK, KL eşit miktarları alınır ve keza DEF dairesinin çevresi üzerinde EF yayının herhangi FM, MN eşit miktarları alınıp, GK, GL, HM, HN çizildiğinde, BC, CK, KL yayları birbirine eşit olup ve keza BGC, CGK, KGL yayları birbirine eşit olduğundan, EHF, FHM, MHN açıları da birbirine eşit olur (III. Ktb. 21. Önr.).

İmdi BL yayı BC yayının hangi katı ise, BGL açısı da BGC açısının o kadar katı olup, EN yayı EF yayının hangi katı ise, EHN {162}
açısı da EHF açısının o kadar katı olur.

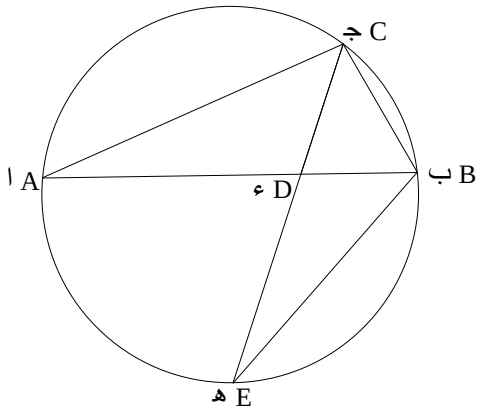
Bu durumda BL yayı EN yayından fazla ise, BGL açısı da EHN açısından fazla olur ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olup, BC yayının EF yayına oranı, BGC açısının EHF açısına oranı gibi olur (V. Ktb. 5. Tan.).

Ve yine BGC açısı BAC açısının iki katı olup, EHF açısı da EDF açısının iki katı olduğundan (III. Ktb. 14. Önr.), BC yayının EF yayına oranı BAC açısının EDF açısına oranı gibi olup (V. Ktb. 13. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 26. Önerme, Teorem[291]

Her üçgenin tepe açısını yarıya bölen çizginin karesi ile, bu çizginin tabanda ayırdığı kısımların oluşturduğu dikdörtgenin toplamı, geriye kalan kenarların oluşturduğu dikdörtgene eşittir.

[291] Bonnycastle'da 25. Önerme.



Örnek: ABC ügeninin, ACB tepe açısını yarıya bölen CD çizgisinin karesiyle, AD, DB kısımlarının oluşturduğu dikdörtgenin toplamı, AC, CB dikdörtgenine eşittir.

Çünkü ABC üçgeni üzerine AEC dairesi çizilip (IV. Ktb. 5. Önr.), CD çizgisi E noktasına değin uzatılıp, B, E de birleştirildiğinde, ACD, ECB açıları çizim gereği eşit olup, CAD, CEB açıları da eşit olduğundan, geriye kalan ADC, CBE açıları da eşit olmakla, CAD, CEB üçgenleri benzer olup, CA:CD :: CE:CB olduğundan (VI. Ktb. 5. Önr.), CA, CB dikdörtgeni, CE, CD dikdörtgenine eşit olur (VI. Ktb. 12. Önr.).

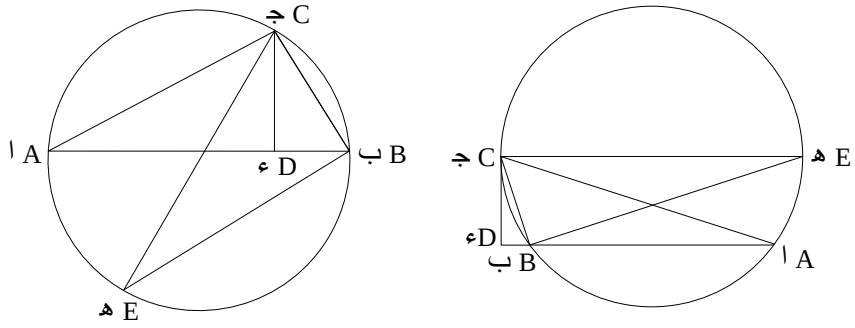
İmdi CE, CD dikdörtgeni ED, DC dikdörtgeniyle CD karesi toplamına eşit olduğundan (II. Ktb. 10. Önr.), CA, CB dikdörtgeni de ED, DC dikdörtgeniyle CD karesi toplamına eşit olur.

Fakat ED, DC dikdörtgeni AD, DB dikdörtgenine eşit {163}

olduğundan (III. Ktb. 27. Önr.), CD karesiyle AD, DB dikdörtgeni toplamı, AC, CB dikdörtgenine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 27. Önerme, Teorem[292]

Her üçgenin tepe açısından tabanı üzerine indirilen dikmenin, söz konusu üçgen üzerine çizilen dairenin çapıyla oluşturduğu dikdörtgen, geriye kalan kenarların oluşturduğu dikdörtgene eşittir.



Örnek: ABC üçgeninin BCA tepe açısından AB tabanına indirilen CD dikmesinin, söz konusu üçgen üzerine çizilen daire çapıyla oluşturduğu dikdörtgen, AC, CB dikdörtgenine eşittir.

Çünkü ABC üçgeni üzerine çizilen AEC dairesinin CE çapı çizilip, E, B de birleştirildiğinde, CAD, CEB açıları eşit olup (III. Ktb. 15. Önr.), ADC, EBC açıları dik olduğundan, geriye kalan ACD, ECB açıları da eşit olurlar.

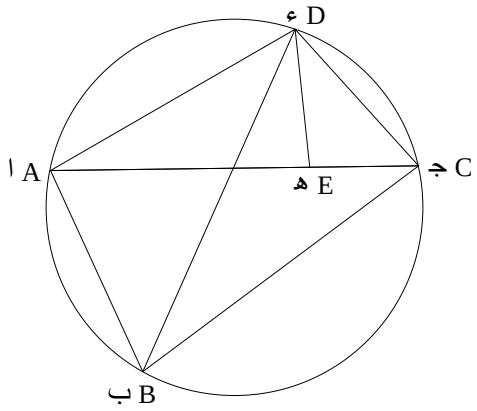
Bu durumda, ACD, ECB üçgenleri benzer olup, AC:CD :: CE:CB olduğundan (VI. Ktb. 5. Önr.), CD, CE dikdörtgeni, AC, CB dikdörtgenine eşit olup (VI. Ktb. 12. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VI. Kitap, 28. Önerme, Teorem[293]

Daire içerisinde bulunan bir dörtgenin köşegenlerinin oluşturduğu dikdörtgen, karşılıklı kenarların oluşturduğu dikdörtgenlerin toplamına eşittir.

[292] Bonnycastle'da 26. Önerme.

[293] Bonnycastle'da 27. Önerme.



Örnek: CDAB dairesi içinde bulunan ABCD dörtgeninin AC, BD köşegenlerinin oluşturduğu dikdörtgen; AB, CD karşılıklı kenarları ile AD, BC karşılıklı kenarlarının oluşturdukları dikdörtgenlerin toplamına eşittir.

Çünkü CDE açısı ADB açısına eşit çizilip (I. Ktb. 20. Önr.), işbu {164} açıların her birine EDB ortak açısı eklendiğinde, ADE açısı CDB açısına eşit olup, DAE, DBC açıları da eşit olduğundan (III. Ktb. 15. Önr.), geriye kalan AED, BCD açıları da eşit olmakla (I. Ktb. 28. Önr. Snç.), ADE, BDC üçgenleri benzer olup, AD:AE :: BD:BC olduğundan, AD ile BC'nin dikdörtgeni, AE ile BD'nin dikdörtgenine eşit olur (VI. Ktb. 12. Önr.).

Ve keza CED, ADB üçgenlerinde CDE, ADB açıları çizim gereği eşit olup, ECD açısı ABD açısına eşit olduğundan (III. Ktb. 15. Önr.), geriye kalan CED, BAD açıları da eşit olmakla, söz konusu üçgenler benzer üçgenler olup, AB:BD :: EC:DC olduğundan, AB ile DC'nin dikdörtgeni, BD ile EC'nin dikdörtgenine eşit olur.

İmdi işbu eşit dikdörtgenlere biraz önce geçen eşit dikdörtgenler eklendiğinde, AB, CD dikdörtgeni ile AD, BC dikdörtgeni toplamı, BD, EC dikdörtgeni ile AE, BD dikdörtgeni toplamına eşit olur.

Fakat BD, AC dikdörtgeni, BD, AE dikdörtgeni ile BD, EC dikdörtgeni toplamına eşit olduğundan (II. Ktb. 8. Önr.), AC, BD dikdörtgeni AB, DC

dikdörtgeni ile AD, BC dikdörtgeni toplamına eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {165}

YEDİNCİ KİTAP

VII. Kitap

Tanımlar

1- İki düzlem yüzey birbiriyle kesiştiğinde, ortaya çıkan çizgiye ortak kesit adı verilir.

2- Bir düzlem yüzey üzerine, yüzey boyunca temas edecek şekilde çizilen bütün doğru çizgilere, bir doğru çizgi temas noktalarında dik olsa, söz konusu çizgi bu düzlem yüzeye de dik olur.

3- Bir düzlem yüzey üzerine çizilen bütün doğru çizgiler ortak kesite dik olup, diğer bir düzleme de dik olurlarsa, işbu düzlemler de birbirine dik olur.

4- Bir doğru çizginin düzlem yüzeye eğimi, eğimli doğrudan bu düzlem üzerine indirilen dikmenin kesişme noktasından eğimli doğrunun [yüzeyle] kesiştiği noktaya uzanan doğru ile söz konusu eğimli doğru arasında bulunan açıdır.

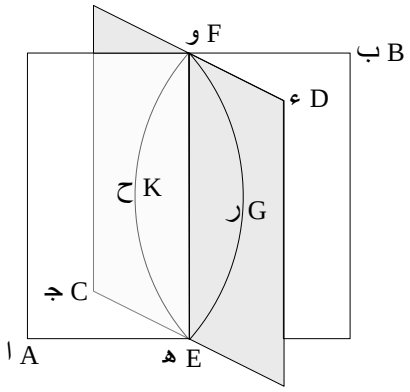
5- Bir düzlemin başka bir düzleme eğimi, ortak kesitleri üzerinde bulunan herhangi bir noktadan, ortak kesite dik olacak şekilde söz konusu düzlemler üzerine çizilen iki doğru çizgi arasındaki açıdır.

6- Paralel yüzeyler diye, her iki tarafından da sonsuza kadar uzatıldıklarında, asla kesişmeyen yüzeylere denilir. {167}

7- Bir doğru çizginin bütün parçaları bir düzlem yüzey üzerinde bulunursa, bu düzlem yüzey söz konusu doğru çizgi üzerinden geçiyor denilir.

VII. Kitap, 1. Önerme, Teorem

İki düzlem yüzeyin ortak kesiti [arakesiti] bir doğru çizgidir.



Örnek: AB, CD düzlemlerinde ortak kesit olan EF çizgisi bir doğru çizgidir.

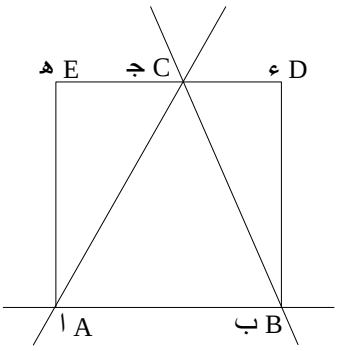
Çünkü değil ise, AB düzlemi üzerinde FGE doğru çizgisi çizilip, CD düzlemi üzerinde de başka bir FKE doğru çizgisi çizildiğinde, FGE, FKE doğru çizgileri birbirinden farklı düzlemler üzerinde bulunduklarından, söz konusu çizgiler birbirlerinin dışarısında bulunurlar.

İmdi her iki doğru çizginin uçları aynı olduğunda, bu çizgiler birbirine çakıştığından (I. Ktb. 5. Tan.), FGE, FKE çizgilerinin uçları E, F noktaları olduğundan, söz konusu çizgilerin birbirine hem çakışması ve hem de çakışmaması gerekir. Bu ise çelişkidir, bu nedenle söz konusu düzlemlerin her birinde bulunan EF çizgisi doğru çizgi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Doğru çizginin bir parçası düzlem yüzeyde olup, başka bir parçası düzlemin dışında olamaz. Çünkü söz konusu çizgi bu düzlem üzerinde aynı doğrultuda uzatıldığında, bu düzlemin dışarısında bulunan parçasıyla, uzatılan parçanın farklı doğrultularda bulunması gerekir, bu ise çelişkidir.

VII. Kitap, 2. Önerme, Teorem

Aynı noktada kesişmemek üzere kesişen üç doğru çizgi kümesi aynı düzlem yüzey üzerinde bulunur. {168}



Örnek: AB, BC, CA üç doğru çizgisi A, B, C noktalarında birbirini kesseler, söz konusu çizgi kümesi aynı düzlem yüzey üzerinde bulunur.

Çünkü AB çizgisinden geçtiği varsayılan AD düzlemi AB'yi eksen alarak C noktasına değin döndürülse, A, C noktaları AD düzlemi üzerinde bulunduğundan, AC doğru çizgisinin tümü söz konusu düzlem üzerinde bulunur.

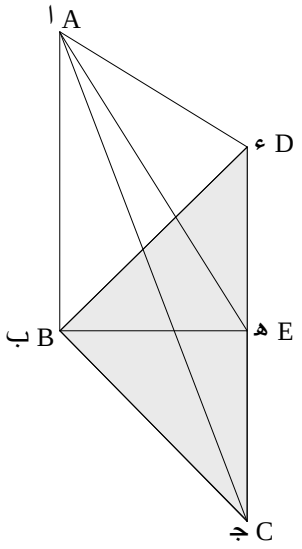
Ve eğer değil ise, söz konusu doğru çizginin tüm parçalarının aynı doğrultuda bulunması gerekir. Ve keza B, C noktaları söz konusu düzlem üzerinde bulunduğundan, biraz önce kanıtlandığı şekilde BC doğrusunun tümü de söz konusu düzlem üzerinde bulunur.

İmdi AB doğrusu varsayım gereği AD düzlemi üzerinde bulunduğundan, AB, BC, CA doğrularının tümü aynı düzlem üzerinde bulunup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Birbiriyle kesişen her iki doğru çizgi aynı düzlem yüzey üzerinde bulunup, varsayılan her üç noktadan bir düzlem geçer.

VII. Kitap, 3. Önerme, Teorem

Kesişen iki doğrunun kesişme noktasından çıkılan bir dikme, söz konusu doğrulardan geçen düzleme de diktir.



Örnek: BC, BD doğruları üzerine B kesişme noktasından dik olarak çıkılan AB doğrusu, söz konusu doğrulardan geçen düzleme de dik olur.

Çünkü BC, BD doğruları birbirine eşit çizilip, C, D de birleştirilsin, sonra işbu doğrulardan geçen düzlem üzerine herhangi bir BE doğru çizgisi çizilip, AD, AE, AC de çizildiğinde, ABC, ABD üçgenlerinde BC, BD kenarları {169} çizim gereği eşit olup, AB dikmesi ortak olduğundan, AD, AC de eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

İmdi CAD, CBD üçgenleri ikizkenar olup, CE, ED dikdörtgeni [çarpımı] ile BE karesi toplamı BD karesine eşittir (II. Ktb. 20. Önr.).

Ve keza CE, ED dikdörtgeni ile EA karesi toplamı da AD karesine eşit olduğundan, CE, ED dikdörtgeni ile BE karesi toplamının; CE, ED dikdörtgeni ile EA karesi toplamından farkı, BD, AD karelerinin farkına eşit olur.

Ve bunlarda ortak olan CE, ED dikdörtgeni herbirinden çıkarıldığında, BE, EA karelerinin farkı, BD, AD karelerinin farkına eşit olur.

Fakat BD, AD karelerinin farkı, AB karesine eşit olduğundan (II. Ktb. 14. Önr. Snç.), BE, EA karelerinin farkı da AB karesine eşit olur.

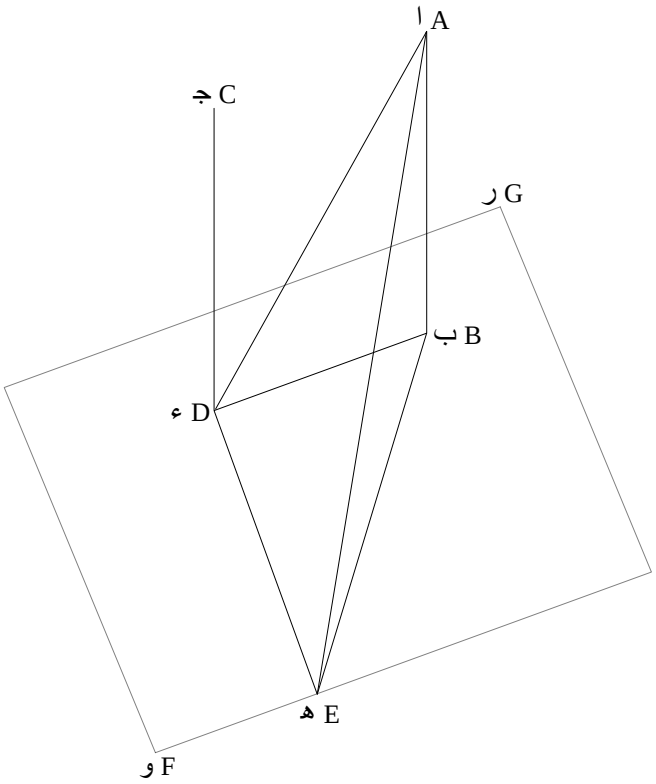
AB doğrusu, söz konusu düzlem üzerine çizilmiş olan BE doğrusuna dik olmakla, bu düzleme de dik olup (VII. Ktb. 2. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Eğer bir doğru çizgi, kesişen üç başka doğruya kesişim noktasında dik olsa, kesişen bu doğrular kümesi aynı düzlem üzerinde bulunur.

Çünkü üç doğrudan biri, örneğin BE doğrusu diğer doğrulardan geçen düzlemin dışında olsa, ABE açısı ya dar ya da geniş açı olup, varsayım gereği dik olan doğru çizginin dik olmaması gerekir.

VII. Kitap, 4. Önerme, Teorem

İki doğru çizgi aynı düzlem yüzeye dik olsa, bu doğru çizgiler birbirine paralel olur.



Örnek: AB, CD doğru çizgileri FG düzlemine dik olsa, {170}

bu çizgiler birbirine paralel olur.

Çünkü DB doğrusu çizilip, FG düzlemi üzerinde bulunan AB doğrusuna eşit DE dikmesi uzatılıp, AE, AD, EB de çizildiğinde, AB, CD doğruları FG düzlemine çizim gereği dik olduğundan, ABD, ABE, CDB, CDE açıları dik olurlar (VII. Ktb. 3. Tan.).

İmdi BAD, BED üçgenlerinin AB, ED kenarları çizim gereği eşit olup, BD kenarı ortak, ABD, BDE açıları da dik olduğundan, AD kenarı EB kenarına eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Ve keza EBA, EDA üçgenlerinde AD, DE kenarları EB, BA kenarlarına eşit olup, AE kenarı ortak olduğundan, ADE açısı ABE açısına eşit, dik olur (I. Ktb. 7. Önr.).

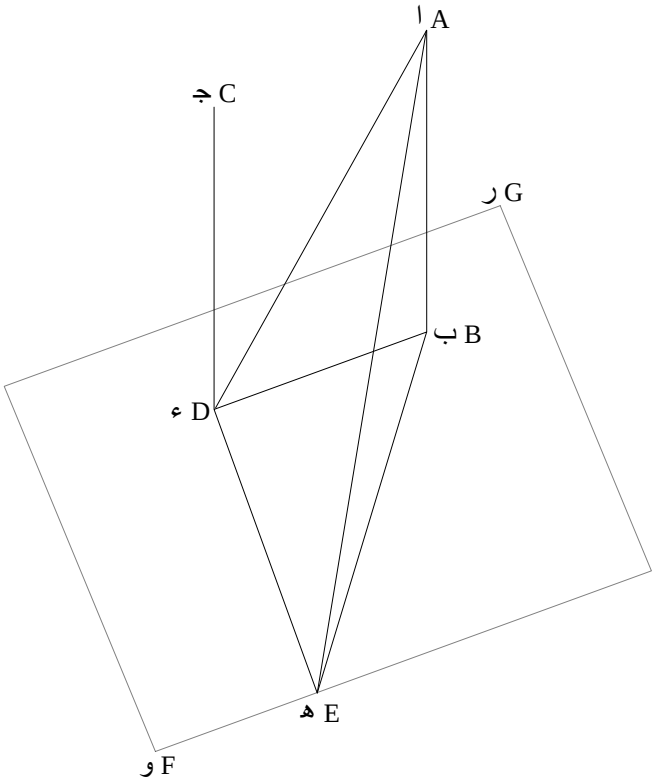
İmdi ED doğrusu DA, DB, DC doğrularına D kesişme notasında dik olduğundan, söz konusu doğrular ile AB doğrusu, hepsi aynı düzlem üzerinde bulunurlar (VII. Ktb. 3. Önr.).

Bu durumda AB, BD, DC doğruları da aynı düzlemde bulunup, ABD, CDB açıları dik olduğundan, AB, CD doğruları paralel olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Herhangi AB, CD paralel doğruları ile onları kesen herhangi DA doğru çizgisinin meydana getirdiği küme aynı düzlem üzerinde bulunur.

VII. Kitap, 5. Önerme, Teorem

Paralel iki doğrudan biri bir düzlem yüzeye dik olsa, diğer paralel doğru da bu düzleme dik olur.



Örnek: AB, CD paralel doğrularından AB doğrusu FG düzlemine dik olsa, CD de söz konusu düzleme dik olur.

Çünkü D, A birleştirilip, FG düzlemi üzerinde bulunan DB doğrusuna, AB doğrusuna eşit DE dikmesi uzatılıp, AE, AD, EB de çizildiğinde, {171}

AB doğrusu FG düzlemine çizim gereği dik olduğundan, ABD, ABE açıları dikaçı olurlar (VII. Ktb. 2. Tan.).

İmdi BAD, BED üçgenlerinde, AB, ED kenarları çizim gereği eşit, DB de ortak olup, ABD, BDE açıları dik olduğundan, AD, EB kenarları da eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.).

Ve keza EBA, EDA üçgenlerinde, AD, ED kenarları, EB, BA kenarlarına eşit olup, AE de ortak olduğundan, ADE açısı ABE açısına eşit olup, dik olur.

İmdi AB, CD doğruları varsayım gereği paralel olup, AD doğrusu onları kestiğinden, söz konusu doğruların tümü aynı düzlem yüzey üzerinde bulunmakla

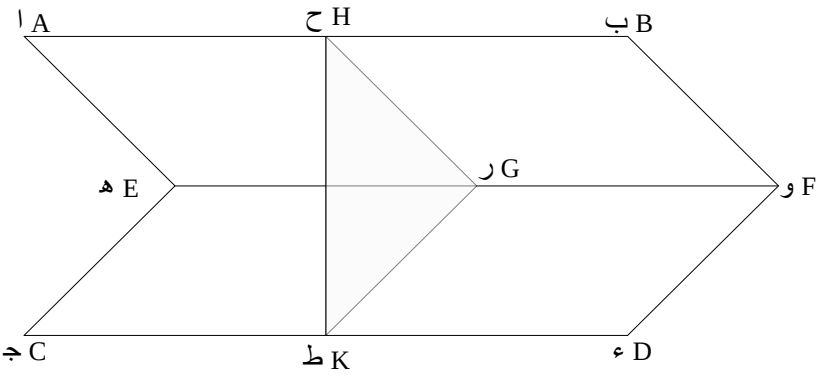
(VII. Ktb. 4. Önr. Snç.), ABD açısı dik olduğundan, CDB açısı da dik olur (I. Ktb. 25. Önr.).

Fakat ED doğrusu DB, DA doğrularına dik olduğundan, onlardan geçen düzleme de dik olup (VII. Ktb. 3. Önr.), DC doğrusuna da dik olur (VII. Ktb. 2. Tan.).

Bu durumda DC doğrusu DE, DB doğrularına dik olmakla, onlardan geçen FG düzlemine de dik olup (VII. Ktb. 3. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 6. Önerme, Teorem

İki doğru bir başka doğruya, aynı düzlem yüzey üzerinde bulunmamak üzere paralel olsa, söz konusu doğrular da birbirine de paralel olur.



Örnek: AB, CD doğru çizgileri, bir başka EF doğru çizgisine, aynı düzlem yüzey üzerinde bulunmamak üzere paralel olsa, AB, CD doğruları da paralel olur.

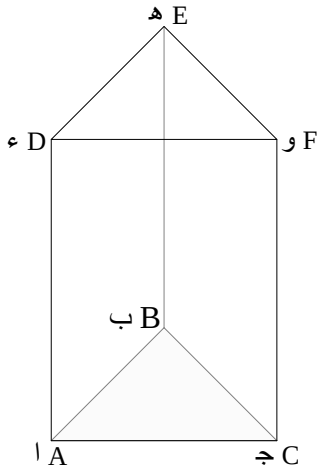
Çünkü EF doğrusu üzerinde rastgele G noktası belirlenip, AF, ED düzlemlerine, söz konusu noktadan EF doğrusuna GH, GK dikmeleri çıkıldığında, EF doğrusu işbu dikmelerden geçen HGK düzlemine dik {172}
olur (VII. Ktb. 3. Önr.).

İmdi AB, EF doğruları varsayım gereği paralel olup, EF doğrusu HGK düzlemine dik olduğundan, diğer paralel AB de söz konusu düzleme dik olur (VII.

Ktb. 5. Önr.) ve bu şekilde kanıtlanır ki CD doğrusu da HGK düzlemine dik olup, aynı düzleme dik olan iki doğru birbirine paralel olduğundan (VII. Ktb. 4. Önr.), AB, CD doğruları da paralel olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 7. Önerme, Teorem

Kesişen iki doğru kesişen diğer iki doğruyla aynı düzlem yüzeyde bulunmamak üzere parallel olsa, bu doğruların komşu olduğu açılar da birbirine eşit olur.



Örnek: B noktasında kesişen AB, BC doğruları, E noktasında kesişen DE, EF doğrularına aynı düzlem yüzey üzerinde bulunmamak üzere paralel olsa, bu doğruların komşu oldukları ABC, DEF açıları da birbirine eşit olur.

Çünkü ED, EF doğruları, BA, BC doğrularına karşılıklı eşit çizilip, AD, CF, BE, AC, DF doğruları da birleştirildiğinde, AB, DE doğruları varsayım gereği hem eşit hem de paralel olduğundan, AD, BE doğruları da hem eşit hem de paralel olurlar (I. Ktb. 29. Önr.).

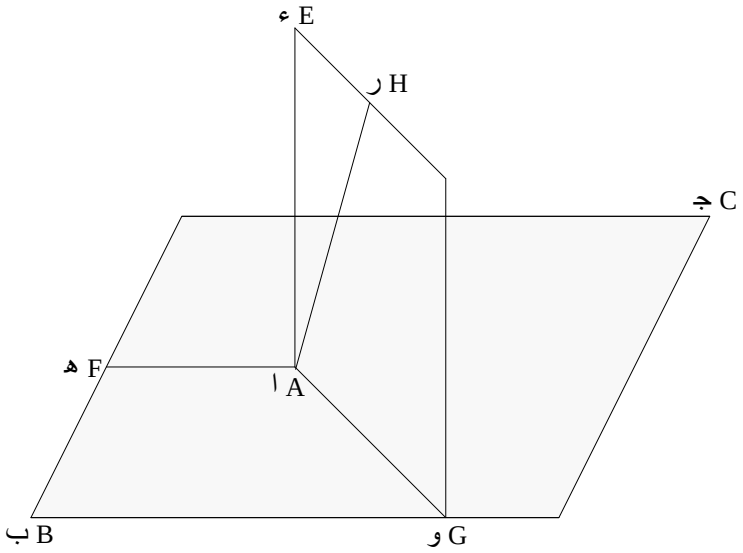
Ve bu şekilde kanıtlanır ki CF doğrusu BE doğrusuna hem eşit hem de paralel olmakla, AD doğrusu da CF doğrusuna hem eşit ve hem paralel olur (VII. Ktb. 6. Önr.).

İmdi eşit ve paralel iki doğrunun arasını birleştiren doğrular hem eşit ve hem de paralel olduğundan (I. Ktb. 29. Önr.), AC doğrusu da DF doğrusuna hem eşit, hem de paralel olup, CAB üçgenindeki her bir kenar, FDE üçgenindeki her bir kenara eşit olmakla, ABC açısı DEF {173}

açısına eşit olup (I. Ktb. 7. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 8. Önerme, Problem

Bir düzlem yüzey üzerinde bulunduğu varsayılan bir noktadan, söz konusu düzleme dikme çıkmanın yoludur:



Örnek: BC düzlemi üzerinde bulunduğu varsayılan A noktasından, söz konusu düzleme bir dikme uzatılmak istense, önce BC düzlemi dışında rastgele E noktası belirlenip, EA birleştirilsin, sonra söz konusu düzlem üzerindeki A noktasından EA doğrusuna AF dikmesi uzatıldığında, eğer bu düzlem üzerinde, EA doğrusuyla kesişen AF doğrusundan başka herhangi bir doğruya EA doğrusu dik olursa, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Ve eğer dik değil ise, BC düzlemi üzerinde AF çizgisine AG dikmesi çizilip, E, G, A noktalarından geçen EG düzlemi üzerinde, AG doğrusuna AH dikmesi de çizildiğinde, işbu AH dikmesi BC düzlemine dik olur.

Çünkü AF doğrusu EA, AG doğrularına çizim gereği dik olduğundan, onlardan geçen EG düzlemine de dik olmakla (VII. Ktb. 3. Önr.), aynı düzlem yüzeyde kesişen tüm doğru çizgilere, kesişme noktasında başka bir doğru dik olsa, bu doğru söz konusu düzleme de dik olup (VII. Ktb. 2. Tan.), AF doğrusu AH doğrusuna dik olur.

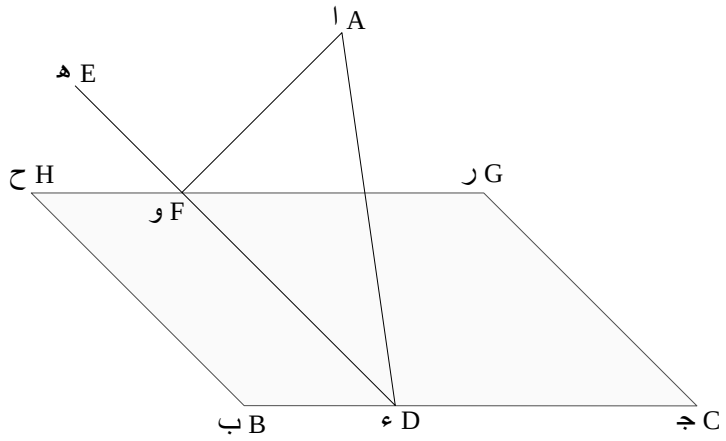
İmdi AH doğrusu AF, AG doğrularına dik olduğundan, onların geçtiği BC düzlemine de dik olup (VII. Ktb. 3. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 9. Önerme, Problem

Bir düzlem yüzeye, yüzeyin üstünde [dışında] bulunduğu varsayılan bir noktadan

{174}

dik bir doğru indirmenin yoludur:



Örnek: BG düzleminin üstünde [dışında] olduğu varsayılan A noktasından, bu düzlem üzerine dik doğru indirilmek istensin.

Önce BG düzlemi üzerinde varsayılan herhangi BC doğrusuna DA dikmesi çıkıldığında, eğer bu dikme düzleme dik ise, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Ve eğer değil ise, BG düzlemi üzerinde BC doğrusuna DE dikmesi çizilip, DE ye de AF dikmesi indirildiğinde, AF doğrusu BG düzlemine dik olur.

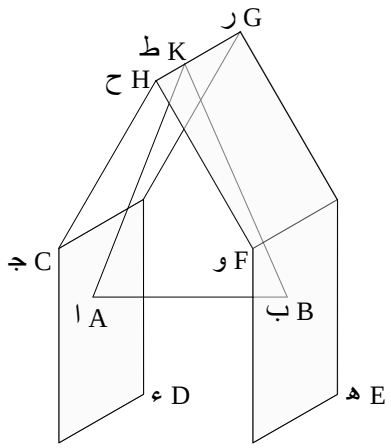
Çünkü F noktasından geçen BC doğrusuna paralel HG doğrusu çizildiğinde, BC doğrusu DA, DE doğrularına dik olduğundan, onlardan geçen düzleme de dik olur (VII. Ktb. 3. Önr.).

Ve keza BC, HG doğruları çizim gereği paralel olup, bu iki doğrudan BC doğrusu ADF düzlemine dik olduğundan, diğer paralel HG doğrusu da söz konusu düzleme dik olup (VII. Ktb. 5. Önr.), aynı düzlem yüzey üzerinde kesişen tüm doğru çizgilere, kesişme noktasında başka bir doğru çizgi dik olsa, bu doğru söz konusu düzleme de dik olduğundan (VII. Ktb. 2. Tan.), HG doğrusu AF doğrusuna dik olur.

İmdi AF doğrusu HG, DE doğrularına F kesişme noktasında dik olduğundan, söz konusu doğruların geçtiği BG düzlemine de dik olup (VII. Ktb. 3. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 10. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi iki düzlem yüzeyin her birine dik olsa, bu düzlemler birbirine paralel olur.



Örnek: AB doğru çizgisi CD, EF dörtgenlerine dik olsa {175}

bu düzlemler birbirine paralel olurlar.

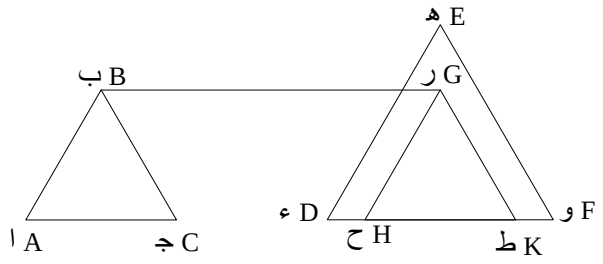
Çünkü değil ise, söz konusu iki düzlem kesişinceye değin uzatılıp, GH ortak kesiti üzerinde rastgele K noktası belirlenip, KA, KB doğruları da birleştirildiğinde, AB doğrusu EF düzlemine varsayım gereği dik olduğundan, söz konusu düzlem üzerinde bulunan KB doğrusuna da dik olup (VII. Ktb. 2. Tan.), ABK açısı dik olur.

Keza, AB doğrusu CD düzlemine varsayım gereği dik olduğundan, KA doğrusuna da dik olmakla, BAK açısı dik olup, BKA üçgeninde ABK, BAK açıları toplamının iki dik açıya eşit olması gerekir, bu ise çelişkidir (I. Ktb. 28. Önr.).

Bu nedenle CD, EF düzlemleri aslen kesişmeyip, paralel olup (VII. Ktb. 2. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 11. Önerme, Teorem

Birbiriyle kesişen herhangi iki doğru çizgi, birbiriyle kesişen başka iki doğru çizgiye aynı düzlemde olmayacak şekilde paralel olsa, işbu paralellerden geçen düzlemler de birbirine paralel olur.



Örnek: Birbiriyle B noktasında kesişen AB, BC doğruları, E noktasında kesişen diğer DE, EF doğrularıyla aynı düzlem yüzey üzerinde olmayacak şekilde paralel olsalar, işbu paralellerden geçen ABC, DEF düzlemleri de birbirine paralel olurlar.

Çünkü B noktasından DEF düzlemine BG dikmesi uzatılıp (VII. Ktb. 9. Önr.), DE, EF doğrularına paralel HG, GK doğruları da çizildiğinde (I. Ktb. 27. Önr.), BG doğrusu DEF düzlemine çizim gereği dik olduğundan, onunla kesişen HG, GK doğrularına da dik olur (VII. Ktb. 2. Tan.).

İmdi HG doğrusu çizim gereği DE doğrusuna yahut AB doğrusuna paralel {176}

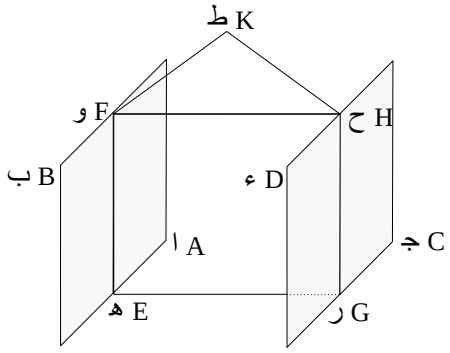
olup (VII. Ktb. 6. Önr.), onları BG doğrusu kestiğinden, BGH, GBA açılarının toplamı iki dik açıya eşit olur (I. Ktb. 25. Önr.).

Fakat bundan önce kanıtlandığı şekilde, BGH açısı dik olduğundan, GBA açısı da dik olup, GB doğrusu BA doğrusuna dik olur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki GB doğrusu BC doğrusuna dik olmakla, GB doğrusu BA, BC doğrularının her birine dik olup, onlardan geçen ABC düzlemine de dik olduğundan (VII. Ktb. 3. Önr.), ABC, DEF düzlemleri birbirine paralel olup (VII. Ktb. 10. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 12. Önerme, Teorem

Bir düzlem yüzey birbirine paralel başka iki düzlem yüzeyi kesse, ortak kesitler de birbirine paralel olur.



Örnek: EGHF düzlem yüzeyi AB, CD düzlem yüzeylerini kesse, EF, GH ortak kesitleri de birbirine paralel olur.

Çünkü EF, GH doğruları paralel değil ise, iki tarafından uzatıldığında ya FH tarafında yahut EG tarafında birbiriyle kesişirler, diyelim ki FH tarafına uzatıldığında birbiriyle K noktasında kesişseler.

İmdi EFK doğrusunun tamamı AB düzlemi üzerinde yahut uzatılan sözkonusu düzlem üzerinde bulunduğundan, K noktası da söz konusu düzlem üzerinde bulunur.

Ve bu şekilde kanıtlanır ki söz konusu nokta CD düzlemi üzerinde de bulunup, işbu K noktası AB, CD düzlemlerinden her biri üzerinde bulunmakla, söz konusu düzlemler uzatıldığında söz konusu noktada kesişirler.

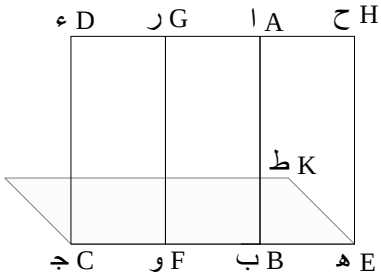
Fakat söz konusu iki düzlem varsayım gereği paralel olduklarından, hem kesişip ve hem de paralel olmaları gerekir, bu ise çelişkidir, bu nedenle EF, GH

{177}

doğruları FH tarafında kesişemezler ve bu şekilde kanıtlanır ki EG tarafında da kesişmemekle birbirlerine paralel olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 13. Önerme, Teorem

Bir doğru çizgi bir düzlem yüzeye dik olsa, bu doğrudan geçen bütün düzlemler de söz konusu düzleme dik olurlar.



Örnek: AB doğru çizgisi CK düzlem yüzeyine dik olsa, söz konusu doğrudan geçen bütün düzlemler de CK düzlemine dik olur.

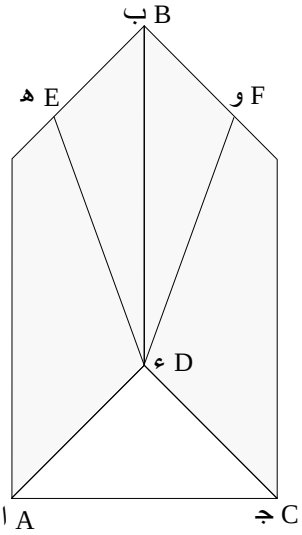
Çünkü AB doğrusundan geçen herhangi ED düzleminden CE ortak kesiti üzerine herhangi GF dikmesi indirildiğinde, AB doğrusu CK düzlemine varsayım gereği dik olduğundan, CE ortak kesitine de dik olup (VII. Ktb. 2. Tan.), ABF açısı dik olur.

İmdi AB, GF doğruları aynı düzleme dik olup, ABF, GFB açılarından her biri dik olduğundan, söz konusu doğrular da birbirine paralel olup (VII. Ktb. 4. Önr.), GF doğrusu CK düzlemine dik olur (VII. Ktb. 5. Önr.).

Fakat aynı düzlem üzerine çizilen bütün doğru çizgiler ortak kesite dik olup, başka bir düzleme de dik olsalar, işbu düzlemler birbirine dik olmakla (VII. Ktb. 3. Tan.), ED, CK düzlemleri de birbirine dik olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VII. Kitap, 14. Önerme, Teorem

Birbiriyle kesişen iki düzlem yüzeyden her biri başka bir düzleme dik olsa, kesişen düzlemlerin ortak kesiti de söz konusu düzleme dik olur.



Örnek: AB, CB kesişen düzlemlerinden her biri, başka bir ACD düzlemine dik olsalar, onların ortak kesiti olan BD de ACD düzlemine {178}
dik olur.

Çünkü değil ise, AB düzleminin AD ortak kesitine DE dikmesi uzatılıp, CB düzleminin de DC ortak kesitine DF dikmesi uzatıldığında, AB düzlemi ACD düzlemine dik olur (VII. Ktb. 3. Tan.).

Ve keza CB düzlemi ACD düzlemine varsayım gereği dik olduğundan, DF de ACD düzlemine dik olur (VII. Ktb. 3. Tan.).

İmdi her iki doğru çizgi aynı düzleme dik olsa, bu doğrular birbirine paralel olduğundan (VII. Ktb. 4. Önr.), DE, DF doğrularının hem paralel olmaları ve hem de kesişmeleri gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu durumda, DE, DF doğruları ACD düzlemine dik olamazlar ve bu şekilde kanıtlanır ki BD doğrusundan başka hiç bir doğru ACD düzlemine dik olamaz, bu yüzden BD ortak kesiti dik olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {178}

SEKİZİNCİ KİTAP

VIII. Kitap

Tanımlar

1- Küresel açı diye, aynı düzlem üzerinde bulunmamak koşuluyla bir noktada birleşen ikiden fazla düzlem açının çevrelemesinden oluşan açıya denilir.

2- Benzer cisimler diye, eşit sayıda benzer düzlem yüzey tarafından meydana getirilen ve küresel açıları da karşılıklı olarak eşit olan cisimlere denilir.

3- Prizma, paralel düzlem yüzeylerin çevrelemesinden oluşup, iki ucunda bulunan düzlemler hem paralel, hem benzer ve hem de eşit olan bir cisimdir.

4- Paralelkenarlar prizması diye, altı paralelkenarın çevrelemesinden oluşan ve karşılıklı her iki paralelkenarı hem paralel, hem benzer ve hem de eşit olan şekle denir.

5- Dikdörtgenler prizması paralel yüzeylerden meydana gelir, ki bu yüzeyler dikdörtgen olup birbirine de diktir.

6- Küp öyle bir prizmadır ki, altı eşit karenin çevrelemesinden meydana gelir ve bu kareler birbirine diktir.

7- Piramid, tabanı doğru çizgili herhangi bir şekil olup, kenarları üzerinde bulunan üçgenlerin çevrelemesinden meydana gelmesi nedeniyle, bu üçgenlerin birleştiği tepe noktası taban yüzeyi dışında bulunan bir cisimdir. {181}

8- Silindir, eşit ve paralel iki dairenin merkezlerini birleştiren doğru çizgiye paralel bir çizginin, bu dairelerin çevresinde döndürülmesiyle ortaya çıkan yüzeyin çevrelediği bir cisimdir.

İmdi bu dairelerin merkezleri arasını birleştiren eksenin çizdiği çizgi silindir olup, eğer söz konusu eksen daire yüzeylerine dik ise dik silindir, değil ise eğik silindirdir.

9- Koni, tabanı daire olup, daire yüzeyi dışındaki sabit bir noktadan çıkan bir doğru çizgi bu dairenin çevresi üzerinde döndürüldüğünde, meydana gelen yüzeyin çevrelemesinden oluşan bir cisimdir.

İmdi söz konusu nokta ile daire merkezini birleştiren eksen koni olup, eğer bu eksen daire yüzeyine dik ise koni dik koni, değil ise eğik konidir.

10- Benzer silindirler yahut benzer konilerin yükseklikleri ve taban çapları orantılı olur.

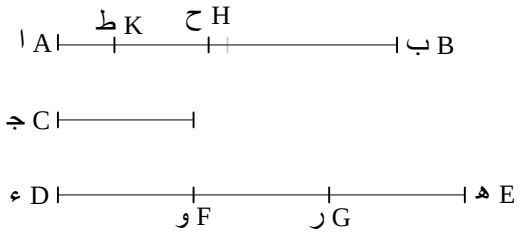
11- Küre, bir yarım dairenin çapı sabit olup, bu çap üzerinde yarım dairenin daha önceki konumuna gelinceye kadar döndürülmesinden meydana gelen bir cisimdir.

İmdi sabit kalan çap söz konusu kürenin ekseni olup, yarım dairenin merkezi de kürenin merkezi olur.

12- Küre çapı, kürenin merkezinden geçen ve iki ucu da küre yüzeyinde sona eren bir doğru çizgidir. {182}

VIII. Kitap, Fayda 1[294]

Her sınırlı iki miktarın büyüğünden kendi yarısından fazlası çıkarılıp, geriye kalandan da [gene] kendi yarısından fazlası çıkarılsa ve keza aynı şekilde çıkarılmaya devam edilse, geriye bir miktar kalır ki söz konusu iki miktarın küçük olanından dahi küçük olur.



[294] Bonnycastle'da 1. Önerme, Lemma.

Örnek: AB, C gibi sınırlı iki miktardan büyük olan AB'den kendi yarısından fazlası çıkarılıp, geriye kalandan da kendi yarısından fazlası çıkarılsa ve bu şekilde devam edilse, geriye bir miktar kalır ki C miktarından dahi küçük olur.

Çünkü AB, C miktarları varsayım gereği orantılı olduğundan, önce C miktarının DE katı, AB miktarından büyük olacak şekilde alınsın.

İmdi DE katı, C miktarına eşit DF, FG, GE kısımlarına bölünüp, AB miktarından kendi yarısından fazlası, BH çıkarıldıktan sonra, geriye kalan AH'den de kendi yarısından fazlası olan HK çıkarılır ve keza DE miktarının kısımları kadar AB miktarından bu şekilde çıkarılsın. [DE miktarının kısım sayısı ile AB miktarındaki çıkarma sayısı eşit olsun]

Bu durumda AB miktarından DE çizim gereği büyük olup, AB miktarından kendi yarısından fazla olan BH çıkarılıp, DE miktarından da kendi yarısından fazla olmayan EG çıkarıldığında, geriye kalan GD, diğer geriye kalan olan HA miktarından büyük olur.

Keza HA miktarından kendi yarısından fazla olan HK {183}

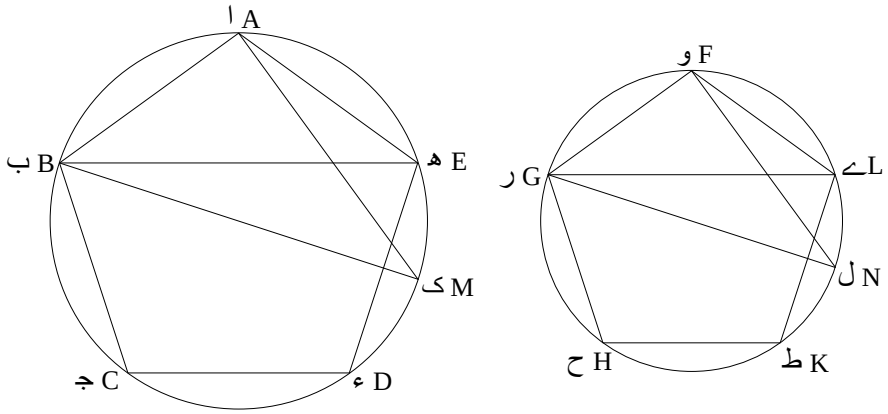
çıkarılıp, GD miktarından da kendi yarısından fazla olmayan GF çıkarıldığında, geriye kalan FD, diğer geriye kalan olan KA miktarından fazla olur.

Fakat FD çizim gereği C miktarına eşit olduğundan, KA da C miktarından küçük olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 1. Önerme, Teorem[295]

İki dairenin içine çizilen ve benzer olan çokgenlerin birbirine oranı, söz konusu dairelerin çaplarının karelerinin birbirine oranı gibidir.

[295] Bonnycastle'da 2. Önerme, Teorem.



Örnek: ABD, FGK daireleri içine çizilen ve benzer olan ABCDE, FGHKL çokgenlerinin birbirine oranı, BM, GN çaplarının karelerinin birbirine oranı gibidir.

Çünkü BE, AM, GL, FN doğruları çizildiğinde, söz konusu şekiller varsayım gereği benzer olup, BAE açısı GFL açısına eşit olduğundan, AB'nin AE'ye oranı GF'nin FL'ye oranı gibi olur (VI. Ktb. 1. Tan.).

İmdi ABE, FGL üçgeninde BAE, GFL açıları eşit olup, bu açılara komşu olan kenarlar da orantılı olduğundan, AEB açısı FLG açısına eşit olur (VI. Ktb. 6. Önr.).

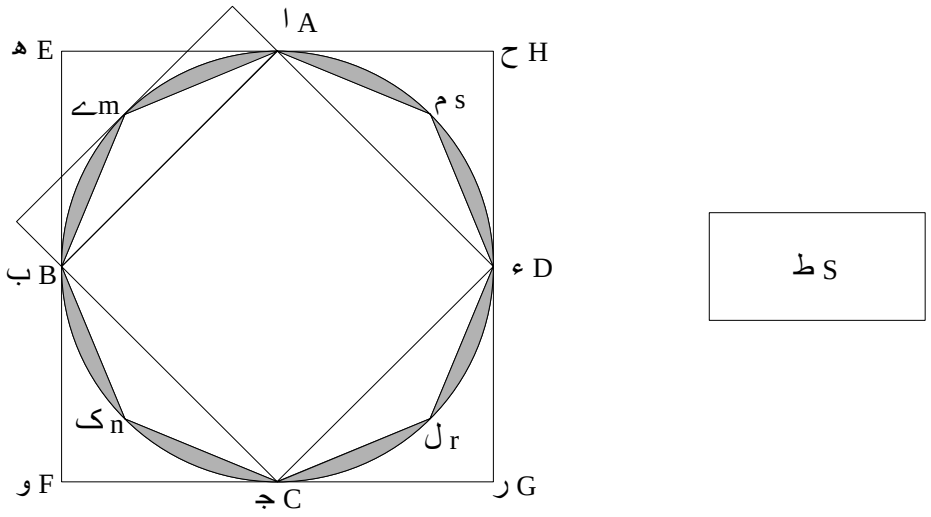
Fakat AEB, AMB açıları eşit olup, FLG, FNG açıları da eşit olduğundan (III. Ktb. 15. Önr.), AMB açısı FNG açısına eşit olur.

Ve keza BAM, GFN açıları dik olup (III. Ktb. 16. Önr.), MBA açısı NGF açısına eşit olduğundan (I. Ktb. 28. Önr. Snç. 1), BM:GN :: BA:GF olur.

İmdi ABCDE şeklinin FGHKL şekline oranı BA karesinin GF karesine oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 28. Önr.), söz konusu şekillerin birbirine oranı BM karesinin GN karesine oranı gibi olup (VI. Ktb. 20. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur. {184}

VIII. Kitap, 2. Önerme, Teorem[296]

Daire içerisine öyle bir çokgen çizmek mümkündür ki söz konusu daire ile söz konusu çokgen arasındaki fark, varsayılan herhangi bir miktardan küçük olur.



Örnek: ABCD dairesi içerisine öyle bir çokgen çizmek mümkündür ki söz konusu daire ile söz konusu çokgen arasındaki fark, varsayılan herhangi bir ***S*** miktarından küçük olur.

Çünkü AC, EG karelerinden birisi ABCD dairesi içerisinde ve diğeri bu dairenin üzerine çizilip (IV. Ktb. 6, 7. Önr.), AB, BC, CD, DA yayları m, n, r, s noktalarında yarıya bölünsün (III. Ktb. 23. Önr.).

Sonra Am, mB, Bn, nC, Cr, rD, Ds, sA çizildiğinde, AC karesi EG karesinin yarısı olup (I. Ktb. 32. Önr.), EG karesi ABCD dairesinden büyük olduğundan, AC karesi de söz konusu dairenin yarısından büyük olur.

Ve keza m, n, r, s noktalarından geçen teğetler çizilip, AB, BC, CD, DA doğruları üzerine paralelkenarlar çizildiğinde, AmB, BnC, CrD, DsA üçgenlerinden her biri bulundukları paralelkenarların yarısı olup (I. Ktb. 32. Önr.), her daire

[296] Bonnycastle'da 3. Önerme, Teorem.

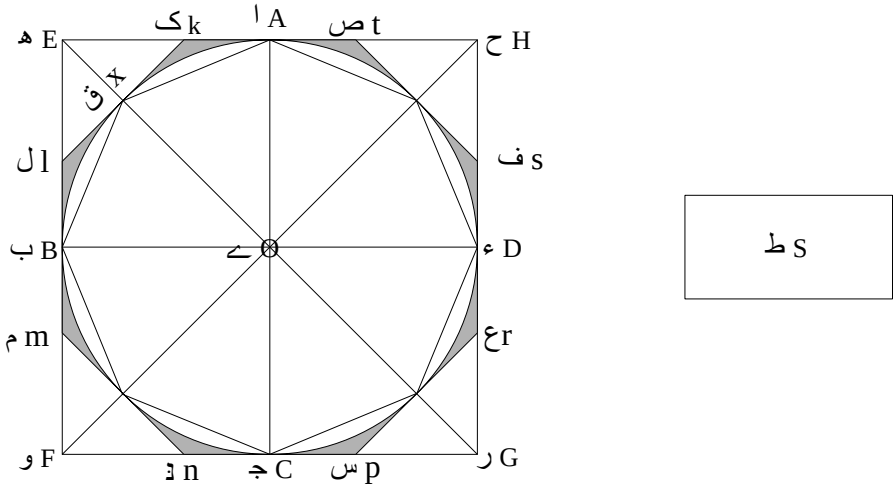
kesmesi kendi üzerlerine çizilen paralelkenarlardan küçük olmakla, söz konusu üçgenlerden her biri de bulundukları [daire] kesmelerin yarısından büyük olur.

İmdi Am, mB, Bn, nC, Cr, rD, Ds, sA yayları birer kez daha yarıya bölünüp, işbu yarıya bölünme noktalarına birer doğru çizgi çekilsin ve hakeza ardarda yaylar yarıya bölünüp ve doğru çizgiler çekildiğinde, ortaya çıkan üçgenler bulundukları [daire] kesmelerin yarısından büyük olur.

İmdi ABCD dairesi ***S*** miktarından büyük olup, söz konusu dairenin {185} yarısından fazlası olan AC karesi çıkarılıp, geriye kalan [daire] kesmelerin toplamı ***S*** miktarından küçük olup (VIII. Ktb. Fayda 1), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 3. Önerme, Teorem[297]

Daire üzerine öyle bir çokgen çizmek mümkündür ki söz konusu daire ile söz konusu çokgen arasındaki fark, varsayılan herhangi bir miktardan küçük olur.



Örnek: ABCD dairesi üzerine öyle bir çokgen çizmek mümkündür ki söz konusu daire ile söz konusu çokgen arasındaki fark, varsayılan herhangi bir ***S*** miktarından küçük olur.

[297] Bonnycastle'da 4. Önerme, Teorem.

Çünkü ABCD dairesi üzerine EFGH karesi çizilip (IV. Ktb. 7. Önr.), AB, BC, CD, DA yayları OE, OF, OG, OH doğrularıyla yarıya bölünsün.

Sonra işbu noktalardan kl, mn, pr, st teğetleri de çizildiğinde, Exk açısı dik olmakla (III. Ktb. 12. Önr.), Ek doğrusu kx doğrusundan yahut ona eşit kA doğrusundan uzun olur (I. Ktb. 17. Önr.).

Fakat yükseklikleri aynı olan üçgenlerin birbirine oranı, tabanlarının birbirine oranı gibi olmakla (VI. Ktb. 1. Önr.), Ek tabanı kA tabanından uzun olduğundan, Exk üçgeni kxA üçgeninden büyük olup, eğri çizgili ExA miktarının yarısından da büyük olur.

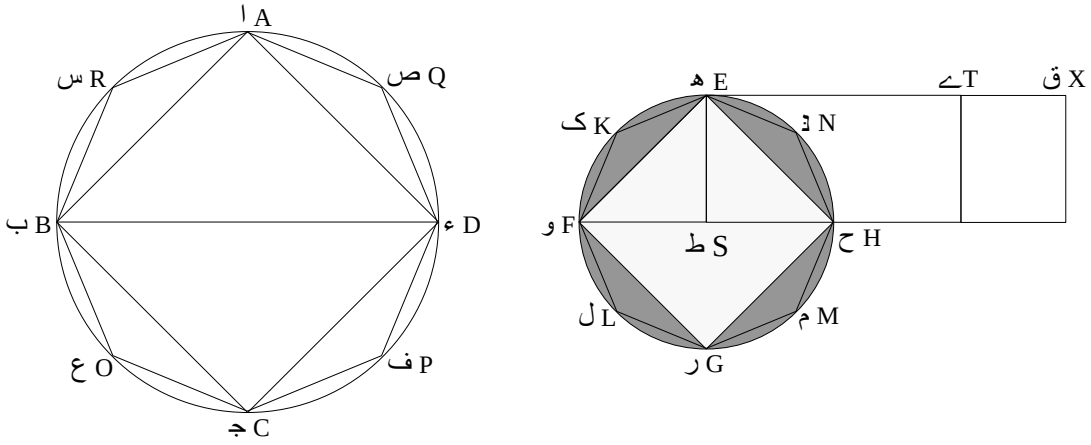
Ve bu şekilde kanıtlanır ki geriye kalan üçgenler de bulundukları eğri çizgili miktarın yarısından büyük olup, Ax, xB ve geri kalan yaylar birer kez daha yarıya bölündüğünde, ortaya çıkan üçgenler bulundukları eğri çizgili {186}
miktarların yarılarından büyük olur.

İmdi ABCD dairesiyle EFGH karesinin farkı ***S*** miktarından büyük olup ve söz konusu farkın yarısından fazlası çıkarılıp ve geriye kalanın da yarısından fazlası çıkarılıp ve hakeza ardarda çıkarıldığında, sonunda geriye kalan miktar ***S*** miktarından küçük olup (VIII. Ktb. Fayda 1), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 4. Önerme, Teorem[298]

İki dairenin birbirine oranı, çaplarının karelerinin birbirine oranı gibidir.

[298] Bonnycastle'da 5. Önerme, Teorem.



Örnek: ABCD, EFGH dairelerinin birbirine oranı, onların BD, FH çaplarının karelerinin birbirine oranı gibidir.

Çünkü değil ise, BD karesinin FH karesine oranı, ABCD dairesinin EFGH dairesine oranından ya küçük ya da büyük olan bir miktara oranı gibi olur.

Eğer EFGH dairesinden küçük olan miktar ST olsa, söz konusu dairelerin içine bir şekilde ROPQ, KLMN benzer çokgenleri çizilsin ki KLMN şekliyle EFGH dairesi arasındaki fark, yine o daire ile ST arasında arasındaki farktan küçük olsun (VIII. Ktb. 2. Önr.). Bu durumda KLMN şekli ST miktarından büyük olur.

İmdi varsayım gereği BD karesi:FH karesi :: ROPQ şekli:KLMN şekli olup (VIII. Ktb. 1. Önr.) ve keza BD karesi:FH karesi :: ABCD dairesi: ST miktarı olduğundan, ABCD dairesi: ST miktarı:: ROPQ şekli:KLMN şekli olur (V. Ktb. 11. Önr.).

Fakat ABCD dairesi kendi içerisinde bulunan ROPQ şeklinden büyük olduğundan, bundan önce küçük kabul edilen ST miktarının da KLMN şeklinden büyük olması gerekir; bu ise çelişki olup, bu şekilde kanıtlanır ki FH karesinin BD karesine oranı, EFGH dairesinin ABCD dairesinden küçük {187}
bir miktara oranı gibi olması da çelişki olur.

Ve eğer EFGH dairesinden büyük olan miktar SX olup, BD karesinin FH karesine oranı ABCD dairesinin SX miktarına oranı gibi olsa, tersini alma yöntemiyle de FH karesi: BD karesi:: SX miktarı:ABCD dairesi olur (V. Ktb. 7. Önr.).

Fakat SX miktarı EFGH miktarından varsayım gereği büyük olduğundan, SX miktarının ABCD dairesine oranı EFGH dairesinin ABCD dairesine oranından daha küçük bir miktar olup (V. Ktb. 14. Önr.), FH karesinin BD karesine oranı EFGH dairesinin ABCD dairesine oranından küçük bir miktar olması gerekir, bunun çelişik olduğu biraz önce kanıtlandı.

İmdi BD karesinin FH karesine oranı, ABCD dairesinin EFGH dairesine oranından ya küçük ya da büyük bir miktara oranı gibi olmadığından, BD karesinin FH karesine oranı ABCD dairesinin EFGH dairesine oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

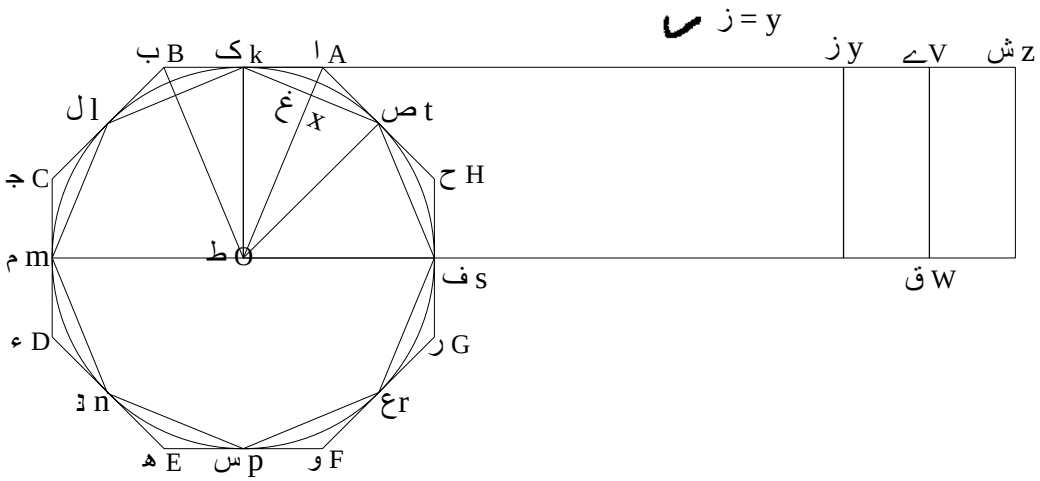
Sonuç 1: Dairelerin birbirine oranı, onların yarıçaplarının karelerinin birbirine oranı gibidir (V. Ktb. 13. Önr).

Sonuç 2: Eğer üç dairenin çapları yahut yarıçapları bir dik üçgenin kenarlarına sırasıyla eşit olsalar, çapı yahut yarıçapı hipotenüse eşit olan daire, geriye kalan dairelerin toplamına eşit olur (II. Ktb. 14. Önr.).

VIII. Kitap, 5. Önerme, Teorem[299]

Daire çevresinin yarısına eşit olan bir doğru çizginin, söz konusu dairenin yarıçapıyla oluşturduğu dikdörtgen bu daireye eşittir.

[299] Bonnycastle'da 6. Önerme, Teorem.



Örnek: kmps daire çevresinin yarısına eşit olan OW doğru çizgisinin, bu dairenin yarıçapıyla oluşturduğu OV dikdörtgeni, söz konusu daireye eşittir.

Çünkü değil ise, bu dairenin söz konusu dikdörtgenden ya büyük ya da küçük olması gerekir, eğer kmps {188}

dairesi OV dikdörtgeninden büyük olsa, söz konusu daireye eşit Oz dikdörtgeni çizilip, bu daire içerisine bir şekilde lnrt çokgeni de çizilsin ki söz konusu daire ile işbu çokgen arasındaki fark Wz miktarından küçük olsun (VIII. Ktb. 2. Önr.).

İmdi kOt üçgeni kx yarım tabanı ile Ox dikmesinin oluşturduğu dikdörtgene eşit olduğundan (I. Ktb. 32. Önr.), söz konusu çokgen de kendi kenar toplamlarının yarısıyla Ox dikmesinin oluşturduğu dikdörtgene eşit olur (8. Aks.).

Ve keza söz konusu daire çevresinin yarısına eşit olan OW doğru çizgisi bu daire içerisine çizilen herhangi bir çokgenin kenar toplamlarının yarısından uzun olup, Ok de Ox doğrusundan uzun olduğundan (I. Ktb. 17. Önr.), OV dikdörtgeni lnrt çokgeninden büyük olur.

Fakat işbu çokgen ile söz konusu daire yahut varsayım gereği ona eşit olan Oz dikdörtgeni ile arasındaki fark Wz miktarından çizim gereği küçük olup, OV, Oz

dikdörtgenleri arasındaki fark da Wz olduğundan, bundan önce küçüklüğü kanıtlanan lnrt çokgeninin OV dikdörtgeninden büyük olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu nedenle kmps dairesi OV dikdörtgeninden büyük olamaz ve eğer kmps dairesi OV dikdörtgeninden küçük olsa, söz konusu daireye eşit Oy dikdörtgeni çizilip, bu daire üzerine aynı şekilde BDFH çokgeni de çizilsin ki söz konusu daire ile işbu çokgen arasındaki fark Wy miktarından küçük olsun (VIII. Ktb. 3. Önr.).

İmdi BOA üçgeni Bk taban yarısıyla Ok dikmesinin oluşturduğu dikdörtgene eşit olduğundan, çizilen çokgen de kendi kenar toplamlarının yarısı ile Ok dikmesinin oluşturduğu dikdörtgene eşit olur (8. Aks.).

Ve keza söz konusu daire çevresinin yarısına eşit {189}
olan OW doğru çizgisi bu daire üzerine çizilen herhangi bir çokgenin kenar toplamları yarısından kısa olup, Ok dikmesi de ortak olduğundan, OV dikdörtgeni BDFH çokgeninden küçük olur.

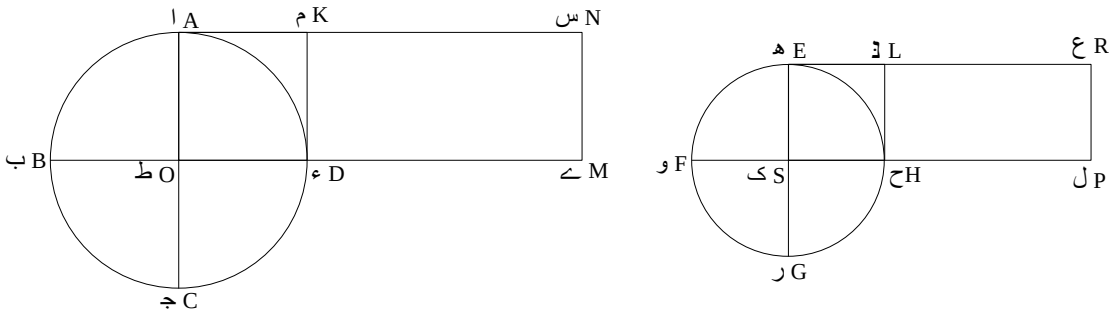
Fakat işbu çokgen ile söz konusu daire yahut varsayım gereği ona eşit olan Oy dikdörtgeni arasındaki fark Wy miktarından çizim gereği küçük olup, OV, Oy dikdörtgenleri arasındaki fark da Wy olduğundan, bundan önce küçüklüğü kanıtlanan OV dikdörtgeninin BDFH çokgeninden büyük olması gerekir, bu ise çelişkidir.

Bu yüzden kmps dairesi OV dikdörtgeninden ne büyük ve ne de küçük olduğundan, ona eşit olması gerekip, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 6. Önerme, Teorem[300]

İki daire çevresinin birbirine oranı, çaplarının birbirine oranı gibidir.

[300] Bonnycastle'da 7. Önerme, Teorem.



Örnek: ABCD, EFGH daire çevrelerinin birbirine oranı, BD, FH çaplarının birbirine oranı gibidir.

Çünkü sırasıyla DAB, HEF yarım daire çevrelerine eşit olmak üzere OM, SP doğru çizgileri uzatılıp, OK, SL kareleri de çizilsin (II. Ktb. 1. Önr.).

Sonra ON, SR dikdörtgenleri tamamlandığında, sırasıyla ABCD, EFGH dairelerine ON, SR dikdörtgenleri eşit olup (VI. Ktb. 5. Önr.) ve keza dairelerin birbirine oranı yarıçapları karelerinin birbirine oranı gibi olduğundan (VIII. Ktb. 4. Önr. Snç. 1), ON'nin OK'ye oranı SR'nin SL'ye oranı gibi olur (V. Ktb. 9. Önr.).

Fakat ON:OK :: OM:OD olup (VI. Ktb. 1. Önr.) ve keza SR:SL :: SP:SH olduğundan, OM:OD :: SP:SH olup, bedel yöntemiyle de OM:SP :: OD:SH olur.

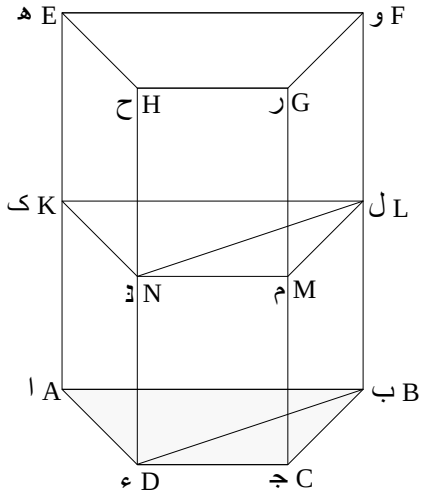
İmdi her iki miktarın birbirine {190}

oranı, eşit katlarının birbirine oranı gibi olduğundan (V. Ktb. 13. Önr.), OM'nin iki katının SP'nin iki katına oranı OD'nin iki katının SH'nin iki katına oranı gibi olur.

Fakat OM'nin ve SP'nin iki katları, sırasıyla ABCD, EFGH daireleri çevrelerine çizim gereği eşit olup, OD'nin ve SH'nin iki katları da söz konusu dairelerin BD, FH çaplarına eşit olduğundan, ABCD, EFGH daireleri çevrelerinin birbirine oranı, BD, FH çaplarının birbirine oranı gibi olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 7. Önerme, Teorem[301]

Herhangi bir prizma, tabanına paralel bir düzlem ile kesilse, kesilen kısım da söz konusu tabana hem eşit, hem benzer olur.



Örnek: AG prizması ABCD tabanına paralel bir düzlem ile kesilsin; ortaya çıkan KLMN kesik kısmı ABCD tabanına hem eşit, hem de benzer olur.

Çünkü NL, DB çizildiğinde, KM, AC düzlemleri çizim gereği paralel olup, onları da AN düzlemi kestiğinden, KN, AD ortak kesitleri paralel olur (V. Ktb. 12. Önr.).

Ve keza AK, DN doğruları paralel olduğundan (VIII. Ktb. 3. Tan.), AN şekli paralelkenar olup, KN, AD doğruları eşit olur (I. Ktb. 30. Önr.) ve bu şekilde kanıtlanır ki KL doğrusu AB doğrusuna, LM doğrusu BC doğrusuna, MN de CD doğrusuna eşit olur.

KM düzleminde bulunan KN, KL doğruları, AC düzleminde bulunan AD, AB doğrularına sırasıyla paralel olduğundan, NKL açısı DAB açısına eşit olur (VII. Ktb. 7. Önr.).

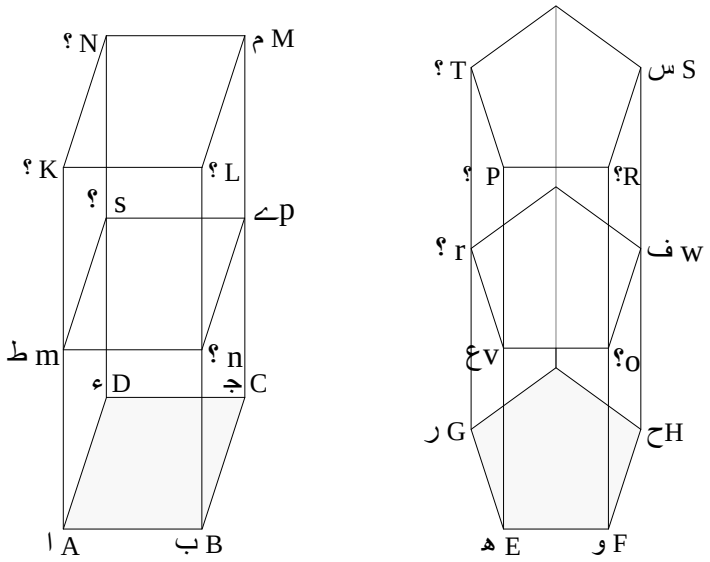
[301] Bonnycastle'da 8. Önerme, Teorem.

İmdi, KLN üçgenindeki KN, KL kenarları ve aralarındaki açı, ABD üçgenindeki AD, AB kenarları ve aralarındaki açıya eşit olduğundan, {191}
söz konusu üçgenler birbirine eşit olur (I. Ktb. 4. Önr.). Ve bu şekilde kanıtlanır ki LMN üçgeni de BCD üçgenine eşit olur.

Fakat, KLN, LMN üçgenleri toplamı KLMN kesmesine eşit olup, ABD, BCD üçgenleri toplamı da ABCD tabanına eşit olduğundan, KLMN kesmesi ABCD tabanına hem eşit ve hem benzer olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 8. Önerme, Teorem[302]

Tabanları ve yükseklikleri eşit olan bütün prizmalar birbirine eşittir.



Örnek: AM, ES prizmalarının ABCD, EFHG tabanları ve yükseklikleri eşit olursa, bu prizmalar da birbirine eşit olur.

Çünkü, söz konusu prizmalar tabanlarına paralel ve eşit büyüklükte mp, vw düzlemleriyle kesildiğinde, mp kesmesi ABCD tabanına eşit, vw kesmesi de EFHG tabanına eşit olup (VIII. Ktb. 7. Önr.), söz konusu tabanlar varsayım gereği eşit olduğundan, işbu kesmeler de birbirine eşit olur.

[302] Bonnycastle'da 9. Önerme, Teorem.

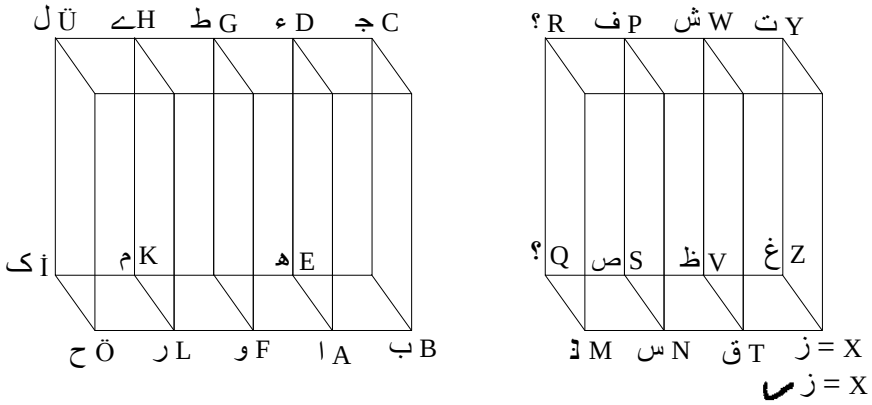
Ve bu şekilde kanıtlanır ki eşit büyüklükte olan herhangi başka kesmeler de birbirine eşit olur.

İmdi AM prizmasında bulunan herhangi bir kesme ES prizmasında bulunan herhangi bir kesmeye karşılıklı olarak eşit olduğundan, işbu kesmeler toplamından oluşan prizmalar da birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Tabanları ve yükseklikleri eşit olan herhangi bir prizma ile dikdörtgenler prizması birbirine eşittir.

VIII. Kitap, 9. Önerme, Teorem[303]

Yükseklikleri aynı olan dikdörtgenler prizmalarının [ecsam-ı mütevaziyet el-mustatilat] birbirine oranı, tabanlarının birbirine oranı gibi olur. {192}



Örnek: ED, SP yükseklikleri eşit olan AC, MP dikdörtgenler prizmalarının birbirine oranı, BE, MS tabanlarının oranı gibidir.

Çünkü, AB doğrusu uzatılıp, üzerine söz konusu doğruya eşit herhangi AF, FL, LÖ[304] kısımları alınıp ve keza MN doğrusu uzatılıp, üzerinde söz konusu doğruya eşit herhangi NT, TX kısımları da alınsın. FE, FK, Lİ ve keza NV, TZ

[303] Bonnycastle'da 10. Önerme, Teorem.

[304] Tâmânî, Bonnycastle'nin şekline sadık kalmamış ÖİÜ noktalarını eklemiştir. Bu durumu göstermek amacıyla sesli harfler kullanılmıştır.

dikdörtgenleri oluşturulup, üzerlerinde AG, FH, LÜ ve keza NW, TY dikdörtgenler prizmaları da yerleştirildiğinde, AF, FL, LÖ doğruları çizim gereği AB doğrusuna eşit olduğundan, FE, FK, Lİ dikdörtgenlerinden her biri de EB[305] diktörtgenine eşit olur (II. Ktb. 2. Önr.).

İmdi AG, FH, LÜ cisimlerinden her birinin tabanları ve yükseklikleri AC cisminin tabanı ve yüksekliğine eşit olduğundan, söz konusu cisimlerden her biri AC cismine eşit olur (VIII. Ktb. 8. Önr.).

İmdi Bİ tabanı BE tabanının her ne katı ise, BÜ cismi de AC cisminin o kadar katı olup ve keza MZ tabanı MS tabanının her ne katı ise, MY cismi de MP cisminin o kadar katı olduğundan, eğer Bİ tabanı MZ tabanından fazla ise, BÜ cismi de MY cisminden fazla olur. Ve eğer eşit ise eşit ve eğer eksik ise eksik olur.

Bu nedenle BE tabanı: MS tabanı :: AC cisimi:MP cisimi olup (V. Ktb. 5. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: İşbu önerme ile bundan önceki önermenin sonucundan açığa çıktı ki yükseklikleri eşit olan bütün {193}

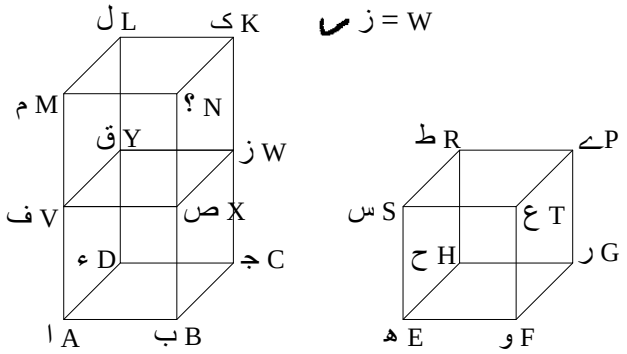
prizmaların birbirine oranı, tabanlarının oranı gibidir.

VIII. Kitap, 10. Önerme, Problem[306]

Tabanları eşit olan dikdörtgenler prizmalarının birbirine oranı, yüksekliklerinin birbirine oranı gibidir.

[305] Tâmânî'nin metninde hatalı olarak MS (ב, ص) yazılıdır.

[306] Bonnycastle'da 11. Önerme, Teorem.



Örnek: AC, EG eşit tabanları üzerinde bulunan AK, EP dikdörtgenler prizmalarının birbirine oranı, AM, ES yüksekliklerinin oranı gibidir.

Çünkü, AC tabanı üzerinde bulunan AW dikdörtgenler prizmasının AV yüksekliği, ES yüksekliğine eşit olsa, AW cismi EP cismine eşit olur (VIII. Ktb. 8. Önr.).

Ve eğer AY, AL yüzeyleri taban kabul edilirse, AK cisimi:AW cisimi :: AL tabanı:AY tabanı olur (VIII. Ktb. 9. Önr.).

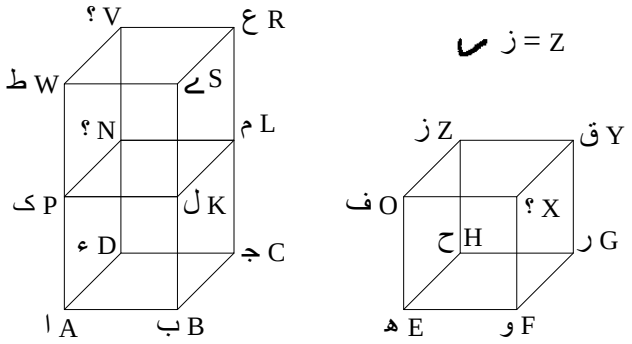
Fakat AL tabanı:AY tabanı :: AM:AV olduğundan (VI. Ktb. 1. Önr.), AK cisimi: AW cisimi :: AM yüksekliği:AV yüksekliği olur (V. Ktb. 11. Önr.).

İmdi AW, EP cisimleri eşit olup, AV, ES yükseklikleri de eşit olduğundan, AK cisiminin EP cisimine oranı AM yüksekliğinin ES yüksekliğine oranı gibi olup (V. Ktb. 9. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: İşbu önerme ile bundan önceki önermenin sonuç kısmından anlaşıldı ki tabanları eşit olan prizmaların birbirine oranı, yüksekliklerinin birbirine oranı gibidir.

VIII. Kitap, 11. Önerme, teorem[307]

Dikdörtgenler prizmaları birbirine eşit olsa, tabanları ve yüksekliklerinin oranı birebir orantılı olur ve eğer tabanları ve yükseklikleri birebir orantılı olursa bu cisimler de birbirine eşit olur. {194}



Örnek: AR, EY dikdörtgenler prizmaları birbirine eşit olsa, AC tabanının EG tabanına oranı EO yüksekliğinin AW yüksekliğine oranı gibi olur.

Çünkü, AC tabanı üzerinde bulunan AL dikdörtgenler prizmasının AP yüksekliği EO yüksekliğine eşit olsa, AL cisiminin EY cisimine oranı AC tabanının EG tabanına oranı gibi olur (VIII. Ktb. 9. Önr.).

Ve keza AR, EY cisimleri varsayım gereği eşit olduğundan, AL cismi:AR cismi :: AC:EG olur (V. Ktb. 9. Önr.).

Fakat AL cismi:AR cismi :: AP:AW olduğundan (VIII. Ktb. 10. Önr.), AC:EG :: AP:AW olur (V. Ktb. 11. Önr.), yahut AC:EG :: EO:AW olur ve eğer AC'nin EG'ye oranı EO'nun AW'ye oranıyla birebir orantılı olursa, AR cismi EY cismine eşit olur.

[307] Bonnycastle'da 12. Önerme, Teorem.

Çünkü, birinci yapı varsayılıp ve göz önüne alındığında, AL:EY :: AC:EG olup (VII. 9. Önr.) ve keza AC:EG :: EO:AW çizim gereği olmakla, AL:EY :: EO:AW olur (V. Ktb. 11. Önr.).

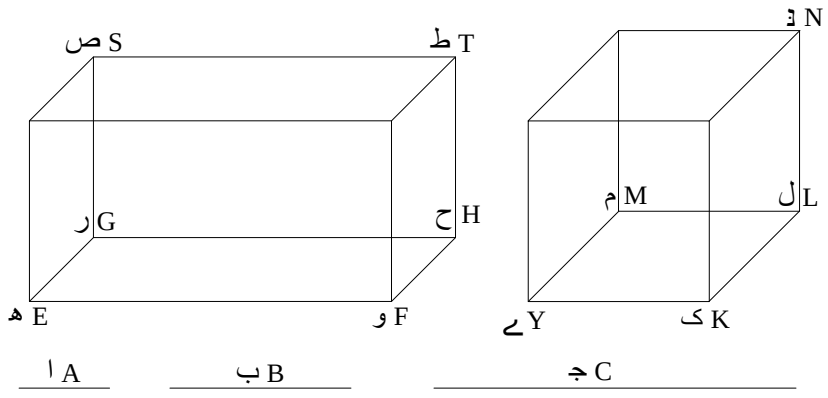
Fakat EO yahut ona eşit olan AP:AW :: AL:AR olduğundan (VIII. Ktb. 10. Önr.), AL:EY :: AL:AR olur (V. Ktb. 11. Önr.).

İmdi öncüller eşit olduğundan, ardıllar da eşit olmakla (V. Ktb. 10. Önr.), AR cismi EY cismine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: İşbu orantılar bütün prizmalar için geçerlidir. Çünkü tabanları ve yükseklikleri eşit olan prizmalar ve dikdörtgenler prizmaları birbirine eşittir. (VIII. Ktb. 8. Önr. Snç.).

VIII. Kitap, 12. Önerme, Problem

Orantılı her üç doğrudan[308] ortadakinin küpü, bu üç doğrunun oluşturduğu dikdörtgenler prizmasına[309] eşittir.



Örnek: A, B, C orantılı üç doğru çizgiden, ortadaki B'nin küpü {195}

bu üç doğru çizginin oluşturduğu dikdörtgenler prizmasına eşittir.

[308] [a/b :: b/c].

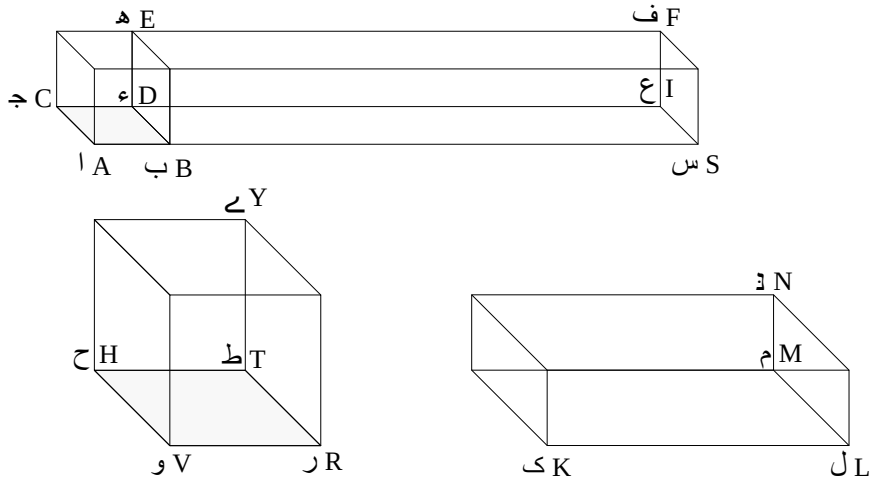
[309] [a x b x c = b^3].

Çünkü EFGHT dikdörtgenler prizmasının EH tabanı, A, C doğrularının dikdörtgenine [çarpımına] eşit, HT yüksekliği de B doğrusuna eşit kılınıp, YKMLN cismi B doğrusunun küpüne eşit alındığında, orantılı üç doğru çizgiden dışların dikdörtgeni, ortanın karesine eşit olduğundan (VI. Ktb. 13. Önr.), EH, YL tabanları birbirine eşit olup, HT, LN yükseklikleri de çizim gereği B doğrusuna eşit olduğundan, onlar da birbirine eşit olur.

İmdi işbu cisimlerin tabanları ve yükseklikleri eşit olmakla, onlar da birbirine eşit olur (VIII. Ktb. 8. Önr.). A, B, C doğrularının dikdörtgenler prizması, B doğrusunun küpüne eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 13. Önerme, Teorem

Küplerin birbirine oranı, kenarların oranının üç kere tekrarı gibi olur.



Örnek: AE küpünün VY küpüne oranı, AB kenarının VR kenarına oranının üç kere tekrarı gibidir.

Çünkü AB, VR kenarlarına orantılı bir KL üçüncüsü alınıp (VI. Ktb. 8. Önr.), işbu üç doğruya orantılı bir AS dördüncüsü de alındığında (VI. Ktb. 9. Önr.), söz konusu doğrular sırasıyla orantılı olur.

İmdi AS, AC doğrularıyla AI dikdörtgeni çizilip, AI tabanı üzerine DE yüksekliğiyle AF dikdörtgenler prizması cismi oluşturulsun, sonra KL, VR doğrularıyla KM dikdörtgeni çizilip, MN yüksekliği de DE yüksekliğine eşit çizildiğinde, AB, VR, KL, AS işbu dört doğru orantılı olup, AB, AS uçlarının dikdörtgeni, VR, KL ortalarının dikdörtgenine eşit olduğundan (VI. Ktb. 12. Önr.), onlarla çizilen AI, KM dikdörtgenleri de {196}

birbirine eşit olup, MN, IF yükseklikleri eşit olmakla, AF, KN cisimleri de birbirine eşit olur (VIII. Ktb. 8. Önr. Snç.).

Fakat KN cismi VY küpüne eşit, AF cismi de VY küpüne eşit olup (VIII. Ktb. 12. Önr.), yükseklikleri eşit olan cisimlerin birbirine oranı, onların tabanlarının oranı gibi olduğundan (VIII. Ktb. 9. Önr.), EA cisminin AF cismine oranı AD tabanının AI tabanına yahut AB'nin AS'ye oranına gibi olur (VI. Ktb. 2. Önr. Snç. 2).

İmdi AF, VY cisimleri eşit olduğundan, AE küpünün VY küpüne oranı AB kenarının AS kenarına oranı gibi yani AB kenarının VR kenarına oranın üç kere tekrarı gibi olup (VI. Ktb. 6. Tan.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.[310]

Sonuç: Eğer dört doğru çizgi ard arda orantılı olsa[311] birincinin karesiyle dördüncüden meydana gelen dikdörtgenler prizması, ikincinin küpüne eşit olur.[312]

---

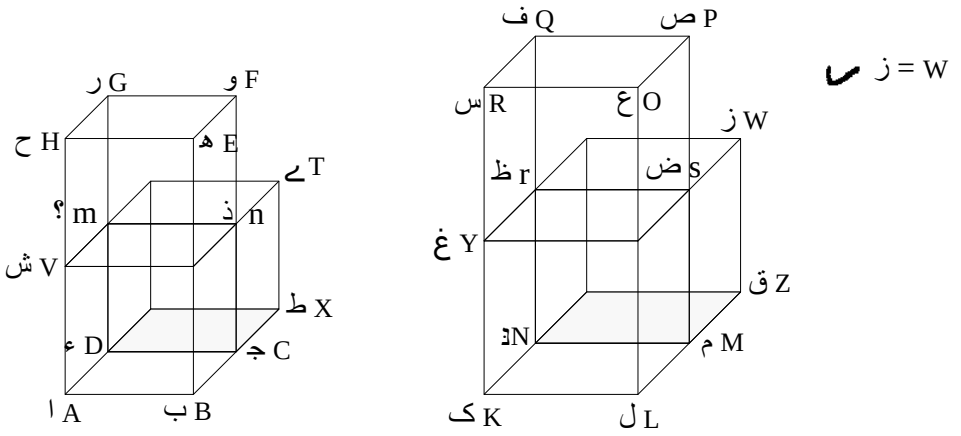
310 AC = a KL = c $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$ $\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$
VH = b AS = d .

311 [a/b, b/c, c/d].

312 [a × a × d = b × b × b].

VIII. Kitap, 14. Önerme, Teorem[313]

Benzer dikdörtgenler prizmalarının birbirine oranı, benzer kenarlarının küplerinin[314] oranı gibidir; yani işbu kenarların birbirine oranının üç kere tekrarıdır.



Örnek: AF, KP benzer dikdörtgenler prizmalarının birbirine oranı, AB, KL benzer kenarlarının küplerinin oranı gibidir.

Çünkü, AB, KL kenarlarının BV, LY kareleri üzerinde AT, KW küplerinin bulunduğu varsayılırsa, AF cisminin An cismine oranı AH yüksekliğinin AV yüksekliğine yahut AB'ye oranı gibi olup (VIII. Ktb. 10. Önr.) ve keza KP cismi:Ks cismi :: KR yüksekliği:KY yüksekliği yahut KL olur.

Fakat ABEH, KLOR düzlemleri benzer olup (VIII. Ktb. 2. Tan.), AH:AB :: KR:KL olduğundan (VI. Ktb. 1. Tan.), AF:An :: KP:Ks olup (V. Ktb. 11. Önr.), AF:KP :: An:Ks {197}

olur (V. Ktb. 15. Önr.).

---

[313] Bonnycastle'da 13. Önerme, Teorem.

[314] Tâmânî burada "küp" sözcüğüne bir niceliğin üçüncü kuvveti anlamını ilk defa açıkça yüklemektedir. Eserde bu noktaya gelinceye kadar bu anlamıyla kullanmamıştır.

İmdi yükseklikleri eşit olan dikdörtgenler prizmalarının birbirine oranı, tabanlarının oranı gibi olduğundan (VIII. Ktb. 9. Önr.), AT:An :: AX:AC olup ve keza KW:Ks :: KZ:KM olur.

İmdi AX'in yani AB karesinin AC'ye oranı KZ'nin yani KL karesinin KM'ye oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 18. Önr. Snç.), AT:An :: KW:Ks olup (V. Ktb. 11. Önr.), bedel yöntemiyle de AT:KW :: An:Ks olur.

Fakat biraz önce kanıtlandığı gibi, AF:KP :: An:Ks olmakla, AF cisminin KP cismine oranı AT küpünün KW küpüne yani AB'nin KL'ye oranın üç kere tekrarı olup (VIII. Ktb. 13. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

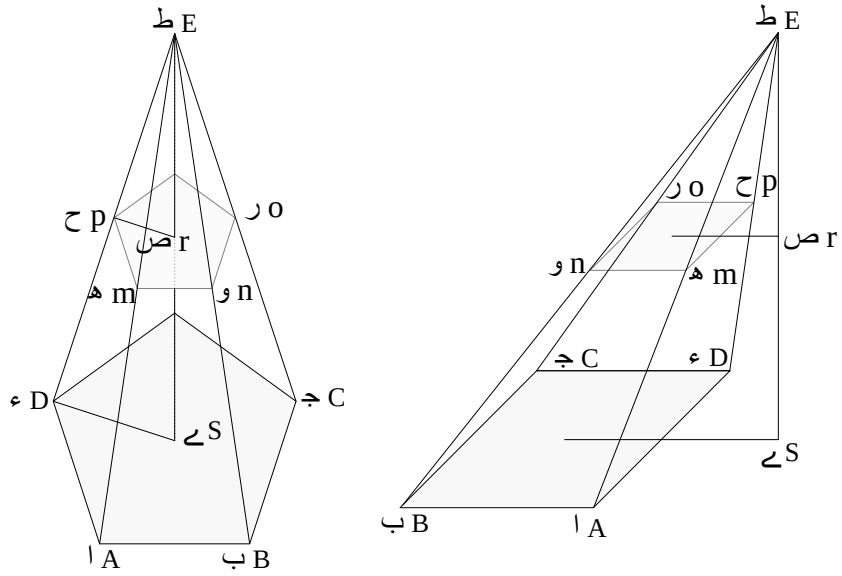
Sonuç 1: Benzer dikdörtgenler prizmalarının birbirine oranı, yüksekliklerinin küplerinin oranı gibidir.

Sonuç 2: Tabanları ve yükseklikleri eşit olan herhangi bir prizma ile dikdörtgenler prizması birbirine eşit olduğundan (VIII. Ktb. 8. Önr. Snç.), benzer prizmaların oranları karşılıklı kenarlarının yahut yüksekliklerinin küplerinin oranı gibi olur.

VIII. Kitap, 15. Önerme, Teorem[315]

Her piramid, tabanına paralel bir düzlem ile kesilse, bu kesmenin tabana oranı, taban ve kesmenin tepe noktasına olan uzaklıklarının karelerinin oranı gibi olur.

[315] Bonnycastle'da 14. Önerme, Teorem.



Örnek: EABCD piramidi AC tabanına paralel nmop düzlemiyle kesilsin, mo kesmesinin AC tabanına oranı, onların tepe noktasına olan uzaklıklarının karelerinin oranı gibidir.

Çünkü AC düzlemine E tepe noktasından ES dikmesi indirilip (VII. Ktb. 9. Önr.), DS, pr, çizildiğinde, mp, mn doğruları çizim gereği AD, AB kenarlarına paralel olduğundan, pmn açısı DAB açısına eşit olup {198}
(VII. Ktb. 7. Önr.), pm'nin DA'ya oranı Em'nin EA'ya yahut mn'nin AB'ye oranı gibi olur (VI. Ktb. 3. Önr.).

Ve keza mo kesmesinde bulunan açılardan her biri AC tabanında bulunan açıların her birine karşılıklı olarak eşit olup, bu açılara komşu olan kenarlar orantılı olduğundan, mo, AC şekilleri benzer olurlar (VI. Ktb. 1. Tan.).

İmdi pm, DA doğruları paralel olup, pr, DS de paralel olduğundan (VII. Ktb. 12. Önr.), pm'nin DA'ya oranı Ep'nin ED'ye yahut Er'nin ES'ye oranı gibi olup (VI. Ktb. 3. Önr.), kareleri dahi orantılı olur (VI. Ktb. 20. Önr.).

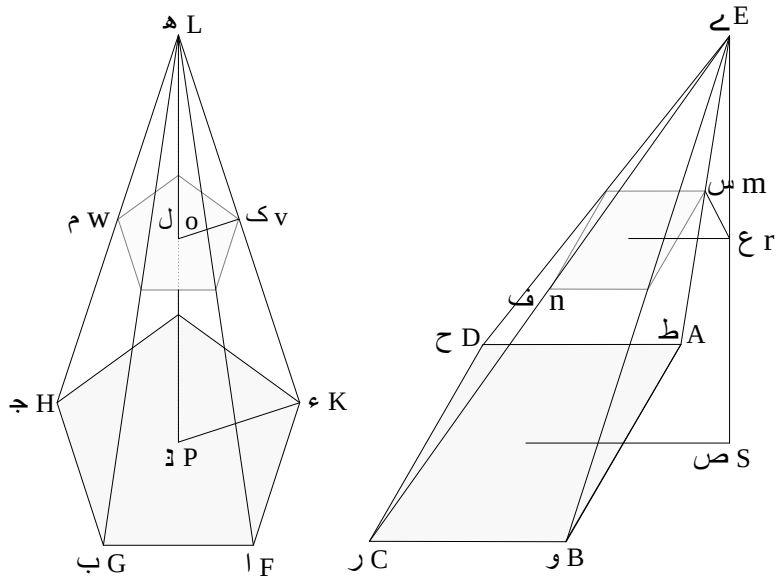
Fakat pm'nin karesinin DA'nın karesine oranı po şeklinin AC şekline oranı gibi olduğundan (VI. Ktb. 18. Önr.), Er'nin karesinin ES'nin karesine oranı mo

kesmesinin AC tabanına oranı gibi olup (V. Ktb. 11. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Her pramid, tabanına paralel bir düzlem ile kesilse, kesme de tabana benzer olur.

VIII. Kitap, 16. Önerme, Teorem[316]

Tabanları ve yükseklikleri eşit olan piramidler birbirine eşittir.



Örnek: LKFGH, EABCD piramidlerinin FH, BD tabanları birbirine eşit olup, LP yüksekliği de ES yüksekliğine eşit olsa, söz konusu piramidler birbirine eşit olurlar.

Çünkü Lo, Er eşit uzunluklarından FH, BD tabanlarına paralel vw, mn kesmeleri oluşturulduğunda, Lo'nun karesinin LP'nin karesine oranı vw kesmesinin FH tabanına oranı gibi olup ve keza Er'nin karesinin ES'nin karesine oranı mn kesmesinin BD tabanına oranı gibi olur (VIII. Ktb. 15. Önr.).

İmdi Lo, Er'nin kareleri birbirine eşit olup, LP, ES'nin kareleri de eşit olduğundan (II. Ktb. 2. Önr.), vw kesmesinin FH tabanına {199}

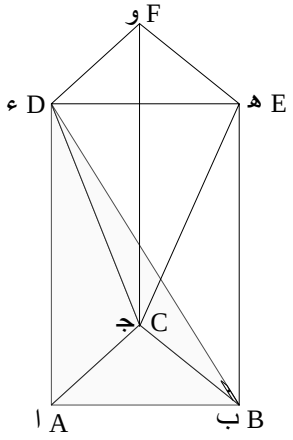
[316] Bonnycastle'da 15. Önerme, Teorem.

oranı mn kesmesinin BD tabanına oranı gibi olur (V. Ktb. 9. Önr.).

Fakat FH, BD tabanları varsayım gereği eşit olduğundan, vw, mn kesmeleri de birbirine eşit olur (V. Ktb. 3. Önr.) ve bu şekilde kanıtlanır ki tepe noktasından eşit uzunlukta olan herhangi başka kesmeler birbirine eşit olup, LKFGH piramidinde bulunan her kesme EABCD piramidinde karşılık gelen her kesmeye eşit olduğundan, işbu kesmeler toplamından oluşan piramidler de birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 17. Önerme, Teorem[317]

Üçgen tabanlı piramid ile prizma aynı taban ve yükseklikte olsa, bu piramid prizmanın üçte biridir.



Örnek: ABC üçgen tabanında bulunan DABC üçgen piramidiyle FDABE prizmasının yükseklikleri aynı olsa, söz konusu piramid prizmanın üçte biridir.

Çünkü söz konusu piramidin yüzeyleri üzerinde DB, DC, CE köşegenleri çizildiğinde, tabanı ABD, tepesi C olan piramid, tabanı BED, tepesi C noktası olan piramide eşit olur (VIII. Ktb. 16. Önr.).

[317] Bonnycastle'da 16. Önerme, Teorem.

İmdi bu prizmanın karşılıklı iki ucu birbirine eşit olduğundan (VIII. Ktb. 3. Tan.), ABCD piramidi DEFC piramidine eşit olur (VIII. Ktb. 16. Önr.).

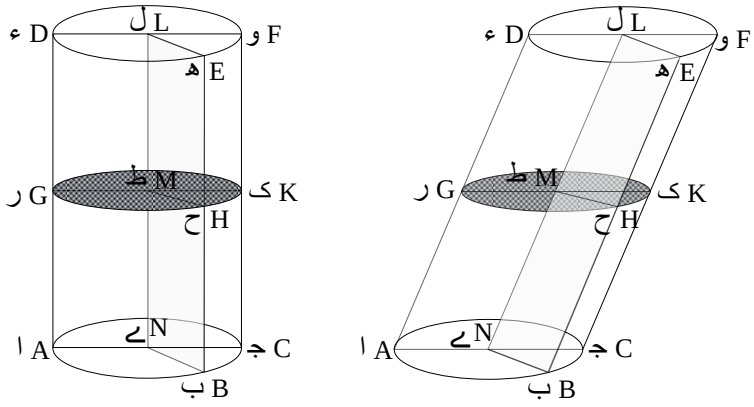
İmdi DABC, CBED, CEFD piramidleri birbirine eşit olup, onlardan oluşan FDABE prizması DABC piramidinin üç katı olduğundan, söz konusu piramid de söz konusu prizmanın üçte biri olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Tabanları ve yükseklikleri aynı olan piramid prizmanın üçte biridir. Çünkü prizmanın tabanı nasıl olursa olsun üçgenlere ayrıldığından, söz konusu cisimler de üçgen tabanlı prizmalara ve piramidlere bölünürler. {200}

Uyarı: Prizmaların oranları için daha önce neler kanıtlandıysa, bu oranlar piramidlerde de geçerlidir. Çünkü, aynı tabana ve aynı yüksekliğe sahip olan prizmalar daima piramidlerin üç katıdır (V. Ktb. 13. Önr.)

VIII. Kitap, 18. Önerme, Teorem[318]

Silindir, tabanına paralel bir düzlem ile kesildiğinde, kesme de daire olup, tabana eşit olur.



Örnek: AF silindiri ABC tabanına paralel bir düzlem ile kesilse, GHK kesmesi daire olup, ABC tabanına eşit olur.

[318] Bonnycastle'da 17. Önerme, Teorem.

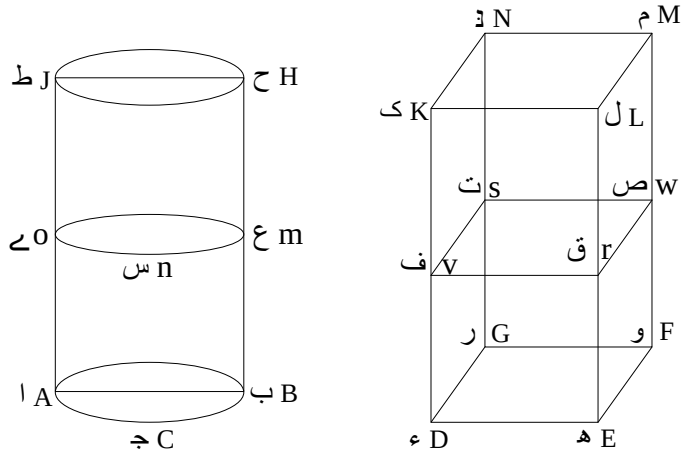
Çünkü NE, NF düzlemleri LN ekseninden geçip, GHK kesmesinin MHK noktalarına rasgeldiğinde, ABC, DEF daireleri hem eşit, hem paralel olduğundan (VIII. Ktb. 8. Tan.), LF, LE yarıçapları NC, NB yarıçaplarına hem eşit, hem paralel olup (III. Ktb. 5. Önr.), (VII. Ktb. 12. Önr.), onları çevreleyen FC, EB doğruları LN doğrusuna paralel olmakla (I. Ktb. 29. Önr.), KC, HB doğruları da MN doğrusuna paralel olur.

İmdi GHK kesmesi ABC dairesine varsayım gereği paralel olmakla, MK, MH doğruları NC, NB yarıçaplarına paralel olup, her paralelkenarda karşılıklı kenarlar birbirine eşit olduğundan (I. Ktb. 30. Önr.), MK doğrusu NC doğrusuna, MH de NB doğrusuna eşit olur.

Fakat NC, NB yarıçapları birbirine eşit olduğundan, MK, MH doğruları da birbirine eşit olur ve bu şekilde kanıtlanır ki GHK kesmesinde M noktasından çevreye değin uzanan bütün doğru çizgiler birbirine eşit olmakla, GHK kesmesi hem daire ve hem de ABC dairesine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur. {201}

VIII. Kitap, 19. Önerme, Problem[319]

Tabanları ve yükseklikleri eşit olan silindir ile prizma birbirine eşittir.



[319] Bonnycastle'da 18. Önerme, Teorem.

Örnek: ABC, DEF eşit tabanları üzerinde bulunan AH silindiriyle DM cisimleri birbirine eşit olur.

Çünkü işbu cisimler tabanlarına paralel ve eşit büyüklükte bir düzlem ile kesildiğinde, onm kesmesi ABC tabanına, vrw kesmesi DEF tabanına eşit olur (VIII. Ktb. 7. Önr., 18 Önr.).

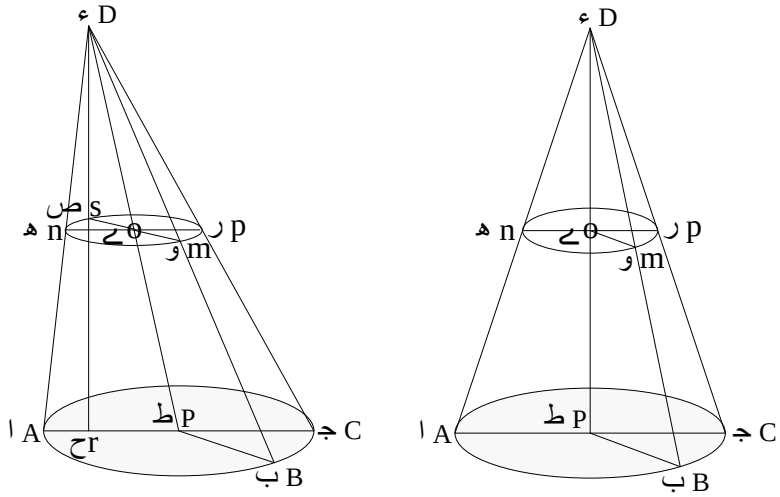
Fakat ABC tabanı DEF tabanına varsayım gereği eşit olduğundan, onm kesmesi de vrw kesmesine eşit olur ve bu şekilde kanıtlanır ki tabanlardan eşit uzaklıkta olan herhangi başka kesmeler de birbirine eşit olup, AH silindirinde bulunan her kesme DM prizmasında olan her simetrik kesmeye eşit olduğundan, işbu kesmeler toplamından oluşan cisimler de birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Uyarı: Prizmalar için her ne orantı kanıtlandıysa, bu orantılar aynen silindirlerde de geçerlidir. Çünkü tabanları ve yükseklikleri eşit olan prizmalarla silindirler eşittir.

VIII. Kitap, 20. Önerme, Problem[320]

Bir koni, tabanına paralel bir düzlem ile kesilse, kesmenin tabana oranı, tepe noktasından olan uzaklıklarının karelerinin oranı gibi olur.

[320] Bonnycastle'da 19. Önerme, Teorem.



Örnek: DABC konisi ABC tabanına paralel bir düzlem ile kesildiğinde, oluşan nmp kesmesinin ABC tabanına oranı, onların tepe noktasından uzaklıklarının karelerinin birbirine oranı gibi olur.

Çünkü {202}

Dr dikmesi indirilip, DP ekseninden geçen CDP, BDP düzlemleri söz konusu kesmeyi omp noktalarında kesse, nmp kesmesi ABC tabanına varsayım gereği paralel olup, onları da Bo, Co düzlemleri kestiğinden, op doğrusu PC doğrusuna, om de PB doğrusuna paralel olur (VII. Ktb. 12. Önr.).

İmdi DPB, Dom üçgenleri benzer olup, DPC, Dop üçgenleri de benzer olduğundan, om'nin PB'ye oranı Do'nun DP'ye yahut op'nin PC'ye oranı gibi olup (VI. Ktb. 5. Önr.), PB, PC yarıçapları birbirine eşit olmakla, om, op de eşit olur (V. Ktb. 10. Önr.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki nmp kesmesinin o noktasından çevreye değin uzatılan doğru çizgiler birbirine eşit olmakla, nmp şekli daire olur.

İmdi Ds'nin Dr'ye oranı Do'nun DP'ye yahut om'nin PB'ye oranı gibi olduğundan, Ds'nin karesi:Dr'nin karesi :: om'nin karesi: PB'nin karesi olur (VI. Ktb. 20. Önr. Snç.).

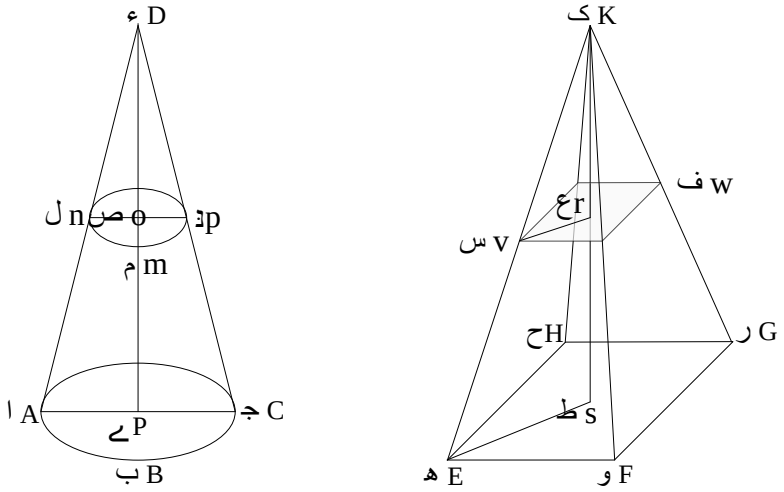
Fakat om'nin karesi: PB'nin karesi :: nmp dairesi:ABC dairesi olmakla (VIII. Ktb. 4. Önr. Snç. 1), Ds'nin karesinin Dr'nin karesine oranı nmp'nin karesinin ABC'nin karesine oranı gibi olup (V. Ktb. 11. Önr.), istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Bir koni, tabanına paralel bir düzlem ile kesilse, ortaya çıkan kesme daire olur.

Uyarı: Eğer söz konusu koni dik koni olursa, Dr dikmesini indirmeye gerek olmayıp, Do'nun karesinin DP'nin karesine oranı nmp kesmesinin ABC tabanına oranı gibi olur.

VIII. Kitap, 21. Önerme, Teorem[321]

Tabanları ve yükseklikleri eşit olan koni ve piramid birbirine eşit olur. {203}



Örnek: ABC, EFGH tabanlarıyla, DP, Ks yükseklikleri eşit olan DABC konisi KEFGH piramidine eşittir.

Çünkü tepelerinden Do, Kr eşit uzaklıklarıyla tabanlarına paralel bir düzlemle kesildiklerinde, Do'nun karesinin DP'nin karesine oranı nmp kesmesinin ABC

[321] Bonnycastle'da 20. Önerme, Teorem.

dairesine ve keza Kr'nin karesinin Ks'nin karesine oranı vw kesmesinin EG tabanına oranı gibi olur (VIII. Ktb. 15. Önr., 20. Önr.).

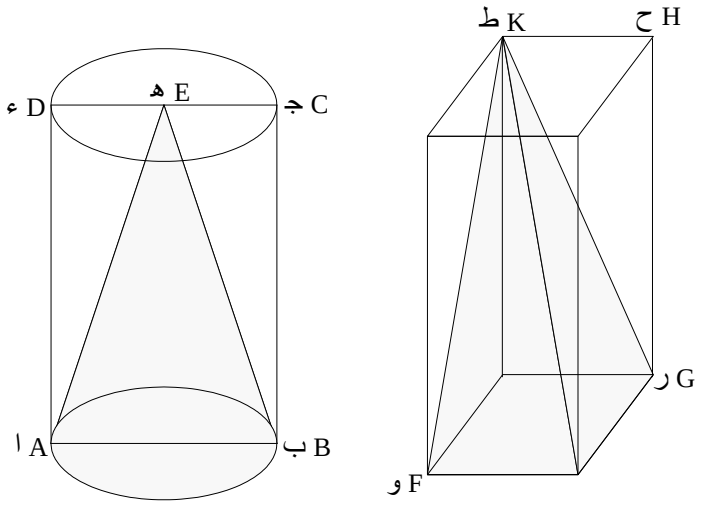
İmdi Do, DP doğruları varsayım gereği Kr, Ks doğrularına sırasıyla eşit olup, onların kareleri de sırasıyla eşit olduğundan (II. Ktb. 2. Önr.), nmp kesmesinin ABC dairesine oranı vw kesmesinin EG tabanına oranı gibi olur (V. Ktb. 11. Önr.).

Fakat ABC tabanı EG tabanına varsayım gereği eşit olduğundan, nmp kesmesi de vw kesmesine eşit olur (V. Ktb. 10. Önr.).

Ve bu şekilde kanıtlanır ki tepelerinden eşit uzaklıkta herhangi başka kesmeler de birbirine eşit olup, söz konusu konideki her kesme, söz konusu piramiddeki her karşılık kesmeye eşit olduğundan, işbu kesmeler toplamından oluşan DABC konisiyle KEFGH piramidi birbirine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

VIII. Kitap, 22. Önerme, Teorem[322]

Aynı tabanda bulunan her koni, silindirin üçte biridir.



[322] Bonnycastle'da 21. Önerme, Teorem.

Örnek: Aynı tabanda ve aynı yükseklikte bulunan EAB konisi DABC silindirinin üçte biridir.

Çünkü KFG piramidiyle KFGH prizmasının tabanları ve yükseklikleri söz konusu koni ile söz konusu silindirin tabanları ve yüksekliklerine eşit olsa, DABC silindiri KFGH prizmasına eşit olmakla (VIII. Ktb. 19. Önr.), EAB konisi de KFG piramidine eşit olur (VIII. Ktb. 21. Önr.).

İmdi KFG piramidi KFGH {204}

prizmasının üçte biri olduğundan (VIII. Ktb. 17. Önr. Snç.), EAB konisi de DABC silindirinin üçte biri olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

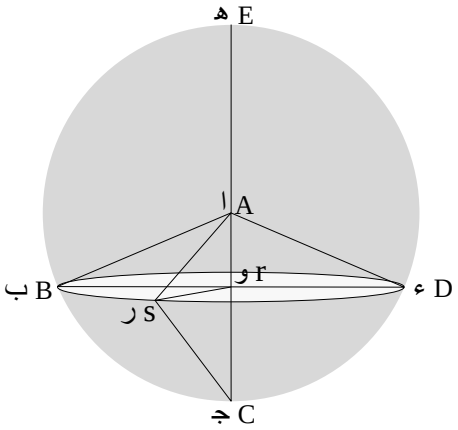
Uyarı 1: Gerek piramidler ve gerek prizmalar ve gerek silindirler için orantılar daha önce her nasıl kanıtlandıysa, bu orantılar konilerde de geçerlidir. Çünkü aynı tabanda ve aynı yükseklikte bulunan koniler silindirlerin üçte biridir.

Uyarı 2: Şu da bilinsin ki gerek koniler ve gerek silindirlerdeki benzerlik oranları, onların taban çaplarının yahut yükseklikleri küplerinin birbirine oranı gibidir. Çünkü bunlarda karşılıklı kenar terimi kullanılmaz. Bu nedenle söz konusu şekillerin kenarları yerine tabanları ya da yükseklikleri kullanılır.

VIII. Kitap, 23. Önerme, Teorem[323]

Bir küre bir düzlem ile kesilse, ortaya çıkan kesme daire olur.

[323] Bonnycastle'da 22. Önerme, Teorem.



Örnek: EBD küresi bir düzlem ile kesilse, oluşan BsD kesmesi daire olur.

Çünkü EC ekseninden geçen ABC, AsC düzlemleri BsD kesmesine dik varsayılıp, BD doğrusu çizilip, A, D ve r, s de birleştirildiğinde, söz konusu düzlemlerden her biri BsD kesmesine varsayım gereği dik olduğundan, Ar ortak kesiti de kesmeye dik olur (VII. Ktb. 14. Önr.).

İmdi ABr üçgeninde AB, Ar, kenarları, Asr üçgeninde As, Ar kenarlarına karşılıklı olarak eşit olup, ArB, Ars açıları da dik olmakla, rB kenarı rs kenarına eşit olur (III. Ktb. 8. Önr. Snç.) ve keza ADr üçgeninde AD, Ar kenarları, Asr üçgeninde As, Ar kenarlarına eşit olup, ArD, Ars açıları dik olduğundan, rD, rs kenarına eşit olup, rD, rB, rs {205}

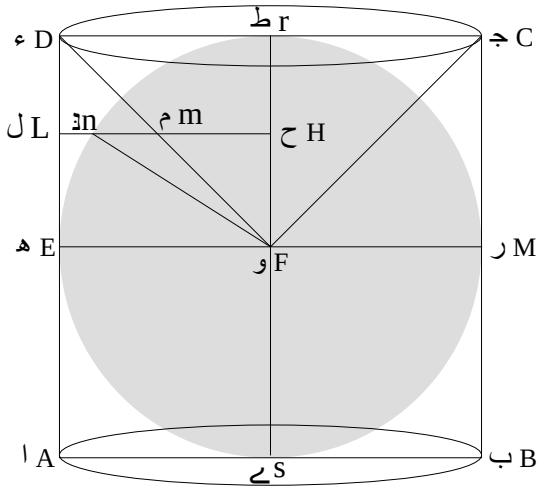
doğruları da birbirine eşit olur ve bu şekilde kanıtlanır ki söz konusu kesmenin r noktasından çevresine değin uzanan bütün doğru çizgiler birbirine eşit olmakla, BsD kesmesi daire olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç: Bir küre kesmesinin merkezi daima küre çapı üzerinde bulunur.

VIII. Kitap, 24. Önerme, Teorem[324]

Her küre, üzerine çizilen silindirin üçte ikisidir.

[324] Bonnycastle'da 23. Önerme, Teorem.



Örnek: rEsM küresi, üzerine çizilen DABC silindirinin üçte ikisidir.

Çünkü F merkezinden geçen rMsE dairesi, söz konusu kürenin kesmesi olup, bu silindirin DC yahut AB tabanına paralel LH düzlemi oluşturulsun.

Sonra FE, Fn, FD, Fr çizildiğinde, Fr eksen alınıp, üzerinde Er karesinin döndürüldüğü düşünülerek, EC silindiri oluşturulur; FEr çeyrek dairesinin döndürülmesi düşünülerek de EMrE yarım küresi oluşturulur ve keza FDr üçgeninin döndürülmesinden de FDC konisi oluşturulur.

İmdi FHn üçgeni dik açılı olup, FH de Hm doğrusuna eşit olduğundan, FH, Hn kareleri toplamı yahut Hm, Hn kareleri toplamı Fn karesine eşit olur (II. Ktb. 14. Önr.).

Fakat Fn doğrusu FE yahut HL doğrusuna eşit olduğundan, Hm, Hn karelerinin toplamı HL karesine eşit olur, yani Hm, Hn yarıçaplı kesmelerin daireleri toplamı, yarı çapı HL olan kesmenin dairesine eşit olur (VIII. Ktb. 4. Önr. Snç. 2).

Ve şu da sabittir ki LH düzlemi daima kendine paralel olacak şekilde her nerede bulunur ise, işbu söz konusu kesmeler toplamından oluşan FDC konisiyle

{206}

EMrE yarım küresi, diğer kesmelerin toplamından oluşan EC silindirine eşit olur.

Fakat FDC konisi EC silindirinin üçte biri olduğundan (VIII. Ktb. 22. Önr.), EMrE yarım küresi de geriye kalan üçte ikiye eşit yahut rEsM küresinin tamamı DABC silindirinin tamamının üçte ikisine eşit olup, istenilen kanıtlama yapılmış olur.

Sonuç 1: Aynı tabanda ve aynı yükseklikte bulunan koni ve küre ve silindirin sırasıyla oranları işbu 1, 2, 3 sayılarının birbirine oranı gibidir.

Sonuç 2: Her küre üzerine çizilen silindirlerin oranı, taban çaplarının küpleri oranları gibi olup (VIII. Ktb. 22. Önr. Uyr. 2), söz konusu tabanların çapları, söz konusu kürelerin çaplarına eşit olduğundan, kürelerin oranı çaplarının küplerinin oranı gibi olur. {207}

GÖZLEMLER ve İTİRAZLAR

Gözlemler ve İtirazlar

I. Kitap

Bilinsin ki, bilginlerin nicelik diye ifade ettikleri, bir ilinektir ki kendi özünde bölünmeyi kabul eder ve bu bölünmeden amaç gerek varsayımsal, yani kendisinde bulunan bir şeyin dışında başka bir şey olduğunu varsaymak yoluyla olsun ve gerek fiilen, yani kesilme ve bölünme yoluyla olsun, bu iki özelliği barındırır.

Yahut nicelik dedikleri bir ilinektir ki kendi özünde eşitlik ve eşitsizliği kabul eder veyahut nicelik dedikleri bir ilinektir ki içeriğinde şunlar şunlar bulunmayan şeklinde tarif edilir; bu tariflerle tanımlanan nicelik dahi ya süreksiz (ayrıktır) ya da süreklidir (birleşiktir).

Süreksiz Nicelik: Kendisinde varsayılan kesitler (bölümler) arasında ortak kesit bulunmaz; sayı gibi, örneğin on sayısı iki kesite bölünse, bir kesiti altı ve diğer bir kesiti dört olsa, altı sayısı onun altılı kesiti olup, altının içinde olanın dördün dışında olmasıyla sayılar arasında ortak kesit (bölüm) bulunmadığı apaçık ortaya çıkar.

Sürekli Nicelik: Kendisinde varsayılan kesitler arasında ortak kesit (arakesit) bulunur; bu da iki türe ayrılır:

Birinci Tür: Özünde belirsiz sürekli niceliktir ki kendisinde varsayılan kesitler (bölümler) dışarıda bulunmaz, zaman gibi; işbu zamanda her geçmiş ile gelecek arasında bulunan ortak kesit, "an" adı verilen şeydir.

İkinci Tür: Özünde belirli sürekli niceliktir ki kendisinde varsayılan kesitler (bölümler) dışarıda bulunur, miktar gibi.

İmdi, mutlak miktar üç bölümdür:

Çünkü söz konusu miktar eğer üç boyuta yani boya, ene ve derinliğe bölünebilirse, ona üç boyutlu cisim adı verilir ve uçları yüzey olur.

Ve eğer iki boyuta yani boya ve ene bölünebilirse, ona yüzey adı verilir; uçları çizgi olur.

Ve eğer tek bir boyuta yani kendinde {209}

en ve derinlik bulunmayıp, uzunluğa bölünebilirse, ona çizgi adı verilir, uçları nokta olur.

Bu durumda, kesitlere ayrılan üç boyutlu cismin, yüzeyin ve çizginin, iki kesiti (kısmı) arasında bulunan ortak kesit: sırasıyla, yüzey, çizgi ve nokta olur.

Kaldı ki gerek özünde belirli ve gerek özünde belirsiz sürekli nicelikte, herhangi iki kesit arasında bulunduğu varsayılan ortak kesitin konumu, söz konusu kesitlerle aynı anda ve aynı şekilde ilişkili de olacak bir konum olmalıdır.

Örnek: [iki kesiti olan] Bir çizginin bu iki kesiti karşılaştırıldığında, noktanın sahip olduğu konum gibi bir konumda olmalıdır. Çünkü nokta, söz konusu çizginin bir kesitinin başlangıcı ve başka bir kesitinin yine başlangıcı yahut ikisinin birden başlangıcı ya da ikisinin birden sonu olabilmekte, nereden bakıldığına bağlı olarak farklı konumlar alabilmektedir. Bu yüzden, noktanın konumu iki kesitten yalnızca birine özgü (mahsus) değildir; ikisiyle birden eşit seviyede ilişkilidir.

Ve keza bir yüzeyin iki kesitiyle birlikte karşılaştırıldığında çizgi ve üç boyutlu bir cismin iki kesitiyle birlikte karşılaştırıldığında yüzey ve bir zamanın [aralığının] iki kesitiyle birlikte karşılaştırıldığında "an" da aynı şekildedir. Yani bunların herbiri ortak kesit olarak bulunduğunda, iki kesite birden aidiyetlerinin ve ilişkilerinin aynı seviyede olması yönünden nokta gibidirler.

Özetle söz konusu ortak kesit, ortak kesit olarak bulunduğu şeye türce çeşitlilik gösterebilmektedir. Çünkü, bu ortak kesit kesitlerden birine eklenmek ve diğerinden çıkarılmakla, bu kesitler asla ne fazla ne de eksik olurlar; eğer fazla veya

eksik olsaydı söz konusu ortak kesit, kesitlere ayrılan miktarın başka bir kesiti olup, bir miktarı iki bölüme ayırma, üç bölüme ayırma ve üçe bölüm, beşe bölüm ve bu şekilde olurdu; bu ise üzerinde düşünülmeyecek kadar açık bir çelişkidir.

Bu nedenle, nokta çizginin bir kesiti olmayıp, belki çizgiye bir ilinektir. Ve keza yüzeye kıyasla çizgi ve üç boyutlu cisme kıyasla yüzey de böyledir. Yani ortak kesitler ortak kesiti oldukları şeylerin [bir] kesiti olmayıp, belki o şeylerin {210} bir ilineği olduğundan, söz konusu ortak kesitin türünün, kesitlere ayrılan miktarın türünden farklı olduğu ortaya çıkar.

Şu da bilinsin ki mutlak nicelik başka bir bölümleme ile iki öbeğe ayrılır:

Bir öbeği **özünde niceliktir** ki kendi özünde nicelik bulunur, buraya gelinceye kadar anlatıldı ve açıklandı.

Ve diğer öbeği **ilineksel niceliktir** ki kendi özünde nicelik bulunmayıp, kendi özünde nicelik olan başka bir nicelikle ölçülür, bu da dört bölümdür:

Birinci Bölüm: İlineksel nicelik özünde niceliğin içine geçiş yapar, zaman gibi; çünkü zaman her ne kadar özünde sürekli nicelik olsa da, hareket miktarı olduğundan ancak hareketle birlikte [var] olur. Hareket de özünde sürekli nicelik olan mesafeyle örtüştüğünden, söz konusu zaman mesafeyle örtüşür.

Bu durumda söz konusu zaman mesafe ile ölçülür. Bir fersah zaman ve iki fersah zaman denildiğinde kastedilen zaman, özünde sürekli nicelik olan mesafenin içerisinde bulunan [içine geçmiş olan] zamandır ve ilineksel nicelik olur. Keza mesafeyle örtüşen yıllar, aylar ve günler, saate bölündüğünde söz konusu zaman için de bölünme ilinek olup, özünde süreksiz ilineksel nicelik olur.

İkinci Bölüm: İlineksel nicelik öyle bir şeydir ki özünde niceliğe yerlik (mahallik) yapar; doğal cisim ile sayılan gibi; çünkü doğal cisim, özünde sürekli

nicelik olan üç boyutlu cisme, sayılanların yeri olarak da [yerlik, mahallik yaptığından], özünde süreksiz nicelik olan sayıya (aded,) yerlik yapar ve ilineksel nicelik olur.

Üçüncü Bölüm: İlineksel nicelik öyle bir şeydir ki özünde niceliğin yeri içerisine [mahalline] geçiş yapar. Şu alacanın beyazı siyahından fazladır denildiğinde olduğu gibi; çünkü söz konusu beyazlık özünde nicelik olan üç boyutlu cismin yeri olan doğal cismin içerisine geçiş yaptığından, ilineksel nicelik olur.

Dördüncü Bölüm: İlineksel nicelik öyle bir şeydir ki ilinek olduğu özünde nicelik olan şeyle bağlantılı olur. Nesnelere etki eden kuvvet gibi, çünkü söz konusu kuvvetin sayı ve zaman hesabıyla fazla ve eksik olması kendi özünde nicelik {211} olduğundan olmayıp, belki bu kuvvetten kaynaklanan etkiye özünde nicelik olan sayı veya zaman yönünden fazlalık ve eksiklik bakımından ilinek olması itibarıyladır.

Nitekim bir kuvvetin etkisi sayı veya zaman hesabıyla fazla ve eksik olsa, söz konusu etki için başlangıç ve bağlantılı olduğu kuvvet dahi sayı veya zaman bakımından bundan fazla ve eksik olup, özünde nicelik niteliğiyle saflaşıp, söz konusu kuvvete ilineksel nicelik olur.

İmdi bizim üzerinde konuştuğumuz geometri fenni miktarların durumlarını konu alan bir fendir. Söz konusu miktarlar da üç boyutlu cisim, yüzey ve çizgidir. Geometri bilimi bunların özsel ilinekleri olan, varsayımsal ve fiilî bölme veya eşitlik ve eşitsizlik durumlarını konu edindiğinden, nicelik bölümlere ayrılarak sınıflandırılmış ve açıklamaları yapılmıştır. Bu bölümlenmeyle söz konusu fennin konusunun miktar olduğu açıkça ortaya konulmuş, açıklanmış ve söz konusu

miktarın özsel niteliklerinin belirginleşmesi, meramımızın anlaşılması için de söz uzatılmıştır. Böylece anlaşılsın![325]

I. Kitap 1. Tanım

Nokta, çizgi ve yüzeyin tanımları cisimden çıkarıldığından ve cismin tanımı daha önceden verilmedikçe bunlar anlaşılamayacağından, alışılanın aksine ilk olarak cismin tanımı verilmiştir. Fakat Öklid'in cismin tanımını XI. Kitap'ta vermesi, cisim [konusunun] ve tanımının aynı makalede bulunmasını amaçlamasındandır. İmdi bu şekildeki bir düzenlemede öne alma ve geriye atma, her zaman sistematik ve açık yolla ifade etme gerekçesiyle daha münasip ve nesnelerin doğal düzenine uyulması bakımından gereklidir.

I. Kitap 2, 3, 4. Tanımlar[326]

Bundan önce anılan ve açıklanan birinci tanım sayesinde {212}
bu tanımlar o kadar açık ve anlaşılır hale gelir ki burada daha fazla anlatma ve açıklama ile uğraşmak gereksizdir.

I. Kitap 8. Tanım[327]

---

[325] Bu bölüm Bonnycastle da bulunmamaktadır, bu bölüm ya Tâmânî'nin kendi görüşleridir ya da niceliği Öklidçi bir bakış açısıyla ele alan Yunan-İslâm-Batı kaynaklarından birinden alınmıştır.

[326] Bonnycastle, Dr. Simson'un [Robert Simson (14 Ekim 1687 West Kilbride, Ayrshire, İskoçya - 1 Ekim 1768 Glasgow, İskoçya) *The Elements of Euclid, viz. the First Six Books, together with the Eleventh and Twelfth*, Glasgow 1756] nokta, çizgi ve cisim tanımlarını farklı şekilde yapmasını eleştirmiştir, fakat Tâmânî çevirisinde bu eleştirilere yer vermeyi gerekli görmemiştir.

Öklid'in açı hakkında getirdiği tanımın genelliğine yapılan itirazlar isabetlidir. Çünkü doğru çizgi ile eğri çizgi arasında bir ortak ölçek olmadığından, ikisinin kesişmesinden ortaya çıkan açıdan da bahsetmeye aslen gerek yoktur ve söz konusu tanım galiba geometri biliminde yetersiz bir çevirmenin ilavesi olup, bu bilimde böylesi bir açının yararı olmadığından terk edilmiştir.[328]

I. Kitap 9, 10. Tanımlar

Öklid'in dik açı ile dikmeyi tek bir tanımla birleştirerek vermesi karışıklık nedenidir. Çünkü her ne kadar biri diğerinden çıkıyor olsa da, yine de birbirinden farklı şeyler olmalarından dolayı, daire ve çapın tek tek tanımlarının verildiği gibi bunların da ayrı ayrı tanımlarının verilmesi gerekir.

I. Kitap 14. Tanım

Bazı geometriciler[329] dairenin başka bir olanaklı tanımını vermek amacıyla düzlem yüzey üzerinde sınırlı bir doğru çizginin bir ucu sabit kılınıp, bu çizginin söz konusu düzlem üzerinde dönme ve hareket etmesinden hasıl olan şekle daire ve sabitlenen noktaya da merkez ve diğer ucunun çizdiği eğriye de çevre adını verip daire tanımı yapmışlardır. Fakat Öklid'in tanımı kısa ve yararlı olup anlaşılması kolay

---

[327] Tâmânî, Bonnycastle'nin 5, 6, 7. tanımlarla ilgili kısımlarını da vermeyi gerekli görmemiştir.

[328] Tâmânî'nin burada açı ile ilgili söyledikleri, Bonnycastle'in *Elementler*'inin I. Kitap 8. Tan.'ında değil, Öklid'in *Elementler*'inin I. Kitap 8. Tan. [Heath] verilen boynuz açı (horn angle) tanımına yapılan itirazdır. Bu da, Öklid'in *Elementler*'inin aslına daha yakın bir metninin Tâmânî'nin elinde bulunduğunu göstermektedir.

[329] İngilizce metinde Dr. Barrow (Newton'un hocası Isaac Barrow 1630-1677 Londra) ve başkaları şeklindedir.

olduğundan o seçildi. Kaldı ki Öklid'in daire tanımından sonra çaptan söz edip, söz konusu çapın daireyi {213}

yarıya böldüğünü söylemesi makul değildir; çünkü kanıtlanmaya ihitiyacı vardır.

I. Kitap 23. Tanım

Öklid'in paralel çizgiler sonsuza kadar uzatılsalar da asla birbirleriyle kesişmezler biçimindeki tanımına, erdemli geometricilerden pek çok kimse, bu tür bir nitelikle tanım yapılamaz diye itiraz etmişlerdir, ancak kesişmenin yadsınması ile paralel çizgilerin niteliklerinden hiçbir nitelik elde edilemez şeklindeki ifadeleri ise kabul edilmemiştir.[330]

Çünkü söz konusu tanım, paralel çizgi niteliklerinin akılla keşfedilebilir ve açık olması ve akla yatkın bir nitelik tanımı olduğundan havada kalan ve zihne uzak diğer nitelik tanımlarından daha kapsamlı ve tercihe şayandır.

Kaldı ki bir doğru çizgi başka iki doğru çizgiyi kestiğinde, kesen çizginin bir tarafının içinde bulunan iki açı toplamı iki dik açıdan küçük olsa, söz konusu çizgiler o tarafa doğru uzatıldığında birbirileriyle kesişirler diye ifade edilen problemi ortaya koyan Öklid mi yahut başka bir kimse miydi hâlâ bilinmemektedir; ancak her kim olursa olsun bu problemi postülalardan addetmesi geometrinin şanına yakışır.

Çünkü bu problemin diğer problemler gibi kanıtlanması gerekir; halbuki bu problemi çözüme kavuşturmak isteyenler önce layıkıyla kabul etmek değil, daima

[330] Bonnycastle dönemin ünlü geometricilerinden Dr. Simson, Cavalerius, Dr. Austin'in parellik tanıma ilişkin değerlendirmelerinden eleştirel bir yaklaşımla da olsa eserinde söz etmeyi uygun görmştür. Tâmânî ise bu kimselerin değerlendirmelerinden söz etmeyi, fakat isimlerini vermemeyi uygun görmüştür.

kabulünde tereddüt edip içeriğini dahi hızla kavrayamadıklarından, söz konusu problem terk edilip yerine dördüncü postula konulmuştur.

I. Kitap 1. Önerme

Problem olarak ifade edilen bu önermenin kanıtlanmasında Öklid, iki dairenin kesişmesine ilişkin ifadelere yer vermemiştir. Bu tür problemlerde bir şey ne kadar açık olursa olsun, bir sonraki işleme geçmeden önce dikkatle ortaya konulmalı ve açıklanmalıdır. Gerçi iki dairenin birbirinin merkezinden geçişi {214}
bu dairelerin kesişmesine delildir, ancak önermenin kanıtlanmasında ifade edilmesi gerekir.

I. Kitap 2. Önerme

Problem diye ifade edilen bu önermede Proclus[331] adlı geometrici ve diğerleri A noktasının yerine göre karışıklık çıktığını ifade etmişlerdir. Fakat A noktası sınırlı doğru çizginin iki ucundan hangisinde bulunursa bulunsun, A noktasından BC uzunluğuyla çizilecek olan dairenin her yarıçapı istenilen çizgi olur.

Ve eğer A noktası başka noktalarda bulunsa, yani gerek BC çizgisi üzerinde ve gerek dışında bulunsa, yine çizimi ve kanıtlanması aynen açıkladığımız gibi olur.

Fakat Öklid ile anlaşamadığımız nokta şudur ki bizler önce FHG dairesini çizip sonra AD çizgisini uzatırız, çünkü bu durum söz konusu önermenin koşullarına uygundur.

I. Kitap 3. Önerme

Bu önermenin çözümü ve oluşturulmasında AD çizgisi bazen AB çizgisiyle örtüştüğünden o anda istenilen kanıtlama yapılmış olur. Ve keza C, AB çizgileri A noktasında kesişebildiğinden söz konusu noktadan C uzunluğuyla çizilen daire AB

[331] Proclus Diadochus (8 Şubat 411 İstanbul - 17 Nisan 485 Atina).

çizgisinin istenilen kesitini kateder ve bu durum gelecek (5.) önermede ve *Usûl-i Hendese*'nin bazı yerlerinde ortaya çıktığından söz konusu durumu anmak ve söylemek gereklidir.

İmdi söz konusu çizgiler işbu iki durumu dışında kalan herhangi bir şekilde olsalardı, o zaman da Öklid'in çizimi ve kanıtlaması dikme üzerine olurdu.

I. Kitap 4. Önerme

Bu önermenin kanıtlanması hakkında çok kere problemdir diye itiraz edilmiştir. {215}

Fakat, bu itirazlar anlamsızdır. Çünkü bir üçgenin başka bir üçgen üzerine yerleştirilmesi kurgusal ve betimseldir, uygulamalı değildir. Kaldı ki bu gibi şekillerin birbirine eşitliğini kanıtlamak için bundan başka yol olmadığından tartışmak gereksizdir.

I. Kitap 5. Önerme

Bu önermenin kanıtlanmasında tabanın alt tarafında bulunan açıların birbirine eşit olduğunu Öklid ancak yedinci (7.) önermenin kanıtlanmasında kullanmak için vermiştir. Fakat Öklid'in 7. önermesinden bir fayda elde edilemeyeceğinden bu atılarak, tabanın üst tarafında bulunan açıların eşitliğini kanıtlamak bu önermenin en yararlı niteliklerinden olduğundan yalnızca bu durum anlatılmakla yetinilmişitir.

I. Kitap 6. Önerme

Öklid'de bu önermenin kanıtlanması düzensiz ve eksiktir. Çünkü bir kenarın diğer kenardan yalnızca uzun olmadığını ifade etmek yeterli olmaz. Belki diğer kenardan kısa olmadığı da gösterildikten sonra eşit olduğu kanıtlanmış olur. Ve böylesi bir itiraz Öklid'in *Usûl*'ünün (*Elementler*) birkaç önermesi için de geçerlidir.

I. Kitap 7. Önerme

Bu önerme de Öklid'in sekizinci (8.) önermesidir. Ancak kesinlikle bir getirisi olmayan bir önceki önermenin [7.] atılabilmesi için işbu önerme başka bir tarzda kanıtlanmıştır. Proclus adlı geometrici dahi bu önermeyi bu tarza yakın bir biçimde kanıtlamıştır.

Fakat söz konusu kanıtlamayı genel bir kanıtlama şeklinde yapmak mümkün iken Proclus üç bölüme ayırmıştır. Halbuki üçgenlerin uzun olan kenarları yahut kısa olmayan kenarları birbiri üzerine konulduğunda çeşitli üçgenlerle ilgili ortaya çıkabilecek kuşkular engellenmiş olup, üç kısma ayırma da ortadan kaldırılmış olur. {216}

I. Kitap 8. Önerme

Bu önerme gerçekte aksiyom[332] değilken Öklid'in aksiyomlar arasına alması makul değildir. Çünkü herhangi iki dik açı birbirinden ayrı ve tek başına bulunduğunda, bu iki açının eşitliğine dair ne tanımlarda ne de postülalarda aslen bir yargı bildirilmediğinden diğer önermeler gibi kanıtlanmaya ihtiyacı vardır.

I. Kitap 12. Önerme

Bu önermenin oluşturulması ve çiziminde kullanılan dairenin sınırlı doğru çizgiyi iki noktada keseceğini Öklid açıklamamış ve kanıtlamamıştır. Halbuki bunun tersi bir durum olan üçüncü (III.) kitabın ikinci (2.) önermesi ne şekilde kanıtlandı ise onun gibi bu da kanıtlanmaya ihtiyaç duyduğundan söz konusu önerme başka bir biçimde kanıtlanmıştır.

I. Kitap 13. Önerme

[332] Hem Tâmânî hem de Bonnycastle'da aksiyom (ulum-u mütearife) denmektedir, fakat burada kastedilen Öklid'in 4. postülasıdır. Bunun nedeni muhtemelen ellerinde bulunan *Elementler*'in Öklid'in *Elementler*'inden farklı olmasıdır.

Öklid bu önermeyi düzenlerken iki tarafta meydana gelen açılar ya iki dik açıdır yahut toplamları iki dik açıya eşittir diye tekrar tekrar açıkladığı ve söylediği sözün birinci kısmı gereksizdir. Çünkü bu açıların her biri gerek dik açı olsun gerek olmasın yine her durumda toplamları iki dik açıya eşit olduğundan önermenin düzenlenmesinde ikinci kısımla yetinilmiştir.

I. Kitap 16. Önerme

Bu kitaptaki daha kapsamlı yirmi sekizinci (28.) önermenin bir kısmını oluşturan işbu on altıncı (16.) önerme gerçekten de *Usûl-i Hendese*'den çıkarılmaya {217} layıktı. Fakat bunun ardından verilen önerme ile paralel çizgilere ilişkin önermelerin birincisi bunsuz kanıtlanamayacağı ve söz konusu kapsamlı önermeden de sıralamada önce olduklarından işbu on altıncı (16.) önerme olduğu gibi önceki yerinde bırakılmıştır.

Kaldı ki Öklid'in birinci kitabının (I.) on yedinci (17.) önermesi yine Öklid'in üçüncü kitabının (III.) on sekizinci (18.) önermesinin kanıtlanması içindir. Söz konusu kapsamlı önermeyle kanıtlanması tamamlandığından onun on yedinci (17.) önermesi yararlı ve bir sonuç çıkarmaya uygun olmadığı halde olduğu gibi kaldığından işbu *Usûl-i Hendese*'den çıkarılmıştır.

I. Kitap 18. Önerme

Proclus adlı geometrici yorumunda, Epiküros[333] adlı filozofa tabi olanların alaycı bir biçimde bu önerme eşekler için bile değersiz olduğundan asla kanıtlanmaya ihtiyacı yoktur dediklerini aktarır ve onların bu sözlerine "bir üçgenin iki kenarının toplamının üçüncü kenardan uzun olduğu ne kadar açıkça görülürse görülsün yine de geometrik yöntemle görünür hale getirilmelidir" biçiminde yanıt verir.

[333] Epicurus (MÖ. 341 Samos - 270 Atina).

İmdi bu önerme ile bunun gibi diğer açık ve aleni önermeler hakkındaki dokundurmalara doğru cevap şudur ki bu gibi önermeler kanıtlanmadığı takdirde, aksiyom kabul edilip gereksiz yere aksiyomların çoğaltılması gerekir; bu nedenle söz konusu önermelerin kanıtlarının görünür olması [gereği] çok açıktır.

I. Kitap 19. Önerme

Öklid'de önermenin kanıtlanışı gayet eksiktir. Çünkü söz konusu önermenin amacı, varsayılan koşullara bağlı kalarak elde edilen üç doğru çizgiden {218}
bir üçgen çizilmesidir. Öklid ise gerek [önermeyi] oluştururken ve gerek kanıtlarken, bu koşulu terk ettiğinden verdiği kıyasları ve onlardan çıkarılan sonuçların tümünü yanlış kabul etmek gerekir.

I. Kitap 28. Önerme

Öklid'in bazı nüshalarında işbu önermenin ekindeki iki sonuç konu edilir ki ikisi de söz konusu önerme gibi ve belki ondan fazla muğlaktır ve *Elementler*'de bulunan sonuçlar Öklid tarafından konulmayıp belki bazı çevirmenlerce eklenmiş olabilir.

Çünkü Öklid *Toplu Sonuçlar* adıyla bir kitap telif edip *Elementler*'den çıkan sonuçların tümünü bu kitaba aldığından, bu sonuçların aslen Öklid'in *Elementler*'inde olduğunu zannetmek doğru değildir.

Gerçekten *Elementler*'e konulmuş olsalardı, bütün sonuçları ayrı bir kitapta toplamak ve yazmak boş bir iş olurdu. Ve söz konusu sonuçlar olmaksızın dahi ifade ediliş tarzları tam olmazdı. Ancak önceki kanıtlamadan kolaylıkla haklı ve yararlı sonuç çıkarmakta da bir sakınca yoktur.

I. Kitap 31. Önerme

Öklid'de bu önermenin tartışmalı kısmı anlatıldığı ve her birinin bir temel kanıta ihtiyaç gösterdiği açık olduğundan bizim yirmi birinci (21.) önermenin düzenlenişini

değiştirmemiz nedeniyle işbu otuz birinci (31.) önermenin hem paralelkenarları ve hem üçgenleri kapsayan bu şekli tercih edilmiştir. Kaldı ki Öklid'in [*Elementler*] bu kısımlarında başka değişiklikler de vardır. Fakat nedenlerinden ikincinin [II. Kitap] gözlemler ve itirazlar kısmında bahsedilmiş olsa gerekdir.

I. Kitap 33. Önerme

Bu önermenin çözümü ve kullanılışı oldukça kolay olup Öklid'in {219}
I. Kitap 42, 44, 45. önermelerinden elde edilen faydaları sağladığından onların yerine konulmuştur.

İmdi, işbu önermelerin asıl amacı varsayılan koşullara bağlı kalarak bir paralelkenar çizmenin mümkün olduğunu kanıtlamak olduğundan ve bu kanıtlamanın da türlü türlü yolları olduğu için tümünden açık ve aleni olan işbu yol seçilmiştir. Şu da göz önünde bulundurulsun ki Öklid'in I Kitap 44. önermesini oluştururken ve çizerken kullandığı BEFG paralelkenarını, I. Kitap 42. önermede açıklanan yolla çizmesi mümkün olmadığından, söz konusu 44. önermenin dahi hakkıyla kanıtlanmadığı açık olur. Kaldı ki I. Kitap 45. önermenin kanıtlanması I. Kitap 44. önermeye bağlı olduğundan onun hakkında da bu itiraz geçerlidir.

I. Kitap 34, 35. Önermeler

Bu önermeler Öklid'in VI. Kitabında başka bir ifade ile düzenlenip oran orantı kurallarıyla kanıtlanmıştır.

Fakat söz konusu kurallar oldukça zor bir madde olup geometri öğrenmek isteyenlerden çok kimse söz konusu oran orantı konusunu gereği gibi öğrenmeyi başaramadıklarından, büyük bir yarar umularak işbu önermeler kolay anlaşılır biçimde düzenlemiş ve oran orantı kullanılmaksızın kanıtlanmış ve açıklanmıştır.

Kaldı ki VI. Kitapta bulunan önermelerde dahi işbu I. Kitap 35. önermenin kullanılması elzem olduğundan ve öncelikle verilmesi, anlatılması da gerektiğinden buraya alınması uygun görülmüştür.

II. Kitap

II. Kitap 1. Önerme

Öklid bu önermeyi kanıtlaken AB, AC çizgilerine paralel çizilen {220} iki çizginin birbiriyle kesişmesini kullanması, gözlemler ve itirazlar bölümümüzün birinci kitap üçüncü tanımında (I. Ktb. 23. Tan.) verdiğimiz metindeki gibi kanıtlaması geçerli değildir. Çünkü söz konusu çizgilerden istenilen karenin ortaya çıkacağı bilinemez, bu yüzden burada başka bir çözüm verdik ki bu itirazdan arınık olalım.

II. Kitap 2, 3, 4. Önermeler

Bazıları bu önermelerin bir yararı olmadığını zannedebilir. Fakat söz konusu önermelere, özellikle de birincisine işbu ikinci kitabın pek çok önermesinde ihtiyaç duyulur. Geri kalanlara da *Usûl-i Hendese*'nin başka yerlerinde gereksinim duyulduğundan söz konusu önermeler her durumda ya kanıtlanmalı ya da doğruluğu kabul edilmelidir.

Kaldı ki, Öklid bu gibi aslında açık ve aleni olan başka önermelerin dikatle kanıtlamasını yapmış iken, bu önermelerin katlamasını yapmayarak, aksiyomlardan addetmesi kendi yöntemine terstir.

II. Kitap 5. Önerme

Öklid bu önermeyi birinci kitabında iki önerme olarak vermiştir. Ancak bizim kanıtlamamız hem paralelkenarları hem de üçgenleri kapsayacak biçimde Öklid'in kanıtlamasından daha genel bir kanıtlama içermektedir. Ayrıca bu noktalarda yararsız olan başka önermelerin atılmasını mümkün kıldığı için de işbu ikinci kitaba yerleştirilmiştir.

İmdi, bu önermenin kanıtlanması yukarıda söz konusu edilen ikinci önermeye dayandığından II. Kitap 2. Önermenin de *Usûl-i Hendese*'de yararlı ve gerekli olduğu görülmüş olur.

II. Kitap 7. Önerme

Bu önerme Öklid'de mevcut değildir. Daha sonra kanıtlaması yapılacak bazı önermeler için gerekli olduğundan ve bu önermeye danılarak {221}

yapılacak kanıtlamalar daha yalın ve açıklayıcı olacağından, burada verilmesi uygun görülmüştür.

II. Kitap 13. Önerme

Öklid'in bir doğru çizginin ikiden çok bölüme ayrılmasıyla ilişkili önermeleri, bu fenni öğrenmek isteyenlere bıkkınlık verdiği, zihinlerini yorduğu ve geniş kapsamlı bir kullanımı olmadığından, tamamen atılıp yerlerine Öklid'de olmayan işbu değerli önerme konulmuştur. Ayrıca, bu önerme pek çok geometri probleminde kullanılabilir, her yönden değerli ve açılım sağlayıcı olduğu için buraya alınmıştır.

II. Kitap 16, 19, 20, 21. Önermeler

Bu önermelerin tamamı Öklid'de bulunmamaktadır. Pek çok durumda aranılan, zarafetleri ve özellikle de sağladığı yararlar açıkça ortada olan işbu 16, 19, 20. önermelerin geometride kullanımı yoğun olduğundan her durumda kitabımıza alınmaları çok yerinde bir seçim olmuştur.

II. Kitap 23. Önerme

Öklid'in bazı edisyonlarında işbu önerme dar açılı üçgenlere mahsus olarak düzenlenmiştir. Halbuki söz konusu önermenin kapsamı ve genelliği ortada olduğundan her tür üçgen için geçerli olmalıdır.

III. Kitap

III. Kitap 1. Önerme

Gerek bu önerme ve gerek *Elementler*'in başka önermelerinde kullanılan dolaylı kanıtlamaya [yöntemine] bazıları[334] itiraz etmişlerdir. {222}

Fakat çoğu şeyin kanıtlanmasında dolaylı kanıtlamanın dışında başka bir kanıtlama yapılamayacağı, sorunu araştıran ve inceleyen öngörü sahibi kimselerin bilgisi dışında değildir.

Kaldı ki bu önermenin kanıtlanmasına itiraz edenlerin akıl erdiremedikleri bir hata bulunmaktadır. Yani varsayılan ve gerçekte olmayan G merkezi EC doğrusu üzerinde de alınabileceği ve varsayılabileceği için Öklid'in kanıtlaması eksiktir.

III. Kitap 4. Önerme

Bu önerme Öklid'in üçüncü kitabının dokuzuncu (III. 9.) önermesidir. Fakat burada dördüncü önerme olup gayet açık ve güzel yolla kanıtlanmıştır.

İmdi Öklid'in bazı edisyonlarında söz konusu önermeyi kanıtlamak için seçtiği yöntemde, varsayılan ve gerçekte olmayan E merkezi öyle bir şekilde belirlenmiştir ki bu merkezden çevreye kadar uzatılan üç eşit doğru çizgi için her ne kanıtlama geçerli ise söz konusu merkezden uzatılan iki eşit doğru çizgi için de aynı kanıtlama geçerli olduğundan söz konusu yöntemin eksik olduğu apaçıktır.

III. Kitap 5. Önerme

Öklid'in bu önermeyi üçüncü kitabın tanımları[335] arasına alması garip bulunur. Çünkü iki şeklin birbirine eşit olması konusu yalnızca bizim dokuzuncu

[334] Bonnycastle'nin metninde Dr. Simson adı açıkça verilmiştir Tâmânî ise bazıları demeyi tercih etmiştir.

[335] Öklid III. Ktb. 1. Tan.

aksiyomumuzla ilişkili olarak bilinmektedir. Bu ise kesinlikle aksiyomlarla ilişkili değildir, tanım sayılması da her durumda çelişki olduğundan diğer önermeler gibi önce kanıtlanması gerekir. {223}

III. Kitap 6, 7. Önermeler

Bu önerme Öklid'in on birinci[336] önermesidir. Fakat gerek şekillerin düzensizliği ve gerek ikinci şeklin varsayılan ve gerçek olmayan iki merkezinin kavranmasında öğrencilerin karşılaştığı güçlükler nedeniyle, birincisinde olan sakıncaları da ortadan kaldırmak için başka bir yol izlendi.

Kaldı ki Öklid'in işbu on birinci (III. 11) önermesini kanıtlamak için verdiği metin eksiktir. Çünkü dairelerin birbirine yalnızca bir noktada temas ettiği henüz açık değil iken, bunun üzerine kurduğu kanıtlama da bozuk olmakla, bu itirazdan arınık olması için ardından gelen önermeyi öne alması ve bu önermeyi de işbu on birinci (11.) önermesine gönderme yapmaksızın kanıtlaması gerekirdi. Kaldı ki bu türden bir itiraz Öklid'in üçüncü kitabında geçen 5., 6., 10. önermeler için de geçerlidir.

Çünkü 5. ve 6. önermelirini kanıtlamak için uzun uzun ifade ettiği şeyler kanıtlanmaya muhtaç iken tümü doğru kabul edilmiş olmakla bu itirazdan da arınık olması için 10. ve 12. önermelerini 5. ve 6. önermelerden önce vermesi ve kanıtlaması gerekirdi.

III. Kitap 9. Önerme[337]

---

[336] Tâmânî'ye göre Öklid'in III. Kitap 11. Önermesi, Heath'a göre III. Kitap 11. ve 12. önermeler.

[337] Bu önermeye ilişkin Bonnycastle'de bir değerlendirme yoktur.

Bu önerme Öklid'in 14. önermesi[338] olup iki bölümde anlatılmaktadır. Bir bölümün kanıtlamasında CD çapının ER kirişinden uzun olduğu, ortadaki diğer kiriş olan SI aracılığıyla kanıtlamıştır.

Fakat ortadaki bu kiriş olmadan da kanıtlama eksiksiz olduğundan burada başka bir yöntemle kanıtlama yapılmıştır. Kaldı ki diğer bölümün kanıtlanışı da aynen Öklid'in önceki önermesinde yaptığı kanıtlama gibidir. Nitekim Theodosius[339] adlı geometricinin *Küreler* (*Sphaerica*) adlı eserinin birinci kitap altıncı (I. 6.) önermesinde bu maddeyi {224}

anıp anlatılan şekilde kanıtlaması bunun [tercih edilen kanıtlamanın yerindeliğinin] delilidir.

III. Kitap 10. Önerme

Teğet ile daire arasında ve temas noktasına bakılarak açı zannedilen şeyin[340] aslen bir faydası olmayıp bu gibi yararsız şeyleri *Usûl-i Hendese*'ye (*Elementler*) alarak geometrinin şanına şan katmak mümkün olmadığından, bu önermede de bu açıyı konu almaktan sakınılmıştır.

İmdi bazı geometriciler[341] söz konusu açıyı ehil olmayan bazı kimselerin eklediğini düşünerek *Elementler*'e almayıp, atarak isabet eylemişlerdir.

---

[338] Heath'da III. 14. ve 15. önermeler.

[339] Giresun Tirebolulu Theodosius (M. Ö. 160 - 100) (Theodosius of Tripolis, Bithynia).

[340] Boynuz açı, cornicular angle ya da horn-angle.

[341] İngilizce metinde Dr. Simson, Vieta [François Viète 1540 - 13 Aralık 1603 Paris]

.

Fakat her ne kadar söz konusu açıyı atmışlarsa da, Öklid'in bu önermeyi düzenleyişinde kullandığı gereksiz terimler dışında kalan kısımları olduğu gibi bırakılmıştır. Çünkü söz konusu önermenin pek çok yerde kullanılması gerekecektir. Bu yüzden de işbu anlaşılır şekildeki düzenlenişi verilmiş ve açıklanmıştır.

III. Kitap 14. Önerme

Bu önermenin ikinci bölümünün kanıtlanmasında Öklid işbu ifade edilecek önermeyi doğru ve geçerli kabul etmiştir. Söz konusu önerme şudur "Eğer bir miktar başka bir miktarın iki katı olup, birinci miktardan çıkarılan bir bölüm diğer miktardan çıkarılan bölümün iki katı olursa geriye kalan birinci miktar, ikinci miktarın iki katı olur".[342] Bu ana kadar sesizce doğru kabul edilmiş olan Öklid'in bu önkabulü gerek aksiyomlardan ve şu ana kadar kanıtlanan önermelerden çıkarılamayacağından söz konusu önkabul her şekilde konu dışı ve burada verilmesi doğru olmayacağından, bu bölümdeki kanıtlamayı eksiksiz bir şekilde yapabilmek için anlaşılması kolay ve itirazdan arınık bir yol seçilmiştir. {225}

III. Kitap 15. Önerme

Bu önermedeki ikinci şekil Öklid'de mevcut değildir ve merkez açının [gördüğü] yay daima daire çevresinin yarısından küçük olduğundan bu önermenin kanıtlanmasında bu tür bir merkez açı kullanılması mümkün olmadığı ve söz konusu şeklin verilmesi ve korunması da gerekli olduğundan kanıtlanması başka türlü yapılmıştır.

III. Kitap 18, 19. Önermeler

Bu önermelerden birincisi Öklid'in üçüncü kitabının tartışma yaratan yirmi beşinci (III. 25.) önermesinin üst bölümüdür. Fakat burada yalnızca bir bölümle bütün bölümlerini kapsayan şekilde, açık ve anlaşılır bir kanıtlama yapılmıştır. Kaldı ki, bu

[342] (2a = 24, a = 12), (24 - 6 = 18, 12 - 3 = 9), 9 × 2 = 18.

önermelerden ikincisi bizim kitabımızın (III. 17.) önermesinin yahut Öklid'in III. Ktb. 21.[343] önermesinin tersi olup, pek çok da kullanımı varken Öklid'in buna neden yer vermediği anlaşılamamıştır. Her durumda verilmesi ve kanıtlanması elzem olduğundan, bu şekilde verilmiş ve açıklanmıştır.

III. Kitap 20. Önerme

Bu önerme gerçi Öklid'in III. Ktb. 23.[344] önermesidir. Fakat bunun bilinebilmesi için benzer [aynı] daire dilimine karşılık gelen açılar eşit olur diye ifade ettiği tanıma gereksinim duyulur. Söz konusu tanım da yine Öklid'in III. Ktb. 20.[345] önermesinde örtük olarak verildiğinden, aynı [daire] kesmesine karşılık gelen açıların birbirine eşit olduğu kanıtlanmadıkça söz konusu tanım bilinemeyeceğinden, bu gibi yararsız ve geçerli olmayan tanım bizim *Usûl*'ümüzden [*Usûl-i Hendese*] çıkarılmış ve bu tanıma duyulan ihtiyacı ortadan kaldırmak için sadece önermenin düzenlenişi değiştirilmiştir.[346]

---

[343] Bonnycastle III. Ktb. 22. Önr. demektedir, Heath esas alındığında III. Ktb. 22. önermedir.

[344] Bonnycastle III. Ktb. 24. Önr. demektedir, Heath esas alındığında da III. Ktb. 24. önermedir.

[345] Bonnycastle III. Ktb. 21. Önr. demektedir, Heath esas alındığında III. Ktb. 21. önermedir.

[346] Bonnycastle III. Ktb. 27, 28, 29. önermeleri değerlendirmeye almış fakat Tâmânî almamıştır.

IV. Kitap

IV. Kitap 3. Önerme

Öklid'de bu önermenin kanıtlanışı eksiktir. Çünkü çizilen teğetlerin birbiriyle kesişeceğinin önce ifade edilmesi ve ardından kanıtlanması gerekirken bu yapılmamıştır. {226}

Ve bu gibi gerekli bir şeyi yapmamamak işbu kitabın bazı önermelerinde de görüldüğünden [Öklid'in] kanıtlamalarının bu kısımları her yerde düzeltilmiştir.[347]

IV. Kitap 5. Önerme[348]

Biraz önce getirilen itiraz Öklid'de bulunan işbu önerme için de geçerli olmasından başka söz konusu önermenin gerek kanıtlanması ve gerek oluşturulması genel bir çözümle mümkünken, Öklid'in sebebsiz yere üç kısma ayırmasının saçma addedileceği basiret sahibi kimselerce açıkça ortadadır.

IV. Kitap 9. Önerme[349]

Bu önerme Öklid'in seçtiği yoldan başka bir tarzda işlenmiş ve kanıtlanmıştır ki öğrencilerce anlaşılması kolay olmasından başka, Öklid'de bulunmayan ve her durumda güvenilmeye layık olan bizim II. Ktb. 21. önermemiz yararlı olsun.

IV. Kitap 10. Önerme

Öklid'de bulunan işbu önermenin düzenlenişi kasten değiştirilmiştir ki ardından gelecek uygulamalı önermenin çizimi oldukça kolaylaşsın.

---

[347] Bonnycastle, R. Simson'a atıfta bulunarak söz konusu kesişme hakkında bilgi verir.

[348] Bonnycastle, IV. Ktb. 5. önermeyi değerlendirmeye almamıştır.

[349] Bonnycastle, IV. Ktb. 9. önermeyi değerlendirmeye almamıştır.

İmdi bizim düzenlediğimiz önerme sınırlandırılmış olup Öklid'inki sınırlandırılmadığından Öklid'in düzenleyişine göre istenilen koşullara uygun sonsuz sayıda üçgen oluşturulması olanağı vardır ve bu itiraz Öklid'in bazı önermeleri için de geçerlidir. Kaldı ki bu itiraz her ne kadar önemsiz görünse de, yine de kanıtlamada dikkat ve özen gösterip bu gibi durumlarda öncelikle itirazdan sakınmak öncelikli işlerdendir.

IV. Kitap 11. Önerme

Batlamyus'un eseri olan *Almagest*'in I. kitabında söz konusu daire {227}
içerisine düzgün beşgen çizmek için izlediği yöntem, Öklid'in işbu IV. kitabındaki yöntemden her yönüyle daha kolay ve kısa olduğundan *Usûl-i Hendese*'ye onun alınması gerekir diye yorum yapan bazı kimseler olmuştur.

Ve diğer bazıları yanlış bir sanıyla, eğer Öklid Batlamyus'un izlediği yöntemi düşünebilseydi, kanıtlanması her durumda XIII. Kitabı'na bağlı olan bu önermeye IV. kitabında yer veremezdi demişlerdir. Ancak, Batlamyus'un yöntemi Öklid'in I, II ve III. Kitaplar aracılığıyla kanıtlanması mümkün olduğundan işbu itirazlar geçerli değildir.

Fakat onu [Batlamyus'unkini] almamamızın nedeni onun kanıtlamasındaki cümlelerin muğlak olması ve geometri fennini öğrenmek isteyenlere daima sıkıntı vermesidir. Ayrıca hızla anlaşılması mümkün olmayan unsurlara yer vermeyerek, atarak bu fenni öğrenmek isteyen öğrencilerin ihtiyaçlarını dikkate aldık.

V. Kitap[350]

Bilinsin ki Öklid'in işbu V. Kitabı öğrencilerin anlayamayacakları bazı incelikli unsurlar taşıdığından, bu fenne heves edenlerin çoğu bu makaleyi ya tamamen terk ettikleri yahut yeterince öğrenemedikleri için Matematik Bilimleri'nin en yararlı ve en büyük kısmını oluşturan oran ve orantı [konusunun] meziyetlerini hakkıyla ve ayrıntısıyla kavrayamaz, bu konudan bihaber olurlar.

Bu kitabın başlarında bulunan önermeler, kendiliğinden belirgin ve açık olup her ne kadar öğrencilere yararsız görünürse de diğer önermelerin kanıtlanmasında gereksinim duyulacağı için yer verilmesi gerekir.

İmdi bütün fenler mümkün olduğu kadar aksiyomlardan elde edildiğinden bir önermeyi başka bir önermeden çıkarım yoluyla elde etmek mümkün iken o önermeyi aksiyom olarak alıp gereksiz yere [aksiyom] sayısını {228}
artırmanın doğru olmadığı, zihni açık ve öngörü sahibi kimseler için apaçık ortadadır.

V. Kitap 1. Tanım[351]

Bu tanımı [oluşturan] kısımların birbirinden ayrı olarak anlaşılması için burada ayrıntılı açıklama yapma gereği duyulmuştur.

İmdi kitapta söz edilen kesitten [cüz, parçadan] kasıt bir miktarın başka bir miktar içerisinde bulunması, yani diğer miktarın kesiti olmasıdır. Buradaki paylaştırma (hisse) mutlak kesitin mutlak bütünle karşılaştırılması [kıyaslanması]

[350] Bonnycastle'da bu bölüm yer almaz.

[351] Bonnycastle 1., 2. ve 3. tanımlarla ilgili değerlendirmede bulunmaz. Tâmânî'nin V. kitabın bu üç tanımı hakkında verdiği bütün bilgiler ya başka bir kaynaktan alınmıştır ya da kendi katkısıdır.

değildir. Örnek: 3 sayısı 12 sayısının içerisinde olan bir kesittir. Çünkü birinci sayı ikinci sayıda tamı tamına 4 kere mevcut olup, birinci sayıya içerisindeki kesit ve ikinci sayıya da kat adı verilir. Kaldı ki 7 sayısı 12 sayısının her ne kadar kesiti ise de sadece içerisinde bulunan bir kesit olduğundan, söz konusu iki miktardaki [3, 12] anlamıyla kesit ve kat olma durumu söz konusu değildir.

İmdi bu fenni öğrenmek isteyenlerin anlaması kolay olsun diye örnekler süreksiz niceliklerden verilmiştir; sürekli nicelikte de aynı durum geçerlidir, bu şekilde anlaşılsın.

V. Kitap 2. Tanım

İmdi sürekli ya da süreksiz aynı cinsten iki şey arasında olan oran, eğer taraflardan birinin diğerinden fazlalığı veya eksikliği nedeniyle sadece özce aralarında bulunan bir fark olursa, bu aritmetik orantı olur. Örnek: 4 sayısının 2 sayısından özce iki fazla ve keza 6 sayısının 4 sayısından yine özce iki fazla olması gibi.

Ve eğer söz konusu oran taraflardan birinin diğer tarafa atıfta bulunulması [göreliliği] nedeniyle ortaya çıkan sıfat olarak ikikatlık ve yarımlık yahut örneğin dörtkatı ve dörtkatlık veya bunların başka bir sıfatlaştırılmış hali olur ise bu geometrik orantı olur. Örnek 4 sayısının 2 sayısına oranının ikikat ile sıfatlanması ve keza 8 sayısının 4 sayısına oranının yine ikikatlık ile sıfatlanmasında olduğu gibi. {229}

Velhasıl aritmetik oran ile geometrik oranın her biri gerçi niceliğin her türü için geçerlidir, fakat bu tanımda konu edilen orandan kasıt sadece geometrik orandır; bu bölümde aritmetik oran kastedilmez, bu şekilde anlaşılsın.

V. Kitap 3. Tanım

Bundan önce anlatılan ve açıklanan oran gibi orantı da iki bölüme ayrılır. Çünkü hesaplamalar mutlaka nicelikler arasında olup, orantı da oranlar arasındaki benzerlikten ibaret olmakla, eğer iki oran arasında olan benzerlik her birinin özüne indirgendiğinde, [bu benzerlik] fazlalık veya eksiklik nedeniyle aralarında oluşan sadece bir fark eşitliği ise, ona aritmetik orantı adı verilir.

Ve eğer söz konusu oranlar arasında olan benzerlik her birinin sıfatına indirgenip birbirine görelikleri nedeniyle ortaya çıkan ikikatlık ve katlık yahut yarımlık, kesitlik veya bunun dışında bir sıfat yüklemesi olur ise ona da geometrik orantı adı verilir.

Bilinsin ki aritmetik ve geometrik orantının her biri iki türe ayrılır; sürekli ve süreksiz olur. Sürekli orantı şudur; kendi sınırının ortasında bulunan [terim] özünde tektir [bir] ve ele alınışına göre çift [iki] olur. Süreksiz orantı ise kendi sınırının ortasında bulunan [terim] özünde ikidir [adet] ve ele alınışına göre de ikidir [adettir].

İmdi aritmetik orantıda sürekliye örnek 6:4 :: 4:2 gibi yani bu örnekte her öncül kendi ardılından özce iki fazla olup, oranlar arasındaki benzerlik iki fazlalıkta birleşmeleri ve eşitlikleri nedeniyle olur.

Aritmetik [orantıda] süreksize örnek 10:8 :: 6:4 gibi yani bu örnekte her öncülün kendi ardılından özce iki fazla olup, oranlar arasındaki benzerlik iki fazlalıkta birleşmeleri nedeniyle olur.

İmdi geometrik orantıda sürekliye örnek 2:4 :: 4:8 gibi yani bu örnekte her öncülün kendi ardılına atfının [sıfatının, vasfının] {230}
yarısı olup, oranlar arasındaki benzerlik yarımlıkta birleşmesi nedeniyle olur.

Geometrik [orantıda] süreksize örnek 4:2 :: 6:3 gibi yani örnekte her öncülün kendi ardılına atfının [sıfatının, vasfının] iki katı olup oranlar arasındaki benzerlik ikikatlıkta birleşmesi nedeniyle olur.

Velhasıl aritmetik orantı ile geometrik orantının her biri niceliğin türlerinin her birinde geçerli olup, burada kolaylık olması için örnekler süreksiz nicelikten verilmiştir.

Sürekli nicelikte de durum yine böyledir. Şu da bilinmesi gereken bir şeydir ki aritmetik orantı ile geometrik orantının aynı durumda ve yerde birlikte bulunmaları mümkün değildir.

Çünkü aritmetik orantıda her öncül ile kendi ardılı arasında olan farkların eşitliği şarttır. Örnek 6:4 :: 4:2 olduğunda bu örnekte her öncül ile kendi ardılı arasında olan farklar, ikişer ikişer olmakta eşit iken, birinci öncül ile birinci ardıl arasında olan oran, ikinci öncül ile ikinci ardıl arasında olan orandan farklıdır.

Geometrik orantıda ise oranların benzer olması gereklidir ve keza geometrik orantıda her öncül ile kendi ardılı arasında olan oranların benzerliği zorunludur. Örnek 16:8 :: 8:4 olduğunda, bu örnekte her öncül ile kendi ardılları arasında olan oranlar ikikatlıkta benzer iken, birinci öncül ile birinci ardıl arasında olan fark ikinci öncül ile ikinci ardıl arasında olan farktan başkadır. Aritmetik orantıda ise farkların eşitliği gerekliydi; bu nedenle aritmetik orantı ile geometrik orantının aynı durumda ve yerde bir araya gelmelerinin mümkün olmadığı besbelli olur.

İmdi aritmetik sürekli orantının özellikliklerinden biri, bilinen uçların toplamının yarısının orta olmasıdır. Nitekim yukarıdaki örneğimizde bilinen taraflar olan 6 sayısı ile 2 sayısı toplamının yarısı olan 4 sayısının orta olması gibi.

Ve bu süreklide uçların dikdörtgeninin [çarpımının] ortanın karesinden küçüklüğü öncüller ile ardıllar arasındaki farkın karesi kadardır. {231}

Örnek, söz konusu uçların dikdörteninin [çarpımının] sonucu olan 12 sayısının söz konusu ortanın karesi olan 16 sayısından küçüklüğü öncüller ile ardılların arasındaki fark olan 2 sayısının karesi kadardır.[352]

Ve eğer süreksiz aritmetik orantıda ortalardan biri biliniyor ise bilinen uçlar toplamından, bilinen orta çıkarılırsa geriye kalan istenilen [diğer] orta olur.[353]

Bilinsin ki birden doğal diziliş ile birer birer veya ikişer ikişer yahut başka bir şekilde ard arda sayıları dizerek artırmak da işbu aritmetik orantı ile ilişkilidir. İmdi bu tanımda söz edilen orantıdan kasıt sadece geometrik olup aritmetik asla konu edilmeyip birbirinden ayırt edilmesi, açıklanması için burada verilmiş, bundan dolayı söz uzatılmıştır.

V. Kitap 5. Tanım

Bu tanım Öklid'in de beşinci tanımı olup son derece kapalı ve muğlak olduğu için orantı kurallarının temeli olmaya layık değildir diye pek çok geometrici itiraz etmiştir.

Fakat bu kapalılık gerçekte tanımın kendisinden değil anlatılan şeyin doğasından kaynaklandığından dolayı ortadan kaldırmak kolay değildir. Ve bazı miktarlar arasında aslen ortak ölçek, nitekim bir karenin köşegeni ile bir kenarı ya da bir dairenin çapı ile çevresi örneğinde görüleceği gibi bulunmamaktadır.

Bu türden miktarlar, ortak böleni olmayan miktarlar olmakla birlikte içlerinde ortak böleni olan kısımlar barındırdıklarından, sayılar veya ortak [ölçülebilir]

---

[352] 6:4 :: 4:2, $6 \times 2 = 12$, $4 \times 4 = 16$, $16 - 12 = 2^2$.

[353] 10:8 :: x:4, $10 + 4 = 14$, $14 - 8 = 6$, $x = 6$.

miktarlar için kısa ve yararlı olan orantı yönteminde olduğu gibi, bu kısımları da ortalar ile tanımlamak mümkün olduğundan, ortak böleni olmayan miktarlarda da birbiriyle uyumlu kesitler bulunduğundan ve bu ortak kesitleri de ortalar ile tanımlamak mümkün olduğundan, her durumda tümünü kapsama koşuluna işbu bizim beşinci tanımımız uyduğundan, başka tanımlara tercih edilsin ve ezberlenmesi kolay olsun diye daha açık terimlerle anlatılmıştır.

Kaldı ki Öklid'in kitabında öğrencilerin çoğunlukla anlayamadıkları muğlak ve karışık durumları açıklamak {232}
kastıyla çok daha iyi biçimde yapılan düzenlemelere dair açıklamalara yer verilmiştir.

İmdi Öklid'in verdiği ve açıkladığı büyük ve küçük oranlara dair şeyler son derece karışık ve düzensiz olup, onlara ilişkin önermeler de öğrencilerin öğrenmelerini engellemekten başka, bütün şeylerin kendiliğinden açık ve yalın olması istenilen bu makul [akla uygun] esere o tür şeyleri almak uygun olmayacağı için, tümü atılıp sadece en yararlı ve gerekli olanları alınmıştır.[354]

V. Kitap 6, 7, 8, 9, 10. Tanımlar[355]

Bu tanımlar aslında Öklid'in tanımları değildir, Theon adlı geometrici tarafından eklenmiş olması akla en yakın ihtimaldir. Kaldı ki söz konusu tanımlar, işbu beşinci kitapta kullanılan bazı terimlerin yorumlu açıklamaları arasına alınmış, verildikleri

[354] Bonnycastle akabindeki 7. ve 8. tanımlara yapılan sıradan eleştiri ve reddiyeler için Barrow'un *Matematik Dersleri*'ne bakılmasını tavsiye etmiş, Tâmânî ise böyle bir tavsiyeye yer vermeyi gerekli görmemiştir.

[355] Bonnycastle bu tanımları değerlendirmeye almamıştır.

önermelerde [bu tanımların] bizzat görülmeleri istendiği için de bu açıklamalar yapılmıştır.

V. Kitap 2. Önerme

Bu önerme her durumda genel ve kapsamlı olup, öğrencilerce anlaşılması kolay olduğundan Öklid'in bu kitapta [bölümde] verdiği ikinci önerme çıkarılmış ve yerine işbu önerme alınmıştır.

V. Kitap 4. Önerme

Bu önerme daha sonra verilecek bazı önermelerin kanıtlanması için gerekli iken Öklid bunu bağlantısız, tek başına ele almış ve vermiştir. Bununla birlikte sekizinci önermenin kanıtlanması sırasında ona atıfta bulunmaktan da geri kalmamıştır.

Halbuki bu önerme çok fazla kullanılması nedeniyle ayrıcalıklı ve seçkin bir yere sahip olup, doğruluğu da işbu kitapta bulunan diğer önermelerin doğruluğu kadar açık ve meydanda olmadığından, burada esaslı bir şekilde ele alınmış ve kanıtlanmıştır. {233}

V. Kitap 12. Önerme[356]

Öklid'de on üçüncü önerme [V.13][357] olan işbu önermenin düzenlenişinde söz edilen miktarların aynı cinsten olması koşulu varken Öklid bu koşula uymadığından, kanıtı yanlış olmuştur. Bu yanlışlıktan arınık olması için, burada söz konusu koşula uygun biçimde verilmiştir.

V. Kitap 16, 17. Önermeler

Oranların oluşturulması ve bölümlere ayrılması hakkında Öklid'in düşündüğü yöntem yeterince açık olmayıp, oldukça verimsizdir; bu konuyu anlatışında,

[356] Bonnycastle bu önermeyi değerlendirmeye almamıştır.

[357] Heath esas alındığında V. Ktb. 12. Önr. dir

işleyişinde kullandığı terimler de düzensiz ve karışıktır. Öğrencilerin gözünde oldukça zor ve akla uzak addedildiğinden işbu önermeleri fazlasıyla açık ve kapsamlı bir şekilde vermeyi ve kanıtlamalarını mümkün olduğunca yalın ve açık kılmayı önemli bir görev saymışızdır.

Kaldı ki on yedinci önerme gerçekte iki bölümdür. Ancak aralarındaki farklılık yalnızca birbirlerinin tersi olmalarından kaynaklandığından, bir uyarı ile duruma işaret etmek uygun görülmüştür.

Bilinsin ki Öklid'in V. Kitab'ı gerek yazım hatası ve gerek ehil olmayan çevirmenlerce tahrif edilmeleri nedeniyle bozulmuş olmasından dolayı, çoğu önerme hakkıyla kanıtlanmamış ve tamamı belirsiz ve karmaşık bir durumda bırakılmıştır. Bu nedenle öğrenciler önceki önermelerin meramının ne olduğunun anlamakta ve kavramakta yetersiz kalmaktaydılar. Bu yüzden bu önermelerin tümü atılıp yalnızca bundan sonra gelecek önermelerin kanıtlamasında kullanılacak olan önermelere yer verilmiş ve anlatılmıştır.

VI. Kitap[358]

VI. Kitap 6. Tanım[359]

Bu tanımın açıklaması, ard arda gelen [silsile] miktarların birinci ile ikinci, üçüncü ile dördüncü ve beşinci ile altıncı ve bu şekilde devam eden ikili miktarların arasındaki oran aynen ikinci ile üçüncü ve dördüncü ile beşinci ve bu şekilde {234} her bir ikili arasında bulunursa, bu gibi miktarlara ard arda orantılı denilip, sürekli oran türünden olurlar.

İmdi söz konusu miktarlardan üç miktar alındığında birincinin üçüncüye oranı yine birincinin ikinciye oranının iki kere tekrarıdır [müsannatün bil-tekrir] demenin anlamı birincinin ikinciye oranı söz konusu ikincinin üçüncüye oranı gibi olduğundan birincinin üçüncüye oranı yine birincinin ikinciye oranın tekrarı olması anlamına gelir ve geçerli bir önerme olur; bir örnek verildiğinde açık hale gelir.

Örnek, birinci miktar ikincinin iki katı, ikinci de üçüncünün iki katı olsa birinci miktar, üçüncü miktarın ikikatının ikikatı olur ve keza birinci miktar ikincinin yarısı, ikinci de üçüncünün yarısı olsa, birinci miktar üçüncü miktarın yarısının yarısı olup tüm katlar ve kesitlerin oranı da bu çıkarım (kıyas) üzere olur.[360]

---

[358] Bonnycastle, Dr. Austin'in VI. Ktb. 1. Tan. hakkında yaptığı değerlendirmeyi vererek neden ona uymadığını açıklamıştır. Tâmânî VI. Ktb. 1. tanımı açıklamaya gerek görmemiştir.

[359] Tanmani bu tanımla ilgili bilgi vermiş, Bonnycastle ise değerlendirmesine bu tanımı almamıştır.

[360] Burada anlatılmak istenen modern gösterimle $\frac{16}{8}, \frac{8}{4}$ ve $\frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ dir.

Bu durumda birincinin ikinciye oranı iki kere [müsenna] tekrar olur demek birinciyle ikinci arasında olan oranın tekrarından ibaretdir.

Çünkü üç miktar arasında iki oran mevcut olduğundan birincinin üçüncüye oranı yalnızca birincinin ikinciye oranının iki kere tekrar etmesinden ibaret olur.

İmdi söz konusu miktarlardan dört miktar alındığında birincinin dördüncüye oranı yine birincinin ikinciye oranı gibi üç kere [müsellesat] tekrar olur demenin anlamı, biraz önce anlatılan anlamdadır. Örnek, birinci miktar ikincinin iki katı, ikinci de üçüncünün iki katı, üçüncü de dördüncünün iki katı olsa, birinci miktar dördüncü miktarın ikikatının ikikatının ikikatı olup bu gibi dört miktar arasında üç oran bulunduğundan birincinin dördüncüye oranı yalnızca birincinin ikinciye oranının üç kere tekrarından ibaret olur.[361]

Velhasıl ard arda orantılı olan her ne kadar süreksiz ve sürekli nicelik varsa tüm katları ve kesitlerinde, sürekli geometrik oran yine bu şekilde olur. Böylece anlaşılsın.

VI. Kitap 12, 13, 17, 18. Önermeler

Bu önermeleri, Öklid'den daha fazla açıklamak, kolaylaştırmak ve incelikli bir biçimde kanıtlamak {235}

kastıyla pek çok değişiklik yapılarak müdahelede bulunulmuştur. Fakat bu değişikliklerin çok dikkatle yahut Öklid'in yöntemine uyularak yapıldığı açık olduğundan, tek tek anlatmaya gerek olmadığı meydandadır.

VI. Kitap 19, 20, 22, 23. Önermeler

[361] Burada anlatılmak istenen modern gösterimle $\frac{16}{8}, \frac{8}{4}, \frac{4}{2}$ ve $\frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{8}{16}$ dır.

Öklid'de bulunmayan işbu önermelerin yararı ve önemi açık ve aşikar olup her durumda *Usûl-i Hendese*'ye alınmaya layık olduklarından buraya alımış ve açıklanmıştır.

Kaldı ki Öklid'in yirmi yedi, yirmi sekiz ve yirmi dokuzuncu önermeleri gayet karışık bir biçimde düzenlendiğinden öğrencilerin zihinlerini karıştırdığı için, onların yerine geçebilen işbu VI. Ktb. 23. önerme alınmış diğerleri atılmıştır.

İmdi Öklid'in söz konusu önermelerini kadim geometriciler çok sık kullanageldiklerinden *Usûl-i Hendese*'de yine bulunmaya devam etmeye layıktır diye bazıları iddia etmişlerdir. Ancak bu iddiaya göre ele alınıp yer verilirse, pek çok başka önermeye de yer vermek gerekip, yararlı ve yalın olan işbu eser hacimce büyük fakat yararca küçük bir kitap olur. Halbuki, bu eserde amaç, bu bilimin sadece önemli ve geçerli önermelerini bir araya getirmektir.

VI. Kitap 25, 26, 27. Önermeler

Yakın dönemde ortaya çıkan geometricilerin[362] düzenleyip ortaya koydukları işbu incelikli ve yararlı önermeler Öklid'de bulunmayıp, yalnızca son önerme Batlamyus'un *Almagest* adlı eserinin I. Kitab'ında bulunmaktadır ve [söz konusu önermelerin] tümünün değeri yani inceliği ve zarifliği konunun uzmanlarınca bilinmektedir ve takdir edilmektedir.

[362] Bonnycastle Dr. Simson ve diğer yazarlar demektedir.

VII. Kitap[363]

Bilinsinki bazı yazarlar sadece yüzey sözcüğünü kullanmışlardır, ancak onunla {236}

düzlem yüzeyi kastetmişlerdir. Fakat yüzey sözcüğü tanımı gereği daha genel olup, düzlem sözcüğü [onun] en özgün niteliği olduğundan yalnızca düzlem sözcüğünün kullanılması ve [bundan da] düzlem yüzeyin kastedilmesi uygun görülmüştür.

Nitelim bazan yalnızca doğru sözcüğü kullanılıp onunla doğru çizginin kastedilmesi gibi.

İmdi bütün bilimlerde ortaya çıkan hatalar, eserin içinde verilen tanımlara dikkat edilmeyip çoğunlukla karışık ve bozuk olmalarından kaynaklanır. Bu hatalar, yeni başlayanların hangi yolu [sistematiği] izlemeleri gerektiğini bilemez hale getirdikten başka, değer verdikleri ve öğrenmek istedikleri bilime karşı daima ikircikli ve kuşkulu kalmalarına, zihinlerinin kusurlu hale gelmesine ve isteklerinin körelmesine ve bezginliğe neden olur.[364]

VII. Kitap 2. Önerme

Bu önerme, Öklid'in on birinci kitabının ikinci önermesi olup yetersiz bir çevirmen tarafından bozulmuş olduğundan karışık ve eksiktir. Çünkü bu önermede amaç, iki veya üç doğru çizgi birbiriyle kesiştiğinde tümünün de aynı düzlem yüzey üzerinde olacağını kanıtlamak olup, söz konusu yetersiz çevirmen anlayış yoksunluğundan bu

[363] Öklid'in sıralamasına göre aslında XI. Kitaptır. Tâmânî ve Bonnycastle VII, VIII, IX, X ve XIII. Kitaplardaki konuları almadıkları için VI. Kitaptan sonra gelen kitaba VII. Kitap demişlerdir.

[364] Bonnycastle VII. Kitapla ilgili böyle bir giriş yapmayarak doğrudan VII. Ktb. 2. önermeyi ele almıştır.

üç çizgiyi ifade etmek amacıyla üçgen ifadesini kullanmıştır. Fakat önceki kitaplardaki şekillerin tümünde üçgenlerin, özellikle düzlem yüzey üzerinde bulundukları tanımlanışlarından belli olduğundan, Öklid'in bu önermenin düzenlenişinde verdiği ikinci kısmın gereksizliği nedeniyle söz konusu düzenleyişten sapılarak, başka bir tarzda verilmiş ve kanıtlanmıştır.

VII. Kitap 3. Önerme

Öklid'de bulunmayan ikizkenar üçgen özelliğinden {237}

elde edilen işbu önermenin yeni kanıtlanışı Öklid'in kanıtlamasından kısa ve açık olup, başka önermelerde de çok sık kullanıldığından, bu şekilde kanıtlanması uygun görülmüştür.

Kaldı ki Öklid'in on birinci kitabı bizim yedinci kitabımız olup bazı yerleri değiştirilmiş ve başka türlü verilmiştir. Fakat bu konuya aşina olanların ilk bakışta fark edecekleri kesin olduğundan, bu değişiklikler ayrıntılandırılmayıp kısaca verilmiştir.

VIII. Kitap[365]

VIII. Kitap 2. Tanım

Düzlem yüzey üzerinde bulunan herhangi benzer şekillerin benzerlikleri, karşılıklı açılarının eşitliği ve bu açılara komşu olan kenarların oranının benzerliğiyle sınırlıdır. Çünkü eğer söz konusu şekiller üçgen değilse, yalnızca açılarının eşitliği veya yalnızca kenarlarının oranlarından benzerlik meydana gelmez.

Ve keza benzer cisimlerin bütün küresel [üç boyutlu] açıları karşılıklı olarak eşit olup, eşit sayıdaki benzer yüzeyin kuşatmasından meydana gelmekle sınırlı olduklarından Öklid'in on birinci kitabında bulunan "benzer eşit cisimler, benzer ve eşit yüzeyler tarafından çevrelenirler" ifadesi boş bir söz olup hendesenin şanından şan götürür. Çünkü türlü şekilllerin benzer olmaları sadece [başka birşeye ihtiyaç duymadan] benzer şekiller tanımından bilinmekte ve eşit olmaları da bizim dokuzuncu aksiyomumuzdan ya da bizim beşinci kitabımızın 6, 10, 14. önermelerinden birisinden çıkarılabilmektedir.

İmdi Öklid'in tanımında söz edilen cisimlerin eşitliği, her durumda kanıtlanmaya ihtiyaç duyduğundan, her ne kadar aslında doğru olsa da yine bu gibi teorik bir önermeyi tanımsız bırakan kimse yerilmeyi hakeder.

Çünkü bazı cisimler vardır ki eşit sayıda benzer eşit yüzeylerin kuşatmasından meydana gelselerse de bu cisimler {238}

[365] Bonnycastle bu kitapla ilgili neden değerlendirme yapmadığına ilişkin bir açıklama yaparak kitabını bitirmiştir. Tâmânî'de değerlendirme yapmaya devam ettiği için bu kısmı almamıştır. Bundan sonraki değerlendirmeler Bonnycastle'de bulunmamaktadır.

ne benzer ve ne eşit olur. Bin üç yüz yıldan beri boş söz olduğu halde yerinde kalan bu tanıma uyarak erdemli geometriciler bu noktada tümüyle hata içinde kalmışlardır. Ancak bu hata, söz konusu tanımın bozukluğundan kaynaklandığından Öklid'in benzer cisimler tanımını düzeltip küresel [üç boyutlu] açı tanımından da daha önce söz etmek gerekirdi.

Kaldı ki Öklid'in on birinci ve on ikinci kitaplarında on iki önerme daha vardır ki hepsi boş sözdür. Çünkü özünde boş olan söz konusu tanım aracılığıyla kanıtlanmışlar ve açıklanmışlardır.

VIII. Kitap 3, 8, 10. Tanımlar

Öklid'in on birinci kitabında bulunan prizma tanımı, tüm prizmaları kapsamayıp yalnızca üç paralelkenar düzlem yüzey ile iki üçgenin çevrelemesinden oluşanları kapsadığından, onun yerine işbu tümünü kapsayan tanım konulmuştur. Keza silindir ile koni tanımları yine [silindir ve konilerin] tümünü kapsamamakta sadece dik silindir ve dik koni türlerini kapsamaktadır. Bu yüzden burada gerek dik ve gerek eğik ve her türünü kapsayan işbu tanım getirilmiştir.

Bilinsin ki herhangi doğru çizgili şeklin kendi düzlemine paralel hareketinden bir prizma oluşacağını ve bir dairenin kendi düzlemine paralel hareketinden bir silindir oluşacağını betimlemek ve akıl erdirmek de mümkündür.

VIII. Kitap Fayda 1

Bu fayda Öklid'in onuncu kitabının birinci önermesidir. Bu eserdeki sekizinci kitabın bazı önermelerinin kanıtlanmasında ona ihtiyaç duyulduğundan, Öklid'in söz konusu kitabından alınarak, bu eserin sekizinci {239}

kitabının önermelerinden önce fayda adıyla verilmiştir.

VIII. Kitap 8. Önerme

Bu önerme ile daha sonra gelen bazı önermelerin kanıtlanmaları işbu ifade edilecek özelliğe dayanmaktadır. Örnek, aynı düzlem yüzey üzerine çizilen ve birbirine eşit iki şekil, söz konusu düzlem üzerinde daima kendine paralel hareket edecek şekilde zihinde canlandırılırsa, söz konusu eşit şekillerin onda [düzlem üzerinde] eşit cisimler meydana getirecekleri doğru bir tasavvurdur.

Gözlemler ve İtirazlar'ın Sonu

En bilgili meliğin lütfuyla hazırladığımız kitabın sonuna yaklaşmış bulunuyoruz; Öklid'in seçimlerinden oluşan *Usûl-i Hendese*'nin bazı yetersiz [kimseler] tarafından ne derece müdahele görmüş ve bozulmuş olduğu daha önce işaret edilen noktalardan açık olduğundan, bu müdahaleleri düşünen ve akıl erdiren kimseler, yeterli yetkileri olmaksızın öğretmek edasında oldukları fennin henüz başlangıcını bilmeden, geometri risalelerinden birini yeterince anlamaya yetenekleri yokken şundan, bundan alarak ve bir araya getirerek bir şekle sokabildikleri eserlerini, bütün yanlışlarıyla ve dil hatalarıyla dolu olarak ortalığa yayarak bilgili geçinirler. Konunun sahibine isyan eden bu kimseleri ortaya çıkarıp, bir miktar insaf etmek uygundur.

İmdi bir önerme hakkıyla kanıtlanmış mı yoksa kanıtlanmamış mı göstererek hüküm vermeye layık olmak için, geometri fennine başlamadan önce mantık biliminin gösterdiği tüm kanıtlama yöntemlerini bilmek gerekir.

Çünkü *Usûl-i Hendese* öğrenmekle meşgul olanların çoğu yalnızca şekillerin [ve/veya teorem, önerme] bazı özelliklerini öğrenmekle yetinip, söz konusu şekillerin hangi yolla kanıtlandığından habersiz olmalarından dolayı fahiş hatalar yapmaları kaçınılmazdır. Fakat, bütün nesnelerin [eşya, varlıklar] gerçeğini bilmeyi amaç edinen, bu engelleri deney ve kanıtlama yoluyla öğrenmek {240}
isteyen, gerek geometri bilgisini ve gerek doğa felsefesini tam bir olgunluğa ulaştırma arzusunda olanlara, bir kapı açmak için Öklid'in *Elementler*'inde bulunan hataları gücümüz yettiğince düzeltmek ve bozuklukları ortadan kaldırmak için, çevirisini hazırladığımız işbu kitap için harcanan emek ve çekilen sıkıntılar boşa gitmeyip, kanıtlamaların en doğrusunu, en yetkinini ayırt etmeye gücü yeten kimselerin gözünde geçerli ve benimsenir olacağını ummaktayız.

Kaldı ki işbu düzenlemeye bundan daha iyi bir şekil vermek mümkündü. Fakat bu güzel kitap öğrencilere yönelik olduğu için, başka türlü verildiğinde elde edilecek yararlar arka plana atılarak, bu şekilde verilmesi tercih edilmiştir.

Burada söyleyeceklerimizi bitirebilmiş ve tamamlayabilmiş olmaktan dolayı Tanrı'ya hamd olsun.

Çeviri ve telif olan bu kitap, en yüce ve en şerefli kimsenin Hicret'inden bin iki yüz on iki yıl sonra rebiulahir ayının birinci günü [23 Eylül 1797 Cumartesi] tamamlanmıştır. {241}

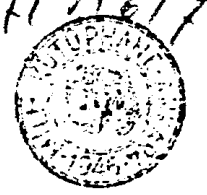
USÛL-İ HENDESE'NİN ÖZGÜN METNİ



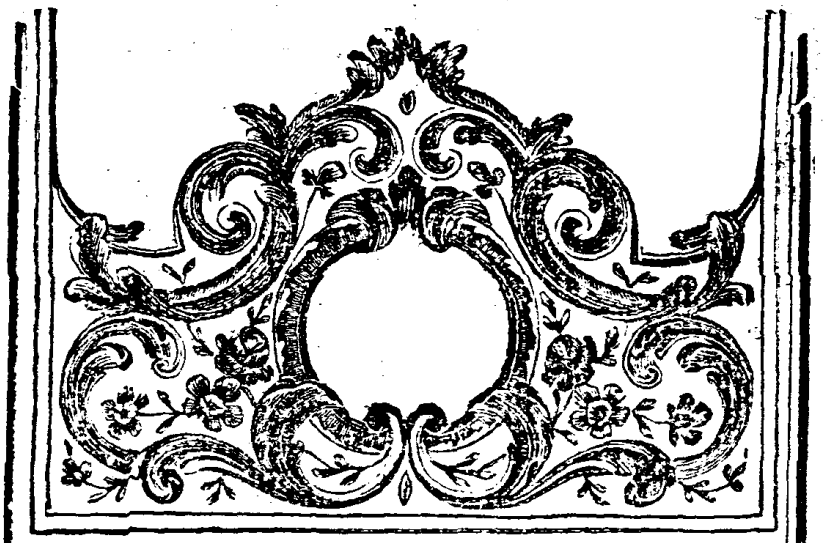
صف ثانی شاکردانندن احمد لطیف افندیه تسلیم شد



1971 A617



1960
1109



بسم الله الرحمن الرحيم

حمد وسپاس بی نهایه وشکر وثنای عدیم الغایه اول خالق عالم
العناصر والافلاك تنزه ذاته عن مشابهة الاشكال والاشتراك
جناب كبریاسنه تقدیم وادا وتقیحهٔ صلوة وتحیات وزكیهٔ سلام
بی غایات اول مبداء اصول دین مبین وبراهین مثبتهٔ اهل یقین
وخاتم الانبیاء وسید المرسلین افندیمزه تهیوٴ واسرا وادعیهٔ لایقهٔ
بی حساب اول آل واصحاب مقدمة الاتساب حضراتنه تأدی
واهدا قلندقدنصكره معلوم اوله كه متانت بنیان وهدایت برهان
ومطلوب نظریه بی بطریق القطع اثبات وبیان جهتیله اقوای
علوم اولان فن هندسه یه معارف شریفه وعلم هیئت سمما ومعرفة
مساحه ومقادیر عروض واطوال بلادكه فن جغرافیا ایله مسمادر
واكثر صنایع فن مرقومك اصولنه متوقف ومنوط اولمقدن ناشی
حرف حربیه نك دخی بورتبه نشوونماسی وقلاع ومتریس وسائر
استحكاماتك بناسی وارد ویرلرینك رسم وتصویری ولغملر
حفر واحداثی وخمبره لر انداختی وجسرلر وسفینه لر انشاسی
والحاصل هنكام حیاتده وقوف واطلاعنه محتاج اولدیغمز كثر اشیا
بو فن جلیل اصولنه متعلق اولمغین تعلیم وتعلمی اهم مهمات واجبهٔ

الاهتمامدن اولمق ملابسه سیله فن مذکوره اشداحتیاج ایله محتاج
ومطالب نظریه اثباتلرینك موقوف علیهی اولان فن مذکورك منافع
سائره سندن قطع النظر میزان العلوم اولان منطق مثللو برحقیقتك
تحصیل وطلبنده ذهنك اصابت اوزره تأمل وتفکر ایتمك ملکهٔ
راسخه سنی استحصاله بادی اولدیغندن قانون راستی نمون مناظره نك
بالجمله قواعد منتجة الفوائدندن اصح وادق وانتظام مبادی والتیام
سلسلهٔ اجزا ودعاویسنك عمومیت اوزره استعمالی وبراهین محصلة
الیقینك علی طریق الوضوح والتحقیق هرمحللده جریان وتداولی
ظاهر ومحققدر لکن فن مذکوردہ تألیف وتصنیف اولنان کتب
متقدمین اختلال تراکیب وعباره حسیله افادهٔ مرامده قاصر وکتب
متأخرین دخی اکثر ذکری لازم وترکی الزم اولمق ظنیله التزام
مالایلزم ثنیه سنه سالك ومتبادر اولدقلرندن قلیل الافاده اولوب کتب
متقدمیندن الك اشهر ومعتبریکه اصول هندسه یی حاوی اقلیدسه
منسوب اولمق اوزره مقبول فخامدر حدود ومصادرات واصول
موضوعه وعلوم متعارفه لرك تقریر وبیان واثبات عیانندہ زیاده سیله
اختلال ودعاوی عملیه ونظریه لرك سبك واداسنده غموض اشکال
اولمقدن ناشی مبانیٔ عباره سی مراد وفؤادینی افاده ده منعقد المعانی
اولدیغندن بشقه مطلوب نظریهٔ واحدی اثبات ضمنندہ طرق
عدیدهٔ مهوشه ومتقدمات کثیرهٔ معوجه بسط وسرد ایتمش اولوب
بروجه محرر اثبات ایلدیکی مطالبك اکثری لدی التدقیق غیر سدید
وامعان نظر ایله مطالعه وملاحظه اولندقده اقلیدسك اختیار ایلدیکی
مناهج متفرقه سی خبط خطایی منتج ایدوکی عند اصحاب الالباب
باهر وبدید واثباتنه متصدی اولدیغی مدعیات سقیمه سی امضا کردهٔ
ارباب بینش ودید در امدی علم هندسه ایله برحقیقتدن حقیقت
اخرانك استنباط واستخراجنه متعلق قواعد منطقیه اوزره نتایج

استخصالنه اکرجه سررشته وشاهراه بولنوب فن مذکوره
اقلیدسك سالك اولدیغی طور وزمین دخی طبع وفؤاده ملایم والیق
واولزمینه ممکن مرتبه تبعیت واقتفا انفع واوفق اولمغله مبادی ومقاصدینی
اشبوکتاب صحت نصاب منضمن وکافل اولمق اوزره تاریخ هجرت
اکمل النبو به نك بیك ایکیوز اوج سنه سی که میلاد عیسی علیه السلامك
بیك یدیوز سکسان طقوز سنه سنده انکلتره استادلرندن کمال دقت
ودرایت وعلوم ریاضیه ده حائز قصب السبق ملکهٔ مهارت کروه
دقایق پژوهدن بونیقاسل نام حکیم ذوفنون اصابت بنامك کتاب
اقلیدسی تلخیص وتنقیح وتهذیب وتصحیح ارادهٔ صائبه سیله مهم
ومقتضی اولمیان مقدمات زائده ونطویلات نافله سن ترك وطی ایله
توفیق اولنبان مطالب نظریه لری علی وجه الدقه تحقیق وطرق
صحیحه وسدیده ایله جمع وتلفیق ومطالبنده اولان منشأ غلط ومحل
خبط سقطینی برنهج انصاف حل وبیان وعلم هندسه دن اولمیان کرك
خواص اعداده وکرك علم مساحه یه متعلق برقاچ مقالاتی وآخر
اقلیدسده بولنان بش قطعه مجسمات افلاطونیه یه دائر بی نفع وطائل
مقاله لری طرد واخراج ایله کتاب مذکوری یوتهٔ قوهٔ مفکره سنده
بالاذابه زرخالص العیار کبی جدوف غل وردائتدن تنظیف وتعریه
ونفس هندسه دن عبارت سکز مقاله اولمق اوزره تلخیص وتصفیه
برله کشف وعیان ایدوب بووجهله عمیم النفع ویسیر الفهم برکتاب رعنا
ومستثنا ایدوکی عنداهل الوقوف باهر وروشنادر کتاب مرقوم
حقیقة علم هندسه دن بحث وبیانه موضوع ومعنی مقدمات جهاددن
اولان ترتیب مهمات سفریه وتنظیم ادوات حربیه ومحافظهٔ
سرحدات وثغور ومدافعهٔ اعدای خیانت موفور امرنده منافع
کثیره وفوائد وفیره سی درکار وبرکمال ایدوکی بدیهیات فکریه
ومشاهدات حسیه دن اولوب جناب تنسیق بخشای امور کائنات

وفرمان فرمای قلمرو مکونات جلت عظمة ذاته عن اتخاذ الجهات
حضرتلرینك اراده سنیه سبحانی ومشیت علیه ربانیسی تأییداساس
دین اسلام وتجدید قواعد نظام دولت ابد قیامه تعلق ایله حضرت
پادشاه جوان بخت دارا درایت وجناب خلافتپناه زکا فطرت
اعنی به السلطان ابن السلطان ابن السلطان السلطان سلیم خان ثالث
ابن السلطان مصطفی خان ثالث ابن السلطان احمد خان ثالث اطال الله
عمره وابد سلطنته واید الله ملکه وجنوده وانفذ حکمه ونظامه
الی ساعة القیامك ترتیب طوائف عسکریه وتنظیم صنایع سفریه به
اراده کرامت افاده جهاندار یلری مربوط ومعطوف اولمقدن
ناشی اشبو ترتیبات بدیعه دن ازجمله خبیره جیان قشلاغی جوارنده
برای تعلیم وتعلم بنیاد پیور دقلری مهندسخانه جلیله ده خلیفه ثانی
اولان عبد عاجز قلیل البضاعه وبنده ضعیف کلیل البراعه
حسین رفقی طهانی قوللری وفی الاصل انکلتره مهندسلرندن ایکن
دلالت بدرقه توفیق صمدانی ورهبری تأیید هدایت یزدانی ایله
کردن عبودیتی زینت ارای قلادهٔ جوهر انقیاد دولت علیه ومظهر
فیض خدمات سلطنت سنیه اولان سلیم قوللریله بالاتحاد مزبور
بونیقا سلك ترتیب ایلدیکی کتاب سالف البیانك مستعینا بالله لسان ترکی به
ترجمه وتحویلی محضا قوة طالع سلطان سلاطین زمان وحسن نظر
جناب مالك الرقاب خواقین آوان حضرتلرینك تأثیر وثمره سی
اولهرق رسیدهٔ حسن ختام اولمغله ناظرین اولان اصحاب افکار سلیمه
وارباب طبایع مستقیمه یأبی الله العصمة لکتاب غیر کتابه فحواسی
حسب البشریه واقع اولان هفوه وسقطه مزی کلك راست رفتار
مروتلریله تصحیح وتسدید پیور ملری متمادر قالمیه اشبو ترجمهٔ
جمیلهنك ترتیب وتنظیمندن ماعدا علی قدر الطاقه بذل مقدرت
وفن هندسه یه لزم اولان دعاوی سائره لرك جمع وتألیفنده سعی ودقت

ایده رك بو آنه دكین خاطره خطور ایتیان بعض ملحوظات
واعتراضات ذیل كتابده اشارت اولنمش اولغین فن مذكوری ومبنی
اولدیغی اصولی كما ینبغی تصور وتعقل ایتمكه هوسكار اولنلر
اشبو ذیل كتابده اشارت اولنان
محررات ومكتوباته
مراجعت
ایلیه لر

اصول هندسه دن مقاله اولی

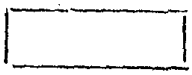
معلوم اوله که هر برعلم ایچون موضوع ومبادی ومسائل واردر موضوع علم اولدرکه کندوده اعراض ذاتیه دن بحث اولنه بوتقدیرجه علم هندسه نك موضوعی کم متصل ثلاثی الذائدر که اکا مقدار دینلور مبادی علم اولدرکه مسائلك توقف ایلدوکی شی اولوب اولدخی ایکی قسمدرقسم اول مبادی تصوریه درکه هر علمده مستعمل اولان اشیانك حدود وتعریفاتیدر قسم ثانی مبادی تصدیقیه درکه قیاسلری کندودن ترکب وتألف ایدن قضیه لردرامدی اول قضیه لرنفسها بینه یعنی بدیهی دن اولورایسه اکا علوم متعارفه دیرلر واکر بنفسها بینه اولیوب اولدخی نفس الامره مطابقتی حسن ظنله مسلمه اولورایسه اکا اصول موضوعه دیرلر واکر محللنده بیان اولنجیه دکین استنکار وتشکك اوزره مسلمه اولورایسه اکا مصادرات دیرلر وبومصادرانی هرنقدرقوم استعمال ایلدیلرایسه دخی چندان مقبول ومرغوب اولمامغله بوکتاب مستطاب اندن سالمدرمسائل علم اولدرکه قضیه لری مبادی تصوریه وتصدیقیه دن ترکب وتألف ایدوب مطلوب بالذات اولان دعوالردرفن هندسه ده مذکور دعوالر یا عملی ویانظریدر عملی اولدرکه شیء ناقص موجودی اولا تکمیل ایدوب بعده اثبات ایتمکدرنظری اولدرکه شیء کامل موجودی فقط اثبات ایتمکدر امدی بهرکتاب مبادی تصوریه وتصدیقیه ایله تصدیر اولنمسی اهم اموردن اولغین فن مرقومده مذکوراشیانك بیانشده محتاج الیها اولان حدود واصول موضوعه وعلوم متعارفه ایله اشبو کتاب دخی تصدیراولنمق واجب اولدی وبه نستعین

الحدود

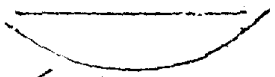
۱ جسم اولدرکه کندوایچون ابعاد ثلثه یعنی طول وعرض وعمق بولنوب اشبواوچ جهته انقسامی قبول ایده



۲ سطح اولدرکه جسمك نهایتی اولوب کندوایچون طول وعرض اوله یعنی اشبو ایکی جهته انقسامی قبول ایده

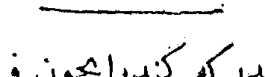


۳ خط اولدرکه سطحك نهایتی اولوب کندوایچون فقط طول اوله یعنی عرض وعمق بولنمیوب فقط برجهته انقسامی قبول ایده



٤ نقطه اولدرکه خطك نهایتی اولوب کندوایچون جزاولیه یعنی طول وعرض وعمقدن کندوده برنسنه اولیوب اصلا برجهته انقسامی قبول ایتمیه

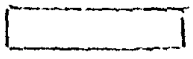
٥ خط مستقیم اولدرکه کندوایچون فرض اولنان هرا جزامی برامتداددده بولنه



٦ خط منحنی اولدرکه کندوایچون فرض اولنان هرا جزامی برامتداددده بولنمیه



۷ سطح مستوی اولدرکه اوزرنده فرض اولنان هرایکی نقطه بینته واصل اولان خط مستقیم دائما سطح مرقومی مس ایده



٨ زاویهٔ مسطحه اولدرکه هرایکی خط مستقیم خط واحد مستقیم اولمامق شرطیله بربرینه متصل اولدقده اراسنده بولنان آچقلقدر



٩ برخط مستقیم خط مستقیم آخراوزرینه واقع اولدقده ایکی طرفنده حادثه اولان زاویه لر بربرینه مساویه اولسه لرخط مرقوملر بربرینه عمودلر



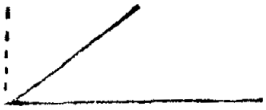
١٠ برخط مستقیم خط مستقیم آخراوزرینه عمود اولدقده ایکی طرفنده حادثه اولان زاویه لردن هربرینه زاویهٔ قائمه دیرلر



١١ هرایکی خط مستقیم اراسنده حادثه اولان زاویه قائمه دن بیوك اولورایسه اکا زاویهٔ منفرجه دیرلر



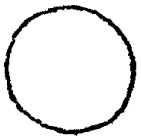
١٢ هرایکی خط مستقیم اراسنده حادثه اولان زاویه قائمه دن کوچك اولورایسه اکا زاویهٔ حاده دیرلر



١٣ شکل اولدرکه نهایت واحده یاخود برقاچ نهایات احاطه سی جهتندن حاصل اولان برهیئتدر

١٤ دائره

١٤ دائره برشکلدرکه سطح مستوی اوزرنده برخط منحنی احاطه سندن حاصل اولوب داخلنده واقع برنقطه دن خط منحنی مرقومه خروج ایدن جمیع خطوط مستقیمه متساویه اوله امدی خط منحنی مذکوره محیط دائره ونقطهٔ مزبوره یه مرکز دیرلر



١٥ هرقنغی شکل که خطوط مستقیمه احاطه سندن حاصل اوله اکا شکل مستقیم الاضلاع تسمیه اولنور

١٦ هرقنغی شکل که برسطح مستوی اوزرنده اوچ خط مستقیم احاطه سندن حاصل اوله اکا مثلث ومحیط اولان خطلرك هربرینه ضلع دیرلر

١٧ هرمثلث که ضلعلرینك مجموعی متساویه اوله اکا متساوی الاضلاع دیرلر



١٨ هرمثلث که فقط ایکی ضلعی مساوی اوله اکا متساوی الساقین دیرلر



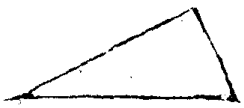
١٩ هرمثلث که اضلاعندن هیچ بری دیکرینه مساوی اولیه اکا مختلف الاضلاع دیرلر



۲۰ مثلث قائم الزاویه اولدرکه کندوده برزاویهٔ قائمه بولنه
واول زاویهٔ قائمه قارشوسنده بولنان ضلعه وترقائمه دیرلر



۲۱ مثلث منفرج الزاویه اولدرکه کندوده برزاویهٔ منفرجه بولنه



۲۲ مثلث حادالزوایا اولدرکه جمیع زاویه سی حاده اوله وجمیع
مثلثده وهرزاویه قارشوسنده بولنان ضلعه اولزاویه نك وتری دیرلر



۲۳ خطوط متوازیه اولدرکه برسطح مستوی اوزرنده بولنان
خطوط مستقیمه ایکی طرفلرندن الی غیر النهایه اخراج اولنسه لر
اصلا تلاقی ایتمیه لر

---

۲۴ هرقنغی شکل که برسطح مستوی اوزرنده درت خط مستقیم
احاطه سندن حاصل اوله اکا ذواربعة اضلاع تسمیه اولنور
۲۵ شکل متوازی الاضلاع اولدرکه ذواربعة اضلاعدن اوایپ
هرضلعین متقابلین بربرینه موازی اوله



۲۶ ذواربعة اضلاعك هرایکی متقابله بولنان زاویه لری بینله
واصل اولان خط مستقیمك اسمنه قطر شکل دیرلر



قاعده

۲۷ قاعدهٔ شکل اولدرکه شکل مفروضی محیط اولان نهایاندن اوزرینه اونوردیغی نهایت اواوب اولقاعده قارشوسنده بولنان زاویه یه زاویهٔ رأس دیرلر



تنبیه اولدرکه یکمش دعوی تحتنده مندرج اولوب مابعدندن قطع نظر ماقبلندن فهم اولنا حق بحثه دلالت ایدر

نتیجه اولدرکه یکمش دعوانك اثباتندن ظاهر وآشکار اولوب آنك ایچون دیکر اثبات اقتضا ایلمیکه دلالت ایدر

فائده اولدرکه مابعدنده ظهور ایده جك بردعوانك اثباتنه صالح اولور برمسئله یه دلالت ایدر

✻ الاصول الموضوعة ✻

۱ هرایکی نقطه بینله برخط مستقیم وصل ایتمك ممکندر

۲ برخط مستقیم محدودی استقامت اوزره مراد اولنان نهایته قدر اخراج ایتمك ممکندر

۳ هر برنقطه اوزرینه هر برمراد اولنان بعد ایله برداره رسم ایتمك ممکندر

٤ برخط مستقیم خطین متوازیینك برینی برنقطه ده قطع ایلسه اول خط استقامت اوزره اخراج اولندقده خط موازی آخری دخی برنقطه ده قطع ایدر

✻ العلوم المتعارفه ✻

۱ شیلر بعینه مساوی اولسه لر اول شیلر دخی بعینه مساوی اولورلر

۴ اکر مساویلرمساویلره جمع اولنسه لرحاصلاردخی مساوی اولورلر

۳ اکر مساویلرمساویلردن طرح اولنسه لرباقیلردخی مساوی اولورلر

٤ اکر مساویلرغیرمساویلره جمع اولنسه لرحاصلاردخی غیر مساوی اولورلر

٥ اکر مساویلرغیر مساویلردن طرح اولنسه لر باقیلردخی غیر مساوی اولورلر

٦ شیلر برشیئك ضعفی اولسه لراول شیلردخی بربرینه مساوی اولورلر

۷ شیلر برشیئك نصفی اولسه لراول شیلردخی بربرینه مساوی اولورلر

۸ هربر کل کندی اجزا لری مجموعنه مساویدر

۹ اشیا موجوده بربرینه منطبق اولسه لرياخود بربرینك مکانی طولدرسه لراول موجودلر بربرینه مساوی اولورلر

❋ درون کتابده محرر بعض اشارات بیان اولنور ❋

امدی برشیئك تعریفات وحدودی مراد اولنورایسه اشبو اشارت رسم اولنور

(حد)

واکر اصول موضوعه تحریری مراد اولنورایسه اشبو اشارت رسم اولنور

(موضوعه)

واکر علوم متعارفه تحریری مراد اولنورایسه اشبو اشارت رسم اولنور

(متعارفه)

واکر برمقاله اشکالندن کندی شکلی تحریری مراد اولنور ایسه فقط رقم نجومیله اشارت اولنور (ح)

واکر برمقاله درونده مقالهٔ اخری اشکالندن برشکل تحریری مراد اولنورایسه مثلا اوچنجی مقاله درونده ایکنجی مقاله اشکالندن اون برنجی شکل تحریری مراداولنورایسه عدد مقاله ایچون رقم هندی وعدد شکل ایچون رقم نجومیله اشارت اولنور

(۲ ۱۱)

واکر اول مقاله ده مقالهٔ اخری اشکالندن برشکلك نتیجه سی تحریری مراداولنورایسه اشبو اشارت رسم اولنور

(۲ نتیجه لو)

واکر اول مقاله ده مقالهٔ اخری اشکالندن برشکلك تنبیهی تحریری مراداولنورایسه اشبو اشارت رسم اولنور

(۲ تنبیه ✻)

بودخی معلوم اوله که برزاویه دن تعبیرمراد اولنوب حروف جمندن اوچ حرف ایله ذکر اولنورایسه حروف مرقومه دن وسطده بولنان حرف زاویهٔ مطلوبه یه اشارتدر

✻دعوی اعلی✻

برخط مستقیم محدوداوزرینه مثلث متساوی الاضلاع رسم ایتمك طریقیدر

مثلا ا ـ خط مستقیم محدودی اوزرینه برمثلث متساوی الاضلاع رسم ایتمك مراداولنسه اولا ا نقطه سی مرکزاعتبار اولنوب ا ـ بعدیله ـ حد محیط دائره سی رسم اولنه (موضوعه) بعده ـ نقطه سی دخی مرکزاعتبار اولنوب ـ ا بعدیله ا ح ه محیط دائره سی رسم اولنسه دقده (موضوعه) اشبو دائره لردن هر بری آخرك مرکزینه مرورایلدیکندن بربرینی قطع ایدرلر مثلا نقطهٔ تقاطع ح اولسون وبو ح نقطه سندن ح ا ح ـ

خط مستقیملری رسم اولندقده مطلوب اولان مثلث متساوی
الاضلاع ا ـ ح مثلثی اولور * زیرا ا نقطه سی ـ ح دائره سنك
مرکزی اولدیغندن ا ـ ا ح خطـلری متساویاندر (حد ١٤) وکذا
ـ نقطـه سی ا ح ه دائره سنك مرکزی اولدیغندن ـ ا ـ ح
خطـلری دخی متساویاندر (حد ١٤) امدی شیلر برشیئه مساوی
اولسه لراول شیلردخی بربرینه مساوی اولغین (متعا رفه ١) هر بری
ا ـ خطنه مساوی اولان ا ح ـ ح خطلری دخی بربرینه مساوی
اولورلر بوتقدیرجه ا ـ خط مستقیمی اوزرینه اعمال اولنان
ا ـ ح مثلثی متساوی الاضلاع اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوی ـ عملی *

نقطهٔ مفروضه دن برخط مستقیم محدوده مساوی خط آخر
اخراجنك طریقیدر

مثلا ا نقطهٔ مفروضه سندن ـ ح خط مستقیم محدوده مساوی
برخط مستقیم آخراخراج اینك مراد اولنسه اوّلا ا ـ نقطه لری
یانی برخط مستقیم ایله وصـل (موضوعه) ا ـ اوزرینه ا ـ ح
مثلث متساوی الاضلاعی رسم اولنوب (١) ـ نقطه سندن ـ ح
بعدیله ح ع ر دائره سی رسم (موضوعه ٣) ع ـ ضلعی استقامت
اوزره ح ع ر محیطنده واقع ر نقطه سنه دکین اخراج اولنه
موضوعه) بعده ع نقطه سندن ع ر بعدیله ر ه و دائره سی
دخی رسم اولنوب ا ضلعی استقامت اوزره ر ه و محیطنده
واقع و نقطه سنه دکین اخراج اولندقده او خطی ـ ح
خطنه مساوی اولور * زیرا ـ نقطه سی ح ع ر دائره سنك
مرکزی اولدیغندن ـ ح ـ ر متساویاندر (حد ١٤) وکذا

ع نقطه سی

و نقطه‌سی دهو دائره‌سنك مرکزی اولدیغندن دو در دخی
متساویاندر لکن دا جزئی در جزئنه مساوی اولمغله (حد ۱۷)
بعدالطرح باقی قلان او خطی دیکر باقی قلان در خطنه مساوی
اولور (متعارفه) امدی او خطی در خطنه مساوی اولوب در
دخی در خطنه مساوی اولدیغندن او در خطلری متساویین
اولورلر (متعارفه) بوتقدیرجه ا نقطه سندن رسم اولنان او خطی
در خط محدودینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور تنبیه
اکر ا نقطه‌سی خط محدود مرقومك نهایتی اولان نقطه سنده
واقع اولسه اشبو نقطه‌سندن محیطه قدر رسم اولنان خطوطدن
هربری مقدار مطلوبه مساوی اولمغین عمل ثانی یه احتیاج یوقدر

❋ دعوی و عملی ❋

ایکی خط مستقیم محدودك اطولندن اقصرینه مساوی برجزؤ قطع
ایتمك طریقیدر

مثلا ا ب ایله و خطین مستقیمین محدودینك ا ب اطولندن و
اقصرینه مساوی برجزؤ قطع ایتمك مراد اولنسه امدی ا
نقطه‌سندن و خطنه مساوی ا د خط مستقیمی رسم ارلنوب (ب)
ا نقطه‌سندن ا د بعدیله دهو دائره‌سی دخی رسم اولندقده
(موضوعه) دائره‌مرقومه‌نك ا ب خطندن قطع ایلدیکی او
خطی و خطنه مساویدر * زیرا ا نقطه‌سی دهو دائره‌سنك
مرکزی اولدیغندن او ا د خطلری متساویاندر (حد ۱۴) امدی
و خطی بالعمل ا د خطنه مساوی اولمغله او خطی دخی
و خطنه مساوی اولوب (متعارفه) مطلوب ثابت اولور
تنبیه اکر و خطنك نهایتی ا نقطه‌سنده واقع اولورایسه

عمل اوله احتیاج یوقدر

❋ دعوی ۵ نظری ❋

برمثلثدن ایکی ضلع وبینلرنده واقع زاویه مثلث اخرذن ایکی ضلع وبینلرنده واقع زاویه یه مساوی اولسه اول مثلثلردخی هرحالده بربرینه مساوی اولورلر

مثلا ا ـ ح وهو مثلثلرندن ا ح ضلعی و ضلعنه ـ ح ضلعی هـ و ضلعنه ح زاویه‌سی و زاویه‌سنه مساوی اولسه اول مثلثلر دخی هرحالده بربرینه مساوی اولورلر * زیرا ا ـ ح مثلثی وهـ و مثلثی اوزرینه اولوجهله تطبیق توهم اولنسه که ح نقطه‌سی و نقطه‌سنه ح ا ضلعی و ی ضلعنه منطبق اوله امدی ح ا ضلعی وی ضلعنه منطبق اولوب ح زاویه‌سی و زاویه‌سنه بالفرض مساوی اولدیغندن ح ـ ضلعی دخی وهـ ضلعنه منطبق اولور وکذا ح ا ضلعی وی ضلعنه ح ـ ضلعی وهـ ضلعنه بالفرض مساوی اولدقلرندن ا نقطه‌سی ی نقطه‌سنه ـ نقطه‌سی هـ نقطه‌سنه منطبق اولوب خطوط مستقیمه بك نهایتلری بربرینه منطبق اولدقلرنده خطوط مرقومه دخی بربرینه منطبق اولورلر اکر دکل ایسه کندولر ایچون فرض اولنان اخالفی برامتداده بولنامق لازم کاورکه بو ایسه خلافدر (حد) واسیدن ا ـ ضلعی دخی وهـ ضلعنه منطبق ومساوی اولوب ا زاویه‌سی ی زاویه‌سنه ـ زاویه‌سی دخی هـ زاویه‌سنه مساوی اولوب بوتقدیرجه ا ـ ح مثلثی وهـ و مثلثنه منطبق اولغله مثلثلردخی هرحالده بربرینه مساوی اولوب (متعارفه) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی $\frac{5}{8}$ نظری ❋

مثلث

مثلث متساوی الساقینك قاعده‌سی اوزرنده بولنان ایکی زاویه‌لر
بربرینه مساویدر

مثلا ا ـ ح مثلث متساوی الساقینده ا ح ـ ح ساقلری متساویدن
اولمغله قاعده‌سی اوزرنده بولنان ح ا ـ ح ـ ا زاویه‌لری دخی
بربرینه مساویدر * زیرا ح ا ح ـ ساقلری قاعده‌سی جهتنه
استقامت اوزره اخراج اولنوب ح د ح ه دخی بربرینه مساوی
قطع اولنه (ح تنبیه) بعده ا ه ـ د خطلری وصل اولندقده
حادث اولان ح ا ه مثلثندن ح ا ح ه ضلعلری ح ـ د مثلثندن
ح ـ ح د ضلعلرینه مساوی اولوب ح زاویه‌سی مشترکه
اولدیغندن ا ه ضلعی ـ د ضلعنه ح ا ه زاویه‌سی ح ـ د
زاویه‌سنه د زاویه‌سی ه زاویه‌سنه مساوی اولور (ه) لکن
ح د کلی ح ه کلنه بالعمل مساوی اولوب ح ا جزئی ح ـ جزئنه
بالفرض مساوی اولدیغندن باقی قلان ا د ـ ه جزلری دخی
بربرینه مساوی اولمغله (متعارفه) دان مثلثندن دا د ـ
ضلعلری ه ـ ا مثلثندن ه ـ ه ا ضلعلرینه مساوی اولوب
د زاویه‌سی دخی ه زاویه‌سنه مساویه اولدیغندن ا ـ د
زاویه‌سی ـ ا ه زاویه‌سنه مساویه اولورامدی ح ا ه ح ـ د
زاویتین متساویتیندن ـ ا ه ا ـ د زاویتان متساویتان طرح
اولندقده فوق القاعده باقی قلان ح ا ـ ح ـ ا زاویه‌لری دخی
متساویتین اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه هرمثلث متساوی الاضلاع متساویة الزوایادر

دعوی و نظری

برمثلثك زوایاسندن ایکی زاویه بربرینه مساوی اولسه لرانلری موتر
اولان ضلعلردخی بربرینه مساوی اولورلر

مثلا اـح مثلثنده حا ـ حـا زاویه‌لری بربرینه مساوی اولسه‌لر
حا حـ ضلعلری ذخی بربرینه مساوی اولورلر * زیرا کل ایسه
بربسی البته اطول اولورفرض ایده‌لم که حـ ضلعی اطول اولسون
امدی حـ اطولندن حا اقصربنه مساوی کـ قطع اولنوب (ح)
اکـ ذخی وصل اولندقده حادث اولان اـکـ مثلثنده کـ با
ضلعلری اـح مثلثدن حا اـ ضلعلرینه مساوی اولوب کـا
زاویه‌سی حاـ زاویه‌سنه بالفرض مساوی اولدیغندن اـکـ
مثلثی هرحالده اـح مثلثنه مساوی اولوب (ک) جزؤ کله مساوی
اولمق لازم کلور بو ایسه خلافدر بو تقدیرجه حـ ضلعی حا ضلعندن
اطول اولامز وبومثللو اثبات اولنورکه اقصر دخی اولامز اولاسبیدن
حا حـ ضلعلری بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه هرمثلث متساویة الزوایا متساوی الاضلاعدر

﴿دعوی ر نظری﴾

برمثلثك اضلاعی مثلث اخرا ضلاعنه نظیر نظیره مساوی اولسه
اول مثلثلرك نظیرنظیره اولان زوایاسی دخی بربرینه مساوی اولورلر
مثلا اـح وهو مثلثلرنده اـ ضلعی وهـ ضلعنه اح ضلعی
دو ضلعنه کـح ضلعی هو ضلعنه مساوی اولسه ح زاویه‌سی
و زاویه‌سنه کـ زاویه‌سی هـ زاویه‌سنه ا زاویه‌سی د زاویه‌سنه
مساوی اولور*زیرا وهو مثلثیندن وهـ ضلع اطولی اـح مثلثندن
اـ ضلع اطولنه اولوجهله تطبیق اولنسه ﴿ﻙ﴾ و نقطه‌سی ر
نقطه‌سی محلنده واقع اولوب حـ ر نقطه‌لری بابی دخی وصل
اولندقده اح ضلعی دو یاخود ار ضلعنه بالفرض مساوی
اولمغین احـ زاویه‌سی ادح زاویه‌سنه مساوی اولوب (ل)
کـح ضلعی هو یاخود کـر ضلعنه بالفرض مساوی اولدیغندن

کـحر

ـجر زاویه‌سی ـرح زاویه سنه مساوی اولور لکن احر
ـحر زاویه‌لری ارح ـرح زاویه لرینه نظیر نظیره مساوی
اولمغین احـ زاویه‌سی مجموعی ارـ زاویه‌سی مجموعنه
مساوی اولور (متعارفه ۸) وکذا اح ضلعی ار ضلعنه حـ
ضلعی رـ ضلعنه و بینلرنده کی زاویه‌لردخی بربرینه مساوی
اولدیغندن حار زاویه‌سی راـ زاویه‌سنه اـح زاویه‌سی
اـر زاویه‌سنه مساوی اولور (ی) امدی اـر مثلثی دهو
مثلثك عینی اولدیغندن دهو مثلثك زاویاسی اـح مثلثك
زاویاسنه نظیر نظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ح نظری✻

هر رزاویهٔ قائمه بربرینه مساویدر

مثلا اـح دهو زاویهٔ قائمه‌لری بربرینه مساویدر * زیرا دهو
زاویه‌سی اـح زاویه‌سنه اولوجهله تطبیق توهم اولنسه که
هـ نقطه‌سی ـ نقطه‌سنه هر خطی ـا خطنه منطبق اوله امدی
هو خطی ـح خطنه منطبق اولیوب اـح زاویه‌سنك خارجنده
ـر امتدادنده واقع اولورایسه اب خطی ح نقطه‌سنه دکین
استقامت اوزره اخراج اولندقده (موضوعه) اـح اـر
زاویه‌لری بالفرض قائمه اولدقلرندن حـ رـ خطلرندن هربری
اح خطی اوزرینه عمود اولوب (جد ۱) برخط مستقیم خط
مستقیم آخراوزرینه عمودا ولسه ایکی طرفنده حادث اولان زاویه‌لر
بربرینه مساوی اولمغله (جد ۹) حـا زاویه‌سی حـح زاویه‌سنه
رـا زاویه‌سی رـح زاویه‌سنه مساوی اولش اولورلکن رـا
زاویه‌سی حـا یاخود اکا مساوی اولان حـح زاویه سندن
اعظم اولمغین رـح زاویه‌سی حـح زاویه‌سندن اعظم اولوب

شئ اصغرشئ اعظمدن دخی اعظم اولق لازم کلور بو ایسه خلافدر بو تقدیرجه هو خطی ا-ح زاویه سنك خارجنده واقع اولامزبو مثلاواثبات اولنورکه داخلنده دخی واقع اولامز اولسیدن هو خطی ب-ح خطنه منطبق وهو زاویه سی دخی ا-ح زاویه سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ط عملی❋

برزاویهٔ مسطحه یی تنصیف ایتمك طریقیدر

مثلا ب-اح زاویهٔ مسطحه یی تنصیف ایتمك مراد اولنسه اوّلا ا-ب خطی اوزرنده کیف ما اتفق د نقطه سی تعیین ا-ح خطندن دخی ا-ز خطنه مساوی اهـ قطع اولنوب (ح) وهـ نقطه لری بینی وصل اولنه بعده وهـ خطی اوزرینه وهـو مثلث متساوی الاضلاعی رسم اولنوب (ا) ا-و نقطه لری بینی دخی وصل اولندقده ب-اح زاویهٔ مسطحه سی او خطیله تنصیف اولنور زیرا❋ ا-ز اهـ خطلری بالعمل بربرینه مساوی دو وهـ خطلری دخی متساویین اولوب (حد ۱۷) ا-و اهـ و مثلثلری بینده او ضلعی مشترك اولدیغندن مثلثین مرقومین هرحالده متساویین اولورلر (ر) امدی هـو ضلعی وی ضلعنه مساوی اولدیغندن انلرایله موتره اولان واهـ زاویه سی واب زاویه سنه مساوی اولغله ب-اح زاویه سی او خطیله تنصیف اولنوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ی عملی❋

برخط مستقیم محدودی تنصیف ایتمك طریقیدر

مثلا ا-ح خط مستقیم محدودی تنصیف ایتمك مراد اولنسه امدی ا-ح خطی اوزرینه ا-ح مثلث متساوی الاضلاعی رسم اولنوب

(ا)

(ا) ا-ح زاویه‌سی ـ ی خطیله تنصیف اولندقده (ط) ا-ح خطی ی نقطه‌سنده تنصیف اولنور* زیرا ا-ح ضلعلری متساویین (حد ۱۷) ـ ی ضلعی ا-ح حوـ مثلثلری بیننده مشترك اولوب ا-ی حـ ی زاویه‌لری بالعمـل متساویتین اولغله هربار برمثلثدن ایکی ضلع وبیننده برزاویه مثلث اخردن ایکی ضلع وبیننده برزاویه‌یه نظیرنظیره مساوی اولسه مثلثلر هرحالده متساویین اولدیغندن (ی) اولزاویه لری موتر اولان ا-ی حـ دخی متساویین اولغله ا-ح خط مستقیمی ی نقطه‌سنده تنصیف اولنوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ۱۱ عملی

برخط مستقیم محدود اوزرنده فرض اولنان برنقطه‌دن خط مرقوم اوزرینه عمود اخراجنك طریقیدر

مثلا ا-ح خط مستقیمی اوزرنده فرض اولنان ی نقطه‌سندن خط مرقوم اوزرینه عمود اخراجی مراد اولنسه اولا ا-ح اوزرنده کیف ما اتفق ه نقطه‌سی تعیین اولنوب ی ه مقداری ی و دخی قطع اولنه (ح) بعده ه و خطی اوزرینه ه وحـ مثلث متساوی الاضلاعی رسم اولنوب (ا) حـ ی نقطه لری بینی دخی وصل اولندقده حـ ی خط مستقیمی ا-ح خطی اوزرینه عمود اولور زیرا * حـ ه حـ و ضلعلری متساویین اولغله (حد ۱۷) ه ی و دخی بالعمل متساویین اولوب ه حـ ی وحـ ی مثلثلری بیننده حـ ی ضلعی مشترك اولدیغندن مثلث اول اضلاعی مثلث ثانی اضلاعنه نظیر نظیره مساوی اولغین ه حـ ا زاویه‌سی دخی وحـ ا زاویه سنه مساوی اولور (ر) امدی برخط مستقیم خط مستقیم اخراوزرینه واقع اولدقده طرفینده حادث اولان زاویه لربربرینه مساوی

اولسه‌لر خط مرقوملر دخی بربرینه عمود اولغین (ح ه) و نقطه سندن اخراج اولنان حو خطی ا‌ـ اوزرینه عمود اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه اگر نقطهٔ مفروضه ا‌ـ خطنك نهایتنده بولنورایسه اول خط استقامت اوزره اخراج اولنوب بنه عمل مذکوراجرا اولنه

✻دعوی ه عملی✻

برخط مستقیم غیرمحدوددن خارج واقع اولان نقطهٔ مفروضه‌دن اولخطه عمود اخراجنك طریقیدر

مثلا ا‌ـ خط مستقیمندن خارج واقع اولان حو نقطهٔ مفروضه سندن اولخطه عمود اخراجی مراد اولنسه اولا ا‌ـ اوزرنده کیف ما اتفق ح نقطه سی تعیین واولنقطه‌دن حو بعدیله حزه دائره سی رسم اولنوب ا‌ـ خطنی قطع ایلدیکی ز نقطه سیله حو نقطه سی بلنی وصل اولنه‌بعده ز نقطه سندن زح بعدیله ح‌طح دائره سی دخی رسم اولنوب دائرهٔ مرقومه‌لر بربرینی قطع ایلدیکی هـ نقطه سیله حو نقطه سی بلنی وصل اولندقده ا‌ـ خطنی و نقطه سنده قطع ایدوب حو خطی ا‌ـ اوزرینه عمود اولور * زیرا حو وهـ زهـ خطلری وصل اولندقده حادث اولان زحو وهـز مثلثلرنده حو وهـ وکذا زح زهـ خطلری بربرینه مساوی اولوب (ح ه) و دخی مشترك اولدیغندن حوز هـ زاویه‌لری متساویتین اولغله (ر) حو وهـو مثلثلرنده حو وهـ متساویین و دخی مشترك اولوب حوو هـو زاویه‌لری متساویتین اولدیغندن حوو وهـ زاویه‌لری دخی متساویتین اولورلر (ر) امدی برخط مستقیم خط مستقیم آخراوزرینه واقع اولدقده ایکی طرفنده حادث اولان زاویه‌لر بربرینه مساوی اولسه‌لر خط مرقوملر بربرینه عمود

اولغین

اولنین ($\frac{\text{حد}}{\text{ط}}$) ح نقطه سندن رسم اولنان حو خطی ا ـ
خطنه عمودا اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی حـ نظری ❋

برخط مستقیم خط مستقیم آخراوزرینه واقع اولسه ایکی طرفنده حادث اولان زاویتان متجاورتان مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساویدر
مثلا ا ـ خطی حو خطی اوزرینه واقع اولسه ایکی طرفنده حادث اولان ا ـ ح ا ـ ی زاویتان متجاورتان مجموعی ایکی قائمه یه مساویدر
زیرا * ا ـ ح ا ـ ی زاویه لری متساویتین اولسه لراشبو زاویه لردن هربری زاویهٔ قائمه اولورلر ($\frac{\text{حد}}{\text{ط}}$) واگر مختلفتین اولسه لر حو
خطی اوزرینه ـ نقطه سندن ـ هـ عمودی اخراج اولندقده
(ا) حادث اولان هـ ـ ح هـ ـ ی زاویه لرندن هربری قائمه اولوب
هـ ـ ح زاویه قائمه سی هـ ا ا ـ ح زاویه لری مجموعنه مساوی
اولدیغندن (متعارفه $\frac{\text{ح}}{\text{۸}}$) هـ ـ ی هـ ا ا ـ ح زاویه لری مجموعی
ایکی قائمه یه مساوی وکذا ا ـ ی زاویه سی هـ ـ ی هـ ا زاویه لری
مجموعنه مساوی اولدیغندن (متعارفه $\frac{\text{ح}}{\text{۸}}$) ا ـ ح ا ـ ی زاویه لری
مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه هر خط مستقیمك مثلا حی خطنك اوزرنده واقع
ـ نقطهٔ مفروضه سندن برجهتده اعالی ممکن اولان
زاویه لر مجموعی ایکی قائمه یه مساویدر

❋ دعوی طـ نظری ❋

برخط مستقیم خطین مستقیمین آخرین ایله برنقطه ده متصل اولسه لر
خط مرقومك ایکی طرفنده حادث اولان زاویه لر مجموعی ایکی
اویهٔ قائمه یه مساوی اولسه خطین مزبورین خط واحد مستقیم اولور

مثلا اب خط مستقیمی حد دی خطلریله د نقطه سنده متصل اولدقده ا ح ا د زاویه لری مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولسه لر ح د دی خطلری خط واحد مستقیم اولور * زیرا ح د خطی اگر د ه خطیله خط واحد مستقیم اولسه ا ب خطی ح د ه خط مستقیمی اوزرینه واقع اولوب ا ح ا ه زاویه لری مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولمش اولور (ح) لکن ا ح ا د زاویه لری مجموعی بالفرض ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولدیغندن ا ح ا ه زاویه لری مجموعی دخی ا ح ا د زاویه لری مجموعنه مساوی اولغین هر برندن ا ح زاویهٔ مشترکه سی طرح اولندقده باقی قلان ا ه زاویه سی ا د زاویه سنه مساوی اولوب جزؤکله مساوی اولق لازم کلور بو ایسه خلافدر بو اجلدن ح د ه خطلری خط واحد مستقیم اوله مزو بو مثلاو اثبات اولنورکه د دی خطندن ماعدا هر برخط ح د خطیله خط واحد مستقیم اوله مز اولسیدن فقط ح د دی خطی خط واحد مستقیم اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی یه نظری ❋

هر ایکی خط مستقیمك بر بریله تقاطعندن حادث اولان زاویتان متقابلتان برینه مساویدر

مثلا ا ب دی خطلری بر بریله ه نقطه سنده تقاطع ایتسه لر ا ه ح ه ه ب زاویتان متقابلتان وکذا ا ه د ح ه ب زاویتان متقابلتان برینه مساوی اولورلر ❋ زیرا ا ب اوزرینه ح ه واقع اولوب ا ه ح ح ه ب زاویه لری مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی (ح) وکذا د ی اوزرینه ب ه واقع اولوب ح ه ب ه ی زاویه لری مجموعی دخی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولدیغندن ا ه ح ح ه ب زاویه لری

مجموعی

مجموعی حهـ ـهو زاویه لری مجموعنه مساوی اولغـله
(متعارفه) بینلرنده مشترکه اولان حهـ زاویه‌سی بعدالطرح
باقی فلان اهو حـ زاویه‌سی ـهو زاویه سنه مساوی اولور
(متعارفه) وبومثللو اثبات اولنورکه اهو زاویه‌سی دخی
هـ زایه سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه برنقطه ده متصل اولان خطوط مستقیمه نك احداث ایلدیکی
زاویه لر مجموعی درت زاویهٔ قائمه یه مساویدر

دعوی لو نظری

هر مثلثك اضلاعندن برضلعی اخراج اولنسه طشره سنده حادث اولان
زاویه داخل مثلثده قارشوسنده اولان ایکی زاویه نك هربرندن بیوکدر
مثلا اـحـ مثلثنده اـ ضلعی ی نقطه سنه قدر اخراج اولنسه
طشره سنده حادث اولان حـی زاویه‌سی داخل مثلثده قارشوسنده
اولان ـاحـ احـ زاویه لرینك هربرندن بیوکدر زیرا حـ ضلعی
هـ نقطه سنده تنصیف (ـے) اهـ نقطه لری بانی وصل اولنوب
هـ نقطه‌سی طرفنه اخراج اولنه بعده اهـ خطنه مساوی هـو
خطی قطع اولنوب (ح) ـو دخی وصل ارلندقده حادث اولان
هـاحـ هـوب مثلثلرنده اهـ ضلعی هـو ضلعنه هـحـ ضلعی هـ
ضلعنه بالعمل مساوی اولوب اهـحـ زاویه‌سی ـهو زاویه سنه
مساوی اولدیغندن (یه) احـهـ زاویه‌سی هـ ـو زاویه سنه مساوی
اولور (ی) لکن حـی زاویه‌سی هـ ـو زاویه سندن بیوك اولغین
اکا مساوی اولان احـ زاویه سندن دخی بیوك اولورواکر حـ
ضلعی ر نقطه سنه قدر اخراج اولنوب اـ ضلعی تنصیف
اولنورایسه وجه مذکور مثللواثبات اولنورکه اـر زاویه‌سی
یاخود اکا مساوی اولان حـی زاویه‌سی دخی حـ

زاویه سندن بیولنه اولدیغی ظاهر اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی بر نظری ✻

هر مثلثدن بیولنه ضلع بیولنه زاویه مقابلنده واقع اولوب و بیولنه زاویه بیولنه ضلع مقابلنده واقع اولور

مثلا ا ـ ح مثلثنده ا ـ ضلعی ا ح ضلعندن بیولنه اولسه ا ح ـ زاویه سی ا ـ ح زاویه سندن بیولنه اولور ✻ زیرا ا ـ ضلع اطولندن ا ح ضلعنه مساوی ا ک قطع اولنوب (ح) ح ک نقطه لری بینی وصل اولندقده حادث اولان ح ک ـ مثلثنك خارجنده واقع ا ح زاویه سی داخلنده اولان ک ـ ح زاویه سندن بیولنه اولوب (لو) ا ح ا ک ضلعلری متساویین اولدیغندن ا ح ا ک ح زاویه لری متساویتین اولوب (لا) ا ح ک زاویه سی دخی ک ـ ح یا خود ا ـ ح زاویه سندن بیولنه اولورا مدی ا ح ـ زاویه سنك جزی اولان ا ح ک زاویه سی ا ـ ح زاویه سندن بیولنه اولغین کل اولان ا ح ـ زاویه سی ا ـ ح زاویهٔ مرقومه سندن چوق بیولنه اولورینه ا ح ـ زاویه سی ا ـ ح زاویه سندن بیولنه اولسه ا ـ ضلعی ا ح ضلعندن بیولنه اولور زیرا ✻ بیولنه کل ایسه یا مساوی ویا اصغر اولورا کر مساوی اولسه ا ح ـ زاویه سی ا ـ ح زاویه سنه مساوی اولمش اولور (لا) واکر اصغر اولسه ا ح ـ زاویه سی ا ـ ح زاویه سندن کوچك اولمش اولور (ر) بو اجلدن یعنی ا ـ ضلعی ا ح ضلعنه مساوی ویا اندن اصغر اولدیغندن بیولنه اولمق لازم کلوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ح نظری ✻

بر مثلث اضلاعندن هر ایکی ضلع مجموعی اوچنجی ضلعدن اطولدر

مثلا ا ـ ح مثلثنده ا ح ـ ضلعلری مجموعی ا ـ ضلعندن

اولدر ✻ زیرا اح ضلعی ح نقطه سی طرفنه اخراج اولنوب
حـ ضلعنه مساوی حو قطع (ح) ـ و نقطه لری وصل
اولندقده حو حـ ضلعلری بالعمل مساوی اولدقلرندن حوـ
حـو زاویه لری دخی بربرینه مساوی اولورلر (ﻫ) لکن اـو
زاویه سی حـو زاویه سندن بیوك اولغین انکا مساوی اولان
اوـ زاویه سندن دخی بیوك اولورامدی هر مثلثده بیوك ضلع بیوك
زاویه مقابلنده بولنمغین (ر) او ضلعی اـ ضلعندن اطول
اولوب او ضلعی دخی بالعمل اح حـ ضلعلری مجموعنه مساوی
اولدیغندن اح حـ ضلعلری مجموعی اـ ضلعندن اطول اولور
ومثلث مرقومدن هرقنی ایکی ضلع مجموعی اوچنجی ضلعدن اطول
اولمسی بنه اشبو اسلوب اوزره اثبات اولنوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ط عملی ✻

هر ایکیسی مجموعی اوچنجیدن اطول اولمق شرطیله فرض اولنان
اوچ خط مستقیمدن برمثلث رسم ایتمك مراد اولنسه که مثلث
مذکورك اضلاعی اوچ خط مفروضه نظیرنظیره مساوی اوله
مثلا هر ایکیسی مجموعی اوچنجیدن اطول اولمق شرطیله فرض اولنان
اـ ح خطوط ثلثه دن برمثلث رسم ایتمك مراد اولنسه که مثلث
مرقومك اضلاعی خطوط مرقومه یه نظیرنظیره مساوی اوله امدی
اوّلا ور خط مستقیم محدودی رسم اولنوب اوزرنده وهـ خطی
اـ خطنه هـو خطی ـ خطنه ور خطی ح خطنه مساوی قطع
اولنه (ح) بعده هـ نقطه سندن هـز بعدیله وح ط محیط دائره سی
رسم اولنوب و نقطه سندن دخی ور بعدیله رح ـ محیط
دائره سی رسم اولندقده هر خطی هـز یا خود اکا مساوی اولان
هـ ط خطندن بالفرض اطول اولغین رح ـ محیط دائره سنده

واقع ر نقطه‌سی وح‌ط دائره سنك خارجنده بولنور وینه رو
خطی ور یاخود اکا مساوی اولان وے خطندن بالفرض اطول
اولمغین وح‌ط محیط دائره سنده اولان ی نقطه‌سی رح‌ے
دائره‌سنك خارجنده بولنورامدی رح‌ے دائره‌سندن برجزئی
وح‌ط دائره‌سندن طشره واقع اولوب وح‌ط دایره‌سندن دخی
برجزئی رح‌ے دائره‌سندن طشره بولندیغندن اشبودائرتین
مرقومتبندن هیچ ری هیئت مجموعه سیله آخرك داخلنده واقع اولامز
وینه وهـ ور خطلری یاخود انلره مساوی اولان هـط وے
خطلرینك مجموعی هـو خطندن بالفرض اطول اولدیغندن دائرتین
مزبورتین بربرینه تماس دخی ایده مزوکذا بربرندن خارج دخی واقع
اولامزاولسبیدن بربرینی مثلاح نقطه سنده قطع ایدرامدی هـح
وح بینلری وصل اولندقده حاصل اولان هـح و مثلثی مثلث مطلوب
اولور ❊ زیرا هـ نقطه‌سی وح‌ط دائره‌سنك مرکزی اولدیغندن
هـو هـح متساویین اولوب (حد ١٤) هـو خطی بالعمل ا خطنه
مساوی اولمغین هـح خطی دخی ا خطنه مساوی اولوروکذا و
نقطه‌سی رح‌ے دائره‌سنك مرکزی اولدیغندن ور وح متساویین
اولوب ور خطی بالعمل ح خطنه مساوی اولمغین وح دخی
ح خطنه مساوی اولورامدی هـو خطی دخی بالعمل ـ خطنه
مساوی اولمغین هـح و مثلثك اضلاعی ا ـ ح خطوط ثلثه یه
نظیرنظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❊ دعوی ك عملی ❊

برخط مستقیم محدود اوزرنده نقطهٔ مفروضه سندن برزاویهٔ
معلومه یه مساوی زاویه اعمالك طریقیدر

مثلا وهـ خط مستقیم محدودی اوزرنده ی نقطهٔ مفروضه سندن

ـاح زاویه سنه مساوی زاویهٔ اخری اعمالی مراد اولنسه اولا ا
اوزرنده کیف ما اتفق و نقطه یی تعیین ا نقطه سندن او بعدیله
ورمک دائره یی رسم اولنوب اح خطی قطع ایلدیکی ر نقطه یه
و نقطه یی باینی وصل اولنه بعده او خطنه مساوی وح قطع
وکذا ور خطنه مساوی ح هـ دخی قطع اولنوب (ح) و ح
نقطه لری اوزرینه وح ح هـ بعدلریله بربرینی ط نقطه سنده قطع
ایدرح ط ل هـ ط دائره لری رسم وط نقطه لرینه مرور ایدرروک
خطی دخی رسم اولندقده حادث اولان هـ وک زاویه یی ـاح
زاویه سنه مساوی اولور ✻ زیرا ح ط نقطه لری وصل اولندقده
ار او متساویین اولوب (حد ١٤) او خطی وح خطنه بالعمل
مساوی اولدیغندن ار خطی دخی وح خطنه مساوی اولور
متعارفه) وکذا وح وط متساویین اولدیغندن (حد ١٤) ار خطی
وط خطنه مساوی اولور (متعارفه) امدی ور خطی ح هـ
یاخود اکا مساوی اولان ح ط خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن
وح ط اور مثلثلری اضلاعندن هربری نظیرنظیرینه مساوی
اولغله و نقطه سنده اعمال اولنان ح وط زاویه یی وار یاخود
ـاح زاویه سنه مساوی اولوب (د) مطلوب ثابت اولور

✻دعوی کانظری✻

برمثلثدن جمیع زوایا و برضلع مثلث آخردن جمیع زوایا و برضلعه نظیر
نظیره مساوی اولسه باقی ضلعلردخی نظیرنظیره مساوی اولورلر
مثلا زوایا سی نظیرنظیره مساوی اولان ـاح وهـ و مثلثلرندن ا
ضلعی وهـ ضلعنه مساوی اولسه اح ضلعی وو ضلعنه ـح
ضلعی هـ و ضلعنه مساوی اولور ✻ زیرا اح ضلعی وو ضلعنه

مساوی دکل ایسه یا اطول ویا اقصر اولورسه اطول اولسه وو
مقداری ار قطع اولنوب ـر نقطه لری بینی وصل اولندقده
اـ ار ضلعلری وهـ وو ضلعلرینه نظیرنظیره مساوی اولوب
داـ زاویه سی وهـ زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن اـر
زاویه سی دخی وهـ و زاویه سنه مساوی اولمش اولور (ی) اـکن
وهـ و زاویه سی اـح زاویه سنه بالفرض مساوی اولمغین اـر
زاویه سی دخی اـح زاویه سنه مساوی اولوب جزکله مساوی
اولمق لازم کلور بو ایسه خلافدر بو اجلدن اح ضلعی وو ضلعندن
اطول اولامز وبو مثللو اثبات اولنورکه اقصر دخی اولامز اولسیبدن
اح اـ ضلعلری وو وهـ ضلعلرینه نظیرنظیره مساوی اولوب
حداـ زاویه سی وهـ زاویه سنه مساوی اولدیغندن ـح ضلعی
دخی هـو ضلعنه مساوی اولوب (ی) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ثد نظری❋

برخط مستقیم خطین مستقیمین آخرینی قطع ایلسه زوایای
حادثه دن زاویتان متبادلتان بربرینه مساوی اولسه لر خطسان
مرفوسان متوازیین اولورلر

مثلا هـو خط مستقیمی اـح وو خطین مستقیمین آخرینی قطع ایلسه
اهـو هـوو زاویتان متبادلتان دخی بربرینه مساوی اولسه لر اـ
وو خطلری متوازیین اولورلر ❋زیرا متوازیین اولمسه لرایا اح
طرفنده یاخود ـو طرفنده بربرینه تلاقی ایدرلر (جد ۳۱) اگر
ـو طرفنده ر نقطه سنده تلاقی ایلسه لر اولطرفده حادث اولان
وهـ مثلثك خارجنده واقع اهـو زاویه سی داخل مثلثده
قارشوسنده اولان هـوو زاویه سندن بیوك اولوب (لو) بوندن اقدم
متساویتین فرض اولنان اهـو هـوو زاویه لری بربرینه هم مساوی

وهم

وهم غیر مساوی اولق لازم کلورایسه خلافندر بوتقدیرجه ا ـ حد
خطلری ـ د طرفنده برینه تلاقی ایده مز وبومثللو اثبات
اولنورسه اح طرفنده دخی تلاقی ایده مز اواسبیدن خطان
مرقومان متوازیین اولوب (حد ٢٣) مطلوب ثابت اولور
نتیجه برخط مستقیم اوزرینه عمودواقع اولان جمیع خطوط
مستقیمه بربرینه موازی اولورلر

✻ دعوی ٤ نظری ✻

برخط مستقیم خطین مستقیمین آخرینی قطع ایلسه خط قاطع مرقومك
برطرفنده حادث اولان زوایادن زاویهٔ خارجه زاویهٔ داخله یه
مساوی اولسه یاخودبرطرفنده داخلده بولنان ایکی زاویه مجموعی
زاویتین قائمتین قدر اولسه خطان مرقومان متوازیین اولورلر
مثلا هـ و خط مستقیمی ا ـ حد خطلرینی قطع ایدوب خط قاطع
مرقومك برطرفنده حادث اولان زوایادن هر ـ زاویهٔ خارجه سی
رح د زاویهٔ داخله سنه مساوی اولسه یاخودبرطرفنده داخلده
بولنان ـ رح رح د زاویه لری مجموعی ایکی قائمه قدر اولسه
ا ـ حد خطلری متوازیین اولورلر * زیرا هـ ر ـ زاویهٔ خارجه سی
رح د زاویهٔ داخله سنه بالفرض مساوی اولوب ا رح هر ـ
زاویه لری متساویتین اولدیغندن (به) ا رح رح د زاویتان متبادلتان
دخی متساویتین اولورلر (متعارفه) لکن برخط مستقیم خطین
مستقیمین آخرینی قطع ایلدکده حادث اولان زاویتان متبادلتان
بربرینه مساوی اولسه خطین مرقومین متوازیین اولغین (ك) ا ـ
حد خطلری متوازیین اولورلرونه ـ رح رح د زاویه لری مجموعی
بالفرض ایکی قائمه قدر اولغله ا رح ـ رح زاویه لری دخی ایکی قائمه یه
مساوی اولدیغندن (كـ) ا رح ـ رح زاویه لری مجموعی ـ رح

ح ه زاویه لری مجموعنه مساوی اولوب (متعارفه) بینلرنده مشترکه
اولان ـ ح زاویه سی طرح اولندقده باقی قلان ا ح زاویه سی
ح ه زاویه سنه مساوی اولور (متعارفه) وبوزاویه لر متبادلتین
اولدیغندن ا ـ ه خطلری متوازیین اولوب (ک) مطلوب ثابت اولور

❀ دعوی ٣٠ نظری ❀

برخط مستقیم خطین متوازیین آخرینی قطع ایلسه زوایای حادثه دن
زاویتان متبادلتان بربرینه مساوی اولورلر

مثلا هو خط مستقیمی ا ـ ه خطین متوازیین آخرینی قطع ایلسه
زوایای حادثه دن اهو هوه زاویتان متبادلتان متساویتین اولورلر
زیرا* متساویتین اولیوب هوه زاویه سی بیوك اولسه اهو
زاویه سنه مساوی هوـ زاویه سی رسم اولنوب (ک) ا ـ ه
خطلری بالفرض متوازیین اولدیغندن ه خطنی و نقطه سنده
قطع ایدن وـ خط مستقیمی استقامت اوزره اخراج اولندقده
ا ـ خطنی دخی ـ نقطه سنده قطع ایتمکله (موضوعه) حادث
اولان هوـ مثلثك خارجنده واقع اهو زاویه سی داخل مثلثده
قارشوسنده بولنان هوـ زاویه سندن بیوك اولوب (ه) بوندن اقدم
بالعمل متساویتین اولان اهو هوـ زاویه لری بربرینه هم مساوی
وهم غیرمساوی اولمق لازم کلوربوایسه خلافدربوتقدیرجه هو ه
زاویه سی اهو زاویه سندن بیوك اولامزوبومثلاواثبات اولنورکه
کوچك دخی اولامز اولسیبدن اشبومرقوم زاویتان متبادلتان
بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور نتیجه خطین
متوازیندن برینه عمود اولان جمیع خطوط مستقیمه خط
موازی آخره دخی عمود در

دعوی

❋دعوی ٧ نظری❋

برخط مستقیم خطین متوازیین آخرینی قطع ایلسه خط قاطعك برطرفنده حادث اولان زوایادن زاویهٔ خارجه زاویهٔ داخله یه مساوی اولوب وینه برطرفنده داخلده بولنان ایکی زاویه مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولور

مثلا هـ و خط مستقیمی ا ـ حـ و خطین متوازیین آخرینی قطع ایلسه خط قاطع مرقومك برطرفنده حادث اولان زوایادن هر ـ زاویهٔ خارجه سی ر ح ـ ی زاویهٔ داخله سنه مساوی اولوب وینه برطرفنده داخلده بولنان ـ ر ح ر ح ـ ی زاویه لری مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولور ❋زیرا هـ و خطی بالفرض متوازیین اولان ا ـ حـ و خطلرینی قطع ایلدیکندن ا ر ح ر ح ـ ی زاویه لری متساویتین اولوب (٢) ا ر ح هر ـ زاویه لری دخی متساویتین اولدیغندن (٥) هر ـ زاویهٔ خارجه سی ر ح ـ ی زاویه داخله سنه مساوی اولور وینه ـ ر ح خط مستقیمی هـ و خطی اوزرینه واقع اولغله ایکی طرفنده حادث اولان هر ـ ـ ر ح زاویه لری مجموعی ایکی قائمه قدر اولوب (٢) بوندن اقدم بربرینه مساواتی اثبات اولنان هر ـ زاویهٔ خارجه سی ر ح ـ ی زاویهٔ داخله سنه مساوی اولدیغندن داخلده بولنان ـ ر ح ر ح ـ ی زاویه لری مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه برخط مستقیم خطین مستقیمین آخرینی قطع ایلسه خط قاطعك برطرفنده داخلده بولنان ایکی زاویه مجموعی ایکی قائمه دن اقل اولسه خطین مرقومین اولطرفه اخراج اولنسه لرالبته بربرینه تلاقی ایدرلر

❋دعوی ٨ نظری❋

خطوط مستقیمه دن هر بری برخط مستقیم آخره موازی اولسه لر

خطوط مرقومه دخی بربرینه موازی اولورلر

مثلا ا ـ حو خطلرندن هربری هو خطنه موازی اولسه لر ا ـ حو خطلری دخی بربرینه موازی اولورلر * زیرا ا ـ هو حو خطلرینی ر ح ط نقطه لرنده قطع ایدر ر ط خط مستقیمی رسم اولندقده (موضوعه) ا ـ هو خطلری بالفرض متوازیین اولوب انلری ر ح خطی قطع ایلد یکندن حادث اولان ا ر ح و زاویه لری متساویتین اولورلر (مه) وکذا حو هو خطلری بالفرض متوازیین اولوب انلری ر ط خطی قطع ایلد یکندن حادث اولان ر ح و زاویه سی ح ط و زاویه سنه مساوی اولور (٩) لکن ا ر ح و زاویه لری متبادلتین اولد یغندن متساویتین اولوب وکذا ر ح و ح ط و زاویه لری داخله وخارجه اولد یغندن یینه متساویتین اولغین ا ر ط زاویه سی دخی ر ط و زاویه سنه مساوی اولورامدی ر ط خطی ا ـ حو خطلرینی قطع ایتمکله حادث اولان ا ر ط ر ط و زاویتان متبادلتان متساویتین اولد یغندن ا ـ حو خطلری دخی متوازیین اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی کر عملی

برخط مستقیم محدودلٔ خارجنده واقع نقطهٔ مفروضه یه مرور ایدر خط مرقومه موازی خط مستقیم آخر رسم ایتمك طریقیدر مثلا ا ـ خط مستقیم محدودلٔ خارجنده واقع ح نقطهٔ مفروضه یه مرور ایدر خط مرقومه موازی خط مستقیم آخر رسم ایتمك مراد اولنسه اوّلا ا ـ اوزرنده کیف ما اتفق ی نقطه سی تعیین و ح خطی وصل اولنوب و ح بعدینه مساوی و هـ دخی قطع اولنه (ح) بعده ح هـ نقطه لرندن حو هـ ی بعد ربله و ی و ط دائره لری رسم ح هـ هو خطلری دخی وصل اولندقده حادث اولان هـ حو

مثلثنده هر ایکی ضلع مجموعی اوچنجیدن اطول اولدیغندن (ح)
دائرنین مرقوم تین بربرینی قطع ایدر (ط) امدی و نقطهٔ تقاطعندن
و ح نقطه لرینه مرور ایدر رح خطی رسم اولندقده ا ـ خطنه
موازی اولور * زیرا هـ وح حـ وهـ مثلثلرنده حـ و وهـ ضلعلری حـ
وهـ ضلعلرینه بالعمل نظیر نظیره مساوی اولوب حهـ ضلعی مشترک
اولدیغندن هـ حـ و زاویه سی حهـ ی زاویه سنه مساوی اولور (د)
لکن اشبو زاویه لر متبادلتین اولدیغندن ح نقطه سنه
مرور ایدر اولدیغی حالده رسم اولنان رح خطی ا ـ خطنه
موازی اولوب (ک) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی یه نظری❋

هر مثلثك اضلاعندن برضلعی اخراج اولنسه خارج مثلثده
حادث اولان زاویه داخل مثلثده قارشوسنده اولان ایکی زاویه
مجموعنه مساوی اولوب وهر مثلثك اوچ زاویه سی مجموعی
ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولور

مثلا ا ـ ح مثلثندن ا ـ ضلع ی نقطه سنه قدر اخراج اولنسه
خارج مثلثده اولان حـ ی زاویه سی داخل مثلثده قارشوسنده
بولنان ـ حا حا ـ زاویه لری مجموعنه مساوی اولوب ومثلثك
ـ حا حا ـ ا ـ ح زاویه لری مجموعی دخی ایکی زاویه قائمه یه
مساوی اولور * زیرا ـ نقطه سنه مرور ایدر اح خطنه موازی
ـ هـ خطی رسم اولندقده (ک) ـ هـ اح خطلری بالعمل متوازیین
اولمغین انلری حـ خطلی قطع ایلدیکندن حادث اولان حـ هـ ـ حا
زاویه لری متساویتین اولوب (م) وکذا بالعمل متوازیین اولان
ـ هـ اح خطلرینی اى خطی قطع ایلدیکندن حادث اولان هـ ی
زاویه سی حا ـ زاویه سنه مساوی اولغله (ف) حـ هـ هـ ی

زاویه لری مجموعی حـد زاویه سنه مساوی اولدیغندن خارج
مثلثده اولان حـد زاویه می داخل مثلثده اولان ـحا حاـ
زاویه لری مجموعنه مساوی اولور وبومساویلره اـح زاویه می
جمع اولندقده حـد اـح زاویه لری مجموعی مثلث مرقومك اوچ
زاویه سی اولان ـحا حاـ اـح زاویه لری مجموعنه مساوی
اولور امدی حـد اـح زاویه لری مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه
مساوی اولدیغندن (ح) مثلث مزبورك اوچ زاویه سی اولان ـح
حاـ اـح زاویه لری مجموعی دخی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی
اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ۱ برمثلثدن ایکی زاویه مثلث آخردن ایکی زاویه یه نظیر
نظیره مساوی اولسه لرزاویتان باقیتان دخی برینه مساوی اولورلر

نتیجه ۲ هرذوار بعهٔ اضلاع اولان شکل ایکی مثلثه تقسیم اولندیغندن
اول شکلك درت زاویه سی مجموعی درت زاویهٔ قائمه یه مساویدر

❊ دعوی ۶ نظری ❊

هرخطین متساویین ومتوازیین اطرافلری بینده واصل اولان
خطلرهم متساویین وهم متوازیین اولورلر

مثلا اـ ده خطین متساویین ومتوازیین اطرافلری بینده واصل
اولان اه ـح خطلری هم متساویین وهم متوازیین اولورلر
زیرا * اح قطری رسم اولنوب اـ حه خطلری بالفرض
متوازیین اولغین انلری اح خطی قطع ایلدیکندن حادث اولان
دحا حاـ زاویه لری متساویتین اولورلر (ب) امدی اـح اه
مثلثلرنده اـ ده ضلعلری بالفرض متساویین اولوب اح ضلعی
مشترك اولغین دحا زاویه سی حاـ زاویه سنه مساوی اولدیغندن
(ب) اه ـح دخی متساویین اولوب داح احـ زاویه لری

متساویتین اولورلر(ه) بو زاویه‌لر متبادلتین اولمغله اه = حه
خطلری دخی متوازیین اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی له نظری❋

هر شکل متوازی الاضلاعدن ضلعلری متقابلان وزاویه‌لری متقابلتان
بربرینه مساوی اولوب قطرلری دخی کندولرینی تنصیف ایدر
مثلا اب حد شکل متوازی الاضلاعك اح قطری وصل اولندقده
ضلعلری متقابلان وزاویه‌لری متقابلتان بربرینه مساوی اولوب اح
قطری شکل مرقومی تنصیف ایدر * زیرا اه = حه ضلعلری متوازیین
اولوب (جه) انلری اح قطع ایلدیکندن حادث اولان واح اجه
زاویه‌لری بربرینه مساوی وکذا وح اب ضلعلری متوازیین اولوب
انلری اح قطع ایلدیکندن حادث اولان وحا حاب زاویه‌لری
متساویتین اولدیغندن واح وحا زاویه‌لری احب حاب زاویه‌لرینه
نظیر نظیره مساوی اولغین باقی قلان اوح اب زاویه‌لری دخی
متساویتین اولوب (النتیجه) واب زاویه سی مجموعی وحه
زاویه سی مجموعنه مساوی اولورامدی حوا مثلثندن هر بر زاویه
اب حه مثلثندن هر بر زاویه یه نظیر نظیره مساوی اولوب اح ضلعی مشترك
اولدیغندن وح ضلعی اب ضلعنه اه ضلعی = حه ضلعنه مساوی
مثلثلر دخی هر حالده بربرینه مساوی اولوب (کا) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی لو نظری❋

اشکال متوازیة الاضلاع یاخود مثلثات خطین متوازیین بیتنده
برقاعده اوزرنده بولنسه‌لر هر بری نظیر نظیره مساوی اولورلر
مثلا اب وه خطین متوازیین بیتنده اب قاعده سی اوزرنده بولنان اه

ـى متوازى الاضلاع شكلرى بربرينه مساويدر زيرا* اى ـح خطلرى متوازيين اولوب (جـد) انلرى وهـ قطع ايلديكندن حادث اولان هـح ـ زاويه‌سى وزا زاويه‌سنه مساوى اولور (ك) وكذا او ـهـ خطلرى متوازيين اولوب (جـد) انلرى دخى وهـ قطع ايلديكندن حادث اولان اوز زاويه‌سى ـهـح زاويه‌سنه مساوى اولور (ك) لكن اوـحهـ مثلثلرندن وزا زاويه‌سى هـح ـ زاويه‌سنه اوز زاويه‌سى ـهـح زاويه‌سنه مساوى اولدقلرندن باقى قلان واو زاويه‌سى حـهـ زاويه‌سنه مساوى اولوب (١٠ تشجه) اوضلعى دخى ـحضلعنه مساوى اولديغندن (ل) مثلثين مرقومين متساويين اولورلر (كا) امدى مساوى شيلر برشيدن طرح اولنسه لر هر برباقى بربرينه مساوى اولغين اـهـد مجموع شكلدن ـحهـ مثلثى طرح اولندقده باقى قلان ـى متوازى الاضلاعى شكل مرقومدن اوـ مثلثى طرح اولندقده باقى قلان اهـ متوازى الاضلاعنه مساوى اولوروبنه اـحـو خطين متوازيين بيننده اـقاعده‌سى اوزرنده بولنان اـحـ اـو مثلثلرى بربرينه مساويدر زيرا* حـو خطى ايكى طرفندن وهـ نقطه لرينه قدر اخراج اولنوب ـحضلعنه موازى اوـرسم وكذا او ضلعنه موازى ـهـ دخى زسم اولندقده (كر) حادث اولان ـى اهـ متوازى الاضلاع شكلرى آنفا اثبات اولنديغى اوزره بربرينه مساوى اولوب انلرى اـحـ ـو قطرلرى تنصيف ايتمكله (ل) نصفلرى اولان اـحـ اـو مثلثلرى دخى بربرينه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى لـ نظرى

شكل متوازى الاضلاع ومثلث خطين متوازيين بيننده برقاعده اوزرنده بولنسه لر شكل مرقوم مثلث مزبورك ضعفى اولور

مثلا

مثلا ا۔ دھ خطین متوازیین بیننده ا۔ قاعده سی اوزرنده
بولنان اح متوازی الاضلاعی ا۔ھ مثلثنك ضعفی اولور * زیرا
۔ی نقطه لری بینی وصل اولندقده اشبو ۔ی قطری اح متوازی
الاضلاعی تنصیف ایلدیکندن (ل) شکل مرقوم ا۔ی مثلثنك ضعفی
اولوب ا۔ی ا۔ھ مثلثلری متساویین اولمغین (لا) اح متوازی
الاضلاعی ا۔ھ مثلثنك دخی ضعفی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه اکر متوازی الاضلاع قاعده سی مثلث قاعده سنك
نصفی اولسه یاخود مثلث قاعده سی متوازی الاضلاع قاعده سنك
ضعفی اولسه اول شکلر بربرینه مساوی اولورلر

❋دعوی ملا عملی❋

ایکی خط مستقیم محدود ایله برزاویه اولوب هرضلعین متجاورین
اشبو خطلره مساوی وبرزاویه سی زاویهٔ مزبوره یه مساوی اولق اوزره
برشکل متوازی الاضلاع رسم ایتمك طریقیدر

مثلا ا۔ ح ایکی خط مستقیم محدود ایله ء زاویه سی اولوب
هرضلعین متجاورین اشبومذکور خطلره متساوی وبرزاویه سی
ء زاویهٔ مزبوره سنه مساوی اولق اوزره برشکل متوازی الاضلاع
رسم ایتمك مراد اولنسه اولا ا۔ اوزرنده ا نقطه سنده ء
زاویه سنه مساوی ۔او زاویه سی رسم اولنوب (ك) ح خطنه
مساوی ا و قطع اولنه (ح) بعده وھ ضلعی ا۔ خطنه
هم مساوی وهم موازی رسم اولنوب (ـ:ك)ـ ھ نقطه لری دخی
وصل اولندقده حاصل اولان اھ شکلی مطلوب اولان متوازی
الاضلاع اولور * زیرا ا۔ وھ بالعمل هم متساویین وهم متوازیین
اولدقلرندن ـھ او دخی هم متساویین وهم متوازیین اولورلر (ط)

امدی او ضلعی ح خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن ـ هـ دخی
ح خطنه مساوی اولوب اهـ متوازی الاضلاعندن هر ضلعین
متجاورین ا ـ ح خطلرینه مساوی ـ او زاویه‌سی دخی ه
زاویهٔ مزبوره‌سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❀ دعوی الد نظری ❀

هر مثلث ایکی ضلعی تنصیف اولنوب بینی وصل اولندقده خط واصل
مرقوم مثلث مزبورك قاعده‌سنه دائما هم موازی وهم انك نصفی اولور
مثلا ا ـ ح مثلثندن حا ح ـ ضلعلری ه هـ نقطه لرنده تنصیف
اولنوب بینی وصل اولندقده اشبو هـ خطی ا ـ قاعده سنه
هم موازی وهم انك نصفی اولور زیرا هـ اخراج اولنوب هـ
خطنه مساوی هـ و قطع ـ و دخی وصل اولندقده هـ ح هـ ـ
بالفرض متساویین هـ هـ و دخی بالعمل متساویین اولوب هـ ح
ـ هـ و زاویه‌لری دخی متساویتین اولدیغندن (ه) ـ و ضلعی
ح یاخود مساویسی اولان حا ضلعنه مساوی اولوب هـ و ـ
زاویه‌سی دخی هـ ح زاویه سنه مساوی اولور (ز) لکن حا
خط مستقیمی حـ و ـ خطلرینی قطع ایدوب حادث اولان هـ ح
هـ و ـ زاویه لری متساویتین اولدیغندن ـ و خطی حـ یاخود
حا خطنه موازی اولور (ک) امدی ـ و ا خطلری متساویین
ومتوازیین اولدیغندن اطرافلری بینه واصل اولان ح و ا ـ خطلری
دخی هم متساویین وهم متوازیین اولورلر (ط) لکن ا ـ خطنه
مساوی اولان ح و خطی هـ خطنك بالعمل ضعفی اولدیغندن
هـ خطی دخی ا ـ خطنك نصفی اولوب مطلوب ثابت اولور نتیجه
هر قنق مثلثك برضلعی تنصیف اولنوب نقطهٔ تنصیفدن قاعده‌سنه
موازی ضلع آخره دکین برخط مستقیم رسم اولندقده خط مرقوم

قاعدهٔ

قاعدهٔ مزبوره نك نصفی اولوب ضلع آخر مذکوری دخی تنصیف ایدر

35

✻ دعوی ٥ عملی ✻

برخط مستقیم محدودی مراد اولنان مقداره اقسام متساویه ایله تقسیم ایتمك طریقیدر

مثلا اب خط مستقیم محدودی مراد اولنان مقداره اقسام متساویه ایله تقسیم ایتمك مراد اولنسه اوّلا ا نقطه سنده برزاویه احداث ایلهٔ شرط ایله نقطهٔ مزبوره دن اح خطی رسم اولنوب اوزرنده مراد اولنان مقداره دکین اد وه هح مساوی جزلری قطع اولنه (ح) بعده بح نقطه لری دخی وصل اولنوب اکا موازی هو ور خطلری رسم اولندقده اح خطنك تقسیم اولندیغی مساوی جزلر مقداری اب خطی دخی و ر نقطه لرنده تقسیم اولنور * زیرا ور خطنه مساوی هح حط خطلری قطع اولنوب (ح) وح نقطه لریله هط نقطه لری وصل اولندقده ور خطی هو خطنه بالعمل موازی اولغین اط خطی انلری قطع ایلدیکندن اور زاویه سی وهح زاویه سنه مساوی اولور (٧) امدی ارد وح هط مثلثلرندن اد ور ضلعلری وه هح ضلعلرینه بالعمل مساوی اولوب بینلرنده کی زاویه لردخی بربرینه مساوی اولدیغندن ار وح ضلعلریله دار هوح زاویه لری بربرینه مساوی اولورلر (ی) لکن اه خط مستقیمی وح او خطلرینی قطع ایدوب هوح زاویهٔ خارجه سی دار زاویهٔ داخله سنه مساوی اولدیغندن وح خطی ار یاخود رو خطنه موازی اولور (ع) ویومثلاواثبات اولنورکه هط دخی ار خطنه مساوی اولوب ار یاخود رو خطنه موازی اولغله رح وط شکالری متوازی الاضلاع اولوب

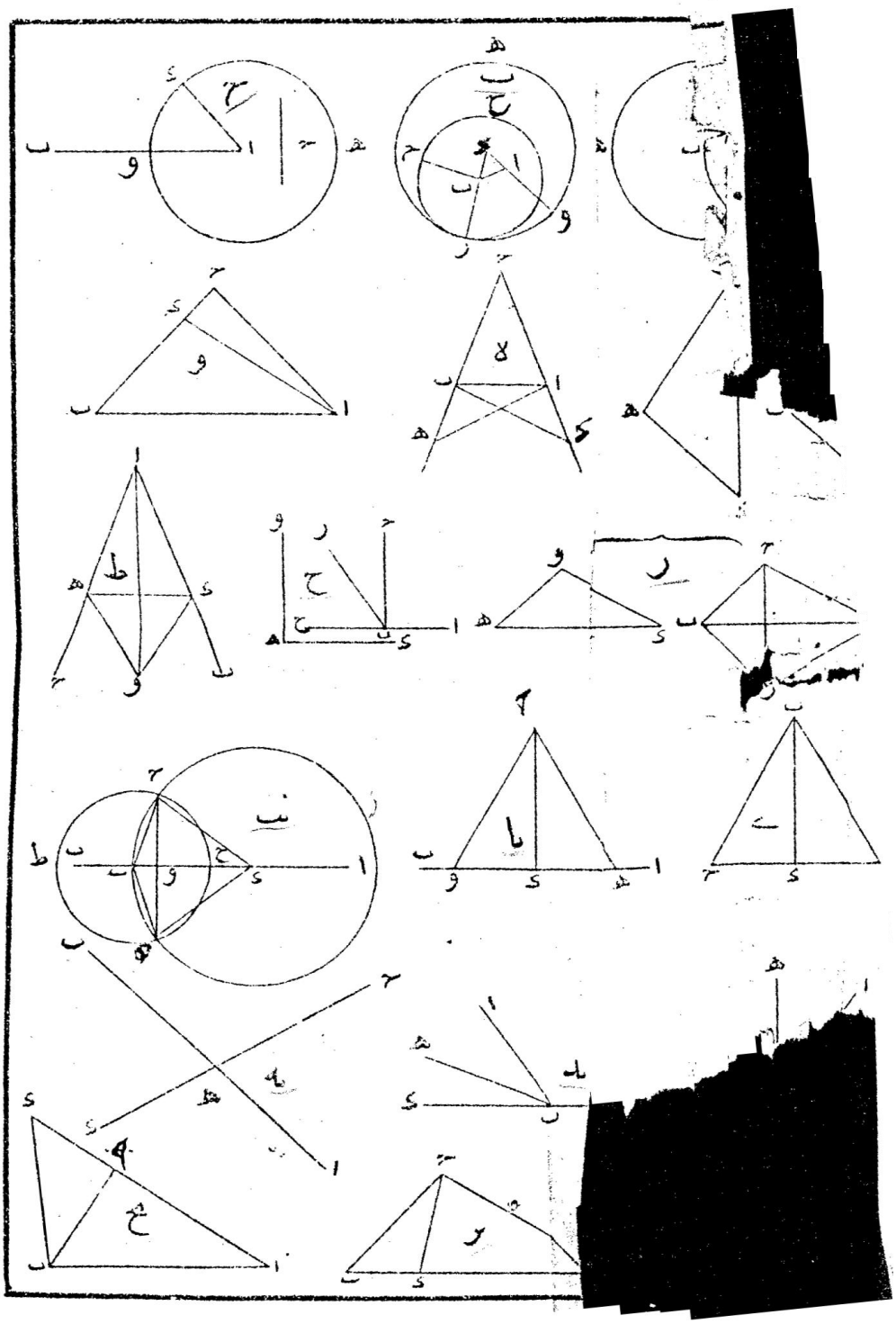
دع ضلعی رو ضلعنه هط ضلعی رو ضلعنه مساوی اولور

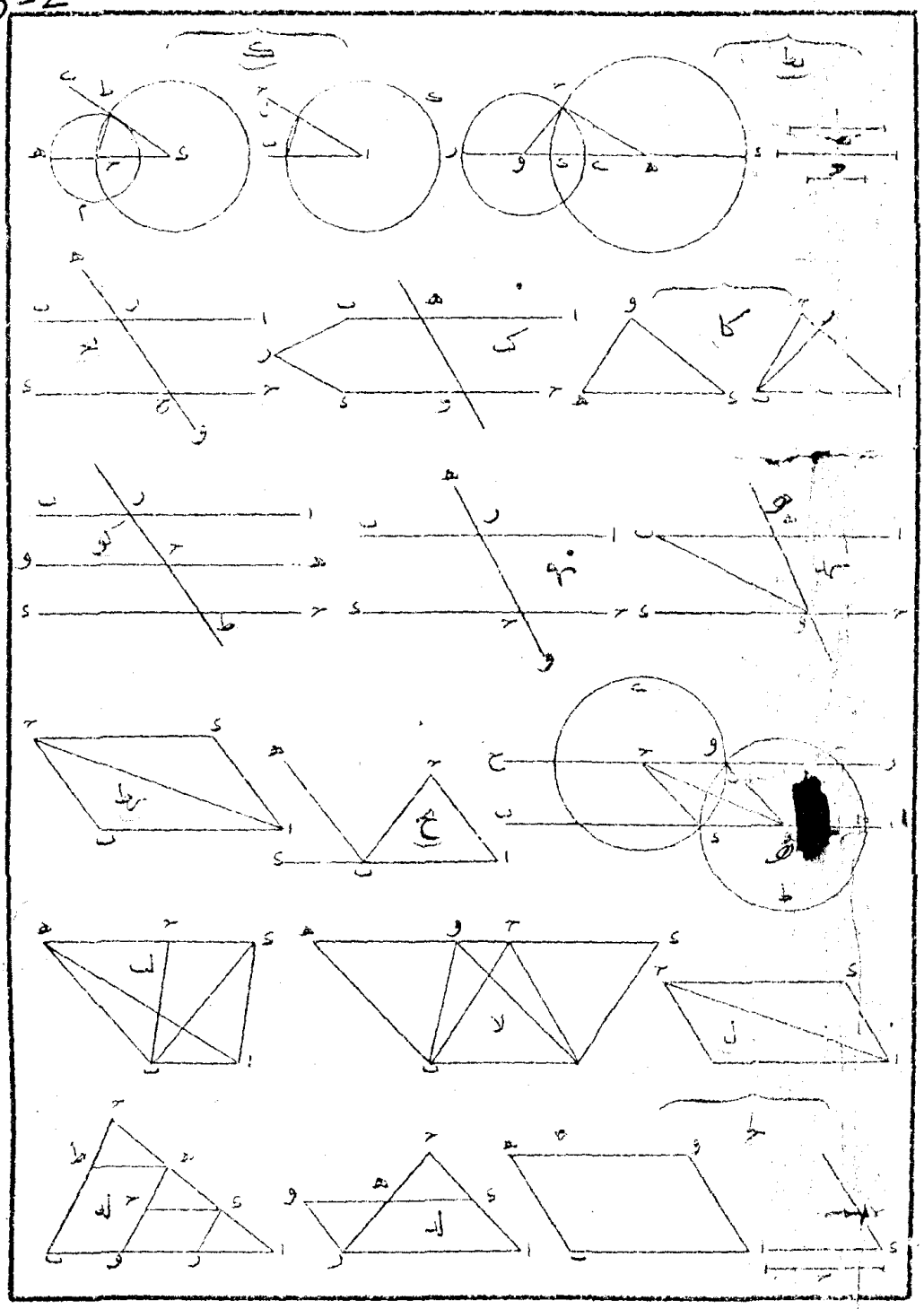
(لـ)امدی دع هط خطلرندن هربری ار خطنه

مساوی اولدیغندن رو رو خطلری دخی ار

خطنه مساوی اولوب مطلوب

ثابت اولور





اصول هندسه دن مقالهٔ ثانیه

الحدود

١ مستطیل اولدرکه متوازی الاضلاع اولوب هرضلعین متجاورین مختلف وهرزاویه سی قائمه اوله



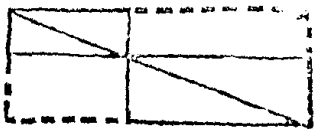
٢ مربع اولدرکه متوازی الاضلاع اولوب هرضلعی بربرینه مساوی وهرزاویه سی قائمه اوله



٣ برخطك خط آخره مستطیلی دیمك اول ایکی خط احاطه سندن حاصل اولان شکل متوازی الاضلاع قائم الزوایا اولوب مرقوم خطلره محیط اولان شکل دیرلر



٤ هرشکل متوازی الاضلاعك قطری اوزرنده فرض اولنان برنقطه یه مرور ایدرا ولدیغی حالده هرضلعین متقابلینه موازی برر خط مستقیم رسم اولندقده قطر ایله تنصیف اولنان شکلرك هربرینه شکل متوازی الاضلاع علی القطر دیرلر



٥ وقطر ایله تنصیف اولنمیان باقی شکلره متمم دیرلر



6 هر شكل متوازى الاضلاعدن متوازى الاضلاع على القطرك برياه متمان مجموعنه علم ديرلر



7 ارتفاع شكل ديو برشكلك رأسندن قاعده سى اوزرينه نازل اولان عموده ديرلر

❋دعوى ا على❋

برخط مستقيم محدود اوزرينه برمربع رسم ايتمك طريقيدر مثلا اب خط مستقيم محدودى اوزرينه برمربع رسم ايتمك مراد اولنسه اولا ا نقطه لرندن اب خطنه مساوى واوزرينه عمود اولديغى حالده اى ـ حـ خطلرى رسم اولنوب (ا ـ ط) بعده دحـ دخى وصل اولندقده حاصل اولان اح شكلى مربع مطلوب اولور * زيرا واب اـ حـ زاويه لرى بالعمل قائمه اولديغندن اى ـ حـ خطلرى متوازيين اولورلر (ا نتيجه كد) وكذا اى ـ حـ خطلرى متوازيين ومتساويين اولديغندن اب دحـ خطلرى دخى هم متساويين وهم متوازيين اولورلر (ا ط) امدى اى ـ حـ خطلرندن هربرى بالعمل اب خطنه مساوى وكذا اى اب ـ حـ حـ خطلرى دخى بربرينه مساوى اولغين واب زاويه سى دحـ زاويه سنه اـ حـ زاويه سى اح زاويه سنه مساوى اولوب (ا ل) واب اـ حـ زاويه لرى بالعمل قائمه اولديغندن دحـ اح زاويه لرى دخى قائمه اولورلر امدى اب خطى اوزرينه رسم اولنان اح شكلنك هرضلعى بربرينه مساوى وهرزاويه سى قائمه اولديغندن شكل مرقوم مربع اولوب (حد) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی .. نظری ❋

برمستطیلات محیطانی مستطیل آخر محیطانه مساوی اولسه مستطیلار دخی بربرینه مساوی اولورلر وکذا برمربعك ضلعی مربع آخر ضلعنه مساوی اولسه مربعلردخی بربرینه مساوی اولورلر

مثلا ـ ه وح مستطیلارندن ا ـ ح محیطانی هو ور محیطانه نظیر نظیره مساوی اولسه‌لر ـ ه وح مستطیلاری‌دخی بربرینه مساوی اولورلر * زیرا اح هر قطر لری وصل اولندقده ا ـ ح ضلعلری هو ور ضلعلرینه نظیر نظیره بالفرض مساوی اولوب وبینلرنده بولنان ـ زاویه سی و زاویه سنه مساوی اولدیغندن (ا ح) ا ـ ح هور مثلثلری‌دخی متساویین اولورلر (ا ه)امدی هرشکل متوازی الاضلاعك قطر لری کندولرینی تنصیف ایدوب (ا ل) نصفلرك تساویسندن بونلرك تساویسی لازم کلمکله ـ ه وح مستطیلارینك نصفلری اولان ا ـ ح هور مثلثلری بربرینه مساوی اولدیغندن بونلری اولان ـ ه وح مستطیلاری دخی بربرینه مساوی اولورلر وبو مثلواثبات اولنورکه مربعلردخی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ح نظری

مساوی مربعلرك ضلعلری وقطرلری نظیر نظیره مساویدر مثلا ـ ه وح مساوی مربعلرك ا ـ هو ضلعلری وکذا اح هر قطر لری بربرینه مساویدر * زیرا ا ـ هو ضلعلری بربرینه مساوی اولسه بری البت اطول اولمق لازم کلورفرض ایده لم که ا ـ ا طول اولسون امدی هو یاخود ور خطنه مساوی ـ ے ـ ط خطلری قطع اولنوب (ا ح) ط ـ ے دخی وصل اولندقده حادث

اولان

اولان ـ طـ ورهـ مثلثلرندن ـ ـ ضلعی وهـ ضلعنه ـ طـ ضلعی ور ضلعنه بالعمل مساوی اولوب بینلرنده بولنان ـ زاویه‌سی دخی و زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن مرقوم مثلثلر بربرینه مساوی اولمش اولور (ا ی) لکن مساوی مربعلرك نصفلری اولان وهر ـ اح مثلثلری متساویین اولدیغندن (ا ن) ـ ـ طـ مثلثی ـ اح مثلثنه مساوی اولوب کوچك بیوکه مساوی اولق لازم کلور بو ایسه خلافدر بو تقدیرجه اـ ضلعی هو ضلعندن اطول اولامز وبو مثللو اثبات اولنورکه اقصر دخی اولامز اولسبیدن اـ ضلعی هو ضلعنه ـ ح ضلعی ور ضلعنه اـ ح زاویه‌سی هور زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن اح قطری دخی هر قطرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ی نظری✻

خط اطوللك مربعی خط اقصر مربعندن اعظمدر ومربع اعظمك ضلعی مربع اصغر ضلعندن اطولدر

مثلا اـ خط اطوللك ـ ی مربعی هو خط اقصرینك وح مربعندن اعظمدر * زیرا اـ خطی هو خطندن ـ ح خطی ور خطندن بالفرض اطول اولدیغندن هو ور خطلرینه مساوی ـ طـ ـ ـ قطع اولنوب (ا ح) اح طـ هر خطلری دخی وصل اولندقده حاصل اولان ـ طـ وهر مثلثلرندن ـ طـ ـ ـ ضلعلری وهـ ور ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب ـ زاویه‌سی دخی و زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن (ا ح) مرقوم مثلثلر متساویین اولورلر لکن ـ اح مثلثی ـ طـ ـ مثلثندن بیوك اولغین وهر مثلثندن دخی بیوك اولور امدی ـ ی مربعی ـ اح مثلثك ضعفی اولوب وح مربعی وهر مثلثك ضعفی اولدیغندن

(ا ل) ـه مربعی وح مربعندن اعظم اولورینه ـه مربعی وح مربعندن اعظم اولسه ا ـه ضلعی هو ضلعندن اطول اولور اکر اطول دکل ایسه یا اقصر یا اکا مساوی اولور لکن مساوی اولامز زیرا * ـه مربعی وح مربعنه مساوی اولق لازم کلور (ـ) اقصر دخی اولامز * زیرا ـه مربعی وح مربعندن اصغر اولق لازم کلور (ه) اولسیدن ا ـه ضلعی هو ضلعندن اطول اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی و نظری

اشکال متوازیة الاضلاع یاخود مثلثلرك قاعده لری وارتفاعلری مساوی اولسه هربری نظیر نظیره مساوی اولورلر

مثلا ا ـه هو قاعده لری مساوی اولوب وط ح ـه ارتفاعلری دخی مساوی اولسه اح هر متوازی الاضلاعلری بربرینه مساوی اولورلر * زیرا ا ـه هو قاعده لری بحسب الاقتضا استقامت اوزره اخراج اولنوب اوزرلرینه حك دل عمودلری اقامه اولندقده (ا س) حادث اولان وك ـل شکلری مستطیل اولدیغندن وه ضلعی طك ضلعنه ـر ضلعی ـل ضلعنه مساوی اولور (ا ل) لکن وه خطی ا خطنه ـر دخی هو خطنه مساوی اولدیغندن طك خطی ا خطنه ـل دخی هو خطنه مساوی اولوب بالفرض متساویین اولان ا ـه هو خطلرینه طك ـل خطلری مساوی اولمغین اوزرلرنده واقع اولان وك ـل مستطیللری دخی متساویین اولورلر (ـ) امدی خطین متوازیین یانتده وه قاعدهٔ واحده سی اوزرنده واقع اولدقلرندن وك مستطیلی اح متوازی الاضلاعنه مساوی وکذا ـل مستطیلی هر متوازی الاضلاعنه مساوی اولمغله (ا لا) اح هر متوازی الاضلاعلری دخی بربرینه مساوی اولورلرینه ا ـه هو قاعده لری

مساوی

مساوی اولوب وطح ارتفاعلری دخی مساوی اولان اکی
هوج مثلثلری بربرینه مساوی اولورلر * زیرا مثلث مرقومار
اح هر متوازی الاضلاعلره تکمیل اولنسه لر آنفا اثبات
اولندیغی وجه اوزره مرقوم متوازی الاضلاعلر بربرینه مساوی
اولغله کی ح وقطر لری انلری تنصیف ایلدیکندن اکی مثلثی
هوج مثلثه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه اشکال متوازیة الاضلاع یاخود مثلثات خطین متوازیین بینده
مساوی قاعده اوزرنده واقع اولسه لر هربری نظیر نظیره مساوی اولورلر

❋ دعوی و نظری ❋

هر شکل متوازی الاضلاع درونده واقع متمیان بربرینه مساویدر
مثلا اح متوازی الاضلاعی درونده واقع اط طح متمیانی بربرینه
مساویدر * زیرا کی خطی اح متوازی الاضلاعنك قطری
اولدیغندن کاب مثلثی کح مثلثه مساوی اولور (ا ل) وکذا
هر ح وشکلری متوازی الاضلاع اولوب انلرك قطرلری وط
طب اولدیغندن وطد مثلثی وهط مثلثه طو مثلثی
طحب مثلثه مساوی اولور امدی وطد طوب مثلثلرینك
مجموعی وهط طحب مثلثلرینك مجموعنه مساوی اولوب
هر بر مجموع کاب کح مساوی مثلثلردن طرح اولندقده باقی فلان
اط طح متمیانی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی و نظری ❋

هر مربع درونده واقع متوازی الاضلاع علی القطردن هربری بنه مربعدر
مثلا کی مربعنك اح قطری اوزرنده واقع حهو ور متوازی
الاضلاعلری بنه مربعدر * زیرا اب حد ضلعلری متساویین
اولدیغندن حاب احب زاویه لری دخی متساویتین اولوب (ك)

ر ح خطی دخی ح ـ خطنه موازی اولدیغندن اطح زاویه سی
ا ح ـ زاویه سنه مساوی اولغله (١ ٩) ح ا ـ اطح زاویه لری دخی
متساویتین اولوب ا ح ضلعی ح ط ضلعنه مساوی اولور (١ و)
امدی ا ح ضلعی ه ط ضلعنه ح ط ضلعی ا ه ضلعنه مساوی
اولدیغندن (١ ل) ح ه شکلی متساوی الاضلاع اولورو کذا ه ا ح
زاویه سی بالفرض قائمه اولوب ح ر ه و خطلرندن هر بری
ـ ی مربعنك ضلعلرینه موازی اولدیغندن باقی زاویه لردخی
قائمه اولغله (١ ٩) ح ه شکلندن هر بر ضلعی بر بر ینه مساوی
وهر بر زاویه سی قائمه اولوب شکل مرقوم مربع اولورو بو مثللو
اثبات اولنورکه ور شکلی دخی مربع اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ح نظری✻

بر خطك خط آخره مستطیل ینه اولخطك خط آخر مرقوم اقسامندن
هر بریله مستطیللری مجموعنه مساویدر

مثلا ا ایله ـ ح خطلرندن ـ ح خطی ی ه نقطه لرنده تقسیم
اولنسه ا خطنك ـ ح خطنه مستطیلی ا ـ ی ا ی ه ا ه ح
مستطیللری مجموعنه مساوی اولور * زیرا ـ ح خطی اوزرینه عمود
اولدیغی حالده اولا ـ نقطه سندن ا خطنه مساوی ـ و خطی رسم
اولنوب (١ ا ح) ـ ح خطنه موازی ور دخی رسم اولنه بعده ـ و
خطنه موازی ی ح ه ط حر خطلری رسم اولندقده (١ ك)
ور خطی ح ط ر نقطه لرنده قطع ایدرامدی ـ ح مستطیلنك
محیطانی ـ ی ـ و خطلری اولدیغی کبی (حد) ـ ی ا خطلری
دخی اولورزیرا ـ و خطی بالعمل ا خطنه مساویدرو کذا ی ط
مستطیلنك محیطانی ی ه ی ح خطلری اولدیغی کبی ی ه ا خطلری
دخی اولورزیرا ی ح خطی ـ و خطنه مساویدر (١ ل) وکذا

53

هر مستطیلنك محیطانی هح ا خطلری ـر مستطیل کبیرك
محیطانی ـح ا خطلری اولورامدی ـر مستطیل کبیری ـح
وط هر مستطیللری مجموعنه مساوی اولدیغندن محیطانی اـح
خطلری اولان مستطیل کبیرمحیطانلری اـی ا وهـ ا هح خطلری
اولان مستطیللرمجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ط نظری✻

برخط مستقیم محدود ایکی قسمه تقسیم اولنسه اقسامندن هربرینك
خط مرقوم ایله مستطیللری مجموعی خط مذکور مربعنه مساویدر
مثلا اـ خط مستقیمی ح نقطه سنده ایکی قسمه تقسیم اولنسه اح
ـح قسملرندن هربرینك اـ خطیله مستطیللری مجموعی اـ
خطنك مربعنه مساویدر * زیرا اـ خطی اوزرنده ای مربعی
رسم اولنوب (ا) ح نقطه سندن اهـ یاخود ـی خطنه موازی
حو خطی دخی رسم اولندقده (اکر) حادث اولان او مستطیلنك
محیطانی اهـ اح خطلری اولدیغی کبی اـ اح خطلری دخی اولور
زیرا اهـ خطی اـ خطنه مساویدر (چد) وکذا حو مستطیلنك
محیطانی ـی ـح خطلری اولدیغی کبی اـ ـح خطلری
دخی اولورزیرا ـی خطی اـ خطنه مساویدرامدی او حو
مستطیللری مجموعی ای مربعنه مساوی اولدیغندن اح ـح
قسملرندن هربرینك اـ خطنه مستطیللری مجموعی اـ خطنك
مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ـ نظری✻

برخط مستقیم محدود ایکی قسمه تقسیم اولنسه خط مرقوم کندی
اقسامندن قسم مطلوبنه مستطیلی اول قسملرك بربرینه مستطیلی ایله
قسم مطلوب مربعی مجموعنه مساوی اولور

مثلا ا ـ خط مستقیمی ح نقطه سنده ایکی قسمه تقسیم اولنسه ا ـ
خطنك فرضا ـ ح قسمنه مستطیلی اح ح ـ قسملرینك بربرینه
مستطیلی ایله ـ ح قسمنك مربعی مجموعنه مساوی اولور * زیرا
ـ ح خطی اوزرینه حهـ مربعی رسم (ا) ا نقطه سندن حد
خطنه موازی او دخی رسم اولنوب (ا کر) هد خطی اخراج
اولندقده خط موازی مرقومی و نقطه سنده قطع ایدر (موضوعه)
امدی اهـ مستطیلنك محیطانی ا ـ هـ خطلری اولد یغی کبی ا ـ
ـ ح خطلری دخی اولور زیرا ـ هـ خطی ـ ح خطنه مساویدر
(حد) وکذا اد مستطیلنك محیطانی اح ح خطلری اولد یغی کبی
اح ح خطلری دخی اولور لکن اهـ مستطیلی اد مستطیلی
ایله حهـ مربعی مجموعنه مساوی اولد یغندن ا ـ ح مستطیلی اح ح
مستطیلی ایله حـ مربعی مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❊دعوی ۱ نظری❊

برخط مستقیم محدود ایکی قسمه تقسیم اولنسه خط مرقومك
مربعی قسملرینك مربعلریله اول قسملرك بربرینه مستطیلنك
ضعفی مجموعنه مساوی اولور

مثلا ا ـ خطی ح نقطه سنده ایکی قسمه تقسیم اولنسه ا ـ خطنك
مربعی اح ح قسملرینك مربعلریله اح ح ـ قسملرینك بربرینه
مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اولور * زیرا ا ـ خطی اوزرینه
اد مربعی رسم (ا) هـ قطری دخی وصل اولنوب اهـ خطنه
موازی حط خطی رسم وقطر مزبوری قطع ایلدیکی ر
نقطه سنه مرور ایدر هد خطنه موازی وح خطی دخی رسم
اولندقده (ا کر) هر مربع درونده بولنان متواری الاضلاع
علی القطردن هر بری بنه مربع اولد یغندن (ر) وط شکلی

ور یا خود اکا مساوی اولان اح خطنك مربعی وکذا ح ح شکلی ح ـ خطنك مربعی اواوب متمان دخی بربرینه مساوی اولدیغندن (و) ار ری مستطیلاری متساویین اولورلرامدی حر خطی ح ـ خطنه مساوی اولدیغندن (چد) ار شکلی اح ح ـ خطلرینك مستطیلی اواوب طر خطی ور یا خود اح خطنه مساوی ر ح دخی ح ـ خطنه مساوی اولدیغندن (ا ل) ری شکلی دخی اح ح ـ خطلرینك مستطیلی اولغله ار ری شکلاری اح خطنك ح ـ خطنه مستطیلنك ضعفی اواوب وط ح ح شکلاری دخی اح ح ـ خطلرینك مربعلری اولمغین اشبو ایکی مستطیل ایله ایکی مربع مجموعی ار مربعنه مساوی اولدیغندن ا ـ مربعی اح ح ـ مربعلریله اح ح ـ مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اواوب مطلوب ثابت اولور نتیجه برخط مستقیمك مربعی اول خطك نصفنك مربعنك درت مثلیدر

✻دعوی 12 نظری✻

برخط مستقیم ایکی قسمه تقسیم اولنسه خط مرقومك مربعیله برقسمنك مربعی مجموعی یه اولخطك قسم مذکوره مستطیلی ضعفیله قسم آخر مربعی مجموعنه مساوی اولور

مثلا ا ـ خط مستقیمی ح نقطه سنده ایکی قسمه تقسیم اولنسه ا ـ ح خطلرینك مربعلری مجموعی ا ـ ح مستطیلی ضعفیله اح مربعی مجموعنه مساوی اولور * زیرا ا ـ خطی اوزرینه ای مربعی رسم ـ ه قطری دخی وصل اولنوب قطراوزرنده مفروض ر نقطه سنه مرور ایدر وح ط خطلری ـ ی ـ ا خطلرینه موازی رسم اولندقده حاصل اولان ار ری متمانی متساویین اولدیغندن (و) هربرینه حط جمع اولندقده اط حی حاصلاری دخی بربرینه مساوی اولورلر (متعارفه)

وکذا مساوی شبلرك ضعفلری دخی بربرینه مساوی اولدیغندن
(متعارفه) علم تعبیر اولنان ح ـ و شکلیله حط مجموعی اط
ضعفنه مساوی اولور امدی حط شکلی حـ خطنك مربعی
اولوب (د)ا ـ حـ مستطیلنك ضعفی اط شکلنك ضعفنه
مساوی اولدیغندن ح ـ و علم ایله حط مربعی مجموعی ا ـ حـ
مستطیلنك ضعفنه مساوی اولورو بومساویلره ح د یاخود اکا
مساوی اولان اح خطنك ح و مربعی جمع اولندقده ح ـ و علم ایله
حط ح و مربعلری مجموعی ا ـ حـ مستطیلی ضعفیله اح خطنك
مربعی مجموعنه مساوی اولورامدی ح ـ وعلم ایله حط ح و مربعلری
مجموعی ایله مربعیله حط مربعی مجموعنه مساوی اولدیغندن
ا ـ حـ خطلرینك مربعلری مجموعی ا ـ حـ مستطیلی ضعفیله
اح خطنك مربعی مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی حـ نظری❋

خطین مختلفین مربعلری بینده اولان فضل خطین مرقومین
مجموعنك بینلرنده اولان فضلی مستطیلنه مساویدر
مثلا ا ـ اح خطین مختلفین مربعلری بینده اولان فضل خطین
مرقومین مجموعنك بینلرنده اولان فضلی مستطیلنه مساویدر
زیرا* ا ـ اح خطلری اوزرینه اولا اهـ اط مربعلری رسم
ح هـ خطی دخی اخراج اولنوب اح خطنه مساوی هر قطع
اولنه بعده هـ ـ خطنه موازی رو رسم اولنوب حط ـ ط
خطلری حـ ر رو خطلریله ك و نقطه لرنده راست کانجیه دکین
استقامت اوزره اخراج اولندقده حـ هـ خطی ا ـ خطنه مساوی
اولوب (حد) هر خطی بالعمل اح خطنه مساوی اولدیغندن
حـ ر خطی دخی ا ـ اح خطلری مجموعنه مساوی اولورو کذا

اح خطی ا۔خطنه ا۔ خطی اح خطنه مساوی اولدیغندن
۔ح خطی دخی ا۔ اح خطلرینك بیتنده فضلی اولان حـ
خطنه مساوی اولورلـکن حر ح۔ خطلری ۔ر مستطیلنك
محیطانی اولدیغی کبی ا۔ اح خطلری مجموعیله بیتلرنده اولان حـ
فضلی دخی محیطانی اولغله کھ خطی ح۔ یاخود اکا مساوی
اولان حـ خطنه مساوی اولوب ھر خطی دخی اح خطنه
بالعمل مساوی اولدیغندن کر مستطیلی حک مستطیلنه مساوی
اولور (ـ) امدی حک حک مجموعی اھ اط مربعلری بیتنده اولان
فضل اولدیغندن انلره مساوی اولان حک کر مستطیللری دخی
مرقوم مربعلر بیتنده اولان فضله مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی بد نظری✻

ھر مثلث قائم الزاویه ده وتر قائمه مربعی ضلعین باقیین مربعلری
مجموعنه مساویدر

مثلا ا۔ حمثلث قائم الزاویه سنده وتر قائمه اولان ا۔ مربعی ضلعین
باقیین اولان اح حـ مربعلری مجموعنه مساویدر * زیرا ا۔
اح حـ خطلری اوزرینه اھ ار ۔ح مربعلری رسم حـ
نقطه سندن ای خطنه موازی حـ۔ خطی دخی رسم اولنوب
(ا کر)۔و حی اط حھ خطلری دخی وصل اولدقده اح
خط مستقیمی ره حـ خطلریله ح نقطه سنده متصل اولوب
اح اح۔ زاویه لرندن ھربری قائمه اولدیغندن حر حـ خطلری
خطواحد مستقیم اولور (ا بد) وکذا واح زاویه سی وا۔
زاویه سنه مساوی اولوب (ا ح) ھر بریسنه حا۔ زاویه سی جمع
اولندقده حاصل اولان وا۔ واح زاویه لری دخی متساویتین اولغله
(متعارفه) ا۔و احی مثلثلرندن وا ا۔ ضلعلری حا ای

ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب (حد) و بینلرنده کی زاویه‌لر
دخی بربرینه مساوی اولدیغندن اول مثلثلر هر حالده متساویین
اولورلر (ای) لکن ادمربعی ا ـ و مثلثك ضعفی اولوب (ا ـ) وکذا
ا ـ متوازی الاضلاعی ا ح و مثلثك ضعفی اولوب مساوی شیلرك
ضعفلری دخی مساوی اولدیغندن (متعارفه) ا ـ متوازی الاضلاعی
ا ر مربعنه مساوی اولور وبو مثللا واثبات اولنور که ـ ـ
متوازی الاضلاعی ـ ح مربعنه مساوی ا ط مربع کبیری دخی ا ر
ـ ح مربعلری مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه وترقائمه مربعیله برضلع مربعی بیلنده کی فضل ضلع آخر
مربعنه مساویدر

✻دعوی به نظری✻

هرمثلثدن برضلعك مربعی باقی ضلعلرك مربعلری مجموعنه
مساوی اولسه اشبو باقی ضلعلرك بیلنده بولنان زاویه قائمه اولور
مثلا ا ـ ح مثلثنده ا ـ مربعی ا ح ـ ح مربعلری مجموعنه
مساوی اولسه ا ح ـ زاویه‌سی قائمه اولور * زیرا ح ـ خطی
اوزرینه ح نقطه‌سندن ا ح خطنه مساوی ح ء عمودی اخراج
اولنوب (ا ا) ء ـ دخی وصل اولندقده ء ح مربعی ا ح مربعنه
مساوی اولور (ـ) وبو مساویله ح ـ مربعی جمع اولنسه ء ح ـ ح
مربعلری ا ح ـ ح ـ مربعلرینه مساوی اولور لکن ء ح ـ ح
مربعلری مجموعی ـ ء مربعنه مساوی (ند) ا ح ـ ح مربعلری
مجموعی دخی ا ـ مربعنه بالفرض مساوی اولدیغندن ـ ء مربعی
ا ـ مربعنه مساوی اولوب ا ـ ء خطلری دخی متساویین
اولورلر (ح) امدی ا ـ ء خطلری متساویین اولوب ا ح ء
خطلری بالعمل بربرینه مساوی ح ـ خطی دخی مشترك اولدیغندن

ا ـ ح ، ک ـ ح ، مثلثلری متساویین اولوب (ار) اح ـ زاویه سی ـ حک زاویه سنه مساوی اولورامدی ـ حک زاویه سی بالعمل قائمه اولغین اح ـ زاویه سی دخی قائمه اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی نو نظری ✻

هر مثلثدن ایکی ضلع مربعلری یاننده اولان فضل موقع عمودایله قاعده نهایتلری اراسنده واقع بعدلرك مربعلرینك فضلنه مساویدر

مثلا ا ـ ح مثلثنده ا ـ قاعده سی اوزرینه ح نقطه سندن حک عمودی اخراج اولندیقده اح ـ ح مربعلری یاننده اولان فضل اک ـ مربعلرینك فضلینه مساویدر * زیرا اک ـ ح مربعلری مجموعی اح مربعنه مساوی (بد) ـ ک ـ ح مربعلری مجموعی دخی ـ ح مربعنه مساوی اولدیغندن اک ـ ح مربعلری مجموعیله ـ ک ـ ح مربعلری مجموعی یاننده اولان فضل اح ـ ح مربعلرینك فضلنه مساوی اولوب ک ـ ح دخی مشترك اولدیغندن اک ـ ح مربعلری مجموعیله ـ ک ـ ح مربعلری مجموعی یاننده اولان فضل اک ـ مربعلرینك فضلنه مساوی اولورامدی شیلر برشبنه مساوی اولسه لر اول شیلردخی بربرینه مساوی اولغله (متعارفه) اح ـ ح مربعلری یاننده اولان فضل اک ـ مربعلرینك فضلنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر مثلثدن ایکی ضلع مجموعنك یانلرنده کی فضلنه مستطیلی موقع عمودایله قاعده نهایتلری اراسنده واقع بعدلر مجموعنك اول بعدلر فضلی مستطیلنه مساویدر (ح)

✻ دعوی ح نظری ✻

هر مثلث منفرج الزاویه ده منفرجه وتری مربعنك ضلعین اخرین مربعلری مجموعندن بیوکلکی موقع عمودایله زاویه

منفرجه بیتنده کی بعدلك قاعده یه مستطیلنك ضعفی قدردر
مثلا اـح مثلثنده اـ قاعده‌سی اوزرینه ح نقطه سندن حو
عودی اخراج اولندقده اـح زاویهٔ منفرجه‌سی وتری اولان
اح مربعنك اـ ـح مربعلری مجموعندن بیوکلکی اـ ـو
مستطیلنك ضعفی قدردر * زیرا او خطی ـ نقطه‌سنده ایکی
قسمه تقسیم اولندیغندن او مربعی اـ ـو مربعلریله اـ ـو
مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اولغله (ما) اشبو مساویلری
وح مربعی جمع اولندقده او وح مربعلری مجموعی اـ ـو وح
مربعلریله اـ ـو مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اولورلکن
او وح مربعلری مجموعی اح مربعنه مساوی اولوب ـو وح
مربعلری مجموعی ـح مربعنه مساوی اولدیغندن (بد) اح
مربعنك اـ ـح مربعلری مجموعندن بیوکلکی اـ ـو
مستطیلنك ضعفی قدر اولدیغی معلوم اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ح نظری✻

هر مثلثدن زاویهٔ حاده وتری مربعنك ضلعین آخرین مربعلری
مجموعندن کوچکلکی موقع عمودایله زاویهٔ حاده بیتنده کی
بعدلك قاعده یه مستطیلنك ضعفی قدردر

مثلا اـح مثلثنده اـ قاعده‌سی اوزرینه ح نقطه سندن حو
عودی اخراج اولندقده اـح زاویهٔ حاده‌سی وتری اولان اح
مربعنك اـ ـح مربعلری مجموعندن کوچکلکی اـ ـو
مستطیلنك ضعفی قدردر * زیرا اـ یاخود اخراج اولنان اـ
خطی وا نقطه‌لرنده تقسیم اولندیغندن اـ ـو مربعلری
مجموعی اـ ـو مستطیلنك ضعفیله او مربعی مجموعنه مساوی
اولغله (س) اشبو مساویلره وح مربعی جمع اولندقده اـ ـو وح

مربعلری،

مربعلری مجموعی ا ـ ی مستطیلنك ضعفیله ای ده مربعلری مجموعنه مساوی اولور لکن ی ده مربعلری مجموعی ـ ه مربعنه مساوی اولوب ای ده مربعلری مجموعی دخی اه مربعنه مساوی اولدیغندن (بد) اه مربعنك ا ـ ه مربعلری مجموعندن کوچکدکی ا ـ ی مستطیلنك ضعفی قدر اولدیغی ظاهر اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی لط نظری

هر مثلثك رأسندن قاعده سی وسطنه نازل اولان خطك مربعی ضعفیله نصف قاعده مربعنك ضعفی مجموعی ضلعین آخرین مربعلری مجموعنه مساویدر

مثلا ا ـ ه مثلثنك ه نقطه سی رأسندن ا ـ قاعده سی وسطنه نازل اولان هه خطنك مربعی ضعفیله نصف قاعده اولان هدا مربعنك ضعفی مجموعی اه ه ـ ضلعین آخرین مربعلری مجموعنه مساویدر* زیرا ا ـ یا خود اخراج اولنان ا ـ اوزرینه ه نقطه سندن ده عمودی اخراج اولندقده (اس) اهه زاویه سی منفرجه اولدیغندن اه مربعی اهه هه مربعیله اهه هی مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اولوب (ر) وکذا ـ هه زاویه سی حاده اولدیغندن ه ـ مربعیله ـ هه هی مستطیلنك ضعفی مجموعی ـ هه هه مربعلری مجموعنه مساوی اولغله (ع) اهه خطی هه ـ خطنه بالفرض مساوی اولدیغندن ـ ه مربعیله اهه هی مستطیلنك ضعفی مجموعی اهه هه مربعلری مجموعنه مساوی اولور امدی مساویلر مساویلره جمع اولنسه لر حاصلار دخی مساوی اولغله (متعارفه) اه ه ـ مربعلریله اهه هی مستطیلنك ضعفی مجموعی اهه هه مربعلری ضعفلریله

اه هو مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اولوب هر برنده
اه هو مستطیلنك ضعفی مشترك اولدیغندن اشبو مشترك طرح
اولندقده اه هه مربعلرینك ضعفلری مجموعی اح حه
مربعلری مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ٤ نظری ❋

مثلث متساوی الساقینك رأسندن قاعده سنه اوزرنده مفروض
برنقطه یه نازل اولان خطك مربعیله اولخطك قاعده دن قطع
ایلدیکی قسملرك مستطیلی مجموعی برساقك مربعنه مساویدر
مثلا اح حه مثلث متساوی الساقینك حه رأسندن اب قاعده سی
اوزرنده مفروض هه نقطه سنه نازل اولان حهط خطنك مربعیله
قاعده دن قطع ایلدیکی اهط هه قسملری مستطیلنك مجموعی
احیاخود حه مربعنه مساویدر * زیرا اب قاعده سی ی
نقطه سنده تنصیف اولنوب (ا ے) حه ی نقطه لری وصل اولندقده
حادث اولان احی ے حی مثلثلرنده احا ضلعلری ے حه ے
ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی حی دخی مشترك اولدیغندن حیا
زاویه سی حی ے زاویه سنه مساوی اولوب (ا ر) حی خطی
اب اوزرینه عمودا اولور (احید) امدی احهط مثلثنده حی
خطی عمود اولدیغندن اح حهط مربعلری بیتنده اولان فضل
ای وهط مربعلرینك فضلنه مساوی اولور (لو) لکن
ے هط خطی ای وهط خطلرینك مجموعی اولوب اهط خطی
انلرك تفاضلی اولدیغندن ای وهط مربعلری بیتنده اولان فضل
اهط هے مستطیلنه مساوی (ح) اح حهط مربعلری بیتنده
اولان فضل دخی اهط هے مستطیلنه مساوی اولورکه مستطیل
حهط مربعی جمع اولندقده حهط مربعیله اهط هے مستطیلی

مجموعی احمربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی کا نظری ❋

هرشکل متوازی الاضلاعك قطرلری بربرینی تنصیف ایدوب اول قطرلرك مربعلری مجموعی شکل مزبورلك درت ضلعنك مربعلری مجموعنه مساوی اولور

مثلا اب حد متوازی الاضلاعك قطرلری بربرینی هـ نقطه سنده تنصیف ایتمکله اهـ خطی هـ حـ خطنه بـ هـ خطی هـ د خطنه مساوی اولوب اح بـ د مربعلری مجموعی اب بـ حـ حد دا مربعلری مجموعنه مساوی اولور* زیرا دهـ زاویه سی هـ اب زاویه سنه حدهـ زاویه سی هـ ا زاویه سنه مساوی (ا ۴) دهـ حـ زاویه سی اهـ بـ زاویه سنه مساوی اولغله (ا ۵) دحـ ضلعی دخی اب ضلعنه مساوی اولدیغندن (ا ل) دهـ ضلعی هـ بـ ضلعنه حدهـ ضلعی هـ ا ضلعنه مساوی اولور (ا کا) بوتقدیرجه بـ د خطی هـ نقطه سنده تنصیف اولنمغین دحـ حـ مربعلری مجموعی دهـ هـ حـ مربعلری مجموعنك ضلعنه مساوی اولوب (ط) دحـ خطی اب خطنه حـ بـ خطی دا خطنه مساوی اولدیغندن (ا ل) اب بـ حـ حد دا مربعلری مجموعی دهـ هـ حـ مربعلری مجموعنك درت مثلنه مساوی اولورامدی دهـ مربعنك درت مثلی بـ د مربعنه مساوی هـ حـ مربعنك درت مثلی دخی اح مربعنه مساوی اولدیغندن (نتیجه ۵) اح بـ د مربعلری مجموعی اب بـ حـ حد دا مربعلری مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ك عملی ❋

برخط مستقیم محدودی بروجهله ایکی قسمه تقسیم ایتمك مراد اولنسه كه خط مزبور كندی قسملرندن برینه مستطیل قسم اخر مربعنه مساوی اوله

مثلا ا ـ خط مستقیم محدودی بروجهله ایکی قسمه تقسیم ایمك
مرادا اولنسه که خط مرقوم کندی قسملرندن برینه مستطیلی قسم
آخری مربعنه مساوی اوله امدی ا ـ خطی اوزرینه اولا اه
مربعی رسم اولنوب اد ضلعی ه نقطه سنده تنصیف اولنه
(ا ـ) بعده ـ ه نقطه لری بلی وصل ه ا دخی ا نقطه سی
جهتنه استقامت اوزره اخراج اولنوب ه ـ خطنه مساوی
ه و قطع او اوزرینه دخی وح مربعی رسم اولندقده ا ـ خطی
ح نقطه سنده بروجهله ایکی قسمه تقسیم اولنورکه ا ـ ح
مستطیلی اح مربعنه مساوی اولور * زیرا و خطی ه ـ ه ا
خطلرینك مجموعی اولوب او خطی انلرك بیننده اولان تفاضلی
اولدیغندن و ا مستطیلی ه ـ ه ا مربعلری بیننده اولان
تفاضله مساوی اولور (ح) لکن وا خطی ور خطنه مساوی
اولدیغندن و ا مستطیلی در شکلی اولوب ه ـ ه ا مربعلری
بیننده اولان تفاضل ا ـ مربعنه مساوی اولدیغندن (نتیجه)
در اه شکلری متساویین اولورلرویو مساویلردن وح مشترکی
طرح اولندقده باقی قلان ار ح ه شکلری دخی متساویین اولورلر
امدی ا ـ ه خطلری بربرینه مساوی اولدیغندن ح ه شکلی
ا ـ ح خطلرینك مستطیلی اولوب ار شکلی اح خطنك مربعی
اولغین ا ـ خطی ح نقطه سنده بروجهله ایکی قسمه تقسیم اولنورکه
ا ـ ح مستطیلی اح مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

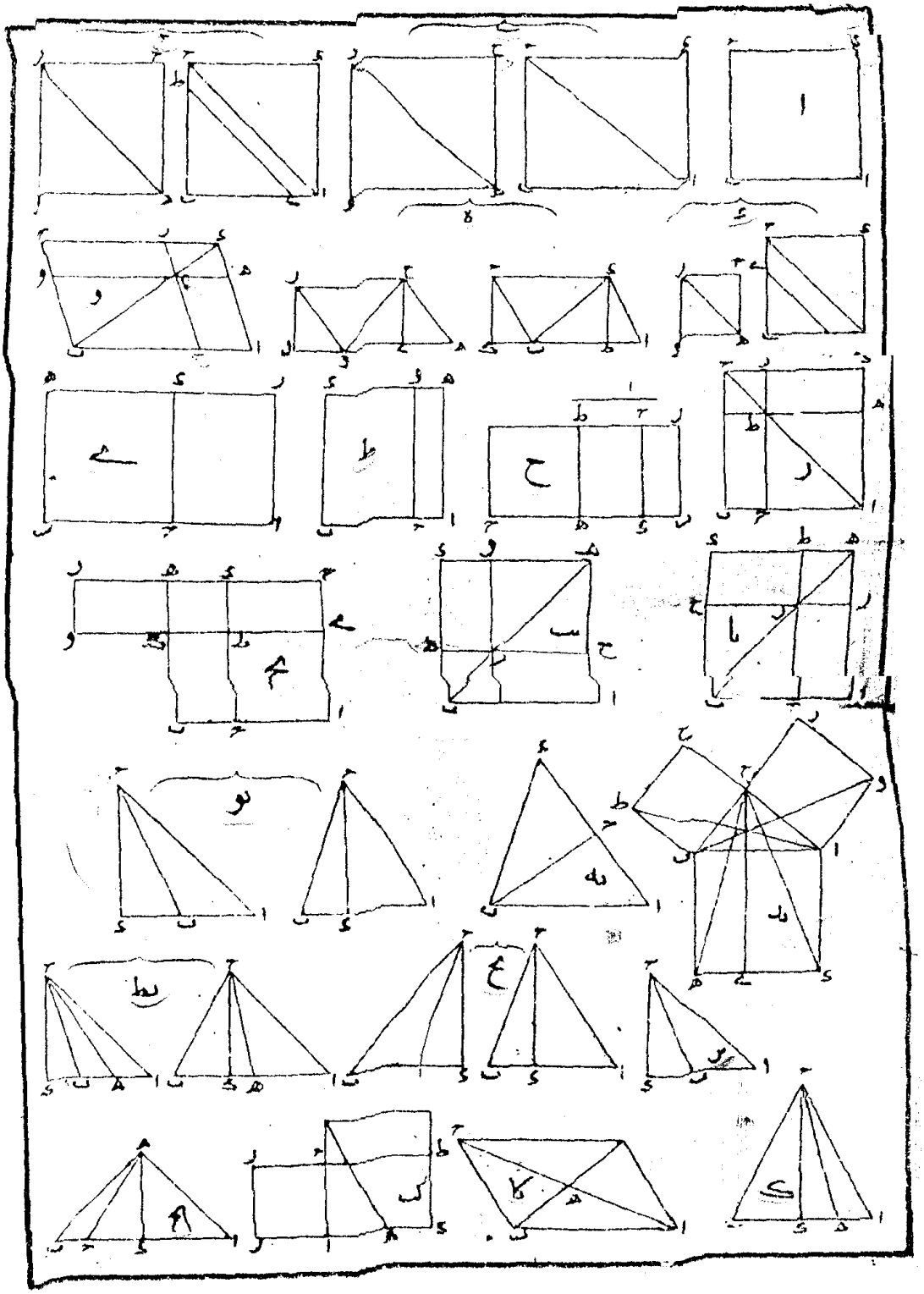
* دعوی ٤ نظری *

خطین مختلفین مربعلری مجموعی نصف مجموع خطین مرقومین مربعیله
اول خطلر بیننده کی نصف فضل مربعی مجموعنك ضعفنه مساویدر
مثلا اه ه ـ خطین مختلفین مربعلری مجموعی نصف مجموع

خطین

خطین مرقومین مربعیله اول خطلریننده کی نصف فضل مربعی
مجموعنك ضعفنه مساویدر * زیرا خطین مختلفین مجموعی اولان
ا خطی ی نقطه سنده تنصیف اولنوب نقطهٔ مزبوره دن خط
مذکوراوزرینه ای یاخود ی خطنه مساوی وه عمودی
اخراج ها هـ هـ ح خطلری دخی وصل اولنه بعده ای ی
خطین متساویینك هربرینه ح خطی زیاده اولندقده ا ح خطی
ح خطیله ضعف ح مجموعنه مساوی اولدیغندن (متعارفه)
ح خطی ا ح ح خطلری بیننده که نصف فضل اولورامدی
اوه ـ وه متساوی الساقین قائم الزاویه اولان مثلثلرك واه
وهای ـ ه وهـ زاویه لرندن هربری نصف قائمه اولدقلرندن
اهـ زاویه سی دخی قائمه اولوب ا ـ ه مثلث متساوی الساقین
قائم الزاویه ده ا ح ح مستطیلی ایله ح ه مربعی مجموعی اه
مربعنه مساوی اولغین (ك) ا ح ح مستطیلی منعفیله ح ه
مربعنك ضعفی مجموعی اه مربعنك ضعفنه یاخود ا ـ مربعنه
مساوی (متعارفه) (بد) وکذا ا ح ح مستطیلی منعفیله ا ح ح
مربعلری مجموعی ا ـ مربعنه مساوی اولوب (با) اشبو مساویلرده
مشترك اولان ا ح ح مستطیلنك ضعفی هربرندن طرح اولندقده
باقی فلان ح ه مربعنك ضعفی ا ح ح مربعلری مجموعنه مساوی
اولور (متعارفه) لکن ح ه مربعی وه یاخود اکا مساوی اولان
ای مربعیله ح مربعی مجموعنه مساوی اولوب ح ه مربعنك
ضعفی دخی ای ح مربعلری مجموعنك ضعفنه مساوی اولدیغندن
ا ح ح خطین مختلفین مربعلری مجموعی نصف مجموع
خطین مرقومین اولان ای مربعیله اول خطلر بیننده ك
نصف فضل اولان ح مربعی مجموعنك ضعفنه مساوی
اولوب (متعارفه) مطلوب ثابت اولور

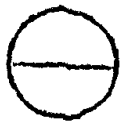
نتیجه هر مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه ده زاویهٔ قائمه دن
وترقائمه اوزرینه نازل اولان خطلر مربعلر
ضعفی قسمی اولوترمربعلری مجموعنه
مساویدر



اصول هندسه دن مقالهٔ ثالثه

الحدود

١ قطر دائره اولدرکه مرکز دائره دن مرور ایدوب ایکی طرفلری محیطه منتهی اولان خط مستقیمدر



٢ نصف قطر اولدرکه مرکز ایله محیط بینده واقع اولان خط مستقیمدر



٣ قوس اولدرکه محیط دائره دن بر جزدر



٤ وتر اولدرکه بر قوسک نهایتلری بینده واصل اولان خط مستقیمدر



٥ نصف دائره برشکلدرکه قطر ایله اول قطرک محیطدن قطع ایلدیکی جزئک احاطه سندن حاصل اوله

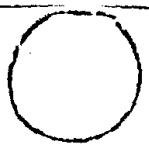


٦ قطعهٔ دائره برشکلدرکه قوس ایله اول قوسک وتری احاطه سندن حاصل اوله



69

۷ خط مماس اولدرکه محیط دائره‌یی قطع ایتیوب فقط
برنقطه سندن مرور ایدن خط مستقیمدر



۸ مرکز دائره‌دن بعدلری مساوی اولان وترلر اولدرکه مرکز مذکوردن
اونار مرقومه اوزرلرینه خروج ایدن عمودلر متساویه اوله



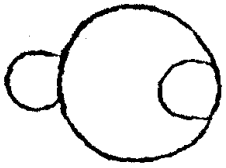
۹ مرکز دائره‌دن بعید اولان وتر اولدرکه مرکز مرقومدن اوزرینه
خروج ایدن عمود اونار سائره اوزرینه خروج ایدن عمودلردن اطول اوله



۱۰ قطعه‌ده واقع زاویه اولدرکه وترلرک نهایتلرندن خروج ایدوب
قطعهٔ مذکوره قوسی اوزرنده مفروض هرنقطه یه منتهی اولان
ایکی خط مستقیمک احاطه ایلدیکی زاویه در



۱۱ دوائر متماس اولدرکه بربرینی قطع ایتیوب فقط برنقطه ده
تلاقی ایدن دائره‌لردر



❋ دعوی ۱ علی ❋

دائرهٔ معلومه‌نک مرکز مجهولنی تعیین ایتمک طریقیدر
مثلا ۱ ـ حد دائره‌سنک مرکز مجهولنی تعیین ایتمک مراد اولنسه اولا

تکیف ما تفق ا ـ وتری رسم اولنوب اشبو وتر ی نقطه سنده
تنصیف اولنه (ا ـ) بعده ا ـ اوزرینه ی نقطه سندن مرور
وایکی طرفی محیطه منتهی حه عمودی اخراج اولنوب عمود مرقوم
و نقطه سنده تنصیف اولندقده اشبو و نقطه سی مرکزاولور
زیرا * نقطهٔ مرقومه مرکز کل ایسه یا حه خطی اوزرنده دیکر
نقطه اولور یا خود خارج خطه واقع اولورامدی حه خطی
اوزرنده دیکر نقطه مرکزاولامز زیرا مرکزدن محیطه خروج ایدن ایکی
خط مستقیم برینه مساوی اولیوب دائره تعریفی باطل اولمق لازم
کاور وکذا خارج خطده دخی واقع اولامز زیرا ر نقطه سی
مرکزاولسه دا ری ر ـ خطلری وصل اولندقده حادث اولان
ارک ـ ری مثلثلرندن دا ضلعی ر ـ ضلعنه مساوی (ا ج / ا ی)
ا ی ضلعی بالعمل ک ـ ضلعنه مساوی ری ضلعی دخی مشترک
اولدیغندن اور زاویه سی ـ ور زاویه سنه مساوی اولوب
هربری زاویهٔ قائمه اولمش اولور (ا ج ـ ب / ا ی ـ ب) اولسبدن اور زاویه سی
ا ح زاویه سنه مساوی اولوب کل جزینه مساوی اولمق لازم کاور
بوایسه خلافدر بونقدیرجه . و نقطه سندن ماعدا دیکر نقطه
مرکزاوله مدیغی ظاهر اولوب مطلوب ثابت اولدی

نتیجه بردائره وترینك تنصیف اولندیغی نقطه سندن وتر
مرقوم اوزرینه اخراج اولنان عمود مرکزدائره یه مرور ایدر

❋ دعوی ـ نظری ❋

بردائره محیطی اوزرنده مفروض ایکی نقطه یه واصل اولان
خط مستقیم یعنی وتر دائرهٔ مرقومه داخلنده واقع اولور

مثلا اهـ دائره سنك محیطی اوزرنده مفروض ا ـ نقطه لری

بلکه واصل اولان ا وتری دائرهٔ مرقومه داخلنده واقع اولور
زیرا * مرکزی تعیین (ا) حا حـ دخی وصل اولنوب ا اوزرنده
کیف ما اتفق فرض اولمان ز نقطه سنه مرور ومحیط دائره یی ه
نقطه سنده قطع ایدر حه خطی رسم اولندقده حاحـ متساویین
اولدیغندن حاا زاویه سی حـا زایه سنه مساوی اولور
(ا ط) وکذا احز مثلثک خارجنده اولان حزـ زاویه سی
داخل مثلثده واقع حاا زاویه سندن بیولک اولغله (ا ك) اکا
مساوی اولان حـا زاویه سندن دخی بیولک اولورامدی هر مثلثده
ضلع اطول بیولک زاویه یه وتروافع اولدیغندن (ا ر) حـ یاخود
اکا مساوی اولان حه خطی حز خطسندن بیولک اولوب
ز نقطه سی دائرهٔ مرقومه نك داخلنده واقع اولور ویومثلاو
اثبات اولنورکه ا اوزرنده فرض اولنان هر نقطه
داخل دائره ده بولنغین ا وترینك مجموعی دخی دائرهٔ
مذکوره داخلنده واقع اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی حـ نظری ✻

مرکز دائره دن مرور ایدن خط مستقیم بروتری تنصیف ایلسه
وترمرقوم اوزرینه عمود اولور واکر وترمرقوم اوزرینه
عمود اولسه اولوتری تنصیف ایدر

مثلا ا حـ دائره سنك ز مرکزندن مرور ایدن حه خط مستقیمی
ا وترینی ه نقطه سنده تنصیف ایلسه خط مستقیم مرقوم ا
وتری اوزرینه عمود اولور * زیرا از ـ وصل اولندقد از
ضلعی زـ ضلعنه از ضلعی هـ ضلعنه بالفرض مساوی هـ ز
دخی مشترك اولدیغندن ه ا زاویه سی ه هـ زاویه سنه مساوی
اولوب حه خطی ا ـ وتری اوزرینه عمود اولور (اجـ) واکر

و مرکزندن مرور ایدن وهم خط مستقیمی ا۔ وتری اوزرینه
عمود اولسه اشبو وتر هم نقطه سنده تنصیف اولنور * زیرا
ا و۔ وصل اولندقده وا۔ زاویه سی و۔ا زاویه سنه
مساوی اولوب (ا ك) اهد زاویه سی وهم۔ زاویه سنه
مساوی اولدیغندن (ا ح) اوهم زاویه سی دخی هد۔
زاویه سنه مساوی اولور (ا نتیجه ٤ ه) امدی وهدا وهم۔
مثلثلرینك زوایاسی نظیر نظیره مساوی اولوب وهم ضلعی مشترك
اولدیغندن اهم ضلعی هم۔ ضلعنه مساوی اولغله ا۔ وتری
هم نقطه سنده تنصیف اولنوب مطلوب ثابت اولور نتیجه
مثلث متساوی الساقین راسندن قاعده سی وسطنه نازل اولان خط
مستقیم قاعدهٔ مرقومه اوزرینه عمود اولور واکر قاعدهٔ مرقومه اوزرینه
عمود اولسه اول قاعده یی ورأس مثلثده اولان زاویه یی تنصیف ایدر

❋دعوی و نظری❋

داخل دائره ده واقع هر فنتی نقطه دن محیطه دکین رسم اولنان خطوط
مستقیمهٔ متساویه ایکیدن زیاده اولور ایسه نقطهٔ مذکور
مرکز دائره اولور

مثلا ا و ح دائرهسنك داخلنده واقع هم نقطه سندن محیطه
دکین رسم اولنان هدا هم۔ هم۔ اوچ خط مستقیمك مجموعی
متساویه اولورا یسه نقطهٔ مذکوره دائرهٔ مرقومه نك مرکزی اولور
زیرا * ا۔ اح خطلری وصل اولنوب اشبو خطلر ور نقطه لرنده
تنصیف اولنه یعنده هم نقطه سندن مرور و محیطی و ح نقطه لرنده
قطع ایدر و ورح خطلری رسم اولندقده حادث اولان اهو
۔هو مثلثلرنده او ضلعی بالعمل و۔ ضلعنه مساوی اهد ضلعی
بالفرض هم۔ ضلعنه مساوی هد ودخی مشترك اولدیغندن اوهم
زاویه سی ۔وهم زاویه سنه مساوی اولوب (ا ر) ا۔ خطی

اوزرینه وی خطی عمود اولور (ا حد/٩) امدی بر دائره وترینك
تنصیف اولندیغی نقطه سندن اخراج اولنان عمود مرکزدن مرور
ایلدیکندن (نتیجه ـ ه) دائرهٔ مرقومه مرکزی وی خطی اوزرنده واقع
اولورویومثللاو اثبات اولنورکه مرکزمذکورح خطی اوزرنده دخی
واقع اولوب وی ح خطلری ایچون هـ نقطه سندن غیری فصل
مشترك اولدیغندن اشبو هـ نقطه سی مرکز اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ٨ نظری ✻

نصف قطرلری مساوی اولان دائره لر بربرینه مساویدرواکر دائره لر
بربرینه مساوی اولسه لرانلرك نصف قطرلری دخی بربرینه مساوی اولورلر
مثلا ا ـ ح دائره سنك را ـ ر نصف قطرلری وهـ و دائره سنك
ح و ح هـ نصف قطرلرینه مساوی اولسه ا ـ ح دائره سی وهـ و
دائره سنه مساوی اولور * زیرا وهـ و دائره سی ا ـ ح دائره سی
اوزرینه بروجهله تطبیق توهم اولنسه که ح مرکزی ر مرکزینه
منطبق اوله امدی ح و ح هـ نصف قطرلری بالفرض را ـ ر
نصف قطرلرینه مساوی اولدیغندن و هـ نقطه لری ا ـ ح
دائره سنك محیطی اوزرنده واقع اولور (ا حد/١٤) ویومثللاو
اثبات اولنورکه وهـ و محیطنده فرض اولنان هربرنقطه
ا ـ ح محیطی اوزرنده واقع اولغین محیطلر بربرینه منطبق
اولوب دائره لردخی بربرینه مساوی اولورلر واکر ا ـ ح
دائره سی وهـ و دائره سنه مساوی اولسه را ـ ر نصف قطرلری
ح و ح هـ نصف قطرلرینه مساوی اولورزیرادکل ایسه یا اطول
ویااقصرا ولور اکراطول اولسه دائره لربربرینه تطبیق اولندقده
را ـ ر نصف قطرلری ح و ح هـ نصف قطرلرندن بالفرض اطول
اولدیغندن وهـ نقطه لری ا ـ ح دائره سنك داخلنده واقع اولور

وكذا اثبات اولنورکه وهو محيطنده فرض اولنان هر برنقطه
اح دائره سنك داخلنده واقع اولوب وهو دائره سی هيئت
مجموعه سيله اح دائره سنك داخلنده بولنمغين وهو دائره سی
اح دائره سندن هم کوچك وهم اکا مساوی اولمق لازم کلورکه بو ايسه
خلافدر بونقديرجه را ر نصف قطرلری ح و ح هـ نصف
قطرلرندن اطول اولامز وبو مثللو اثبات اولنورکه اقصردخی
اولامز اولسيدن بربرينه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه دائره لرك قطرلری ياخود نصف قطرلری بربرينه مساوی
اولسه لر اولدائره لرك محيطلری دخی بربرينه مساوی اولورلر

✻دعوی و نظری✻

ايکی دائره بربرينه داخلده تماس ايلسه لر اولدائره لرك مركزلرينه
تماس نقطه سی مجموعی برخط مستقيم اوزرنده واقع اولورلر
مثلا هر ی و دائره لری بربرينه داخلده ب نقطه سنده تماس
ايلسه لر اولدائره لرك مركزلرينه نقطه تماس مجموعی برخط مستقيم
اوزرنده واقع اولورلر * زيرا هر دائره سنك ا مركزندن مرور
ايدر ر قطری رسم اولندقده ی و دائره سنك مركزی ر
خطی اوزرنده واقع اولوب خارجنده ح نقطه سی مركزاولسه
امدی اح ح وصل اولنوب مرقوم دائره لری وهـ نقطه لرنده قطع
ايدنجه دكين اح خطی اخراج اولندقده اح مثلثنده اح ح
ضلعلری مجموعی اب ضلعندن ياخود اکا مساوی اولان اهـ
خطندن اطول اولور (ا ع) وبونلردن اح مشترکی طرح اولندقده
باقی فلان ح خطی باقی ديکر اولان حهـ خطندن اطول اولور
امدی ح نقطه سی بالفرض ی و دائره سنك مركزی اولديغندن
ح ی متساويين اولوب ی دخی حهـ خطندن اطول اولمق

لازم کلور بو ایسه خلافدر بونقدیرجه ح نقطه‌سی ـ‌ده
دائره‌سنك مرکزی اولامزبومثلاو اثبات اولنورکه خارج خطده
واقع اولان هر برنقطه دخی مرکزاولامزاولسیدن ـ‌ده دائره‌سنك
مرکزی اـ خطی اوزرنده واقع اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی د نظری ❋

ایکی دائره بربرینه خارجده تماس ایلسه لرا ولدائره‌لرك مرکزلریله
تماس نقطه‌سی مجموعی برخط مستقیم اوزرنده واقع اولورلر
مثلا ـ‌هر ـ‌ده دائره‌لری بربرینه خارجده ـ نقطه سنده تماس
ایلسه لرا ولدائره‌لرك مرکزلریله نقطهٔ تماس مجموعی برخط مستقیم
اوزرنده واقع اولورلر * زیرا ـ‌هر دائره‌سنك ا مرکزندن مرور
ایدر ـ‌ر قطری رسم اولنوب ـ‌ده دائره‌سی و نقطه‌سنده
قطع ایدنجیه دکین اخراج اولندقده ـ‌ده دائره‌سنك مرکزی ده
خطی اوزرنده واقع اولیوب خارجنده ح نقطه‌سی مرکزاولسه
حا ح وصل اولندقده ـ‌هر دائره‌سنك مرکزی ا اولدیغندن
اهـ اـ خطلری متساویین اولوب وکذا ـ‌ده دائره‌سنك مرکزی
بالفرض ح اولدیغندن حء ح خطلری دخی متساویین اولورلر
امدی اـ ـ‌ح مجموعی اح خطندن اطول اولغین (ا ع) اهـ حء
مجموعی دخی اح خطندن اطول اولق لازم کلوربو ایسه خلافدر
بونقدیرجه ح نقطه‌سی مرکز اولامزبومثلاو اثبات اولنورکه
خارج خطده واقع اولان هر برنقطه مرکزاولامزاولسیدن ـ‌ده
دائره‌سنك مرکزی دوخطی اوزرنده واقع اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ح نظری ❋

بردائره‌ده واقع هرایکی وترك مرکزدن بعدلری مساوی اولسه

اولوترلر بربرینه مساوی اولورلر وهکذا وترلر بربرینه مساوی
اولسه لرانلرك مرکزدن بعدلری دخی بربرینه مساوی اولور
مثلا اب هدی دائره سنده واقع اب وهد وترلرینك ط مرکزدن
بعدلری مساوی اولسه اولوترلر بربرینه مساوی اولورلر * زیرا
اط طدی وصل اولنوب مرقوم وترلرا وزرینه ط مرکزدن طح
طو عمودلری دخی اخراج اولندقده (اس) اح خطی حب خطنه
دو خطی وهد خطنه مساوی اولور (ح) امدی احط دوط
زاویه لری قائمه اولدیغندن احط مربعلری مجموعی اط مربعنه
مساوی اولوب (م ند) دو وط مربعلری مجموعی دخی دط
مربعنه مساوی اولورلکن اط مربعی طدی مربعنه مساوی
اولدیغندن (م ب) احط مربعلری مجموعی دو وط مربعلری
مجموعنه مساوی اولور وکذا طح طو خطلری متساویین
اولدیغندن (حد) انلرك مربعلری دخی متساویین اولوب (م ب)
باقی فلان اح مربعی دو مربعنه مساوی اولور یعنی اح خطی دو
خطنه اب خطی وهد خطنه مساوی اولور (متعارفه) واکر اب
وتری وهد وترینه مساوی اولسه انلرك مرکزدن بعدلری اولان
طح طو خطلری دخی بربرینه مساوی اولورلر * زیرا احط
مربعلری مجموعی طا مربعنه مساوی اولوب دو وط مربعلری
مجموعی دخی دط مربعنه مساوی اولدیغندن طا مربعی دط
مربعنه مساوی اولغله احط مربعلری مجموعی دو وط
مربعلری مجموعنه مساوی اولورامدی اح خطی اب خطنك
نصفی اولوب (ح) دو خطی دخی وهد خطنك نصفی اولدیغندن
احط مربعی دو مربعنه مساوی اولوب (م ب) احط مربعی وط
مربعنه مساوی اولدیغی حالده باقی قالمغین احط وط خطلری
دخی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر ایکی مثلث قائم الزاویه نك قائمه وترلریله بر رضلعلری نظیر
نظیره مساوی اولسه لرباقی ضلعلردخی بربرینه مساوی اولورلر

٩ ✻ دعوی ط نظری ✻

داخل دائره ده واقع خطوط مستقیمه نك هربرندن نظر اطولدر
وخطوط باقیه نك مرکزه قریب اولانی بعید اولاندن اطولدر
مثلا ا ـ حو دائره سنده هـ نقطه سی مرکز اوخطی قطر اولوب
اشبو مرکزه ـ ح خطی ور خطندن قریب اولسه اوقطری
ـ و خطندن ـ ح خطی ور خطندن اطول اولور * زیرا ـ و
ور خطلری اوزرینه مرکزمزبوردن هـ ح هـ ط عمودلری اخراج
اولنوب هـ ـ هـ ح هـ ر هـ و وصل اولندقده هـ ا هـ ـ
متساویین اولوب هـ و هـ ح دخی متساویین اولدیغندن اوخطی
هـ ـ هـ ح خطلری مجموعنه مساوی اولور امدی هـ ـ هـ ح
خطلری مجموعی ـ ح خطندن اطول اولدیغندن (ا ع) اوخی
ـ ح خطندن اطول اولورونه هـ ح ـ مربعلری مجموعی
هـ ـ مربعنه مساوی هـ ط ط و مربعلری مجموعی هـ و مربعنه
مساوی اولوب هـ ـ مربعی دخ هـ و مربعنه مساوی اولدیغندن
هـ ح ـ مربعلری مجموعی هـ ط ط و مربعلری مجموعنه مساوی
اولورلکن مرکزدائره یه ور خطی ـ ح خطندن بالفرض
بعید اولدیغندن هـ ط عمودی هـ ح عمودندن اطول اولوب (حد)
هـ ط مربعی هـ ح مربعندن اعظم اولغین (ح ٥) ح ـ مربعی
ط و مربعندن اعظم اولدیغی حالده باقی قلوب ح ـ خطی
ط و خطندن اطول اولور (ح ٥) امدی ـ ح خطی ـ ح خطنك
ضعفی اولوب ور خطی ط و خطنك ضعفی اولدیغندن ـ ح
دخی ور خطندن اطول اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ـ نظری❋

قطر دائره اوزرینه برنهایتندن اخراج اولنان عمود دائرهٔ مرقومه یه فقط اول نهایت نقطه سنده تماس ایدر

مثلا ا ح دائره سنده ه نقطه سی مرکز ا ـ خطی قطر اولوب اوزرینه ـ نقطه سی نهایتندن ـ ی عمودی اخراج اولنسه دائرهٔ مرقومه یه فقط ـ نقطه سنده تماس ایدر * زیرا ـ ی اوزرنده کیف ما اتفق و نقطه سی تعیین اولنوب محیط دائره بی ح نقطه سنده قطع ایدر اولدیغی حالده ه و دخی وصل اولنمقده ه ـ ی زاویه سی بالفرض قائمه اولدیغندن ـ ه و ه و ـ زاویه لرندن هر بری قائمه دن کوچك اولور. (ا ۲) لکن هر مثلثده ضلع اطول زاویهٔ عظمایه و تر واقع اولدیغندن ه و ضلعی ه ـ ضلعندن یا خود اکا مساوی اولان ه ح خطندن اطول اولورامدی ه و خطی ه ح خطندن اطول اولدیغندن و نقطه سی ا ح دائره سنك خارجنده واقع اولوروبومثلاو اثبات اولنورکه ـ ی اوزرنده مفروض ـ نقطه سندن ماعدا هر بر نقطه دخی خارج دائرده واقع اولوب ـ ی خطی دائرهٔ مرقومه یی قطع ایلدیکندن فقط ـ نقطه سنده تماس ایدوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه دائرهٔ مفروضه یه تماس اولان خط مستقیم فقط بر نقطه ده تماس ایدر زیرا * ایکی نقطه ده راست کلسه خط مرقوم دائرهٔ مزبوره داخلنده واقع اولق لازم کلور (ـ)

❋دعوی ۱ عملی❋

نقطهٔ مفروضه دن دائرهٔ معلومه یه خط تماس رسم اینك طریقیدر

مثلا ا مفروضه سندن وح دائرهٔ معلومه سنه خط تماس رسم

ایمك مرادا اولنسه اولا ه مركزی تعیین (ا) ه ادخی وصل اولنوب
ه مركزندن ها بعدیله راء دائره‌سی رسم اولنه بعده ی
نقطه سندن ها خطی اوزرینه ی عمودی اخراج اولنوب ه
اح خطلری دخی وصل اولندقده اح خطی خط تماس مطلوب
اولور * زیرا ه نقطه‌سی وح راء دائره‌لرینك مركزی
اولدیغندن ها خطی ه خطنه هی خطی ه ح خطنه
مساوی اولورامدی ه اح ه ی مثلثلرندن ها ه ح ضلعلری
ه ی ضلعلرینه نظیرنظیره مساوی اولوب ه زاویه‌سی
زاویهٔ مشتركه اولدیغندن ه ح ا زاویه‌سی ه ی ه زاویه‌سنه مساوی
اولورامدی ه ی ه زاویه‌سی قائمه اولدیغندن ه ح ا زاویه‌سی دخی
قائمه اولوب اح خطی ه ح اوزرینه عمود اولغین وح
دائره‌سنه ح نقطه سنده تماس اولوب (ے) مطلوب ثابت اولور

* دعوی ے نظری *

مركز دائره ایله نقطهٔ تماس بینده واصل اولان خط مستقیم
خط تماس اوزرینه عمود اولور

مثلا اح دائره سنك و مركزیله ے نقطهٔ تماسی بینده واصل
اولان وے خط مستقیمی ه ط خط تماسی اوزرینه عمود اولور
زیرا * خط مرقوم عمود اولیوب دیكر ور خطی عمود اولسه امدی
ور ے زاویه‌سی بالفرض قائمه اولدیغندن وے ر زاویه‌سی
قائمه دن كوچك اولوب (ا ك) وهرمثلثده ضلع اطول زاویهٔ عظمایه
وزروافع اولدیغندن وے ضلعی ور ضلعندن اطول اولورامدی
وے وح متساویین اولغین وح دخی ور خطندن اطول اولوب
جركادن اعظم اولق لازم كاوربوایسه خلافدربوتقدیرجه ور
خطی ه ط خطنه عمود اولامزوبومثللو اثبات اولنورکه

وـ خطندن ماعدا هر برخط دخی عمود اولامزاواسیبدن وـ خطی وهـ خط مماسی اوزرینه عمود اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ح نظری✻

بر دائره نك خط مماسی اوزرینه نقطهٔ تماسندن اخراج اولنان عمود مرکز دائره یه مرور ایدر

مثلا اـ حـ دائره سنك وهـ خط مماسی اوزرینه ـ نقطهٔ تماسندن اخراج اولنان ـ ا عمودی دائرهٔ مرقومه نك مرکزندن مرور ایدر زیرا * مرکزدن مرور ایتمسه و نقطه سی مرکز فرض اولنوب وـ وصل اولندقده وهـ خطی دائرهٔ مرقومه یه مماس اولوب وـ خطی مرکزایله نقطهٔ تماس بینده واصل اولان خط اولدیغندن وـ هـ زاویه سی قائمه اولور (ـ) امدی اـ هـ زاویه سی بالعمل قائمه اولدیغندن وـ هـ زاویه سی اـ هـ زاویه سنه مساوی اولوب جزکله مساوی اولماز لازم کلور بو ایسه خلافدر بونقدیرجه و نقطه سی مرکز اولامزوبومثللو اثبات اولنورکه اـ خارجنده واقع هر برنقطه دخی مرکز اولامز اواسیبدن اـ خطی مرکزدن مرور ایدوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ط نظری✻

محیط دائره دن برقوس اوزرنده بولنمقلرنده مرکزده واقع زاویه محیط ده کائن زاویه نك ضعفیدر

مثلا اـ حـ دائره سنده ـ حـ قوسی اوزرنده بولنان ـ هـ حـ زاویهٔ مرکزیه سی ـ اـ حـ زاویهٔ محیطیه سنك ضعفیدر * زیرا هـ مرکزی ـ اـ حـ زاویه سنك داخلنده اولسه اهـ وصل اولنوب استقامت اوزره محیطده واقع و نقطه سنه دکین اخراج اولندقده هـ اهـ ـ

متساوین اولدیغندن هاب زاویه سی هاب زاویه سنه مساوی
اولور (ا ٤) امدی اهب مثلثك خارجنده اولان ـهو زاویه سی
داخلنده اولان هاب هاب زاویه لری مجموعنه مساوی اولوب
(ا ٤) هاب هاب زاویه لری بربرینه مساوی اولدیغندن انلرك
مجموعی هاب زاویه سنك ضعفنه مساوی اولغله ـهو زاویه سی
دخی هاب زاویه سنك ضعفنه مساوی اولور وبو مثللو اثبات اولنورکه
وهو زاویه سی دخی هاح زاویه سنك ضعفنه مساوی اولغین
ـهو زاویه سی مجموعی ـاح زاویه سی مجموعنك ضعفنه مساوی
اولور واکر هو مرکزی ـاح زاویه سنك خارجنده اولسه اهب
وصل اولنوب هو ـ مثلثنده اولان ـوهو زاویه سی حاو مثلثنده
واقع حوا زاویه سنه مساوی اولدیغندن (ا ٥) مثلث اولده
اولان ـهو وـهو زاویه لری مجموعی مثلث ثانیده اولان واح
وحا زاویه لری مجموعنه مساوی اولور (ا ٤) امدی وـهو
زاویه سی هاو زاویه سنه مساوی اولوب وحا یاخود هاح
زاویه سی دخی هاح زاویه سنه مساوی اولدیغندن ـهو
هاو زاویه لری مجموعی واح هاح زاویه لری مجموعنه مساوی
اولغین هاو زاویهٔ مشترکه سی طرح اولندقده باقی فلان
ـهو یاخود ـهو زاویه سی باقی دیکر اولان واح یاخود
ـاح زاویه سنك ضعفنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ١٥ نظری

دائره دن قطعه ده واقع زاویه لر بربرینه مساویدر

مثلا اـوی دائره سنك ـاوح قطعه سنده واقع ـاح ـاوح
زاویه لری بربرینه مساویدر زیرا * ـاوح قطعه سی نصف دائره دن
یوك اولسه هو مرکزی تعیین اولنوب (ا) ـهو هو وصل

اولندقده محیط دائره‌دن برقوس اوزرنده بولنان زاویهٔ مرکزیه زاویه
محیطیه نك ضعفی اولدیغندن (بلد) ـ اح زاویه‌سی ـ هح زاویه‌سنك
نصفی اولوب ـ دح زاویه‌سی دخی ـ هح زاویه‌سنك نصفی
اولدیغندن ـ اح زاویه‌سی ـ دح زاویه‌سنه مساوی اولور
(متعارفه ٧) واکر ـ اح قطعه‌سی نصف دائره‌دن کوچك اولسه
ـ ی اح خط مستقیملری ه نقطه‌سنده تقاطع ایلدکارندن ـ ها
و هح زاویه‌لری بربرینه مساوی اولورلر (١ به) امدی اـ وح
قطعه‌سی نصف دائره‌دن بیوك اولدیغندن اولقطعه‌ده واقع اـ ی
اح زاویه‌لری بربرینه مساوی اولوب ـ ا مثلثندن ـ ها اـ ه
زاویه‌لری و ه مثلثندن و هح زاویه‌لرینه مساوی اولدیغندن
زوایای باقیه‌دن ـ اه باخود ـ اح زاویه‌سی دخی هح باخود
ـ دح زاویه‌سنه مساوی اولوب (١ نتیجه ٤ ـ ه) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ثانی نظری ❋

نصف دائره‌ده واقع زاویه‌لرك هربری زاویهٔ قائمه‌در

مثلا اـ ح و نصف دائره‌سنده واقع اح ـ زاویه‌سی زاویهٔ قائمه‌در
زیرا * ه مرکزی تعیین اولنوب حه‌ی قطری رسم اولندقده
مرکزده واقع زاویه محیطده کائن زاویه‌نك ضعفی اولدیغندن اه
زاویه‌سی احی زاویه‌سنك ضعفی اولوب (بلد) ـ هی زاویه‌سی دخی
ـ حی زاویه‌سنك ضعفی اولدیغندن اهی ـ هی زاویه‌لری مجموعی
اح ـ زاویه‌سنك ضعفنه مساوی اولوراـ امدی اهی ـ هی زاویه‌لری
مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه‌یه مساوی اولدیغندن (١ ح) اح ـ
زاویه‌سی برزاویهٔ قائمه‌یه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه ١ ـ کر قطعهٔ دائره نصف دائره‌دن بیوك اولسه اولقطعه‌ده
واقع ـ اح زاویه‌سی زاویهٔ قائمه‌دن کوچك اولور (١ ٤)

داكر قطعه مذكوره نصف دائره دن كوچك اولسه اوقطعه ده
واقع ـحو زاويه سى زاويهٔ قائمه دن بيوك اولور

دعوى 17 نظرى

درون دائره ده واقع هر ذو اربعة اضلاعدن متقابل بولنان
هرايكى زاويه مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساويدر
مثلا اوحـ دائره سى دروننده واقع اـحو ذو اربعة اضلاعدن
ـاوـحو متقابل بولنان زاويه لرمجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه
مساويدر * زيرا مرقوم ذو اربعة اضلاعك احـو قطرلرى رسم
اولنوب ـا ضلعى هـ نقطه سنه دكين اخراج اولندقده هر مثلثك
خارجنده حادث اولان زاويه داخل مثلثده قارشوسنده بولنان ايكى
زاويه مجموعنه مساوى اولديغندن (ا ك) هـاى زاويه سى اـو
اوـ زاويه لرى مجموعنه مساوى اورامدى دائره دن برقطعه ده
واقع زاويه لربرينه مساوى اولديغندن (به) اـو زاويه سى احو
زاويه سنه مساوى اولوب اوـ زاويه سى احـ زاويه سنه مساوى
اولغين اـو اوـ زاويه لرى مجموعنه مساوى اولان هـاى
زاويه سى احو احـ زاويه لرى مجموعنه ياخود ـحو زاويه سنه
مساوى اولورامدى هـاى ـاى زاويه لرى مجموعى ايكى زاويهٔ
قائمه يه مساوى اولديغندن (اكـ) ـحو ـاى زاويه لرى مجموعى
دخى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه دائره دروننده واقع لا اـحو ذو اربعة اضلاعك برضلعى
فرضا اـ ضلعى اخراج اولندقده خارجنده حادث اولان هـاى
زاويه سى داخلنده مقابل بولنان ـحو زاويه سنه مساوى اولور

دعوى 18 عملى

برخط مستقيم اوزرنده بولنمامق شرطيله فرض اولنان اوچ

نقطه یه مرور ایدر محیط دائره رسم ایتمك طریقیدر
مثلا برخط مستقیم اوزرنده بولنمامق شرطیله فرض اولنان ا ـ ح
نقطه لرینه مرور ایدر محیط دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی
ا ـ ح خطلری وصل واولخطلر طرف داخلده د ح هر عمود لریله
تنصیف اولنوب د هـ دخی وصل اولندقده وهـ د وهـ ز زاویه لری
مجموعی ایکی قائمه دن کوچك اولدیغندن د ح هر خطلری بربرینه
ونقطه سنده تلاقی ایدوب (ا نتیجه ٩ ـ ه) نقطهٔ مرقومه مرکز اولور
زیرا وا ـ و ـ ح خطلری رسم اولندقده ایکی زاویه سی وی ـ
زاویه سنه ای ضلعی ی ـ ضلعنه بالعمل مساوی اولوب د و ضلعی
دخی مشترك اولدیغندن وا ضلعی و ـ ضلعنه مساوی اولور بو مثلار
اثبات اولورکه و ح ضلعی دخی و ـ ضلعنه مساوی اولوب
و ـ و ح خطلری بربرینه مساوی اولمغین ا ـ ح نقطه لرینه مرور
ایدر محیط دائره نك مرکزی و نقطه سی اولوب مطلوب ثابت اولور
تنبیه هر دائره قطعه سنك قوسی اوزرنده اوچ نقطه
تعیین اولنوب قطعهٔ مذکوره دائره سنك مرکزی
اشبو وجه اوزره استخراج واستعلام اولنور

✻دعوی نظری✻

هر شکل ذواربعة اضلاعده ایکی مقابل بولنان زاویه لر
مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولسه اول شکل اوزرینه
رسم اولنان دائره جمیع زوایاسنه مرور ایدر
مثلا ا ـ ح ذواربعة اضلاعده مقابل بولنان د ـ و ـ ز زاویه لری
مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولسه اول شکل اوزرینه رسم
اولنان دائره جمیع زوایاسنه مرور ایدر * زیرا برخط مستقیم اوزرنده
بولنمامق شرطیله فرض اولنان اوچ نقطه یه مرور ایدر محیط دائر

رسم اینک ممکن اولمغین ـ حـ و نقطه لرینه مرور ایدر محیط دائره
رسم اولنوب (ح) هـ مرکزندن هـا خط مستقیمی رسم اولندقده
اکر محیط مرقوم شکل مزبورك دردنجی ا نقطه سندن مرور ایتیوب
هـا اوزرنده موجود و نقطه سندن مرور ایاسه و و ـ و
وصل اولندقده مقابل بولنان ـ و و حـ زاویه لری مجموعی
ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولوب (ر) ـ او حـ زاویه لری
مجموعی بالفرض ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولدیغندن ـ و و
حـ زاویه لری مجموعی ـ او حـ زاویه لری مجموعنه مساوی
اولورویو مساویلردن حـ زاویهٔ مشترکه سی طرح اولندقده
باقی قلان ـ او ـ و زاویه لری بربرینه مساوی اولوب یعنی و هـ
هـ و زاویه لری مجموعی و هـ هـا ـ زاویه لری مجموعنه مساوی
اولوب بیولکه کوکه مساوی اولق لازم کلورایسه خلافدر (ا ب)
بونقدیرجه دائره نك محیطی و نقطه سندن مرور ایده من ویومثللو
اثبات اولنورکه ا نقطه سندن ماعدا هـا خطی اوزرنده مفروض
هربرنقطه یه دخی مرور ایده من اولاسبندن وجه مذکور
اوزره بولنان ـ او و ذوار بعة اضلاع اوزرینه رسم اولنان
دائره جمیع زوایاسنه مرور ایدوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ك نظری✻

اونار متساویه اوزرنده واقع اولوب زوایای متساویه بی احاطه
ایلین دائره قطعه لری بربرینه مساویدر

مثلا ا ـ و هـ متساوی وتر لراوزرنده واقع اولوب مساوی زاویه لری
احاطه ایلین او حـ و و هـ قطعه لری بربرینه مساویدر * زیرا و و هـ
قطعه سی او حـ قطعه سی اوزرینه بروجهله تطبیق توهم اولنسه که
و نقطه سی ا نقطه سنه و هـ وتری ا ـ وترینه منطبق اوله امدی

وهط ا ـ وتری بالفرض متساویین اولدیغندن هط نقطه سی ـ
نقطه سنه و قطعهٔ مذکوره لردن برینه منطبق اولورلر اگر منطبق
اولمازلرایسه قطعهٔ مرقومه لردن برینك قوسی اوزرنده فرض اولنان
برنقطه قطعهٔ اخری قوسنك یاخارجنده وبادا خلنده واقع اولور
مثلا وهط قوسی اوزرنده فرض اولنان و نقطه سی احـ
قطعه سنك داخلنده و نقطه سی موتعنده واقع اولسه ارح ـ
ـو وصل اولندقده حادث اولان ـحو مثلثنك خارجنده واقع
ارـ زاویه سی داخلنده اولان رحـ زاویه سندن بیوك اولغین
بالفرض اگر مساوی اولان وهط زاویه سندن دخی بیوك
اولورامدی ـرا قطعه سی بعینه هوز قطعه سی اولدیغندن
ارـ زاویه سی وهط زاویه سنه مساوی اولوب اشبو زاویه لر
برینه هم مساوی وهم غیرمساوی اولمق لازم گلر
بو ایسه خلافدر بوتقدیرجه و نقطه سی احـ داخلنده اولمز
وبومثللو اثبات اولنورکه خارجنده دخی اولامزاولسیدن قطعه
مذکوره لر برینه منطبق اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه اونارمتساویه اوزرنده واقع اولوب زوایای متساویه احاطه

ایلین قطعه لرك قوسلری دخی برینه مساویدر

21

✻دعوی کا نظری✻

دوائرمتساویه نك مرکزلرنده واقع زاویه لرياخود محیطلرنده اولان
زاویه لرمتساویه اولسه لراولزاویه لرك قوسلری دخی برینه
مساوی اولورلرواگر اولزاویه لرك قوسلری متساویه اولسه لر
زوایای مرقومه لردخی نظیره نظیره متساویه اولورلر
مثلا اگر وهط و مساوی دائره لرك مرکزلرنده واقع ارـ وحه
زاویه لری یاخود محیطلرنده اولان احـ وهط زاویه لری متساویه

اولسه لرزوایای مرقومه نك اطـ ـ ـه قوسلری دخی بربرینه
مساوی اولورلر * زیرا اـ ـه وصل اولندقده دائرهٔ مرقومه لر
بالفرض بربرینه مساوی اولدیغندن انلرك نصف قطرلری
ومحیطلری نظیر نظیره مساوی اولورلر (٧) امدی اـدر مثلثنده
ارـ ضلعلری وهـ ح مثلثنده وح حـ ضلعلرینه مساوی
اولوب ارـ زاویه سی وحـ زاویه سنه بالفرض مساوی
اولدیغندن اـ ـه قاعده لری دخی بربرینه مساوی اولورلر (٨)
وکذا اـ وتری وهـ وترینه مساوی اولوب احـ زاویه سی وهـ
زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن حـا قوسی هـو قوسنه
مساوی اولوب (نتیجه ٥) بالفرض متساویین اولان اـ ح وهـ و
محیطلرندن بربرینه مساوی اولان حـا هـو قوسلری طرح
اولندقده باقی قلان اطـ ـه قوسلری دخی بربرینه مساوی
اولورلر واکر اطـ قوسی ـه قوسنه مساوی اولسه ارـ
زاویه سی وح زاویه سنه احـ زاویه سی دخی وهـ زاویه سنه
مساوی اولور * زیرا مساوی اولسه ارـ زاویه سی وح
زاویه سندن یا بیوك وياكوچك اولور اکر بیوك اولسه وح
زاویه سنه مساوی ارط زاویه سی رسم اولندقده (٩) مساوی
زاویه لرمساوی قوسلراوزرنده واقع اولدیغندن (کا) اط قوسی
ـه قوسنه مساوی اولمز اولورامدی ـه قوسی اطـ
قوسنه بالفرض مساوی اولدیغندن اط قوسی دخی اطـ قوسنه
مساوی اولوب جزکله مساوی اولمق لازم کلور بو ایسه
خلافـ در بو تقدیرجه ارـ زاویه سی وح زاویه سندن بیوك
اولامز وبومثللو اثبات اولنورکه کوچك دخی اولامز اولاسبیدن
مرقوم زاویه لربربرینه مساوی اولوب مرکزده واقع زاویه لر
متساویه کائن زاویه لرك ضمنی اولدیغندن (لـ) احـ زاویه سی

دخی وهـ زاویه‌سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

22

✻ دعوی کـ نظری ✻

دوائرمتساویه‌دن اونارمتساویه‌لك فصل ایلدیکی قوسلربیولـ بیوکه وکوچك کوچکه مساویلردر واکردوائر متساویه‌دن فصل اولنان قوسلرمساوی اولسه‌لرانلرك وترلری دخی بربرینه مساوی اولورلر مثلا اـح وهـو مساوی دائره‌لردن اـ وهـ مساوی، وترلرلك فصل ایلدیکی اـح قوسی وهـ قوسنه اطـ قوسی وهـ قوسنه مساوی اولور * زیرا ح مرکزلری تعیین اولنوب دا رـ حی ح‌هـ وصل اولندقده مرقوم دائره‌لر بالفرض بربرینه مساوی اولدیغندن انلرك نصف قطرلری ومحیطلری نظیرنظیره مساوی اولورلر (ك) امدی ار رـ ضلعلری وح ح‌هـ ضلعلرینه مساوی اولوب اـ قاعده‌سی وهـ قاعده‌سنه بالفرض مساوی اولدیغندن ارـ زاویه‌سی وح‌هـ زاویه‌سنه مساوی اولور (ا ر) لکن دوائرمتساویه‌لك مرکزلرنده واقع زوایای متساویه‌لر دوائرمرقومه‌دن مساوی قوسلراوزرنده واقع اولغین (کا) اطـ قوسی وهـ قوسنه مساوی اولوب اـح وهـو مساوی محیطلردن اشبو مساوی قوسلرطرح اولندقده باقی فلان اـح وهـ قوسلری دخی بربرینه مساوی اولورلرواکـر اـح وهـو مساوی دائره‌لردن فصل اولنان اطـ وهـ قوسلری متساویین اولسه‌لر اـ وهـ وترلری دخی بربرینه مساوی اولورلر زیرا ح مرکزلری تعیین اولنوب ار رـ وح ح‌هـ وصل اولندقده دائرهٔ مرقومه‌لر بالفرض بربرینه مساوی اولدیغندن انلرك نصف قطرلری اولان ار رـ وح ح‌هـ خطلری دخی بربرینه مساوی اولورلروکذا اطـ قوسی وهـ قوسنه بالفرض مساوی

اولدیغندن مرکزده واقع ارب وج‌ه زاویه‌لری دخی بربرینه مساوی اولورلر (کا) امدی ار ب ضلعلری وج ج‌ه ضلعلرینه مساوی اولوب ار ب زاویه‌سی وج‌ه زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن ا ب وتری دخی د‌ه وترینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ٤ عملی✻

برقوس معلومی تنصیف ایتمك طریقیدر

مثلا ا د ب قوسنی تنصیف ایتمك مراد اولنسه اولا ا ب وتری وصل اولنوب وترمرقوم ح نقطه‌سنده تنصیف اولنه بعده وترمزبور اوزرینه اشبو ح نقطه‌سندن ح د عمودی اخراج اولندقده ا د ب قوسنی د نقطه‌سنده تنصیف ایدر* زیرا ا د ب وصل اولندقده حادث اولان ا د ح مثلثندن ا ح د ضلعلریله وبینلرنده کی زاویه ب د ح مثلثندن ب ح د ضلعلریله وبینلرنده کی زاویه به مساوی اولدیغندن ا د ضلعی دخی د ب ضلعنه مساوی اولور (ا د) امدی د ح عمودی یاخود د ح اخراج اولندقده مرکزدن مرور ایتمکین (نتیجه ١ ه) ا د‌ه د ب وقطعه‌لرندن هربری نصف دائره‌دن کوچك اولور لکن اونار متساویه‌لر فصل ایلدیکی قوسلر بربرینه مساوی اولغین ا د وتری د ب وترینه مساوی اولدیغندن ا د‌ه د ب قوسی دخی د ب قوسنه مساوی اولوب (د) مطلوب ثابت اولور

تنبیه مطلقا دائره‌دن برقوسی هندسهٔ معلومه طریقی اوزره متساویة اوچ جزئه تقسیم ایتمك عدیم الامکاندر

✻دعوی ٧ نظری✻

خط مماس اوزرنده واقع نقطهٔ تماسدن رسم اولنان وترلرك ایکی طرفنده حادث اولان زاویه‌لر قطعهٔ متبادله‌لرنده اولان زاویه‌لره نظیر نظیره مساویدر

مثلا اردهٔ دائره سنك ـ ح خط مماسی اوزرنده واقع ا نقطهٔ
تماسندن رسم اولنان اهٔ وترینك برطرفنده اولان حاهٔ زاویه سی
قطعهٔ متبادله سنده واقع اوهٔ زاویه سنه مساویدر * زیرا اك قطری
رسم اولنوب و ك نقطه لری دخی وصل اولندقده ـ ح خط
مماسنك ا نقطهٔ تماسندن رسم اولنان اك قطری مرکزدن مرور
ایتمکین داح زاویه سی قائمه اولوب (س) اوك قوسی نصف
دائره اولدیغندن درونده واقع دوا زاویه سی دخی قائمه اولغله
(لو) داح زاویه سی دوا زاویه سنه مساوی اولورامدی دائره نك
برقطعه سنده واقع زاویه لر بربرینه مساوی اولدقلرندن (به) دوهٔ
زاویه سی داهٔ زاویه سنه مساوی اولوب اشبو مساوی زاویه لر
داح دوا مساوی زاویه لردن طرح اولندقده باقی قلان حاهٔ
زاویه سی باقی دیکر اولان اوهٔ زاویه سنه مساوی اولورروکذا
اهٔ وترینك طرف آخرنده اولان ـ اهٔ زاویه سی قطعهٔ متبادله سنده
واقع اردهٔ زاویه سنه مساویدر * زیرا اوهٔ ر ذواربعهٔ اضلاعده
متقابل بولنان اوهٔ اردهٔ زاویه لری مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه
مساوی اولوب (ر) هاح هاـ زاویه لری مجموعی دخی ایکی زاویهٔ
قائمه یه مساوی اولدیغندن (ا ح) اوهٔ اردهٔ زاویه لری مجموعی
هاح هاـ زاویه لری مجموعنه مساوی اولور وبو مساویلردن حاهٔ
اوهٔ مساوی زاویه لری طرح اولندقده باقی قلان ـ اهٔ زاویه سی
باقی دیکر اولان اردهٔ زاویه سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوی ٧ عملی *

برخط مستقیم معلوم اوزرنده زاویهٔ مفروضه یه مساوی زاویه
احاطه ایدر قطعهٔ دائره رسم ایتمك طریقیدر
مثلا اـ خط مستقیم معلومی اوزرنده ح زاویهٔ مفروضه سنه

مساوی زاویه احاطه ایدر قطعهٔ دائره رسم ایتمك مراد اولنسه یعنی قطعهٔ مذکوره ده واقع زاویه ح زاویهٔ مفروضه سنه مساوی اوله امدی ح زاویه سنه مساوی ـاى زاویه سی رسم اولنوب (اك) ا نقطه سندن اى اوزرینه او عمودی اخراج اولنه بعده واـ زاویه سنه مساوی اـو زاویه سی دخی رسم اولندقده واـ اـو زوایه لری بالعمل بربرینه مساوی وایکیسی مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه دن کوچك اولدیغندن او وـ خطلری متساویین اولوب (ا و) بربرینی و نقطه سنده قطع ایدرلر (انتیجه ٩) امدی و نقطه سندن وا یاخود وـ بعدیله اهـ دائره سی رسم اولندقده حادث اولان ار هـ قطعه سی قطعهٔ مطلوبه اولور زیرا او خطی محیط ده واقع هـ نقطه سنه دکین استقامت اوزره اخراج اولنوب هـ نقطه لری دخی وصل اولندقده اهـ قطری اوزرینه اى خطی عمود اولدیغندن اشبو خط دائرهٔ مرقومه یه ا نقطه سنده تماس ایدر (ـے) امدی اى خطی خط تماس اولوب ا نقطهٔ تماسندن اـ وتری رسم اولنغین ـاى زاویه سی قطعهٔ مذکوره ده واقع اهـ زاویه سنه مساوی اولور (٢) لکن ـاى زاویه سی بالعمل ح زاویه سنه مساوی اولدیغندن اهـ زاویه سی دخی ح زاویه سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور تنبیه اگر زاویهٔ معلومه مرزاویه قائمه اولورا یسه خط مستقیم معلوم اوزرینه فقط نصف دائره رسم اولندقده قطعهٔ مطلوبه حاصل اولور (لو)

✻ دعوی ٢٦ عکی ✻

دائرهٔ معلومه دن زاویهٔ مفروضه یه مساوی زاویه احاطه ایدر قطعه فصل ایتمك طریقیدر

مثلا اـرح دائرهٔ معلومه سندن ى زاویهٔ مفروضه سنه مساوی

زاویه احاطه ایدر قطعه فصل ایتمك مراد اولنسه اولدائرهٔ مرقومه
اوزرنده کیفما اتفق ا نقطه سی تعیین اولنوب اشبو نقطه دن
مرور ایدر هو خط مماسی رسم اولنه بعده ک زاویه سنه مساوی وا
زاویه سی رسم اولندقده احـ قطعه سی قطعهٔ مطلوبه اولور
زیرا هو خط مماسنك نقطهٔ تماسندن رسم اولنان ا خطی وتر
اولدیغندن وا زاویه سی احـ زاویه سنه مساوی اولور (م)
امدی وا زاویه سی بالعمل ک زاویه سنه مساوی اولدیغندن
احـ زاویه سی دخی ک زاویه سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

27

❋ دعوی کر نظری ❋

بر دائره ده واقع هر ایکی وتر بربرینی قطع ایلسه لر بر وترك قسملرینك
بربرینه مستطیلی وتر آخر قسملرینك بربریله مستطیلنه مساویدر
مثلا احـ ی دائره سنده واقع ا حـ وتری مرکزدن مرور
ایتیوب بربرینی و نقطه سنده قطع ایلسه لر او وـ قسملرینك
بربرینه مستطیلی حـ و ی قسملرینك بربریله مستطیلنه مساویدر
زیرا * و نقطه سندن مرور ایدر ح ط قطری رسم ا وـ وتری اوزرینه
هو مرکزدن هر عمودی اخراج اولنوب اهـ نقطه لری وصل
اولندقده اهـ و مثلثی حاصل اولوب هر عمودی ا وـ وترینی
تنصیف ایلدیکندن (ح) وـ خطی ار رو قسملرینك تفاضلنه
مساوی اولور وکذا اهـ خطی هـ ط یاخود هـ ح خطنه مساوی
اولغین وط خطی اهـ هو ضلعلری مجموعنه مساوی اولوب
وح خطی دخی انلرك تفاضلنه مساوی اولور امدی هر مثلثدن ایکی
ضلع مجموعنك بینلرنده کی فضلنه مستطیلی موقع عمودایله قاعده
نهایتلری اراسنده واقع بعد مجموعنك اول بعد فضلی مستطیلنه
مساوی اولدیغندن (م نتیجه) ط و وح مستطیلی او وـ

مستطیلنه مساوی اولور وبومثللاواثبات اولنور که ط و ح
مستطیلی حو وی مستطیلنه مساوی اولمغین او و مستطیلی
دخی حو وی مستطیلنه مساوی اولور واکربالکز مرکزدن
مرورایدن حی وتری مرکزدن مرورایتمین ا وتری اوزرینه و
نقطه سنده عمود اولسه امدی هـ وصل اولندقده هـ ه ح
خطلری بربرینه مساوی اولوب وح خطی وه هـ خطلری
مجموعنه مساوی وی خطی دخی انلرك تفاضلنه مساوی اولمغین
وح وی مستطیلی وه هـ مربعلرینك تفاضلنه مساوی اولور
(۱ ح) امدی وه هـ مربعلری بیننده اولان فضل و
مربعنه مساوی اولدیغندن (۲ نتیجه یه) وح وی مستطیلی دخی
و مربعنه مساوی یعنی و وا مستطیلنه مساوی اولوب

مطلوب ثابت اولور

تنبیه اکربرداٸره ده واقع ایکی وتر بربرینی مرکزده قطع
ایلسه لر اول قسملرك مستطیللرینك بربرینه مساوی اولمری
ظاهردر * زیراجمیع قسملر بربرینه مساویلردر (۲ ـ)

دعوی ۲ نظری

خارج داٸره ده واقع برنقطه دن خروج ایدن ایکی خط مستقیمك
هربری داٸرهٔ مرقومه یی ایکیشر محلده قطع ایلسه لر خطین
مرقومیندن برینك خارج داٸره ده واقع قسمنه مستطیلی خط
آخرلرینه خارج داٸره ده اولان قسمیله مستطیلنه مساوی اولور
مثلا او و داٸره سنك خارجنده واقع ح نقطه سندن خروج ایدن
اح ـ ح خط مستقیملرك هربری محیط داٸره یی ایکیشر محلده قطع
ایلسه لر اح حی مستطیلی ـ ح حو مستطیلنه مساوی اولور
زیرا ه مرکزدن مرورایدر وح خطی رسم اح اوزرینه

هر عمودی اقامه اولنوب اه دخی وصل اولندقده حادث اولان اهح مثلثده هر عمودی ای وتریی تنصیف ایلدیکندن (ح) ده خطی ار ده قسملرینك تفاضلنه مساوی اوار وکذا اه خطی هح یاخود هط خطنه مساوی اولدیغندن ح ده خطی اه هح ضلعلری مجموعنه مساوی اولوب طح خطی دخی انلرك تفاضلنه مساوی اولغه ح ده حط مستطیلی اح ده مستطیلنه مساوی اوار (۲ نتیجه) وبو مثلاوا ثبات اولنورکه ح ده حط مستطیلی ـح ده مستطیلنه دخی مساوی اولغین اح ده مستطیلی ـح ده مستطیلنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اوار

29

✻دعوی ربع نظری✻

خارج دائره ده واقع برنقطه دن خروج ایدن ایکی خط مستقیل بریسی دائرهٔ مرقومه یی ایکی محلده قطع ایدوب ودیکری فقط تماس ایلسه خط قاطع مزبورك خارج دائره ده واقع قسمنه مستطیلی خط تماس مذکور مربعنه مساوی اوار

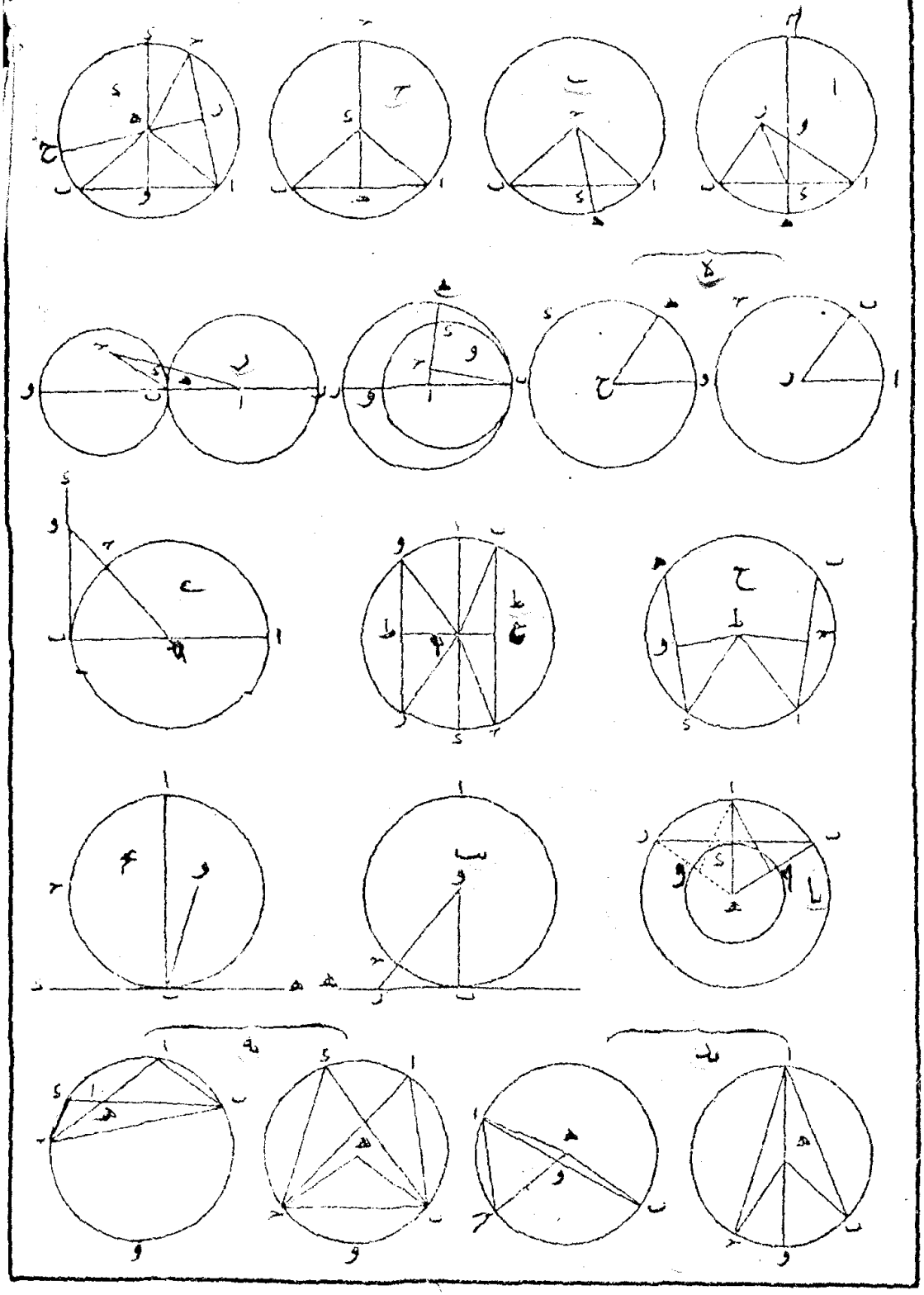
مثلا ای ـر دائره سنك خارجنده واقع ح نقطه سندن خروج ایدن ح خطی محیط دائره یی ایکی محلده قطع ایدوب حا خطی فقط تماس ایلسه حـ ده مستطیلی حا مربعنه مساوی اوار زیرا ه مرکزی تعیین اولنوب ه ح نقطه لرینه مرور ایدر ه هر خطی رسم ه ا نقطه لری دخی وصل اولندقده اح خطی خط تماس اولوب ه ا خطی مرکزدن نقطهٔ تماس بینته واصل اولدیغندن حاه زاویه سی قائمه اوار (ـ) امدی ه ا خطی ه ر یاخود ه ی خطنه مساوی اولدیغندن حر خطی ه ا ه ح خطلری مجموعنه مساوی حی خطی دخی انلرك تفاضلنه مساوی اولوب حر حی مستطیلی ح ه ه ا مربعلرینك

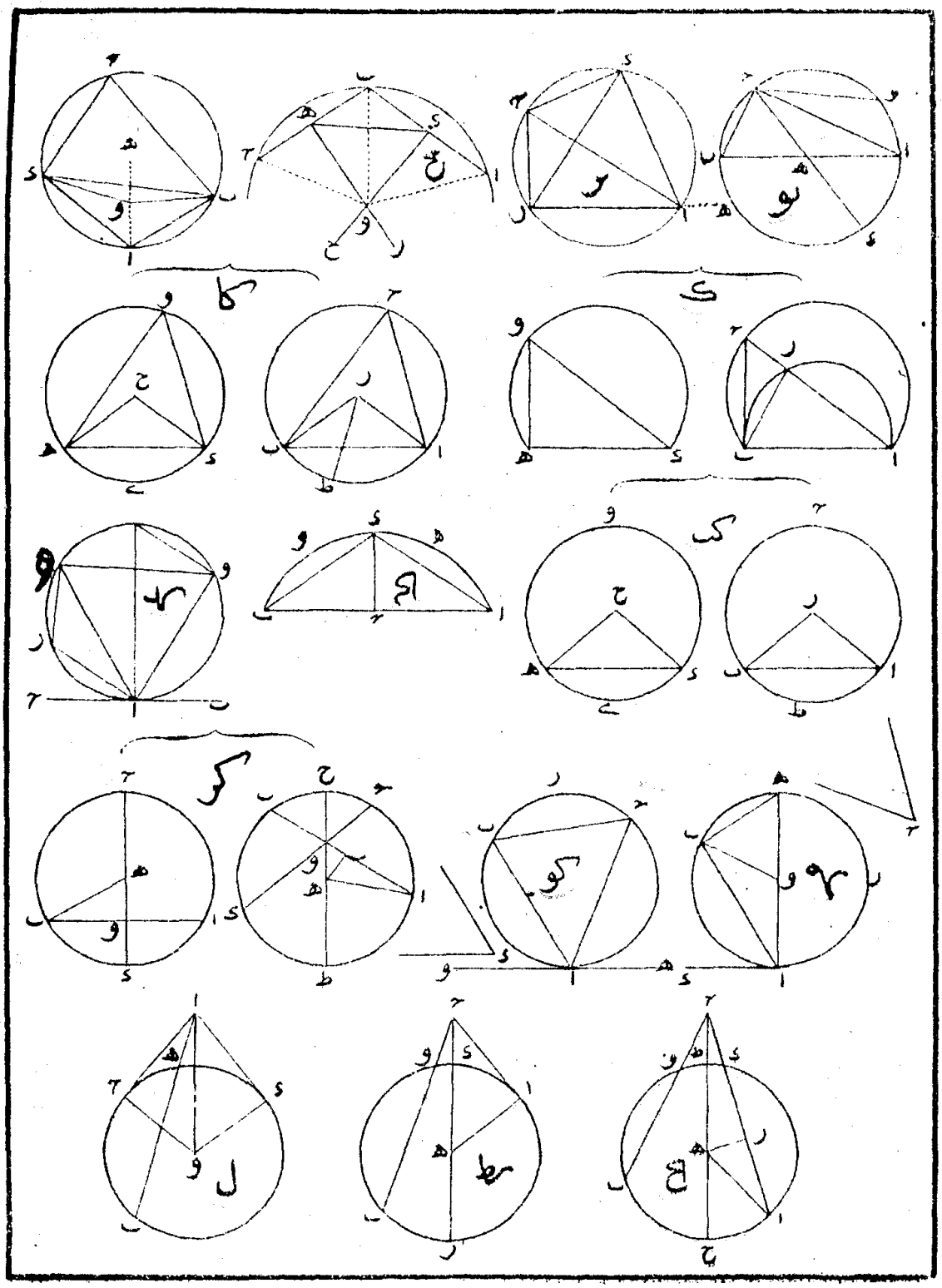
تفاضلنه مساوی اولور (ر ح) لکن حه هد مربعلری بیلنمشدر
اولان فضل حا مربعنه مساوی اولدیغندن (ر نتیجه ٤) حر حد
مستطیلی دخی حا مربعنه مساوی اولورامدی حر حد مستطیلی
حـ حو مستطیلنه مساوی اولدیغندن (ك) حـ حو مستطیلی
دخی حا مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه خط قاطعك داخل دائره ده واقع قسمنه مستطیلی ایله خط
مماس مربعی مجموعی خط قاطع مزبور مربعنه مساویدر (ر ط)

دعوی ٥٥ لـ نظری

خارج دائره ده واقع برنقطه دن خروج ایدن ایکی خط مستقیمك بریسی
دائرهٔ مرقومه یی ایکی محلده قطع ایدوب دیگری فقط منتهی اولسه
خط قاطع مزبورك خارج دائره ده اولان قسمنه مستطیلی خط منتهی
مربعنه مساوی اولورایسه خط منتهی مذکور خط مماس اولور
مثلا حـ د دائره مسنك خارجنده واقع ا نقطه سندن خروج ایدن
اب خطی دائرهٔ مزبوره یی ایکی محلده قطع ایدوب اح خطی
اراددائره یه فقط منتهی اولسه اب اهـ مستطیلی اح مربعنه مساوی
اولورایسه اح خطی خط مماس اولور * زیرا و مرکزی تعیین
اولنوب ا نقطه سندن دائرهٔ مرقومه یه ز نقطه سنده مماس ایدر
ایسه خط مماسی رسم اولنوب (ے) وز وا وح دخی وصل
اولندقده از خطی خط مماس اولدیغندن اب اهـ مستطیلی
از مربعنه مساوی اولور (ر ظ) وکذا اب اهـ مستطیلی اح مربعنه
فرض مساوی اولدیغندن اح مربعی دخی از مربعنه مساوی
اولوب اح از متساویین اولورلر (ر ح) امدی اوح اوز
مثلثلرنده وح ضلعی وز ضلعنه اح ضلعی از ضلعنه مساوی
اولوب او دخی مشترك اولدیغندن احو زاویه سی ازو زاویه سنه

مساوی اولور (ا د) لکن ادو زاویه سی قائمه اولدیغندن (س)
احو زاویه سی دخی قائمه اولوب حو خطی و طرفنه اخراج
اولندقده قطر اولور امدی قطر اوزرینه برنهایتندن اخراج
اولنان عمود خط عماس اولدیغندن
(ے) اح خطی حدی دائره سنه
عماس اولوب مطلوب
ثابت اولور





اصول هندسه دن مقالهٔ رابعه

الحدود

١ برشكل مستقيم الاضلاعك جميع زواياسى شكل مستقيم الاضلاع آخرك جميع ضلعلرى اوزرنده واقع اولسه شكل اول مذكور شكل آخر مرقوم داخلنده مرسومدر



٢ برشكل مستقيم الاضلاعك جميع ضلعلرى شكل مستقيم الاضلاع آخرك جميع زواياسنه مرور ايلسه شكل اول مزبور شكل آخر مرقوم اوزرينه مرسومدر



٣ برشكل مستقيم الاضلاعك جميع زواياسى محيط دائره اوزرنده واقع اولسه شكل مذكور دائرهٔ مرقومه داخلنده مرسومدر



٤ برشكل مستقيم الاضلاعك جميع ضلعلرى محيط دائره يه تماس ايلسه شكل مزبور دائرهٔ مرقومه اوزرينه مرسومدر



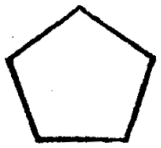
٥ بر دائره نك محيطى شكل مستقيم الاضلاعك جميع ضلعلرينه تماس ايلسه دائرهٔ مذكوره شكل مرقوم داخلنده مرسومدر



٦ بر دائره نك محيطى شكل مستقيم الاضلاعك جميع زواياسنه
مرور ايلسه دائرهٔ مزبوره شكل مرقوم اوزرينه مرسوم در



٧ هر شكل مستقيم الاضلاعك ضلعلرى درندن زياده اولورا يسه
اكا ذو اضلاع كثيره ديرلر اكر ذو اضلاع كثيره نك جميع ضلعلرى
وجميع زاويه لرى متساويه اولورا يسه اكا شكل منتظم ديرلر



٨ اكر ذو اضلاع كثيره بش ضلعلى اولورا يسه اكا مخمس ديرلر
والى ضلعلى اولورا يسه مسدس وبونلردن ماعدا اضلاع كثيره
صاحبى اولان شكللره مسبع ومثمن وهكذا تسميه اولنور

✻دعوى ١ عملى✻

قطر دائره دن اطول اولميان برخط مستقيم مفروضه مساوى
دائرهٔ معلومه ده بر وتر رسم ايتمك طريقيدر

مثلا اح دائره سنك قطرندن اطول اولميان ى خط مستقيم
مفروضه مساوى دائرهٔ مرقومه ده رونده بر وتر رسم ايتمك مراد اولنسه
امدى ه مركزى تعيين اولنوب (م ١) ا ـ قطرى رسم
اولندقده قطر مرقوم ى خطنه مساوى اولورا يسه مطلوب حاصل
اولور دكل ايسه ى خطنه مساوى ار قطع اولنوب (١ ح) ا
نقطه سندن ار بعديله روح دائره سى رسم ودائرهٔ اوليدن قطع
ايلديكى ح نقطه سيله ا نقطه سى بينى وصل اولندقده حاصل
اولان اح وترى ى خطنه مساوى اولور * زيرا ا نقطه سى

روح دائره سنك مركزی اولدیغندن اراه متساویاندر
امدی ار خطی ی خطنه بالعمل مساوی اولغین اه دخی
ی خطنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱دعوی - عملی✱

دائرهٔ معلومه داخلنده زوایامی مثلث مفروض زوایاسنه نظیر
نظیره مساوی اولق اوزره برمثلث رسم ایتمك طریقیدر
مثلا اح دائره سی داخلنده زوایامی وهو و مثلثك زوایاسنه
نظیرنظیره مساوی اولق اوزره برمثلث رسم ایتمك مراد اولنسه
امدی دائرهٔ مرقومه نك محیطی اوزرنده کیف ما اتفق ح نقطه سی
تعیین اولنوب نقطهٔ مذکوره یه مرور ایدر رح خط مماسی رسم اولنه
(۳ ـ) بعده ح ح زاویه سی ی زاویه سنه و ا زاویه سی ه
زاویه سنه مساوی رسم اولنوب (۱ ـ) اه دخی وصل اولندقده
حاصل اولان اح مثلثنك زوایامی وهو و مثلث مفروض
زوایاسنه نظیرنظیره مساوی اولور * زیرا رح خط مماسنك ح
نقطهٔ تماسندن رسم اولنان ح ح وتریله خط مماس مرقوم بیتنده
اولان ح ح زاویه سی قطعهٔ متبادله سنده واقع حاه زاویه سنه
مساوی اولوب (۳ ـ) ح ح زاویه سی بالعمل ی زاویه سنه
مساوی اولدیغندن حاه زاویه سی دخی ی زاویه سنه مساوی
اولورو بومثللواثبات اولنورکه حا زاویه سی دخی ه زاویه سنه
مساوی اولوب حاه زاویه سی ی زاویه سنه حا زاویه سی ه
زاویه سنه مساوی اولدیغندن باقی فلان اح زاویه سی و زاویه سنه
مساوی اولمغله (۱ ـ ینجی شکله) اح مثلثنك زوایامی وهو و
مثلثنك زوایاسنه نظیرنظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ح عملی

دائرهٔ معلومه اوزرینه زوایاسی مثلث مفروض زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولمق اوزره برمثلث رسم اینمك طریقیدر مثلا اح دائره سی اوزرینه زوایاسی هوی مثلثك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولمق اوزره برمثلث رسم اینمك مرادایسه امدی مثلث مفروضك برضلعی مثلا هو ضلعی طرفیندن ح نقطه لرینه دکین اخراج اولنوب ط مرکزنده اطـ ـطح زاویه لری خارج مثلثده واقع وهر دوح زاویه لرینه نظیر نظیره مساوی رسم اولنه (۱ ك) بعده اح نقطه لرینه مرور ایدرلـ ـك لخط مماسلری رسم اولنوب (۳ ـ) اـ دخی وصل اولندقده طاـ ـط زاویه لرینك هربری قائمه اولدیغندن (۳ س) ـاـ ـا زاویه لری مجموعی ایکی قائمه دن کوچك اولغله لـ ـك خطلری اولطرفده تقاطع ایدرلر (۱ نتیجه ۹۴ ه) وبو مثللو اثبات اولنورکه ـك لـ لـ خطلری بربریله تقاطع اینمکین حاصل اولان ـك لـ شکلی مثلث مطلوب اولور * زیرا اطـ ـذوار بعهٔ اضلاعك جمیع زوایاسی درت قائمه مقداری اولوب (۱ م نتیجه ۹۴ ه) طاـ ـط زاویه لرینك هربری قائمه اولدیغندن باقی فلان اطـ ـا زاویه لری مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولورامدی وهر دوهو زاویه لری مجموعی دخی ایکی قائمه یه مساوی اولوب (۱ ح) اطـ زاویه سی وهر زاویه سنه بالعمل مساوی اولدیغندن باقی فلان ـا یاخود ـك لـ زاویه سی وهو زاویه سنه مساوی اولورو بو مثللو اثبات اولنورکه حك ـ یاخود لـ ك ـ زاویه سی دخی وهو زاویه سنه مساوی اولوب لـ ك زاویه سی وهو زاویه سنه لـ هـ ـ زاویه سی وهو زاویه سنه مساوی اولدیغندن باقی فلان ـلـ ك زاویه سی هوی

زاویه سنه مساوی اولغه (ا نتیجه ـه) ـکل مثلثك زوایاسی
هر وی مثلثك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ٤ عملی❋

مثلث مفروض داخلنده دائره رسم ایتمك طریقیدر

مثلا اـح مثلثك داخلنده دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی حل
اـح زاویه لری اوـی خطلریله تنصیف اولنسه قده (ا ط
واـی وـا زاویه لری مجموعی ایکی قائمه دن کوچك اولدیغندن
(ا ـه) اوـی خطلری اوطرفده و نقطه سنده تقاطع ایتمکله
(ا نتیجه ٧ ـه) نقطهٔ مزبوره دن مثلث مرفومك ضلعلری اوزرینه
وود وهـ عمودلری اقامه اولنسه قده اشبو عمودلر داخل مثلثده
رسم اولنـاجق دائره نك نصف قطرلری اولور * زیرا هاوا
زاویه لری بالعمل متساویتین اولوب اهـ و وازاویه لری قائمه
اولدیغندن باقی قلان هـوا زاویه سی اوزاویه سنه مساوی اولور
(ا نتیجه ٦ ـه) امدی اوهـ مثلثك زوایاسی واو مثلثك زوایاسنه
نظیر نظیره مساوی اولوب اوـ ضلعی مشترك اولدیغندن وهـ
ضلعی وو ضلعنه مساوی اولور (ا کا) وبو مثلاوا ثبات اولنور
ور ضلعی دخی وو ضلعنه مساوی اولوب وهـ ور
خطلری بربرینه مساوی اولورلر امدی و هـ ر نقطه لری
عندنده اولان زاویه لربالعمل قائمه اولغین و مرکزندن وهـ یاخود
ور بعد یله بر دائره رسم اولنسه قده اـح مثلثك ضلعلرینه هر ر
نقطه لرنده تماس ایدوب (٣ ـه) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ٥ عملی❋

مثلث مفروض اوزرینه دائره رسم ایتمك طریقیدر

مثلا اـح مثلثی اوزرینه دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی

اه حـ ضلعلری وه هو عمودلریله تنصیف اولنوب وودخی
وصل اولنـدقده هوو وه زاویه لری مجموعی ایکی قائمه دن
قل اولدیغندن وه هو خطلری هـ نقطه سنده تقاطع ایدوب
نقطهٔ مرقومه مرکز دائره اولور * زیرا هـا هـ حـ وصل اولندقده
اوه هـ وحـ زاویه لری بربرینه مساوی اه ضلعی وحـ ضلعنه بالعمل
مساوی اولوب وه ضلعی مشترک اولدیغندن اه ضلعی دخی
هـ حـ ضلعنه مساوی اولور (۱ ی) وبومثللو اثبات اولنورکه هـ
دخی هـ حـ ضلعنه مساوی اولوب هـا هـ حـ هـ خطلری بربرینه
مساوی اولورلرامدی هـا بعدیله بردائره رسم اولندقده مثلث
مرقومك جمیع زوایاسنه مرور ایدوب (۳ ی) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی و عملی ❋

دائرهٔ مفروضه داخلنده برمربع رسم ایتمك طریقیدر

مثلا اب حـ دائره سی داخلنده برمربع رسم ایتمك مرادا ولنسه امدی
هـ مرکزی تعیین اولنوب اح ـ دقطرلری کیف ما اتفق
بربرینه عمودا ولدیغی حالده رسم اولنسه (۱ ما) بعده اب ـ حـ حـ
وا وصل اولندقـده حاصل اولان ـحـدا شکلی مربع مطلوب
اولور * زیرا ـهـ هـا ضلعلری هـ دـ هـا ضلعلرینه مساوی
اولوب ـهـا اهـ دـ زاویه لری دخی بربرینه مساوی اولدیغندن
(۱ ج) ـا ضلعی اه ضلعنه مساوی اولورو بومثللو اثبات اولنورکه
ـحـ حـ دـ ضلعلری دخی ـا اه ضلعلرینه مساوی اولغله شکل مرقوم
متساوی الاضلاع اولوب ـدا نصف دائره سنده واقع ـا دـ زاویه سی
قائمه اولور (۳ لو) وکذا اب ـحـ ـحـ حـدا زاویه لری دخی قائمه
اولوب اب ـحـ دائره سی داخلنده رسم اولنان ـحـدا شکلی هم متساوی
الاضلاع وهم قائم الزوایا اولدیغندن مربع اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی د عملی ✻

دائرهٔ مفروضه اوزرینه برمربع رسم ایتمك طریقیدر

مثلا ا ـ حـ دائره سی اوزرینه برمربع رسم ایتمك مراد اولنسه امدی
ه مرکزی تعیین اولنوب ا حـ ی قطرلری کیف ما اتفق بربرینه
عمودرسم اولنسه بعده ا ـ حـ ی نقطه لرینه مرور ایدن
ط و ور ح ط خط مماسلری رسم اولنسه فذه حاصل اولان
ور ح ط شکلی مربع مطلوب اولور * زیرا ا ـ وصل اولندقده
ه ا و ه ـ و زاویه لری قائمه اولدیغندن وا ـ وا زاویه لری
مجموعی ایکی قائمه دن اقل اولوب ط و ور خطلری اولطرفده
تقاطع ایدرلر و بو مثللو اثبات اولنورکه و ط ط ح ر
خطلری دخی بربرلرله تقاطع ایدوب ه مرکزنده اولان زاویه لر بالعمل
قائمه اولدیغندن ا ـ حـ ی نقطه لرنده واقع زاویه لر دخی قائمه اولور
(۳ س) و ح شکلی و آنك جزلرندن هربری اشکال متوازیة الاضلاع
اولورلر (۱ ک ، ع) امدی هرشکل متوازی الاضلاعده ضلعلر
متقابلان بربرینه مساوی اولوب (۱ ل) ور ح ط ط ر
ضلعلرندن هربری ا ح یاخود حـ ی قطرینه مساوی اولدیغندن
و ح شکلی متساوی الاضلاع اولور وکذا وه شکلی دخی متوازی
الاضلاع اولوب ـ ه ا زاویه سی بالعمل قائمه اولدیغندن
زاویه سی دخی قائمه اولور و بو مثللو اثبات اولنورکه ر ح ط
زاویه لرندن هربری قائمه اولوب و ح شکلی هم متساوی
الاضلاع وهم قائم الزوایا اولدیغندن ا ـ حـ ی دائره سی اوزرینه
رسم اولنان و ح شکلی مربع اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ح عملی ✻

مربع مفروض داخلنده دائره رسم ایتمك طریقیدر

مثلا ا ـ ح ی مربعی داخلنده بر دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی ا ـ ای ضلعلری د و نقطه لرنده تنصیف اولنوب اول ضلعلره موازی و ح ط خطلری رسم اولندقده بربرینی قطع ایلدیکی ه نقطه سی مرکز دائره اولور * زیرا اه شکلی بالعمل متوازی الاضلاع اولدیغندن او ضلعی ره ضلعنه ار ضلعی وه ضلعنه مساوی اراوب (ا ل) ا ـ ای ضلعلرینك نصفلری اولان او ار ضلعلری دخی بربرینه مساوی اولدیغندن ره ضلعی وه ضلعنه مساوی اولوروبو مثلاو اثبات اولنورکه ح ه ط ه خطلری ره وه ضلعلرینه مساوی اراوب ه و ه ر ه ح ه ط خطلری بربرینه مساوی اولورلرامدی ور ح ط نقطه لرنده واقع زاویه لرك هربری قائمه اولمغین ه نقطه سندن ه و بعدیله رسم اولنان دائره مربع مرقومك ضلعلرینه اولنقطه لرده تماس ایدوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ط عملی✻

مربع مفروض اوزرینه دائره رسم ایتمك طریقیدر مثلا ا ـ ح ی مربعی اوزرینه بر دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی مربع مرقومك ا ح ـ ی قطرلری رسم اولندقده بربرینی قطع ایلدیکی ه نقطه سی مرکز دائره اولور * زیرا ا ـ ح ا ـ ی مثلثلرنده ـ ح ضلعی ای ضلعنه ح ـ ا زاویه سی ـ ای زاویه سنه مساوی اولوب (ر ح د) ا ـ ضلعی مشترك اولدیغندن ا ح ـ ی دخی متساویین اولورلرامدی هر متوازی الاضلاعك قطرلری بربرینی تنصیف ایلدیکندن (ر کا) اه ه ح ـ ه ه ی خطلری بربرینه مساوی اولغله (متعارفه) ه نقطه سندن ها بعدیله رسم اولنان دائره مربع مرقومك ـ ح ی نقطه لرینه مرور ایدوب مطلوب ثابت اولور

١٥ دعوى على

دائرة مفروضه داخلنده برمثلث متساوى الساقين رسمى مراد اولنسه كه فوق القاعده بولنان زاويه لردن هر بری رأس مثلثده واقع زاويه نك ضعفى اوله

مثلا اح دائره سى داخلندن برمثلث متساوى الساقين رسمى مراد اولنسه كه فوق القاعده بولنان زاويه لردن هر بری رأس مثلثده واقع زاويه نك ضعفى اوله امدى كيف ما اتفق حه قطرى رسم اولنوب وه نصف قطرى دخى بروجهله و نقطه سنده ايكى قسمه تقسيم اولنه كه وه هو مستطيلى وى مربعنه مساوى اوله (٢ ك) بعده ه نقطه سندن وى خطنه مساوى ها هـ وترلرى رسم اولنوب (ا) اـ اح حـ دخى وصل اولندقده حاصل اولان ـاح مثلثى مثلث مطلوب اولور * زيرا ى و ـ نقطه لرينه مرور ايدر ـوى دائره سى رسم اولنوب (٣ ع) ـى ـو وصل اولندقده وه هو مستطيلى وى و ياخود اكا مساوى اولان هـ مربعنه مساوى اولديغندن هـ خطى ـوى دائره سنه ـ نقطه سنده مماس اولوب (٣ ل) هـ و زاويه سى وى ـ زاويه سنه مساوى اولور (٣ م) ويو مساوى زاويه لره وى زاويه سى جمع اولندقده حاصل اولان ى هـ زاويه سى وى ـ وى زاويه لرى مجموعنه مساوى اولور لكن ى هـ زاويه سى وهـ ياخود وهـ زاويه سنه مساوى اولوب (١ ك) وى ـ وى زاويه لرى مجموعى هو ـ زاويه سنه مساوى اولديغندن (١ ه) وهـ زاويه سى هو ـ زاويه سنه هـ ضلعى ـو ضلعنه مساوى اولور (١ و) امدى هـ وى بالعمل متساويين اولديغندن ـو دخى وى خطنه وى ـ زاويه سى وى زاويه سنه مساوى اولوب وهـ زاويه سى وى ـ زاويه سنك

ضلعی اولور لکن و هـ یاخود حهـ زاویه سی حاـ زاویه سنه
مساوی اولوب (۳ به) وک یاخودهدک زاویه سی احـ زاویه سنه
مساوی اولدیغندن (۳ بد) حاـ زاویه سی احـ زاویه سنک
ضلعی اولورامدی هاح هـ حـ مثلثلری قائم الزاویه اولوب
(۳ لو) هما متلاقی هـ ضلعنه بالعمل مساوی هـ و ضلعی
مشترکلری اولدیغندن اح ضلعی دخی حـ ضلعنه مساوی اولوب
(۳ نتیجه ـ ه) ـاح مثلثی متساوی الساقین اولغله فوق
القاعده بولنان حاـ حـا زاویه لرندن هـ بری راس
مثلثده واقع احـ زاویه سنک ضلعی اولوب مطلوب ثابت اولور

❊ دعوی ۱۱ عملی ❊

دائرهٔ مفروضه داخلنده مخمس منتظم رسم ایتمک طریقیدر
مثلا حواـ هـ دائره سی داخلنده بر مخمس منتظم رسم ایتمک مراد
اولنسه اولا داخل دائره ده اـ حـ مثلث متساوی الساقینی اولشرطله
رسم اولنه که فوق القاعده بولنان حاـ حـا زاویه لرندن هر بری
رأسنده واقع احـ زاویه سنک ضعفی اوله (ـ) بعده حاـ حـا
زاویه لری اهـ ـی خطلریله تنصیف اولنوب محیط دائره ده بولنان
نقاط بینی اى وحـ حهـ هـ خطلریله وصل اولندقده حاصل اولان
اـهـ حـ شکلی مخمس مطلوب اولور * زیرا حاـ حـا زاویه لرندن
هر بری احـ زاویه سنک بالعمل ضعفی اولوب اهـ ـی خطلریله
تنصیف اولندیغندن احـ حاهـ هاـ اـی وـحـ زاویه لری
بربرینه مساوی اولوب اولزاویه لرلرک وا اـ ـهـ هـ و قوسلری
دخی بربرینه مساوی اولورلر (۳ کا) امدی مساوی قوسلرلک
وترلری دخی مساوی اولدیغندن (۳ کـ) وحـ اى ـا هـ ـ حهـ
ضلعلری بربرینه مساوی اولوب شکل مرقوم متساوی الاضلاع اولور

وکذا حد قوسی ـه قوسنه مساوی اولوب هربرینه دار قوسی
جمع اولندقده حاصل اولان حدار قوسی دار ـه قوسنه مساوی
اولغین حه ـ زاویه سی دخی د حه زاویه سنه مساوی اولور
(۳ کا) وبو مثللو اثبات اولنورکه حدا دار ـه زاویه لرندن
هربری حه ـ یا خود د حه زاویه سنه مساوی اولوب دائرهٔ مرقومه
داخلنده رسم اولنان ـه حد شکلی هم متساوی الاضلاع وهم
متساویة الزوایا اولدیغندن مخمس منتظم اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی س عملی❋

دائرهٔ مفروضه اوزرینه مخمس منتظم رسم ایتمك طریقیدر
مثلا ـه حد دائره سی اوزرینه برمخمس منتظم رسم ایتمك مراد
اولنسه اولا داخل دائره ده دها ـه حد مخمس منتظمی رسم اولنوب
(۱) ا ـ حد ه نقطه لرینه مرور ایدر ور رح ح ط طـ
ـه و خطعماسلری دخی رسم اولنه بعده ك مرکز زندن کا
کـ کـ حد کـ ه وصل اولندقده کـ ه و کـ او زاویه لری
قائمه اولدیغندن (۳ س) وها واه زاویه لری مجموعی ایکی
قائمه دن اقل اولوب ـه و ور خطلری اوطرفده تقاطع ایدرلر
(۱ نتیجه ـه) وبو مثللو اثبات اولنورکه ور رح ح ط طـ
ـه و خطلری بربرله تقاطع ایتمکین کـ ه کـ ا کـ ـ خطلری
بربرینه مساوی وکذا ها ا ـ خطلری متساویین اولدیغندن کـ ه
کـ ا ه کـ ا کـ ـ ا زاویه لری بربرینه مساوی اولورلر (۱ د)
امدی ه ا ـ نقطه لرنده واقع زاویه لر بربرینه مساوی اولدیغندن
(۳ س) اه و ها و ـ ار ا ـ ر زاویه لری دخی بربرینه مساوی
اولوب و زاویه سی ر زاویه سنه مساوی اولور (۱ نتیجه ـه)
کذلك اثبات اولنورکه ر ح ط ـه و زاویه لری بربرینه مساوی

اولمغله هوا ار ـ مثلثلرینك زوایاسی نظیرنظیره مساوی اولوب ها ضلعی ا ـ ضلعنه مساوی اولدیغندن هو ضلعی دخی وا ضلعنه مساوی اولور (ا کا) وکذلك اثبات اولنورکه ار ر ـ ح ح ح ط طد ی ـ ـه هو وا اشبو اون خط بربرینه مساوی اولوب ضعفلری اولان ور رح ح ط طـ ـه و خطـلری دخی بربرینه مسـاوی اولدیغندن دائرهٔ مرقومه اوزرینـه رسم اولنان ورح طـ ـه شکلی هم متسـاوی الاضلاع وهم متسـاویة الزوایا اولمغله مخمس منتظم اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ح علی❋

مخمس منتظم مفروض داخلنده دائره رسم اینمك طریقیدر

مثلا ا ـ حوه مخمس منتظم داخلنـده بر دائره رسم اینـمك مراد اولنسـه امدی کیف ما اتفق ـ حد حوه زاویه لری حك ی ك خطلریله تنصیف اولنـدقده (ا ط) بربرینی قطـع ایلدیکی ك نقطه سی مرکز دائره اولور * زیرا ك ـ كا كه خطلری رسم اولنوب كح كط كـ ـه ك و ك ر عمودلری اخراج اولندقده ـ حك زاویه سی كحد زاویه سنه بالعمل مساوی اولوب حـ ضلعی بالفرض حد ضلعنـه مسـاوی (حد/۲) حك دخی مشترك اولدیغندن حـك زاویه سی كحد زاویه سنه مساوی اولور (ا ك) لـکن كحد زاویه سی حوه زاویه سنك بالعمـل نصفی اولوب حوه زاویه سی حـا زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن (حد/۲) حـك زاویه سی دخی حـا زاویه سنك نصفی اولمغین حـا زاویه سی ـ ك خطیله تنصیف اولنوب ا ه زاویه لری دخی اك كه خطلریله تنصیف اولنورلرامدی كرحـ مثلثك زوایاسی كحح مثلث زوایاسنه نظیرنظیره مساوی اولوب كحـ ضلعی

مشترك اولديغندن كر عمودى كح عمودينه مساوى اولور
(ا كا) وبومثلاو اثبات اولنوركه كح كط كے كو كر
عمودلرى دخى بربرينه مساوى اولوب كه مركزندن عمود
مرقوملرك بريسى بعديله رسم اولنان دائره احوه مخمس
منتظمك ضلعلرينه تماس ايدوب مطلوب ثابت اولور

دعوى ١٤ على

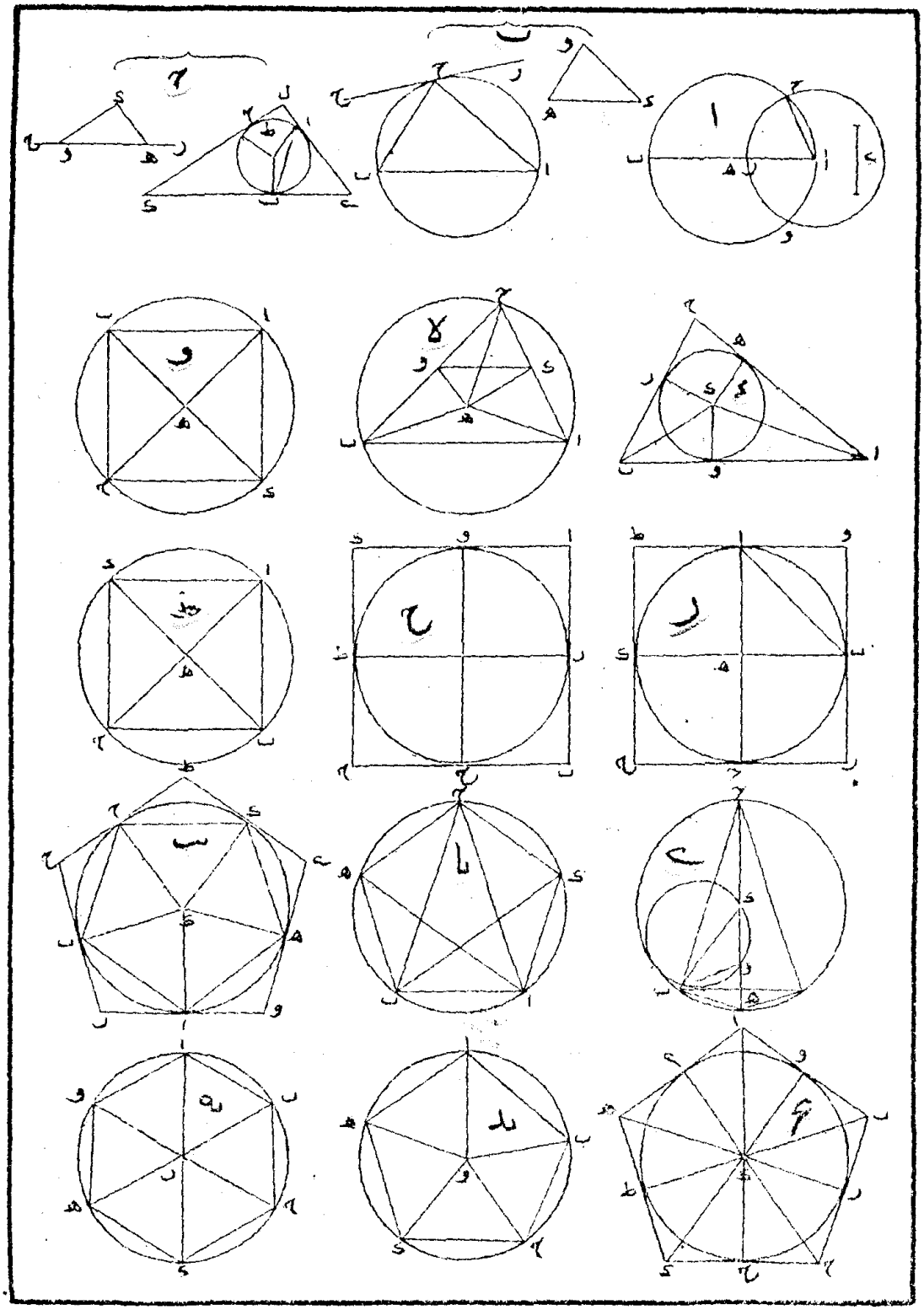
مخمس منتظم مفروض اوزرينه دائره رسم ايتمك طريقيدر
مثلا احوه مخمس منتظم اوزرينه بر دائره رسم ايتمك مراد اولنه
امدى كيف ما اتفق حوى حوه زاويه لرى حو وى خطلرينه
تنصيف اولندقده خط مرقوملر بربرينى قطع ايلديكى و نقطه سى
مركز دائره اولور * زيرا وب وا وه خطلرى رسم اولندقده
حو و زاويه سى وحى زاويه سنه بالعمل مساوى حب ضلعى دخى
حى ضلعنه بالفرض مساوى اولوب (حد/٢) حو ضلعى مشترك
اولديغندن حب و زاويه سى وحى زاويه سنه مساوى اولور (ا ا
امدى وحى زاويه سى حوه زاويه سنك بالعمل نصفى اولوب
حوه زاويه سى حا زاويه سنه بالفرض مساوى اولديغندن (حد/٢
حب و زاويه سى دخى حا زاويه سنك نصفى اولغين حا
زاويه سى ب و خطيله تنصيف اولنوروكذا اه زاويه لرى اوه
خطلريله تنصيف اولنوب وحى وحه زاويه لرى متساويين
اولديغندن (متعارفه) وح ضلعى وى ضلعنه مساوى اولور
(ا و) وبومثلاواثبات اولنوركه وى وه وا وب وح خطلرى
بربرينه مساوى اولغين و مركزندن اشبو خطوط مرقومه نك
بريسى بعديله رسم اولنان دائره احوه مخمس منتظمك
جميع زوايا سنه مرور ايدوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی به عملی ❋

دائرهٔ مفروضه داخلنده مسدس منتظم رسم ایتمك طریقیدر
مثلا احدهو دائره‌یی داخلنده برمسدس منتظم رسم ایتمك مراد
اولنسه اولا ای قطری رسم ویه نصف قطرینه مساوی دره
وتری اعمال اولنوب (ا) حو قطری دخی کشیده اولنه بعده حو
وترینه موازی ـه قطری رسم اولنوب (اکر) دهو وا
ا ـره دخی وصل اولندقده حاصل اولان اـحدهو شکلی
مسدس مطلوب اولور * زیرا درح مثلثی متساوی الاضلاع
اولدیغندن دره دحو زاویه‌لری بربرینه مساوی اولوب
(بتنبیه ٤) دهـ حو خطلری متوازیین اولدیغندن هری دره
زاویه‌لری بربرینه مساوی اولوب (٢١) ودهـ دحو زاویه‌لری
دخی متساویتین اولورلر (٢١) امدی دره دحو زاویه‌لرندن
هربری درح زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن درح هری ودهـ
زاویه‌لری بربرینه مساوی وکذا ورا ارـ ـره زوایای
متقابله‌لری بربرینه مساوی اولوب حدی دهـ هرو ورا ارـ
ـره مثلثلرندن لاعلی التعیین برینك ایکی ضلع وبینده کی زاویه‌سی
مثلثات باقیه‌نك هربرندن ایکی ضلع وبینده کی زاویه‌سنه مساوی
اولدیغندن مثلثات مرقومه‌لر هرحالده متساویه اولغله حو
دهـ هو وا اـره ضلعلری دخی بربرینه مساوی اولورلر
وبتقدیرجه احدهو دائره‌یی داخلنده رسم اولنان اـحدهو
شکلی مسدس منتظم اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه دائرهٔ مفروضه اوزرینه مسدس منتظم رسم ایتمك وکذا
مسدس منتظم داخلنده ومسدس مرقوم اوزرینه دائره رسم ایتمك
طریق وبرهانی بعینه مخمس منتظمده مرور ایلدیکی وجه اوزره در

تنبیه بو مقاله ده ذکر اولنان شکللر و انلرك خاصلری برقاچ کره تنصیف یا خود تفاضللری اخذ ایله حاصل اولان شکللرك غیری ذوا ضلاع کثیرهٔ منتظمه یی علم هندسه دن طریق معلوم اوزره رسمی قطعا ممکن دکلدر بودخی معلوم اوله که کرك بو مقاله ده و کرك مقالات سابقه ده ذکر اولنان بعض شکللرك انشاسی دیکر طریقلر سهل اوزره کرچه ممکندر لکن برهانلری مقالات آتیه یه موقوف اولمغین بو مقاملرده ذکر ایرادی مناسب کورلمدی



(اصول هندسه دن مقالهٔ خامسه)

الحدود

١ مقدار صغیر مقدار کبیری برقاچ دفعه تمامه عد ایلسه مقدار صغیر مقدار کبیرك جزئی دینلور مقدار کبیر دخی مقدار صغیرك اضعافی تسمیه اولنور

٢ نسبت هندسیه اولدرکه برجنسدن اولان ایکی کمك مقدار جهتیله بربرینه تناظر ندن حاصل اولان براضافتدر

٣ تناسب اولدرکه نسبتلرك بربرینه مشابهتی اولوب اقلی اوچ مقدار بیتنده اوله وبو مقدارلره مقادیر متناسبه تسمیه اولنور

٤ درت مقدار بربرینه ناظر اولسه لربرنجی ایله اوچنجی یه مقدم تسمیه اولنوب ایکنجی ایله دردنجیه تالی اطلاق اولنور

٥ درت مقدار متناسب اولدرکه مقدملرك هرقنجی اضعاف متساویه لری کندی تالیلرینك هرقنجی اضعاف متساویه لرینه یامساوی ویا اندن زائد ویا ناقص اوله

٦ عکس طریقی اولدرکه مقدملر تالی وتالیلر مقدم قلمندر

٧ بدل طریقی اولدرکه هرمقدم مقدمه وهرتالی تالیه ناظر اوله

٨ ترکیب طریقی اولدرکه هرمقدم کندی تالیسی مجموعیله یاتالیلره یاخود مقدملره ناظر اوله

٩ فصل طریقی اولدرکه هر مقدم ایله کندی تالیسی بیتشده اولان فصل یا تالیلره یا خود مقدملره ناظر اوله

١٠ قلب طریقی اولدرکه مقدملر یا خود تالیلر هر مقدم ایله کندی تالیسی بیتشده اولان فضلنه ناظر اوله

بو دخی معلوم اوله که مقادیر متناسبه لرك تنظیمنده بعضا اشبو ا : ـ :: ح : ی اشارتلر رسم وتحریر اولنوب نسبة ا الی ـ کنسبة ح الی ی دیمك اولور یعنی اشبو (:) اشارت الی برینه اولوب وبو (::) اشارت کنسبة مقامنه استعمال اولنور

❋ دعوی انظری ❋

هرنه قدر مقادیر اولسه در مقادیر آخرك نظیر نظیرینك اضعاف متساویه لری اولسه مقادیر اولدن بری مقادیر آخردن کندی جزئینك هرقنمی اضعافی اولور ایسه مقادیر اول مجموعی دخی مقادیر آخر مجموعینك اولقدر اضعافی اولور

مثلا هرنه قدر ا ـ حی مقادیری اولقدر هـ و مقادیر آخرك نظیر نظیرینك اضعاف متساویه لری اولسه مقادیر اولدن ا ـ مقداری مقادیر آخردن کندی جزئی اولان هـ مقدارینك هرقنمی اضعافی اولور ایسه ا ـ حی مجموعی دخی هـ و مجموعینك اولقدر اضعافی اولور ❋ زیرا ا ـ مقداری هـ مقداریله اردـ مقدارلرینه تقسیم اولنوب (ا ل) حی دخی ومقداریله حح حی مقدارلرینه تقسیم اولندقده ا ـ مقدارنده هرنه قدر هـ مقداری وار ایسه حی مقدارنده دخی اولقدر و مقداری بولنوب اردـ مقدارلری بالعمل متساویین حح و مقدارلری دخی بالعمل

متساوین اولدیغندن ار ح مجموعی ه و مجموعنه مساوی
اولور وکذا ر ـ ه مقدارلری متساوین اولوب ح ی ر
مقدارلری دخی متساوین اولدیغندن ر ـ ح ی مجموعی
ه و مجموعنه مساوی اولورامدی ا ـ مقدارنده هرنه قدر
ه مقداری وارایسه ا ـ ح ی مجموعنده دخی اولقدر ه و
مجموعی بولنوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ـ نظری

هرنه قدر مقادیر مقدار واحدك اضعافی اولدیغی کبی اولقدر مقادیر
آخر دخی مقدار واحد آخرك نظیر نظیرینك اضعاف متساویه لری
اولیسه مقادیر اول مجموعی کندی جزئنك هرقنی اضعافی اولورایسه
مقادیر آخر مجموعی دخی کندی جزئنك اولقدر اضعافی اولور
مثلا هرنقدر ا ـ ه مقادیری ح مقدار واحدك اضعافی
اولدیغی کبی اولقدر ی ر ح مقادیر آخر دخی و مقدار واحد
آخرك نظیر نظیرینك اضعاف متساویه لری اولسه ا ه مجموعی
ح مقدارینك هرقنی اضعافی اولور ایسه ی ح مجموعی دخی و
مقدارینك اولقدر اضعافی اولور * زیرا ا ـ مقداری ح مقدارینك
هرقنی اضعافی ایسه ی ر دخی ومقدارینك بالفرض اولقدر اضعافی
اولدیغندن ا ـ مقدارنده هرنقدر ح مقداری وارایسه
ی ر مقدارنده دخی اولقدر و مقداری بولنور وکذا ـ ه
مقداری ح مقدارینك هرقنی اضعافی ایسه ر ح دخی و
مقدارینك بالفرض اولقدر اضعافی اولدیغندن ـ ه مقدارنده
هرنقدر ح مقداری وارایسه ر ح مقدارنده دخی اولقدر ومقداری
بولنورامدی اه مجموعنده هرنقدر ح مقداری وارایسه ی ح
مجموعنده دخی اولقدر ومقداری بولنوب مطلوب ثابت اولور

دعوی و نظری

هر درت مقداردن اول ثانینك اضعافی اولدیغی کبی ثالث دخی رابعك اولقدر اضعافی اولوب اول ابله ثالث بیچون اضعاف متساویه لرا خذ اولندقده اضعاف اول مقدار ثانینك و اضعاف آخر مقدار رابعك اضعاف متساویه لری اولور

مثلا ا ـ ح ی درت مقداردن ا مقدار اول ـ مقدار ثانینك اضعافی اولدیغی کبی ح مقدار ثالث دخی ی مقدار رابعك اولقدر اضعافی اولوب ا ح مقدارلری بیچون هو رح اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده هو اضعافی ـ مقدارینك رح اضعافی دخی ی مقدارینك اضعاف متساویه لری اولور زیرا هو مقداری ا مقداریله هط طو مقدارلرینه تقسیم اولوب (ا له) رح دخی ح مقداریله رے ـح مقدارلرینه تقسیم اولندقده هو مقدارنده هرقدر ا مقداری وارایسه رح مقدارنده دخی اولقدر ح مقداری بولنورامدی هط ا مقدارلری بالعمل متساویین اولوب رے ح مقدارلری دخی بالعمل متساویین اولدیغندن هط مقداری ـ مقدارینك هرنه اضعافی ایسه رے دخی ی مقدارینك اول اضعافی اولوب وکذا طو مقداری ـ مقدارینك هرنه اضعافی ایسه ـح دخی ی مقدارینك اول اضعافی اولغله هط طو مقدارلرندن هربری ـ مقدارینك هرقنی اضعافی ایسه رے ـح مقدارلرندن هربری دخی ی مقدارینك اولقدر اضعافی اولور امدی هو مجموعی ـ مقدارینك هرقنی اضعافی اولورایسه رح مجموعی دخی ی مقدارینك اولقدر اضعافی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی و نظری

اگر اوج مقدار اولی ثانیدن اعظم و مقدار ثالث علی ای وجه کان بولنسه لر مقدار اول و ثانینك اضعاف متساویه لری اخذ اولندیغی کبی مقدار ثالثك دخی بر وجهله اضعافی اخذ اولنور که اشبو اضعاف مأخوذه دن اضعاف اول اعظم و اضعاف ثانی غیر اعظم اولور

مثلا ا مقدار اول ـ ح مقدار ثانیدن اعظم اولوب ی مقدار ثالث علی ای وجه کان بولنسه ا ـ ح مقدار لرینك اضعاف متساویه لری اخذ اولندیغی کبی ی مقدارینك دخی بر وجهله اضعافی اخذ اولنور که اشبو اضعافدن ا مقدارینك اضعافی اعظم اولوب ـ ط مقدارینك اضعافی غیر اعظم اولور زیرا ـ ح ا مقدار لرینك اضعاف متساویه لری اولان رو وهـ مقدار لری بر وجهله اخذ اولنه که هر بری ی مقدارندن اعظم اوله وکذا ی مقدارینك دخی بر وجهله ح ط اضعافلری اخذ اولنه که ط اضعافی رو مقدارینه ابتدای اعظم اولوب ح اضعافی دخی ط مقدارینه ابتدای اصغر اوله امدی ط اضعافی ی مقدارینك اولبر اضعافیدر که رو مقدارینه ابتدای اعظم اولمغله ح مقداری دخی رو مقدارندن اعظم اولامز یعنی رو مقداری ح مقدارندن اصغر اولامز وکذا وهـ مقداری ح ا مقدارینك بالعمل اضعافی اولدیغی کبی رو دخی ـ ح مقدارینك بالعمل اولقدر اضعافی اولدیغندن هر مجموعی ا ـ مجموعینك اولقدر اضعافی اولوب (۱) هر رو مقدار لری دخی ا ـ ح مقدار لرینك اضعاف متساویه لری اولور لکن رو مقداری ح مقدارندن اصغر اولیوب وهـ دخی ی مقدارندن بالعمل اعظم اولدیغندن هر مجموعی ح مجموعیندن اعظم اولور امدی ح ی مجموعی ط مقدارینه

بالعمل مساوی اولمغله اشبو ط مقدارندن هر مقداری اعظم رو مقداری غیر اعظم اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ۷ نظری

اکر درت مقدار متناسب اولسه لر مقدملرك هرقنتی اضعاف متساویه لری تالیلرك هرقنتی اضعاف متساویه لریله بینه متناسب اولورلر مثلا نسبة ا الی ـ کنسبة ح الی ی اولسه ا ح مقدملرینك هرقنتی هط وے اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب ـ ی تالیلرینك دخی هرقنتی رك ح ل اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده نسبة هط الی رك کنسبة وے الی ح ل اولور * زیرا هط وے مقدارلرینك هرقنتی هم وﺩ اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب رك ح ل مقدارلرینك دخی هرقنتی رس ع ع اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده ا مقدارینك اضعافی هط اولدیغی کبی ح مقدارینك دخی بالعمل اولقدر اضعافی وے اولوب هط وے مقدارلرینك بالعمل اضعاف متساویه لری هم وﺩ اولدیغندن هم مقداری ا مقدارینك هرقنتی اضعافی ایسه وﺩ دخی ح مقدارینك اولقدر اضعافی اولور (ح) دیو مثلاو اثبات اولنورکه رس مقداری ـ مقدارینك هرقنتی اضعافی ایسه ع ع دخی ی مقدارینك اولقدر اضعافی اولورامدی نسبة ا الی ـ کنسبة ح الی ی بالفرض اولدیغندن ا ح مقدملرینك اضعاف متساویه مأخوذه لری هم وﺩ اولوب ـ ی تالیلرینك دخی اضعاف متساویه مأخوذه لری رس ع ع اولغین اکر هم مقداری رس مقدارندن زائد ایسه وﺩ دخی ع ع مقدارندن زائد اولورواکر مساوی ایسه مساوی و اکرناقص ایسه ناقص اولور (حد) امدی هم وﺩ مقدارلری هط وے مقدارلرینك

هرقنتی اضعاف متساویه لری اولوب دمـ ح ع دخی دک ح ل
مقدارلرینك هرقنتی اضعـاف متساویه لری اولدیغندن نسبة هـ ط
الی دک کنسبة وـ الی ح ل اولوب مطلوب ثابت اولور

❊دعوی و نظری❊

اکردرت مقدار متناسب اولوب اول ثانیدن زائد اولسه
ثالث دخی رابعدن زائد اولورواکر مساوی اولسه مساوی
واکرناقص اولسه ناقص اولور

مثلا نسبتا الی ـ کنسبة ح الی ی اولوب ا مقداری ـ
مقدارندن زائداولسه ح دخی ی مقدارندن زائد اولورواکر
مساوی اولسه مساوی واکرناقص اولسه ناقص اولور * زیرا
ح مقدارلرینك هرقنتی هر اضعاف متساویه لری اخذاولنوب ـ
ی نالرلرینك دخی اولقدر وح اضعاف متساویه لری اخذ اولندقد
نسبتا الی ـ کنسبة ح الی ی بالفرض اولدیغندن هـ مقداری
و مقدارندن زائد ایسه ر دخی ح مقدارندن زائد اولورواکر
مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور (حد) امدی
هـ و ر ح مقدارلری ا ـ خ ی مقدارلرینك نظیرلرینك
اضعاف متساویه لری اولدیغندن اشبو مقدارلرك اضعاف متساویه
لرندن اولان کرك زیادلك وکرك مساوات وکرك نقصانلق نسبتی یعنی
مقادیرمذکورلرك کندولرندن دخی باقی اولمله امقداری ـ مقدارندن
زائداولسه ح دخی ی مقدارندن زائد اولورواکرمساوی اولسه
مساوی واکرناقص اولسه ناقص اولوب مطلوب ثابت اولور

❊دعوی ر نظری❊

اکردرت مقدار متناسب اولسه لرعکس طریقیله دخی متناسب اولور

مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى د اولسه عكس طريقيله دخى
ب : ا :: د : ح اولور * زيرا ب د مقدارلرينك هرقنغى هـ و
اضعاف متساويه لرى اخذ اولنوب ا ح مقدارلرينك دخى هرقنغى
ز ح اضعاف متساويه لرى اخذ اولندقده نسبة ا الى ب
كنسبة ح الى د بالفرض اولديغندن ا ح مقدارلرينك اضعاف
متساويه لرى ز ح اولوب ب د مقدارلرينك دخى اضعاف
متساويه لرى هـ و اولغين ز مقدارى هـ مقدارندن زائد ايسه
ح دخى و مقداريدن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى
واكر ناقص ايسه ناقص اولور (حد) امدى ز هـ مقدارلرنده
كرك زيادەلك وكرك مساوات وكرك نقصانلق هرنه نسبت
وار ايسه ح و مقدارلرنده دخى يله اول نسبت باقى اولديغندن
كذلك هـ ز مقدارلرنده اولان كرك زيادەلك وكرك
مساوات وكرك نقصانلق نسبتلك عينى و ح مقدارلرنده
دخى باقى اولغين هـ مقدارى ز مقداريدن زائد ايسه و دخى ح
مقداريدن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه
ناقص اولور امدى ب د مقدارلرينك هرقنغى اضعاف متساويه لرى
هـ و اولوب ا ح مقدارلرينك دخى هرقنغى اضعاف متساويه لرى
ز ح اولديغندن نسبت الى ا كنسبة د الى ح
اولوب (حد) مطلوب ثابت اولور (حد)

✻ دعوى ح نظرى ✻

اكر درت مقداردن اول ثانينك هرقنغى اضعافى وياجزى
اولد يغى كبى ثالث دخى رابعك اوقدر اضعافى وياجزى اولسه
اولك ثانى يه نسبتى ثالثك رابعه نسبتى كبى اولور

مثلا ا ب ح د درت مقداردن ا مقدار اول ب مقدار ثانينك

هرقنتی اضعافی اولدیغی کبی ح مقدار ثالث دخی ی مقدار رابعك
اولقدر اضعافی اولسه نسبة ا الی ـ کنسبة ح الی ی اولور * زیرا
ا ح مقدار لرینك هرقنتی هر اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب
ـ ی مقدار لرینك دخی هرقنتی و ح اضعاف متساویه لری اخذ
اولندقده ا مقداری ـ مقدارینك اضعافی اولدیغی کبی ح دخی
ی مقدارینك بالفرض اولقدر اضعافی اولوب هـ مقداری ا
مقدارینك اضعافی اولدیغی کبی ر دخی ح مقدارینك بالعمل
اولقدر اضعافی اولدیغندن هـ مقداری ـ مقدارینك هرنه اضعافی
اولور ایسه ر دخی ی مقدارینك اولقدر اضعافی اولور (ح)
امدی هـ مقداری ـ مقدارینك اضعافی اولدیغی کبی ر دخی
ی مقدارینك اولقدر اضعافی اولوب وکذا و مقداری ـ
مقدارینك اضعافی اولدیغی کبی ح دخی ی مقدارینك اولقدر
اضعافی اولدیغندن هـ مقداری و مقدارندن زائد ایسه ر دخی
ح مقدارندن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه
ناقص اولور امدی ا ح مقدار لرینك هرقنتی اضعاف متساویه لری
هر اولوب ـ ی مقدار لرینك دخی هرقنتی اضعاف متساویه لری
و ح اولدیغندن نسبة ا الی ـ کنسبة ح الی ی اولور (حد) وبنه
ـ ا ی ح درت مقداردن ـ مقداری ا مقدارینك هرقنتی جزی
اولدیغی کبی ی دخی ح مقدارینك اولقدر جزی اولسه نسبة ـ
الی ا کنسبة ی الی ح اولور * زیرا ـ مقدارینك ا مقداری
هرنه اضعافی ایسه ی مقدارینك دخی ح مقداری بالفرض
اولقدر اضعافی اولمغین آنفا ذکر اولندیغی وجه اوزره نسبة ا الی ـ
کنسبة ح الی ی اولدیغندن (ح) عکس طریقیله دخی نسبة ـ
الی ا کنسبة ی الی ح اولوب (ر) مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ط نظری ✻

مقادیر متساویه دن هر برینك مقدار واحد آخره نسبتلری مساویدر
ومقدار واحد آخرك مقادیر متساویه دن هر برینه نسبتی برینه مساویدر
مثلا ا ـ مقدارلری متساویین اولوب ح مقدار واحد آخرا واسه
نسبة ا الی ح کنسبة ـ الی ح اولور * زیرا ا ـ مقدارلرینك
هرقنتی ی ه اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب ح مقدارینك دخی
هرقنتی و اضعافی اخذ اولندقده ا ـ مقدارلری بالفرض متساویین
اولدیغندن ی ه دخی متساویین اولمغله ی مقداری ومقدارندن
زائد ایسه ه دخی ومقدارندن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی
واکر ناقص ایسه ناقص اولور امدی ا ـ مقدارلرینك هرقنتی
اضعاف متساویه لری ی ه اولوب ح مقدارینك دخی هرقنتی
اضعافی و اولدیغندن نسبة ا الی ح کنسبة ـ الی ح اولور (حد)
وینه ا ـ مقدارلری متساویین اولوب ح مقدار واحد آخرا واسه
نسبة ح الی ا کنسبة ح الی ـ اولور * زیرا وجه مذکوراوزره
ی ه اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده برینه مساواتلری
کما فی السابق اثبات اولنوب ی ه متساویین اولدیغندن ومقداری
ی مقدارندن زائد ایسه ه مقدارندن دخی زائد اولور واکر
مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور امدی ح
مقدارینك هرقنتی اضعافی و اولوب ا ـ مقدارلرینك دخی
هرقنتی اضعاف متساویه لری ی ه اولدیغندن نسبة ح الی ا
کنسبة ح الی ـ اولوب (حد) مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ـ نظری ✻

مقادیردن هر برینك مقدار واحد آخره نسبتلری مساوی اولسه مقادیر

مرقومه لربرینه مساوی اولورلرواکر مقدارواحد آخرك مقادیردن
هربرینه نسبتی مساوی اولسه ینه مقادیرمرقومه لربرینه مساوی اولورلر
مثلا ا ـ مقدارلرندن هربرینك ح مقدارینه نسبتلری مساوی
اولسه ا ـ مقدارلری بربرینه مساوی اولورلر * زیرا مساوی دکل
ایسه بریسی البته اعظم اولورفرضا ا مقداری اعظم اولسه ا ـ
مقدارلرینك ی ه اضعاف متساویه لری اخذاولنوب ح مقدارینك
دخی بروجهله و اضعافی اخذاولنه که اشبو اضعافدن ی مقداری
اعظم اولوب ه مقداری غیراعظم اوله (ی) امدی نسبة ا الی ح
کنسبة ـ الی ح بالفرض اولوب ا ـ مقدارلرینك اضعاف
متساویه لری ی ه اولدیغی کبی ح مقدارینك دخی اضعافی ر
اولدیغندن ی مقداری و مقدارندن اعظم اولغله ه دخی ر
مقدارندن اعظم اولور (حد) لکن ه مقداری و مقدارندن
بالعمل غیراعظم اولغین هم اعظم وهم غیراعظم اولمق لازم کلور
بو ایسه خلافدر بوتقدیرجه ا مقداری ـ مقدارندن اعظم اولامز
وکذا اثبات اولنورکه اصغردخی اولامزاولسیدن بربرینه مساوی
اولورلرواکر ح مقدارینك ا ـ مقدارلرینه نسبتی مساوی اولسه
ینه ا ـ مقدارلری بربرینه مساوی اولورلر * زیرانسبة ح الی
کنسبة ح الی ـ بالفرض اولدیغندن عکس طریقیله دخی ا
ح ::ـ : ح اولور (ر) امدی آنفا اثبات اولندیغی وجه اوزره
مقادیر معلومه دن هربرینك مقدار واحد آخره نسبتلری
مساوی اولسه مقادیر مرقومه لربربرینه مساوی اولدقلرندن
ا ـ مقدارلری بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ثانیه سی✻

نسبت واحده یه مساوی اولان نسبتلر بربرینه مساویدر

مثلا نسبة ا الى ـ كنسبة ح الى ى اولوب وكذا نسبة ح الى ى
كنسبة ه الى و اولسه ا ب :: ه : و اولور * زيرا ا ح
ه مقدارلرينك هرقنغى ر ح ط اضعافى متساويه لرى اخذ
اولنوب ـ ى و مقدارلرينك دخى هرقنغى ـ ك ل اضعاف
متساويه لرى اخذ اولندقده نسبة ا الى ـ كنسبة ح الى ى بالفرض
اولمغين ا ح مقدارلرينك اضعاف متساويه لرى ر ح اولوب ـ ى
مقدارلرينك دخى اضعاف متساويه لرى ـ ك اولديغندن ر
مقدارى ـ مقدارندن زائد ايسه ح دخى ك مقدارندن زائد
اولورواكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور
(حد٥) وكذا نسبة ح الى ى كنسبة ه الى و بالفرض اولمغين
ح ه مقدارلرينك اضعاف متساويه لرى ح ط اولوب ى و
مقدارلرينك دخى اضعاف متساويه لرى ك ل اولديغندن ح
مقدارى ك مقدارندن زائد ايسه ط دخى ل مقدارندن زائد
اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور
(حد٥) لكن آنفا اثبات اولنديغى وجه اوزره ر مقدارى ـ
مقدارندن زائد ايسه ح دخى ك مقدارندن زائد اولور واكر
مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولديغندن ر
مقدارى ـ مقدارندن زائد ايسه ط دخى ل مقدارندن زائد
اولورواكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور
امدى ا ه مقدارلرينك هرقنغى اضعاف متساويه لرى ر ط اولوب
ـ ومقدارلرينك دخى هرقنغى اضعاف متساويه لرى ـ ل اولديغندن
نسبة ا الى ـ كنسبة ه الى و اولوب (حد٥) مطلوب ثابت اولور

❊ دعوى سـ نظرى ❊

جنس واحددن اولان مقادير متناسبه دن مقدملر مجموعنك تالى

مجموعنه نسبتی مقدملردن هرقنغی برینك كندی نالبسه
نسبتی كبی اولور

مثلا نسبة ا الی ـ كنسبة ح الی ك وكنسبة هـ الی و اولسه
بوتقدیرجه نسبة مجموع ا ح هـ الی مجموع ـ ك و كنسبة ا
الی ـ اولوره زیرا ا ح هـ مقدارلرینك هرقنغی ر ح ط
اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب ـ ك و مقدارلرینك دخی
هرقنغی ـ ك ل اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده نسبة ا
الی ـ كنسبة ح الی ك بالفرض اولوب ا ح مقدارلرینك
اضعافی متساویه لری ر ح اولدیغی كبی ـ ك مقدارلرینك دخی
اضعاف متساویه لری ـ ك اولدیغندن ر مقداری ـ
مقدارندن زائد ایسه ح دخی ك مقدارندن زائد اولورواكر
مساوی ایسه مساوی واكرناقص ایسه ناقص اولور (حد) وكذا
نسبة ا الی ـ كنسبة هـ الی و بالفرض اولوب ا هـ مقدارلرینك
اضعافی متساویه لری ر ط اولدیغی كبی ـ و مقدارلرینك دخی
اضعاف متساویه لری ـ ل اولدیغندن ر مقداری ـ مقدارندن
زائد ایسه ط دخی ل مقدارندن زائد اولور واكر مساوی ایسه
مساوی واكرناقص ایسه ناقص اولور (حد) بو اجلدن ر مقداری
ـ مقدارندن زائد ایسه ر ح ط مجموعی دخی ـ ك ل
مجموعندن زائد اولورواكر مساوی ایسه مساوی واكرناقص
ایسه ناقص اولورامدی ا مقداریله ا ح هـ مجموعنك هرقنغی
اضعاف متساویه لری ر ایله ر ح ط مجموعی اولوب ـ
مقداریله ـ ك و مجموعنك دخی هرقنغی اضعاف متساویه لری ـ
ایله ـ ك ل مجموعی اولدیغندن نسبة مجموع ا ح هـ الی مجموع
ـ ك و كنسبة ا الی ـ اولوب (حد) مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ج نظری✻

هرقنتی ایکی مقدارك بربرینه نسبتی انلرك اضعاف متساویه لرینك بربرینه نسبتی مکبی اولور

مثلا ا ـ مقدارلرینك اضعاف متساویه لری حز هو مقدار لری اولسه نسبة ا الی ـ کنسبة حز الی هو اولور * زیرا مقدارینك اضعافی حز اولوب ـ مقدارینك دخی اولقدر اضعافی هو اولدیغندن حز مقدارنده هرنقدر ا مقداری وار ایسه هو مقدارنده دخی اولقدر ـ مقداری بولنورامدی حز مقداری ا مقداریله حر رح حز قسملرینه تقسیم اولنوب (اله) هو دخی ـ مقداریله هط طـ ـ و قسملرینه تقسیم اولندقده مقدار اول هرنه قسمه تقسیم اولندی ایسه مقدار ثانی دخی اولقدر قسمه تقسیم اولنمغین حر رح حز مقدارلری بربرینه مساوی اولوب هط طـ ـ و دخی بربرینه مساوی اولدیغندن نسبة حر الی هط کنسبة رح الی طـ و کنسبة حز الی ـ و اولوب (ط) نسبة مجموع حز الی مجموع هو کنسبة حر الی هط اولور (س) امدی هط مقداری بالعمل ـ مقدارینه مساوی اولوب حر دخی ا مقدارینه مساوی اولدیغندن نسبة حز الی هو کنسبة ا الی ـ اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی د نظری✻

جنس واحددن اولان درت مقدار متناسب اولسه اول ثالثدن زائد اولسه ثانی دخی رابعدن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور

مثلا نسبة ا الی ـ کنسبة حا الی و اولوب ا مقداری حـ مقدارندن

زائد ایسه ـ دخی ی مقدارندن زائد اولور واکر مساوی ایسه
مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور اولا مقداری ح مقدارندن
زائد اولسه ـ دخی ی مقدارندن زائد اولور * زیرا ح مقدارلرینک
هر ر اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب ـ مقدارینک دخی
بروجهله و اضعافی اخذ اولنه که اشبو اضعافدن هر اضعاف
اعظم اولوب ر اضعافی غیر اعظم اوله (ی) امدی ـ مقدارینک
و مقداری هرقنتی اضعافی ایسه ی مقدارینک دخی اولقدر ح
اضعافی اخذ اولندقده نسبة ا الی ـ کنسبة ح الی ی بالفرض اولور
ا ح مقدارلرینک اضعاف متساویه لری هر ر اولدیغی کبی ـ
مقدارلرینک دخی اضعاف متساویه لری وح اولدیغندن هر مقدار
و مقدارندن زائد اولغله ر دخی ح مقدارندن زائد اولور
(ح) وکذا و مقداری ر مقدارندن بالعمل ناقص اولیوب ر دخی
ح مقدارندن زائد اولدیغندن و مقداری دخی ح مقدارندن زائد
اولورامدی ـ ی مقدارلرینک اضعاف متساویه لری وح اولور
و مقداری ح مقدارندن زائد اولدیغندن ـ دخی ی مقدارندن
زائد اولورثانیا ا مقداری ح مقدارینه مساوی اولسه ـ دخی
ی مقدارینه مساوی اولور * زیرانسبة ا الی ـ کنسبة ح الی
بالفرض اولوب باخود ا ح مقدارلری متساویین اولغین نسبة
الی ـ کنسبة ا الی ی اولدیغندن ـ ی مقدارلری دخی متساویین
اولورلر (ح) ثالثا ا مقداری ح مقدارندن ناقص اولسه ـ دخی
ی مقدارندن ناقص اولور * زیرانسبة ح الی ی ـ کنسبة
الی ـ بالفرض اولدیغندن اثبات اول طریقی اوزره ح مقداری
ا مقدارندن زائد اولغین ی دخی ـ مقدارندن زائد اولور
مطلوب ثابت اولور

✻دعوی به نظری✻

اکر جنس واحددن اولان درت مقدار متناسب اولسه لر
بدل طریقیله دخی متناسب اولور

مثلا نسبة ا الی ـ کنسبة ه الی ی اولسه بدل طریقیله دخی ا :
ه :: ـ : ی اولور ✻زیرا ا ـ مقدارلرینك هرقنتی ه ر اضعاف
متساویه لری اخذ اولنوب ه ی مقدارلرینك دخی هرقنتی و ح
اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده هرقنتی ایکی مقدارك بربرینه
نسبتی انلرك اضعاف متساویه لرینك بربرینه نسبتی کبی اولدیغندن
(ه) ا : ـ :: ه : ر اولورامدی نسبة ا الی ـ کنسبة ه الی ی
الفرض اولمغین ه : ی :: ه : ر اولور (ما) وکذا نسبة ه الی ی
کنسبة و الی ح اولوب (ه) لکن نسبة ه الی ی کنسبة ه الی ر
اولدیغندن ه : ر :: و : ح اولور (ما) امدی نسبة ه الی ر
کنسبة و الی ح اولمغین ه مقداری و مقدارندن زائد ایسه ر
دخی مقدارندن زائد اولورواکر مساوی ایسه مساوی
واکر ناقص ایسه ناقص اولور (بد) لکن ا ـ مقدارلرینك هرقنتی
اضعاف متساویه لری ه ر اولوب ه ی مقدارلرینك دخی
هرقنتی اضعاف متساویه لری و ح اولدیغندن نسبة ا الی ه
کنسبة ـ الی ی اولوب (جد) مطلوب ثابت اولور (جد)

✻دعوی ثو نظری✻

اکر درت مقدار متناسب اولسه لر ترکیب طریقیله دخی متناسب اولورلر
مثلا نسبة اه الی هـ کنسبة وه الی وی اولسه ترکیب طریقیله
دخی ا : هـ یاخود اه :: ه ی : وی یاخود ه و اولور ✻زیرا
اه هـ ه و وی مقدارلرینك هرقنتی ح ط کل لرم اضعاف

متساويه لرى اخذاولندقده اه مقدارينك اضعافى رح اولديغى كبى
اب مقدارينك دخى اولقدر اضعافى رط اولوب (ا) وكذا حو
مقدارينك اضعافى كل اولديغى كبى حو مقدارينك دخى اولقدر
اضعافى كم اولديغندن (ا) اب حو مقدارلرينك اضعاف متساويه لرى
رط كم اولورلرامدى هب وو مقدارلرينك هرقنغى طب
م اضعاف متساويه لرى اخذاولندقده نسبة اه الى هب كنسبة حو
الى وو بالفرض اولديغندن رح مقدارى طب مقدراندن
زائدا يسه كل دخى م مقدارندن زائد اولوروا كرمساوى ايسه
مساوى واكرناقص ايسه ناقص اولور (حد ٥) امدى رح طب
مقدارلرينك هربرينه ح ط مقدارى جمع اولندقده رح مقدارى
طب مقدارندن زائدا يسه رط دخى ح ب مقدارندن زائدا اولور
واكرمساوى ايسه مساوى واكرناقص ايسه ناقص اولورو كذا
كل م مقدارلرينك هربرينه لم مقدارى جمع اولندقده
كل مقدارى م مقدارندن زائدا يسه كم دخى ل مقدارندن
زائدا اولوروا كرامساوى ايسه مساوى واكرناقص ايسه ناقص اولور
بوتقديرجه رط مقدارى ح ب مقدارندن زائدا يسه كم دخى
ل مقدارندن زائد اولوروا كرمساوى ايسه مساوى واكرناقص
ناقص ايسه ناقص اولورامدى ا ب حو مقدارلرينك هرقنغى
اضعاف متساويه لرى رط كم اولوب هب وو مقدارلرينك
دخى هرقنغى اضعاف متساويه لرى ح ل اولديغندن نسبة ا ب
الى هب كنسبة حو الى وو اولورويو مثللواثبات اولنور كه نسبة ا ب
الى اه كنسبة حو الى حو دخى اولوب مطلوب ثابت اولور (حد ٨)

دعوى بر نظرى

اكردرت مقدار متناسب اولسه لرفصل طريقيله دخى متناسب اولور

مثلا نسبة ا الى ـه كنسبة حو الى وواوله فصل طريقه
دخى اه : ا ياخود هـ :: حو : حو ياخود وو اولور
زيرا * اه هـ حو وو مقدارلرينك على الترتيب هرقنغى رح
ح ط ـك كل اضعاف متساويه لرى اخذ اولنوب هـ وو
مقدارلرينك دخى هرقنغى طم لـ اضعاف متساويه اخرى لرى
اخذ اولندقده اه مقدارينك اضعافى رح اولديغى كبى ا مقدارينك
دخى اولقدر اضعافى رط اولور (ا) لكن اه حو مقدارلرينك
اضعاف متساويه لرى رح ـك اولديغندن ا مقدارينك
اضعافى رط اولديغى كبى حو مقدارينك دخى اولقدر اضعافى
ـك اولور وكذا حو مقدارينك اضعافى ـك اولديغى كبى حو
مقدارينك اولقدر اضعافى ـل اولديغندن (ا) ا مقدارينك
اضعافى رط اولديغى كبى حو مقدارينك دخى اولقدر اضعافى
ـل اولور وكذا هـ مقدارينك اضعافلرى ح ط طم اولديغى كبى
وو مقدارينك دخى بالعمل اولقدر اضعافلرى كل لـ اولديغندن
هـ مقدارينك اضعافى ح م اولديغى كبى وو مقدارينك دخى
اولقدر اضعافى كـ اولور (ـ) امدى نسبة ا الى ـه
كنسبة حو الى وو بالفرض اولمغين ا حو مقدارلرينك اضعاف
متساويه لرى رط ـل اولوب هـ وو مقدارلرينك دخى اضعاف
متساويه لرى ح م كـ اولديغندن رط مقدارى ح م مقدارندن
زائد ايسه ـل دخى كـ مقدارندن زائد اولور واگر مساوى ايسه
مساوى واگر ناقص ايسه ناقص اولور (حد) امدى ر ط ح م
مقدارلرندن ح ط مشتركى طرح اولنوب ـل كـ مقدارلرندن
دخى كل مشتركى طرح اولندقده رح مقدارى طم مقدارندن
زائد ايسه ـك دخى لـ مقدارندن زائد اولور واگر مساوى ايسه
مساوى واگر ناقص ايسه ناقص اولور لكن اه حو مقدارلرينك

هرقنسی اضعاف متساویه لری رح ـک اولوب هـ وی
مقدارلرینك دخی هرقنسی اضعاف متساویه لری طام لـ اولدیغندن
اهـ : هـ :: حو : وی اولوب (حد) ترکیب طریقیله
نسبة ا ـ الی اهـ کنسبة حو الی حو اولدیغندن (لو) عکس طریقیله
دخی اهـ : ا ـ :: حو : حو اولوب مطلوب ثابت اولور (حد)
تنبیه اکر تناسب مذکورك ترتیبنده تالیلر مقدملردن زائد
اولسه عکس ترتیب اولنمقده دخی اشبو برهان جاریدر

دعوی ۱۸ ع نظری

اکر ذات مقدار متناسب اولسه لرقلب طریقیله دخی متناسب اولورلر
مثلا نسبة ا ـ الی ـهـ کنسبة حو الی وی اولسه قلب طریقیله
دخی ا ـ یاخود ـهـ : اهـ :: حو یاخود وی : حو اولور
* زیرا نسبة ا ـ الی ـهـ کنسبة حو الی وی اولوب
فصل طریقیله اهـ : ا ـ یاخود ـهـ :: حو : حو یاخود وی
اولدیغندن (ر) عکس طریقیله دخی ا ـ یاخود ـهـ : اهـ
:: حو یاخود وی : حو اولوب (ر) مطلوب ثابت اولور (حد)

دعوی ۱۹ ط نظری

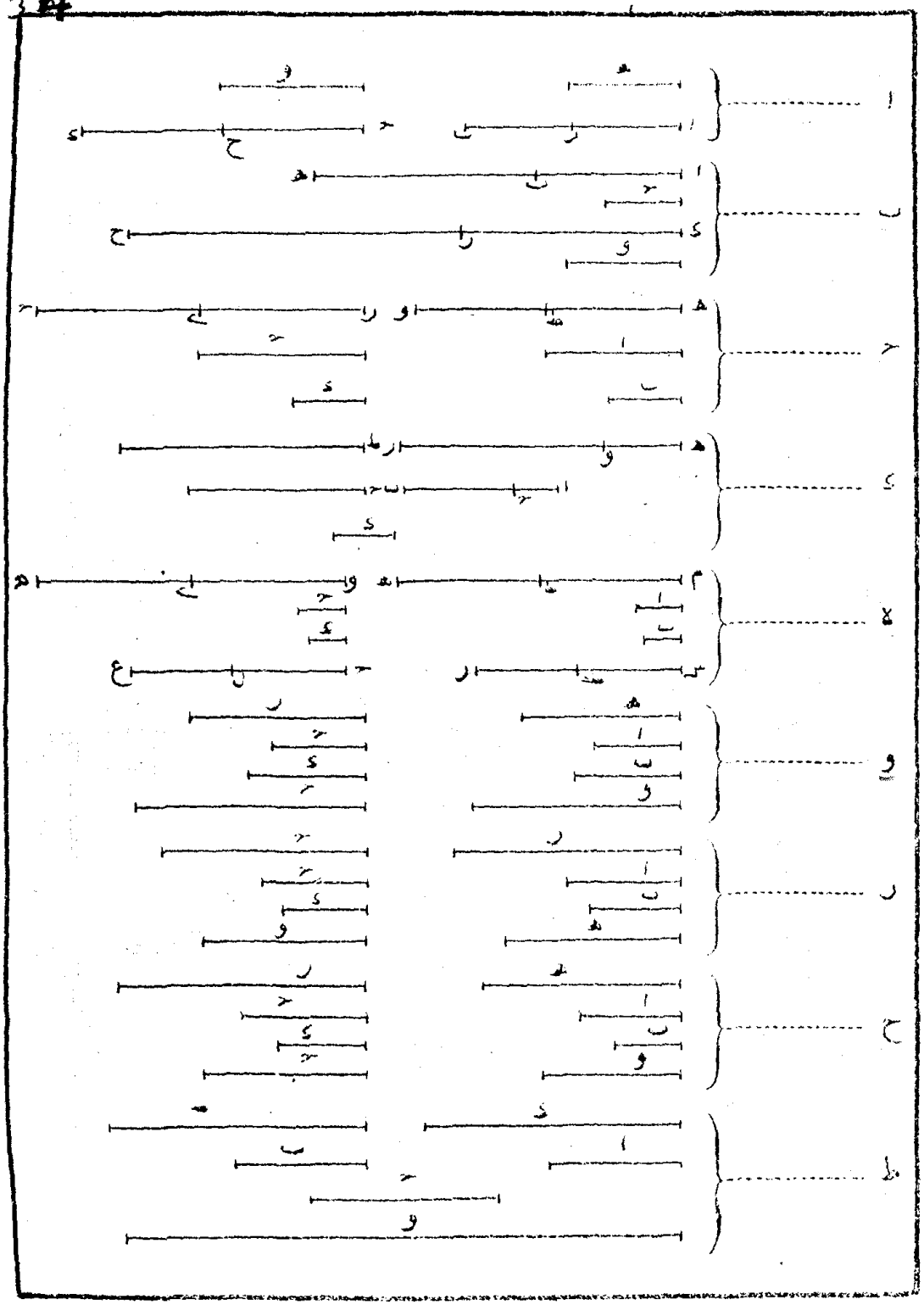
اکر جنس واحددن اولان درت مقدار متناسب اولسه لرعظمی
ایله صغری مجموعی باقی ایکی مقدار مجموعندن اعظم اولور
مثلا ا ـ حو هـ و اشبو درت مقدار متناسبلك هریرندن ا ـ
مقداری اعظم اولوب و مقداری اصغر اولسه ا ـ و مجموعی
حو هـ مجموعندن اعظم اولور * زیرا ا ـ مقدارندن هـ
مقدارینه مساوی ار قطع اولنوب حو مقدارندن دخی و مقدارینه
مساوی حح قطع اولنمقده (ا حو) ا ـ : حو :: هـ : وبالفرض

اولوب ار مقداری ه مقدارینه ح دخی، ومقدارینه بالعمل مساوی اولدیغندن نسبة ا ـ الی حو کنسبة ار الی ح اولوب بدل طریقیله دخی ا ـ : ار :: حو : ح اولور (یه) وکذا ا ـ ار مقدارلری بیننده اولان فضل ـ ر اولوب حو ح مقدارلری بیننده اولان فضل وح اولدیغندن ا ـ : ـ ر :: حو : وح اولور (ع) لکن ا ـ مقداری حو مقدارندن بالفرض اعظم اولمغین ر ـ دخی ح‌و مقدارندن اعظم اولور (بد) امدی ار مقداری ه مقدارینه مساوی ح دخی و مقدارینه مساوی اولدیغندن ار و مجموعی ح ه مجموعنه مساوی اولوب مجموع اوله ر ـ ومجموع ثانیه ح‌و مقدارلری جمع اولندقده ار ـ ر و مجموعی ح ح‌و ه مجموعندن اعظم اولور لکن ار ـ ر مقدارلری ا ـ مقدارینه مساوی اولوب ح ح‌و دخی حو مقدارینه مساوی اولدیغندن ا ـ و مجموعی حو ه مجموعندن اعظم اولوب مطلوب ثابت اولور

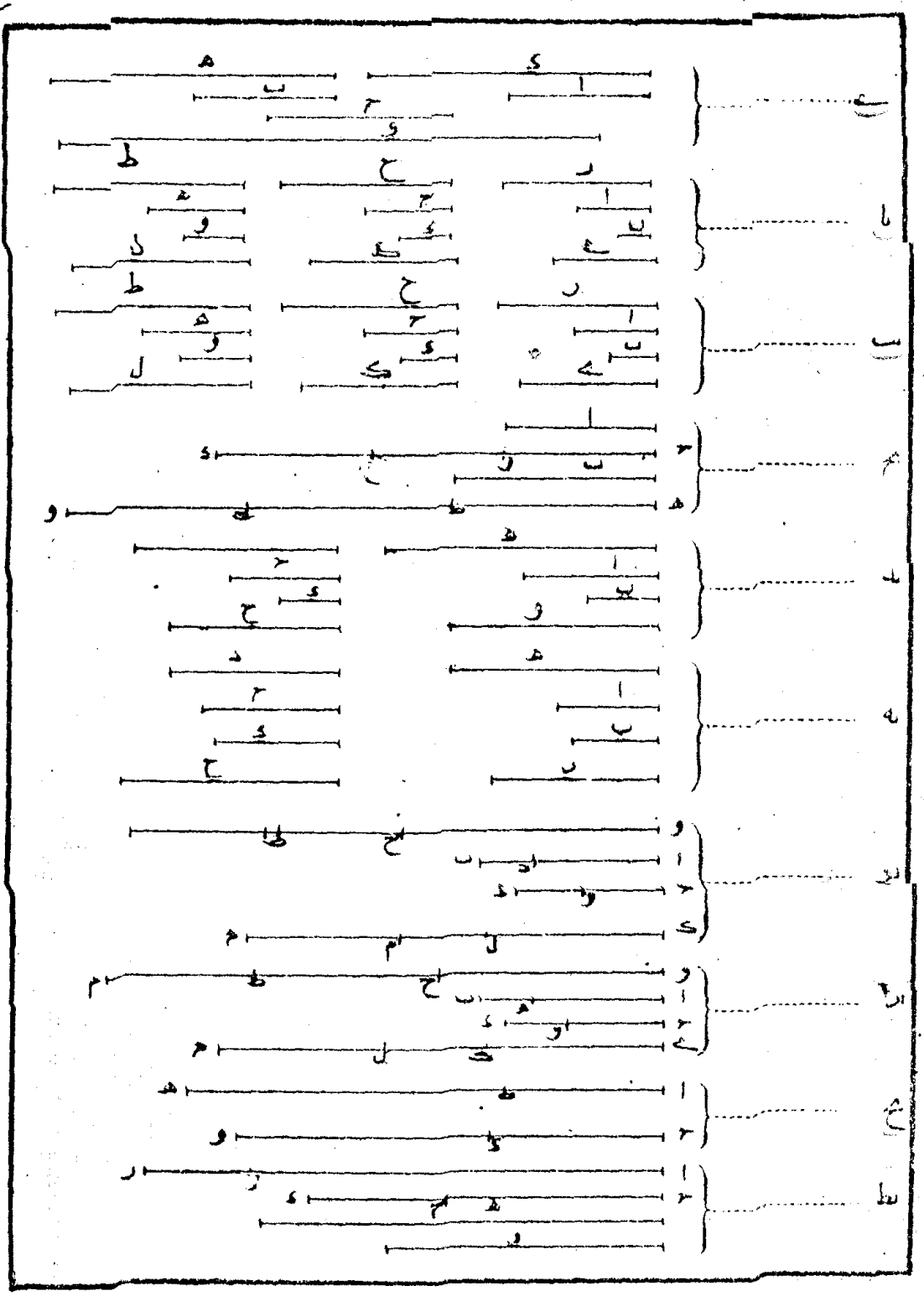
تنبیه اکر ا ـ مقداری متادیر مرقومه‌نك هربرندن اعظم اولور ایسه و مقداری دخی مقادیر مذکوره‌نك هربرندن اصغر اولور

(و بلد)

1364



135



اصول هندسه دن مقالهٔ سادسه

الحدود

۱ اشكال متشابههٔ مستقيمة الاضلاع اولدركه نظير نظيره مساوى زاويه لرى محيط اولان ضلعلر متناسب اوله

۲ اشكال متشابهه نك ضلع نظيرلرى اولدركه نظير نظيره مساوى اولان زوايه لره وتر واقع اوله

۳ هر ايكى شكل مستقيم الاضلاعك ضلعلرينك متكافيه نسبتى اولدركه مقدم اول ايله تالى ثانى شكل واحده واقع اوله

۴ اوچ مقدار متناسب دن وسطده واقع اولانه وسط متناسب تسميه اولنوب اوچنجيه ثالث متناسب اطلاق اولنور

۵ درت مقدار متناسب دن درد نجيه رابع متناسب تسميه اولنور

۶ هر نقدر مقادير على الولاء متناسب اوله لر اولك ثالثه نسبتى يله اولك ثانى يه نسبتى كبى مثناة بالتكرير دينلور وكذا اولك رابعه نسبتى يله اولك ثانى يه نسبتى كبى مثلثة بالتكرير دينلوب بو منوال اوزره بر بر زايد ايدر

۷ وسط وطرفين نسبتى اوزره تقسيم اولنمش خط اولدركه خط مرقوم كاملك قسم اطولنه نسبتى قسم اطول مز بورك قسم اقصرينه نسبتى كبى اوله

✻دعوی ا نظری✻

اشکال متوازیة الاضلاع یاخود مثلثات برارتفاعده واقع اولسه لر
هربرینك نظیرنظیره نسبتی قاعده لرینك نسبتی کبی اولور
مثلا اب حد احدی مثلثلری یاخود هدح و متوازی الاضلاعلری
برارتفاعده واقع اولسه لرنسبة قاعدة ب ح الی قاعدة حد کنسبة
مثلث اب ح الی مثلث احد یاخود کنسبة متوازی الاضلاع هد ح
الی متوازی الاضلاع حو اولور * زیرا ب د خطی طرفینك
استقامت اوزره اخراج اولنوب برطرفندن ب ح خطنه مساوی
هرقنغی ب د ر ح امثالی قطع وطرف اخرندن حد خطنه مساوی
هرقنغی وط طه ب ح امثالی دخی قطع اولنه بعده ا نقطه سیله
اشبو نقاط حادثه یعنی ار اح اط اه اك خطلریله وصل اولندقده
حب د ر ح مقدارلری بربرینه مساوی اولدیغندن احب اد ر
ارح مثلثلری دخی بربرینه مساوی اولور لر (ر ك) امدی ب ح
قاعده سنك اضعافی ح ح اولدیغی کبی اب ح مثلثنك دخی اولقدر
اضعافی اح ح مثلثی اولوب وکذا حد قاعده سنك اضعافی ح ك
اولدیغی کبی احد مثلثنك دخی اولقدر اضعافی احك مثلثی
اولدیغندن ح ح قاعده سی ح ك قاعده سندن زائد ایسه اح ح
مثلثی دخی احك مثلثندن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی
واکر ناقص ایسه ناقص اولور لکن ب ح قاعده سیله اب ح مثلثنك
هرقنغی اضعاف متساویه لری ح ح قاعده سیله اح ح مثلثی اولوب
وکذا حد قاعده سیله احد مثلثنك هرقنغی اضعاف متساویه لری ح ك
قاعده سیله احك مثلثی اولدیغندن نسبة قاعدة ب ح الی قاعدة حد
کنسبة مثلث اب ح الی مثلث احد اولور (ه ج) وینه
هد متوازی الاضلاعی اب ح مثلثنك ضعفی اولوب (ا ل) حو

دخی احو مثلثك ضعفی اولدیغندن نسبة مثلث اـح الی مثلث احو
کنسبة شکل حوهـ الی شکل حو اولور (ه ح) امدی انفا
اثبات اولندیغی وجهله اوزره قاعدهٔ ـح : قاعدهٔ حو :: مثلث
اـح : مثلث احو اولدیغندن نسبة قاعدة ـح الی قاعدة حو
کنسبة شکل حوهـ الی شکل حو اولور (ه ا) مطلوب ثابت اولور
نتیجه اشکال متوازی الاضلاع یاخود مثلثات ارتفاعات متساویه ده
واقع اولسه لرهربرینك نظیر نظیره نسبتی قاعده لرینك نسبتی کبی اولور

دعوی ـ نظری

قواعد متساویه ده واقع اشکال متوازیة الاضلاع یاخود مثلثلر دن
هربرینك نظیر نظیره نسبتی انلرك ارتفاعلرینك نسبتی کبی اولور
مثلا اـ وهـ قاعدتین متساویتین اوزرنده واقع اـح وهر
مثلثلرینك ارتفاعلری حع وط اولسه نسبة مثلث اـح الی مثلث
وهو کنسبة ارتفاع حع الی ارتفاع وط اولور * زیرا اـ
اوزرینه اولا ـ نقطه سندن حع خطنه مساوی ـے عمودی
اخراج اولنوب اشبو عموددن وط خطنه مساوی ـك دخی قلع
اولنه بعده اـے اك ـے حع خطلری وصل اولندقده حع ـے
خطلری بالعمل بربرینه مساوی اولوب اـ دخی مشترك اولدیغندن
اـح اـے مثلثلری متساویین اولورلر (ح ا) وکذا اـ وهـ
خطلری بالفرض بربرینه مساوی اولوب وط ـك دخی بالعمل
متساویین اولدیغندن اـك وهو مثلثلری متساویین اولورلر
(ح ا) لکن مثلث اـے : مثلث اـك :: خط ـے : ـك اولدیغندن
(ا) نسبة مثلث اـح الی مثلث وهو کنسبة خط ـے الی خط
ـك یعنی کنسبة ارتفاع حع الی ارتفاع وط اولور امدی
اشکال متوازیة الاضلاع دخی اشبو قاعده لرایله اشبو ارتفاعلرده

واقع اولدقده مثلثات مرقومه لرك ضعفی اولديغندن ارتفاعات مذكوره لرك بربرينه نسبتی اشكال متوازية الاضلاعلرك دخی بربرينه نسبتی كبی اولوب (ه ح) مطلوب ثابت اولور

نتيجه مثلثات متساويه نك قاعده لری مساوی اولسه انلرك ارتفاعلری دخی مساوی اولورواكر ارتفاعلری مساوی اولسه انلرك قاعده لری دخی مساوی اولور

نتيجه اشبو دعوی ايله دعوای مقدمدن معلوم در كه مستطيللرك برر ضلعی مساوی اولسه اخر ضلعلرك بربرينه نسبتی مستطيللرك بربرينه نسبتی كبی اولور

دعوی ح نظری

هر مثلثك داخلنده رسم اولنان خط مستقيم برضلعنه موازی اولسه خط مرقوم ضلعين اخرينی علی وجه التناسب تقسيم ايدر واكر ضلعين اخرينی علی وجه التناسب تقسيم ايلسه خط مزبور ضلع باقی يه موازی اولور مثلا اب حمثلثنك داخلنده رسم اولنان وه خطی ب ح ضلعنه موازی اولسه نسبة اه الی ءب كنسبة اه الی ه ح اولور * زيرا ه ح ی خطلری وصل اولندقده حادث اولان ءب ه وح ه مثلثلری وه ب ح خطين متوازيين بيننده وه قاعده سی اوزرنده واقع اولدقلرندن بربرينه مساوی اولورلر (الا) امدی مقاديم متساويه دن هر برينك مقدار واحد اخره نسبتلری مساوی اولديغندن (ه ط) ءب ه وح ه مثلثلرينك اه مثلثنه نسبتلری مساوی اولور لكن برار تفاعده واقع اولان مثلثلرك بربرينه نسبتی انلرك قاعده لرينك بربرينه نسبتی كبی اولديغندن (ا) نسبة ءب الی اء كنسبة مثلث ءب ه الی مثلث اه اولور وكذا ه ح : ها :: مثلث ءح ه : مثلث اه

اولوب نسبة ی ـ الی ا کنسبة هـ ح الی هـ ا اولدیغندن (ه ـ ا) عکس طریقیله دخی ا ی : ی ـ :: ا هـ : هـ ح اولورونه ا ـ ا ح ضلعلری ی هـ نقطه لرنده علی وجه التناسب تقسیم اولنوب یانی وصل اولندقده ی هـ ـ ح خطلری متوازیین اولورلر * زیرا ـ هـ ح خطلری وصل اولندقده نسبة ی ـ الی ا کنسبة مثلث ی هـ الی مثلث ی هـ ا اولوب (ا) هـ ح : هـ ا :: مثلث ی هـ ح : مثلث ی هـ ا اولور (ا) امدی نسبة ی ـ الی ا کنسبة هـ ح الی هـ ا بالعمل اولدیغندن مثلث ی هـ ـ : مثلث ی هـ ا :: مثلث ی هـ ح : مثلث ی هـ ا اولور (ه ـ ا) لکن مقادیردن هر بریندن مقدار واحد آخره نسبتلری مساوی اولسه مقادیر مرقومه لر دخی بربرینه مساوی اولدیغندن (ه ـ) ی هـ ـ هـ ح مثلثلری متساویین اولورلر امدی اشبو متساویین اولان مثلثلری ی هـ قاعده سی اوزرنده واقع اولدقلرندن انلرك ارتفاعلری دخی مساوی اولغین (نتیجه ٥) ی هـ ـ ح خطلری متوازیین اولوب مطلوب ثابت اولور نتیجه مثلث مذکوردن ضلعین مرقومینك بربرینه نسبتی هرقنغی ایکی قسملرینك بربرینه نسبتی کبی اولوب (ه ـ و ه) مرقوم ضلعلرك قسم نظیرلری دخی متناسب اولورلر (ه ـ ه)

❋ دعوی ٤ نظری ❋

رأس مثلثده واقع زاویه یی خط مستقیم ایله تنصیف اولنسه اول خطك قاعده دن قطع ایلدیکی قسملرینك بربرینه نسبتی زاویهٔ مرقومه نی محیط اولان ضلعلرك بربرینه نسبتی کبی اولور واکر قاعده قسملرینك بربرینه نسبتی باقی ضلعلرك بربرینه نسبتی کبی اولسه زاویهٔ مذکوره خط مرقوم ایله تنصیف اولنور

مثلا ا ـ ح مثلثنك راسنده واقع ـ ا ح زاویه سی ای خطیله تنصیف اولنسه خط مرقوم ـ ح قاعده سندن قطع ایلدیکی ـ ی

قسمنك ى حـ قسمنه نسبتى ـا ضلعنك اح ضلعنه نسبتى كبى اولور
زيرا * ـا ضلعى ا جهتنه استقامت اوزره اخراج اولنوب حـ
نقطه سندن دا خطنه موازى حهـ دخى رسم اولندقده (ا كـ)
اح خطى دا حهـ خطين متوازيين قطع ايلديكندن حادث اولان
احهـ حاد زاويه لرى متساويتين اولوب (ا ط) حاد زاويه سى
ـاى زاويه سنه بالفرض مساوى اولديغندن ـاى احهـ زاويه لرى
دخى متساويتين اولورلر وكذا ـهـ خطى اى هـ حـ خطين متوازيين
قطع ايلديكندن حادث اولان ـاى اهـ حـ زاويه لرى متساويتين
اولوب (ا ك) احهـ زاويه سى ـاى زاويه سنه مساوى اولديغندن
احهـ زاويه سى اهـ حـ زاويه سنه اهـ ضلعى دخى اح ضلعنه
مساوى اولور (ا و) امدى ـهـ حـ مثلثك داخلنده واقع اى
خطى مثلث مرقومك هـ حـ ضلعنه موازى اولديغندن نسبة ـى
الى ى حـ كنسبة ـا الى اهـ اولور (ح) ياخود اهـ اح متساويين
اولديغندن ـى : ى حـ :: ـا : اح اولور واكر نسبة ـى الى ى حـ
كنسبة ـا الى اح اولسه ـاح زاويه سى اى خطيله تنصيف
اولنور * زيرا عمل اول بنا اولندقده نسبة ـى الى ى حـ كنسبة ـا
الى اح بالفرض اولديغندن ـى : ى حـ :: ـا : اهـ اولوب
(ح) نسبة ـا الى اح كنسبة ـا الى اهـ دخى اولغله اح اهـ
متساويين اولوب (ه ـ) اهـ حـ زاويه سى احهـ زاويه سنه مساوى
اولور (ا ل) امدى اهـ حـ ـاى زاويه لرى متساويتين اولوب
(ا ك) احهـ حاد زاويه لرى دخى متساويتين اولديغندن (ا ك
ـاى زاويه سى حاد زاويه سنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوى ل نظرى *

برمثلث زوايا سى مثلث آخر زوايا سنه نظير نظيره مساوى اولسه لر

مساوی زاویه لری محیط اولان ضلعلری متناسب اولورلر واکر
زوایای مرقومه یی محیط اولان ضلعلر متناسب اولسه لر اول
مثلثلرك زوایاسی دخی نظیر نظیره مساوی اولورلر

مثلا زوایاسی نظیر نظیره مساوی اولان اح وهو مثلثلرنده
مساوی زاویه لر اح هدو اولسه لرانلری محیط اولان ضلعلر یعنی
نسبة اب الی اح کنسبة وهـ الی وو اولور * زیرا وهـ ضلعنه
مساوی ار قطع دو ضلعنه مساوی اج دخی قطع اولنوب رج
وصل اولندقده مثلث اولان اجر مثلثك ار اح ضلعلری وهـ
مثلثك وهـ دو ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب ا زاویه سی
و زاویه سنه مساوی اولدیغندن ارج زاویه سی دخی وهـو
زاویه سنه مساوی اولور (ا ی) لکن وهـو زاویه سی اح
زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن ارج زاویه سی دخی اح
زاویه سنه مساوی اولوب رج ح خطلری متوازیین اولورلر
(ا ع) امدی رج ح خطلری متوازیین اولدیغندن
نسبة اب الی اح کنسبة ار الی اج اولوب (نتیجه) ار خطی وهـ
خطنه اج دخی وو خطنه بالعمل مساوی اولغین اب : اح :: وهـ
: وو اولور واکر نسبة اب الی اح کنسبة وهـ الی وو یاخود
نسبة اب الی ح کنسبة وهـ الی هـو اولسه اح مثلثك
زوایاسی وهـو مثلثك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولورلر * زیرا
عمل اول بنا اولندقده نسبة اب الی اح کنسبة ار الی اج بالفرض
اولدیغندن رج ح متوازیین اولوب (ح) ارج مثلثك زوایاسی
اح مثلثك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولورلر امدی وجه
مشروح اوزره نسبة اب الی ح کنسبة ار الی رج اولوب
اب : ح :: وهـ : هـو بالفرض اولدیغندن نسبة ار الی رج
کنسبة وهـ الی هـو اولورلکن ار ضلعی وهـ ضلعنه بالعمل

مساوی اولدیغندن رح دخی هو ضلعنه مساوی اولمغله (ه ـ)
وهو مثلثك زوایاسی ارح مثلثك زوایاسنه (ر د) یاخود ا ـ ح
مثلثك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی و نظری

هرقنغی مثلثدن برزاویه مثلث آخرین برزاویه یه مساوی اولوب
اولزاویه لری محیط اولان ضلعلرمتناسب اولسه لراول مثلثلرك
زوایاسی نظیر نظیره مساوی اولورلر

مثلا ا ـ ح مثلثندن ازاویه سی وهو مثلثندن ز زاویه سنه مساوی
اولوب نسبة ا ـ الی اح کنسبة وه الی وز اولسه اول مثلثلرك زوایاسی
نظیر نظیره مساوی اولورلر * زیرا وه ضلعنه مساوی ار قطع وز
ضلعنه مساوی اح دخی قطع اولنوب رح وصل اولندقده ار اح
ضلعلری وه وز ضلعلرینه بالعمل مساوی اولوب ا زاویه سی ز
زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن رح دخی هو ضلعنه
مساوی اولمغین ارح مثلثی وه ومثلثنه مساوی اولور (ای) امدی
نسبة ا ـ الی اح کنسبة ار الی اح بالفرض اولدیغندن رح ـ ح
خطلری متوازیین اولوب (ح) ارح زاویه سی ا ـ ح زاویه سنه
اح رزاویه سی اح ـ زاویه سنه مساوی اولمغین (ا ٩) ا ـ ح
مثلثك زوایاسی ارح مثلثك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولدیغندن
وهو مثلثك زوایاسنه دخی مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی د نظری

هرمثلث قائم الزاویه نك زاویهٔ قائمه سندن وتری اوزرینه
اخراج اولنان عمود وترمرقوملك قسملری بینده وسط متناسب
اولوب زاویهٔ قائمه یی محیط اولان ضلعلردن هربری وترقائمه ایله

قسم مجاورلری بیننده وسط متناسب اولورلر

مثلا ا ـ مثلث قائم الزاویه نك ح زاویهٔ قائمه سندن ا ـ وتری اوزرینه اخراج اولنان ح د عمودی وترمرفوملك ا د ـ قسملری بیننده وسط متناسب اولوب زاویهٔ مرفومه یی محیط اولان ضلعلردن ا ح ضلعی ا ـ ا د بیننده ـ ح ضلعی دخی ا ـ د بیننده وسط متناسب اولورلر * زیرا ـ د ح ا ح ـ زاویه لری متساویتین اولوب (ا ح) ـ زاویه سی زاویهٔ مشترکه اولدیغندن د ـ ح مثلثك زوایاسی ا ـ ح مثلثك زوایاسنه نظیرنظیره مساوی اولورلر (النتیجه) وبو مثللو اثبات اولنورکه ا د ح مثلثك زوایاسی ا ـ ح مثلثك زوایاسنه نظیرنظیره مساوی اولغین ا د ح ـ د ح مثلثلرینك زوایاسی دخی نظیرنظیره مساوی اولورلرامدی برمثلثك زوایاسی مثلث اخرزوایاسنه مساوی اولسه اولزاویه لری محیط اولان ضلعلردخی متناسب اولدیغندن (لا) نسبة ا ا الی ح د کنسبة ح د الی د ـ اولور وکذا ا د ح ـ د ح مثلثلرندن هربرینك زوایاسی ا ـ ح مثلثك زوایاسنه نظیرنظیره مساوی اولدیغندن نسبة ا ـ الی ا ح کنسبة ا ح الی ا د اولغین ا ـ : ـ ح :: ـ ح : ـ د اولوب (لا) مطلوب ثابت اولور نتیجه ا ح ـ نصف دائره سی رسم اولنوب هرقنقی ح نقطه سندن ا ـ قطری اوزرینه اخراج اولنان ح د عمودی ا د ـ خطلری بیننده وکذا ا ح وتری ا ـ ا د خطلری بیننده وکذا ـ ح وتری ا ـ د خطلری بیننده وسط متناسب اولورلر

* دعوی ح عملی *

هرایکی خط مستقیم معلوم ایچون ثالث متناسب استخراجنك طریقیدر مثلا ا ـ خطلری ایچون ثالث متناسب استخراجی مراد اولنسه اولا ح نقطه سنده برزاویه احداث ایلك شرطیله ح و ح ر خط

غیر محدود لری رسم اولنوب ا خطنه مساوی حو قطع ـ
خطنه مساوی حه و خطلری دخی قطع اولنه بعده و
ه نقطه لری بلنی وصل اولنوب وه خطنه موازی ور
دخی رسم اولنسدقده هر خطی ثالث متناسب اولور * زیرا
حور مثلثنده ور وه خطلری بالعمل متوازیین اولدیغندن
نسبة حو الی وو کنسبة حه الی هر اولوب (ح) وو خطی دخی بالعمل
حه خطنه مساوی اولدیغندن نسبة حو الی حه کنسبة حه الی هر
اولور امدی حو خطی ا خطنه حه دخی ـ خطنه بالعمل مساوی
اولغین نسبة ا الی ـ کنسبة ـ الی هر اولوب مطلوب ثابت اولور
تنبیه بوندن اقدم ذکر اولنان دعوی ایله دخی ثالث متناسب استخراجی
ممکندر

❋دعوی ط عملی❋

هر اوج خط مستقیم معلوم ایچون رابع متناسب استخراجنك طریقیدر
مثلا ا ـ حـ خطلری ایچون رابع متناسب استخراجی مراد اولنسه
اولا و نقطه سنده برزاویه احداث ایلك شرطیله ور وح خط
غیر محدود لری رسم اولنوب وه خطی ا خطنه وو خطی ـ
خطنه هر خطی حـ خطنه مساوی قطع اولنه بعده هو نقطه لری
وصل اولنوب هو خطنه موازی رح دخی رسم اولنسدقده
وح خطی رابع متناسب اولور * زیرا ورح مثلثنده هو رح
خطلری متوازیین اولدیغندن نسبة وه الی وو کنسبة هر
الی وح اولور (نتیجه حـه) امدی وه خطی اخطنه وو دخی
ـ خطنه هر دخی حـ خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن
نسبة ا الی ـ کنسبة حـ الی وح اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ـ عملی❋

هر ایکی خط مستقیم معلوم بینده وسط متناسب استخراجنك طریقیدر

مثلا ا ـ خطلری بیتنده وسط متناسب استخراجی مراد اولنه
اولا حر خط مستقیم غیر محدودی رسم اولنوب اوزرنده ا خطنه
مساوی حه قطع ـ خطنه مساوی هه دخی قطع اولنه بعده حر
خطی اوزرینه حوه نصف دائره سی رسم اولنوب ه نقطه سندن
محیطه قدر اخراج اولنسان هو عمودی خطین مرقومین بیتنده
وسط متناسب اولور * زیرا حو . وه وصل اولندقده وحه نصف
دائره اولدیغندن حوه زاویه سی قائمه اواوب (٣ لو) حوه مثلثی قائم
الزاویه اولور امدی زاویهٔ قائمه دن وتری اوزرینه اخراج اولنان
عمود وتر مرقومك قسملری بیتنده وسط متناسب اولدیغندن (ر
هو خطی حه هه خطلری بیتنده وسط متناسب اواوب حه
خطی ا خطنه هه دخی ـ خطنه مساوی اولدیغندن هر
خطی ا ـ خطلری بیتنده وسط متناسب اواوب مطلوب ثابت اولور

* دعوی ما عملی *

برخط مستقیم معلومی بروجهله ایکی قسمه تقسیم ایتمك مراد اولنسه
قسملرك بربرینه نسبتی آخر ایکی خط مستقیمك بربرینه نسبتی کبی اولا
مثلا حو خط مستقیم معلومی بروجهله ایکی قسمه تقسیم ایتمك
مراد اولنسه که قسملرك بربرینه نسبتی ا ـ خطین مستقیمین
آخرینك بربرینه نسبتی کبی اوله طریقی اولدرکه اولا حو نقطه سندن
حز خطیله برزاویه احداث ایلمك شرطیله حز خطه
غیر محدودی رسم اولنوب ا خطنه مساوی حو قطع ـ
خطنه مساوی ور دخی قطع اولنه بعده زی وصل اولنوب
اکا موازی وه دخی رسم اولندقده حز خط معلومی ه
نقطه سنده مطلوب اوزره تقسیم اولنور * زیرا حور مثلثنده
وه زی خطلری متوازیین اولدیغندن نسبته حه الی ه

کنسبة حو الی ور اولور (ح) امدی حو خطی ا خطنه
ور دخی ـ خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن نسبة حه الی هو
کنسبة ا الی ـ اولوب (ه ط) مطلوب ثابت اولور

تنبیه اشبو طریق ایله برخط مستقیم معلومك مثلا حو خطنك ثالثی
وبارابعی ویا آخر برجزئی اخذ ایتمك ممکندر زیرا حو خطی
جزء مطلوبك اضعافی اولدیغی کبی حر دخی حو خطنك
اولقدر اضعافی اولمق اوزره اعمال اولنوب رو وهه خطلری
وجه سابق مثللو رسم اولندقده حه خطی جزء مطلوب اولور

❋دعوی سه نظری❋

اکر درت خط مستقیم متناسب اولسه لر طرفینك مستطیلی وسطینك
مستطیلنه مساوی اولورواکر طرفینك مستطیلی وسطینك
مستطیلنه مساوی اولسه اول درت خط متناسب اولورلر

مثلا نسبة ا ـ الی حو کنسبة هه الی و اولسه ا ـ و مستطیلی
حو هه مستطیلنه مساوی اولور * زیرا ا ـ خطی اوزرینه
اولا ـ نقطه سندن و خطنه مساوی ـر عمودی اخراج اولنوب
حو خطی اوزرینه دخی ز نقطه سندن هه خطنه مساوی زح
عمودی اخراج اولنه بعده زح خطندن ـر خطنه مساوی
زط قطع ایدرل حو ح کی مستطیللری دخی تکمیل اولنوب
زح خطنه موازی ط ـ رسم اولندقده نسبة مستطیل ار
الی مستطیل حط کنسبة قاعدة ا ـ الی قاعدة حو اولوب
(نتیجه) وکذا نسبة ا ـ الی حو کنسبة هه الی و یا خود بالعمل
انلره مساوی اولان کنسبة زح الی زط اولدیغندن مستطیل ار :
مستطیل حط :: خطزح : خطزط اولور (ه ما) لکن قواعد
متساویه ده واقع اولان مستطیللرك بربرینه نسبتی انلرك ارتفاعلرینك

نسبتی کبی اولدیغندن (ـ) نسبة مستطیل وح الی مستطیل وط
کنسبة خطوح الی خطوط واولوب مستطیل اد : مستطیل وط
:: مستطیل وح : مستطیل وط اولور (ه یا) امدی مقادیردن
هر برینك مقدار واحد آخره نسبتلری مساوی اولسه مقادیر مرقومه لر
دخی بربرینه مساوی اولمغله (ه ـ) اد مستطیلی وح مستطیلنه
مساوی اولورواکر طرفین مستطیلی اولان اد وسطین مستطیلی
اولان وح شکلنه مساوی اولسه نسبة اـ الی وی کنسبة هـ الی ر
اولورزیرا عمل اول بنا اولندقده ارتفاعات متساویه ده واقع اولان
مستطیللرك بربرینه نسبتی انلرك قاعده لرینك بربرینه نسبتی کبی اولغین
(نتیجه) نسبة مستطیل اد الی مستطیل وط کنسبة خطاد
الی خطوی اولوب اد وح مستطیللری بالفرض متساویین
اولدیغندن نسبة مستطیل وح الی مستطیل وط کنسبة خطاد
الی خطوی اولور (ه ط) لکن نسبة مستطیل وح الی مستطیل وط
کنسبة خطوح الی خط وط یاخود ـ ر اولدیغندن
(نتیجه) اـ : وی :: وح : ـ ر اولور (ه یا) امدی وح
خطی هـ خطنه ـ ر خطی وخطنه مساوی اولدیغندن نسبة اـ
الی وی کنسبة هـ الی و اولوب (ه ط) مطلوب ثابت اولور

دعوی ح نظری

اکر اوح خط مستقیم متناسب اولسه لر طرفینك مستطیلی وسطك
مربعنه مساوی اولور واکر طرفینك مستطیلی وسطك مربعنه
مساوی اولسه اول اوح خط متناسب اولورلر

مثلا نسبة اـ الی وی کنسبة وی الی هـ اولسه اـ هـ
خطلرینك مستطیلی وی خطنك مربعنه مساوی اولور * زیرا
اـ خطی اوزرینه ـ نقطه سندن هـ خطنه مساوی ـ ط

عودى اخراج اولنوب اط مستطيلى تكميل اولنه بعده حو خطى اوزرينه دخى حر مربعى اعمال اولنوب حو خطنه مساوى و خطى دخى اخذ اولندقده حو و خطلرى متساويين اولوب نسبة اب الى حو كنسبة حو الى هـ بالفرض اولديغندن اب : حو :: و : هـ اولوب اشبو درت خط مستقيم متناسب اولغين طرفين اولان اب هـ خطلرينك مستطيلى وسطين اولان حو و خطلرينك مستطيلنه مساوى اولور (ب) امدى حو وخطلرى بالعمل متساويين اولديغندن حو وخطلرينك مستطيلى حو خطنك مربعنه مساوى اولغين اب هـ مستطيلى دخى حو مربعنه مساوى اولور واكر اب هـ مستطيلى حو مربعنه مساوى اولسه نسبة اب الى حو كنسبة حو الى هـ اولور * زيرا عمل اول بنا اولندقده اب هـ مستطيلى حو مربعنه بالفرض مساوى اولديغندن حو خطنك مربعى حو و خطلرينك مستطيلنه مساوى اولوب (م ـ) اب هـ مستطيلى حو و مستطيلنه مساوى اولورا مدى طرفينك مستطيلى وسطينك مستطيلنه مساوى اولان درت خط مستقيم متناسب اولغين (ب) نسبة اب الى حو كنسبة و الى هـ اولوب حو و خطلرى دخى بالعمل متساويين اولديغندن نسبة اب الى حو كنسبة حو الى هـ اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوى يد نظرى *

نظير نظيره مساوى اولان اشكال متوازية الاضلاع ياخود مثلثلرده مساوى زاويه لرى محيط اولان ضلعلرى متكافيه متناسب اولورلر واكر مساوى زاويه لرى محيط اولان ضلعلرك بريرينه نسبتى متكافيه اولسه اشكال متوازية الاضلاع ياخود مثلثلر نظير نظيره مساوى اولورلر مثلا اب حد متوازى الاضلاعلرى ياخود دوا اهر مثلثلرى

نظير نظيره مساوى اولوب واو زاويه مى راهـ زاويه سنه
مساوى اولسه نسبة وا الى اهـ كنسبة ار الى ار متكافيه اولور
*زيرا واهـ ضلعلرى بربرينه استقامت اوزره متصل اولوب
اح متوازى الاضلاعى دخى تكميل اولندقده واو واهـ
زاويه لرى مجموعى ايكى قائمه يه مساوى اولوب (١ ح) واهـ
زاويه مى وار زاويه سنه مساوى اولديغندن (١ ط) واو وار
زاويه لرى مجموعى دخى ايكى قائمه يه مساوى اولغين وار خطى
خط واحد مستقيم اولور (١ يد) امدى اـ اح متوازى الاضلاعلرى
بالفرض متساويين اولوب اح دخى ديكر متوازى الاضلاع
اولديغندن نسبة متوازى الاضلاع اـ الى متوازى الاضلاع اح
كنسبة متوازى الاضلاع اح الى متوازى الاضلاع اح اولور
(٥ ط) لكن نسبة اـ الى اح كنسبة او الى اهـ اولوب (١)
وكذا نسبة اح الى اح كنسبة ار الى او اولديغندن وا : اهـ
:: ار : او اولور (٥ يا) ودخى وهـ خطى وصل اولندقده
يومثلا واثبات اولنور كه نسبة مثلث واو الى مثلث اوهـ كنسبة
مثلث راهـ الى مثلث اوهـ اولديغندن وا : اهـ :: ار : او
متكافيه اولور واكر واو زاويه مى راهـ زاويه سنه مساوى اولوب
نسبة ضلع وا الى ضلع اهـ كنسبة ضلع ار الى ضلع او
متكافيه اولسه اـ اح متوازى الاضلاع سلرى باخود واو راهـ
مثلثلرى نظير نظيره مساوى اولورلر *زيرا نسبة وا الى اهـ
كنسبة ار الى او بالفرض اولوب وا : اهـ :: اـ : اح
اولديغندن (١) نسبة ار الى او كنسبة اـ الى اح اولور (٥ يا)
لكن نسبة ار الى او كنسبة اح الى اح اولديغندن (١)
اـ : اح :: اح : اح اولغين اـ متوازى الاضلاعى اح متوازى
الاضلاعنه مساوى اولور (٥ يه) امدى قاعدهٔ واحده اوزرنده

وبرارتفاعده بولنان مثلثلر متوازی الاضلاعلرك نصفی اولدیغندن
واو مثلثی راهه مثلثنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه اگر مستطیللر بربرینه مساوی اولسه لرآنلرك
ضلعلری متکافیه اولورلر واگر مستطیللرك ضلعلری
متکافیه اولسه لر مستطیللر دخی بربرینه مساوی اولورلر

❋دعوی ۵ عملی❋

برخط مستقیم محدود اوزرنده وضعی معلوم اولان برشکل مستقیم
الاضلاعه وضعنده مشابه اخر برشکل مستقیم الاضلاع رسم ایتمك طریقدر
مثلا ا ـ خطمستقیم محدودی اوزرنده وضعی معلوم اولان
دوهدور شکل مستقیم الاضلاعه وضعنده مشابه آخر برشکل
مستقیم الاضلاع رسم ایتمك مرادا اولنسه اولا در دو وصل
اولنوب ا ـ نقطه لرنده وحد حدود زاویه لرینه نظیرنظیره
مساوی ـاے اے زاویه لری رسم اولنه بعده ـ ے نقطه لرنده
دخی ردو ودو زاویه لرینه نظیر نظیره مساوی ے ـط ـ ے ـط
زاویه لری رسم اولنوب دوهد ودهد زاویه لرینه نظیرنظیره مساوی
ـطع طـع زاویه لری دخی رسم اولندقده حاصل اولان
مثلثلرك هربرنده واقع ایکی زاویه نظیری اولان مثلثلرك هربرندن
ایکی زاویه یه مساوی اولدیغندن باقی قلان زاویه لردخی بربرینه
مساوی اولورلر (نتیجه کـه) امدی اے ـ ے ـط زاویه لری
مجموعی حدو ودو زاویه لری مجموعنه مساوی اولوب ے ـط ـ
ـطع زاویه لری مجموعی دخی روی دوهد زاویه لری مجموعنه
مساوی اولدیغندن اے ـط زاویه سی حدو زاویه سنه ے ـطع
زاویه سی دخی دوهد زاویه سنه مساوی اولور وبومثللو اثبات
اولنورکه طع ـ ح ـا ـ اے زاویه لری وهدی هدح وحد

زاویه لرینه علی الترتیب مساوی اولدیغندن اح طے شکلی
حوهور شکلنه وضعده مشابه اولوب اشبو بربرینه علی الترتیب
مساوی اولان زاویه لری محیط اولان ضلعلردخی متناسب اولور
زیرا * اے حرد مثلثلری متشابهین اولدیغندن اے : ے
:: حر : رد (لا) یاخود اے : حر :: ے : رد اولوب (ه ه)
وکذا ے ط : ے : : رو : رد (لا) یاخود ے ط : رو
ے : رد اولور (ه ه) امدی نسبة واحده یه مساوی
اولان نسبتلر بربرینه مساوی اولدقلرندن (ه ا) اے : حر :
ے ط : رو یاخود اے : ے ط :: حر : رو اولور (ه ه)
وبو مطلوب اثبات اولنورکه طح ـا زاویه لرینی محیط اولان ضلعلرایله
وهد ح زاویه لرینی محیط اولان ضلعلرمتناسب اولغین اے خط
مستقیم محدودی اوزرنده رسم اولنان اح طے شکلی معلوم
الوضع اولان حوهور شکلنه وضعده مشابه اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ۱۶ نظری

هر قسمی مربعلرك بربرینه نسبتی انلرك ضلعلرینك
بربرینه نسبتی کبیدر مثناة بالتکریر

مثلا اح و مربعلرینك ضلاری اے وهد اولسه مرقوم مربعلرك
بربرینه نسبتی اے وهد ضلعلرینك بربرینه نسبتی کبیدر مثناة بالتکریر
* زیرا اے وهد خطلری ایچون اولا ر خطی ثالث متناسب اخذ
اولنوب (ع) اے ضلعی ـ جهتنه استقامت اوزره اخراج اولنه بعده
ر خطنه مساوی اح قطع اولنوب اط مستطیلی دخی تکمیل
اولندقده اے وهد اح اشبو اوح خط علی الولاء متناسب اولغله
اے اح مستطیلی یعنی اط شکلی و مربعنه مساوی اولور (ح
امدی اط و متساویین اولوب نسبة اح الی اط کنسبة اے

الى اح اولديغندن (پتجحـه) نسبة مربع اح الى مربع وو كنسبة اب الى اح اولور (ه ط) وكذا اح خطى بالعمل در خطنه مساوى اولديغندن نسبة مربع اح الى مربع وو كنسبة اب الى در يعنى كنسبة اب الى وهـ مثناة بالتكرير اولوب (حـ) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوى ير نظرى ❋

هر مثلثات متشابهه نك بر برينه نسبتى آنلرك ضلع نظيرلرى مربعلرينك نسبتى كبيدر يعنى اولضلعلرك بر برينه نسبتى مثناة بالتكرير اولور مثلا اب حـ وهـ و مثلثين متشابهينك ضلع نظيرلرى اب وهـ اولسه لرنسبة مثلث اب حـ الى مثلث وهـ و كنسبة مربع اب الى مربع وهـ اولور * زيرا اب وهـ ضلعلرى اوزرينه اب دل مربعلرى رسم اط هـ ك خطلرى وصل اولنوب حر وع عمودلرى دخى اخراج اولندقده اب حـ وهـ و مثلثلرى بالفرض متشابهين اولديغندن نسبة اح الى اب كنسبة وو الى وهـ (حـ) باخود بدل طريقيله اح : وو :: اب : وهـ اولور (ه يه) وكذا اح وع و مثلثلرى متشابهين اولديغندن نسبة اح الى حر كنسبة وو الى وع (ل) باخود اح : وو :: حر : وع اولور (ه يه) امدى نسبة واحده يه مساوى اولان نسبتلر بر برينه مساوى اولدقلرندن (ه يا) نسبة حر الى وع كنسبة اب الى وهـ باخود حر : اب :: وع : وهـ اولور (ه يه) لكن قواعد متساويه اوزرنده واقع اولان مثلثلرك بر برينه نسبتى آنلرك ارتفاعلرينك نسبتى كبى اولديغندن (ب) نسبة مثلث اب حـ الى مثلث اط حـ كنسبة حر الى اط يعنى الى اب اولور وبو مثلو اثبات اولنوركه نسبة مثلث وهـ و الى مثلث وكهـ كنسبة وع الى وك يعنى الى وهـ اولوب آنفا مرور ايلديكى وجهه اوزره

حر : اب :: وح : وه اولديغندن نسبة مثلث اح الى مثلث
اطـ كنسبة مثلث وهو الى مثلث وكه اولور (ه ما) امدى
اب مربعى اطـ مثلثنك ضعفى اولوب (ا لك) كل مربعى دخى
وكه مثلثك ضعفى اولديغندن نسبة مثلث اح الى مثلث وهز
كنسبة مربع اب الى مربع كل اولور (ه ح وبه) يعنى كنسبة ال
الى وه مثناة بالتكرير اولوب (لو) مطلوب ثابت اولور
نتيجه مثلثات متشابهه دن قاعده لرينك بربرينه نسبتى
ارتفاعلرينك نسبتى كبيدر

دعوى ح نظرى

هر كثيرة الاضلاع اولان اشكال متشابهه نك بربرينه نسبتى انلرك
ضلع نظيرلرى مربعلرينك بربرينه نسبتى كبيدر

مثلا اح وه ورح طـ كثيرة الاضلاع اولان شكلين متشابهينك
ضلع نظيرلرى اب ور اولسه لر نسبة شكل اح وه الى شكل
ورح طـ كنسبة مربع اب الى مربع ور اولور * زيرا هه ر
رح رط وصل اولندقده ا زاويه سى و زاويه سنه مساوى اولوب
نسبة اب الى اه كنسبة ور الى وح اولديغندن (حد) هما
حور مثلثلرى متشابهين اولمغين (و) اه‌ى وحـ ط زاويتين
متساويلينيدن اه‌ـ وحـ ر زاويتان متساويتان طرح اولندقده
هى رحـ ط زاويه لرى دخى متساويتين اولديغى حالده باقى
قالورلر لكن هى : حـ ط :: ها : حـ واولوب (حد) (ه به) ها
حـ و :: هـ : حـ ر اولديغندن (لا) (ه لد) هى : حـ ط :: هـ
حـ ر اولور (ه ما) امدى حـ هى رحـ ط زاويتين متساويتينى محيط
اولان ضلعلر متناسب اولديغندن هـ‌ى حـ رط مثلثلرى دخى
متشابهين اولورلر (و) بو مثللو اثبات اولنوركه حـ‌ى رح ط

مثلثلری دخی متشابهین اولوب مثلثات متشابهه نك بربرینه نسبتی
انلرك ضلع نظیرلری مربعلرینك بربرینه نسبتی کبی اولدیغندن (ر)
نسبة مثلث هاـ الی مثلث ےور کنسبة مربع هـ الی مربع ےر وکذا
نسبة مثلث هـ ی الی مثلث ےرط کنسبة مربع هـ الی مربع ےر
اولوب نسبت واحده یه مساوی اولان نسبتلر بربرینه مساوی
اولدیغندن (ه ا) نسبة مثلث هاـ الی مثلث ےور کنسبة
مثلث هـ ی الی مثلث ےرط اولورکه بومثللو اثبات اولنورکه نسبة
مثلث هـ ی الی مثلث ےرط کنسبة مثلث ی ـ ح الی مثلث
طرح اولدیغندن نسبة مثلث هاـ الی مثلث ےور کنسبة مثلث
هـ ی الی مثلث ےرط وکنسبة مثلث ی ـ ح الی مثلث طرح
اولور (ه ا) امدی مقدملرمجموعنك تالیلرمجموعنه نسبتی مقدم
اولك کندی تالیسنه نسبتی کبی اولدیغندن (ه س) نسبة شکل
اـ ح ه الی شکل ورح طـ ے کنسبة مثلث هاـ الی مثلث ےور
اولورلکن نسبة مثلث هاـ الی مثلث ےور کنسبة مربع اـ الی
مربع ور اولدیغندن (ر) نسبة شکل اـ ح ه الی شکل ورح طـ ے
کنسبة مربع اـ الی مربع ور اونوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر ذواربعة الاضلاع متشابهه نك بربرینه نسبتی
انلرك ضلع نظیرلری مربعلرینك نسبتی کبیدر

✻ دعوی ط نظری ✻

هر متوازیة الاضلاع یاخود مثلثائدن ایکی زاویه بربرینه مساوی
اولسه لر مرقوم شکللرك بربرینه نسبتی مساوی زاویه لری
محیط اولان ضلعلرك مستطیللرینك بربرینه نسبتی کبیدر

مثلا اـ اح متوازی الاضلاعلرنده واو راه زاویه لری متساویتین
اولسه لر نسبتاـ الی اح کنسبة مستطیل دا او الی مستطیل ار اه

اولور * زیرا وا اهد ضلعلری استقامت اوزره وضع اولنوب اح متوازی الاضلاعی دخی تکمیل اولندقده واو واهد زاویه لری مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولوب (ا مح) واهد زاویه سی واد زاویه سنه مساوی اولدیغندن (ا نه) داو واد زاویه لری مجموعی دخی ایکی قائمه یه مساوی اولوب واد خطی خط واحد مستقیم اولور (اه) امدی نسبة اب الی اح کنسبة اد الی اهد اولوب (ا) وکذا اد اهد :: مستطیل اد او : مستطیل اهد او اولدیغندن (م نتیجه) نسبة اب الی اح کنسبة مستطیل اد او الی مستطیل اهد او اولور (ه ا) وبو مثلا واثبات اولنورکه نسبة اح الی اح کنسبة مستطیل اهد الی مستطیل اهد او اولدیغندن اب : اح :: مستطیل اد او : مستطیل اد اهد اولور (ه ب ه) وینه وا اهد مثلثلرنده واو واهد زاویه لری متساویتین اولسه لرنسبة مثلث وا الی مثلث اهد کنسبة مستطیل وا او الی مستطیل را اهد اولور * زیرا وا اهد ضلعلری استقامت اوزره وضع اولنوب اب اح اح متوازی الاضلاعلری تکمیل اولندقده آنفا اثبات اولندیغی وجه اوزره نسبة اب الی اح کنسبة مستطیل وا او الی مستطیل را اهد اولور امدی وا اهد مثلثلری اب اح متوازی الاضلاعلرلک نصفلری اولدیغندن (ا ل) نسبة مثلث وا الی مثلث اهد کنسبة مستطیل وا او الی مستطیل را اهد اولوب (ه مح) مطلوب ثابت اولور

تنبیه اکثر هو وصل اولنورا بسه اشبو دعوانک قسم اخیری قسم اولهٔ محتاج اولمقسزین فقط مثلثلرایله اثبات اولنور

❀ دعوی ک نظری ❀

هرایکی صنف متناسبلردن نظیرنظیره اولان خطلرلک مستطیللری دخی متناسب اولورلر

مثلاً : حـ :: وهـ : وهـ اولوب وكذا دح : رط :: ـهـ كـ : ـهـ ل
اولسه اشبو ايكى صنف متناسبلردن نسبة مستطيل ا ـ رح الى مستطيل
حـ رط كنسبة مستطيل وهـ ـهـ كـ الى مستطيل وهـ ـهـ ل اولور
زيرا ا ـ وهـ اوزرلرينه رط ـهـ ل خطلرينه مساوى ـ د هـ ع
عمودلرى اخراج اولنوب عمودين مرقومينلدن رح ـهـ كـ خطلرينه
مساوى ـ م هـ سـ قطع اولنه بعده ام حـ د وسـ وع متوازى
الاضلاعلرى تكميل اولنوب برارتفاعده واقع اولان متوازى
الاضلاعلرك بربرينه نسبتى انلرك قاعدلرينك بربرينه نسبتى كبى
اولديغندن (ا) ام : حم :: ا ـ : حـ اولوب وكذا وسـ : وسـ ::
وهـ : وهـ اولورلكن ا ـ : حـ :: وهـ : وهـ بالفرض اولديغندن
ام : حم :: وسـ : وسـ اولوب (ه ا) بدل طريقيله دخى ام : وسـ
:: حم : وسـ اولور (ه ه) امدى قواعد متساويه ده واقع اولان
متوازى الاضلاعلرك بربرينه نسبتى انلرك ارتفاعلرينك بربرينه
نسبتى كبى اولديغندن (ـ) حم : حـ د :: ـم : ـهـ د اولوب وكذا
وسـ : وع :: هـ سـ : هـ ع اولور باخود ـم ـهـ د خطلرى
رح رط خطلرينه بالعمل مساوى هـ سـ هـ ع خطلرى دخى
ـهـ كـ ـهـ ل خطلرينه مساوى اولديغندن حم : حـ د :: رح : رط
اولوب وكذا وسـ : وع :: ـهـ كـ : ـهـ ل اولور (ه ط) لكن رح
: رط :: ـهـ كـ : ـهـ ل بالفرض اولديغندن حم : حـ د :: وسـ : وع
اولوب (ه ا) بدل طريقيله دخى حم : وسـ :: حـ د : وع اولور
(ه ه) امدى انفا اثبات اولنديغى وجه اوزره ام : وسـ :: حم
: وسـ اولديغندن ام : وسـ :: حـ د : وع اولوب (ه ا) بدل
طريقيله دخى ام : حـ د :: وسـ : وع اولور (ه ه) لكن ام شكلى
ا ـ رع مستطيلى حـ د شكلى حـ رط مستطيلى وسـ شكلى وهـ
ـهـ كـ مستطيلى وع شكلى وهـ ـهـ ل مستطيلى اولديغندن نسبة

مستطیل اب ده الی مستطیل حه رط کنسبة مستطیل وهط
ـهـ الی مستطیل وهط ـهـ اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه هر درت خط مستقیم متناسبك مربعلری دخی متناسب اولورلر

دعوی کا نظری

اکر درت مربع متناسب اولسه لرانلرك ضلعلری وقطرلری
دخی متناسب اولورلر

مثلا اح هو حـ لم مربعلری متناسب اولسه لرانلرك ضلعلری
وقطرلری دخی متناسب اولور * زیرا اب هـ حط خطلری
ایچون سه رابع متناسبی استخراج اولنوب (ط) ـو ط ـك قطرلری
دخی وصل اولندقده اب : هـ :: حط : سه بالعمل اولدیغندن
نسبة مربع اح الی مربع هو کنسبة مربع حـ الی مربع سه اولور
(نتیجه ۵) وهکذا اح : هو :: حـ : لم بالفرض اولدیغندن
نسبة مربع حـ الی مربع سه کنسبة مربع حـ الی مربع لم
یعنی الی مربع لط اولور (۵ ۱) امدی مقادیردن هر برینك مقدار
واحد آخره نسبتلری مساوی اولسه مقادیر مرقومه لر دخی بربرینه
مساوی اولمغین (۵ ـهـ) سه خطنك مربعی لط خطنك مربعنه
مساوی اولوب سه خطی لط خطنه مساوی اولور (۲۴)
بواجلدن اب : هـ :: حط : لط اولورونه اب ـی هـ ـر مثلثلری
متشابهین اولمغین اب : هـ :: ـی : ـر اولوب حط ـك لط ـك
مثلثلری دخی متشابهین اولدیغندن حط لط :: ط ـك : ط ـك اولور
(۲۵) امدی انفا اثبات اولندیغی وجهه اوزره اب : هـ :: حط لط
اولدیغندن ـی ـر :: ط ـك : ط ـك اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ـه علی

بر خط مستقیم محدودی وسط وطرفین نسبتی اوزره تقسیم ایتمك طریقیدر

مثلا ا۔ خط مستقیم محدود نی وسط وطرفین نسبتی اوزره تقسیم
ایتمك مراد اولنسه اولا ا۔ اوزرینه اح مربعی رسم اولنوب اى
ضلعی هـ نقطه سنده تنصیف ـ هـ دخی وصل اولنه بعده هذا
خطی استقامت اوزره اخراج اولنوب هـ۔ خطنه مساوی هـ و
قطع او اوزرینه دخی وح مربعی رسم اولندقده ا۔ خطی ح
نقطه سنده مطلوب اوزره تقسیم اولنور * زیرا د وخطی هـ۔
هـ و یاخود هـ۔ هذا خطلرینك مجموعنه مساوی اولوب او
خطی انلرك تفاضلنه مساوی اولدیغندن د و وا مستطیلی هـ۔
هذا مربعلرینك تفاضلنه مساوی اولور (م ٢ ح) امدی در شکلی
د و وا مستطیلنه مساوی اولوب ا۔ مربعی هـ۔ هذا مربعلرینك
تفاضلنه مساوی اولدیغندن (م نتیجه) در شکلی اح مربعنه
مساوی اولوب اشبو مساویلردن اط مشترکی طرح اولندقده
باقی فلان ار ح شکللری متساویین اولورلر لکن مساوی متوازی
الاضلاعلرك مساوی زاویه لرینی محیط اولان ضلعلرك بربرینه نسبتی
متکافیه اولدیغندن (بد) ح ط : ح ر :: ح ا : ح ـ اولورامدی ح ط خطی
اى یاخود ا۔ خطنه مساوی اولوب ح ر دخی ح ا خطنه مساوی
اولدیغندن ا۔ : ح ا :: ح ا : ح ـ اولوب (حد ٧) مطلوب ثابت اولور

دعوی ٤ عملی

بر خط مستقیمك نصفی بر مربع ضلعندن اقصر اولمامق شرطیله بولنان
خط مرقومی بر وجهله ایکی قسمه تقسیم ایتمك مراد اولنسه که
اول ایکی قسمك مستطیلی مربع مذکوره مساوی اوله

مثلا ا۔ خط مستقیمك نصفی بر مربع ضلعی اولان ح خطندن
اقصر اولمامق شرطیله بولنان مرقوم ا۔ خطنی بر وجهله ایکی قسمه
تقسیم ایتمك مراد اولنسه که اول ایکی قسمك مستطیلی ح مربعنه

مساوی اوله طریقی اولدرکه اولا ا اوزرینه ـوا نصف دائره‌سی رسم اولنوب ا اوزرینه ب نقطه سندن ح خطنه مساوی ـو عمودی اخراج اولنه بعده ا خطنه موازی وی خطی رسم ومحیطی قطع ایلدیکی د نقطه سندن ا اوزرینه وهو عمودی اقامه اولندقده ا خطی اهو نقطه سنده مطلوب اوزره تقسیم اولنور * زیرا ـوا بالعمل نصف دائره اولوب وهو دخی ا قطری اوزرینه بالعمل عمود اولدیغندن اهو هو مستطیلی وهو مربعنه مساوی اولور (د ح) امدی وهو خطی وب خطنه مساوی اولوب (الـ) وب دخی بالعمل ح خطنه مساوی اولدیغندن اهو هو مستطیلی ح مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه اگر ا خطنك نصفی ـو یاخود ح خطنه مساوی اولسه وی خطی خط تمامی اولوب اهو هو مستطیلی عطمی اولور

❋دعوی ۷ عمل❋

برخط مستقیم محدوده بروجهله خط مستقیم آخر جمع اینك مراد اولنسه که خطین مرقومین مجموعنك جمع اولنان خط اخر مستطیلی برمربع مفروضه مساوی اوله

مثلا ا خط مستقیم محدودنه بروجهله خط مستقیم آخر جمع اینك مراد اولنسه که خطین مرقومین مجموعنك جمع اولنان خط آخره مستطیلی ح خطنك مربعنه مساوی اوله طریقی اولدرکه اولا ا اوزرینه ب نقطه سندن ح خطنه مساوی ـو عمودی اخراج اولنوب ا خطی د نقطه سنده تنصیف وهو دخی وصل اولنه بعده ا خطی استقامت اوزره اخراج اولنوب وهو خطنه مساوی وی قطع اولندقده جمعی مطلوب اولان خط ـو خطی اولور * زیرا ا اوزرینه اوب نصف دائره‌سی

رسم اولنوب ره خطندن قطع ایلد یکی و نقطه سیله ی
نقطه سی بینی وصل اولنمقده ره مثلثدن ر ره ضلعلری
رو مثلثدن رو ری ضلعلرینه مساوی اولوب ر زاویه سی
مشترکه اولدیغندن ر ره زاویه سی روی زاویه سنه ره
ضلعی وی ضلعنه مساوی اولورامدی ر ره زاویه سی بالعمل
قائمه اولدیغندن روی زاویه سی دخی قائمه اولوب وی خطی و
نقطه سنده خط مماس اولمغین (۳ ے) ای ی مستطیلی رو مربعنه
یعنی ح مربعنه مساوی اولوب (۳ ط) مطلوب ثابت اولور

دعوی ۷ نظری

دوائر متساویه نك مرکزلرنده یاخود محیطلرنده واقع زاویه لرك
نظیرنظیره نسبتی انلرك قوسلرینك بربرینه نسبتی کبیدر
مثلا اح وه و مساوی دائره لرك مرکزلرنده اولان ر ره ه ح و
زاویه لری یاخود محیطلرنده واقع ا ح ه و زاویه لرینك نظیرنظیره
نسبتی ر ح ه و قوسلرینك بربرینه نسبتی کبیدر * زیرا ا ح
دائره سنك محیطی اوزرنده ر ح قوسنك هرقنتی ح ط ے مساوی
مقدارلری اخذ وکذا وه و دائره سنك محیطی اوزرنده ه و
قوسنك هرقنتی وك ك ل مساوی مقدارلری اخذ اولنوب ر ط
ر ے ح ك ح ل وصل اولنمقده ر ح ح ط ط ے قوسلری بربرینه
مساوی اولدیغندن ر ح ح ط ط ے زاویه لری دخی بربرینه
مساوی اولوب وکذا ه و وك ك ل قوسلری بربرینه مساوی
اولدیغندن ه ح و وح ك ك ل زاویه لری دخی بربرینه مساوی
اولورلر (۳ کا) امدی ے قوسی ر ح قوسنك هرقنتی اضعافی
ایسه ر ے زاویه سی دخی ر ح زاویه سنك اولقدر اضعافی
اولوب وکذا ه ل قوسی ه و قوسنك هرقنتی اضعافی ایسه ه ح ل

زاویه سی دخی هـ ح و زاویه سنك اولقدر اضعافی اولور بو تقدیرجه
ـ ـ قوسی هـ ل قوسندن زائد ایسه ـ ـ ر ـ زاویه سی دخی هـ ح ل
زاویه سندن زائد اولورواکر مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه
ناقص اولوب ـ ـ ح قوسنك هـ و قوسنه نسبتی ـ ـ ر ـ ح زاویه سنك
هـ ح و زاویه سنه نسبتی کبی اولور (٥ ـ ید) وینه ـ ـ ر ـ ح زاویه سی ـ ا ر
زاویه سنك ضعفی اولوب هـ ح و زاویه سی دخی هـ د و زاویه سنك
ضعفی اولدیغندن (٣ ید) ـ ـ ح قوسنك هـ و قوسنه نسبتی ـ ا ر
زاویه سنك هـ د و زاویه سنه نسبتی کبی اولوب (٥ ـ ح) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی کو نظری ❋

هر مثلثك راسنده واقع زاویه یی تنصیف ایدن خطك مربعیله
اولخطك قاعده دن فصل ایلدیکی قسملرك مستطیلی مجموعی
ضلعین باقیین مستطیلنه مساویدر

مثلا ا ـ ح مثلثك راسنده واقع ا ـ ح زاویه سنی تنصیف ایدن ا ـ ر
خطنك مربعیله ا ی ـ قسملرینك مستطیلی مجموعی ا ـ ح ـ مستطیلنه
مساویدر * زیرا ا ـ ح مثلثی اوزرینه ا هـ ح دائره سی رسم اولنوب
(٤ ـ ر) ح ی خطی هـ نقطه سنه دکین اخراج ـ هـ دخی وصل اولندقده
ا ح ی هـ ح ـ زاویه لری بالفرض متساویتین اولوب ح ا ی ح هـ
زاویه لری دخی مساویتین اولدیغندن ا ی ح ـ هـ ح زاویتین باقیین
بربرینه مساوی اولغین ح ا ی ح هـ ـ مثلثلری متشابهین اولوب ح ا
ح ی :: ح هـ : ح ـ اولدیغندن (٨ ـ ر) ح ا ح ـ مستطیلی ح هـ ح ی
مستطیلنه مساوی اولور (س) امدی ح هـ ح ی مستطیلی هـ ی و
مستطیلی ایله ح ی مربعی مجموعنه مساوی اولدیغندن (٢ ـ ح)
ح ا ح ـ مستطیلی دخی هـ ی ح مستطیلی ایله ح ی مربعی مجموعنه
مساوی اولورلکن هـ ی ح مستطیلی ا ی ـ مستطیلنه مساوی

اولدیغندن (٣ کر) حو مربعیله اى حـ مستطیلی مجموعی اح حـ مستطیلنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی کر نظری✻

هر مثلثك راسنده واقع زاویه سندن قاعده سی اوزرینه اخراج اولنان عمودك مثلث مرقوم اوزرینه مرسوم دائره قطرینه مستطیلی ضلعین باقیین مستطیلنه مساویدر

مثلا اـح مثلثك راسنده واقع ـحا زاویه سندن اـ قاعده سی اوزرینه اخراج اولنان حو عمودینك مثلث مرقوم اوزرینه مرسوم دائره قطرینه مستطیلی اح حـ مستطیلنه مساویدر * زیرا اـح مثلثی اوزرینه مرسوم اهخ دائره سنك حهـ قطری رسم اولنوب هـ دخی وصل اولنسه قده حاى حهـ زاویه لری متساویتین اولوب (٣ ه) اى حهـ حـ زاویه لری قائمه اولدقلرندن انلردخی متساویتین اولغین احى هحـ زاویتین باقیتین دخی متساویتین اولورلر بونقدیرجه احى هحـ مثلثلری متشابهین اولوب احـ حو:: حهـ بحـ اولدیغندن (بك) حو حهـ مستطیلی اح حـ مستطیلنه مساوی اولوب (س) مطلوب ثابت اولور

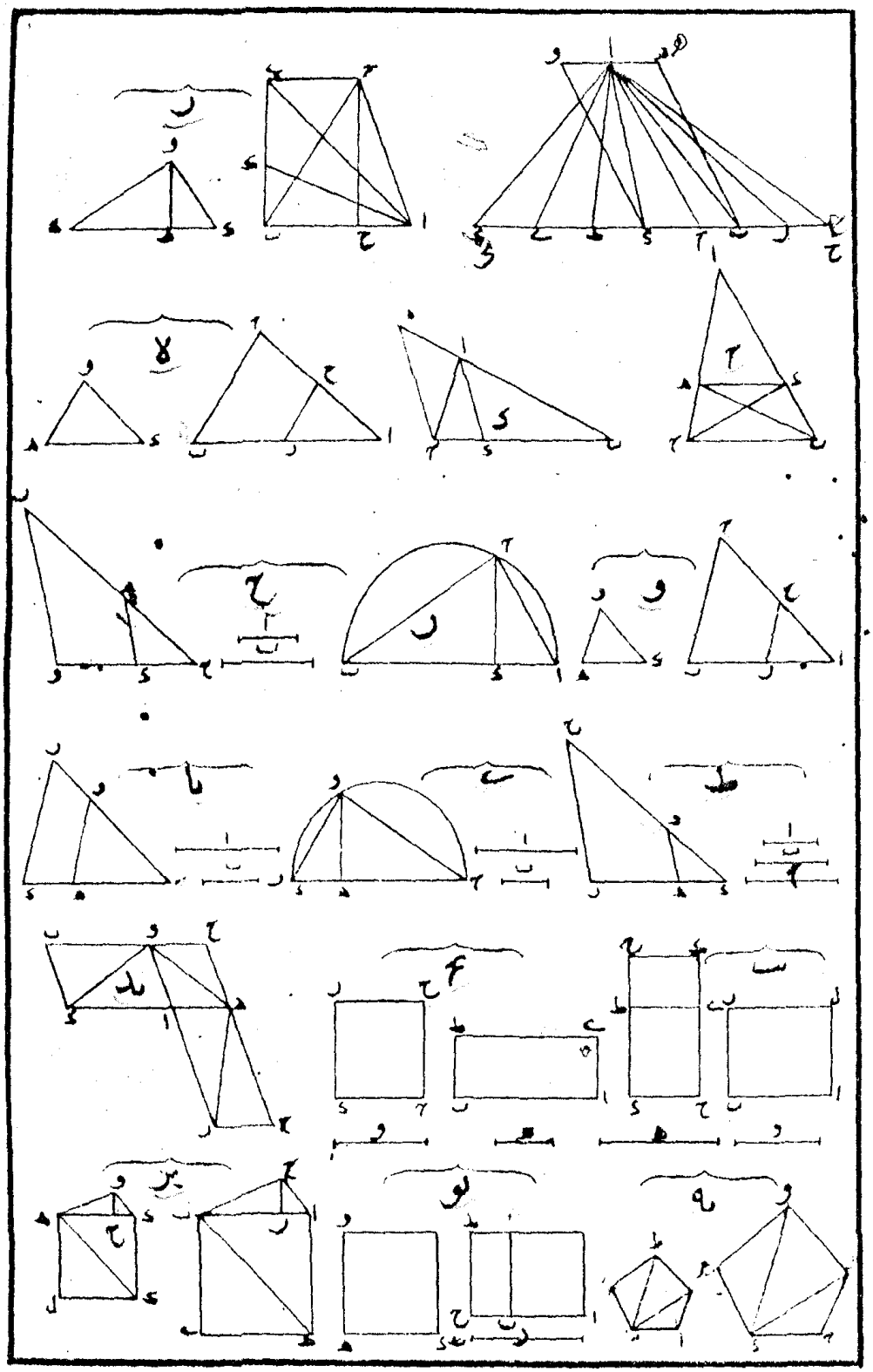
✻دعوی کا نظری✻

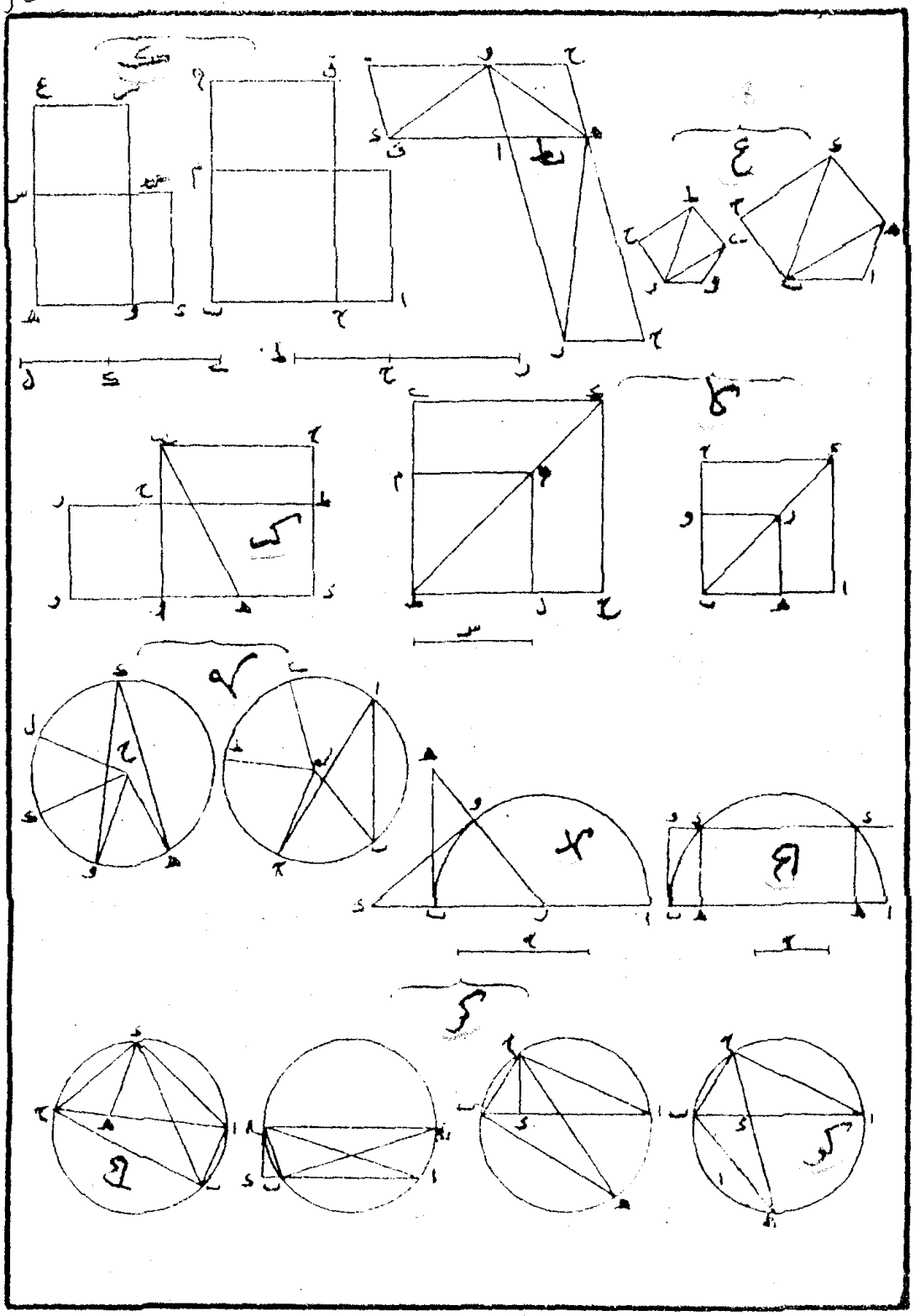
هر دائره داخلنده واقع اولان ذو اربعة اضلاع قطر لرینك مستطیلی هر ضلعین متقابلین مستطیللری مجموعنه مساویدر

مثلا حواـ دائره سی داخلنده واقع اـحى ذو اربعة اضلاعك اح ى قطر لرینك مستطیلی اـ حو ضلعان متقابلان مستطیلی ایله اى ـح ضلعان متقابلان آخران مستطیلی مجموعنه مساویدر * زیرا حوهـ زاویه سی اى ـ زاویه سنه مساوی رسم اولنوب (اـك) اشبو

زاویه لرك هربرینه هوی- زاویهٔ مشترکه‌سی جمع اولندقده
اوهد زاویه سی حی- زاویه سنه مساوی اولوب واهد وی-
زاویه لری متساویتین اولدیغندن (٣ ه) باقی فلان اهد ی- حی
زاویه لری دخی متساویتین اولغین (١ نتیجه‌ه) اوهد ی- وی
مثلثلری متشابهین اولوب او : اهد :: ی- : ی- حد اولدیغندن
او ی- حد مستطیلی اهد ی- مستطیلنه مساوی اولور (ی-
وکذا حهی او- مثلثلرنده حوهد او- زاویه‌لری
بالعمل متساویتین اولوب هحی زاویه‌سی او- ی زاویه‌سنه
مساوی اولدیغندن (٣ ه) باقی فلان حهی او- زاویه‌لری دخی
متساویتین اولغین مثلثین مرقومین متشابهین اولوب او- : ی-
هحد : ی- حد اولدیغندن او- ی- حد مستطیلی ی- هحد مستطیلنه
مساوی اولورامدی اشبو مساوی مستطیللره آنفا مروراید مساوی
مستطیللرجمع اولندقده او- ی- حد مستطیلی ایله او ی- حد مستطیلی
مجموعی ی- هحد مستطیلی ایله اهد ی- مستطیلی مجموعنه
مساوی اولورلکن ی- او- حد مستطیلی ی- اهد مستطیلی ایله
ی- هحد مستطیلی مجموعنه مساوی اولدیغندن (٢ ح) او- ی-
مستطیلی او- ی- حد مستطیلی ایله او ی- حد مستطیلی مجموعنه
مساوی اولوب مطلوب
ثابت اولور

165.





اصول هندسه دن مقالهٔ سابعه

الحدود

١ هر ایکی سطح مستوی بر بریله تقاطع ایلدکده حادث اولان خطه فصل مشترك تسمیه اولنور

٢ برسطح مستویده رسم اولنان جمیع خطوط مستقیمهٔ متلاقیه اوزرلرینه نقطهٔ تلاقیسنده خط مستقیم آخر عمود اولسه خط مرقوم مستوی مزبورا وزرینه دخی عمود اولور

٣ برسطح مستویده رسم اولنان جمیع خطوط مستقیمه فصل مشترك اوزرینه عمود اولوب مستوی آخرا وزرینه دخی عمود اولسه لرا شبو مستویلر دخی بربرینه عمودا اولورلر

٤ برخط مستقیمك سطح مستوی یه میلی اولدرکه خط مائلدن مستوی مرقوم اوزرینه خروج ایدن عمودك نقطهٔ تلاقیسندن خط مائلك تلاقی نقطه سنه واصل اولان خط ایله خط مائل مرقوم ارا سنده واقع زاویه در

٥ برمستوینك مستوی آخره میلی اولدرکه فصل مشترك اوزرنده واقع هرقنقی نقطه دن فصل مشترك مزبورا وزرینه عمود اولدقلری حالده مستویین مرقومین اوزرلرینه رسم اولنان ایکی خط مستقیم ارا سنده واقع زاویه در

٦ مستویین متوازیین اولدرکه ایکی طرفلرندن الی غیر النهایه اخراج اولنسه لرا صلا تلاقی ایتمیه لر

۷ برخط مستقیمك جمیع اجزاسی سطح مستوی اوزرنده واقع اولسمه مستـوی مرقـوم خـط مزبوردن مرورایدر دیـلور

✻دعوی ۱ نظری✻

هرایکی سطح مستویلك فصل مشترکی خط مستقیمدر

مثلا اب حد مستویلرنده فصل مشترك اولان هو خطی خط مستقیمدر * زیرا دکل ایسه اب مستویسی اوزرنده ورهـ خط مستقیمی رسم اولنوب حد مستویسی اوزرنده دخی وحهـ خط مستقیم آخری رسم اولندقده ورهـ وحهـ خط مستقیملری مستویین مختلفین اوزرلرنده بولندقلرندن خطمرقوملر برنقطه خارج واقع اولورلرامدی هرایکی خطمستقیمك نهایتلری براولدقده آنلربرینه منطبق اولغین (۱ حد) ورهـ وحهـ خطلرینك نهایتلری هـ و نقطه‌لری اولدیغندن خطین مرقومین بربرینه هم منطبق وهم غیر منطبق اولمق لازم کلوربو ایسه خلافدر اولسبدن مستویین مرقومینك هربرنده واقع هو خطی خطمستقیم اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیـه خط مستقیمك برجزی سطح مستویده اولوب جزء آخری مستـوی مرقومدن خارج واقع اولامز زیرا خـط مرقوم مستوی مزبور اوزرنده استقامت اوزره اخراج اولندقده مستوی مزبوردن خارج واقع اولان جزیله اخراج اولندیغی جزی مختلف امتداددده بولمق لازم کلوربو ایسه باطلدر

✻دعوی ۲ نظری✻

برنقطه‌ده تلاقی ایلمك اوزره تقاطع ایدن هراوچ خطمستقیم مجموعی برسطح مستوی اوزرنده واقع اولورلر

مثلا ا ـ ح حا خطوط ثلثهٔ مستقیمه لری ا ـ ح نقطه لرنده
بربرینی قطع ایلسه لر خطوط مرقومه لر مجموعی برسطح مستوی
اوزرنده واقع اولورلر * زیرا ا ـ خطندن مرور ایلدیکی حالده
فرض اولنان ای مستویسی ا ـ خطی محور اعتبار ایله اوزرنده ح
نقطه سنه دکین دور ایلسه ا ح نقطه لری ای مستویسی اوزرنده
بولندیغندن ا ح خط مستقیمنك کلیسی مستوی مرقوم اوزرنده
واقع اولورواکر کل ایسه خط مزبورك جمیع اجزاسی برامتداده
بولنامق لازم کلورو کذا ـ ح نقطه لری مستوی مذکور اوزرنده
بولندیغندن آنفا اثبات اولندیغی وجه اوزره ـ ح خطنك کلیسی
دخی مستوی مزبور اوزرنده واقع اولور امدی ا ـ خطی بالفرض
ای مستویسی اوزرنده بولندیغندن ا ـ ح حا خطلرینك مجموعی
برمستوی اوزرنده واقع اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه بربرینه تقاطع ایلین هرایکی خط مستقیم برسطح مستوی اوزرنده
واقع اولوب هراوج نقطهٔ مفروضه دن برسطح مستوی مرور ایدر

❀ دعوی ح نظری ❀

هرخطین متقاطعین اوزرلرینه تقاطع نقطه سندن عمود
اولدیغی حالده خروج ایدن خط مستقیم خطین مرقومیندن
مرور ایدن مستوی اوزرینه دخی عمود اولور

مثلا ـ ح ـ ی خطلری اوزرلرینه ـ نقطه تقاطعندن عمود اولدیغی
حالده خروج ایدن ا ـ خطی خطین مرقومینه مرور ایدن مستوی
اوزرینه دخی عمود اولور * زیرا ـ ح ـ ی خطلری بربرینه مساوی
رسم اولنوب ح ی دخی وصل اولنه بعده اشبو خطلردن مرور ایدن
مستوی اوزرینه هرقنغی ـ ه خط مستقیمی رسم اولنوب ای اه
ا ح دخی وصل اولندقده ا ـ ح ای مثلثلرنده ـ ح ـ ی ضلعلری

بالعمل متساويين اولوب اب عمودی مشترك اولديغندن اى اح
دخی متساويين اولورلر (اى) امدی حاى حدى مثلثلری متساوی
الساقين اولوب حهط هوى مستطيلى ايله هط مربعی مجموعی ىه
مربعنه مساوی (٢ك) وكذا حهط هوى مستطيلى ايله هدا مربعی
مجموعی اى مربعنه مساوی اولديغندن حهط هوى مستطيلى دخی
هط مربعی مجموعيله حهط هوى مستطيلى دخی هدا مربعی
مجموعی بيتنده اولان فضل ىه اى مربعلری بيتنده اولان فضلنه
مساوی اولوب بونلرده مشترك اولان حهط هوى مستطيلى
هريرندن طرح اولندقده هط هدا مربعلرينك فضلى ىه اى
مربعلرينك فضلنه مساوی اولور لكن ىه اى مربعلرينك فضلى
اب مربعنه مساوی اولديغندن (٢ نتيجه يه) هط هدا
مربعلرينك فضلى دخی اب مربعنه مساوی اولوب اب خطى
مستوی مذكور اوزرنده مرسوم هط خطنه عمودا واقعه مستوی
مرقوم اوزرينه دخی عمودا اولوب (حد) مطلوب ثابت اولور
نتيجه اكر برخط مستقيم خطوط ثلثهٔ منقاطعهٔ اخری
اوزرلرينه نقطهٔ تقاطعنده عمود اولسه خطوط مرقومه مجموعی
برسطح مستويده واقع اولورلر زيرا خطوط ثلثه دن بری مثلا
هط خطى خطين آخرينك مرور ايدن مستويدن خارج
واقع اولسه اهط زاويه سى ياحاده ويامنفرجه اولوب عمود
فرض اولنان خط مستقيم عمود اولماز لازم كلور

❋دعوى ٥ نظرى❋

هرايكى خط مستقيم برسطح مستوى اوزرينه عمود
اولسه لراول خطلر بريرينه موازى اولورلر

مثلا اب حوى خط مستقيملرى ور مستويسى اوزرينه عمودا اولسه لر

اول خطلرى برينـه موازى اولورلر* زيرا ى خطى وصل اولنوب
ور مستويسى اوزرنده واقع ى خطى اوزرينه ا خطنه مساوى
وهـ عمودى اخراج اهـ اى هـ دخى وصـل اولندقده ا حرى
خطلرى ور مستويسنـه بالفرض عمـود اولديغندن اى اهـ
حرى حوهـ زاويه لرى قائمـه اولورلر (حد) امـدى اى هـ
مثلثلرندن ا هـ ضلعلرى بالعمل متساويين اولوب ى ضلعى
مشترك اى وهـ زاويه لرى دخى قائمـه اولديغندن اى ضلعى
هـ ضلعنه مسـاوى اولور (ا ى) وكذا هـا هـ وا مثلثلرندن ا
وهـ ضلعلرى هـ ا ضلعلرينه مساوى اولوب اهـ ضلعى مشترك
اولديغندن اوهـ زاويه سى اهـ زاويه سنه مساوى اولوب قائمه
اولور (ا د) امدى هـ خطى وا ى وحـ خطلرينـه ى نقطه
تقاطعنده عمود اولديغندن خطوط مرقومه ايله ا خطى مجموعى
بر مستوى اوزرنده واقع اولورلر (نتيجـه) بوتقديرجه ا ى وه
خطلرى دخى بر مستويده واقع اولوب ا ى حرى زاويه لرى قائمه
اولديغندن ا حرى خطلرى متوازيين اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه هر قنقى ا حرى خطين متـوازيين ايله انلرى قطع ايدن هر قنقى
وا خط مستقيمى مجموعى بوسطح مستـوى اوزرنده واقع اولورلر

✻دعوى 5 نظرى✻

هر خطين متوازيلندن برى برسطح مستوى يه عمود اولسـه موازى
آخر دخى مستوى مرقومه عمود اولور

مثلا ا حرى خطين متوازيلندن ا خطى ور مستوى سنه عمود
اولسـه حرى دخى مستوى مرقومه عمود اولور* زيرا ى وصـل
اولنـوب ور مستويسى اوزرنده واقع ى خطـى اوزرينـه ا
خطنـه مساوى وهـ عمودى اخراج اهـ اى هـ دخى وصـل

اولندقده اب خطی ور مستوی سنه بالفرض عمود اولدیغندن
ای اب ده زاویه لری قائمه اولورلر (حد) امدی ای ده ی
مثلثلرندن اب ده ضلعلری بالعمل متساویین ی د دخی مشترک
اولوب ای ید ده زاویه لری قائمه اولدیغندن ای ده ضلعلری
دخی متساویین اولورلر (ای) وکذا ده ا ده ی مثلثلرندن ای ید ده
ضلعلری ده د ا ضلعلرینه مساوی اولوب اه دخی مشترک
اولدیغندن ای ده زاویه سی ا ده زاویه سنه مساوی اولوب قائمه
اولورامدی ا د ی خطلری بالفرض متوازیین اولوب ای خطی
انلری قطع ایلدیکندن خطوط مرقومه لرك مجموعی برسطح مستویده
واقع اولغین (نتیجه کبه) ای زاویه سی قائمه اولدیغندن ی د
زاویه سی دخی قائمه اولور (۱۸) لکن ده ی خطی ی د ی ا خطلرینه
عمود اولدیغندن انلردن مرورایدن مستوی یه دخی عمود اولوب
(ح) وه خطسنه دخی عمود اولور (حد) بوتقدیرجه وه ح
خطی وه ی د خطلرینه عمود اولغین انلردن مرورایدن ور
مستوی سنه دخی عمود اولوب (ح) مطلوب ثابت اولور

دعوی و نظری

هرایکی خط مستقیم برخط مستقیم آخره برسطح مستویده بولنمامق
اوزره موازی اولسه لر خطین مزبورین دخی بربرینه موازی اولورلر
مثلا ا د ی خط مستقیملری ه و خط مستقیم آخره برسطح مستویده
بولنمامق اوزره موازی اولسه لر ا د ی خطلری دخی
متوازیین اولورلر زیرا ه و خطی اوزرنده کیف ما اتفق ر
نقطه سی تعیین اولنوب او ه ی مستویلرینه نقطهٔ مرقومه دن
ه و خطی اوزرینه رح رط عمودلری اخراج اولندقده
اشبو عمودلره مرورایدن ح رط مستوی سنه ه و خطی عمود

اولور (ح) امـدی ا ـ هـو خطلری بالفرض متـوازیین اولوب
هـو خطی ح ط مستوی سنـه عمودا ولدیغندن مـوازی آخر
اولان ا ـ دخی مستوی مرقـومه عمودا اولور (ك) وبومثللواثبات
اولنورسـه حـ خطی دخی ح ط مستوی سنـه عمودا اولوب
برمستوی یه عمودا اولان ایکی خط مستقیم بربرینه موازی اولدیغندن
(ی) ا ـ حـ خطلری دخی متوازیین اولوب مطـلوب ثابت اولور

✻ دعوی ۷ نظری ✻

هر خطین مثلا قبین دیـگر خطین مثلا قینه برسطح مستـوید
بولنمـامق اوزره موازی اواسـه لر اولخطـلرلهٔ محیـط اولدیغی
زاویه لردخی بربرینه مساوی اولورلر

مثلا ـ نقطه سنده تلاقی ایدن ا ـ حـ خطلری هـ نقطه سنـده
تلاقی ایدن وهـ هـو خطلرینه برسطح مستویده بولنمامق اوزره
موازی اواسـه لراولخطلرلهٔ محیط اولدقلری ا ـ حـ وهـو زاویه لری
دخی بربرینه مساوی اولورلر * زیرا هـ وی هـو خطلری ـ ا ـ
خطـلرینه نظیرنظیره مسـاوی رسم اولنوب ای حـو ـ هـ احـ
خطـلری دخی وصـل اولنـدقده ا ـ وهـ خطـلری بالفرض
هم متساو یین وهم متوازیین اولدیغندن ای ـ هـ خطلری دخی
هم متساویین وهم متوازیین اولورلر (ارط) وبومثللواثبات اولنورکه
حـو خطی ـ هـ خطنه هم مساوی وهم موازی اولغین ای خطی دخی
حـو خطنه هم مساوی وهم موازی اولور (و) امدی هر خطین
متساویین ومتوازیین اطرافلری بینده واصـل اولان خطـلرهم
متساویین وهم متوازیین اولدیغندن (ارط) احـ خطی دخی ی و خطنه
هم مسـاوی وهم موازی اولوب حا ـ مثلثندن هر برضلع وهم
مثلثندن هر برضلعنه نظیرنظیره مساوی اولغین ا ـ حـ زاویه سی وهم

زاویه سنه مساوی اولوب (ا د) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ح عملی❋

برسطح مستوی اوزرنده واقع نقطهٔ مفروضه سندن مستوی مذکوره خط عمود اخراج ایتمك طریقیدر

مثلا ـ ح مستویسی اوزرنده واقع انقطهٔ مفروضه سندن مستوی مذکوره برخط عمود اخراج ایتمك مراد اولنسه اولا ـ ح مستویسی خارجنده کیف ما اتفق ر نقطه سی تعیین اولنوب را وصل اولنه بعده مستوی مرقوم اوزرنده ا نقطه سندن را خطی اوزرینه اهـ عمودی اخراج اولندقده اگر مستوی مذکور اوزرنده اهـ خطندن ماعدا را خطیله تلاقی ایدن هرقنغی خط مستقیم آخره را خطی عمود اولسه مطلوب حاصل اولور واگر عمود دکل ایسه ـ ح مستویسی اوزرنده اهـ خطنه او عمودی رسم اولنوب را و نقطه لرینه مرور ایدن ر و مستویسی اوزرنده او خطنه ار عمودی دخی رسم اولندقده اشبو ار عمودی ـ ح مستوی سنه عمود اولور* زیرا اهـ خطی را او خطلرینه بالعمل عمود اولدیغندن انلردن مرور ایدن ر و مستوی سنه دخی عمود اولغین (ح) برسطح مستویده رسم اولنان جمیع خطوط مستقیهٔ متلاقیه اوزرلرینه نقطهٔ تلاقیسنده خط مستقیم آخر عمود اولسه خط مرقوم مستوی مزبور اوزرینه دخی عمود اولور (حد) اهـ خطی ار خطنه عمود اولور امدی ار خطی اهـ او خطلرینه عمود اولدیغندن انلره مرور ایدن ـ ح مستوی سنه دخی عمود اولوب (ح) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ط عملی❋

برسطح مستویدن خارج نقطهٔ مفروضه دن مستوی مذکور

اوزرینه خط عمود اخراج اینلك طریقیدر ٭

مثلا ـ ر مستویسندن خارج ا نقطه مفروضه سنه دن مستوی مزبور اوزرینه خط عمود اخراج اینلك مراد اولنسه اولا ـ ر مستویسی اوزرنده مفروض هرقنغی ـ ح خطنه وا عمودی اخراج اولندقده اگر عمود مرقوم مستوی مذکوره دخی عمود ایسه مطلوب حاصل اولور واگر دکل ایسه ـ ر مستویسی اوزرنده ـ ح خطنه وه عمودی رسم اولنوب وه اوزرینه دخی او عمودی اخراج اولندقده او خطی ـ ر مستوی سنه عمود اولور زیرا ٭ و نقطه سنه مرور ایدر ـ ح خطنه موازی ح ر خطی رسم اولندقده ـ ح خطی وا وه خطلرینه عمود اولدیغندن انلردن مرور ایدن مستوی اوزرینه دخی عمود اولور (ح) وکذا ـ ح ح ر خطلری بالعمل متوازیین اولوب خطین مرقومیندن ـ ح خطی ایله مستوی سنه عمود اولدیغندن موازی آخر اولان ح ر خطی دخی مستوی مذکوره عمود اولوب (لا) برسطح مستویده رسم اولنان جمیع خطوط مستقیمه متلاقیه اوزرلرینه نقطهٔ تلاقیسنده خط مستقیم آخر عمود اولسه خط مرقوم مستوی مزبور اوزرینه دخی عمود اولدیغندن (حم) ح ر خطی او خطنه عمود اولور امدی او خطی ح ر وه خطلرینه و نقطهٔ تلاقیسنده عمود اولدیغندن خطین مرقومینه مرور ایدن ـ ر مستوی سنه دخی عمود اولوب (ح) مطلوب ثابت اولور

٭ دعوی ـ نظری ٭

برخط مستقیم ایکی سطح مستوینك هربرینه عمود اولسه مستویین مرقومین بربرینه موازی اولورلر

مثلا ا ـ خط مستقیمی حوه ومستویلرینك هربرینه عمود اولسه

متسویین مرقومین بربرینه موازی اولورلر * زیرا دکل ایسه متسویین
مرقومین تلاقی ایدنجیه دکین اخراج اولنوب رح فصل مشترکی
اوزرنده کیف ما اتفق ط نقطه سی تعیین طا ط- خطلری دخی
وصل اولندقده ا- خطی هو مستوی سنه بالفرض عمود
اولدیغندن مستوی مرقوم اوزرنده واقع ط- خطنه دخی عمود
اولوب (حد) ا- ط زاویه سی قائمه اولورو کذا ا- خطی
حو مستوی سنه بالفرض عمود اولدیغندن طا خطنه دخی عمود
اولغین- ا ط زاویه سی قائمه اولوب - طا مثلثندن ا- ط - ا ط
زاویه لری مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولمق لازم کلور بو ایسه
خلافدر (ا ٤) اولسیدن حو هو مستویلری اصلا تلاقی
ایتمکلسه بربرینه موازی اولوب (حد) مطلوب ثابت اولور

* دعوی ثانی *

بربرله تلاقی ایدن هر ایکی خط مستقیم خطین متلاقیین آخرینه
برسطح مستویده بولنمامق وجهله اوزره موازی اولسه اشبو
موازیلره مرور ایدن مستویلر دخی بربرینه موازی اولورلر

مثلا بربرله - نقطه سنده تلاقی ایدن ا- حو خطلری هو
نقطه سنده تلاقی ایدن دیکر وهو هو خطلرینه برسطح مستوی
اوزرنده بولنمامق وجهله اوزره موازی اولسه اشبو موازیلره مرور ایدن
ان حو هو مستویلری دخی بربرینه موازی اولورلر * زیرا -
نقطه سندن وهو مستویسی اوزرینه در عمودی اخراج اولنوب
(ط) وهو هو خطلرینه موازی حر رط خطلری دخی رسم
اولندقده (اکر) در خطی وهو مستوی سنه بالعمل عمود
اولدیغندن اکا تلاقی ایدن حر رط خطلرینه دخی عمود اولور
(حد) امدی حر خطی بالعمل وهو خطنه یا خود ا- خطنه موازی

اولوب (و) انلری ـ د خطی قطع ایلدیکندن ـ رح ـ دـا زاویه لری مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولور (۷۱) لکن بوندن اقدم اثبـات اولندیغی وجه اوزره ـ رح زاویه سی قائمه اولدیغندن ـ دـا زاویه سی دخی قائمه اولوب ـ د خطی ـ ا خطنه عمود اولور وبومثلاو اثبات اولنورکه ـ د خطی ـ ح خطنه عمود اولغین ـ د خطی ـ ا ـ ح خطلرینك هربرینه عمـود اولوب انلردن مرورایدن ا ـ ح مستوی سنه دخی عمود اولدیغندن (ح) ا ـ ح وهر مستویلری بربرینه موازی اولوب (ـ) مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ۳۰ نظری✻

برسطح مستوی مستویین متوازیین آخرینی قطع ایلسه فصل مشترکلردخی بربرینه موازی اولورلر

مثلا هر رح و سطح مستویسی ا ـ ح مستویین متوازیین آخرینی قطع ایلسه هو رح فصل مشترکاری دخی بربرینه موازی اولورلر زیرا* هو رح خطلری متوازیین دکل ایسه انلرایکی طرفلرندن اخراج اولندقده یا و ح طرفنده یاخود هر طرفنده بربرینه تلاقی ایدرلرفرضا و ح طرفنه اخراج اولندقده بربرینه ط نقطه سنده ملاقی اولسه لزومدی هو ط خطلرنك کاپسی ا ـ مستویسی اوزرنده یاخود اخراج اولنمش مستوی مرقوم اوزرنده بولندیغندن ط نقطه سی دخی مستوی مزبور اوزرنده واقع اولوروبومثلاو اثبـات اولنورکه نقطهٔ مزبوره ـ ح مستویسی اوزرنده دخی واقع اولوب اشبو ط نقطه سی ا ـ ح مستویلرندن هربری اوزرنده بولنمغین مستویین مزبورین اخراج اولندقده نقطهٔ مذکوره ده تلاقی ایدرلر لکن مستویین مرقومین بالفرض متوازیین اولدیغندن هم متلاقیین وهم متوازیین اولمق لازم گلوربو ایسه خلافدر اولسبیدن هو رح

خطلری وخطلرفنده تلاقی ایده مزلروبومثلاواثبات اولنورکه هر
طرفنده دخی تلاقی ایتمکله بربرینه موازی اولوب مطلوب ثابت اولور

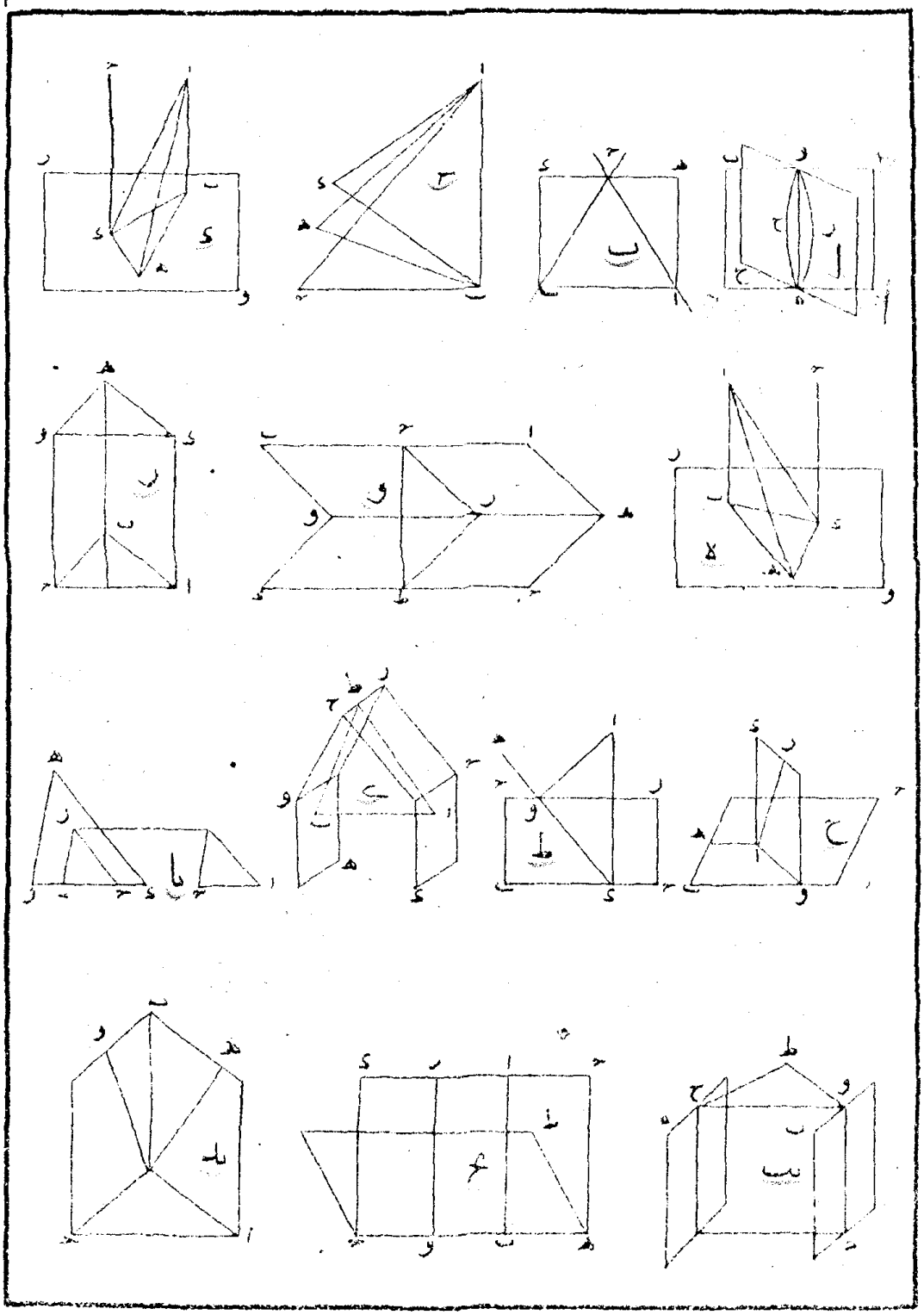
❋دعوی ح نظری❋

بر خط مستقیم برسطح مستوی یه عمود اولسه خط مرقومدن
مرورایدن جمیع مستویلردخی مستوی مذکوره عمود اولورلر
مثلا ا ب خط مستقیمی ح ط سطح مستویسی اوزرینه عمود اولسه
خط مرقومدن مرورایدن جمیع مستویلردخی ح ط مستوی سنه
عمود اولورلر * زیرا ا ب خطنندن مرورایدن هرقنغی هو
مستوی سندن ح ط فصل مشترکی اوزرینه هرقنغی دو عمودی
اخراج اولندقده ا ب خطی ح ط مستوی سنه بالفرض عمود
اولدیغندن ح ط فصل مشترکنه دخی عمود اولوب (حد) ا ب و
زاویه سی قائمه اولورامدی ا ب دو خطلری مستوی واحد اوزرینه
عمود اولوب ا ب دو ب زاویه لرندن هربری قائمه اولدیغندن خطین
مرقومین بربرینه موازی اولوب (ی) دو خطی ح ط مستویسی
اوزرینه دخی عمود اولور (ک) لکن برسطح مستویده رسم اولنان جمیع
خطوط مستقیمه فصل مشترکنه اوزرینه عمود اولوب مستوی آخر
اوزرینه دخی عمود اولسه لرشبه مستویلر بربرینه عمود اولمغین (حد ۳)
هو ح ط مستویلری دخی بربرینه عمود اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ید نظری❋

بربرینه متقاطع ایکی سطح مستویدن هربری مستوی آخره عمود اولسه لر
مستویین متقاطعینك فصل مشترکی دخی مستوی مزبوره عمود اولور
مثلا ا ب ح د مستویین متقاطعیندن هربری ا ح د مستوی آخره
عمود اولسه لرانلرك فصل مشترکی اولان ب ی دخی ا ح د مستوی سنه

عمود اولور* زیرا دکل ایسه ا۔ مستوی سنك ای فصل
مشترکی اوزرینه وه عمودی اخراج اولنوب حـ مستوی سنك
دخی وحـ فصل مشترکی اوزرینه وو عمودی اخراج اولندقده ا۔
مستویسی احـ مستوی سنه بالفرض عمود اولدیغندن وه دخی
احـ مستوی سنه عمود اولور (حید) وکذا حـ مستویسی احـ
مستوی سنه بالفرض عمود اولدیغندن وو دخی احـ مستوی سنه
عمود اولور (حید) امدی هرایکی خط مستقیم برسطح مستوی اوزرینه
عمود اولسه لر اول خطلر بربرینه موازی اولدیغندن (ی) وه
وو خطلری هم متوازیین وهم متلاقیین اولق لازم کلور بو ایسه
خلافدر بونقدیرجه وه وو خطلری احـ مستوی سنه عمود
اولامز لربو مثللو اثبات اولنور که ـ ی خطندن ماعدا
هربرخط احـ مستوی سنه عمود اولامز اولسیدن
ـ و فصل مشترکی عمود اولوب
مطلوب ثابت اولور



اصول هندسه‌دن مقالهٔ ثامنه

الحدود

1/1 زاویهٔ مجسمه اولدرکه برسطح مستویده بولنمامق شرطیله برنقطه‌ده جمع اولان ایکیدن زیاده زاویهٔ مسطحه نك احاطه سندن حاصل اولہ

2/2 اجسام متشابهه اولدرکه عدددده مساوی سطوح مستویهٔ متشابهه احاطه سندن حاصل اولوب زوایای مجسمه لری دخی تنظیر تنظیره متساویه اولہ

3/3 منشور برجسمدرکه سطوح مستویهٔ متوازیة الاضلاع احاطه سندن حاصل اولوب ایکی نهایتنده بولنان مستویلر هم متوازیین وهم متشابهین وهم متساویین اولہ

4/4 متوازی السطوح برمنشوردرکه الی متوازی الاضلاع احاطه سندن حاصل اولوب هرایکی مقابللری هم متوازیین وهم متشابهین وهم متساویین اولہ

5/5 متوازی المستطیلات برمتوازی السطوحدرکه جمیع نهایتلری مستطیل اولوب اول نهایتلر بربرینه عمود اولہ

6/6 مکعب برمنشوردرکه الی مربعات متساویه احاطه سندن حاصل اولوب اول مربعلر بربرینه عمود اولہ

7/7 اهرام برجسمدرکه قاعده‌سی هرقنفی شکل مستقیم الاضلاع اولوب مثلثلری اوزرنده واقع مثلثات احاطه سندن حاصل اولمق وجهله رأس مثلثات سطح قاعده‌دن خارج برنقطه‌ده جمع اولہ

٨ اسطوانه برجسمدرکه دائرتین متساویتین متوازیتینك مرکزلری
بلنه واصل اولان خط مستقیمه موازی دائرتین مرقومتین محیطلرندن
مرورایدن برخط مستقیم محیطین مزبورین اوزرنده دورایلدیکده
حادث اولان سطح احاطه سندن حاصل اوله امدی دائرتین
مرقومتین مرکزلری بلنه واصل اولان خط محور اسطوانه
اولوب اکر محور مذکور دائرتین مرقومتین سطحلرینه عمود
ایسه اول اسطوانه قائمه در دکل ایسه مائلدر

٩ مخروط برجسمدرکه قاعده سی دائره اولوب سطح دائره دن خارج
برنقطهٔ ثابته دن خروج ایدن خط مستقیم اولدائره محیطی اوزرنده
دور ایلدکده حادث اولان سطح احاطه سندن حاصل اوله امدی
نقطهٔ مرقومه ایله مرکز دائره بلنه واصل اولان خط محور مخروط اولوب
اکر محور مزبور سطح دائره یه عمود ایسه اول مخروط قائمدر دکل ایسه
مائلدر

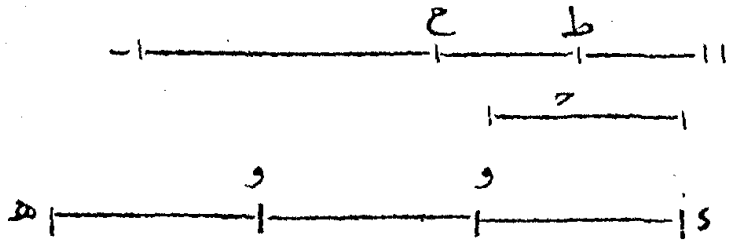
١٠ اسطوانات متشابهه یاخود مخروطات متشابهه اولدرکه
انلرك ارتفاعلری وقاعده لرینك قطرلری متناسب اوله

١١ کره برجسمدرکه برنصف دائره نك قطری ثابت اولوب اولقطر
اوزرنده نصف دائرهٔ مذکوره وضع اولنه کنجیه دکین
دوراتندن حاصل اوله امدی قطر ثابت کرهٔ مرقومه نك محوری
اولوب نصف دائرهٔ مذکوره مرکزی مرکز کره اولور

١٢ قطر کره برخط مستقیمدرکه مرکز کره دن مرورایدوب ایکی
طرفلری سطح کره یه منتهی اوله

فائده

هر مقدارین محدودینك اعظمندن کندی نصفندن زیاده‌سی طرح اولنوب باقیدن دخی کندی نصفندن زیاده‌سی طرح اولنسه وهکذا علی التوالی طرح اولندقده اندن برمقدار باقی قالورکه مقدارین مرقومینك اصغرندن دخی اصغر اولور



مثلا ا ـ ح مقدارین محدودینك ا ـ اعظمندن کندی نصفندن زیاده‌سی طرح اولنوب باقیدن دخی کندی نصفندن زیاده‌سی طرح اولنسه وهکذا علی التوالی طرح اولندقده اندن برمقدار باقی قالورکه ح مقدارندن دخی اصغر اولور * زیرا ا ـ ح مقدارلری بالفرض متناهیین اولدیغندن اولاح مقدارینك بروجهله ه اصغائی اخذ اولنه که ا ـ مقدارندن اعظم اوله امدی ه اصغائی ح مقدارینه مساوی و و ور ه قسملرینه تقسیم اولنوب ا ـ مقدارندن کندی نصفندن زیاده‌سی اولان ـ ح بعدالطرح اح باقیسندن دخی کندی نصفندن زیاده‌سی اولان ح ط طرح وهکذا ه مقدارینك قسملری قدر ا ـ مقدارندن وجه مشروح اوزره طرح اولنه بوتقدیرجه ا ـ مقدارندن ه بالاصل اعظم اولوب ـ مقدارندن کندی نصفندن زیاده اولان ـ ح طرح اولنوب ه مقدارندن دخی کندی نصفندن زیاده اولیان هر طرح اولندقده باقی فلان ز باقی دیکر اولان ح ا مقدارندن اعظم اولورو کذا ح ا مقدارندن کندی نصفندن زیاده اولان ح ط

طرح اولنوب وی مقدارندن دخی کندی نصفندن زیاده اولیان
رو طرح اولندقده باقی قلان وی باقی دیکر اولان طا مقدارندن
اعظم اولورلکن وی بالعمل ح مقدارینه مساوی اولدیغندن
طا دخی ح مقدارندن اصغر اولوب مطلوب ثابت اولور

❊دعوی ا نظری❊

هرایکی دائره داخلنده مرسوم ومتشابه اولان کثیرالاضلاعلرك بربرینه
نسبتی دائرتین مرقومتین قطرلری مربعلرینك بربرینه نسبتی کبیدر
مثلا ای ورط دائره لری داخلنده مرسوم ومتشابه اولان
اجوه ورح طحے کثیرالاضلاعلرك بربرینه نسبتی کے رل
قطرلری مربعلرینك بربرینه نسبتی کبیدر * زیرا هه اکے رے
ول خطلری وصل اولندقده شکلین مرقومین بالفرض متشابهین
اولوب اهه زاویه سی روے زاویه سنه مساوی اولدیغندن نسبة
ااالی اهه کنسبة رو الی وے اولور (٦ حہ) امدی اهه ورے
مثلثلرنده اهه روے زاویه لری متساویتین اولوب اولزاویه لری
محیط اولان ضلعلردخی متناسب اولدیغندن اهے زاویه سی وے
زاویه سنه مساوی اولور (٦ و) لکن اهے اکے زاویه لری
متساویتین اولوب وے ولر زاویه لری دخی متساویتین
اولدیغندن (٣ ه) اکے زاویه سی ولر زاویه سنه مساوی
اولوروکذا اکے رول زاویه لری قائمه اولوب (٣ ز) کا
زاویه سی لرو زاویه سنه مساوی اولدیغندن (١ نتیجه ٤ ه) کے
: رل :: ا : رو اولورامدی نسبة شکل اجوه الی شکل
ورح طحے کنسبة مربع ا الی مربع رو اولدیغندن
(٦ ع) شکلین مرقومینك بربرینه نسبتی کے مربعلك رل
مربعنه نسبتی کبی اولوب (٦ نتیجه ٤ ه) مطلوب ثابت اولور

دعوی - نظری

داخل دائره ده بروجهله برشکل کثیرالاضلاع رسم اینمك
ممکندرکه دائرهٔ مرقومه ایله شکل مزبور بینده اولان فضل
هرقنی مقدارمفروضندن اصغراوله

مثلا اب حدد دائره سی داخلنده بروجهله برشکل کثیرالاضلاع رسم اینمك
ممکندرکه دائرهٔ مرقومه ایله شکل مزبور بینده اولان فضل هرقنی
ط مقدارمفروضندن اصغراوله * زیرا اب هر مربعلرندن
بریسی اب حد دائره سی داخلنده ودیکری دائرهٔ مرقومه اوزرینه
رسم اولنوب (ه و ز د) اب حد کوسلری ه ط کم
نقطه لرنده تنصیف اولنه (٤٣) بعده اه ه ط کح حل لد
دم م ا وصل اولندقده اح مربعی هر مربعك نصفی اولوب
(الد) هر مربعی اب حد دائره سندن اعظم اولدیغندن اح مربعی
دخی دائرهٔ مرقومه نك نصفندن اعظم اولوروکذا ه ط کم
نقطه لرینه مرورایدرخط مماسلری رسم اولنوب اب حد کوا
خطلری اوزرلرینه متوازی الاضلاع لر اعمال اولندقده اه
ه ط کح حل لد دم م ا مثلثلرندن هربری واقع اولدقلری متوازی
الاضلاعلرك نصفی اولوب (الد) هرقطعهٔ دائره کندیلری اوزرلرینه
رسم اولنان متوازی الاضلاعلردن اصغراولغین مثلثات مذکوره
هربری دخی واقع اولدقلری قطعه لرك نصفلرندن اعظم اولوراماده
اه ه ط کح حل لد دم م ا قوسلری بردقعه دخی تنصیف
اولنوب اشبو تنصیف نقطه لرینه بروخط مستقیم کشیده اولنه وهکذا
علی التوالی قوسلرتنصیف وخط مستقیملر کشیده اولندقده حاصل
اولان مثلثلرواقع اولدقلری قطعه لرك نصفلرندن اعظم اولور
اماده اب حد دائره سی جمله مقدارندن اعظم اولوب دائرهٔ مرقومه نك

نصفندن زیاده می اولان اح مربعی طرح اولنوب وباقی قلان
قطعه لردن دخی کندی نصفلرندن زیاده سی طرح وهکذا
علی التوالی طرح اولندقده انجا مانده باقی قلان قطعه لرك مجموعی
ط مقدارندن اصغر اولوب (فائده) مطلوب ثابت اولور

ده وی ح نظری

دائره اوزرینه بروجهله برشکل کثیر الاضلاع رسم اینك
ممکندرکه دائرهٔ مرقومه ایله شکل مزبور بینده اولان فضل
هرقنق مقدار مفروضدن اصغر اوله

مثلا اح وی دائره سی اوزرینه بروجهله برشکل کثیر الاضلاع رسم
اینك ممکندرکه دائرهٔ مرقومه ایله شکل مزبور بینده اولان فضل
هرقنق ط مقدار مفروضدن اصغر اوله * زیرا اح وی دائره سی
اوزرینه هور ح مربعی رسم اولنوب (یا ر) اب ح د وا
قوسلری ب هـ و ب ر ح خطلریله تنصیف اولنه بعده اشبو
تنصیف نقطه لرینه مرور ایدر کل م ش ع ف س خط مماسلری
دخی رسم اولندقده هق ك زاویه سی قائمه اولغین (م ب)
هك خطی ك ق خطندن باخود اکا مساوی کا خطندن اطول
اولور (ا ر) لکن برار تفاعده واقع اولان مثلثلرك بربرینه نسبتی انلرك
قاعده لرینك بربرینه نسبتی کبی اولغله (ح ا) هك قاعده سی ك ا
قاعده سندن اطول اولدیغندن هق ك مثلثی ك ق امثلثندن اعظم
اولوب هق اخط منحنیلی مقدارك نصفندن دخی اعظم اولور وبو مثلاوا
اثبات اولنورکه مثلثات باقیه دخی واقع اولدقلری خط منحنیلی
مقدارلرك نصفلرندن اعظم اولوب اق ق وباقی قوسلر بر ردقعه دخی
تنصیف اولنوب وتنصیف نقطه لرینه مرور ایدر خط مماسلر دخی
رسم اولندقده حاصل اولان مثلثلر واقع اولدقلری خط منحنیلی

مقدارلرك نصفلرندن اعظم اولورامدی ا حو دائره سیله هو ورح
مربعنك فضلی ط مقدارندن اعظم اولوب وفضل مرقومك
نصفندن زیاده می طرح اولنوب وباقینك دخی نصفندن زیاده می
طرح وهكذا علی التوالی طرح اولندقده انجق امنده باقی فلان مقدار
ط مقدارندن اصغر اولوب (فائده) مطلوب ثابت اولور

❊ دعوی ٤ نظری ❊

هرایكی دائره نك بربرینه نسبتی انلرك مربع قطرلرینك بربرینه نسبتی كبیدر
مثلا ا حو هو ورح دائره لرینك بربرینه نسبتی انلرك ـ ی و
قطرلری مربعلرینك بربرینه نسبتی كبیدر * زیرا دكل ایسه ـ ی مربعنك
وح مربعنه نسبتی ا حو دائره سنك هو ورح دائره سندن
یا اصغر ویا اعظم اولان برمقداره نسبتی كبی اولوراكر هو ورح
دائره سندن اصغر اولان مقدار ط ـ اولسه دائرنین مرقومنین
درونلرینه بروجهله سع ف صـ كلم ⊃ مشابه كثیر الاضلاعلری
رسم اولنه كه كلم ⊃ شكلیله هو ورح دائره سی بینندهٔ اولان فضل
بینه اولدائره ایله ط ـ بینندهٔ اولان فضلدن اصغر اوله (ـ) بوتقدیرجه
كلم ⊃ شكلی ط ـ مقدارندن اعظم اولورامدی مربع ـ ی
مربع وح :: شكل سع ف صـ : شكل كلم ⊃ اولوب (ا) وكذا
مربع ـ ی : مربع وح :: دائرة ا حو : مقدار ط ـ بالفرض
اولدیغندن دائرة ا حو : مقدار ط ـ :: شكل سع ف صـ : شكل
كلم ⊃ اولور (٥ نا) لكن ا حو دائره سی كندی داخلنده واقع
سع ف صـ شكلندن اعظم اولدیغندن بوندن اقدم اصغر فرض
اولنان ط ـ مقداری دخی كلم ⊃ شكلندن اعظم اولق لازم
كاور بوایسه خلاف اولوب بومثللو اثبات اولنورکه وح مربعنك
ـ ی مربعنه نسبتی هو ورح دائره سنك ا حو دائره سندن اصغ

اولان مقداره نسبتی کبی اولق دخی خلاف اولورواکر هورح
دائره سندن اعظم اولان مقدار طق اولوب نسبة مربع ـ ی الی
مربع وح کنسبة دائرة اـ حوی الی مقدار طق اولسه عکس طریقیله
دخی مربع وح : مربع ـ ی :: مقدار طق : دائرة اـ حوی اولور
(٥د) لکن طق مقداری هورح دائره سندن بالفرض اعظم
اولدیغندن نسبة طق الی دائرة اـ حوی کنسبة دائرة هورح الی
مقدارا صغر من دائرة اـ حوی اولوب (٥د) نسبة مربع وح الی مربع
ـ ی کنسبة دائرة هورح الی مقدارا صغر من دائرة اـ حوی اولق لازم
کلورکه خلافیتی ایسه آنفا اثبات اولندی ایدی امدی ـ ی مربعنك
وح مربعنه نسبتی اـ حوی دائره سنك هورح دائره سندن یا اصغر
ویا اعظم برمقداره نسبتی کبی اولدیغندن نسبة مربع ـ ی الی مربع وح
کنسبة دائرة اـ حوی الی دائرة هورح اولوب مطلوب ثابت اولور
تتمه دائره لرك بربرینه نسبتی انلرك نصف قطرلری مربعلرینك
بربرینه نسبتی کبیدر (٥ه)
نتیجه اکر اوچ دائره نك قطرلری یاخود نصف قطرلری برمثلث قائم
الزاویه نك ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولسه لر قطری یاخود نصف
قطری وترقائمه یه مساوی اولان دائره دائره تین باقیتین مجموعنه مساویدر (٢د)

❋ دعوی ٤٧ نظری ❋

هر نصف محیط دائره یه مساوی اولان برخط مستقیمك
اولدائره نصف قطرینه مستطیلی دائرة مزبوره یه مساویدر
مثلا کم شرف دائره سنك نصف محیطنه مساوی اولان طق
خط مستقیمنك اولدائره نصف قطرینه مستطیلی اولان طـ شکلی
دائرة مزبوره یه مساویدر * زیرا کل ایسه دائرة مزبوره مستطیل
مرفومدن یا اعظم ویا اصغر اولق لازم کلورکه هم شرف

دائره‌سی طـه مستطیلندن اعظم اولسه دائرهٔ مزبوره یه مساوی
طرفی مستطیلی رسم اولنوب اولدائره داخلنده بروجهله لـ ع صـ
کثیرالاضلاعی دخی رسم اولنه که دائرهٔ مزبوره ایله اشبو کثیرالاضلاع
بینندهٔ اولان فضل قرشی مقدارندن اصغر اوله (ب) امدی ک ط صـ
مثلثی ک غ نصف قاعده سیله ط غ عمودنك مستطیلنه مساوی
اولدیغندن (ا لـ) مرقوم کثیرالاضلاع دخی کندی نصف مجموع
الاضلاعیله ط غ عمودنك مستطیلنه مساوی اولور (متعارفه) وکذا
دائرهٔ مزبوره‌نك نصف محیطنه مساوی اولان طرف خط مستقیمی
اولدائره داخلنده مرسوم هرقنغی کثیرالاضلاعك نصف مجموع
الاضلاعندن اطول اولوب طک دخی ط غ خطندن اطول اولدیغندن
(ا ر) طـه مستطیلی لـ ع صـ کثیرالاضلاعندن اعظم اولور
لکن اشبو کثیرالاضلاع ایله دائرهٔ مزبوره یا خود بالفرض اکا مساوی
اولان طرفی مستطیلی بینندهٔ کی فضل قرشی مقدارندن بالعمل
اصغر اولوب طـه طرفی مستطیلاری بینندهٔ اولان فضل دخی
قرشی اولدیغندن بوندن اقدم اصغریتی اثبات اولنان لـ ع صـ کثیر
الاضلاعی طـه مستطیلندن اعظم اولمق لازم کلور بو ایسه خلاف فرض
اولسیدن کم صرف دائره‌سی طـه مستطیلندن اعظم اولامز
واکر کم صرف دائره‌سی طـه مستطیلندن اصغر اولسه دائرهٔ
مزبوره یه مساوی طرفی مستطیلی رسم اولنوب اولدائره اوزرینه
بروجهله سـ وح کثیرالاضلاعی دخی رسم اولنه که دائرهٔ مزبوره ایله
اشبو کثیرالاضلاع بینندهٔ اولان فضل قرشی مقدارندن اصغر اوله
(ح) امدی ـ ط امثلثی سـك نصف قاعده سیله طـك عمودنك
مستطیلنه مساوی اولدیغندن مرقوم کثیرالاضلاع دخی کندی نصف
مجموع الاضلاعیله طـك عمودنك مستطیلنه مساوی اولور
(متعارفه) وکذا دائرهٔ مزبوره‌نك نصف محیطنه مساوی

اولان طق خط مستقیمی اولدائره اوزرینه مرسوم هرقنق کثیر
الاضلاعك نصف مجموع الاضلاعندن اقصر اولوب طك عمودی
دخی مشترك اولدیغندن طك مستطیلی ـ دوح کثیر الاضلاعندن
اصغر اولور لکن اشبو کثیر الاضلاع ایله دائرهٔ مزبوره یا خود بالفرض
اکا مساوی اولان ظر مستطیلی بینندہ کی فضل فر مقدارندن
بالعمل اصغر اولوب طك ظر مستطیللری بینندہ اولان فضل
دخی فر اولدیغندن بوندن اقدم اصغریتی اثبات اولنان طك
مستطیلی ـ دوح کثیر الاضلاعندن اعظم اولق لازم کلور بو ایسه
خلافدر اولسیدن کم شرف دائره سی طك مستطیلندن ته اعظم
ونه اصغر اولدیغندن اکا مساوی اولق لازم کلوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی و نظری ✻

هرایکی محیط دائره نك بر برینه نسبتی انلرك قطرلرینك بر برینه نسبتی کبیدر
مثلا ا حدی هورح دائره لری محیطلرینك بر برینه نسبتی ـ دوح
قطرلرینك بر برینه نسبتی کبیدر * زیرا واـ ح هو نصف محیطلره
نظیر نظیره مساوی اولق اوزره طك کل خط مستقیملری کشیده
اولنوب طا کهـ نصف قطرلری اوزرنده طم کد مربعلری
دخی رسم اولنه (٢ ا) بعده طش کع مستطیللری تکمیل
اولندقده ا حدی هورح دائره لرینه نظیر نظیره طش کع
مستطیللری مساوی اولوب (لا) وکذا دائره لرك بر برینه نسبتی
انلرك نصف قطرلری مربعلرینك بر برینه نسبتی کبی اولدیغندن
(نتیجه) نسبة طش الی طم کنسبة کع الی کد اولور (ه ط)
لکن طش : طم :: طـ : طا اولوب (١٩) وکذا کع : کد :: کل :
کح اولدیغندن طـ : طا :: کل : کع اولوب بدل طریقیله
دخی طـ : کل :: طا : کع ! اولور امدی هرایکی مقدارك بر برینه

نسبتی انلرلهٔ اضعاف متساویه لرینك بربرینه نسبتی کبی اولدیغندن
(ه ح) نسبة ضعف طـ الی ضعف کـل کنسبة ضعف طـ ی
الی ضعف کـ ح اولورلکن طـ ح کـل ضعفلری ا ـ ی هورح
دائره لری محیطلرینه نظیر نظیره بالعمل مساوی اولوب طـ ی کـ ح
ضعفلری دخی دائرهٔ مرقومه لرك ـ ی وح قطرلرینه مساوی
اولدیغندن ا ـ ی هورح دائره لری محیطلرینك بربرینه نسبتی ـ ی
وح قطرلرینك بربرینه نسبتی کبی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ر نظری✻

هر منشور قاعده سنه موازی برسطح مستوی ایله قطع اولنسه
مقطع دخی قاعدهٔ مرقومه یه هم مساوی وهم مشابه اولور
مثلا ار منشوری ا ـ ی قاعده سنه موازی بر مستوی ایله قطع
اولنسه حاصل اولان کـ لم ذ مقطعی ا ـ ی قاعده سنه هم مساوی
وهم مشابه اولور * زیرا کـ ل ی ـ وصل اولندقده کم ا ـ ی مستویلری
بالغرض متوازیین اولوب انلری دخی ا ذ مستویسی قطع ایلدیکندن
کـ ذ ای فصل مشترکلری متوازیین اولورلر (ز س) وکذا ای ی ذ
خطلری متوازیین اولدیغندن (حه ج) ا ذ شکلی متوازی الاضلاع
اولوب کـ ذ ای خطلری متساویین اولورلر (ا ل) وبو مثالو
اثبات اولنورسه کـ ل خطی ا ـ خطنه لم خطی ـ ی
خطنه م ذ دخی ـ ی خطنه مساوی اولوب کم مستویسی
اوزرنده واقع کـ ذ کـ ل خطلری ا ـ ی مستویسی اوزرنده
کائن اولان خطلرینه نظیر نظیره موازی اولدیغندن ذ کـ ل
زاویه سی ی ـ ا زاویه سنه مساوی اولور (ز د) امدی کـ ذ
مثلثندن کـ ذ کـ ل ضلعلریله وبینده کی زاویه سی ا ـ ی مثلثندن
ای ا ـ ضلعلریله وبینده کی زاویه سنه مساوی اولدیغندن

مثلثین مرقومین بربرینه مساوی اولورلر (ای) وبو مثلاواثبات اولنور که
لم ∽ مثلثی دخی ـ حی مثلثنه مساوی اولور لکن ∠ لم ∽
مثلثلری مجموعی ∠ لم ∽ مقطعنه مساوی اولوب اـی ـ حی مثلثلری
مجموعی دخی اـحی قاعده سنه مساوی اولدیغندن ∠ لم ∽ مقطعی
اـحی قاعده سنه هم مساوی وهم مشابه اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ح نظری ✻

هر منشورلرکه قاعده لری وارتفاعلری مساوی اوله انلر بربرینه مساویدر
مثلاً هس منشورلرلک اـحی هورح قاعده لری وارتفاعلری
مساوی اولسه انلر بربرینه مساویدر * زیرا منشورین مرقومین
قاعده لرینه موازی اولمق اوزره مساوی بعدلردن طـ ع ف
مستویلریله قطع اولندقده طـ مقطعی اـحی قاعده سنه مساوی
ع ف مقطعی هورح قاعده سنه مساوی اولوب (ر) قاعدتین
مذکورتین بالفرض متساویتین اولدیغندن اشبو مقطعلر دخی بربرینه
مساوی اولورلر وبو مثلاواثبات اولنورکه مساوی بعدلرده واقع
هرقنمق آخر مقطعلر دخی بربرینه مساوی اولورلر امسدی ام
منشوریده اولان هرقنمق مقطع هس منشوریده واقع هرقنمق مقطعنه
نظیر نظیره مساوی اولدیغندن اشبو قطعلر مجموعندن حاصل اولان
جسم منشورلر دخی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه قاعده لری وارتفاعلری مساوی اولان هرقنمق منشور
ایله متوازی المستطیلات بربرینه مساویدر

✻ دعوی ط نظری ✻

ارتفاعات متساویه ده واقع اولان اجسام متوازیة المستطیلاتك
بربرینه نسبتی انلرك قاعده لرینك نسبتی کبیدر

مثلاهدی صرف مساوی ارتفاعلرده واقع اولان اح ∽ ف متوازی
المستطیلات جسملرینك بربرینه نسبتی انلرك ـ هـ ∽ صرّ قاعده لرینك
نسبتی کبیدر * زیرا اـ خطی اخراج اولنوب اوزرنده خط مرقومه
مساوی هرقنسی او ور رح قسملری اخذ اولنه وکذا ∽ س
خطی اخراج اولنوب اوزرنده خط مزبوره مساوی هرقنسی س ق
ق ر قسملری دخی اخذ اولنه بعده وهـ وم ـ ك وکذا ش ظ
ق غ مستطیللری اعمال اولنوب اوزرلرنده اط وـ ـ ل وکذا
س ش ق ت متوازی المستطیلات جسملری دخی بنا اولندقده او ور
رح خطلری بالعمل اـ خطنه مساوی اولدیغندن وهـ وم ـ ك
مستطیللرندن هربری ـ هـ مستطیلنه مساوی اولوب ش ظ ق غ
مستطیللرندن هربری دخی ∽ صرّ مستطیلنه مساوی اولور (۲ـ)
امدی اط وـ ـ ل جسملرندن هربرینك قاعده لری وارتفاعلری
اح جسمنك قاعده سی وارتفاعنه مساوی اولدیغندن اجسام
مرقومه دن هربری اح جسمنه مساوی اولوب س ش ق ت
جسملرندن هربری دخی ∽ ف جسمنه مساوی اولور (ح) امدی
ـ ك قاعده سی ـ هـ قاعده سنك هرنه اضعافی ایسه ـ ل جسمی
دخی اح جسمنك اولقدر اضعافی اولوب وکذا ∽ غ
قاعده سی ∽ صرّ قاعده سنك هرنه اضعافی ایسه ∽ ت
جسمی دخی ∽ ف جسمنك اولقدر اضعافی اولدیغندن امدی ـ ك
قاعده سی ∽ غ قاعده سندن زائد ایسه ـ ل جسمی دخی
∽ ت جسمندن زائد اولور واگر مساوی ایسه مساوی واگر ناقص
ایسه ناقص اولور اولسبیدن قاعدهٔ ـ هـ : قاعدهٔ ∽ صرّ *
جسم اح : جسم ∽ ف اولوب (٥ حد) مطلوب ثابت اولور
نتیجه اشبو ده وی ایله بوندن اقدم ذکر اولنان ده وانك
نتیجه سندن ظاهر اولدیکه ارتفاعلری مساوی اولان جمیع

منشورلرك بربرينه نسبتى انلرك قاعده لرينك نسبتى كبيدر

❋ دعوى ـ نظرى ❋

قواعد متساويه ده واقع اولان اجسام متوازية المستطيلاتك بربرينه نسبتى انلرك ارتفاعلرينك نسبتى كبيدر

مثلاً هر مساوى قاعده لرى اوزرنده واقع اك هے متوازى المستطيلات جسملرك بربرينه نسبتى انلرك ام هس ارتفاعلرينك نسبتى كبيدر * زيرا اح قاعده سى اوزرنده واقع ار متوازى المستطيلاتك اف ارتفاعى هس ارتفاعنه مساوى اولسه ار جسمى هے جسمنه مساوى اولور (ح) واكر اق الـ سطحلرى قاعده اعتبار اولنسه لر جسم اك : جسم ار :: قاعدة الـ : قاعدة اق اولور (ط) لكن قاعدة الـ : قاعدة اق :: ام : اف اولديغندن (١٦) جسم اك : جسم ار :: ارتفاع ام : ارتفاع اف اولور (١٥) امدى ار هے جسملرى متساويين اولوب اف هس ارتفاعلرى دخى متساويين اولديغندن نسبة جسم اك الى جسم هے كنسبة ارتفاع ام الى ارتفاع هس اولوب (٥ ط) مطلوب ثابت اولور نتيجه اشبو دعوى ايله بوندن اقدم ذكر اولنان دعوانك نتيجه سندن معلوم اولديكه قواعد متساويه ده واقع اولان منشورلرك بربرينه نسبتى انلرك ارتفاعلرينك نسبتى كبيدر

❋ دعوى ثانى نظرى ❋

هر اجسام متوازية المستطيلات بربرينه مساوى اولسه لر انلرك قاعده لرى وارتفاعلرينك نسبتى متكافيه اولورواكر اجسام متوازية المستطيلاتك قاعده لرى وارتفاعلرينك نسبتى متكافيه اولسه اوجسملر بربرينه مساوى اولورلر

مثلاع هف متوازى المستطيلات جسملرى بربرينه مساوى اولسه لرنسبة قاعدة اح الى قاعدة هر كنسبة ارتفاع هف الى ارتفاع اط متكافيه اولور * زيرا اح قاعده سى اوزرنده واقع ام متوازى المستطيلاتك اك ارتفاعى هف ارتفاعنه مساوى اولسه نسبة جسم ام الى جسم هف كنسبة قاعدة اح الى قاعدة هر اولور (ط) وكذا اع هف جسملرى بالفرض متساويين اولديغندن جسم ام : جسم اع :: اح : هر اولور (٥ط) لكن جسم ام : جسم اع :: اك : اط اولديغندن (٥ك) اح : هر :: اك : اط اولور (٥ ا) ياخود اح : هر :: هف : اط اولورواكرنسبة اح الى هر كنسبة هف الى اط متكافيه اولسه اع جسمى هف جسمنه مساوى اولور * زيرا بناء اول فرض واعتبار اولندقده ام : هف :: اح : هر اولوب (ط) وكذا اح : هر :: هف : اط بالفرض اولغين ام : هف :: هف : اط اولور (٥ ا) لكن هف ياخوداكامساوى اولان اك : اط :: ام : اع اولديغندن (٥ك) ام : هف :: ام : اع اولور (٥ ا) امدى مقدملرمتساويين اولديغندن تالياردخى متساويين اولور (٥ك) اع جسمى هف جسمنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور نتيجه اشبو تناسب جميع منشورلرده دخى جاريدر زيرا قاعده لرى وارتفاعلرى مساوى اولان منشورلرلر ومتوازية المستطيلاتلر بربرينه مساويدر (نتيجه)

﴿دعوى سنظرى﴾

هراوج خطى مستقيم متناسبدن وسطا متناسبك مكعبى اول اوج خط مستقيمدن حاصل اولان جسم متوازى المستطيلاته مساويدر مثلا ا ـ ح اوج خط مستقيم متناسبدن ـ وسطا متناسبك مكعبى

اول اوج خط مستقیمدن حاصل اولان جسم متوازی المستطیلاته مساویدر * زیرا هوح ط متوازی المستطیلانك هح قاعدهسی ا ح خطلرینك مستطیلنه مساوی ح ط ارتفاعی دخی ـ خطنه مساوی فلنوب ـ كم ل د جسمی ـ خطنك مكعبنه مساوی فلندقده هراوج خط مستقیم متناسبدن طرفینك مستطیلی وسطك مربعنه مساوی اولدیغندن (٦ ح) هح ـ ل قاعدهلری بربرینه مساوی اولوب ح ط ل د ارتفاعلری دخی بالعمل ـ خطنه مساوی اولدیغندن انلر دخی بربرینه مساوی اولورلر امدی اشبو جسملرك قاعدهلری وارتفاعلری مساوی اولمغین انلر دخی بربرینه مساوی اولمله (نتیجهٔ ٥ ه) ا ـ ح خطلرینك متوازی المستطیلاتی ـ خطنك مكعبنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوی ٦ نظری *

هر مكعبلرك بربرینه نسبتی انلرك ضلعلرینك نسبتی كبیدر مثالثة بالتكریر مثلا اهـ مكعبنك وے مكعبنه نسبتی ا ـ ضلعنك ور ضلعنه نسبتی كبیدر مثالثة بالتكریر * زیرا ا ـ ور ضلعلرینه كل ثالث متناسبی استخراج اولنوب (٦ ح) اشبو اوج خطایچون اسـ رابع متناسبی دخی استخراج اولندقده (٦ ط) خطوط مرقومه لر علی الولاء متناسب اولورلر امدی اسـ ا ح خطلریله اع مستطیلی رسم اولنوب اع قاعدهسی اوزرنده وهـ ارتفاعیله اف متوازی المستطیلات جسمی اعمال اولنه بعده كل ور خطلریله كم مستطیلی رسم اولنوب م د ارتفاعی دخی وهـ ارتفاعنه مساوی رسم اولندقده ا ـ ور كل اسـ اشبو درت خط متناسب اولوب ا ـ اسـ طرفینك مستطیلی ور كل وسطینك مستطیلنه مساوی اولدیغندن (٦ ب) انلردن رسم اولنان اع كم مستطیللری دخی

بربرینه مساوی اولوب م د ع ف ارتفاعلری متساویین اولمغین
اف ک د جسملری دخی بربرینه مساوی اولورلر (نتیجه ٥) لکن ک د
جسمی وے مکعبینه مساوی اف جسمی دخی وے مکعبینه مساوی
اولوب (س) ارتفاعلری مساوی اولان جسملرك بربرینه نسبتی انلرك
قاعده لرینك نسبتی کبی اولدیغندن (ط) نسبة جسم ه الی جسم اف
کنسبة قاعدة اد الی قاعدة اع یاخود کنسبة ا ب الی ا س اولور
(٦ نتیجه ٥) امدی اف وے جسملری متساویین اولدیغندن نسبة
مکعب اه الی مکعب وے کنسبة ضلع ا ب الی ضلع ا س یعنی کنسبة ضلع
ا ب الی ضلع ور مثلثة بالتکریر اولوب (٦ حد) مطلوب ثابت اولور
نتیجه اگر درت خط مستقیم علی الولاء متناسب اولسه لر
برنجینك مربعیله دردنجیدن حاصل اولان جسم متوازی
المستطیلات ایکنجینك مکعبینه مساوی اولور

دعوی ید نظری

اجسام متشابهٔ متوازیة المستطیلاتلرك بربرینه نسبتی انلرك
ضلع نظیرلری مکعبلرینك نسبتی کبیدر یعنی اشبو ضلعلرك
بربرینه نسبتی مثلثة بالتکریر اولور

مثلا او کص متشابهین اولان متوازیة المستطیلات جسملرك بربرینه
نسبتی انلرك ا ب کل ضلع نظیرلری مکعبلرینك نسبتی کبیدر * زیرا ا ب
کل ضلعلرینك ش ل غ مربعلری اوزرنده اولان کص مکعبلری فرض
اولندقده نسبة جسم او الی جسم اذ کنسبة ارتفاع اح الی ارتفاع اش
یاخود ا ب اولوب (ے) وکذا جسم کص : جسم کض :: ارتفاع
کس : ارتفاع کغ یاخود کل اولورلکن ا ه ح کلع س
مستویلری متشابهین اولوب (حد) اح : ا ب :: کس : کل اولدیغندن
(٦ حد) او : اذ :: کص : کض اولوب (٥ ب) او : کص :: اذ :

كضر اولور (٥ه) امدى ارتفاعلرى مساوى اولان متوازى المستطيلات جسملرك بربرينه نسبتى انلرك قاعده لرينك نسبتى كبى اولديغندن (ط) اعـ: اذ:: اط: اح اولوب وكذا كر: كضر :: كف: كم اولورامدى نسبة اط يعنى مربع اب الى اح كنسبة كف يعنى مربع كل الى كم اولديغندن (٦ نتيجه) اعـ: اذ :: كر: كضر اولوب (٥ ما) بدل طريقيله دخى اعـ: كر :: اذ: كضر اولورلكن آنفا اثبات اولندى يعنى وجه اوزره او: كص :: اذ: كضر اولغين نسبة جسم او الى جسم كص كنسبة مكعب اب الى مكعب كر يعنى كنسبة اب الى كل مثلثة بالتكرير اولوب (ح) مطلوب ثابت اولور

نتيجه اجسام متشابهة متوازية المستطيلات انلرك بربرينه نسبتى انلرك ارتفاعلرى مكعبلرينك بربرينه نسبتى كبيدر

نتيجه قاعده لرى وارتفاعلرى مساوى اولان هرقنسى منشورايله متوازى المستطيلات بربرينه مساوى اولديغندن (نتيجه ح) مشابه منشورلرك نسبتى انلرك ضلع تناظيرلرى ياخود ارتفاعلرى مكعبلرينك نسبتى كبيدر

❋ دعوى به نظرى ❋

هراهرام قاعده سنه موازى برمستوى ايله قطع اولنسه اول مقطعك قاعده يه نسبتى قاعده ومقطعك رأسدن بعدلرى مربعلرينك نسبتى كبيدر

مثلا ط اح اهرامى احـ قاعده سنه موازى هوح مستوى سيله قطع اولنسه هو ر مقطعنك احـ قاعده سنه نسبتى انلرك رأسدن بعدلرى مربعلرينك نسبتى كبيدر *زيرا احـ مستويسى اوزرينه ط رأس اهرامدن طـ عمودى اقامه اولنوب (٧ ط) كـ ح صلـ وصل اولندقده هوح هو خطلرى بالفرض اى اب ضلعلرينه موازى اولديغندن حـ هو زاويه سى واب زاويه سنه مساوى اولوب

(٧ ر) نسبة ح هـ الى د ا كنسبة ط هـ الى ط ا يا خود كنسبة هـ و الى ا ب اولور (٦ ح) وكذا هـ ر مقطعنده واقع زاويه لردن هر بری اح قاعده سنده واقع زاويه لرك هر برينه نظيرنظيره مساوی اولوب اولزاويه لری محيط اولان ضلعلرمتناسب اولديغندن هـ ر اح شكللری متشابه اولورلر (٦ حد) امدی ح هـ د ا خطلری متوازيين اولوب ح ص ب د دخی موازيين اولديغندن (٧ ب) نسبة ح هـ الى د ا كنسبة ط ح الى ط د يا خود كنسبة ط ص الى ط ب اولوب (٦ ح) انلرك مربعلری دخی متناسب اولورلر (٦ نتيجه ٥) لكن نسبة مربع ح هـ الى مربع د ا كنسبة شكل هـ ر الى شكل اح اولديغندن (٦ ع) نسبة مربع ط ص الى مربع ط ب كنسبة مقطع هـ ر الى قاعده اح اولوب (٥ ١١) مطلوب ثابت اولور

نتيجه هر اهرام قاعده سنه موازی بر مستوی ايله قطع اولنسه مقطع دخی قاعده يه مشابه اولور

❋دعوی و نظری❋

قاعده لری وارتفاعلری مساوی اولان اهراملربربرينه مساويدر مثلا هـ د ا ب ح ب ط ولاح اهراملرك اح وح قاعده لری بربرينه مساوی اولوب هـ ق ارتفاعی دخی ب ص ارتفاعنه مساوی اولسه اهرامين مرقومين بربرينه مساوی اولورلر * زيرا هـ ل ب ع مساوی بعدلردن اح وح قاعده لرينه موازی كم س ف مقطعلری اعمال اولندقده نسبة مربع هـ ل الى مربع هـ ق كنسبة مقطع كم الى قاعدة اح اولوب وكذا نسبة مربع ب ع الى مربع ب ص كنسبة مقطع س ف الى قاعدة وح اولور (٥ه) امدی هـ ل ب ع مربعلری بربرينه مساوی اولوب هـ ق ب ص مربعلری دخی متساويين اولديغندن (٢ ب) نسبة مقطع كم الى قاعدة اح

کنسبة مقطع سف الی قاعدة وح اولور (ه ط) لکن اح
وح قاعده لری بالفرض متساویین اولدیغندن کم سف مقطعلری
دخی بربرینه مساوی اولورلر (ه ے) ویومثللواثبات اولنورکه رأسلردن
مساوی بعدلرده اولان هرقنمی آخر مقطعلر بربرینه مساوی اولوب
هوای اح اهرامنده واقع هرمقطع ے ط وح اهرامنده اولان
هرمقطع نظیرینه مساوی اولدیغندن اشبو مقطعلر مجموعندن حاصل
اولان اهراملر دخی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی بر نظری

مثلث القاعده اولان اهرام ایله منشور برقاعده وبرارتفاعده
واقع اولسه لر اول اهرام منشورلرك ثلثیدر

مثلا اح مثلث القاعده اوزرنده واقع اولان وای اح اهرامیله
وای هـ منشورینك ارتفاعلری براولسه اهرام مزبور منشور
مذکورلرك ثلثیدر * زیرا منشور مرقومك طرفلری اولان مستویلر
اوزرنده ی ے ی ح هـ فطرلری وصل اولندقده قاعده سی ای
اولوب رأسی ح اولان اهرام قاعده سی ے هـ ی اولوب رأسی ینه
ح نقطه سی اولان اهرامه مساوی اولور (بو) امدی منشور مزبورلرك
ایکی مقابل یولنان نهایتلری بربرینه مساوی اولدیغندن (حد) ای ح
اهرامی وهـ وح اهرامنه مساوی اولور (بو) امدی وای اح
ح هـ ی ح هـ ی اهراملری بربرینه مساوی اولوب انلردن حاصل
اولان وای هـ منشوری وای اح اهرامنك اوچ مثلی اولدیغندن
اهرام مرقوم دخی منشور مزبورلرك ثلثی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه برقاعده وبرارتفاعده یولنان اهرام منشورلرك ثلثیدر زیرا
منشورلرك قاعده سی هرنه شکلده اولورایسه ده مثلثلره تقسیم اولندیغندن
مرقوم جسملردخی مثلث القاعده منشورلره واهرامله تقسیم اولنورلر

تنبیه منشورلرك نسبتلری ایچون سابقا هرنه اثبات اولندیسه
اول نسبتلراهراملرده دخی جاریدرزیرا برقاعده ده وبرارتفاعده
بولنسان منشورلر دائما اهرامدرك اوج مثلیدر (٥ ح)

❋دعوی ٤ نظری❋

هراسطوانه قاعده سنه موازی برمستوی ایله قطع اولنسه مقطع
دخی دائره اولوب قاعده یه مساوی اولور

مثلا اواسطوانه سی اح قاعده سنه موازی برمستوی ایله قطع
اولنسه رح ك مقطعی دائره اولوب اح قاعده سنه مساوی اولور
* زیرا هط ے و مستویلری لے یحورندن مرور ایدوب رح ك
مقطعنك طح ك نقطه لرنده راست ك لدکده اح وهو
دائره لری هم متساویتین وهم متوازیتین اولدیغندن (حد ٨) لر
لط نصف قطرلری ے ح ے ے نصف قطرینه هم مساوی
وهم موازی اولوب (٣ ك) (٧ ب) انلرك اطرافلری بینله واصل
اولان وح هط خطلری لے خطنه موازی اولغین (١ ك)
ك ح ے خطلری دخی طے خطنه موازی اولورامدی رح ك
مقطعی اح دائره سنه بالفرض موازی اولغله طك طح
خطلری ے ح ے ے نصف قطرلرینه موازی اولوب هرمتوازی
الاضلاعدن ضلعلری متقابلان بربرینه مساوی اولدیغندن (١ ل)
طك خطی ے ح خطنه طح دخی ے ے خطنه مساوی اولور
لکن ے ح ے ے نصف قطرلری بربرینه مساوی اولدیغندن طك
طح خطلری دخی بربرینه مساوی اولورلرویو مثللواثبات اولنورکه
رح ك مقطعنك طح نقطه سندن محیطنه دك ے خروج ایدن
جمیع خطوط مستقیم بربرینه مساوی اولغین رح ك مقطعی
هم دائره وهم اح دائره سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ط نظری❋

قاعده‌لری وارتفاعلری مساوی اولان اسطوانه‌ایله منشور بربرینه مساویدر

مثلا اح وهو مساوی قاعده‌لراوزرنده واقع اح اسطوانه‌سیله وم منشورینك ارتفاعلری دخی مساوی اولسه اح وم جسملری بربرینه مساوی اولورلر * زیرا اشبو جسملر قاعده‌لرینه موازی ومساوی بعدلردن برمستوی ایله قطع اولندقده سرع مقطعی اح قاعده‌سنه ف‌ق‌ص مقطعی وهو قاعده‌سنه مساوی اولور (ر وع) لکن اح قاعده‌سی وهو قاعده‌سنه بالفرض مساوی اولدیغندن سرع مقطعی دخی ف‌ق‌ص مقطعنه مساوی اولورویومثلاواثبات اولنورکه قاعده‌لردن مساوی بعدلرده اولان هرقنجی آخرمقطعلر بربرینه مساوی اولوب اح اسطوانه‌سنده واقع هرمقطع وم منشورنده اولان هرمقطع نظیرینه مساوی اولدیغندن اشبومقطعلر مجموعندن حاصل اولان جسملردخی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور تنبیه منشورلر ایچون هرنه نسبت اثبات اولندی ایسه اول نسبت بعینه اسطوانه لرده دخی جاریدر زیرا قاعده‌لری وارتفاعلری مساوی اولان منشورلر اسطوانه‌لره مساویدر

❋دعوی ک نظری❋

هرمخروط قاعده‌سنه موازی برمستوی ایله قطع اولنسه مقطعك قاعده یه نسبتی انلرك رأسندن بعدلری مربعلرینك بربرینه نسبتی کبی اولور مثلا واح مخروطی اح قاعده‌سنه موازی برمستوی ایله قطع اولندقده حاصل اولان هور مقطعنك اح قاعده‌سنه نسبتی انلرك رأسندن بعدلری مربعلرینك بربرینه نسبتی کبی اولور * زیرا

ك ح عمودی اقامه اولنوب وط محورندن مرور ایدن ه وط
وط مستویلری مقطع مرقومی ے و ر نقطه لرنده قطع ایلسه
هور مقطعی ار ح قاعده سنه بالفرض موازی اولوب انلری دخی
ے ح مستویلری قطع ایلدیکندن ے ر خطی طح خطنه
ے و دخی طـ خطنه موازی اولور (۷ ـ) امدی وطـ وے و
مثلثلری متشابهین اولوب وطح وے ر مثلثلری دخی متشابهین
اولدیغندن نسبة ے و الی طـ کنسبة وے الی وط یاخود
کنسبة ے ر الی طح اولوب (۶ ك) طـ طح نصف قطرلری
بربرینه مساوی اولغین ے و ے ر دخی متساویین اولورلر (۵ ے)
ویومثلاواثبات اولنورکه هور مقطعنك ے نقطه سندن
محیطنه دکین خروج ایدن جمیع خطوط مستقیمه بربرینه مساوی
اولغین هور شکلی دائره اولورامدی نسبة وص الی وح کنسبة وے
الی وط یاخودکنسبة ے و الی طـ اولدیغندن مربع وص
مربع وح :: مربع ے و: مربع طـ اولور (۶ نتیجه) لکن
مربع ے و: مربع طـ :: دائرة هور: دائرة ار ح اولغین
(۱۱ نتیجه) نسبة مربع وص الی مربع وح کنسبة مقطع هور
الی قاعدة ار ح اولوب (۵۱) مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر مخروط قاعده سنه موازی برمستوی ایله قطع اولنسه
حاصل اولان مقطع دائره اولور

تنبیه اکر مخروط مرتوم قائم اولور ایسه وح
عمودی اقامه یه حاجت اولیوب نسبة مربع وے الی مربع
وط کنسبة مقطع هور الی قاعده ار ح اولور

✻ دعوی کا نظری ✻

قاعده لری وارتفاعلری مساوی اولان مخروطلر ایله اهرام بربرینه مساویدر

مثلا ا ـ ح هورح قاعده لريله وے ك ط ارتفاعلری مساوی
اولان ا ـ ح مخروطی ك هورح اهرامنه مساویدر * زیرا
رأسلرندن وصل ك ع مساوی بعدلرده قاعده لرینه موازی بررمستوی
قطع ایلدکده نسبة مربع وصل الی مربع وے کنسبة مقطع ل م ﻫ الی
دائرة ا ـ ح وکذا نسبة مربع ك ع الی مربع ك ط کنسبه مقطع ش ف
الی قاعدة هر اولور (به ر ك) امدی وصل وے خطلری بالفرض
ك ع ك ط خطلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب انلرك مربعلری
دخی نظیر نظیره مساوی اولدیغندن (ر ـ) نسبة مقطع ل م ﻫ الی
دائرة ا ـ ح کنسبة مقطع ش ف الی قاعدة هر اولور (ه ا) لکن
ا ـ ح قاعده سی هر قاعده سنه بالفرض مساوی اولدیغندن
ل م ﻫ مقطعی دخی ش ف مقطعنه مساوی اولور (ه ـ) وبو مثللو
اثبات اولنورکه رأسلرندن مساوی بعدلرده واقع هرقنجی آخر مقطعلر
بربرینه مساوی اولوب مخروط مرقومده اولان هر مقطع اهرام
مزبورده واقع هر مقطع نظیرینه مساوی اولدیغندن اشبو مقطعلر
مجموعندن حاصل اولان ا ـ ح مخروطیله ك هورح
اهرامی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ثد نظری ✻

برقاعده ده وبرارتفاعده واقع هر مخروط اسطوانه نك ثلثیدر
مثلا برقاعده ده وبرارتفاعده واقع هاب مخروطی ا ـ ح اسطوانه سنك
ثلثیدر * زیرا طور اهرامیله طورح منشورینك قاعده لری
وارتفاعلری مخروط مرقومایله اسطوانه مزبوره نك قاعده لری
وارتفاعلرینه مساوی اولسه ا ـ ح اسطوانه سی طورح
منشورینه مساوی اولمغین (ط) هاب مخروطی دخی طور
اهرامنه مساوی اولور (كا) امدی طوراهرامی طورح

منشورینك ثلثی اولدیغندن (نتیجه) هر مخروطی دخی داخ
اسطوانه سنك ثلثی اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه کرك اهراملرو کرك منشورلرو کرك اسطوانه لر ایچون نظیر
نظیره نسبتلری سابقا هرنه وجه اوزره اثبات اولندی ایسه بنه اول
نسبتلر مخروطلرده دخی جاریدر زیرا برقاعده ده وبر ارتفاعده بولنان
مخروطلر اسطوانه لرك ثلثیدر

تنبیه بو دخی معلوم اولا کرك مخروطات وکرك اسطوانات
متشابهه لرك نظیر نظیره نسبتلری انلرك قاعده لرینك قطرلری یاخود
ارتفاعلری مکعبلرینك بربرینه نسبتلری کبیدر زیرا بونلرده ضلع نظیر
اصطلاحی مستعمل دکلدر اواسبیدن شکل مرقوملرك
ضلعلری برینه قاعده قطرلری یاخود ارتفاعلری مستعملدر

✻ دعوی ٤ نظری ✻

هرکره بر مستوی ایله قطع اولنسه حاصل اولان مقطع دائره اولور
مثلا هر کره یی برمستوی ایله قطع اولنسه حاصل اولان بر
مقطعی دائره اولور * زیرا هر محورندن مرور ایدر ایسه ایرد
مستویلری بر مقطعلنه عمود فرض اولنوب بر خطی دخی
رسم اولنه بعده ای ور وصل اولندقده مستویین مذکوریندن
هربری بر مقطعنه بالفرض عمود اولدیغندن او فصل مشترکی
دخی مقطع مرقومه عمود اولور (۷ بد) امدی ا و مثلثندن ا ار
ضلعلری ارو مثلثندن ار او ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب
او اور زاویه لری دخی قائمه اولغین و ضلعی ور ضلعنه مساوی
اولور (۳ نتیجه) وکذا ارو مثلثندن ای او ضلعلری ارو
مثلثندن ار او ضلعلرینه مساوی اولوب اوی اور زاویه لری قائمه
اولدیغندن وی دخی ور ضلعنه مساوی اولوب وی وی ور

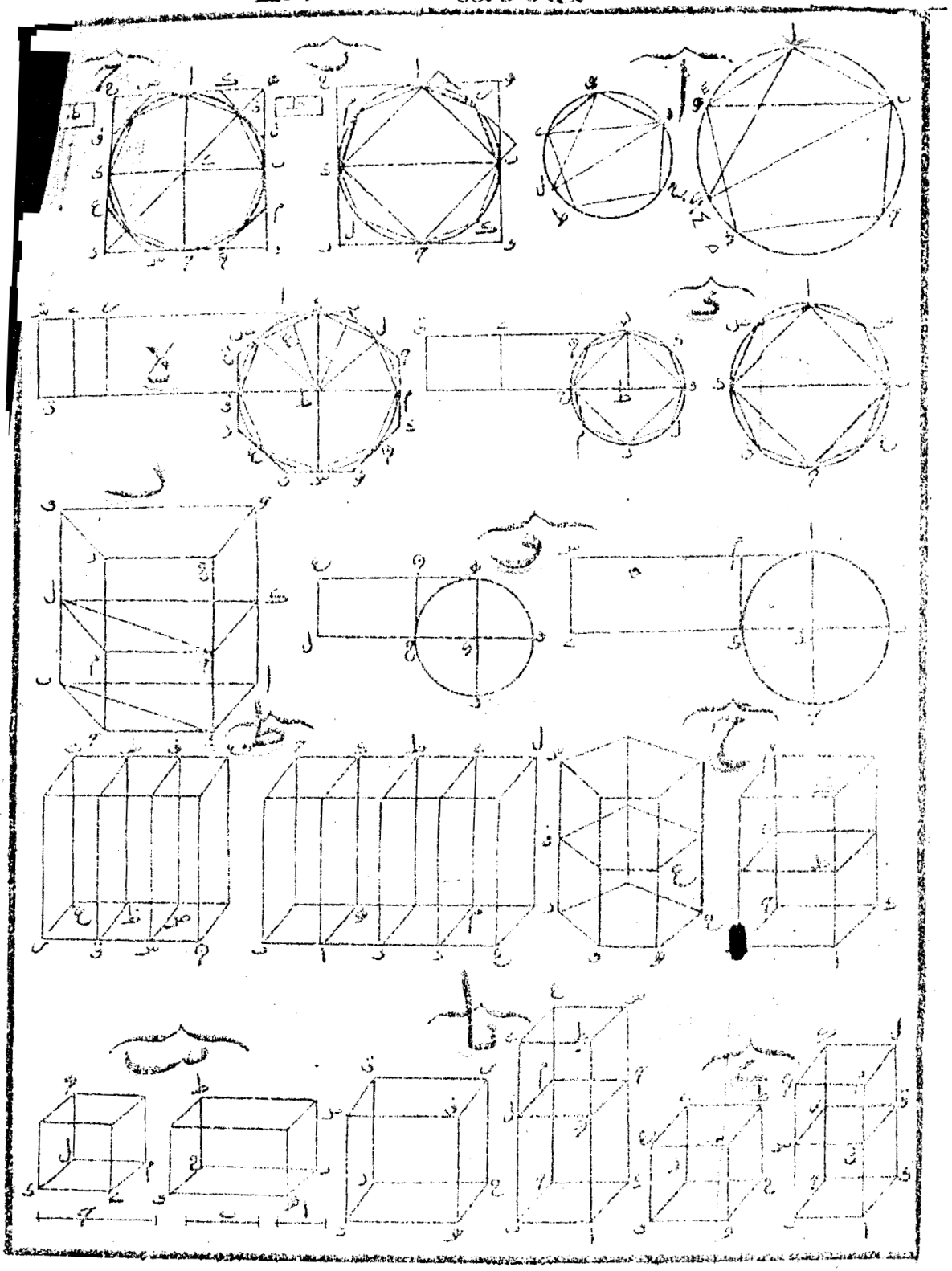
خطلری بربرینه مساوی اولورلر بو مثلو اثبات اولنور که مقطع مذکورك و نقطه سندن محیطنه دکین خروج ایدن جمیع خطوط مستقیم بربرینه مساوی اولمغله دری مقطعی دائره اولوب مطلوب ثابت اولور

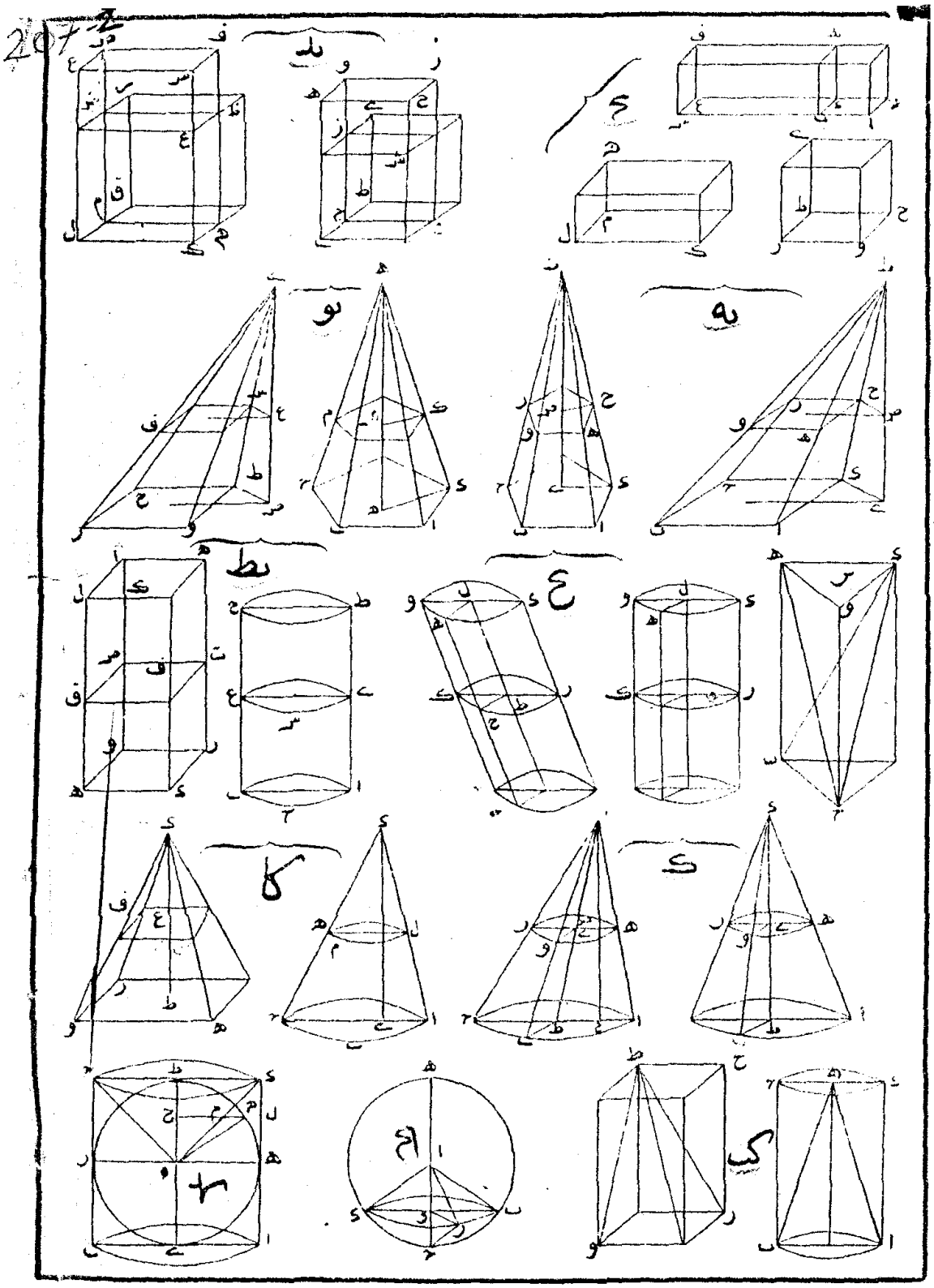
نتیجه هرکره مقطعنك مرکزی دائما قطرکره اوزرنده واقع اولور

✻دعوی ٨ نظری✻

هرکره کندی اوزرینه مرسوم اسطوانه نك ثلثانیدر مثلا طهرکره سی کندی اوزرینه مرسوم ادح اسطوانه سنك ثلثانیدر * زیرا و مرکزندن مرورایدن طدرهط دائره سی کرهٔ مرقومه نك مقطعی اولوب اسطوانهٔ مزبوره نك وح یاخود اب قاعده سنه موازی لح مستویسی اعمال اولنه بعده وهط وح وی وط وصل اولندقده وط محورا عتباریله اوزرنده هط مربعنك دورانی توهمندن هدح اسطوانه سی حاصل اولوب وهط ربع دائره سی دورانی توهمندن هدر طهط نصف کره سی حاصل وکذا وط مثلثی دورانندن دخی وی مخروطی حاصل اولورامدی وح مثلثی قائم الزاویه اولوب وح دخی حم خطنه مساوی اولدیغندن وح حد مربعلری مجموعی یاخود حم حد مربعلری مجموعی وحد مربعنه مساوی اولور (ر ند) لکن وحد خطی وهط یاخود حل خطنه مساوی اولدیغندن حم حد مربعلری مجموعی حل مربعنه مساوی اولوریعنی حم حد نصف قطرلری اولان مقطعلرك دائره لری مجموعی حل نصف قطری اولان مقطعك دائره سنه مساوی اولور (ز نتیجه ٤) وبودخی ثابت درکه لح مستویسی دائما کندویه موازی اولدیغی حالده هرنه محلده بولنورایسه اشبو مذکور مقطعلر مجموعندن حاصل اولان وی مخروطیله

هر طاقه نصف کره‌سی اخر مقطعلری مجموعندن حاصل اولان
هر اسطوانه‌سنه مساوی اولورلکن وجه مخروطی هر
اسطوانه سنك ثلثی اولدیغندن (ك) هر طاقه نصف کره‌سی
دخی ثلثان باقی یه مساوی یا خود طاشیرکره‌سنك کابسی وارجه
اسطوانه‌سی کابسنك ثلثانیه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه‌ ١ برقاعده‌ده وبرارتفاعده واقع اولان مخروط وکره واسطوانه
علی الترتیب بربرینه نسبتی اشبو ١ و ٢ و ٣ عددلرك بربرینه نسبتی کبیدر
نتیجه‌ ٢ هر کره اوزرینه مرسوم اسطوانه‌لرك نسبتی انلرك
قاعده‌لرینك قطرلری مکعبلرینك نسبتی کبی اولوب (تنبیه)
قاعدهٔ مرفومه‌لرك قطرلری کرهٔ مذکوره‌لرك
قطرلرینه مساوی اولدیغندن کره‌لرك
نسبتی انلرك قطرلری مکعبلرینك
نسبتی کبی اولور





درون اصولده ظهور ایدن ملحوظات واعتراضات

✻ مقاله اولی ✻

معلوم اولهکه عند الحکماء کم دیدکاری برعرضدرکه کندی ذاتنده قسمتی قبول ایده وبو قسمتدن مراد کرلئ وهما یعنی کندوده برشیئك غیری شئ آخر فرض ممکن اولمق طریقیله اولسون وکرلئ فعلا یعنی فك وقطع طریقیله اولسون بو ایکیسندن اعمدر یاخود کم دیدکاری برعرضدرکه کندی ذاتنده مساوات وغیرمساواتی قبول ایده ویاخود کم دیدکاری برعرضدرکه عادی مشتمل اولهدیو تعریف اولنوب بو تعریفلرایله معرف اولان کم مرقوم دخی یا منفصل ویا متصل اولور اما کم منفصل اولدرکه کندوده فرض اولنان اجزالری بینده فصل مشترك ملحوظ اولیه عددکی مثلا اون عدد ایکی قسمه تقسیم اولنوب برقسمی الق وقسم آخری درت اولسه التقی عدد التیدن جزء اولوب اندهداخل ودرندن خارج اولغین اقسام عدد بینده فصل مشترك بولنمدیغی ظاهر اولور اما کم متصل اولدرکه کندوده فرض اولنان اجزالری بینده فصل مشترك ملحوظ اوله بودخی ایکی نوعدر نوع اول کم متصل غیرقارالذات درکه کندوده فرض اولنان اجزالری خارجده ثابت اولیه زمان کبی اشیو زماندن هرکیمش ایله کلمجك بینده ملحوظ فصل مشترك آن تسمیه اولنان شیدر ونوع ثانی کم متصل قارالذاتدرکه کندوده فرض اولنان اجزالری خارجده ثابت اوله مقدار کبی امدی مطلق مقدار اچ قسمدر زیرا مقدار مرقوم اکراوچ جهته یعنی طولا وعرضا وعمقا انقسامی قبول ایدرایسه اکا جسم تعلیمی تسمیه اولنوب نهایتی سطح اولور واکرایکی جهته یعنی طولا وعرضا انقسامی قبول ایدرایسه کا سطح تسمیه اولنوب نهایتی خط اولور واکر بر جهته یعنی کندوده

عرض وعمق بولنمیوب فقط طولا انقسامی قبول ایدر ایسه اکا خط
تسمیه اولنوب نهایتی نقطه اولور بوتقدیرجه جسم تعلیمی مقسوم
وسطح مقسوم وخط مقسوم بولنردن علی الترتیب هرایکی قسملری
بیتنده ملحوظ فصل مشترک سطح وخط ونقطه اولورقالدیکه
کم متصل کرک غیرقارالذات وکرک قارالذات بولنردن هرقنقسنک
ایکی قسملری بیتنده ملحوظ فصل مشترک دخی وضع صاحبی
رشید رکه قسمین مرقومینه مناسبتی براولمه مثلا برخطک ایکی
قسمنه قیاسا نقطه کبی زیرا اول نقطه خط مزبورک برقسمنه بدایت
وقسم آخرینه نهایت یاخود ایکیسنه بردن بدایت ویاایکیسنه
بردن نهایت اولوب اعتبارات حسبیله مختلفه اولغین نقطه
مزبوره نک اول ایکی قسمدن برینه اختصاصی قسم آخرینه اختصاصنک
غیری اولمیوب بلکه ایکیسنه بردن مناسبتی علی السویه اولمقدروکذا
برسطحک ایکی قسمنه قیاسا خط وبرجسم تعلیمنک ایکی قسمنه قیاسا
سطح وبرزمانک ایکی قسمنه قیاسا آن دخی بویله دریعنی بولنردن
هربری فصل مشترک واقع اولوب ایکی قسملرینه بردن اختصاص
ومناسبتلری علی السویه اولمقلغده نقطه کبیدر والحاصل فصل مشترک
مزبور فصل مشترک واقع اولدیغی شبهه نوعده مخالف اولمق واجبدر
زیرا اول فصل مشترک قسمیندن برینه ضم وقسم آخرندن طرح ایله اول
قسملرا صلا نه زیاده ونه ناقص اولورلر اکرزیاده ویاناقص اولسه
ابدی فصل مشترک مذکور مقدار مقسومدن جزء آخرا اولوب
برمقداری ایکی قسمه تقسیم ایتمک اوج قسمه تقسیم واوجه تقسیم
بشه تقسیم وهکذا اولورابدی بولنسه بالبداهه باطلدر اولسیمدن نقطه
خطدن جزء اولمیوب بلکه خطده برعرضدر وکذا سطحه قیاسا
خط وجسم تعلیمی به قیاسا سطح دخی بویلهدر یعنی فصل مشترکلر
فصل مشترک واقع اولدقلری شیلردن جزء اولمیوب بلکه اول شیلرده

برعرض اولدقلرندن فصل مشترك مزبور لك نوعی مقدار مقسوم نوعنه
مخالف اولدیغی ظاهر اولور بو دخی معلوم اوله که مطلق کم تقسیم اخرایله
ایکی قسم اولوب برقسمی کم بالذات درکه کندی نفسنده کم اوله تکم
بو مقامه کلنجیه دکین ذکر و تفصیل اولندی وقسم آخری کم
بالعرض درکه کندی نفسنده کمیت اعتبار اولنیوب کم بالذات آخر
عروضی حسبیله اوله بو دخی درت در اولکی کم بالعرض اواشیدرکه
کم بالذاته حلول ایده زمان کبی زیرا زمان هرنقدر کندی نفسنده
کم متصل بالذات اولسه دخی مقدار حرکه اولدیغندن حرکه ایله
قائم اولوب حرکه دخی کم متصل بالذات اولان مسافه یه منطبق
اولمسی حسبیله زمان مرقوم مسافه یه منطبق اولور بو تقدیرجه زمان
مذکور مسافه ایله تقدیر اولنوب برقسم زمان وایکی قسم زمان
دینلدیکندن زمان مزبور کم متصل بالذات اولان مسافه تحتنده
داخل اولوب کم متصل بالعرض اولور وکذا مسافه یه منطبق
اولان حرکه سنین وشهور وایام وساعاته تقسیم اولندقده زمان
مزبور ایچون دخی انقسام عارض اولوب کم منفصل بالعرض
اولور ایکنجی کم بالعرض اواشیدرکه کم بالذاته محل اوله
جسم طبیعی ایله معدود بالکبی زیرا جسم طبیعی کم متصل بالذات اولان
جسم تعلیمی ایچون محل معدود دخی کم منفصل بالذات اولان
عدد ایچون محل اولوب کم بالعرض اولور اوچنجی کم بالعرض
اولشیدرکه کم بالذات محلنه حلول ایده شول آلاجه نك بیاضی
سیاهندن اکثردر دینلدیکی کبی زیرا بیاض مزبور کم بالذات اولان
جسم تعلیمینك محلی اولان جسم طبیعی یه حلول ایلدیکندن کم بالعرض
اولور دردنجی کم بالعرض اواشیدرکه کم بالذات عارض اولدیغی
شیئه متعلق اوله اشیاده مؤثره اولان قوت کبی زیرا قوت مزبور
عدد و یا زمان حسبیله زیاده و نقصان اولسی کندی نفسنده کم بالذات

اولديغندن اوليوب بلكه اول قوندن صادر اولان اثره كم بالذات
اولان عدد ويازمان يوندن زياده ونقصان عارض اولمسى
اعتباريله درتكم برقونك اثرى عدد ويازمان حسيله زياده ونقصان
اولسه اثر مرقوم ايچون مبدأ ومتعلق اولان قوت دخى عدد ويازمان
يوندن زياده ونقصان اولوب كم بالذات خواصيله متصفه اولغين
قوت مرقومه كم بالعرض اولور امدى مانحن فيهمزدن اولان
فن هندسه برعلمدركه من حيث التقدير احوال مقاديردن بحث ايدوب
مقاديرمزبوره دخى جسم تعليمى وسطح وخط اولغين علم هندسه
يونلرك عوارض ذاتيه لرى اولان قسمت وهميه وفعليه ويامساوات
وغيرمساوات قبولندن بحث ايتكين اقسام كم تفصيل وبيان
ويواقسامدن موضوع فن مذكور مقدار اولديغى كشف وعيان
اولنوب مقدار مرقومك دخى عوارض ذاتيه سنى اعلام ايچون تفهيم
مافى المرام ضمنده باعث تطويل كلام اولمشدر فافهم ذلك

* حد ١ *

نقطه وخط وسطحك تعريفلرى جسمدن تولديغندن جسمك
تعريفى تقديم اولنمغله انلرمنفهم اولنه مدقلرندن طريق معتادك
عكسيله بدأ اولنمشدر لكن اقليدس جسمك تعريفنى اونبرنجى
مقاله سنده ذكر ايلمسى جسم ايله تعريف مقالهٔ واحده ده يوقسنى
مرادايلمك كركدر امدى بومثللو ترتيبلرك تقديم وتأخيرى
جائز اولديغندن دائما واضح واشكار طريق ايله ذكرى
انسب واشبهدر نظام طبيعى سنه نظر اولنمى الزمدر

* حد ٢ و ٣ و ٤ *

يوندن اقدم ذكر وتفصيل اولنان برنجى تعريف وساطتيله

بو تعریفلر بروجهله واضح وآشکار اولور که بو محلده
اندن زیاده کشف وایضاحه اشتغال اولنمدر

حد ٨

اقلیدسك زاویه حقنده ایراد ایلدیکی تعریف اعنه وارد اولان
اعتراضلر ائده اصابت اولنمشدر زیرا خط مستقیم ایله خط منحنی
بینلرنده برمقیاس مشترك اولدیغندن ایکیسنك تلاقیسندن حادث
اولان زاویه دن دخی اصلا بحث بوقدر وتعریف مذکور
غالبا علم هندسه ده بی بهره برمترجمك علاوه سی اولوب علم مذکورده
بومثللو زاویه نك برفائده سی اولدیغندن ترك اولنمشدر

حد ٩ ، ١٠

اقلیدس زاویهٔ قائمه ایله خط عمودی تعریف واحددهجمع ایلمش
مشوشدر زیرا هرنقدریك دیکرندن متولد ایسه دخی ینه منفرد
شیلر اولغین تکم دائره ایله قطر بشقه بشقه تعریف اولندیغی
مثللو یونلر دخی منفردا تعریف اولنمسی لازمدر

حد ١٤

بعض مهندسین دائره نك امکان خارجیسنی ارائه قصدیله سطح مستوی
اورزنده برخط مستقیم محدود ك برنهایتی ثابت قلنوب اولخط
سطح مزبورا وزرنده دوروحرکتندن حاصل اولان شکله دائره
ونهایت ثابته نقطه سنه مرکز ونهایت اخراسنك رسم ایلدیکی خط
منحنی یه محیط تسمیه ایدوب دائره ایچون تعریف وضع ایلمشلردر
لکن اقلیدسك تعریفی هرحالده مختصر ومفید اولوب فهمی آسان
اولدیغندن بومقامده دخی وضع واختیار اولندی قالدیکه اقلیدس
دائره تعریفند نصکره قطری ذکر ایدوب قطر مرقوم دائره

مزبوره بی تنصیف ایدردیمسی نامعقول کلامدر زیرا اثباته محتاجدر

❋ حد ۲۳ ❋

خطوط متوازیه اولدرکه الی غیر النهایه اخراج اولنسه لربریه اصلا تلاقی ایتیه لر دیوفقط بوخاصه ایله اقلیدسك تعریف ایلمسنه فضلای مهندسیندن چوق کسنه اعتراض ایدوب فقط تلاقی بی تلاقی ایله خطوط متوازیه خواصندن هیچ برخاصه متولد اولامزدید کاری کلاملری مردوددر زیرا تعریف مذکور خطوط متوازیه خواصندن عقلك کشف وتجویز ایده بلدیکی واضح وذهنه قریب برخاصه تعریفی اولدیغندن معلق وذهنه بعید اولان خواص سائره تعریفلرندن اشمل وارجحدر قالدیکی برخط مستقیم خطین مستقیمین آخرینی قطع ایدوب خط قاطعك برطرفنده داخلده بولنان ایکی زاویه مجموعی ایکی قائمه دن اقل اولسه خطین مرقومین اولطرفه اخراج اولنسلر بربریله تقاطع ایدرلر دیو ایراد اولنان مسئله نك قائلی اقلیدسمی یاخود یاشقه برکسنه می ایدی حالا نامعلوم اولوب انجق قائلی هرکم ایسه اولمسئله بی علوم متعارفه دن عد ایلمسی اصول هندسه شانندن شاندر زیرا بومسئله مسائل سائره کبی اثباته محتاجدر حال بوکه مسئله مذکوره بی طالبلر وجه لایقی اوزره اول امردن تسلیم ایتمك دکل دائما قبولنده تردد اوزره اولوب مفهومنه دخی سریعا انتقال ایده مدکارندن مسئله مذکوره ترك اولنوب یرینه درد نجی اصول موضوعه وضع اولنمشدر

❋ دعوی ۱ ❋

عملی تعبیر اولنور بودعوی برهانده ایکی دائره نك تقاطعنه متعلق کلامی اقلیدس دلامناسبت ترك ایلمشدر قالدیکه بونوع عملارده برشی هرنقدر واضح ایسه دخی اول امردن تسلیم اولنوب دقت اوزره کشف وایضاحی لازمدر کرچه ایکی دائره بربرینك مرکزلرندن مروری

اولدائره لرك تقاطعلرینه دلیلدر انجق برهان دعواده ذکر اولنمسی لازمدر

دعوی ـ

عملی تعبیر اولنور بو دعواده پروقلس نام مهندس وسائرلری ملاحظه لرنجه ا نقطه سنك موضعنه کوره اختلاف وقوعنی بیان ایلمشلردر لکن ا نقطه سی خط مستقیم محدودك ایکی نهایتلرندن بریسی واقع اولسه فقط بو صورتده مختلف اعتبار اولنوب ا نقطه سندن ح بعد یله رسم اولنان دائره نك هرقنتی نصف قطری خط مطلوب اولور واکر ا نقطه سی سائر موضعلرده بولنور ایسه یعنی کرك ح خطی اوزرنده وکرك خارجنده واقع اولسه ینه عمل وبرهانی بعینه بزم بیان ایلدیکمز کبیدر لکن اقلیدس ایله اختلافی اولدرکه بزل اولا رهو دائره سنی رسم ایدوب بعده او خطنی اخراج ایدرز زیرا بو خصوص دعوای مرقومك شروطنه اوفقدر

دعوی ح

بو دعوانك عمل وانشاسنده او خطی بعضا ا خطی اوزرینه منطبق اوله بلدیکندن اول آنده مطلوب حاصل اولور وکذا حال خطلری ا نقطه سنده ملاقی اوله بلدکلرندن نقطهٔ مرقومه دن ح بعد یله رسم اولنان دائره ا خطندن جزء مطلوبی قطع ایدر وبو حال کلیك بشنجی دعواده واصول هندسه نك بعض محللرنده ظهور ایلدیکندن حال مذکوری ذکر وایرادلازمدر امدی خطین مرقومین اشبو ایکی حالك غیری هرنوجهله واقع اولسه ایدی اولزمانده اقلیدس کرك بنیاسی وکرك برهانی عوداوزره اولورایدی

دعوی ی

بو دعوانك برهانی حفنده سوق کرده علیدرد یواعتراضی اولنمشدر

لكن بو اعتراض واهيدر زيرا برمثلثي مثلث آخر اوزرينه تطبيق توهمي وتصوريدر بالفعل دكلدر قالديكه بو مثلاواشكالك بربرينه مساواتني اثبات ايچون بوندن غيري طريق اولمديغندن باب معارضه مسدوددر

دعوى لا

بودعوانك برهانده تحت القاعده واقع اولان زاويه لرك بربرينه مساوي اولديغني اقليدس انجق يدنجي دعواسنك اثباتي ايچون ذكر وايراد ايلمشدر لكن اقليدسك يدنجي دعواسندن برفائده مستفاد اولمديغندن ترك اولنوب فوق القاعده بولنان زاويه لرك مساواتني اثبات ايلمك بودعوانك انفع خواصندن اولمغين فقط بوخاصه يي ذكر ايله اكتفاء اولندي

دعوى و

اقليدسده بودعوانك برهاني بي ترتيب وناقصدر زيرا برضلعك ضلع آخردن فقط اطول اولديغني بيان ايتمك كافي اولوب بلكه ضلع آخر مرتومدن اقصر اولديغني دخي بعد البيان انلرك مساواتي ثابت اولور وبو اعتراض اقليدس اصولنك برقاج دعوالري حقنده دخي واردر

دعوى ز

بودعوى اقليدسك سكزنجي دعواسيدر لكن قطعا برفائده مستفاد اولميان دعواي سابقه سنك ترك اولنمسي ايچون اشبو دعوى طور آخر اوزره اثبات اولنمشدر بروقلس نام مهندس دخي بودعوايي طور مذكوره يقين اثبات ايدر لكن اثبات مرقوم عموم اوزره اولمق ممكن ايكن مهندس مزبور اوح قسمه تقسيم ايلمشدر حالبوكه مثلثلرك اطول اولان ضلعلري ياخود اقصر اولميان ضلعلري بربرينه تطبيق اولندقده انواع مثلثاتده اشتباه وقوعي دفع اولوب اوح قسمه انقسامي دخي رفع اولور

دعوی ح

بو دعوی فی الحقیقه علوم متعارفه دن دکل ایکن اقلیدس علوم متعارفه دن عد ایلمسی نامعقولدر زیرا هر ایکی زاویه قائمه بر برندن منفصل و منفرد شکلارده بولنوب اول ایکی زاویه لرك مساواتنه دائر نه حدودده ونه اصول موضوعه ده اصلا برحکم اولدیغندن سائر دعوالر مثللو اثباته محتاجدر

دعوی ط

بو دعوانك بناوانشاسنده استعمال اولنان دائره خط محدودی ایکی نقطه ده قطع ایده جکنی اقلیدس بیان واثبات ایلمشدر حالبوکه بونك عکسی مثابه سنده اولان اوچنجی مقاله نك ایکنجی دعواسی توجهله اثبات اولندی ایسه آنك مثللو بودخی برهانه محتاج اولدیغندن دعوای مرقوم طور آخر اوزره اثبات اولنمشدر

دعوی ک

اقلیدس بو دعوایی تنظیمده ایکی طرفنده حادث اولان زاویه لرایا ایکی قائمه در یاخود مجموعی ایکی قائمه یه مساویدر دیو تردید اوزره ایراد بیان ایلمدیکی کلاملك شق اولی عبث قبیلندندر زیرا اولزاویه لردن هربری کرك زاویهٔ قائمه اولسونلر وکرك اولمسونلرینه هرحالده مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولدیغندن تنظیم دعواده فقط شق اخیر ایله اکتفاء اولنمشدر

دعوی ل

بو مقاله ده یکرمی سکزنجی واقع اولان دعوای اعمك جزئی مثابه سنده کائن اشبواون التنجی دعوی فی الحقیقة اصول هندسه دن طرح

اولمق لایق ایدی لکن بو نك عقیبنده ذکر اولنان دعوی ایله خطوط متوازیه یه متعلق دعوالرك اولکبسی بونسز قابل اثبات اولیوب دعوای اعم مرقوم دن دخی ترتیبده مقدم واقع اولدقلرندن اشبو اون التنجی دعوی علی حاله وضع وابقا اولندی قالدیکه اقلیدسك مقالهٔ اولیسنده واقع اون یدنجی دعواسی یله اقلیدسده اوچنجی مقاله سنك اون سکزنجی دعواسنی اثبات ایچون اولوب دعوای اعم مذکوره دخی حواله ایله برهانی تکمیل اولدیغندن آنلك اون یدنجی دعواسی برفائده یی مفید وبرنتیجه یی منتج اولیوب عبث اولدیغی حالده باقی قالمغین اشبو اصول هندسه دن طرح اولنمشدر

✻ دعوی ٤ ✻

پروقلس نام مهندس حاشیه سنده نقل ایدوب دیرکه ایکورس نام فیلسوفه تابع اولنلر بطریق الاستهزاء بودعوی حقارله دخی رایکان اولدیغندن اصلا اثباته محتاج دکلدرید کاری کلامك جوابنده مهندس مزبور دیمشدرکه برمثلثدن هرایکی ضلع مجموعی اوچنجیدن اطول اولمسی هرنقدر آشکار کورینور ایسه دخی یه بطریق الهندسه سببی نمایان اولمق لازمدر امدی بودعوی ایله بونك امثالی سائر واضح وآشکار دعوالر حقنده وارد اولان تعریضاته جواب باصواب اولدرکه بومثللو دعوالرا ثبات اولندیغی تقدیرده علوم متعارفه دن عدا اولنوب بلا لزوم علوم متعارفه نك تکثیری لازم کاوراولسیدن دعاوی مذکوره لرك اثبات لری نمایان اولمسی فنی عن البیاندر

✻ دعوی ٥ ✻

اقلیدسده بودعوانك برهانی غایت ناقصدرزیرا دعوای مذکوردن مقصد اولدرکه شرط مفروض اوزره بولنان اوچ خط مستقیمدن

برمثلث رسم ایتمکدر اقلیدس ایسه کرك انشاسنده وکرك برهانده
بو شرطی ترك ایلدیکندن ذکر وایراد ایلدیکی قیاسلر وانلردن
استخراج اولنان نتیجه لرباجمله هفوات قیلندن اولور

❊ دعوی ٤ ❊

اقلیدسك بعض نسخه سنده اشبو دعوی زیاده ایکی نتیجه موضوعدر که
ایکیسی دخی دعوای مرقوم مثلاو وبلکه اندن زیاده مغلقدر واصول
هندسه ده موجود اولان نتیجه لر اقلیدس طرفندن وضع اولنمیوب
بلکه بعض مترجمك علاوه سی اولمق کرکدر زیرا اقلیدس نتیجه لر
مجموعه سی نامیله برکتاب تالیف ایدوب اصول هندسه دن مستخرج
نتیجه لرك جمله سنی کتاب مرقومده درج ایلدیکندن اول نتیجه لرعن اصل
اصول اقلیدسده وضع اولنمش ظن اولنمق غیرجائزدر فی الحقیقه وضع
اولنمش اولسه ایدی جمیع نتیجه لری منفرد کتابده جمع وتالیفی عبث
زیلندن اولوردی ونتیجه مرقومه لراولقدرین سیاق کلام نام اولسی
دخی بوکا دلیلدر لکن برهان سابقدن وجه اسان اوزره برکلام سنی
ومفیدی استخراج ممکن اولدیغی صورتده آنی نتیجه قیلمقلقده یأس بوقدر

❊ دعوی لا ❊

اقلیدسده بو دعوانك اختلاف وقوعی بیان وهر بری برأسه اثباته محتاج
ایدیکی غایان اولغین بزم یکرمی برنجی دعوی تنظیمی تبدیل سبیله اشبو
اوتوز برنجی دعوی هم متوازی الاضلاعه وهم مثلثاته عمومی اولوب
بوصورت ترجیح اولنمشدر قالدیکه اقلیدسك بو محاللرنده تبدیلات سائره
دخی واردر لکن سیاقی مقالهٔ ثانیه نك ملحوظاتنده ذکر اولنسه کرکدر

❊ دعوی لب ❊

بو دعوانك اعمال واستعمالی بغایت سهل وآسان اولوب اقلیدسك

(س و مد و مه) دعوالری فوائدینی مفید اولدیغندن انلرك یرینه وضع اولندی امدی اشبو دعوالردن غرض اصلی اولدرکه شروط مفروضه اوزره اشکال متوازیة الاضلاع رسم اینك ممکن ایدیکنی اثبات اولوب وبو اثباتك طرق شتی سی اولغین جمله سندن واضح واشکار اولان اشبو طریق اختیار اولنشدر بودخی ملاحظه اولنه که اقلیدس (مد) دعواسنك بنا وانشاسیچون استعمال ایلدیکی ح ـ ک ط متوازی الاضلاعنی مادهٔ اخری بیانندہ اولان (س) دعواسی طریقی اوزره رسم ایلمسی ممکن اولدیغندن مارالذکر (مد) دعواسی دخی حق اوزره اثبات اولنمدیغی عیان اولورقالدیکه (مه) دعواسنك اثباتی (مد) دعواسنه مربوط اولغین انلك حقنده دخی بو اعتراض جاریدر

❋ دعوی لد وله ❋

بودعوالر اقلیدسك مقالهٔ سادسه سنده افادهٔ اخری اوزره تنظیم اولنوب قاعدهٔ تناسب ایله اثبات اولنمشدر لکن قاعدهٔ مرقومه غایت صعوبتلو برماده اولوب علم هندسه یه طالب وراغب اولنلردن چوق کسنه تناسب مزبوری کما هو حقه تحصیلنه موفق اوله مدقلرندن فوائد عظیمه مأموله ایله اشبو دعوالرك تنظیملری علی وجه السهوله بیان وقاعدهٔ تناسب استعمال اولنمقسزین اثبات وعیان اولندی قالدیکه مقالهٔ سادسهٔ مذکوره دن اول واقع اولان دعوالردہ دخی اشبو (له) دعواسنك استعمالی لزم ومقتضی اولوب اول باول ذکر وایرادی لازمه دن اولغین بوحلده وضع وتعیین اولنمسی مناسب کورلمشدر

❋ مقالهٔ ثانیه دعوی ا ❋

اقلیدس بودعوانك برهانندہ اه خطلریته موازی رسم اولنان

خطین آخرینك برپرله تلاقیلرینی برنم مقالهٔ اولیده یکرمی اوچنجی
حدلك ملحوظاتی درونده واقع متن اوزره اثبات ایلمسی صحیح اولیوب
خطوط مرقومه دن مطلوب اولان مربعك حصولی دخی معلوم
اولدیغندن بومقامده عمل آخزایرادایلمشزدرکه بواعتراضدن سالم اوله

دعوی ـ

بودعوالرك برفائده لری اولمامق ظنی بعضیلرعندنده محتملدرلکن
دعاوی مرقومه دن خاصةاوالکبسی اشبومقالهٔ ثانیه نك اکثردعواسنده
محتاج الیه اولوب باقیلردخی اصول هندسه نك سائرمحللرنده اقتضا
ایلدیکندن دعاوی مذکوره لرهرحالده یااثبات ویاتسلیم اولنمق
امرلازمدرقالدیکه اقلیدس بومثللوحددانتده واضح وآشکاراولان
سائردعوالری دقت اوزره اثبات ایتمش ایکن بودعوالری ترك
ایدوب علوم متعارفه دن عد ایلمسی خلاف طریقدر

دعوی ٨

بودعوایی اقلیدس مقالهٔ اولی سنده ایکی دعوی قیلمشدرقالدیکه
هم متوازی الاضلاعه وهم مثلثاته عمومی اولوب بومحللرده بی فائده
اولان سائردعوالرك ترکنه دخی صالح اولمغین اشبومقالهٔ
ثانیه ده وضع وتعیین اولندی امدی بودعوانك برهانی بوندن اقدم
ذکراولنان (ـ) دعواسنه متوقف ومستنداولدیغندن اشبو
(ـ) دعواسنك اصول هندسه ده فائده ولزومی مشاهده در

دعوی ر

بودعوی اقلیدسده ناموجود اولوب بعض دعاوی آتیه برهانی
حقنده اقتضا وبودعوی وساطتیله دعاوی مذکوره زیاده

احسن واختصار وجه اوزره اداواثبات اولندقلرندن
اشبو محلده وضع اولنمسی مناسب کورلمشدر

❋ دعوی ح ❋

اقلیدسده برخط مستقیمی ایکی قسمدن زیاده تقسیمنه متعلق
اولان دعوالرك طالبلرینه اکثریا ایراث کلال وذهنلرینه
خلل ویروب فائده لرینك دخی چندان شمولی اولدیغندن اول
دعوالرك مجموعی ترك اولنوب یرلرینه اقلیدسده اولیان اشبو دعوای
اهم وضع اولندی قالدیکه بودعوی اصول هندسه نك اکثر
مسئله سنده استعمالی جریان وهروجهله اعتبار واغتنایه
شایان اولدیغندن اشبو محلده دخی وضع بیان اولندی

❋ دعوی یو ,ط ,ك ,کا ❋

بودعوالرك مجموعی اقلیدسده ناموجود واکثر محالده محتاج الیه
اولوب علی الخصوص منفعتلری نمایان ونظر افتلری هیان اولان
اشبو(یو ,ط ,ك) دعوالرك اصول هندسه ده استعمالاری کثیر
اولدیغندن هروجهله کتابمزده وضع وتحریر اولنمسی انسبدر

❋ دعوی ع ❋

اقلیدسك بعض نسخه سنده اشبو دعوی تنظیمی فقط
مثلث حاد الزوایایه حصر وقصر ایلمشدر حالبوکه دعوای
مرقومك عموم وشمولی اولوب هرنوع مثلثده جریانی ظاهردر

❋ مقالهٔ ثالثه دعوی ا ❋

کرك بودعوی وکرك اصول هندسه نك سائردعوالرندن بعضیسنی
خلاف طریقیله اثبات ایلمری حقنده بعضیلر اعتراض ایلمشلر در

لکن اکثر اشیا خلف طریقنك غیری طرق آخر ایله اثبات ممکن اولدیغی
تفتیش وتفحص اوزره تحقیق ماده قیدنده اولان ارباب بصیرته
پوشیده دکلدر قالدیکه بو دعوانك برهانده معترضینك تعقل
ایده مدکاری برقصور ملحوظ اولوب یعنی موهوم وساخته اولان
د مرکزی هر خطی اوزرنده دخی فرض وتعیین
اولنه بلدیکندن اقلیدسك ذکر ایلدیکی برهان ناقصدر

✻ دعوی ۵ ✻

بو دعوی اقلیدسك اوچنجی مقاله سنك طقوزنجی دعواسیدر لکن
بو مقامده دردنجی واقع اولوب غایت واضح واحسن وجهله اثبات
اولنمشدر امدی اقلیدسك بعض نسخه سنده دعوی مرقومی اثبات
ضمننده اختیار ایلدیکی طریقده موهوم وساخته اولان هر مرکزی
بروجهله تعیین اولنمشدر که بو مرکزدن محیطه دکین خروج ایدن
خطوط ثلثهٔ مستقیمهٔ متساویه ایچون هرنه برهان جاری ایسه مرکز
مرقومدن خروج ایدن خطین مستقیمین متساویین ایچون دخی بعینه
اول برهان جاری اولدیغندن طریق مذکور ناقص اولدیغی آشکاردر

✻ دعوی ۱۱ ✻

اقلیدس بو دعوایی اوچنجی مقاله سنك حدودندن عدایلمی
استغراب اولنورماده دندر زیرا هرایکی شکل بربرینه مساوی
اولق خصوصی فقط بزم طقوزنجی علوم متعارفه دنك افاده سندن
معلومدر بو ایسه قطعا علوم متعارفه متعلقاتندن اولیوب
حدودندن عدا اولنمسی دخی هرحالده خلاف اولغین سائر دعوالر
مثللو اثبات اولنمق امر لازمدر

دعوی د

بو دعوالر واقعده اقلیدسك اونبرنجی دعواسیدر لکن کرك شکللرك عدم انتظامدن وکرك شکل اخیرك موهوم وساخته اولمانیکی مرکزلرینی انفهامدن اکثریا طالبلر مضطرب اولدقلرندن اولکونه محذوری دفع ایچون طرز آخرایله ادا اولندی قالدیکه اقلیدسك اشبو اونبرنجی دعواسنی اثبات ضمننده ایرادایلدیکی عباره سی ناقصدر زیرا دائره لر بربرینه فقط بر نقطه ده تماس ایلدیکی هنوز اشکارد کل ایکن اوزرینه بنا ایلدیکی برهان دخی فسادی موجب اولغله بو اعتراضدن سالم اولمسیچون عقیبنده کلان دعواسنی تقدیم ایدوب اولدعوایی دخی اشبو اونبرنجی دعواسنه حواله ایلمکسزین اثبات ایلمسی لازم ایدی قالدیکه بو مثللو اعتراض اقلیدسك اوچنجی مقاله سنده ذکر ایلدیکی (٥ و ٧) دعوالری حقنده دخی جاریدر زیرا (٤ و) دعوالرینی اثبات ضمننده ذکر ایلدیکی وافر شیلرا ثباته محتاج ایکن مجموعی تسلیم وقبول اولنمش اولغله بو اعتراضدن دخی سالم اولمسیچون (٥ و ٦) دعوالرینی (٤ و) دعوالرندن مقدم ذکر واثبات ایلمسی لازم ایدی

دعوی ط

بو دعوی اقلیدسك (٣٢) دعواسی اولوب ایکی قسم اوزره بیان اینکله برقسمك برهانده حرکت فطری هدر وترندن اطول اولدیغنی وتر آخر اولان سرع وساطتیله اثبات ایلمشدر لکن واسطه مرفوعه سز برهان نام اولدیغندن بو مقامده وجه دیکرایله اثبات اولنمشدر قالدیکه قسم آخرك برهانی دخی بعینه اقلیدسك دعوای سابقه سی برهانك ملوری اوزره درتکم ثاودوسیوس نام مهندسك کر رساله سی مقالاتندن مقالهٔ اولیسنك التنجی دعواسنده یاپلمادیغی

ذکر ایدوب طور مرقوم اوزره اثبات ایلمسی بو کا دلیلدر

دعوی ـ

خط مماس ایله محیط دائره بیننده ونقطهٔ تماس جنده زاویه ظن اولنان شبهٔ اصلا برفائده سی اولیوب بو مثللو بی فائده شیلری اصول هندسه یه درج وادخال برله شان هندسه یه شأن کتورمك جائز اولدیغندن بو دعواده دخی اولزاویه یه متعلق بحثدن احتراز اولنمشدر امدی بعض مهندسین زاویهٔ مذکوره یی نا اهل کسنه نك علاوه سی ظنیله اصول هندسدن طرح واخراج ایلمرلرسه اصابت ایلمشلردر لکن هرنقدر زاویهٔ مذکوره یی اخراج ایلمشلرایسه دخی بنه اقلیدسك بو دعوایی تنظیمده ذکر وایراد ایلدیکی تعبیرات غیرلازمه سی علی حاله باقی قالوب دعوای مذکورك اکثر حالده استعمالی شایان اولدیغندن اشبو واضح تنظیمی وضع وبیان ایلمشزدر

دعوی بد

بو دعوانك قسم اخیری برهانده اقلیدس اشبو ذکر اولنه حق دعوایی قبول وتسلیم اولنمش کبی فرض ایلمشدر دعوای مرقوم اولدرکه اکر برمقدار آخر برمقدارك ضعفی اولوب مقدار اولدن طرح اولنان برجزء مقدار آخردن طرح اولنان جزئك ضعفی اولسه مقدار اولدن جزء باقی مقدار آخردن جزء باقینك ضعفی اوادیو بو آنه قدر مسکوتا تسلیم اولنمش اولان اقلیدسك بو التزامی کرك علوم متعارفه وکرك مقدم اثبات اولنمش دعوالردن مستخرج اولدیغندن التزام مرقوم هروجهله صددن خارج وبو مقامده ذکر وایرادی غیرجائز اولوب بو قسمك برهانی کاملانه برضابطه تحته درج ایلمك ایچون فهمی آسان واعتراضدن مصون طرزایله ادا ایلمشزدر

دعوی یه

بودعوانك شكل اخیری اقلیدسده نامو جود وزاویهٔ مركزیه قوسی دائما نصف محیطدن اقل اولوب اول شكلك اثباتنده بومثلاو زاویهٔ مركزیه استعمالی غیر ممكن وشكل مرقومی ذكر وایراده حالده لازمهٔ زمت اولدیغندن برهانی دخی طور آخر اوزره ادا اولنمشدر

دعوی ع ربط

بودعوالرك اولكبسی كرچه اقلیدسك اوچنجی مقاله سنده اختلاف وقوعی اولان (ه) دعوامی سیاقنده درلكن بومقامده جمیع اقسامنه عموم وشمولی اولوب واضح واشكار طریقی اوزره فقط برقسمده اثبات اولنمشدر قالدیكه بودعوالرك ایكنجیسی مقالهٔ مزبوره ده برنجی (ر) دعوامزك یاخود اقلیدسك (كا) دعواسنك عكسی اولوب حكمت استعمالی دخی وار ایكن اقلیدسك سبب ترکی نامعلوم وهم حالده ذكر واثبات اولنمسی الزم اولدیغندن بو اصولده وضع وبیان اولندی

دعوی ك

بودعوی كرچه اقلیدسك (ع) دعواسیدر لكن انك معلومیتی القطع المتشابهة من الدوائر هی التی تقبل زوایا متساویه دیو ذكر ایلدیكی تعریفنه محتاج اولوب تعریف مذكور دخی بنه اقلیدسك تبدیل اوزره اولنان (ك) دعوامی اولدیغندن قطعهٔ واحده ده واقع زاویه لر بربرینه مساوی ایدیكی اثبات اولنمدقجه تعریف مزبور معلوم اولیوب بومثلاو هروجهله بی فائده وغیر مقبول اولان تعریف برنجی اصول زدن طرح وبو تعریفه محتاج اولمق ایچون فقط تنظیم دعوی تغییر اولنمشدر

مقالهٔ رابعه دعوی ح

اقلیدسده بودعوانك برهانی ناقصدر زیرا رسم اولنان خط مماسلر بربرینه تلاقی ایده جكلرینی ذكر واثبات لازم ایكن ترك ایلمشدر

اوبومثللاوشئ لازمی ترك اشبو مقاله نك بعض دعوالرنده دخی واقع اولمغین برهانلرینك اوجزلری هرمحلده تعمیر اولنمشدر

دعوی ٧

آنفاذکر اولنان اعتراض اقلیدسده واقع اشبو دعوی حقنده دخی جاری اولدیغندن ماعدا دعوای مرقومك کرك برهانی وکرك انشاسی هرحالده عموم اوزره اولق ممکن ایکن اقلیدسك بلاسبب اوج قسمه تقسیمی عبث قبیلندن اولدیغی ارباب بصیرته عیاندر

دعوی ط

بو دعوانك اثباتی اقلیدسك اختیار ایلدیکی برهان اوزره اولیوب برکونه ادا واثبات اولنمشدرکه طالبلره فهمی آسان اولدیغندن ماعدا اقلیدسده ناموجود وهروجهله اعتباره شایسته اولان برنم مقاله ثانیه مزك (کا) دعوامی دخی استعماله صالح اوله

دعوی ے

اقلیدسده واقع اشبو دعوی تنظیمی عن قصد تبدیل اولنمشدرتاکه عقیبنده کلمك دعوای عملینك انشاسی غایت سهل وآسان اوله امدی برنم تنظیم دعوامز محدود اولوب اقلیدسك غیر محدود اولدیغندن تنظیم اقلیدسه کوره شروط مطلوبه سنه مطابق مثلثات غیر متناهیه انشاسنك امکانی لازم کلورو بو اعتراض اقلیدسك بعض دعوالری حقنده دخی جاریدر فقالدیکه اعتراض مرقوم هرنقدر جزئیات مقوله سندن کورینورایسه ده بنه اثبات دعواده دقت واهتمام ایدوب بومثللو تألیفائده اولکونه اعتراضدن احترازامرلازمدر

دعوی یا

تألیف بطلمیوس اولان مجسطی کتابنك مقاله اولبسنده دائرة مفروضة

داخلنده مخمس منتظم رسم ایلمك طریقی اقلیدسك اشبو درد نجی
مقاله سنده اولان طریقدن هر وجهله آسان واقصرا ولغین اصول
هندسه یه آنی درج ایلمك لایق ایدی دیو بعض شارحلر دخل ایلمشلردر
وبعض آخری دخی خلافنه ذاهب اولوب اکر اقلیدس بطلمیوسك
طریق انشاسنی تفکر ایلسه ایدی آنك برهانی هرحالده اون اوچنجی
مقاله سنه توقف ایتمکین اشبو درد نجی مقاله سنه وضع ایده مزایدی
دیمشلردر مع مافیه بطلمیوسك طریقی اقلیدسك اوچ اولکی مقاله لری
وساطتیله اثبات ممکن اولمغین اشبو اعتراض غیر وارددر لکن اول
صورتی ایراد ایلمدیکمزك سببی بودرکه آنك برهانی فی الجمله مغلق
اولوب فن هندسه طالبلرینه دائما ایراث کلال ویرمکله بومثللو
مفهومنه سریعا انتقال ممکن اولمیان ماده لری اشبو تألیفدن طرح
واخراج برله فن مزبور طالبلرینك حال وشانلرینه رعایت اولنمشدر

❊ مقالهٔ خامسه ❊

معلوم اولهکه اقلیدسك اشبو بشنجی مقاله سی طالبلرك فهم ایده میه جك
بعض دقیق ماده لری محتوی اولدیغندن بوفنه هوسکار اولنلرك
اکثریسی مقالهٔ مزبوره بی باکلیت ایله ترك یاخود مطالعه لرنده کمال
مرتبه اهمال وقصور ایلدکلرندن علوم ریاضیه نك انتفعی وجزء اعظمی
اولان قاعدهٔ تناسبك حقایق ودقایقیله مزایاسنه واصل اولهمیوب
فن مرقومدن بی خبر اولورلر بو مقاله نك اوائلنده واقع دعوالر
خود بخود واضح وآشکار اولوب هرنقدر طالبلره بی فائده کورینور
ایسه دخی سائر دعوالری اثبات ایده اقتضا ایلدیکی اجلدن وضع
واعتبار اولنمشدر امدی جمیع فنونك کمالی مهما امکن علوم
متعارفه لرك تقلیلندن کلمکین بردعوایی دعوای آخردن استخراج
ممکن ایکن اولدعوایی علوم متعارفه دن قلوب بلالزوم عدد دینی

تکثیرایلمك لایتی اولدیغی اصحاب فطانت وارباب بصیرته عیان وبیاندر

حد ۱

بوتعریفك فسلری بری برندن امتیاز اوزره فهم اولنمسیچون بومحلده بسط کلام اقتضا ایتمکین تفصیله شروع اولندی امدی بومقاله ده مذکور جزدن مراد برمقدار مقدار آخرده داخل یعنی مقدار آخرك جزء تداخلی اولمقدر بوحسه مطلق جزئك مطلق کاه قیاسی دکلدر مثلا ۳ عدد ۱۲ عددك جزء تداخلیدر زیرا عدد اول عدد ثانیده بتمامه درت کره موجود اولوب عدد اوله جزء تداخل وعدد ثانی به اضعاف تسمیه اولنور قالدیکه ۷ عدد ۱۲ عددك هرمقدر جزئی ایسه دخی انجق جزء تداخلی اولدیغندن مقدارین مذکوریندن بومعناجه اولان جزء وبا اضعاف مراد دکلدر امدی بوفنك طالبلرینه فهمی اسان اولسون ایچون امثله سی کم منفصلدن ایراد اولنشدر کم متصلده دخی حکم بنه بویله در فافهم ذلك

حد ۲

امدی متصلین ویا منفصلین اولان کمیتلرك بینده واقع نسبت اکر طرفیندن برینك طرف آخردن زیاده ویا اندن نقصان ایله حسبله ذاتا بیلنده اولان فقط تفاضل اولورایسه اول نسبت عددیه اولور مثلا ٤ عددك ۲ عدده ذاتا ایکی زیاده وکذا ٦ عددك ٤ عدده بنه ذاتا ایکی زیاده لکی کبی واکر نسبت مذکوره طرفیندن برینك طرف آخره اضافتی سبیله صفة حاصل اولان ضعفیت ونصفیت یاخود اربعه امثال وربعیت ویا بونلرك غیرسائر صفات اضافیه اولورایسه اول نسبت هندسیه اولور مثلا ٤ عددك ۲ عدده نسبتی صفة ضعف وکذا ۸ عددك ٤ عدده نسبتی بنه صفة ضعف اولدیغی کبی

والحاصل نسبت عددیه ایله نسبت هندسیه دن هربری کم قسملرینك هربرنده کرچه بباریدر لکن بوتعریفده مذکور نسبتدن مراد فقط نسبت هندسیه در بوخصه نسبة عددیه مراد دکلدر فافهم ذلك

❊ حد ۳ ❊

بوندن اقدم ذکر وتفصیل اولنان نسبت ایکی قسم اولدیغی کبی تناسب دخی ایکی قسمدر زیرانسبت مطلقا ایکیدن بیننده اولوب تناسب دخی نسبتین بیننده واقع مشابهتدن عبارت اولمغین اکر نسبتین مذکورتین بیننده اولان مشابهت هربرینك ذاتنه راجع اولوب زیاده ویانقصانلغی حسبیله بیلنرنده واقع فقط تفاضلك مساواتی اولور ایسه اکا تناسب عددیه تسمیه اولنورروا کر نسبتین مذکورتین بیننده اولان مشابهت هربرینك صفتنه راجع اولوب بری بریسنه اضافتی سبیله حاصل اولان ضعفیت واضعافیت یاخود نصفیت واجزائیت ویا بونلرك غیری سائر صفات اضافیه اولورایسه اکا تناسب هندسیه تسمیه اولنور معلوم اوله که تناسب عددیه وهندسیه دن هربری ایکشر نوع اولوب یا متصله ویا منفصله اولور تناسب متصله اولدرکه کندوده حد اوسط ذاتا برواعتبارا ایکی اوله وتناسب منفصله اولدرکه کندوده حد اوسط ذاتا ایکی واعتبارا ایکی اوله امدی تناسب عددیه ده متصله یه مثال ٦ : ٤ :: ٤ : ٢ کبی یعنی بو مثالده هر مقدمك کندی تالیسی اوزرینه ذاتا ایکی زیاده سی اولوب نسبتین بیننده اولان مشابهت ایکی زیاده لکده اتحاد ومساواتی سبیله درعددیه ده منفصله یه مثال ١٠ : ٨ :: ٦ : ٤ کبی یعنی بو مثالده هر مقدمك کندی تالیسی اوزرینه ذاتا ایکی زیاده سی اولوب نسبتین بیننده اولان مشابهت ایکی زیاده لکده اتحادی سبیله درامدی تناسب هندسیه ده متصله یه مثال ٢ : ٤ :: ٤ : ٨ کبی یعنی بو مثالده هر مقدم کندی تالیسنك صفة

نصفی اولوب نسبتین بینلره اولان مشابهت نصفیتده اتحادی
سببیله درهندسیه ده منفصله یه مثال ٤ : ٢ :: ٦ : ٣ کبی یعنی بومثاله
هرمقدم کندی تالیسنك صفة ضعفی اولوب نسبتین بینلره اولان
مشابهة ضعفیتده اتحادی سببیله درواالحاصل تناسب عددیه ایله تناسب
هندسیه دن هربری قسمی الکمك هربرنده جاری اولوب بومقامده
سهولت اولسون ایچون امثله سی کم منفصلدن ایرادا ولنمشدر
کم متصلده دخی حکم یکسه بویله دربودخی یلغمی لازم اولاندندرکه
تناسب عددیه ایله تناسب هندسیه نك برماده ده وبرمحلده اجتماعی
ممتنعدرزیرا تناسب عددیه ده هرمقدم ایله کندی تالیلری بینلره اولان
فضلارك اتحاد ومساواتی شرطدر مثلا ٦ : ٤ :: ٤ : ٢ اولدقده
بومثاله هرمقدم ایله کندی تالیلری بینلره اولان فضلاراکبشر
یکبشر اولمغله متساویدرلر ایکن مقدم اول ایله تالی اول بینلره اولان
نسبت مقدم ثانی ایله تالی ثانی بینلره اولان نسبتك غیریدر تناسب
هندسیه ده ایسه نسبتلرك تشابهی لازم ایدی وکذا تناسب هندسیه ده
هرمقدم ایله کندی تالیلری بینلره اولان نسبتلرك تشابهی شرطدر
مثلا ١٦ : ٨ :: ٨ : ٤ اولدقده بومثاله هرمقدم ایله کندی تالیلری
بینلره اولان نسبتلرضعفیتده متشابهین ایکن مقدم اول ایله تالی اول
بینلره اولان فضل مقدم ثانی ایله تالی ثانی بینلره اولان فضلاك غیریدر
تناسب عددیه ده ایسه فضلینك مساواتی لازم ایدی اولسبدن
تناسب عددیه ایله تناسب هندسیه نك برماده ده وبرمحلده اجتماعی ممتنع
اولدیغی ظاهرا اولورامدی تناسب عددیهٔ متصله خواصندندرکه
طرفین معلومین مجموعنك نصفی وسطدرنتکم مثال سابقمزده طرفین
معلومین اولان ٦ عدد ایله ٢ عدد مجموعنك نصفی اولان ٤ عدد
وسط اولدیغی کبی وبومتصله ده طرفین مستطیلنك وسط مربعندن
اقلیتی مقدملر ایله تالیلری بینلرنده واقع فضلاك مربعی قدردر

مثلا طرفین مذکورین مستطیلنك حاصلی اولان ۱۲ عددلك وسط
مزبور مربعی اولان ۱۶ عددن اقلیدی مقدملرایله تالیلری بینلرنده
فضل اولان ۲ عدد مربعی قدردرواکر تناسب عددیهٔ منفصله ده
وسطیندن بری مطلوب اولسه طرفین معلومین مجموعندن وسط
معلوم طرح اولندقده باقی قلان وسط مطلوب اولور معلوم اوله که
واحددن نظم طبیعی اوزره بر بر رویا ایکبشر ایکبشر یاخود علی
التوالی سائر اعداد مرتبهٔ متزائده ده دخی اشبو تناسب عددیه معتبره در
امدی بو تعریفده مذکور تناسبدن مراد انجق هندسیه اولوب عددیه دن
اصلا بحث اولمغین بری برندن فرق وتمیز اولنمق خصوصنده ایضاح
دن ایچون بو مقامده وضع وایراد اولنوب باعث تطویل کلام اولمشدر

حد ٥

بو تعریف اقلیدسده دخی بشنجی واقع اولوب بغایة خفی ومغلق اولمغین
قاعدهٔ تناسبك اساسی اولمغه شایسته دکلدر دیو اکثر مهندسین
اعتراض ایلمشلردر لکن حقیقتده خفاء مذکور ذات تعریفدن کلیوب
بلکه اصل مادهٔ نك طبیعتندن نشأت ایلمکله دفعی آسان اولدیغی
وبعض مقادیر بینده اصلا برمقیاس مشترك اولیوب تکم برمربعك
قطریله ضلعی ویا بردائره نك قطریله محیطی کبی بو مثلاو مقدارلر
مقادیر متباینه دن اولمغین اعداد ویا مقادیر مشترکه نك مختصر ومفید
اولان تناسب تعریفی کبی مقادیر متباینه ده دخی اجزاء متوافقه
وساطتیله تعریف مذکور قابل اولدیغی اجلدن هرحالده افرادنی
شامل اولق شرطنه اشبو برنجی تعریفمز موافق اولمغله تعریفات
سائره اوزرینه ترجیح وحفظا استعمالی اسان اولسون ایچون تعبیرات
واضحه ایله ادا اولنمشدر قالدیکه اقلیدسك بو مقاله سنده طالبلرك
اکثریافهم ایده مدکاری مغلق وپریشان اولان شیلرا یضاح اولنمق

قصد یله احسن وجهه اوزره ترتیب اولنوب تبدیلات سائره یه دائر بعض کلام دخی ذکر وایراد اولنمشدر امدی اقلیدسك ذکر وبیان ایلدیکی اعظم ویا اصغر نسبتلره دائر شیلر بغایت مختل ومشوش اولوب انلره متعلق اولان دعوالر دخی طلبه نك کتدیکه کسب وتفننلرینه مانع اولدیغندن ماعدا جمیع اشیا حددانده واضح واختصارا اولسی مطلوب ایکن بو مقوله برتالیفه اول شیلری درج ایلمك غیر مناسب اولمغین مجموعی ترك اولنوب فقط انفع والزم اولنلر وضع وایقا اولنمشدر

۶ مقدمه ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰

بو تعریفات عن اصل اقلیدسك اولیوب ثئون نام مهندس طرفندن ضم والحاق اولنمسی اغلب احتمالدر قالدیکه تعریفات مزبوره اشبو بشنجی مقاله ده مستعمل بعض اصطلاحاتك تفسیرنی متضمن اولوب ایراد اولندقلری دعوالرده بنفسها معلومه اولمری ایچون وضع وبیان اولنمشدر

دعوی ۱

بو دعوا نك هرحالده عموم وشمولی اولوب طالبلرده فهمی آسان اولدیغندن اقلیدسك بو مقاله ده ایراد ایلدیکی ایکنجی دعوا نك طرح اولنوب یرنه اشبو دعوی وضع واعتبار اولندی

دعوی ۲

بو دعوی بعض دعاوی آتیه انبا ایچون لازم ایکن اقلیدس منفرداً وضع وایراد ایلیوب فقط سکزنجی دعوا سنك برهانی ارائه ذکر ایلمشدر طالبلر که بو دعوی کثرة استعمال حسبیله منفرد ومتمیز بر نظری اولوب انلك صدقی اشبو مقاله ده واقع سائر نظریلرك صدقی قدر ظاهر ومتبین اولدیغندن دعوای مرقومه بر مقامده برآسه اثبات اولنمشدر

دعوی سی

اقلیدسده اون اوچنجی واقع اولان اشبو دعوی تنظیم ایده ذکر اولنان مقادیر جنس واحددن اولمق شرط ایکن اقلیدس شرط مذکوری ترک ایلدیکندن برهانی فاسد اولغین فساد مرقوم دن سالم اولسون ایچون بو مقامده شرط مذکور ایله مقید ذکر اولنمشدر

دعوی یرمی

نسبتلرك ترکیب وفصلی خصوصنده اقلیدسك ذاهب اولدیغی طریق کفایت مرتبه واضح اولیوب بغایت قاصر وبو خصوصی ذکر وادا ده استعمال ایلدیکی عبارات مختل ومهوش وطریق مذکور طالبلرعندنده دخی غایت مشکل وذهنه بعید عد اولندیغندن اشبو دعوالری زیاده وجه ایضاح وشامل برصورتده ادا ایلك وبرهانلرینی ممکن مرتبه مختصر وواضح قیلمق امرنی مهم اتخاذ ایلمشدر قالدیکه اون بدنجی دعوانك فی الحقیقه ایکی قسمی اولوب لکن بیانلرنده اولان مغایرت فقط ترتیبلرك عکسندن ظهور ایتمکین برتنبیه ایله اشارتی مناسب کورلمشدر معلوم اولدکه اقلیدسك بشنجی مقاله سی کرك قلم ناسنجك سهوی وکرك مترجم نا اهلك تحریفی سببیله افساد اولنمقدن ناشی دعوالرك اکثریسی کماهو حقه اثبات اولنیوب جمله سی مغلق ومشکل قالمغین اولدعوالردن مرام ثه ایدیکی فهم وادراکده طالبلرجا جز قالدقلرندن مجموعی ترك اولنوب فقط مقالهٔ آتیه دعوالرینی اثباته متعلق اولان دعاوی اخذ ووضع اولنمشدر

مقالهٔ سادسه حد٦

بو تعریفك ایضاحی اولدرکه برسلسله ده موجود اولان مقادیردن اول ایله ثانی وثالث ایله رابع وخامس ایله سادس وهکذا هر ایکی مقدار بینلرنده اولان نسبت بعینها ثانی ایله ثالث ورابع ایله خامس وهکذا بولندن

هر ايكيسى بيننده دخى بولنور ايسه بو مثالو مقاديره على الولاء متناسب
دينلوب نسبت متصله نوعندن اولورامدى مقاديرمذكوره دن
اوچ مقدار اخذ اولندقده اولك ثالثه نسبتى بينه اولك ثانيه نسبتى كبى
مثناة بالتكرير دينك معناسى اولك ثانى يه نسبتى ثانى مرقومك ثالثه
نسبتى كبى اولديغندن اولك ثالثه نسبتى بينه اولك ثانيه نسبتنك مكرره
اولسى برقضيهٔ صحيحه درك مثال ايله ظاهر اولور مثلا مقدار اول
ثانى نك ضعفى ثانى دخى ثالثك ضعفى اولسه مقدار اول مقدار ثالثك
ضعف ضعفى اولورو كذا مقدار اول ثانى نك نصفى ثانى دخى ثالثك
نصفى اولسه مقدار اول مقدار ثالثك نصف نصفى اولوب جميع اضعاف
وجميع اجزانك نسبتى دخى بوقياس اوزره اولوربو تقديرجه اولك ثانى يه
نسبتى مثناة بالتكرير اولوردينك اول ايله ثانى بيننده اولان نسبتك
تكررندن عبارتدر زيرا اوچ مقدار بيننده ايكى نسبت موجود
اولديغندن اولك ثالثه نسبتى فقط اولك ثانى يه نسبتنك ايكى كره
تكررندن عبارت اولورامدى مقاديرمذكوره دن درت مقدار اخذ
اولندقده اولك رابعه نسبتى بينه اولك ثانى يه نسبتى كبى مثلثة بالتكرير
اولوردينك معناسى آنفا ذكر وبيان اولنان معنادر مثلا مقدار اول
ثانى نك ضعفى ثانى دخى ثالث ضعفى ثالث دخى رابعك ضعفى اولسه
مقدار اول مقدار رابعك ضعف ضعف ضعفى اولوب بو مثالو درت
مقدار بيننده اوچ نسبت موجود اولديغندن اولك رابعه نسبتى فقط
اولك ثانى يه نسبتنك اوچ كره تكررندن عبارت اولورو الحاصل
على الولاء متناسب اولان هرنقدر كم منفصل ايله كم متصلك جميع
اضعاف واجزاسنده نسبة هندسيهٔ متصله بينه بو منوال اوزره درفافهم

❋ دعوى ❋

بودعوالرى اقليدسدن زياده ايضاح وتسهيل وبرهانلرنده تدقيق

قصد ایله تبدیلات وافره یه مبادرت اولنمشدر لکن بو کونه تبدیلات فقط
بك نظر ایله یا خود اصول اقلیدسه تطبیق وقیاس ایله کشف وعیان اولنق
امر آسان اولدیغندن فردا فردا بیانه محتاج اولمدقلری ظاهر وآشکاردر

✻ دعوی ط ك ل ع ✻

اقلیدسده نامو جود اولان اشبو دعوالرك فائده ونزاکتلری ظاهر
وباهر اولوب هر وجهله اصول هندسه ده درج اولنمغه شایسته
اولدقلرندن بو مقامده وضع وایراد اولندی قالدیکه اقلیدس یکرمی
بدی ویکرمی سکز ویکرمی طقوزنجی دعوالری غایت مهوش ترتیب
اولغین طالبلرك ذهنلرینه خال ویروب انلرك یرینه اشبو (ع) دعوای
اخیر قائم اوله بلدیکندن اولدعوالرك مجموعی ترك اولنمشدر امدی
اقلیدسك دعاوی مذکوره لرینی قدمای مهندسین اکثر یا استعمال
ایده کلدکارندن اصول هندسه ده ینه ابقالری لابقدر دیو بعضیلر
ادعا ایلمشلردر لکن بو ادعایه کوره اخذ وجمع اولنسه لا یعد ولا یحصی
دعاوی سائره لرك دخی درجی اقتضا ایدوب مختصر ومفید اولان
اشبو تألیف کثیر الحجم وقلیل الفائده برکتاب اولورحالبوکه تألیف
مذکوردن مراد انجق بو فنك معتبر ومهم اولان دعوالرینی جمعدر

✻ دعوی ۷ ل ك ✻

فریب عهده ده ظهور ایدن مهندسین جمع وتألیف ایلدکاری اشبو
نازلك ومفید دعوالرا قلیدسده نامو جود اولوب فقط دعوای اخر تألیف
بطلیموس اولان مجسطی کتابنك مقالهٔ اولیسنده واقع وجمله سنك قدر
وقیمتلری یعنی نزاکت وظرافتلری ارباب عندنده معلوم وشایاندر

✻ مقالهٔ سابعه ✻

معلوم اوله که بعض مؤلفین فقط سطح لفظنی ذکر ایدوب اندن

سطح مستوی مراد ایلمشلردر لکن سطح لفظی بالتعریف اعم مطلق
اولوب مستوی لفظی اخص مطلق اولدیغندن فقط مستوی
لفظنی ذکر واندن سطح مستوی مراد اولنمق مناسب کورلمشدر
تتکم بعضا فقط مستقیم لفظی ذکر اولنوب آتیدن خط مستقیم
مراد اولندیغی کبی امدی جمیع علومده واقع اولان
خطالر درون تألیف اینده ذکر وایراد اولان تعریفلره دقت
اولنیوب اکثریا مختل ومهوش اولمرندن ظهوری یمکین مبتدیلر
قتی طریقه سلوک ایده جکلرینی بلدکارندن ماعدا طالب وراغب
اولدقلری علمده دائما تردد واشتباهلری متزائد برله ذهنلرینه
خلل وشوق تحصیللرینه کال کلوب باعث فتور اولمسنی موجبدر

دعوی ـ

بودعوی اقلیدسك اونبرنجی مقاله سنده دخی ایکنجی دعوی اولوب
مترجم نااهل طرفندن تغییر وافساد اولنمغین غایت مختل ومهوشدر
زیرا دعوای مرقومدن مراد ایکی ویا اوج خط مستقیم بربرله تقاطع
ایلدکلرنده مجموعی برسطح مستوی اوزرنده واقع اولدقلرینی
اثبات اولوب نااهل مرقومك عدم فهمندن اوج خط مستقیم
مزبوری بیان ضمننده مثلث ذکر ایلمشدر لکن مقالات سابقه ده
موجود اولان اشکالك مجموعی خصوصا مثلثات سطح مستوی
اوزرنده واقع اولدقلری بالتعریف معلوم اولدیغندن اقلیدسك
بودعوایی تنظیمده ایراد ایلدیکی ایکنجی قسمی لغویات مقوله سندن
اولمغین تنظیم مذکوردن عدول وطرز آخر اوزره اداوائبات اولنمشدر

دعوی ح

اقلیدسده ناموجود اولان مثلث متساوی الساقین خاصه سندن

متولداشبو دعوانك جديد برهانى اقليدسك برهانندن اقصر وواضح
اولوب دعاوى سائره دخى استعمالى كثيراولديغندن بوكونه برهان
اعتباره شايان اولمشدر قالديكه اقليدسك اونبرنجى مقاله سى برنم
يدنجى مقاله اولوب بعض محللرنده تبديلات وتغييرات اولنمشدراكن
بومادده يه آشنا اولنلرينك نظرايله كشف ايدجكارى مقرر
اولغين تبديلات مذكوره نك تفصيلى قصروطى اولنسدى

﴿مقالهٔ ثامنه حد ۲﴾

سطح مستوى اوزرنده واقع هرقنتى اشكال متشابهه نظيرنظيره اولان
زوايانك مساوانى وبوزاويه لرى محيط اولان اضلاعك تناسبيله
محدوددرزيرافقط زوايانك تساويسى ياڤقط اضلاعك تناسبندن
تشابه لازم كلزمكركه اشكال مرقومه مثلثلرندن اوله وكذا اجسام
متشابهه ده جميع زواياى مجسمه نظيرنظيره مساوى اولوب عدده مساوى
سطوح مستويهٔ متشابهه احاطه سندن حاصل اولمق اوزره محدود
اولديغندن اقليدسك اونبرنجى مقاله سنده مذكورالمجسمات المتشابهة
المتساوية هى التى يحيط بهاسطوح متشابهة متساوية بعدة متساوية
عباره سى بالكليه فاسداولوب شان هندسه يه شأن كتورر زيراهرنوع
اشكالك متشابهه اولمارى فقط اشكال متشابهه تعريفندن معلوم اولوب
ومتساويه اولمارى برنم طفوزنجى علوم متعارفه دن ويا برنم مقالهٔ
خامسه ده واقع (و رسد) دعوالرك بريسندن استعلام واستخراج
اولنورامدى اقليدسك بوتعريفنده مذكوراجسامك مساوانى
هرحالده برهانه محتاج اولغين هرنقدرحدذاتنده حق اولسه دخى
يينه بومثلاو دعواى نظرى بى تعريف فلان حكمسنه دخل وذمه
مستحقدرزيرابعض جسملرواردركه عدده مساوى سطوح مستويهٔ
متشابهٔ متساويه احاطه سنده حاصل اولمش ايكن اول جسملر

نه متشابه ونه متساوی اولوب بیلك اوچیوزسنه دن بروفاسد اولدیغی
حالده باقی اولان اشبو تعریفه متابعت برله فضلای مهندسین بو بابده
خطاء کلیده واقع اولدقلری انجق تعریف مذکورك فساد ندن
نشات ایتکین اقلیدسك اجسام متشابهه تعریفی تصحیح ایدوب
زاویهٔ مجسمه تعریفی دخی بوندن اقدم ذکر ایلمك لازم ایدی قالدیکه
اقلیدسك اونبرنجی واون ایکنجی مقاله لرنده اون ایکی دعوی
دخی واردرکه جمله سی فاسد درزیرا نفسنده فاسد اولان
تعریف مزبور وسائطیله اثبات وبیان اولنمشدر

10, 8, 3
✻ حد ۳ ، ۸ ، ۱۰ ✻

اقلیدسك اونبرنجی مقاله سنده واقع منشورك تعریفی افرادنی
جامع اولیوب فقط اوچ سطح متوازی الاضلاع ایله ایکی مثلث
احاطه سندن حاصل اولانی شامل اولدیغندن آنك یرینه اشبو تعریف
جامع وضع اولنمشدر وکذا اسطوانه ایله مخروطك تعریفلری یینه
افرادلرینی شامل اولیوب فقط اسطوانهٔ قائمه ایله مخروط قائم نوعینی
مشتمل اولدیغندن بو مقامده کرهٔ قائم وکرهٔ مائل وهرنوعی شامل
اشبو تعریف وضع وایرادی اولندی معلوم اوله که هرقنغی شکل مستقیم
الاضلاع کندی مستوی سنه موازی حرکتندن برمنشور حاصل
اولوب ودائره کندی مستوی سنه موازی حرکتندن براسطوانه
حاصل اوله جغنی تصور وتعقل ایلمك دخی ممکندر

✻ فائده ✻

بو فائده اقلیدسك اونبنجی مقاله سنك دعوای اولیسی اولوب بو کتابده
واقع سکزنجی مقاله نك بعض دعوالری برهانده محتاج الیه اولدیغندن
اقلیدسك مقالهٔ مرقومه سندن اخذ وبو صکتابك سکزنجی

مقاله سنك دعوا لرندن مقدم فائده و اعتباريله وضع وتعيين اولنمشدر

✻دعوی ح✻

بودعوی ایله بعض دعاوی آتیه برهانلری اشبو ذکر اولنه حق کیفیته مبنیدر مثلا برسطح مستوی اوزرنده مرسوم وبربرینه مساوی ایکی شکل اولوب مستوی مرقوم دخی دائما کندویه موازی حرکتی تصور اولنه فنده شکلین مرسومین مساوی انده مساوی جسملر احداث ایده جکلری تخیل صحیحدر

✻خاتمهٔ ملحوظات واعتراضات✻

بمنه الملك العلام التزام ایلدیکمز کتاب قرین ختام اولوب اقلیدسك مختاری اولان اصول هندسه بعض نااهل طرفندن تمرتبه تغییر وافساد اولندیغی اشارات سابقه دن مستبان اولغین بو تغییراتی تفکر وتعقل ایدن کسنه لرادنی مرتبه صلاحیتلری اولمقسزین اوکرتمك ادعاسنده اولدقلری فنك هنوز مبادیسنی یلیوب رسائل هندسه دن برینك قدرن اکلمغه قابلیتلری یوق ایکن شوندن بوندن اخذ وجمع ایله برقالبه افراغ ایده بلدکلری مؤلفاتی باجمله هفوات وعثراتیله معا اشاعه برله معلوماتلی کیمسنوب مقام دعوایه قیام ایدنلرا عتراف ایدوب برمقدار انصاف ایلمك لایق وسزاوار امدی بردعوی کما هو حقه اثبات اولنمشمی یاخود اولنمشمی تمییز ایله حکم اتیمکه لیاقت حصول ایچون فن هندسه یه شروعدن مقدم علم منطق اوزره باجمله طرق اثباتی تحصیل ایلمك لازمدر زیرا اصول هندسه تعلمنه مشغول اولنلردن اکثریسی فقط اشکالك بعض خواصنی اوکرنمکله اکتفا ایدوب اشکال مرقومه قنتی طریقله اثبات اولندیغندن غافل اولملریله خطاء فاحشده واقع اولدقلری مقرردر لکن جمیع اشیانك حقیقتنه اطلاع مراد ایدوب فی یومنا هذا تجربه وبرهان طریقیله تعلم

ایلد کاری اجلدن کرك معلومات هندسیه ده وکرك حکمت طبیعیه ده استحصال کمال آرزو سنده اولنلره کانه فتح باب ایچون اصول اقلیدسده واقع خطالری علی قدر الامکان تصحیح وسقامتلری اخراج ضمننده ترجمه سنی التزام ایلدیکمز اشبو کتابده ارتکاب اولنان زحمت ومشقت هبا اولیوب براهینك احق والیقنی تمییز ایلکه قادر اولنسان کسنه لرعندلرنده مقبول ومرغوب اوله جغی مأمولدر قالدیکه اشبو ترتیباته بوندن اعلا برصورت ویرملك ممکن ایدی لکن بو کتاب مستطاب انجق طالبلره تخصیص وتعیین قلنمش اولمغله بو کونه ادا فوائد سائره ملاحظه سندن اقدم وارجح کورلمشدر

ولیکن آخرما اوردنا فی هذا المقام والحمد لله علی الاختتام قد وقع الفراغ من تکمیل ترجمة وتألیف هذا الکتاب فی غرة ربیع الاخر من شهور سنة اثنی عشر ومأتین بعد الالف من هجرة من له العز والشرف

KAYNAKÇA

Allard, André, "Arabic Mathematics in the Medieval West", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996.

Anbouba, Adel, "Al-Samawal", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 12, ACLS, New York 1981.

Bayard, Dodge, *The Fihrist of al-Nadim*, cilt 2, Columbia University, New York 1970.

Berggren, J.L., Brummelen, Glen Van, "Al-Kûhî's revision of Book I of Euclid's *Elements*", *Historia Mathematica*, 2005.

Beydilli, Kemal, *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishane, Mühendishane Matbaası ve Kütüphanesi (1176-1826)*, Eren Yayıncılık, İstanbul 1995.

Billingsley, Henry, *The Elements of Geometrie*, basan John Daye, Londra 1570.

Boyer, Carl B., *A History of Mathematics*, Uta C. Merzbach tarafından gözden geçirilen İkinci Edisyonu, John Wiley and Sons Inc., A.B.D. 1991.

Brentjes, Sonja, "Al-Nayrîzî", *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures* ed. Helaine Selin, Kluwer Academic publishers Dordrecht 1997.

Brentjes, Sonja, "Al-Nayrîzî", *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures* ed. Helaine Selin, Kluwer Academic publishers Dordrecht 1997.

Bulmer,Thomas-Ivor, "Menelaus of Alexandria", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 9, ACLS, New York 1981.

Bursalı Mehmet Tahir, *Osmanlı Müellifleri*, cilt III, İstanbul 1342.

Cajori, Florian, "Pierre Laurent Wantzel", *Bulletin of the American Mathematical Society*, cilt 24 (1918) sayı 7.

Cajori, Florian, *A History of Mathematics*, Chelsea Publications., New York 1991.

Clagett, Marchall, "Archimedes" *Dictionary of Scientific Biograpy*, Cilt 1, ACLS New York 1981.

Clagett, Marchall, "Adelard of Bath" *Dictionary of Scientific Biograpy*, cilt 1, ACLS, New York 1981, s. 61-64.

Clagett, Marshall, "The Medieval Latin Translations from the Arabic of the *Elements* of Euclid, with Special Emphasis on the Versions of Adelard of Bath", *Isis*, 44. Cilt, 1., 2. Sayı, 1953.

Demir, Remzi, "Gelenbevî'nin Üçgenlerin Kenarları Adlı Risalesi" *Erdem*, cilt 9, sayı 25.

Demir, Remzi, *Takiyüddîn'de Matematik ve Astronomi*, Atatürk Kültür Merkezi Başkanlığı, Ankara 2000.

Dicks, D. R., "Geminus", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 5, ACLS New York 1981.

Dijksterhuis, E. J., *Archimedes*, Princeton University Press, New Jersey 1987.

Fazlıoğlu, İhsan, "Hendese", *TDV İslam Ansiklopedisi*, cilt 17, İstanbul 1998.

Fritz, K. Von, "Zeno of Sidon", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 14, ACLS New York 1981.

Heath, Thomas L., *A History of Greek Mathematics*, 1. Cilt, Oxford 1921.

Heath, Thomas L., *Euclid, The Thirteen Books of The Elements*, İkinci Edisyon, Cilt 1, 2, 3, Dover Yayınları, New York 1956.

İhsanoğlu, Ekmeleddin, *Başhoca İshak Efendi*, Kültür Bakanlığı yayınları, Ankara 1989.

İhsanoğlu, Ekmeleddin ed., *Osmanlı Coğrafya Literatürü Tarihi*, 1. Cilt, İstanbul 2000.

İhsanoğlu, Ekmeleddin., Şeşen, Ramazan., İzgi, Cevat., *Osmanlı Matematik Literatürü*, 1. Cilt, İstanbul 1999.

İzgi, Cevat, *Osmanlı Medreselerinde İlim*, 1., 2. Cilt, İstanbul 1997.

Katz, Victor J., *A History of Mathematics*, Addison Wesley Longman, New York 1998.

Keykâvus, *Kabusname*, Farsça'dan çev. Mercimek Ahmet, günümüz Türkçe'sine aktaran Orhan Şaik Gökyay, Maarif Matbaası, İstanbul 1944.

Lemay, Richard, "Gerard of Cremona", *Dictionary of Scientific Biograpy*, 15. Cilt, ACLS, New York 1981.

Matvieskaya, Galina, "The Theory of Quadratic Irrationals in Medieval Oriental Mathematics", *From Deferent to Equant: A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E. S. Kennedy*, editör: D. A. King ve G. Saliba, New York Academy of Sciences, 1987.

Murdoch, John E., "Euclid"*Dictionary of Scientific Biograpy*", 4. Cilt, ACLS New York 1981.

Nasr, Seyyed Hossein, "Al-Tūsī, Nasr al-Dīn", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 13, ACLS, New York 1981.

Nayrizi, *Codex Leidensis 399,1. Euclidis Elementa ex interpretatione al-Hadschdschadschii cum commentariis al-Narizii. Arabice et latine editerunt notisque instruxerunt. Kopenhagen 1897-1905.* yeniden basım: Islamic Mathematics and

Astronomy, cilt 14, 15, Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften, Frankfurt 1997.

Parmaksız Mehmet, *Hüseyin Rıfkı Tamani'nin "El-Medhal Fi`l-Coğrafya" adlı eseri üzerine bir araştırma*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, T. C. Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Felsefe (Bilim Tarihi) Anabilim Dalı, Ankara 2002.

Plooij, E. B., *Euclid's Conception of Ratio*, Rotherdam, 1950, yeniden basım: *Matmematics and Astronomy*, Cilt 19, Institute for the History of Arabic-Islamic Science, Frankfurt 1997.

Rashed, Roshdi, "Algebra", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996.

Rashed, Roshdi, "Combinatorial Analysis … and Number Theory", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996.

Rosenfeld, B. A., Grigorian, A. T., "Thābit ibn Qurra", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 13, ACLS, New York 1981.

Rosenfeld, Boris A., Youschkevitch, Adolf P., "Geometry" *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996.

Rosenfeld., B. A., İnsanoğlu, E., "Athir al-Dîn al-Abhari, Islâh al-Istuqsât, Islâh Usûl Uqlîdis", *Mathematicians, Astronomers, and Other Scholars of Islamic Civilization and their works*, İrcica yayınları, İstanbul 2003.

Rosenfeld., Boris A., Youschkevitch, Adolf P., "Geometry", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, ed. Roshdi Rashed, 2. Cilt, Routledge, Londra, New York 1996.

Sabev, Orlin., *İbrahim Müteferrika ya da İlk Osmanlı Matbaa Serüveni*, Yeditepe Yayınevi, İstanbul 2006.

Sabra, A. I., "Al-Jawharī", *Dictionary of Scientific Biography*, 7. Cilt, ACLS, New York 1981.

Sabra, A. I., "Ibn al-Haytam", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 6, ACLS, New York 1981.

Saidan, A. S., "Al-Nasawī", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 9, ACLS, New York 1981.

Samplonius-Dold, Yvonne, "Al-Māhānī", *Dictionary of Scientific Biography*, 9. Cilt, ACLS, New York 1981.

Samplonius-Dold, Yvonne, "Al-Qûhî", *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures*, ed. Helaine Selin, Kluwer Academic publishers Dordrecht 1997.

Samplonius-Dold, Yvonne., Hermelink, Heinrich, "Al-Jayyānī", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 7, ACLS, New York 1981.

Sarton George, *Introduction to the History of Science*, Cilt 1.

Sarton, George, *Antik Bilim ve Modern Uygarlık*, çev. Melek Dosay, Remzi Demir, Gündoğan Yayınları, Ankara 1995.

Sayılı, Aydın, "Higher Education in Medieval Islam. The Madrasa" *Ankara Üniversitesi Yıllığı*, Cilt 2, 1947-48.

Sayılı, Aydın, *Mısır ve Mezopotamyalılarda Matematik, Astronomi ve Tıp*, 3. baskı, Atatürk Kültür Merkezi Yayını, Ankara 1991.

Shehaby, Nabil, "Ishāq ibn Hunayn, Abu Yaqub", *Dictionary of Scientific Biography*, Cilt 7, ACLS, New York 1981.

Simson, Robert, *The Elements of Euclid, viz. the first six Books together with the eleventh and twelfth.* In this Edition the Errors by which Theon or others have long ago vitiated these Books are corrected and some of Euclid's Demonstrations are restored, also The Book of Euclid's Data, to this Edition are also annexed Elements of Plane and Spherical Trigonometry, basanlar Johnson and Warner, Philadelphia 1811.

Smith, D. E., *History of Mathematics*, Cilt 1, Dover Yayınları, New York 1958.

Sonar, Semuhi, "İbrahim Edhem Paşa'nın *Kitabu Usûli'l Hendese*'si Hakkında" *Araştırma*, 2. cilt, Ankara 1964..

Suter, H., "Der Kommentar des Pappus zum X Buche des Eukleides", *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin*, 4 (1922), 9-78, yeniden basım: *Islamic Mathematics and Astronomy*, cilt 18, Publications of the Institute for the History of Arabic-Islamic Science, Frankfurt 1997.

Toomer, G. J., *Apollonius Conics Books V to VII, The Arabic Translation of the Lost Greek Original Version of Beni Musa*, Cilt 1, Sipringe-Verlag 1990.

Tosun, Ali Rıza., *Osmanlılar'da Logaritma*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, T. C. Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Felsefe (Bilim Tarihi) Anabilim Dalı, Ankara 2002.

Vahabzadeh, Bijan, "Al-Māhānī's Commentary On The Concept Of Ratio" *Arabic Sciences and Philosophy*, cilt 12, 2002.

Vogel, Kurt, “Diophantus of Alexandria” *Dictionary of Scientific Biography*, 4. Cilt, ACLS New York 1981.

Woepcke, F., “Notice Sur Des Traductions Arabes De Deux Ouvrages Perdus D'euclide” *Journal Asiatique*, 1851, yeniden basım: *Islamic Mathematics and Astronomy*, cilt 17, Publications of the Institute for the History of Arabic-Islamic Science, Frankfurt 1997.

Young, Gregg de, *The Ashkāl al-Ta'sīs of al-Samarqandī: A Translation and Study*, Zeitschrift Geschichte der Arabischen–Islamischen Wissenschaft, sayı 14, yıl 2001.

Young, Gregg de, “Abū Sahl’s Additions to Book II of Euclid’s *Elements*”, *Zeitschrift Geschichte der Arabischen–Islamischen Wissenschaft*, Cilt 7, yıl 1991-1992.

Young, Gregg de, “Al-Hajjāj” *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures*, editor: Helaine Selin, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1997.

Young, Gregg de, “The Arabic Textual Traditions of Euclid’s Elements” *Historia Mathematica*, sayı 11, 1984.

Young, Gregg de, “The Arabic Version of Euclid's "Elements" by al-Hajjaj ibn Yusuf ibn Matar” *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, 2002-2003.

Young, Gregg de, “Diagrams in the Arabic Euclidean Tradition: A Preliminary Assessment” *Historia Mathematica*, cilt 32, sayı 2, yıl 2005.

Zeki, Salih, “Sâlih Zeki Bey’in Journal Asiatique’de yayımlanan “Notation Algébrique chez les Orientaux” Adlı Makalesi” *Ankara Üniversitesi Osmanlı Tarihi*

Araştırma ve Uygulama Merkezi Dergisi, Sunuş ve çeviri: Remzi Demir, sayı 15, yıl 2004.

Zeki, Salih, *Âsâr-ı Bâkiye*, 1. cilt, Yayına hazırlayanlar: Remzi Demir, Yavuz Unat, Babil Yayıncılık, Ankara 2003.

Zeki, Salih, *Âsâr-ı Bâkiye*, 3. cilt, Yayına hazırlayanlar: Remzi Demir, Melek Dosay Gökdoğan, Mutlu Kılıç, Babil Yayıncılık, Ankara 2003.

SUMMARY

My thesis is based on Hüseyin Rıfkı Tâmânî's geometry book which is called *Usûl-i Hendese* (*Elements*) and other geometrical works in accordance with basic Euclidian knowledge of geometry. The book is a translation of John Bonnycastle version of *Elements* and other works collected from mainly European sources but include some Islamic influences. I placed Euclid's *Elements* to center of my thesis because its history or transition from one civilization to other gives us evolution of basic geometry knowledge. For this reason I started with Ancient Greek continued with Islamic era then Renaissance and finally finished with European and Ottoman eighteenth century.

At the beginning I was believed that Ottoman scientists did not know European progress about geometry but my research showed me this is wrong. Ottoman scientists did know so many things about this progress but acceptance of this new methods another hard issue because it needs to accept rival civilization's supremacy. Moreover, process of taking this knowledge necessitates some social, psychological, educational, economic and political changes and status of some people's interests. Thus process of knowledge transition from the West comes to being very slow even if in the notation of mathematic.

I reached one concrete conclusion that process of knowledge transition can be explained or enlightened but to be able to do this much more scientific books must be examined because there is not enough investigation and data.

ÖZET

"Hüseyin Rıfkı Tamani'nin Çalışmaları Işığında Öklid Geometrisi'nin Türkiye'ye Girişi" başlığını taşıyan tezimde; Tâmânî'nin John Bonnycastle'ın *Elementler*'inden *Usûl-i Hendese* adıyla Osmanlı Türkçesine çevirdiği geometri kitabı ve bu kitabın günümüz Türkçesi'ne aktarılmış hali bulunmaktadır. Bu eserden yola çıkılarak Öklid'in *Elementler*'inin Antik Yunan'dan Mühendishâne'nin kuruluşuna ve oradan T. L. Heath tarafından İngilizce'ye çevrilişine kadar olan dönemde temel geometri bilgisinin taşınmasındaki rolü ve etkisi anlatılmıştır.

Tâmânî'nin söz konusu eseri ile yetilmemiş diğer eserleri de incelenmiş ve barındırdıkları geometri bilgisinin değeri ve düzeyi hem Batılı hem de Doğulu eserlerle karşılaştırılarak tesbit edilmeye çalışılmıştır. Bu çalışma sırasında Osmanlı Bilginleri'nin Avrupa'daki gelişmelerden yeterince kısa sürede haberdar oldukları, fakat bu gelişmeleri kendi müfredatlarına almakta isteksiz davrandıkları, yeni bigi ve yöntemleri bile Yunan-İslâm döneminden kalma bilgi ve yöntemlerle işledikleri tesbit edilmiştir.

Bu da göstermiştir ki bir uygarlıktan başka bir uygarlığa bilgi geçişi çok kolay ve kısa sürede olmamaktadır. Bu geçişin olması için aralarında psikolojik, ekonomik ve siyasî pek çok etmenin rol oynadığı oldukça uzun bir zaman sürecine ihtiyaç duyulmaktadır. Geçmişe ait daha çok sayıda bilimsel eserlerin incelenmesi bu sürecin nasıl işlediğinin daha ayrıntılı olarak ortaya konulmasını sağlayacaktır.