

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**MAKRO EKONOMİK MODELLERDE BİLİNMEYEN PARAMETRE
VEKTÖRÜNÜN İLERLETİLMİŞ KALMAN FİLTRESİ İLE TAHMİN
EDİLMESİ ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA**

Ayla ALCAN

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**ANKARA
2008**

Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

MAKRO EKONOMİK MODELLERDE BİLİNMEYEN PARAMETRE VEKTÖRÜNÜN İLERLETİLMİŞ KALMAN FİLTRESİ İLE TAHMİN EDİLMESİ ÜZERİNE BİR ÇALIŞMA

Ayla ALCAN

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Levent ÖZBEK

Makro ekonomik modeller, ilgili oldukları ülkelerin ekonomik performanslarının değerlendirilmesine imkan tanıyan ve bu hesaplar aracılığıyla belirlenen ilişkileri kullanarak ileriye yönelik tahmin ve planlamaya yardımcı olan bütüncül bir sistemdir. Oluşturulması farklı yöntem ve görüşlere bağlı olarak değişen makro ekonomik modellerde parametre tahmini önemli bir yer tutmaktadır. Bu çalışmada durum-uzay modeli, Kalman Filtresi ve İlerletilmiş Kalman Filtresinin tanıtımı yapıldıktan sonra Keynesyen görüşe uygun olarak basit bir makro ekonomik model oluşturulmuştur. Modelin bilinmeyen parametrelerini tahmin etmek amacıyla İlerletilmiş Kalman Filtresi kullanılmıştır.

Mayıs 2008, 65 sayfa

Anahtar Kelimeler: Makroekonomik model, Durum-uzay modeli, İlerletilmiş Kalman Filtresi

ABSTRACT

Master Thesis

AN APPLICATION ABOUT GUESSING BY EXTENDED KALMAN FILTER OF UNKNOWN PARAMETRIC VECTOR IN MACRO ECONOMIC MODELS

Ayla ALCAN

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Statistics

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Levent ÖZBEK

Macroeconomic models are complementary models which enable the assessment of economical performances of related countries and the use of these calculations facilitate estimations and plannings about the future. Among macroeconomic models, developed in some different methods and concepts, parameter estimation takes up an important space. In this study, state-space model, Kalman Filter and Extended Kalman Filter have been introduced and a simple macroeconomic model has been developed according to Keynesian concept. In order to estimate the unknown parameters of the model, Extended Kalman Filter has been used.

May 2008, 65 pages

Key Words: Macroeconomic model, State-Space Model, Extended Kalman Filter

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımı yönlendiren, araştırmalarımın her aşamasında ihtiyaç duyduğum bilgi, öneri ve yardımlarını benden esirgemeyen değerli danışman hocam sayın Yrd. Doç. Dr. Levent ÖZBEK' e, çalışmalarına önerileri ile destek gösteren sayın Prof. Dr. Yakup KEPENEK' e, çalışmalarım sırasında önemli katkılarda bulunan ve beni yönlendiren sayın Doç. Dr. Ümit ÖZLALE ve Dr. Oya S. ERDOĞDU' ya, bilgi ve yardımlarını esirgemeyerek çalışmalarımda yakın ilgisini gördüğüm değerli hocam sayın Araş. Gör. Esin Köksal BABACAN' a en derin duygularla teşekkür ederim.

Çalışmalarım süresince birçok fedakarlıklarla beni maddi manevi destekleyen sevgili aileme ve değerli arkadaşlarıma göstermiş oldukları sabır, anlayış ve yakın ilgiden dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Ayla ALCAN

Ankara, Mayıs 2008

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER DİZİNİ.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	v
1. GİRİŞ.....	1
2. DURUM-UZAY MODELİ VE TAHMİN.....	5
2.1 Lineer Kesikli Zaman Durum-Uzay Modeli ve Kalman Filtresi.....	5
2.1.1 Sonsal dağılımın en büyüklenmesi ölçütüne göre Kalman filtresinin elde edilmesi.....	6
2.2 Lineer Olmayan Durum-Uzay Modeli ve İlerletilmiş Kalman Filtresi.....	13
2.2.1 İlerletilmiş Kalman filtresinin elde edilmesi.....	14
3. MAKRO EKONOMİK MODEL VE DURUM-UZAY GÖSTERİMİ.....	21
3.1 Makro Ekonomik Model.....	21
3.2 Durum-Uzay Gösterimi.....	24
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI.....	30
4.2 Sayı Üreterek Oluşturulan Veri Seti İçin Simülasyon.....	30
4.2 Gerçek Veri Seti Uygulaması.....	38
5. SONUÇ.....	45
KAYNAKLAR.....	46
EK 1 İKF Algoritması.....	49
ÖZGEÇMİŞ.....	65

SİMGELER DİZİNİ

AD	Toplam Talep (Aggregate Demand)
AS	Toplam Arz (Aggregate Supply)
E	Beklenen Değer
EVDS	Elektronik Veri Dağıtım Sistemi
GSYH	Gayri Safı Yurtiçi Hasıla
IS	Mal Piyasası Dengesi
İKF	İlerletilmiş Kalman Filtresi
KF	Kalman Filtresi
LM	Para Piyasası Dengesi
TCMB	Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 4.1 GSYH ve tahmini.....	32
Şekil 4.2 Enflasyon oranı ve tahmini.....	32
Şekil 4.3 Faiz oranı ve tahmini.....	33
Şekil 4.4 Hükümet harcamaları ve tahmini.....	33
Şekil 4.5 α parametresinin tahmini.....	34
Şekil 4.6 β parametresinin tahmini.....	34
Şekil 4.7 γ parametresinin tahmini.....	35
Şekil 4.8 λ parametresinin tahmini.....	35
Şekil 4.9 ρ parametresinin tahmini.....	36
Şekil 4.10 δ parametresinin tahmini.....	36
Şekil 4.11 μ parametresinin tahmini.....	37
Şekil 4.12 ϕ parametresinin tahmini.....	37
Şekil 4.13 GSYH.....	38
Şekil 4.14 Enflasyon oranı.....	39
Şekil 4.15 Faiz oranı.....	39
Şekil 4.16 Hükümet harcamaları.....	40
Şekil 4.17 α parametresinin tahmini.....	40
Şekil 4.18 β parametresinin tahmini.....	41
Şekil 4.19 γ parametresinin tahmini.....	41
Şekil 4.20 λ parametresinin tahmini.....	42
Şekil 4.21 ρ parametresinin tahmini.....	42
Şekil 4.22 δ parametresinin tahmini.....	43
Şekil 4.23 μ parametresinin tahmini.....	43
Şekil 4.24 ϕ parametresinin tahmini.....	44

1. GİRİŞ

Makroekonomik model; ekonominin işleyişini açıklayan, amaçlanan ekonomik yapıya ulaşabilmek için birbiriyle ilişkili temel ekonomik büyüklüklerin nasıl gelişeceğini ve hangi alanlarda darboğazlarla karşılaşılacağını mümkün olduğunca gerçekçi olarak açıklamaya çalışan bir soyutlamadır. Ancak, ekonomik ilişkilerin deneysel olarak test edilmesinin ve modellenmesinin güç olması, gerçekte modele dahil edilmesi gereken birçok ayrıntının veri eksikliği sebebiyle model dışında kalması gibi sebeplerle hiçbir model bunu tam olarak başaramaz.

Makroekonomik modeller ekonomik sürecin işleyişi ile ilgili olarak tartışmalı ve test edilmesi gereken değişik ekonomik kuram ve varsayımlardan yararlanırlar. Bunlar modelde kapsanan ekonomik olaylarla ilgili değişkenlerin seçiminde ve aralarındaki ilişkiyi tanımlamakta en can alıcı rolü üstlenirler.

Ekonometrik modeller, ekonomik değişkenler arasındaki ilişkilerin istatistiksel olarak test edilerek doğrulanmasıyla elde edilen ve eşanlı olarak çözülen matematiksel denklem kümelerinden oluşmaktadır. Oluşturulma aşamasında çok sayıda veri gerektiren bu modeller, makroekonomik ya da mikroekonomik olabilir. Makroekonometrik modeller kapsamak durumunda oldukları ekonomik ilişkileri eşanlı denklem kümeleri olarak sunmaları nedeniyle incelenmesi ve yorumlanması güç yapılar oluşturmaktadırlar (Ayanoğlu vd. 1996).

Politika analizlerinde büyük bir makroekonometrik modelin yanı sıra daha dar kapsamlı ancak, büyük modelle tutarlı ve aynı teorik yapıya sahip modeller de kullanılmaktadır. Genel olarak, kapalı ekonomiler için oluşturulan modeller, IS, LM, Phillips eğrisi gibi denklemleri içermektedir. Son yıllarda, Yeni Keynesci modeller, makroekonomik ilişkilerin incelenmesinde sıkça kullanılmaktadır.

Keynesyen İktisat (talep yönlü iktisat), 1929 dünya ekonomik bunalımının ortaya çıkardığı işsizlik ve toplam talepteki yetersizlikleri gidermek amacıyla geliştirilmiş bir iktisadi düşüncedir. Talep yönlü iktisadı, ekonomide etkin kaynak kullanımının

sağlanması, ekonomik büyüme ve kalkınmanın gerçekleştirilmesi, adil bir gelir ve servet dağılımının temini ve ekonomik istikrarın sağlanması için devletin “toplam talep” üzerinde yönlendirici kararlar almasını öneren bir iktisadi düşünce olarak tanımlamak mümkündür. Talep yönlü iktisadın teorik temelleri J. M. Keynes tarafından yayınlanan “İstihdam, Faiz ve Paranın Genel Teorisi” adlı eserinde yer almıştır. Genel Teori’ de makroekonomik dengenin; toplam arz ile toplam talebin eşitlendiği noktada gerçekleşeceği belirtilmektedir.

Keynes’in "Genel Teorisi" ve diğer eserlerindeki düşünceleri, zaman içerisinde iktisatçılarca farklı şekillerde yorumlanmıştır. 1936 yılında J. M. Keynes’in Genel Teorisi’ni yayınlamasından sonra, bu teorinin akademik çevrelerde tanınmasında ve benimsenmesinde J. Hicks’ in önemli katkıları olmuştur. Hicks, kısa dönem denge gelir ve istihdam düzeyi ve faiz oranının; para arzının para talebine eşitlendiği bir seviyede belirleneceğini kabul etmiştir. Hicks’ in bu görüşleri daha sonra A. H. Hansen tarafından geliştirilmiş ve iktisat literatürüne Hicks-Hansen Modeli olarak geçmiştir. Gelir-Harcama Modeli (Income-Expenditure Model) veya IS/LM Analizi olarak da adlandırılan bu sentez daha sonraları başlıca Don Patinkin, Paul Samuelson ve James Tobin’in çalışmaları ile önemli ölçüde geliştirilmiştir (Aktan 2000).

Makroekonomik dinamiklerin modellenmesi ve parametrelerinin tahmini konusunda birçok çalışma ve farklı yöntemler vardır. Çok sayıda farklı dallarda uygulama alanı bulan ilerletilmiş Kalman filtresi (İKF) son dönem ekonomi yazınında birkaç çalışmada kullanılmıştır.

Maybeck (1979) Kalman filtresinin (KF) tanıtımını yaparak kullanımını, gece vakti denizde kaybolmuş birinin yıldızların konumuna bakarak yön bulması örneği ile açıklamıştır.

Julier and Uhlmann (1997), Lineer olmayan sistemlerde ilerletilmiş Kalman filtresinin kullanımını açıklayarak çalışmalarını, çok yüksek ve çok hızlı hareket eden bir aracın konumunun tahmin edilmesi problemi ile örneklendirmişlerdir.

Özbek (1998), Kesikli-zaman stokastik durum-uzay modellerinde durum vektörünün tahmin edilmesi problemini ele almış ve ardışık tahmin yöntemlerinden Kalman filtresinin değişik optimizasyon ölçütlerine göre elde edilmesini açıklamıştır.

Güvel (1998), Türkiye ekonomisinin kısa dönem analizi adlı çalışmasında makro politikalar ve ekonomik dalgalanmalar üzerine ekonometrik bir inceleme yapmıştır. Çalışmasında farklı ekonomik yaklaşımlara uygun olarak oluşturduğu modelinin parametrelerini en küçük kareler yöntemi ile tahmin etmiştir. Türkiye ekonomisinin kısa dönem özelliklerinin büyük ölçüde Keynesyen hipotezlerle tutarlılık sergilediğini ortaya koymuştur.

King (2000), The New IS/LM Model çalışmasında milli gelir, fiyat düzeyi, enflasyon, reel faiz oranı ve nominal faiz oranı değişkenlerini kullanarak oluşturduğu makroekonomik modelinin işleyişini, model değişkenleri arasındaki ilişkiyi ayrıntılı olarak ele almıştır.

Özbek ve Öztürk (2003), lineer olmayan kesikli-zaman durum-uzay modelleri ile ilgili olarak, bir yayın ucuna bağlı cismin salınımı için İKF kullanımına bir örnek vermişlerdir.

Özbek vd. (2003) Keynesyen basit makroekonomik modelde hükümet harcamalarını rasgele yürüyüş süreci ile modelleyerek bilinmeyen parametreleri İKF ile tahmin etmişlerdir.

Özbek ve Özlale (2004), tahmin yöntemi olarak ileriye tahmin kalman filtresini kullandıkları çıktı açığının ölçülmesine ilişkin çalışmalarında, Türkiye ekonomisi için çıktı açığı ve potansiyel çıktı serilerini lineer olmayan durum-uzay modeli haline getirmişler ve enflasyon ile çıktı açığı arasındaki ilişkiyi analiz etmişlerdir.

Welch and Bishop (2004) Kalman filtresinin kullanımını voltaj tahmini ile örneklendirerek açıklamışlardır.

Sarıkaya vd. (2005) Türkiye ekonomisi için çıktı açığının tahmin edilmesinde İKF kullanmışlardır.

Collard and Dellas (2005), Basit Keynesyen makroekonomik modelin parametrelerini, hükümet harcamalarını rasgele yürüyüş süreci ile modelleyerek İKF ile tahmin etmişlerdir.

Bhattarai (2005) Basit Keynesyen makroekonomik modelini IS/LM analizi çerçevesinde oluşturarak değişkenler arasındaki ilişkiyi ayrıntılı şekilde açıklamıştır.

Dueker (2005), Basit makroekonomik modelin bilinmeyen parametrelerini İKF ile tahmin etmiştir.

Erdoğan ve Özbek (2005) Türkiye gibi sürekli bütçe açığı, sağlıksız maliye politikası ve uzun süreli yüksek enflasyon yaşayan bir ülke için bireylerin tüketim eğiliminde, maliye politikalarının etkisi olup olmadığını görebilmek amacıyla yaptıkları çalışmada model parametrelerini kalman filtresi ile tahmin etmişlerdir.

Dewachter and Lyrio (2006) çıktı açığı, enflasyon oranı ve faiz oranı değişkenlerini kullanarak oluşturdukları Keynesyen makroekonomik modelin parametrelerini İKF ile tahmin etmişlerdir.

1970'li yıllarda klasik iktisat öğretisine karşı önemini yitirmeye başlayan Keynesçi modeller, günümüzde çözüm aranan bir çok makroekonomik problem için yeniden referans noktası olmuştur. Klasik iktisat öğretisinin, "para ve maliye politikalarının reel makroekonomik değişkenler üzerinde kısa ve uzun vadede etkisiz olduğu" görüşü yerini kısa dönemde bu politikaların etkili olduğunu savunan "yeni Keynesçi görüş"e bırakmıştır. Türkiye ekonomisi için maliye politikalarının baskın olduğu varsayımı altında, Keynesçi bir model kurulabilir (Özbek vd. 2003).

Bu çalışmada Keynesyen görüşe uygun olarak IS/LM analizi çerçevesinde basit bir makroekonomik model kurulmuştur. Modelin bilinmeyen parametrelerinin tahmin edilebilmesi için ileriye tahmin Kalman filtresi kullanılmıştır.

2. DURUM-UZAY MODELİ VE TAHMİN

2.1 Linear Kesikli-Zaman Durum-Uzay Modeli ve Kalman Filtresi

Lineer kesikli-zaman stokastik durum-uzay modelleri, 1960'lı yıllarda uydu, güdümlü mermi, uzay araçları ve hareket yeteneği olan hedeflerin konumunu izleme ve kontrol etme gibi uygulamalar için geliştirilmiştir. Ayrıca durum-uzay modelleri, fiziksel ve iktisadi süreçlerin modellenmesinde pek çok uygulama alanına sahiptir (Özbek 2000, Özbek vd. 2003).

Durum-uzay modeli, sistemin durumunu gösteren ancak gözlenemeyen, $\{x_k ; k = 0, 1, 2, \dots\}$ stokastik süreci ile ilgili bir durum eşitliği ve gözlenebilen $\{z_k ; k = 0, 1, 2, \dots\}$ stokastik süreci ile ilgili bir ölçüm (gözlem) eşitliğinden oluşan;

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k w_k \quad (2.1.1)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (2.1.2)$$

şeklinde bir modeldir. Burada $x_k \in R^n$: sistem durum vektörünü, $z_k \in R^m$: sistem gözlem vektörünü, A_k , $n \times n$ boyutlu sistem geçiş matrisini, H_k $m \times n$ boyutlu gözlem matrisini, $w_k \in R^n$ ve $v_k \in R^m$ sıfır ortalamalı beyaz gürültü süreçlerini¹ (hata terimlerini) göstermektedir. Beyaz gürültü süreçlerinin her k, j için aşağıdaki varsayımları sağladığı kabul edilir.

$$E[v_k] = 0 \quad (2.1.3)$$

$$E[w_k] = 0 \quad (2.1.4)$$

¹ Ortalaması sıfır olan herhangi bir $\{e_k : k \in K\}$ zaman serisinin otokovaryans fonksiyonu,

$$\gamma_e(h) = \begin{cases} \sigma^2, & h = 0 \\ 0, & d.d. \end{cases}$$

şeklinde ise $\{e_k : k \in K\}$ serisine, Beyaz Gürültü (White Noise) Serisi denir ve $e_k \sim WN(0, \sigma^2)$ şeklinde gösterilir (Akdi 2003).

$$E [v_k v'_j] = R_k \delta_{kj} \quad (2.1.5)$$

$$E [w_k w'_j] = Q_k \delta_{kj} \quad (2.1.6)$$

$$E [v_k w'_j] = 0 \quad (2.1.7)$$

$$E [x_0] = \bar{x}_0 \quad (2.1.8)$$

$$E [(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)'] = P_0 \quad (2.1.9)$$

$$E [x_0 w'_k] = 0 \quad (2.1.10)$$

$$E [x_0 v'_k] = 0 \quad (2.1.11)$$

Ayrıca, tüm $k=0,1,2,\dots$ anlarında A_k , H_k , B_k , Q_k ve R_k matrislerinin bilindiği varsayılır (Özbek 2000, Özbek vd. 2003). Burada Q_k $n \times n$ ve R_k $m \times m$ boyutlu matrislerdir.

(Bu alanda rasgele vektörler küçük harfler ile gösterildiğinden çalışmanın geri kalan kısmında bu notasyona uyulmuştur).

2.1.1 Sonsal dağılımın en büyüklenmesi ölçütüne göre Kalman filtresinin elde edilmesi

Bu kısımda durum-uzay modelinde yer alan beyaz gürültü süreçlerinin ve x_0 başlangıç durumunun normal dağılıma sahip olduğu varsayımı altında, sonsal dağılımın en büyüklenmesi ölçütüne göre Kalman filtresinin elde edilişi açıklanmıştır.

Ele alınan durum-uzay modelindeki hata terimlerinin

$$w_k \sim N(0, Q_k)$$

$$v_k \sim N(0, R_k)$$

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_0)$$

şeklinde normal dağılıma sahip olduğu, hata terimlerinin ve başlangıç durumunun (2.1.1)-(2.1.11) varsayımlarını sağladığı kabul edilsin. En iyi filtreleme, $Z_k = \{z_0, z_1, \dots, z_k\}$ gözlemleri verildiğinde x_k durumunun en iyi tahminini

belirlemedir. Yapılan varsayımlar altında, $x_k | Z_k$ rasgele vektörünün dağılımı normal dağılıma sahiptir ve sonsal dağılımın en büyüklenmesi ölçütüne göre elde edilen tahmin, koşullu beklenen değer tahminine denktir. $Z_k = \{z_0, z_1, \dots, z_k\}$ gözlemleri verildiğinde x_k durumunun tahmini

$$\hat{x}_{k|k} = E [x_k | z_0, z_1, \dots, z_k] = E [x_k | Z_k]$$

ile, hatanın kovaryans matrisi

$$P_{k|k} = E [(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})' | Z_k]$$

ve $Z_{k-1} = \{z_0, z_1, \dots, z_{k-1}\}$ gözlemleri verildiğinde x_k durumunun tahmini

$$\hat{x}_{k|k-1} = E [x_k | z_0, z_1, \dots, z_{k-1}] = E [x_k | Z_{k-1}]$$

ile, hatanın kovaryans matrisi

$$P_{k|k-1} = E [(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(x_k - \hat{x}_{k|k-1})' | Z_{k-1}]$$

ile gösterilsin. Bu değerlerin belirlenmesi aşağıdaki adımların uygulanmasıyla elde edilir (Özbek 2000).

Adım-1. $k-1$ anında x_{k-1} durumunun, $\hat{x}_{k-1|k-1}$ tahmininin bilindiği kabul edilsin ve $\hat{x}_{k|k-1}$ belirlenmeye çalışılsın. (2.1.1) eşitliği

$$x_k = A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}w_{k-1} \quad (2.1.1.1)$$

olarak ele alınır, w_{k-1} rasgele vektörünün $v_k, w_{k-2}, \dots, w_0$ rasgele vektörlerinden, x_0

başlangıç durumunun $z_0, z_1, \dots, z_{k-1}$ vektörlerinden bağımsız olduğu göz önünde tutulursa

$$E[w_{k-1} | Z_{k-1}] = 0 \quad (2.1.1.2)$$

olacağından,

$$\hat{x}_{k|k-1} = E[x_k | Z_{k-1}] = A_{k-1}E[x_{k-1} | Z_{k-1}] + B_{k-1}E[w_{k-1} | Z_{k-1}] \quad (2.1.1.3)$$

$$= A_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} \quad (2.1.1.4)$$

olarak bulunur. Hata vektörü $x_k - \hat{x}_{k|k-1}$; $z_0, z_1, \dots, z_{k-1}$ gözlemlerinden bağımsız olduğundan, bir adım sonraki öngörü için hatanın kovaryans matrisi

$$\begin{aligned} P_{k|k-1} &= E[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(x_k - \hat{x}_{k|k-1})' | Z_{k-1}] \\ &= E[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(x_k - \hat{x}_{k|k-1})'] \end{aligned} \quad (2.1.1.5)$$

dır. Bir adım öngörü hatası

$$x_k - \hat{x}_{k|k-1} = A_{k-1}(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1|k-1}) + B_{k-1}w_{k-1} \quad (2.1.1.6)$$

olarak yazılabileceğinden, x_{k-1} vektörü, $w_0, w_1, \dots, w_{k-2}$ vektörlerinin bir fonksiyonu ve

$$E[x_{k-1} | w'_{k-1}] = 0 \quad (2.1.1.7)$$

$$E[\hat{x}_{k-1|k-1} | w'_{k-1} | Z_{k-1}] = 0 \quad (2.1.1.8)$$

olduğundan hatanın kovaryans matrisi

$$P_{k|k-1} = A_{k-1}P_{k-1|k-1}A'_{k-1} + B_{k-1}Q_{k-1}B'_{k-1} \quad (2.1.1.9)$$

olarak bulunur (Özbek 2000).

Adım-2. $Z_k = \{z_0, z_1, \dots, z_k\}$ gözlemleri verildiğinde x_k durumunun tahminin belirlenmesi için $f(x_k | Z_k)$ koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonunun belirlenmesi gerekir. Bu koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x_k | Z_k) = f(x_k | Z_{k-1}, z_k) \quad (2.1.1.10)$$

$$= \frac{f(x_k, Z_{k-1}, z_k)}{f(Z_{k-1}, z_k)} \quad (2.1.1.11)$$

$$= f(z_k | x_k, Z_{k-1}) \cdot \frac{f(x_k | Z_{k-1})}{f(z_k, Z_{k-1})} \quad (2.1.1.12)$$

olarak yazılabilir. Gözlem eşitliği ve x_k vektörünün $z_0, z_1, \dots, z_{k-1}$ gözlemlerinden bağımsız olduğu göz önüne alınırsa (v_k, x_0 ve $w_0, w_1, \dots, w_k$ vektörlerinden bağımsız)

$$f(z_k | x_k, Z_{k-1}) = f(z_k | x_k) \quad (2.1.1.13)$$

elde edilir. Bu durumda (2.1.1.12) eşitliği

$$f(x_k | Z_k) = \frac{f(z_k | x_k) f(x_k | Z_{k-1})}{f(z_k | Z_{k-1})} \quad (2.1.1.14)$$

olarak yazılabilir. Hata terimleri ile ilgili varsayımlardan

$$E[v_k | x_k] = 0 \quad (2.1.1.15)$$

$$E[z_k | x_k] = H_k x_k$$

$$E[(z_k - H_k x_k)(z_k - H_k x_k)'] = E[v_k v_k'] = R_k$$

olacağından, gözlem vektörünün durum vektörüne göre koşullu dağılımı

$$f(z_k | x_k) = K \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} (z_k - H_k x_k)' R_k^{-1} (z_k - H_k x_k) \right] \quad (2.1.1.16)$$

şeklinde normal dağılımdır. Başlangıç durumunun normal dağılıma sahip olmasından $f(x_k | Z_{k-1})$ dağılımı da

$$f(x_k | Z_{k-1}) = K' \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} (x_k - \hat{x}_{k|k-1})' P_{k|k-1}^{-1} (x_k - \hat{x}_{k|k-1}) \right] \quad (2.1.1.17)$$

biçiminde normal dağılım olduğundan, $f(x_k | Z_k)$ sonsal dağılımı,

$$f(x_k | Z_k) = K'' \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} ((z_k - H_k x_k)' R_k^{-1} (z_k - H_k x_k) + (x_k - \hat{x}_{k|k-1})' P_{k|k-1}^{-1} (x_k - \hat{x}_{k|k-1})) \right] \quad (2.1.1.18)$$

biçiminde normal dağılım olarak bulunur. Burada; K, K', K'' sabitlerdir. (2.1.1.18) sonsal dağılımının logaritması alındıktan sonra, x_k vektörüne göre türev alınıp sıfıra eşitlenirse

$$H_k' R_k^{-1} [z_k - H_k x_k] - P_{k|k-1}^{-1} [x_k - \hat{x}_{k|k-1}] = 0 \quad (2.1.1.19)$$

elde edilir. Bu ifade, x_k vektörüne göre çözülüp, x_k yerine $\hat{x}_k$ alınırsa

$$\left[H_k' R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1} \right]^{-1} \hat{x}_{k|k} = H_k' R_k^{-1} z_k + P_{k|k-1}^{-1} \hat{x}_{k|k-1} \quad (2.1.1.20)$$

elde edilir ve bu eşitliğin sağ tarafına $H_k' R_k^{-1} H_k \hat{x}_{k|k-1}$ ifadesi eklenip çıkarılırsa,

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + \left[H_k' R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1} \right]^{-1} H_k' R_k^{-1} [z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}] \quad (2.1.1.21)$$

olarak yazılır. (2.1.1.20) eşitliği

$$\hat{x}_{k|k} = \left[H_k' R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1} \right]^{-1} \left[H_k' R_k^{-1} z_k + P_{k|k-1}^{-1} \hat{x}_{k|k-1} \right]$$

olarak göz önüne alınır ve gözlem eşitliği (2.1.2) kullanılırsa,

$$x_k - \hat{x}_{k|k} = x_k - \left[H_k' R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1} \right]^{-1} \left[H_k' R_k^{-1} H_k x_k + H_k' R_k^{-1} v_k + P_{k|k-1}^{-1} \hat{x}_{k|k-1} \right] \quad (2.1.1.22)$$

elde edilir. Bu ifadenin sağ tarafına $P_{k|k-1}^{-1} x_k$ eklenip çıkarılırsa ve gerekli olan düzenlemeler yapılırsa eşitlik

$$x_k - \hat{x}_{k|k} = \left[H_k' R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1} \right]^{-1} \left[H_k' R_k^{-1} v_k - P_{k|k-1}^{-1} (x_k - \hat{x}_{k|k-1}) \right] \quad (2.1.1.23)$$

olarak yazılır ve böylece

$$\begin{aligned} P_{k|k} &= E \left[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})' \right] \\ &= \left[H_k' R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (2.1.1.24)$$

olarak bulunur. Bu eşitliğe matris tersi lemması² uygulanırsa,

$$\left[H_k' R_k^{-1} H_k + P_{k|k-1}^{-1} \right]^{-1} = P_{k|k-1} - P_{k|k-1} H_k' \left[H_k P_{k|k-1} H_k' + R_k \right]^{-1} H_k P_{k|k-1} \quad (2.1.1.25)$$

elde edilir.

$$K_k = P_{k|k-1} H_k' \left[H_k P_{k|k-1} H_k' + R_k \right]^{-1} \quad (2.1.1.26)$$

² P, R, H matrisleri sırasıyla $n \times n$, $m \times m$, $m \times n$ boyutlu ve P ve R pozitif tanımlı matrisler olsun. Bu durumda aşağıdaki eşitliler sağlanır (Jazwinski 1970).

$$\begin{aligned} \left[P^{-1} + H' R^{-1} H \right]^{-1} &= P - P H' \left[H P H' + R \right]^{-1} H P \\ \left[P^{-1} + H' R^{-1} H \right]^{-1} H' R^{-1} &= P H' \left[H P H' + R \right]^{-1} \end{aligned}$$

olarak tanımlanırsa

$$P_{k|k} = [I - K_k H_k'] P_{k|k-1} \quad (2.1.1.27)$$

olarak yazılabilir ve yine matris tersi lemmasından

$$\left[H_k P_{k|k-1} H_k' + R_k \right]^{-1} H_k' R_k^{-1} = P_{k|k-1} H_k' \left[H_k P_{k|k-1} H_k' + R_k \right]^{-1} \quad (2.1.1.28)$$

olduğundan

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k [z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}] \quad (2.1.1.29)$$

olarak bulunur. Özetlenecek olursa Kalman filtresi

$$P_{0|-1} = P_0$$

$$\hat{x}_{0|-1} = \bar{x}_0$$

başlangıç değerlerine bağlı olarak aşağıdaki eşitliklerle ile verilir:

$$\hat{x}_{k|k-1} = A_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} \quad (2.1.1.30)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k [z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}] \quad (2.1.1.31)$$

$$K_k = P_{k|k-1} H_k' [H_k P_{k|k-1} H_k' + R_k]^{-1} \quad (2.1.1.32)$$

$$P_{k|k} = [I - K_k H_k'] P_{k|k-1} \quad (2.1.1.33)$$

$$P_{k|k-1} = A_{k-1} P_{k-1|k-1} A_{k-1}' + B_{k-1} Q_{k-1} B_{k-1}' \quad (2.1.1.34)$$

Eşitlik (2.1.1.32) ile verilen matris Kalman Kazanç Matrisi olarak da bilinir (Özbek 2000).

2.2 Lineer Olmayan Durum-Uzay Modeli ve İlerletilmiş Kalman Filtresi

Lineer olmayan durum uzay modeli ,

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + H_k(x_k)w_k \quad (2.2.1)$$

$$z_k = d_k(x_k) + v_k \quad (2.2.2)$$

eşitlikleri ile verilir. Burada $f_k(x_k)$ lineer olmayan sistemin geçiş metrisini ve $d_k(x_k)$ sistemin gözlem matrisini temsil etmektedir. w_k ve v_k sırasıyla Q_k ve R_k kovaryans matrisli beyaz gürültü süreçlerini göstermektedir (Wan 1993).

$$\hat{x}_0 = E(x_0)$$

$$P_0 = \text{cov}(x_0)$$

başlangıç değerlerine bağlı olarak İKF' ye ilişkin işlemler ve gösterimler aşağıdaki gibi özetlenebilir.

$$P_{k|k-1} = \left[\frac{\partial f_{k-1}}{\partial x_{k-1}}(\hat{x}_{k-1}) \right] P_{k-1} \left[\frac{\partial f_{k-1}}{\partial x_{k-1}}(\hat{x}_{k-1}) \right]' + Q_{k-1} \quad , \quad \hat{x}_{k|k-1} = f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}) \quad (2.2.3)$$

$$K_k = P_{k|k-1} \left[\frac{\partial d_k}{\partial x_k}(\hat{x}_{k|k-1}) \right] \left[\left[\frac{\partial d_k}{\partial x_k}(\hat{x}_{k|k-1}) \right] P_{k|k-1} \left[\frac{\partial d_k}{\partial x_k}(\hat{x}_{k|k-1}) \right]' + R_k \right]^{-1} \quad (2.2.4)$$

$$P_k = \left[I - K_k \left[\frac{\partial d_k}{\partial x_k}(\hat{x}_{k|k-1}) \right] \right] P_{k|k-1} \quad (2.2.5)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k \left[z_k - d_k(\hat{x}_{k|k-1}) \right] \quad , \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.2.6)$$

(Özbek ve Öztürk 2003, Özbek vd. 2003).

2.2.1 İlerletilmiş Kalman filtresinin elde edilmesi

Lineer olmayan model için 1. dereceden Taylor açılımı ile lineerleştirme yapılarak yaklaşımda bulunulmuş ve bu işlem İlerletilmiş Kalman Filtresi olarak adlandırılmıştır. Bu kısımda Taylor açılımı yaklaşımı ile İKF algoritmasının elde edilişi açıklanacaktır.

Bir sistem ile ilgili durum değişkeni, n -boyutlu x rasgele vektörü ve gözlem değişkeni, m -boyutlu z rasgele vektörü olsun. $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ve $d: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ fonksiyonları sürekli türevlere sahip olmak üzere, bu sistem için durum-uzay modeli,

$$x_k = f(x_{k-1}, k-1) + w_{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.2.1.1)$$

$$z_k = d(x_k, k) + v_k \quad (2.2.1.2)$$

ve varsayımlar

$$E(w_k) = 0 \quad (2.2.1.3)$$

$$E(v_k) = 0 \quad (2.2.1.4)$$

$$E(w_k w_i') = \begin{cases} Q_k, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (2.2.1.5)$$

$$E(v_k v_i') = \begin{cases} R_k, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad (2.2.1.6)$$

$$E(x_0 w_k') = 0 \quad (2.2.1.7)$$

$$E(x_0 v_k') = 0 \quad (2.2.1.8)$$

$$E(x_0) = m_0 \quad (2.2.1.9)$$

$$\text{Cov}(x_0) = P_0 \quad (2.2.1.10)$$

olsun. $\{x_k\}$ bir zaman serisi olmak üzere bunun bir gerçekleşmesi sistemin durumunun bir yörüngesi olmaktadır.

$$x_0^{nom} = E(x_0) = m_0 \quad (2.2.1.11)$$

ve

$$x_k^{nom} = f(x_{k-1}^{nom}, k-1) \quad , \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.2.1.12)$$

olmak üzere $\{x_k^{nom} : k = 0, 1, 2, \dots\}$ dizisine nominal yörünge denir.

f sürekli türevlere sahip olduğunda yörünge üzerindeki bozulma (pertürbasyon) etkileri nominal yörünge etrafında yapılan Taylor açılımı ile ifade edilebilir. δ , nominal yörüngeden pertürbasyonu göstermek üzere,

$$\delta x_k = x_k - x_k^{nom} \quad (2.2.1.13)$$

$$\delta z_k = z_k - d(x_k^{nom}, k) \quad (2.2.1.14)$$

gösterimleri altında, f fonksiyonunun x_{k-1}^{nom} noktası komşuluğundaki Taylor açılımından

$$x_k = f(x_{k-1}, k-1)$$

(2.2.1.15)

$$= f(x_{k-1}^{nom}, k-1) + \left. \frac{\partial f(x, k-1)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \delta x_{k-1} + \text{kalan terim} \quad (2.2.1.16)$$

$$= x_k^{nom} + \left. \frac{\partial f(x, k-1)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \delta x_{k-1} + \text{kalan terim} \quad (2.2.1.17)$$

olup,

$$\delta x_k = \left. \frac{\partial f(x, k-1)}{\partial x} \right|_{x=x_{k-1}^{nom}} \delta x_{k-1} + \text{kalan terim} \quad (2.2.1.18)$$

dır. Kalan terimin atılmasıyla

$$\delta x_k \cong F(x_k^{nom}, k) \delta x_{k-1} \quad (2.2.1.19)$$

yazılabilir, burada

$$F(x_k^{nom}, k) = \left. \frac{\partial f(x, k-1)}{\partial x} \right|_{x=x_k^{nom}} \quad (2.2.1.20)$$

dır. Gözlem denklemindeki d fonksiyonunun nominal yörüngeye göre lineerleştirilmesi,

$$d(x_k, k) = d(x_k^{nom}, k) = \left. \frac{\partial d(x, k)}{\partial x} \right|_{x=x_k^{nom}} \delta x_k + \text{kalan terim} \quad (2.2.1.21)$$

olup, kalan terimin atılmasıyla

$$\delta z_k \cong D(x_k^{nom}, k) \delta x_k \quad (2.2.1.22)$$

yazılabilir, burada

$$D(x_k^{nom}, k) = \left. \frac{\partial d(x, k)}{\partial x} \right|_{x=x_k^{nom}} \quad (2.2.1.23)$$

dır. Böylece pertürbasyonlar için

$$\delta x_k \cong F(x_k^{nom}, k) \delta x_{k-1} + w_{k-1} \quad (2.2.1.24)$$

$$\delta z_k \cong D(x_k^{nom}, k) \delta x_k + v_k \quad (2.2.1.25)$$

lineer durum-uzay modeline ulaşılır. Bu model için Kalman filtresinin işletilmesi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\delta x}_k(-) = F(x_{k-1}^{nom}, k-1) \hat{\delta x}_{k-1}(+) \quad , \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.2.1.26)$$

$$\hat{\delta x}_k(+) = \hat{\delta x}_k(-) + K_k \left[z_k - D(x_k^{nom}, k) - D(x_k^{nom}, k) \hat{\delta x}_k(-) \right] \quad (2.2.1.27)$$

$$P_k(-) = F(x_{k-1}^{nom}, k-1) P_{k-1}(+) F'(x_{k-1}^{nom}, k-1) + Q_{k-1} \quad (2.2.1.28)$$

$$K_k = P_k(-) H(x_k^{nom}, k) \left[H(x_k^{nom}, k) P_k(-) H'(x_k^{nom}, k) + R_k \right]^{-1} \quad (2.2.1.29)$$

$$P_k(+) = [I - K_k H(x_k^{nom}, k)] P_k(-) \quad (2.2.1.30)$$

Burada K_k Kalman Kazanç Matrisi ile P_k matrislerinin hesaplanmasında kullanılan x_k^{nom} değerleri bir x_0^{nom} değerine bağlı olarak

$$x_k^{nom} = f(x_{k-1}^{nom}, k-1) \quad , \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.2.1.31)$$

bağıntısından hesaplandığından, K_k ile P_k matrisleri $\hat{\delta x}_k$ durum kestirimlerinden ayrı olarak kendi içinde hesaplanabilir.

Yukarıdaki Kalman filtresinde x_k^{nom} , $k = 1, 2, \dots$ değerleri yerine $\hat{x}_k(-)$, $k = 1, 2, \dots$ yazılması ve $\delta x_k = x_k - \hat{x}_k$ olduğu göz önünde tutulmasıyla,

$$\hat{x}_0 = E(x_0)$$

$$P_0 = \text{cov}(x_0)$$

başlangıç değerlerine bağlı olarak

$$P_{k|k-1} = \left[\frac{\partial \mathcal{F}_{k-1}}{\partial \mathbf{x}_{k-1}}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \right] P_{k-1} \left[\frac{\partial \mathcal{F}_{k-1}}{\partial \mathbf{x}_{k-1}}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \right]' + Q_{k-1} \quad (2.2.1.32)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})$$

$$K_k = P_{k|k-1} \left[\frac{\partial d_k}{\partial \mathbf{x}_k}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right] \left[\left[\frac{\partial d_k}{\partial \mathbf{x}_k}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right] P_{k|k-1} \left[\frac{\partial d_k}{\partial \mathbf{x}_k}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right]' + R_k \right]^{-1} \quad (2.2.1.33)$$

$$P_k = \left[I - K_k \left[\frac{\partial d_k}{\partial \mathbf{x}_k}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right] \right] P_{k|k-1} \quad (2.2.1.34)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + K_k \left[z_k - d_k(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \right] \quad , \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.2.1.35)$$

ilerletilmiş Kalman filtresi elde edilir (Özbek ve Öztürk 2003, Köksal vd. 2005).

İlerletilmiş Kalman filtresini uygulamak amacıyla, durum-uzay modelindeki matrisler, θ bilinmeyen parametre vektörünü göstermek üzere $F_k(\theta)$, $D_k(\theta)$, $H_k(\theta)$ şeklinde θ 'nın bir fonksiyonu şeklinde yazılsın ve θ parametre vektörünün rasgele yürüyüş süreci şeklinde modellendiği kabul edilsin. Bu durumda, model

$$\mathbf{x}_{k+1} = F_k(\theta_k) \mathbf{x}_k + H_k(\theta_k) \mathbf{w}_k \quad (2.2.1.36)$$

$$z_k = D_k(\theta_k) \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2.2.1.37)$$

ve parametre vektörü

$$\theta_{k+1} = \theta_k + t_k \quad (2.2.1.38)$$

$$\text{cov}(t_k) = S_k \quad (2.2.1.39)$$

şeklinde olacağından (2.2.1.36) ve (2.2.1.37) eşitlikleri yeni bir durum-uzay modeli gibi düşünülüp birleştirilirse yeni oluşan durum uzay modeli

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \theta_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_k(\theta_k) \mathbf{x}_k \\ \theta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_k(\theta_k) \mathbf{w}_k \\ t_k \end{bmatrix} \quad (2.2.1.40)$$

$$z_k = \begin{bmatrix} D_k(\theta_k) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \theta_k \end{bmatrix} + v_k \quad (2.2.1.41)$$

şeklinde lineer olmayan bir modeldir ve bu modele İKF uygulanabilir. (2.2.1.38) eşitliğinde t_k beyaz gürültü sürecini göstermektedir ve kovaryans matrisinin $\text{cov}(t_k) = S_k = S > 0$ olduğu kabul edilmiştir. $S=0$ olması durumunda parametre vektörünün sabit olduğu varsayımı yapılmış olur ve (2.2.1.40)-(2.2.1.41) eşitlikleri ile verilen lineer olmayan durum-uzay modeline İKF uygulandığında parametre vektörü hakkında herhangi bir bilgi elde edilemez. Bu nedenle uygulamada $S>0$ olarak alınır. İKF algoritması eşitlikleri (2.2.1.40) ve (2.2.1.41) eşitliklerine uygulanırsa

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ \hat{\theta}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(x_0) \\ E(\theta_0) \end{bmatrix}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} \text{cov}(x_0) & 0 \\ 0 & S_0 \end{bmatrix}$$

başlangıç değerlerine bağlı olarak $k=1,2,\dots$ için

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k-1} \\ \hat{\theta}_{k|k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{k-1}(\hat{\theta}_{k-1})\hat{x}_{k-1} \\ \hat{\theta}_{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.2.1.42)$$

$$P_{k|k-1} = \begin{bmatrix} F_{k-1}(\hat{\theta}_{k-1}) & \frac{\partial}{\partial \theta}(F_{k-1}(\hat{\theta}_{k-1}))\hat{x}_{k-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} P_{k-1} \begin{bmatrix} F_{k-1}(\hat{\theta}_{k-1}) & \frac{\partial}{\partial \theta}(F_{k-1}(\hat{\theta}_{k-1}))\hat{x}_{k-1} \\ 0 & I \end{bmatrix}'$$

$$+ \begin{bmatrix} H_{k-1}(\hat{\theta}_{k-1})Q_{k-1}H_{k-1}'(\hat{\theta}_{k-1}) & 0 \\ 0 & S_{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.2.1.43)$$

$$K_k = P_{k|k-1} \begin{bmatrix} D_k(\hat{\theta}_{k-1}) & 0 \end{bmatrix}' \left[\begin{bmatrix} D_k(\hat{\theta}_{k-1}) & 0 \end{bmatrix} P_{k|k-1} \begin{bmatrix} D_k(\hat{\theta}_{k-1}) & 0 \end{bmatrix}' + R_k \right]^{-1} \quad (2.2.1.44)$$

$$P_k = \left[I - K_k \begin{bmatrix} D_k(\hat{\theta}_{k-1}) & 0 \end{bmatrix} \right] P_{k|k-1} \quad (2.2.1.45)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{\theta}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k-1} \\ \hat{\theta}_{k|k-1} \end{bmatrix} + K_k \left[z_k - \begin{bmatrix} D_k(\hat{\theta}_{k-1}) \hat{x}_{k|k-1} \end{bmatrix} \right] \quad (2.2.1.46)$$

eşitlikleri elde edilir (Özbek vd. 2003, Özbek ve Öztürk 2003, Köksal vd. 2005).

3. MAKROEKONOMİK MODEL VE DURUM-UZAY GÖSTERİMİ

3.1 Makroekonomik Model

Makroekonometrik modeller, önemli ekonomik değişkenleri içeren makroekonomik modelleri test etmeyi amaçlar. Geleneksel ekonometrik modellerin temeli Keynesyen yapıya dayanmaktadır. Bu modellerde amaç; toplam talep düzeyi, faiz oranı, fiyat düzeyi, hükümet harcamaları gibi değişkenleri açıklamaktır (Bhattarai 2005).

1930'lu yıllardan beri makroekonomik analizlerde çeşitli IS/LM modelleri geliştirilmiştir. Özellikle Hicks'in geliştirmiş olduğu model, faiz oranı ve milli gelirin çeşitli şoklar ve alternatif maliye politikalarından nasıl etkilendiğini açıklamak amacıyla kullanılmıştır. Maliye politikalarının en önemli açıklayıcı değişkenlerinin kullanıldığı IS/LM modelleri temel makroekonomik modellerdir. Bu modeller, milli gelir, fiyat düzeyi, reel faiz oranı, enflasyon oranı ve nominal faiz oranı değişkenlerini içerir (King 2000).

Bu çalışmada kısa dönem maliye politikalarının etkileri Yeni Keynesyen IS/LM analizi çerçevesinde ele alınacaktır. İleriye dönük beklentileri de içeren toplam talep (AD) denklemini veren IS/LM eşitlikleri yanında toplam arz (AS) denklemini de modele eklenerek basit bir makroekonomik model oluşturulacaktır. Modelde kullanılacak değişken tanımlamaları ve eşitlikleri aşağıda verilmiştir.

Y_k : k dönemdeki Gayri Safi Yurtiçi Hasıla (GSYH),

C_k : k dönemdeki Tüketim,

I_k : k dönemdeki Yatırım,

G_k : k dönemdeki Hükümet Harcamaları

olmak üzere kapalı bir ekonomide,

$$Y_k = C_k + I_k + G_k \quad (3.1.1)$$

yazılabilir (Özbek vd. 2003, Bhattarai 2005). Buradan

$$C_k = Y_k - I_k - G_k \quad (3.1.2)$$

dır. Böylece

$$C_{k+1} = Y_{k+1} - I_{k+1} - G_{k+1} \quad (3.1.3)$$

olur ve i_k : k dönemdeki nominal faiz oranı, π_k : k dönemdeki enflasyon oranı olmak üzere,

$$C_k = -\rho(i_k - E_k \pi_{k+1}) + E_k C_{k+1} \quad (3.1.4)$$

yazılabilir. (Clarida *et al.* 1999, Fuhrer and Rudebusch 2003). Literatürde Euler eşitliği olarak bilinen (3.1.4) eşitliğinde C_k yerine (3.1.2), C_{k+1} yerine (3.1.3) eşitlikleri alındığında,

$$Y_k - I_k - G_k = -\rho(i_k - E_k \pi_{k+1}) + E_k(Y_{k+1} - I_{k+1} - G_{k+1}) \quad (3.1.5)$$

olur. Burada E_k , ilgili değişkenin beklenen değer gösterimidir ve

$$E_k \pi_{k+1} = \beta \pi_k \quad (3.1.6)$$

ve

$$E_k(Y_{k+1} - I_{k+1} - G_{k+1}) = Y_{k+1} - I_{k+1} - G_{k+1} \quad (3.1.7)$$

olarak alınırsa,

$$Y_k - I_k - G_k = -\rho(i_k - \beta \pi_k) + Y_{k+1} - I_{k+1} - G_{k+1} \quad (3.1.8)$$

olur. Böylece modelin mal piyasası dengesi için

$$\text{IS: } Y_{k+1} = Y_k + \rho (i_k - \beta\pi_k) + (I_{k+1} - I_k) + (G_{k+1} - G_k) \quad (3.1.9)$$

eşitliği elde edilir.

k dönemdeki yatırım için

$$I_k = \mu(i_k - \pi_k) + \phi Y_k \quad (3.1.10)$$

eşitliği yazılabilir. Böylece

$$I_{k+1} = \mu(i_{k+1} - \pi_{k+1}) + \phi Y_{k+1} \quad (3.1.11)$$

olur. Burada $\mu < 0$ ve $\phi > 0$ dır (Bhattarai 2005).

Bu çalışmada hükümet harcamaları rasgele yürüyüş süreci ile modellenenecektir. Yani,

$$G_k = \delta G_{k-1} + g_k \quad (3.1.12)$$

dır. Burada g_k hata terimini ifade etmektedir ve bir dönem sonrası için hükümet harcamaları eşitiği,

$$G_{k+1} = \delta G_k + g_{k+1} \quad (3.1.13)$$

olur.

(3.1.10)-(3.1.13) ile verilen eşitlikler (3.1.8) eşitliğinde yerine yazıldığında

$$\text{IS: } Y_{k+1} = (1 - \phi)Y_k + (\rho - \mu)i_k + (\mu - \rho\beta)\pi_k + \mu(i_{k+1} - \pi_{k+1}) + \phi Y_{k+1} + (\delta - 1)G_k + g_{k+1} \quad (3.1.14)$$

olur.

Modelin para piyasası dengesi nominal faiz oranı ile açıklanmıştır. 1970’li yıllardan itibaren nominal faiz oranının değişik şekilleri üzerinde bir çok çalışma yapılsa da en iyi bilinen örneği, Taylor kuralıdır³ (Taylor 1993). Kısaca Taylor kuralı, nominal faiz oranının, enflasyon oranı ile üretimin doğrusal bir fonksiyonu olarak tanımlanabilir (Mishkin 2002). Kapalı ekonomilerde, enflasyon oranı tahmininin kullanılması halinde nominal faiz oranı, Taylor kuralı ile aynı formdadır (Svensson 1997). Böylece

$$LM : i_k = \lambda Y_k + \gamma \pi_k + \varepsilon_k \quad (3.1.15)$$

eşitliği yazılabilir. Burada ε_k faiz oranı için hata terimidir.

Kısa dönem toplam arz dengesi ; enflasyon oranı ile modele eklenmiştir. k dönemdeki enflasyon oranı,

$$AS : \pi_k = \alpha Y_k + E_k \pi_{k+1} + u_k \quad (3.1.16)$$

eşitliği ile verilir (Svensson 1997, Clarida et al. 1999, King 2000). Burada u_k enflasyon oranı için hata terimini ifade etmektedir.

3.2 Durum-Uzay Gösterimi

Makroekonomik model özetle aşağıdaki şekilde verilir.

$$IS: Y_{k+1} = (1 - \phi)Y_k + (\rho - \mu)i_k + (\mu - \rho\beta)\pi_k + \mu(i_{k+1} - \pi_{k+1}) + \phi Y_{k+1} + (\delta - 1)G_k + g_{k+1} \quad (3.2.1)$$

$$LM: i_k = \lambda Y_k + \gamma \pi_k + \varepsilon_k \quad (3.2.2)$$

³ Y_k ; k dönemdeki çıktı açığı, i_k ; k dönemdeki nominal faiz oranı, π_k ; k dönemdeki enflasyon oranı ve π_k^* ; k dönem enflasyon hedefi olmak üzere, Taylor kuralı, $i_k = \pi_k + \alpha Y_k + \beta(\pi_k - \pi_k^*)$ ile verilir (Taylor 1993).

$$AS : \pi_k = \alpha Y_k + E_k \pi_{k+1} + u_k \quad (3.2.3)$$

(3.1.6) eşitliğinde $E_k \pi_{k+1} = \beta \pi_k$ olduğu göz önüne alınırsa (3.2.3) eşitliği,

$$\pi_k = \alpha Y_k + \beta \pi_k + u_k \quad (3.2.4)$$

ve

$$\pi_{k+1} = \alpha Y_{k+1} + \beta \pi_{k+1} + u_{k+1} \quad (3.2.5)$$

olur. Buradan

$$\pi_{k+1} = \frac{1}{(1-\beta)} (\alpha Y_{k+1} + u_{k+1}) \quad (3.2.6)$$

dir. (3.2.2) eşitliği göz önüne alındığında,

$$i_{k+1} = \lambda Y_{k+1} + \gamma \pi_{k+1} + \varepsilon_{k+1} \quad (3.2.7)$$

dir. Burada π_{k+1} yerine (3.2.6) eşitliği yazılırsa

$$i_{k+1} = \lambda Y_{k+1} + \frac{\gamma}{(1-\beta)} (\alpha Y_{k+1} + u_{k+1}) + \varepsilon_{k+1} \quad (3.2.8)$$

olur. (3.2.6) ve (3.2.8) eşitlikleri (3.2.1) eşitliğinde yerine yazılır ve gerekli olan işlemler yapılırsa,

$$IS: Y_{k+1} = \frac{\left[(\rho - \mu) i_k + (\mu - \rho \beta) \pi_k + (1 - \phi) Y_k + (\delta - 1) G_k + \frac{\mu(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} u_{k+1} + \mu \varepsilon_{k+1} + g_{k+1} \right]}{1 - \left(\mu \left(\lambda + \frac{\alpha(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} \right) + \phi \right)} \quad (3.2.9)$$

elde edilir.

Bu ifade (3.2.6) ve (3.2.8) eşitliğinde yerine yazılır ve gerekli olan işlemler yapılırsa

$$\begin{aligned}
 \text{AS: } \pi_{k+1} = & \frac{\alpha[(\rho - \mu)i_k + (\mu - \rho\beta)\pi_k + (1 - \phi)Y_k + (\delta - 1)G_k + \mu\varepsilon_{k+1} + g_{k+1}]}{(1 - \beta)(1 - \mu\lambda - \frac{\mu\alpha(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} - \phi)} \\
 & + \left(\frac{\mu(\gamma - 1)\alpha}{(1 - \beta)^2 \left(1 - \left(\mu \left(\lambda + \frac{\alpha(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} \right) + \phi \right) \right)} \right) u_{k+1}
 \end{aligned} \tag{3.2.10}$$

ve

$$\begin{aligned}
 \text{LM: } i_{k+1} = & \frac{\left(\lambda + \frac{\gamma\alpha}{1 - \beta} \right) [(\rho - \mu)i_k + (\mu - \rho\beta)\pi_k + (1 - \phi)Y_k + (\delta - 1)G_k + g_{k+1}]}{1 - \left(\mu \left(\lambda + \frac{\alpha(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} \right) + \phi \right)} \\
 & + \left(\frac{\left(\lambda + \frac{\gamma\alpha}{1 - \beta} \right) \mu(\gamma - 1) + \left(1 - \left(\mu \left(\lambda + \frac{\alpha(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} \right) + \phi \right) \right) \gamma}{(1 - \beta) \left(1 - \left(\mu \left(\lambda + \frac{\alpha(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} \right) + \phi \right) \right)} \right) u_{k+1} \\
 & + \frac{\mu \left(\lambda + \frac{\gamma\alpha}{1 - \beta} \right)}{\left(1 - \left(\mu \left(\lambda + \frac{\alpha(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} \right) + \phi \right) \right)} \varepsilon_{k+1}
 \end{aligned} \tag{3.2.11}$$

olur.

$$n = \left(1 - \left(\mu \left(\lambda + \frac{\alpha(\gamma - 1)}{(1 - \beta)} \right) + \phi \right) \right) \text{ ve } m = \left(\lambda + \frac{\gamma\alpha}{1 - \beta} \right) \text{ olmak üzere } \tag{3.2.9)-(3.2.11}$$

eşitlikleri ile verilen makro ekonomik modelin durum uzay gösterimi aşağıdaki şekilde verilir.

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} Y_{k+1} \\ \pi_{k+1} \\ i_{k+1} \\ G_{k+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{(1-\phi)}{n} & \frac{(\mu-\rho\beta)}{n} & \frac{(\rho-\mu)}{n} & \frac{(\delta-1)}{n} \\ \frac{\alpha(1-\phi)}{(1-\beta)n} & \frac{\alpha(\mu-\rho\beta)}{(1-\beta)n} & \frac{\alpha(\rho-\mu)}{(1-\beta)n} & \frac{\alpha(\delta-1)}{(1-\beta)n} \\ \frac{m(1-\phi)}{n} & \frac{m(\mu-\rho\beta)}{n} & \frac{m(\rho-\mu)}{n} & \frac{m(\delta-1)}{n} \\ 0 & 0 & 0 & (\delta-1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_k \\ \pi_k \\ i_k \\ G_k \end{pmatrix} \\
&+ \begin{pmatrix} \frac{\mu(\gamma-1)}{(1-\beta)n} & \frac{\mu}{n} & \frac{1}{n} & 0 \\ \frac{\mu(\gamma-1)\alpha}{(1-\beta)^2 n} & \frac{\alpha\mu}{(1-\beta)n} & \frac{\alpha}{(1-\beta)n} & 0 \\ \frac{\mu(\gamma-1)m+n\gamma}{(1-\beta)n} & \frac{\mu m}{n} + 1 & \frac{m}{n} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{k+1} \\ \varepsilon_{k+1} \\ g_{k+1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2.12)
\end{aligned}$$

$$z_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_k \\ \pi_k \\ i_k \\ G_k \end{bmatrix} + v_{k+1} \quad (3.2.13)$$

(3.2.12) eşitliğindeki bilinmeyen parametreleri ve durum değişkenlerini tahmin etmek amacıyla (2.2.1.38) eşitliğindeki parametre vektörü $\theta_k = (\alpha \ \beta \ \gamma \ \lambda \ \rho \ \delta \ \mu \ \phi)$ alınarak (2.2.1.40)-(2.2.1.41) eşitliklerinde belirtilen durum-uzay modeli oluşturulursa;

$$\begin{pmatrix} Y_{k+1} \\ \pi_{k+1} \\ i_{k+1} \\ G_{k+1} \\ \alpha_{k+1} \\ \beta_{k+1} \\ \gamma_{k+1} \\ \lambda_{k+1} \\ \rho_{k+1} \\ \delta_{k+1} \\ \mu_{k+1} \\ \phi_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(1-\phi)}{n} & \frac{(\mu-\rho\beta)}{n} & \frac{(\rho-\mu)}{n} & \frac{(\delta-1)}{n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha(1-\phi)}{(1-\beta)n} & \frac{\alpha(\mu-\rho\beta)}{(1-\beta)n} & \frac{\alpha(\rho-\mu)}{(1-\beta)n} & \frac{\alpha(\delta-1)}{(1-\beta)n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{m(1-\phi)}{n} & \frac{m(\mu-\rho\beta)}{n} & \frac{m(\rho-\mu)}{n} & \frac{m(\delta-1)}{n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\delta-1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_k \\ \pi_k \\ i_k \\ G_k \\ \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \\ \lambda_k \\ \rho_k \\ \delta_k \\ \mu_k \\ \phi_k \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \frac{\mu(\gamma-1)}{(1-\beta)n} & \frac{\mu}{n} & \frac{1}{n} & 0 & 0 \\ \frac{\mu(\gamma-1)\alpha}{(1-\beta)^2 n} & \frac{\alpha\mu}{(1-\beta)n} & \frac{\alpha}{(1-\beta)n} & 0 & 0 \\ \frac{\mu(\gamma-1)m+n\gamma}{(1-\beta)n} & \frac{\mu m}{n} + 1 & \frac{m}{n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{k+1} \\ \varepsilon_{k+1} \\ g_{k+1} \\ 0 \\ t_{k+1} \end{pmatrix} \quad (3.2.14)$$

$$z_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_k \\ \pi_k \\ i_k \\ G_k \\ \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \\ \lambda_k \\ \rho_k \\ \delta_k \\ \mu_k \\ \phi_k \end{pmatrix} + v_k \quad (3.2.15)$$

elde edilir. Gerekli türev alma işlemleri yapılarak (2.2.1.38)-(2.2.1.42) eşitlikleri ile verilen İKF algoritması uygulanır.

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

4.1 Sayı Üreterek Oluşturulan Veri Seti İçin Simülasyon

Simülasyon çalışmasında Matlab 6.5 programı kullanılmıştır. (3.2.12)-(3.2.13) eşitliklerinden veri üretmek için, modelde yer alan parametreler, başlangıç değerleri ve hata terimlerinin varyansları,

$$[Y_0 \ \pi_0 \ i_0 \ G_0] = [20 \ 4 \ 5 \ 15]$$

$$\alpha = 0.009$$

$$\beta = 0.3$$

$$\gamma = 0.005$$

$$\lambda = 0.01$$

$$\rho = 0.01$$

$$\delta = 1$$

$$\mu = -0.5$$

$$\phi = 0.01$$

$$\text{var}(u_k) = 0.01$$

$$\text{var}(\varepsilon_k) = 0.01$$

$$\text{var}(g_k) = 0.1$$

$$\text{var}(v_k) = 0.1$$

olarak alınmıştır.(2.2.1.37)-(2.2.1.41) eşitlikleri ile verilen İKF algoritmasını uygulamak amacıyla filtrede yer alan değerler,

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ \hat{\theta}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0.7 \\ 2 \\ 13 \\ 0.01 \\ 0.46 \\ 0.06 \\ 0.01 \\ 0.3 \\ 1.01 \\ -0.5 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

$$Q_k = 1. I_{4 \times 4} ,$$

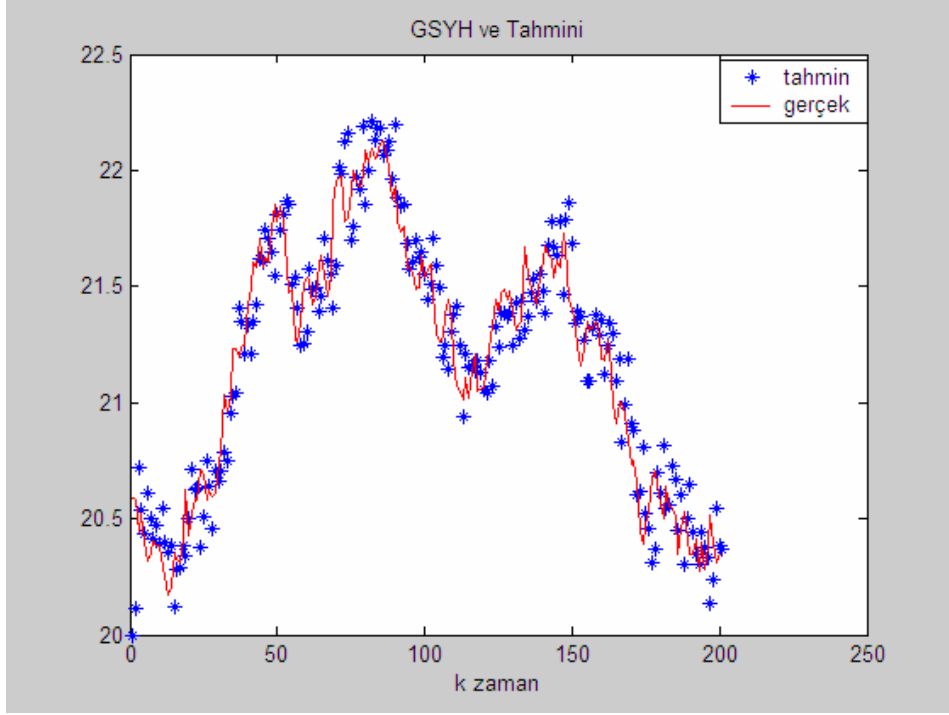
$$R_k = 0.5486 ,$$

$$S_0 = 0.001. I_{8 \times 8} ,$$

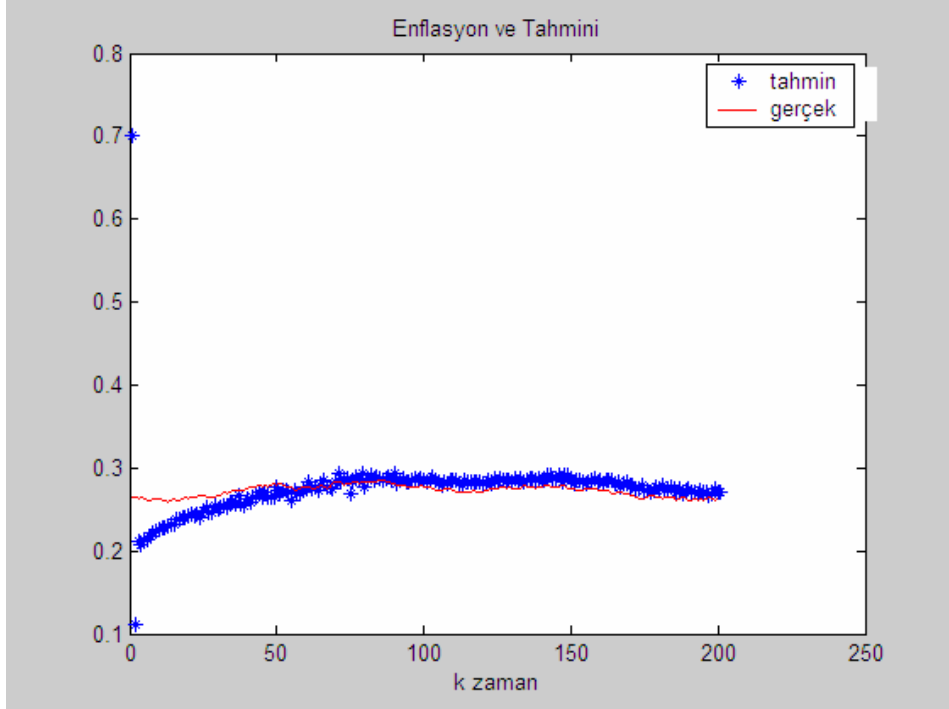
$$S_k = 0.0000001. I_{8 \times 8} ,$$

$$P_k = 0.1. I_{4 \times 4}$$

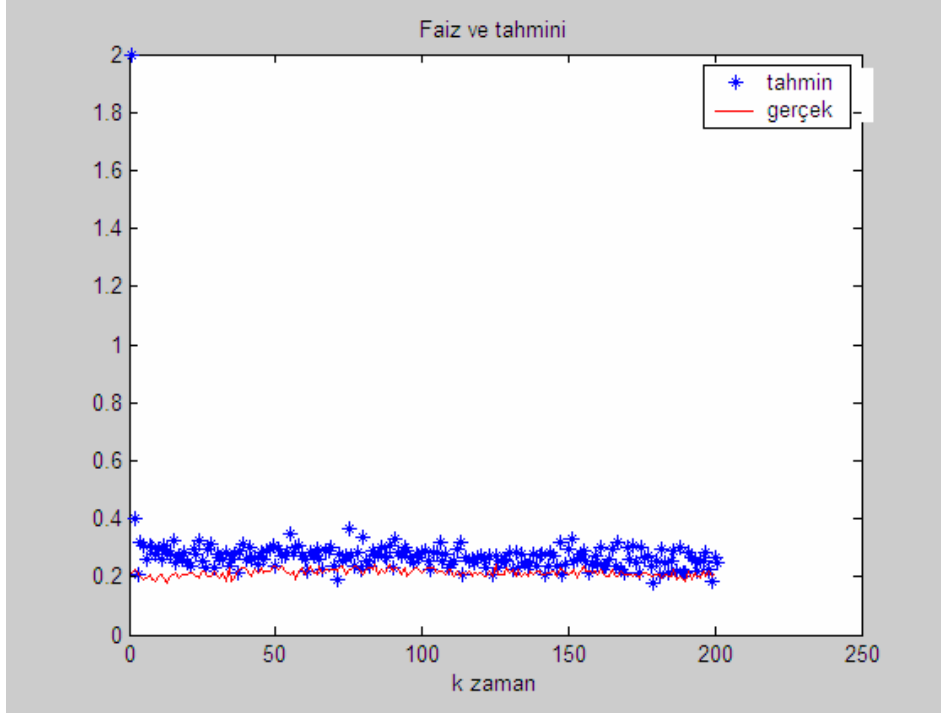
olarak seçilmiştir. Bu başlangıç değerlerine göre İKF uyguladığında, modelden üretilen veriler ile İKF’ den elde edilen durum değişkenlerinin tahmin sonuçları Şekil 4.1-4.4’de gösterilmiştir.



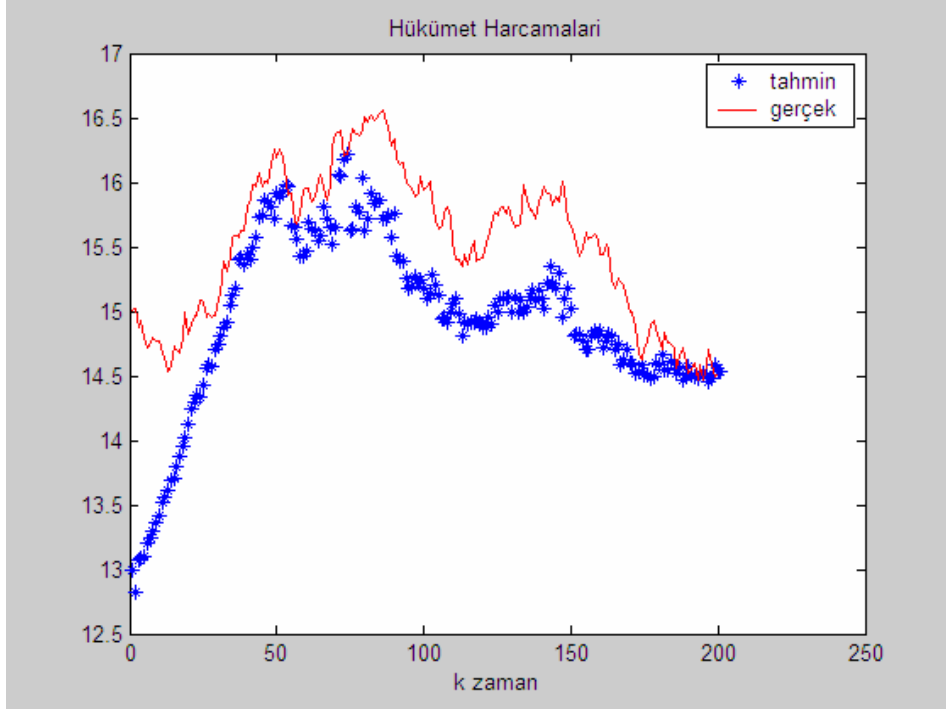
Şekil 4.1 GSYH ve tahmini



Şekil 4.2 Enflasyon oranı ve tahmini

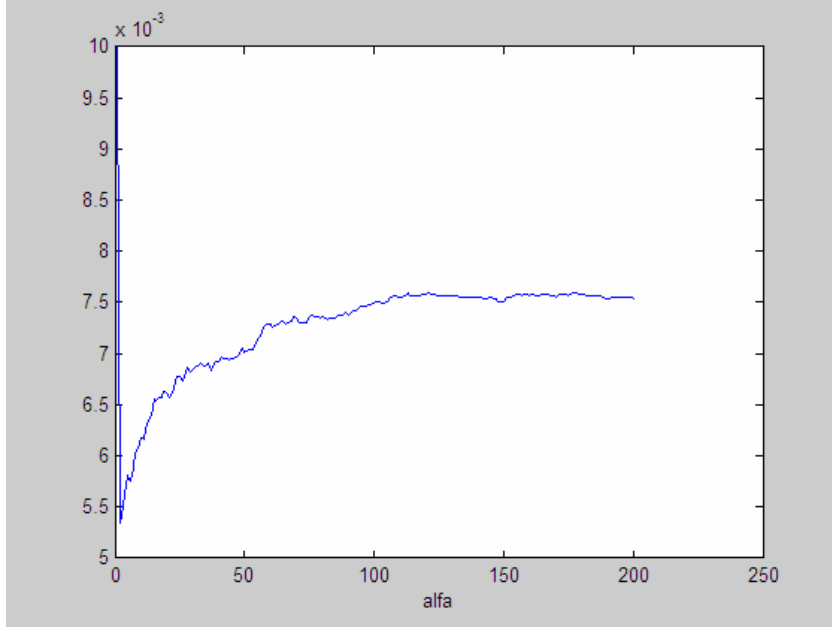


Şekil 4.3 Faiz oranı ve tahmini

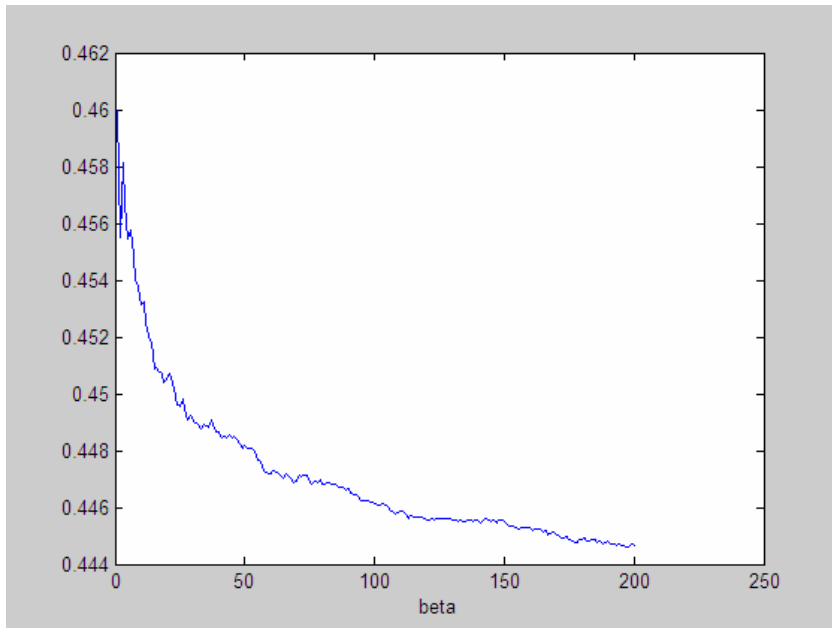


Şekil 4.4 Hükümet harcamaları ve tahmini

Modeldeki parametrelerin aldığı tahmin sonuçları aşağıda verilmiştir. Enflasyon denkleminde, GSYH oranı olarak Şekil 4.5 α parametresinin ardışık tahmininin 0.0075, enflasyon denkleminin bir diğer önemli bileşeni olarak Şekil 4.6 β parametresinin 0.44 civarında değerler aldığını göstermektedir.

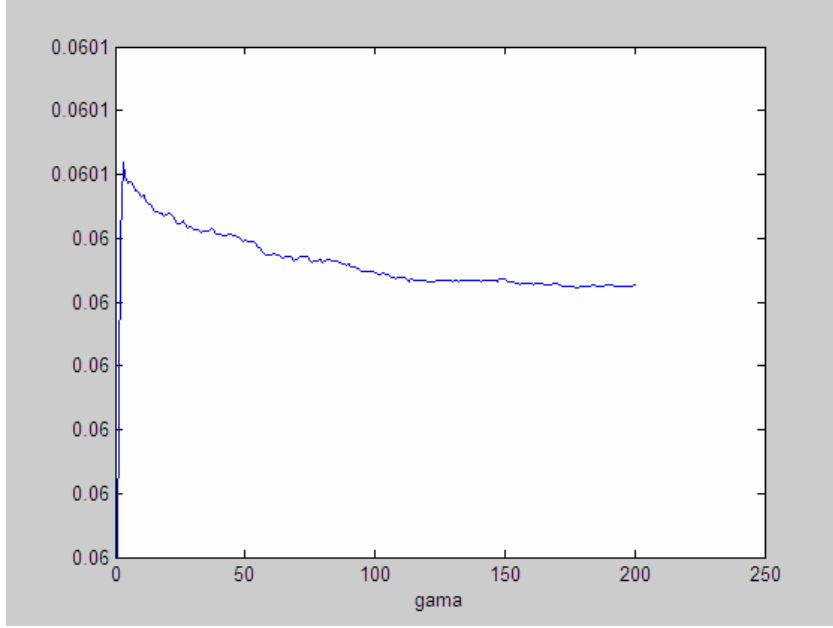


Şekil 4.5 α parametresinin tahmini

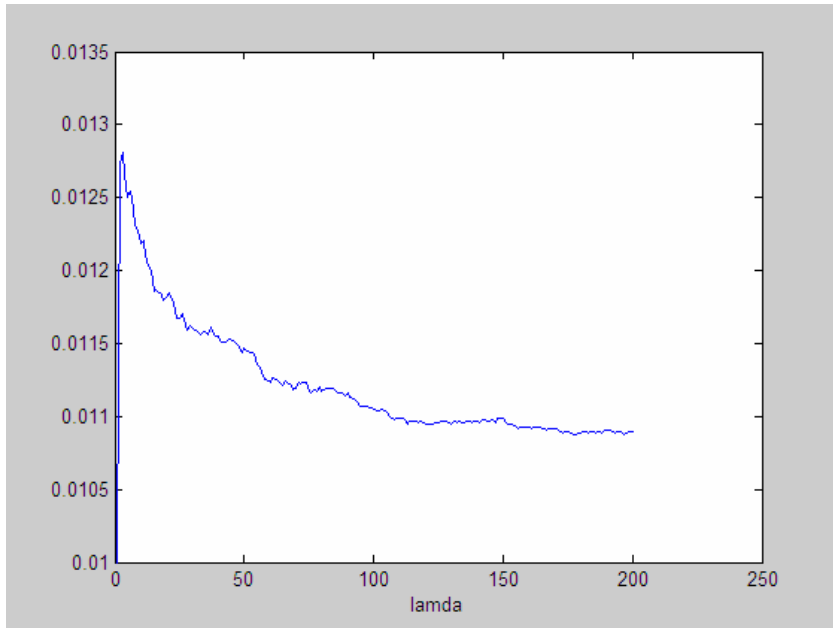


Şekil 4.6 β parametresinin tahmini

Şekil 4.7’de Faiz oranının enflasyondan ne derece etkilendiğini gösteren γ parametresinin, 0.06 dolaylarında değer aldığını görülmektedir. Şekil 4.8 ise GSYH’ nin faiz oranına etkisi olan λ parametresinin 0.011 dolaylarındaki tahmin sonucunu içermektedir.

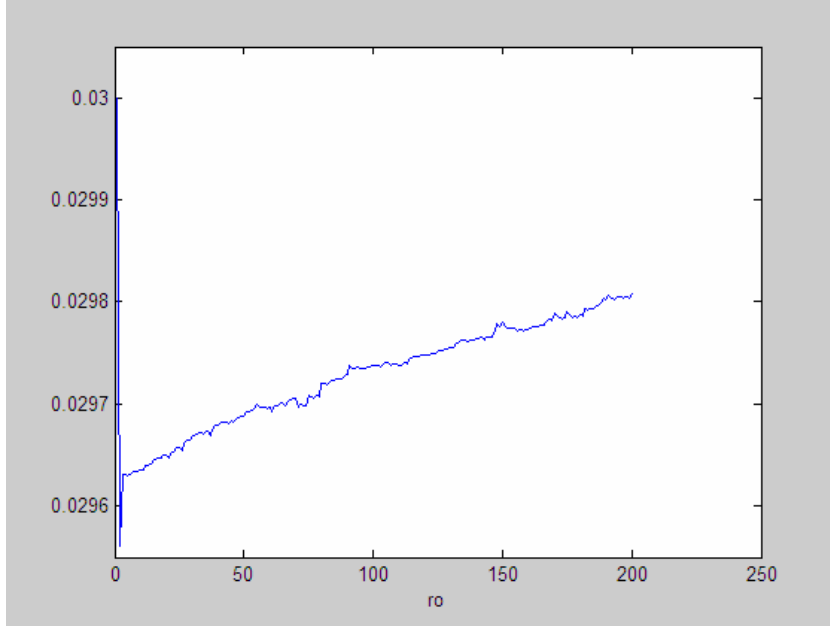


Şekil 4.7 γ parametresinin tahmini

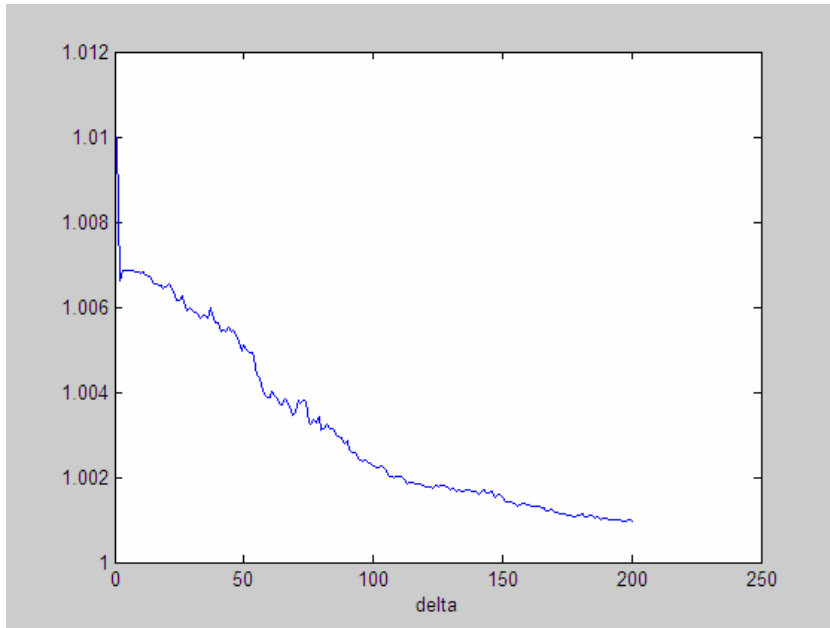


Şekil 4.8 λ parametresinin tahmini

Şekil 4.9 Reel faizdeki değişimin GSYH’ deki etkisini gösteren ρ parametresinin 0.029 civarındaki tahminini vermektedir. Modelde rasgele yürüyüş süreci ile belirlenen hükümet harcamalarının önündeki δ parametresinin 1 civarında değerler aldığı Şekil 4.10’da görülmektedir.

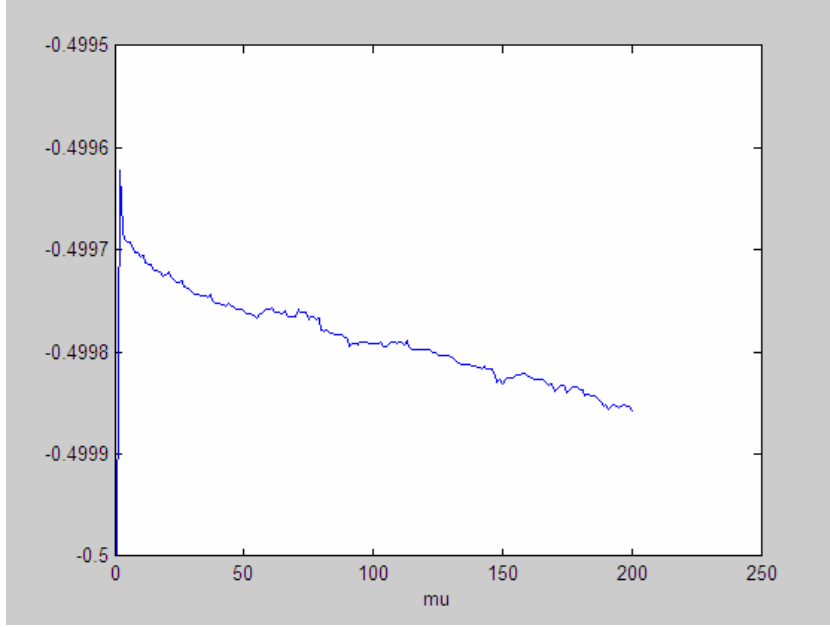


Şekil 4.9 ρ parametresinin tahmini

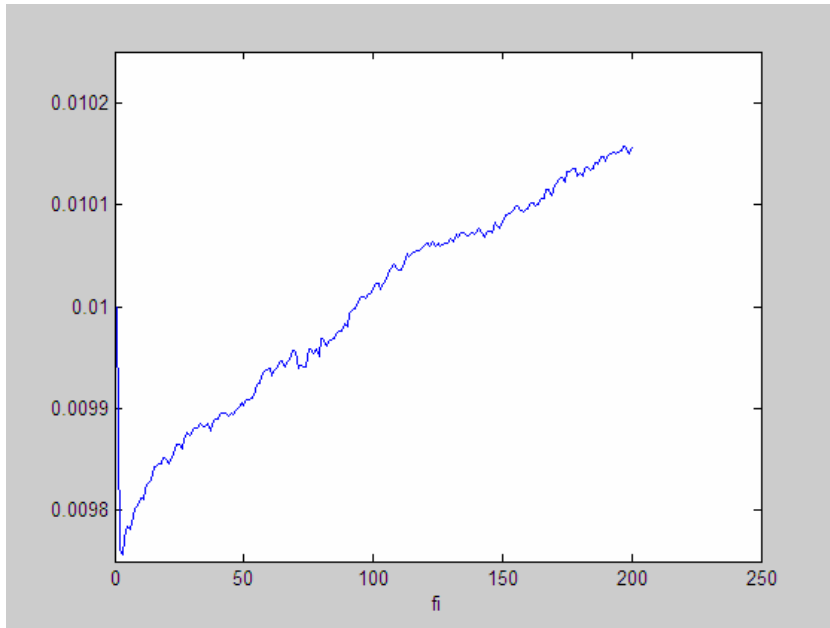


Şekil 4.10 δ parametresinin tahmini

Şekil 4.11’de, yatırımın reel faizden olumsuz yönde etkilendiğini gösteren μ parametresinin tahmininin -0.49 civarında, şekil 4.12’de, GSYH’nın yatırıma etkisini gösteren ϕ parametresinin tahmininin 0.01 dolaylarında olduğu görülmektedir.



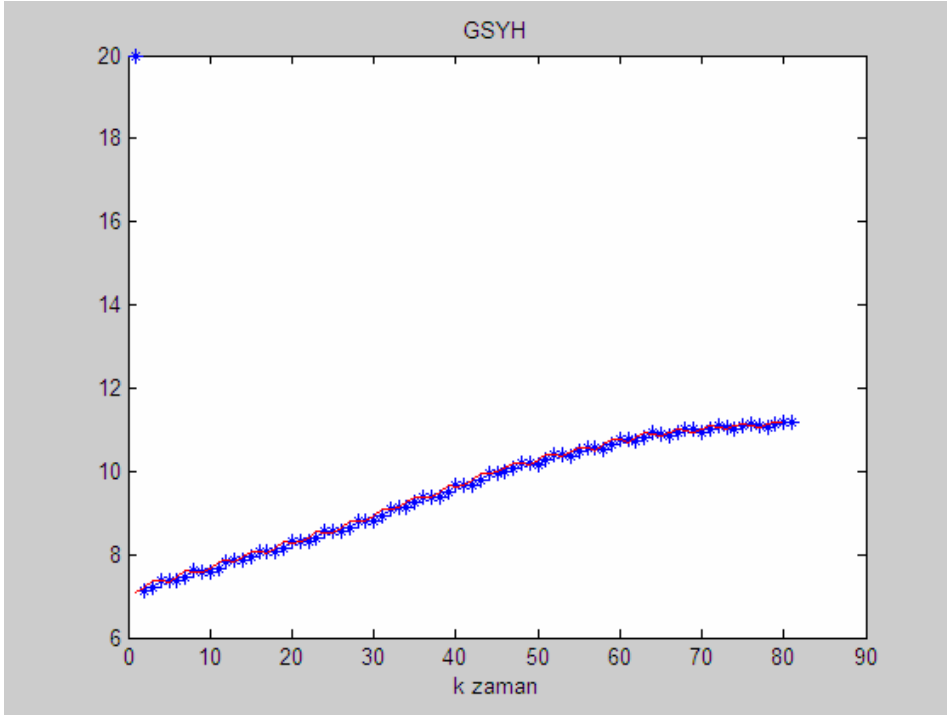
Şekil 4.11 μ parametresinin tahmini



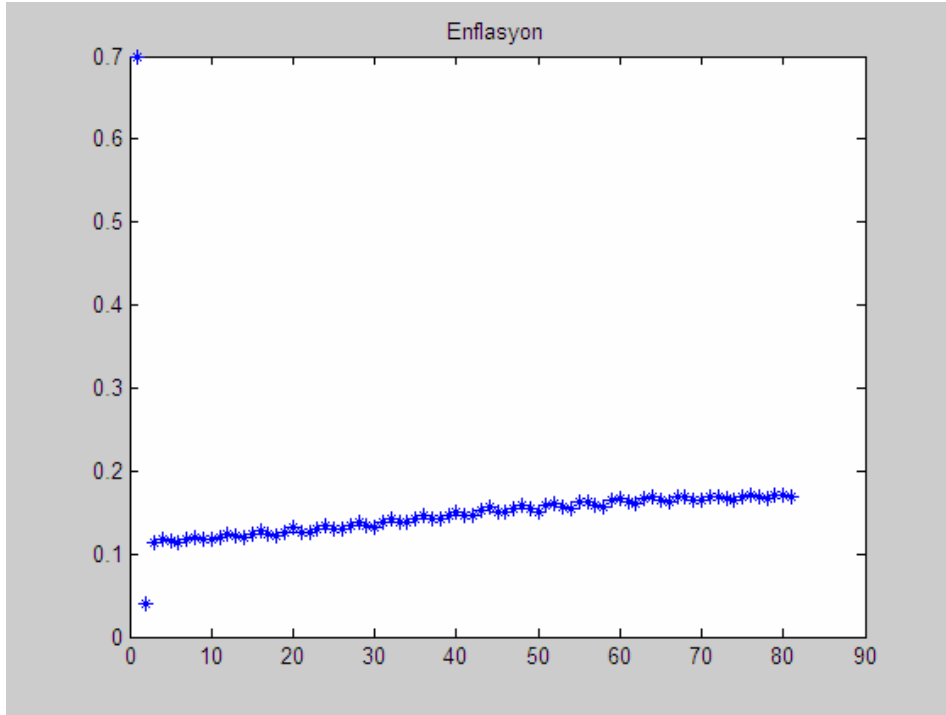
Şekil 4.12 ϕ parametresinin tahmini

4.2 Gerçek Veri Seti Uygulaması

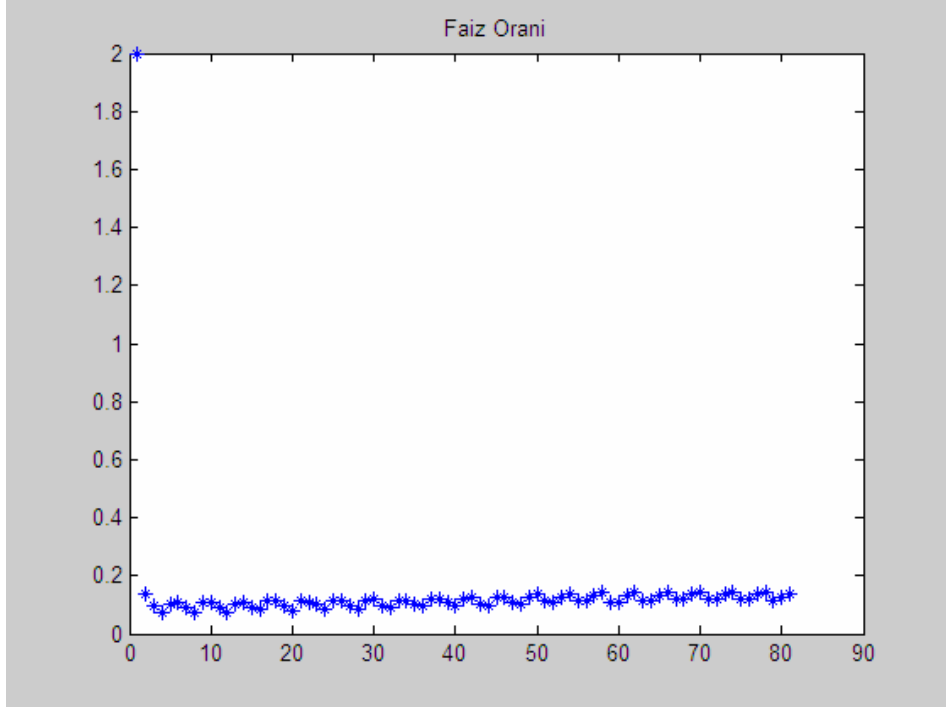
Simülasyon sonuçları makro ekonomik dinamikleri açıklamakta İKF' nin olumlu sonuçlar verdiğini göstermektedir. Modelin durum değişkenlerinin ve parametrelerinin gerçek veriler kullanıldığında alacağı tahmin değerlerini görebilmek için, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası'nın (TCMB) elektronik veri dağıtım sisteminden (EVDS) temin edilen 1987-2005 dönemini kapsayan üçer aylık Gayri Safi Yurtiçi Hasıla (GSYİH) verileri kullanılmıştır. Çalışmada her bir veriye logaritmik dönüşüm uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.



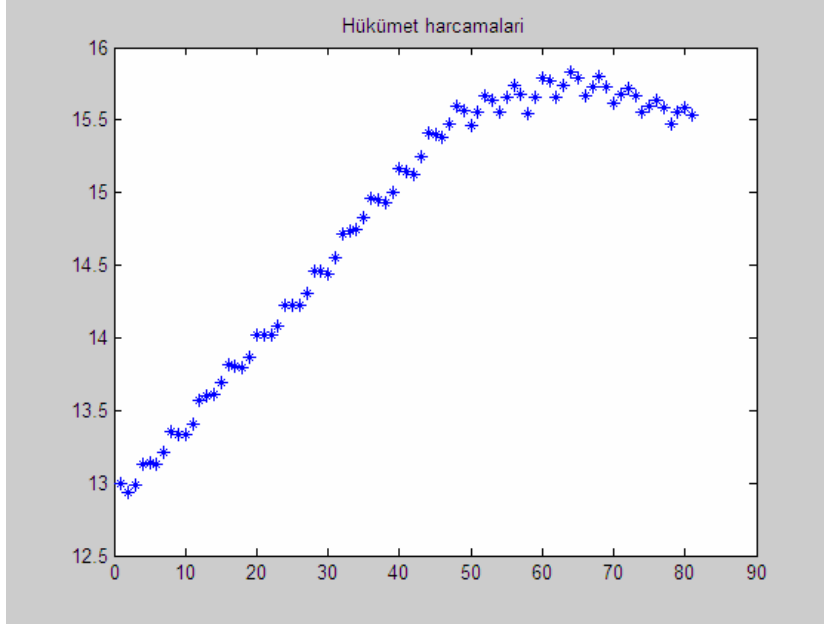
Şekil 4.13 GSYH ve tahmini



Şekil 4.14 Enflasyon oranı

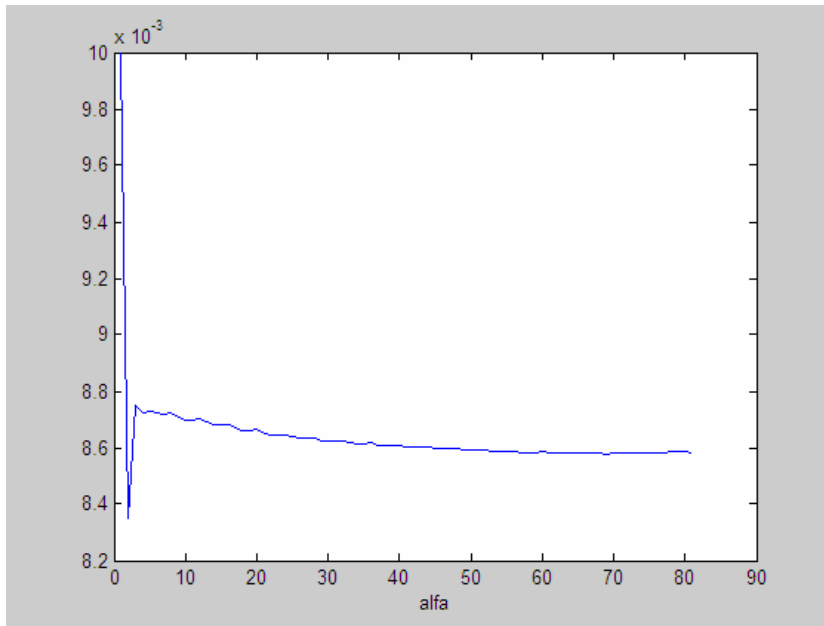


Şekil 4.15 Faiz Oranı

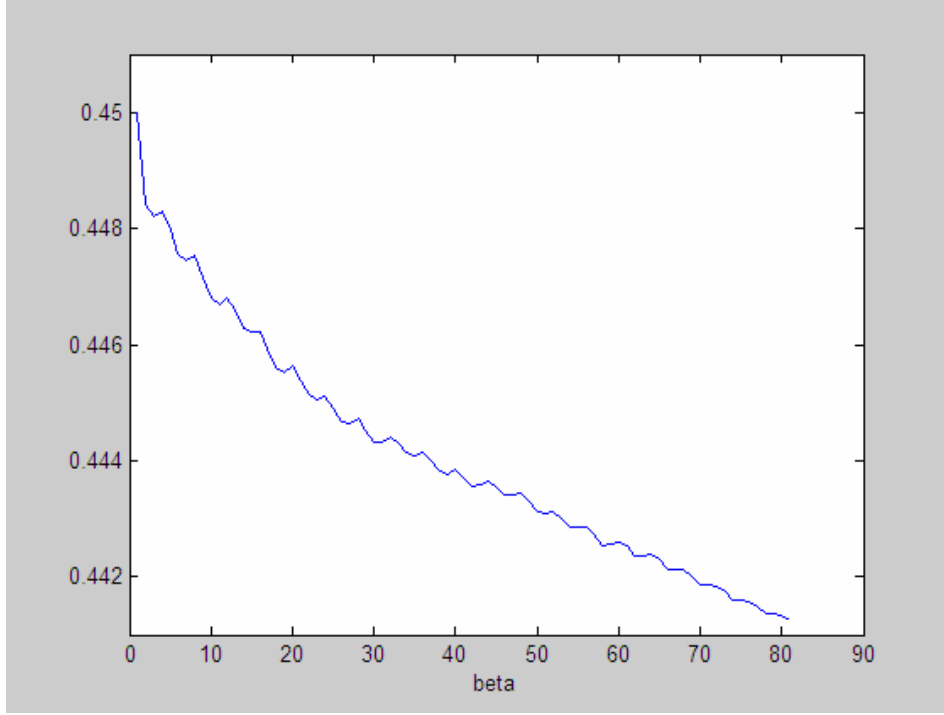


Şekil 4.16 Hükümet harcamaları

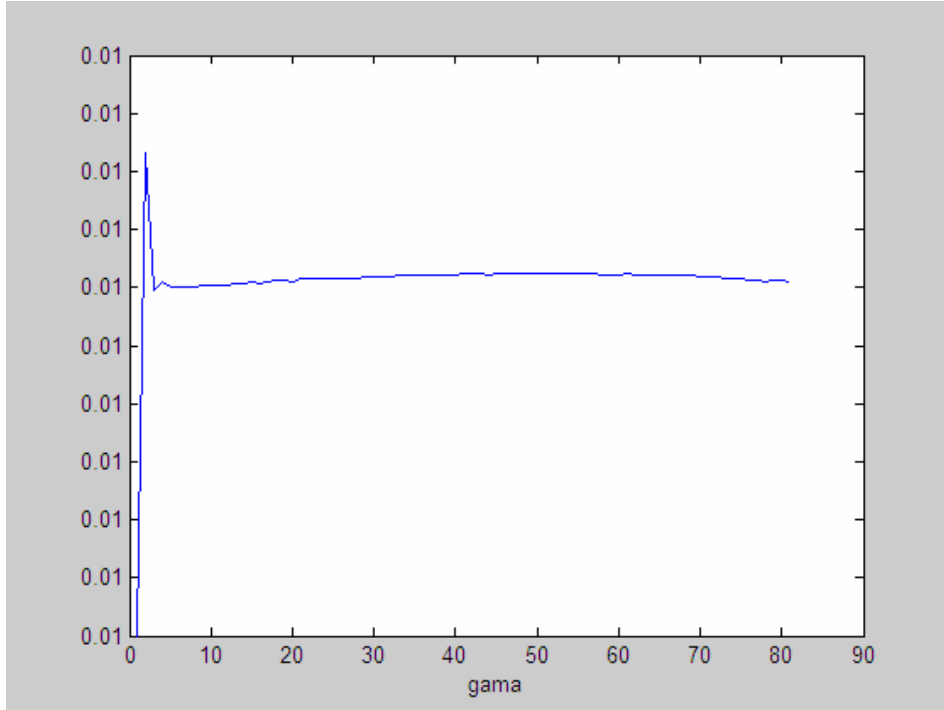
Gerçek veriler kullanılarak yapılan çalışmada GSYH ve hükümet harcamalarının alınan dönemde sürekli artış gösterdiği görülmektedir. Enflasyon oranının 0.1 den 0.2 düzeyine kadar artış gösterdiği, faiz oranının ise 0.15 civarında değer aldığı görülmektedir. Model parametrelerinin gerçek veri seti kullanıldığında aldıkları değerler Şekil 4.17-24’de verilmiştir.



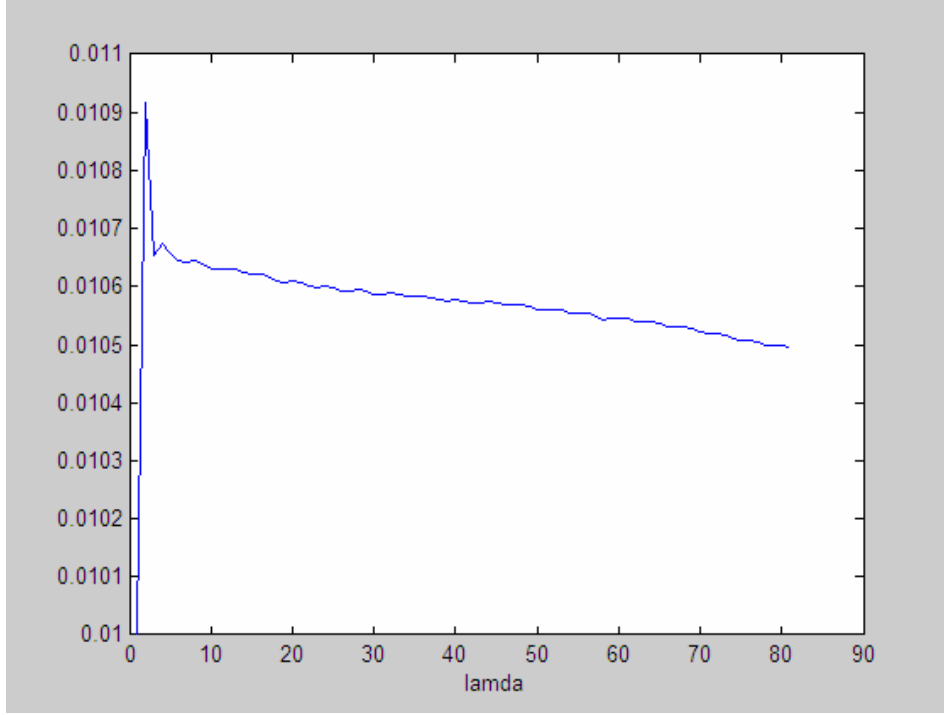
Şekil 4.17 α parametresinin tahmini



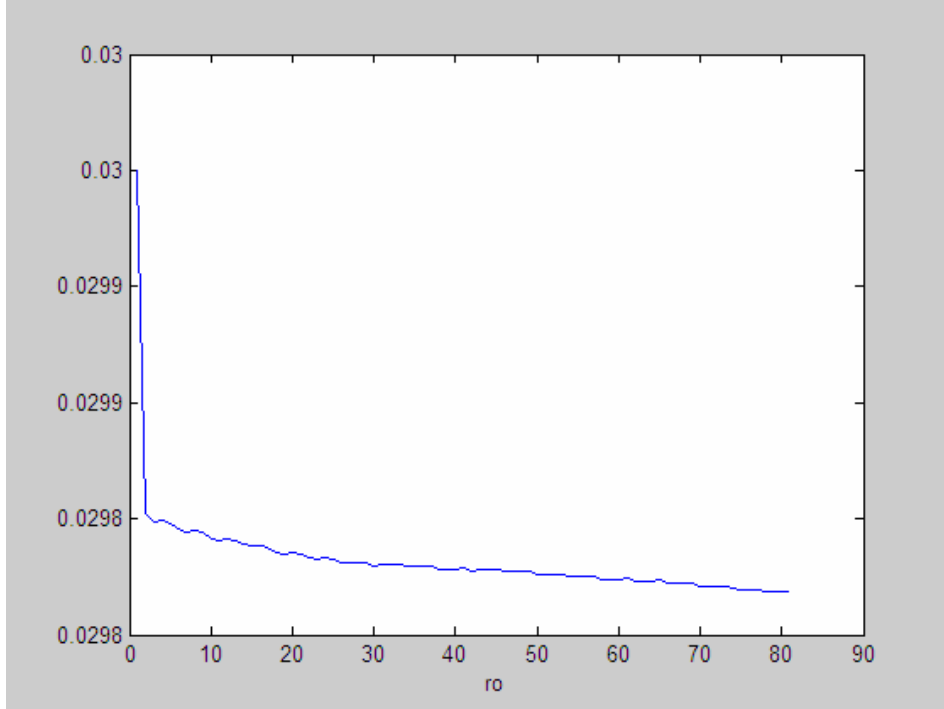
Şekil 4.18 β parametresinin tahmini



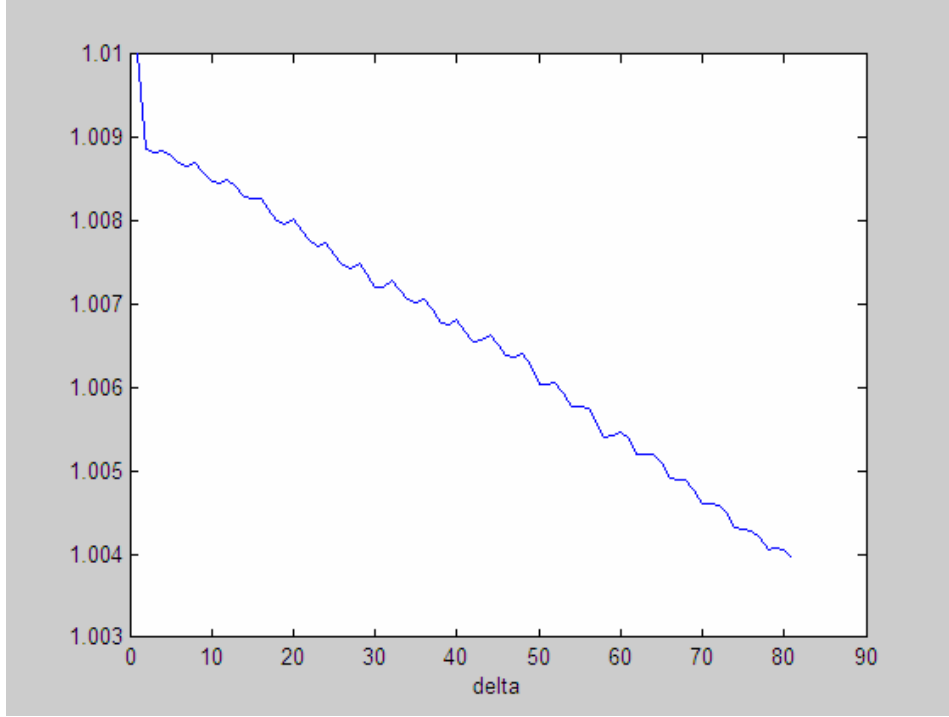
Şekil 4.19 γ parametresinin tahmini



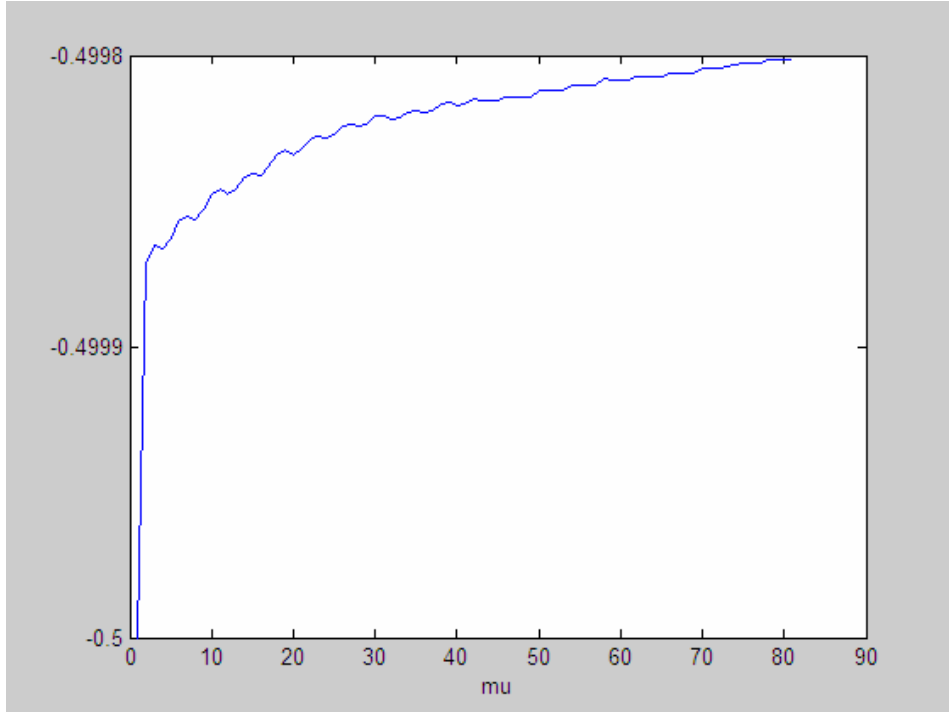
Şekil 4.20 λ parametresinin tahmini



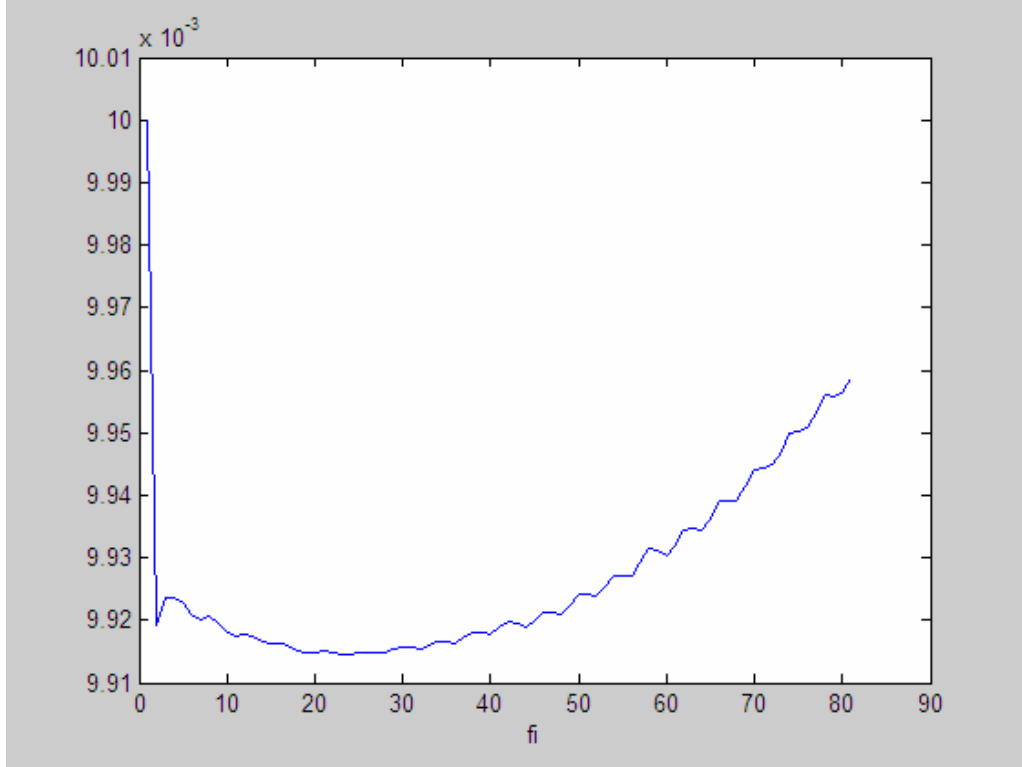
Şekil 4.21 ρ parametresinin tahmini



Şekil 4.22 δ parametresinin tahmini



Şekil 4.23 μ parametresinin tahmini



Şekil 4.24 ϕ parametresinin tahmini

GSYH verilerine ilişkin parametre tahminleri yukarıda verildiği şekilde elde edilmiştir. Bu sonuçlara bakıldığında sayı üretilerek yapılan simülasyon sonucunda 0.0075 dolaylarında tahmin edilen α parametresinin değeri 0.0087 dolaylarında, 0.06 civarında tahmin edilen γ parametresinin 0.01 dolaylarında ve 0.01 civarında tahmin edilen ϕ parametresinin 0.009 civarında tahmin sonuçlarına ulaşılmaktadır. Diğer parametrelerin her iki çalışma sonucunda da yakın değerler aldığı görülmektedir.

5. SONUÇ

Bu çalışmada yeni keynesci IS/LM model ele alınarak, modeldeki parametreler ve durum değişkenleri, lineer olmayan durum-uzay modeli biçimine getirilmiştir. Parametreleri ve durum değişkenlerini İKF ile tahmin etmek amacıyla simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon sonuçları hem durum değişkenlerinin hem de parametrelerinin tahminlerinin modeldeki değerlerine yakın bulunduğunu göstermektedir.

Gerçek veriler kullanılarak yapılan çalışma sonucu, İKF'nin makroekonomik modellerdeki bilinmeyen parametrelerin tahmininde kullanılmasının olumlu sonuçlar verdiği söylenebilir.

KAYNAKLAR

- Akdi, Y. 2003. Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon), Bıçaklar Kitabevi, Ankara.
- Aktan, C. 2000. Politik İktisat, Anadolu Matbaası, s.12-37, Ankara.
- Ayanoğlu, K., Düzyol, M.C., İltter, N. ve Yılmaz, C. 1996. Kamu yatırım projelerinin planlanması ve analizi <http://www.dpt.gov.tr/dptweb/ekutup96/prjplan/prj.html>, Erişim Tarihi: 11.05.2007
- Bhattacharai, K.R. 2005. Keynesian Models for Analysis is of Macroeconomic Policy, <http://www.jstor.org/about/terms.html>, Erişim Tarihi: 12.05.2007
- Clarida, R., Gali, J. and Gertler, M. 1999. The science of monetary policy: a new Keynesian perspective, Journal of Economic Literature pp.10-37, Chicago.
- Collard, F. and Dellas, H. 2005. The new Keynesian model with imperfect information and learning, <http://www-vwi.unibe.ch/amakro/dellas.htm>. Erişim Tarihi: 13.07.2007
- Dewachter, H. and Lyrio, M. 2006. Learning, Macroeconomic Dynamics and the Term Structure of Interest Rates, Journal of Money, Belgium
- Dueker, M. 2005. Kalman Filtering with Truncated Normal State Variables for Bayesian Estimation of Macroeconomic Models, Federal Reserve Bank of St. Louis, St. Louis.
- Erdoğan, O.S. ve Özbek, L. 2005. Türkiye’de tüketim eğilimi ve maliye politikası, İktisat İşletme ve Finans dergisi (235), 29-35.
- Fuhrer, J.C. and Rudebusch, G.D. 2003. Estimating the Euler Equation for Output. Fortcoming in Journal of Monetary Economics, <http://www.frbsf.org/publications/economics/paper/2002/wp02-12bk.pdf>. Erişim Tarihi: 01.02.2008
- Güvel, E.A. 1998. Türkiye ekonomisinin kısa dönem analizi, makro politikalar ve ekonomik dalgalanmalar üzerine ekonometrik bir inceleme, <http://www.dpt.gov.tr/dptweb/ekutup96/makale/alper.pdf> Erişim Tarihi: 18.04.2007
- Jazwinski, A.H. 1970. Stochastic processes and filtering theory. Academic press.

- Julier, S.J. and Uhlmann, K.J. 1997. A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems, The Robotics Research Group, Department of Engineering Science, The University of Oxford, Oxford .
- King, R.R. 2000. The new IS-LM Model: Language, logicilimits, Federal Reserve Bank of Richmond, Economic Quarterly, 86(3), pp. 45-103
- Köksal, E., Özbek, L. ve Öztürk, F. 2005. İlerletilmiş Kalman Filtresi ve Sistem Belirleme üzerine bir çalışma, Selçuk Üniv. Fen-Ed. Fak., Fen Dergisi, sayı 25, 9-18
- Maybeck, P.S. 1979. Stochastic model, estimation and control, United Kingdom Edition Published, volume 1, London.
- Mishkin, F.S. 2002. “ The Role of Output in the Conduct of Monetary Policy” NBER Working Paper (9291).
- Özbek, L. 1998. Kesikli-zaman durum uzay modelleri, indirgemeli tahmin ve yakınsama problemleri. Doktora tezi (basılmamış). Ankara Üniversitesi, Ankara.
- Özbek, L. 2000. Durum-uzay modelleri ve Kalman Filtresi. Gazi Üniv. Fen Bilimleri Ens. Dergisi, 113-126.
- Özbek, L. ve Öztürk, F. 2003. Lineer olmayan durum-uzay modelleri ve İlerletilmiş Kalman Filtresi kullanımı üzerine bir çalışma, VI. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Özbek, L., Öztürk, F. ve Özlale, Ü. 2003. Employing Extended Kalman Filter in a Simple Macroeconomic Model, Central Bank. Ankara, 1-6.
- Özbek, L., and Özlale, Ü. 2004. Journal of economic dynamics and control. (29). 1611-1622.
- Sarıkaya, Ç., Ögünç F., Ece D., Kara, H. and Özlale, Ü. 2005. Estimating Output Gap for the Turkish Economy. Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Tartışma Tebliği, No:2005/3 .
- Svensson, L.E.O. 1997. Inflation Forecast Targeting: Implementing and Monitoring Inflation Targets, European Economic Review, 41, 1111-1146

- Taylor, J.B. 1993. "Discretion versus Policy in Practice", Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, 39, 195-214
- Wan, E. 1993. Finite Impulse Response Neural Networks With Applications in Time Series Prediction. A Dissertation Submitted to the Department of Electrical Engineering and The Committee on Graduate Studies of Stanford University in Partial Fulfillment of The Requirements for The Degree of Doctor of Philosophy, USA.
- Welch, G. and Bishop, G. 2004. An Introduction to the Kalman Filter, Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill, UNC-Chapel Hill.

EK 1 İKF Algoritması

%makro modelden sayı üretme

clc

close all

clear all

randn('seed',0)

x0=[20 4 5 15]'; % başlangıç durumu

H=[1 0 0 0];

alfa=.009;

beta=.3;

gama=.005;

lamda=.01;

ro=.01;

delta=1;

mu=-.5;

fi=0.01;

$n = 1 - (\mu * (\text{lamda} + \text{alfa} * (\text{gama} - 1) / (1 - \text{beta})) + \text{fi})$

$m = \text{lamda} + (\text{gama} * \text{alfa} / (1 - \text{beta}))$;

$A_i = [(1 - \text{fi}) / n \quad (\mu - (\text{ro} * \text{beta})) / n \quad (\text{ro} - \mu) / n \quad (\text{delta} - 1) / n$;

$\quad \text{alfa} * (1 - \text{fi}) / ((1 - \text{beta}) * n) \quad (\text{alfa} * (\mu - \text{ro} * \text{beta})) / ((1 - \text{beta}) * n) \quad (\text{alfa} * (\text{ro} - \mu)) / ((1 - \text{beta}) * n)$

$(\text{alfa} * (\text{delta} - 1)) / ((1 - \text{beta}) * n)$;

$\quad m * (1 - \text{alfa}) / n \quad m * (\mu - \text{ro} * \text{beta}) / n \quad (\text{ro} - \mu) * m / n \quad (\text{delta} - 1) * m / n$;

$\quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \text{delta}]$;

$B = [(\mu * (\text{gama} - 1)) / ((1 - \text{beta}) * n) \quad \mu / n \quad 1 / n \quad 0$;

$\quad (\mu * (\text{gama} - 1) * \text{alfa}) / (((1 - \text{beta})^2) * n) \quad (\text{alfa} * \mu) / (n * (1 - \text{beta})) \quad \text{alfa} / ((1 - \text{beta}) * n) \quad 0$;

$\quad (m * (\mu * (\text{gama} - 1) + n * \text{gama}) / ((1 - \text{beta}) * n)) \quad (m / n) * \mu + 1 \quad m / n \quad 0$;

$\quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$;

```

for k=1:1:200
    u=randn(1)*.01;
    e=randn(1)*.01;
    g=randn(1)*.01;
    w=[u; e; g; 0];
    v=randn(1)*.1;
    X(:,k)=Ai*x0+B*w;
    Z(:,k)=H*x0+v;
    x0=X(:,k);
end
subplot(4,1,1)
plot(X(1,:))
xlabel('GSYH')
subplot(4,1,2)
plot(X(2,:))
xlabel('enflasyon oranı')
subplot(4,1,3)
plot(X(3,:))
xlabel('faiz oranı')
subplot(4,1,4)
plot(X(4,:))
xlabel('hukumet harcaması')
figure
plot(Z)
xlabel('GSYH')

l=[X' Z']
save makro l -ascii

std(Z)

```

```

%model2

clc
close all
clear all

H=[1 0 0 0 ];
load makro
ekoekf=makro;
Z=ekoekf(:,5);

Xest=[20;.7;2;13];
Parest=[.01;.46;.06;.01;.03;1.01;-.5;.01];

P0=eye(4)*.1;

PP0=eye(8)*.001;
P=[P0 zeros(4,8);
  zeros(8,4) PP0];
R=.5486^2;
QQ=eye(4)*1;
S1=eye(8)*.0000001

landa=1;
for k=1:200
xx(1)=Xest(1,k);
xx(2)=Xest(2,k);
xx(3)=Xest(3,k);
xx(4)=Xest(4,k);

alfa=Parest(1,k);
beta=Parest(2,k);

```

```

gama=Parest(3,k);
lamda=Parest(4,k);
ro=Parest(5,k);
delta=Parest(6,k);
mu=Parest(7,k);
fi=Parest(8,k);
n=1-(mu*(lamda+alfa*(gama-1)/(1-beta))+fi)
m=lamda+(gama*alfa/(1-beta));
t=(1-fi);
b=(1-beta);
B=[(mu*(gama-1))/((1-beta)*n) mu/n 1/n 0;
    (mu*(gama-1)*alfa)/(((1-beta)^2)*n) (alfa*mu)/(n*(1-beta)) alfa/((1-beta)*n) 0;
    (m*(mu*(gama-1)+n*gama)/((1-beta)*n)) (m/n)*mu+1 m/n 0;
    0 0 1 0];

```

Q1=B*QQ*B';

Q=[Q1 zeros(4,8); zeros(8,4) S1];

```

Ai=[t/n (mu-(ro*beta))/n (ro-mu)/n (delta-1)/n;
    alfa*t/(b*n) (alfa*(mu-ro*beta))/(b*n) (alfa*(ro-mu))/(b*n) (alfa*(delta-1))/(b*n);
    m*(1-alfa)/n m*(mu-ro*beta)/n (ro-mu)*m/n (delta-1)*m/n;
    0 0 0 delta];

```

```

Ait(1,1)=xx(1)*(((mu*(gama-1)/b)*t)/n^2)+ xx(2)*((mu*(gama-1)/b)*(mu-
ro*beta))/n^2 + xx(3)*(((mu*(gama-1)*(ro-mu))/b)/n^2)+xx(4)*(((mu*(gama-
1)*(delta-1))/b)/n^2);
Ait(1,2)=xx(1)*(t*(mu*(gama-1)/b))/(n^2)+xx(2)*(-ro*n-(-mu*alfa*(gama-
1)/b^2)*(mu-ro*beta))/n^2 +xx(3)*(-(-mu*alfa*(gama-1)*(ro-mu))/b^2)/n^2+xx(4)*((-
mu*alfa*(gama-1)/b^2)*(delta-1))/n^2);

```

$$\begin{aligned}
Ait(1,3) &= xx(1)*(((mu*alfa/b)*t)/n^2)+xx(2)*(((mu*alfa/b)*(mu-ro*beta))/n^2)+xx(3)*((mu*alfa/b)*(ro-mu)/n^2)+xx(4)*((mu*alfa/b)*(delta-1)/n^2); \\
Ait(1,4) &= xx(1)*(mu*t/n^2)+xx(2)*(mu*(mu-ro*beta)/n^2)+xx(3)*(mu*(ro-mu)/n^2)+xx(4)*(mu*(delta-1)/n^2); \\
Ait(1,5) &= xx(2)*(-beta/n)+xx(3)*(1/n); \\
Ait(1,6) &= xx(4)*(1/n); \\
Ait(1,7) &= xx(1)*(((lamda+alfa*(gama-1)/b)*t)/n^2)+xx(2)*((n-(-lamda-(alfa*(gama-1)/b))*(mu-ro*beta))/n^2)+xx(3)*((-n-(-lamda-(alfa*(gama-1)/b))*(ro-mu))/n^2)+xx(4)*((-lamda-(alfa*(gama-1)/b))*(delta-1)/n^2); \\
Ait(1,8) &= xx(1)*((-n+t)/n^2)+xx(2)*((mu-ro*beta)/n^2)+xx(3)*((ro-mu)/n^2)+xx(4)*((delta-1)/n^2);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Ait(2,1) &= xx(1)*((t*b*n-((-mu*(gama-1)/b)+(beta*mu*(gama-1)/b))*(alfa*t))/(b*n)^2)+xx(2)*(((mu-ro*beta)*n*b+((b*(mu*(gama-1)/b))*alfa*(mu-ro*beta)))/(b*n)^2)+xx(3)*(((ro-mu)*b*n)-(b*(-mu*(gama-1)/b)*alfa*(ro-mu))/(b*n)^2)+xx(4)*(((delta-1)*b*n)+(mu*(gama-1)*alfa*(delta-1)))/(b*n)^2); \\
Ait(2,2) &= xx(1)*((-mu*alfa*(gama-1)/b^2)-1+mu*lamda+(mu*alfa*(gama-1)*b-beta*mu*alfa*(gama-1))/(b^2-fi)*alfa*t)/(b*n)^2+xx(2)*(-alfa*ro*b*n)-((-mu*alfa*(gama-1)/b^2)-1+mu*lamda+(mu*alfa*(gama-1)*b-beta*mu*alfa*(gama-1))/(b^2-fi)*alfa*(mu-ro*beta))/(n*b)^2+xx(3)*((-mu*alfa*(gama-1)/b^2)-1+mu*lamda+(mu*alfa*(gama-1)*b-beta*mu*alfa*(gama-1))/(b^2-fi)*alfa*(ro-mu))/(b*n)^2)+xx(4)*((-mu*alfa*(gama-1)/b^2)-1+mu*lamda+(mu*alfa*(gama-1)*b-beta*mu*alfa*(gama-1))/(b^2-fi)*alfa*(delta-1))/(b*n)^2); \\
Ait(2,3) &= xx(1)*(mu*alfa*(alfa*t)/(b*n)^2)+xx(2)*((mu*alfa*alfa*(mu-ro*beta))/(b*n)^2)+xx(3)*(mu*alfa*alfa*(ro-mu)/(b*n)^2)+xx(4)*(mu*alfa*alfa*(delta-1)/(b*n)^2); \\
Ait(2,4) &= xx(1)*b*mu*alfa*t/((b*n)^2)+xx(2)*mu*b/((b*n)^2)+xx(3)*b*mu*alfa*(ro-mu)/((b*n)^2)+xx(4)*b*mu*alfa*(delta-1)/((b*n)^2); \\
Ait(2,5) &= xx(2)*(-alfa*beta/n)+xx(3)*(alfa/(b*n)); \\
Ait(2,6) &= xx(4)/(b*n);
\end{aligned}$$

$$\text{Ait}(2,7)=xx(1)*-((b*(-lamda-(alfa*(gama-1))/b))*alfa*t)/((b*n)^2)+xx(2)*(alfa*b*n-((b*(-lamda-(alfa*(gama-1))/b))*alfa*(mu-ro*beta)))/((b*n)^2)+xx(3)*((-alfa*b*n)-((b*(-lamda-(alfa*(gama-1))/b))*alfa*(ro-mu)))/((b*n)^2)+xx(4)*(lamda+alfa*(delta-1)/b)/n^2;$$

$$\text{Ait}(2,8)=xx(1)*((-alfa*b*n)+((beta+1)*alfa*t))/(b*n)^2+xx(2)*(-b*alfa*(mu-ro*beta))/(n*b)^2+xx(3)*b*alfa*(ro-mu)/(b*n)^2+xx(4)*b*alfa*(delta-1)/(b*n)^2;$$

$$\text{Ait}(3,1)=xx(1)*((t*gama*n/b)-(-mu*(gama-1)/b)*t*m)/n^2+xx(2)*(gama/b*(mu-ro*beta)*n-(-mu*(gama-1)/b)*m*(mu-ro*beta))/n^2+xx(3)*((gama*(ro-mu)/b)*n-((-gama-1)*mu/b)*(ro-mu)*m))/n^2+xx(4)*(((gama*n*(delta-1)/b)-((-mu*(gama-1)/b)*m*(delta-1)))/n^2);$$

$$\text{Ait}(3,2)=xx(1)*(((gama*alfa*t*n)/b^2)-(-mu*(gama-1)/b)*t*m))/n^2+xx(2)*((-lamda*ro+mu*gama*alfa/(b^2)-(ro*gama*alfa*b+ro*beta*gama*alfa/(b^2)))*n-((-mu*alfa*(gama-1)/(b^2))*m*(mu-ro*beta)))/n^2+xx(3)*((gama*alfa/b^2)*(ro-mu)*n+(m*(ro-mu)*mu*alfa*(gama-1)/(b^2)))/n^2+xx(4)*(((gama*alfa*(delta-1)*n)/b^2)-(-mu*alfa*(gama-1)*m*(delta-1)))/n^2;$$

$$\text{Ait}(3,3)=xx(1)*(((t*alfa/b)*n-(-mu*alfa/b)*t*m)/n^2)+xx(2)*(((alfa/b)*n*(mu-ro*beta)-(-mu*(gama-1)/b)*m*(mu-ro*beta)))/n^2+xx(3)*((alfa*(ro-mu)*n/b)-(-alfa*mu*m*(ro-mu)/b))/n^2+xx(4)*((alfa*(delta-1)*n/b)-((-mu*alfa/b)*(delta-1)*m))/n^2;$$

$$\text{Ait}(3,4)=xx(1)*((t*n+m)/n^2)+xx(2)*((mu-ro*beta)*n+(mu*m*(mu-ro*beta)))/n^2+xx(3)*((ro-mu)*n+mu*(ro-mu)*m)/n^2+xx(4)*((delta-1)*n+mu*m*(delta-1))/n^2;$$

$$\text{Ait}(3,5)=xx(2)*(-beta*m)/n+xx(3)*m/n;$$

$$\text{Ait}(3,6)=xx(4)*(m/n)$$

$$\text{Ait}(3,7)=xx(1)*(-(-lamda-alfa*(gama-1)/b)*t*m)/n^2+xx(2)*(m*n-((-lamda-alfa*(gama-1)/b)*m*(mu-ro*beta)))/n^2+xx(3)*((-lamda-gama*alfa/b)*n-(-lamda-alfa*(gama-1)/b)*m*(ro-mu))/n^2+xx(4)*(-(-lamda-alfa*(gama-1)/b)*m*(delta-1))/n^2;$$

$$\text{Ait}(3,8)=xx(1)*(-(m*n)+t*m)/n^2+xx(2)*(m*(mu-ro*beta)/n^2)+xx(3)*((ro-mu)*m)/n^2+xx(4)*(m*(delta-1)/n^2);$$

$$\text{Ait}(4,1:5)=0;$$

```

Ait(4,6)=xx(4);
Ait(4,7:8)=0;
A=[Ai  Ait;
   zeros(8,4) eye(8)];
X_pre=Ai*Xest(:,k);
Par_pre=Parest(:,k);
Z_pre=H*X_pre;
zz(k)=Z_pre;
MR=Z(k)-Z_pre;
P_pre=landa*(A*P*A'+Q);
S=R+[H 0 0 0 0 0 0 0 0]*P_pre*[H 0 0 0 0 0 0 0 0]';
K=P_pre*[H 0 0 0 0 0 0 0 0]*inv(S);
ll=[X_pre;Par_pre]+K*MR;
Xest(1,k+1)=ll(1);
Xest(2,k+1)=ll(2);
Xest(3,k+1)=ll(3);
Xest(4,k+1)=ll(4);
Parest(1,k+1)=ll(5);
Parest(2,k+1)=ll(6);
Parest(3,k+1)=ll(7);
Parest(4,k+1)=ll(8);
Parest(5,k+1)=ll(9);
Parest(6,k+1)=ll(10);
Parest(7,k+1)=ll(11);
Parest(8,k+1)=ll(12);
P=(eye(12)-K*[H 0 0 0 0 0 0 0 0])*P_pre;
end

figure
plot(Xest(1,:), '*')
xlabel('Milli Gelir tahmin ...,gerçek -')
hold on

```

```
plot(ekoekf(:,1),'r')
```

```
figure
```

```
plot(Xest(2,:), '*')
```

```
xlabel('Enflasyon Oranı tahmin ...,gerçek -')
```

```
hold on
```

```
plot(ekoekf(:,2),'r')
```

```
figure
```

```
plot(Xest(3,:), '*')
```

```
xlabel('Faiz oranı tahmin ...,gerçek -')
```

```
hold on
```

```
plot(ekoekf(:,3),'r')
```

```
figure
```

```
plot(Xest(4,:), '*')
```

```
xlabel('Hükümet Harcamaları tahmin ...,gerçek -')
```

```
hold on
```

```
plot(ekoekf(:,4),'r')
```

```
figure
```

```
plot(Parest(1,:))
```

```
xlabel('alfa')
```

```
figure
```

```
plot(Parest(2,:))
```

```
xlabel('beta')
```

```
figure
```

```
plot(Parest(3,:))
```

```
xlabel('gama')
```

```
figure
```

```
plot(Parest(4,:))
```

```

xlabel('lamda')
figure
plot(Parest(5,:))
xlabel('ro')
figure
plot(Parest(6,:))
xlabel('delta')
figure
plot(Parest(7,:))
xlabel('mu')
figure
plot(Parest(8,:))
xlabel('fi')
figure
hist(zz)
res=mean(zz)
res=std(zz)

%gerçek veri seti
clc
close all
clear all

H=[1 0 0 0 ];
load gsyh.txt

ekoekf=gsyh
Z=ekoekf(:,1);
Xest=[20;.7;2;13];
Parest=[.01;.45;.01;.01;.03;1.01;-.5;.01];
P0=eye(4)*100;
PP0=eye(8)*.001;

```

```

P=[P0 zeros(4,8);
    zeros(8,4) PP0];
R=.5486^2;
QQ=eye(1)*1;
S1=eye(8)*.000001;
landa=1;
for k=1:80
xx(1)=Xest(1,k);
xx(2)=Xest(2,k);
xx(3)=Xest(3,k);
xx(4)=Xest(4,k);
alfa=Parest(1,k);
beta=Parest(2,k);
gama=Parest(3,k);
lamda=Parest(4,k);
ro=Parest(5,k);
delta=Parest(6,k);
mu=Parest(7,k);
fi=Parest(8,k);

n=1-(mu*(lamda+alfa*(gama-1)/(1-beta))+fi)
m=lamda+(gama*alfa/(1-beta));
t=(1-fi);
b=(1-beta);

B=[(mu*(gama-1))/((1-beta)*n) mu/n 1/n 0;
    (mu*(gama-1)*alfa)/(((1-beta)^2)*n) (alfa*mu)/(n*(1-beta)) alfa/((1-beta)*n) 0;
    (m*(mu*(gama-1)+n*gama)/((1-beta)*n)) (m/n)*mu+1 m/n 0;
    0 0 1 0];

Q1=B*QQ*B';
Q=[Q1 zeros(4,8); zeros(8,4) S1];

```

$$A_i = [t/n \text{ (mu-(ro*beta))/n (ro-mu)/n (delta-1)/n;} \\ \text{alfa*t/(b*n) (alfa*(mu-ro*beta))/(b*n) (alfa*(ro-mu))/(b*n) (alfa*(delta-1))/(b*n);} \\ \text{m*(1-alfa)/n m*(mu-ro*beta)/n (ro-mu)*m/n (delta-1)*m/n;} \\ 0 \ 0 \ 0 \ \text{delta}];$$

$$A_{it}(1,1) = xx(1)*(((mu*(gama-1)/b)*t)/n^2) + xx(2)*((mu*(gama-1)/b)*(mu-ro*beta))/n^2 + xx(3)*(((mu*(gama-1)*(ro-mu))/b)/n^2) + xx(4)*(((mu*(gama-1)*(delta-1))/b)/n^2);$$

$$A_{it}(1,2) = xx(1)*(t*(mu*(gama-1)/b))/(n^2) + xx(2)*(-ro*n - (-mu*alfa*(gama-1)/b^2)*(mu-ro*beta))/n^2 + xx(3)*(-(-mu*alfa*(gama-1)*(ro-mu))/b^2)/n^2 + xx(4)*((-(-mu*alfa*(gama-1)/b^2)*(delta-1))/n^2);$$

$$A_{it}(1,3) = xx(1)*(((mu*alfa/b)*t)/n^2) + xx(2)*(((mu*alfa/b)*(mu-ro*beta))/n^2) + xx(3)*(((mu*alfa/b)*(ro-mu))/n^2) + xx(4)*(((mu*alfa/b)*(delta-1))/n^2);$$

$$A_{it}(1,4) = xx(1)*(mu*t/n^2) + xx(2)*(mu*(mu-ro*beta)/n^2) + xx(3)*(mu*(ro-mu)/n^2) + xx(4)*(mu*(delta-1)/n^2);$$

$$A_{it}(1,5) = xx(2)*(-beta/n) + xx(3)*(1/n);$$

$$A_{it}(1,6) = xx(4)*(1/n);$$

$$A_{it}(1,7) = xx(1)*(((lamda+alfa*(gama-1)/b)*t)/n^2) + xx(2)*((n-(-lamda-(alfa*(gama-1)/b)))*(mu-ro*beta))/n^2 + xx(3)*((-n-(-lamda-(alfa*(gama-1)/b)))*(ro-mu))/n^2 + xx(4)*((-(-lamda-(alfa*(gama-1)/b)))*(delta-1))/n^2);$$

$$A_{it}(1,8) = xx(1)*((-n+t)/n^2) + xx(2)*((mu-ro*beta)/n^2) + xx(3)*((ro-mu)/n^2) + xx(4)*((delta-1)/n^2);$$

$$A_{it}(2,1) = xx(1)*((t*b*n - (-mu*(gama-1)/b) + (beta*mu*(gama-1)/b))*(alfa*t))/(b*n)^2 + xx(2)*(((mu-ro*beta)*n*b + ((b*(mu*(gama-1)/b))*alfa*(mu-ro*beta)))/(b*n)^2)$$

$$+xx(3)*(((\text{ro-mu})*b*n)-(b*(-\text{mu}*(\text{gama}-1)/b)*\text{alfa}*(\text{ro-mu}))/((b*n)^2)+xx(4)*((((\text{delta}-1)*b*n)+(\text{mu}*(\text{gama}-1)*\text{alfa}*(\text{delta}-1)))/((b*n)^2);$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(2,2)=&xx(1)*(-((-\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1)/b^2)-1+\text{mu}*\text{lamda}+(\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1)*b-\text{beta} \\ &*\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1))/((b^2)-\text{fi})*\text{alfa}*t)/((b*n)^2+xx(2)*(-\text{alfa}*\text{ro}*b*n)-((-\text{mu}*\text{alfa} \\ &*(\text{gama}-1)/b^2)-1+\text{mu}*\text{lamda}+(\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1)*b-\text{beta}*\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1))/((b^2)-\text{fi}) \\ &*\text{alfa}*(\text{mu}-\text{ro}*\text{beta}))/((n*b)^2+xx(3)*(-((-\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1)/b^2)-1+\text{mu}*\text{lamda} \\ &+(\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1)*b-\text{beta}*\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1))/((b^2)-\text{fi}))*(\text{alfa}*(\text{ro-mu}))/((b*n)^2) \\ &+xx(4)*(-((-\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1)/b^2)-1+\text{mu}*\text{lamda}+(\text{mu}*\text{alfa}*(\text{gama}-1)*b-\text{beta}*\text{mu} \\ &*\text{alfa}*(\text{gama}-1))/((b^2)-\text{fi}))*\text{alfa}*(\text{delta}-1)/((b*n)^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(2,3)=&xx(1)*(\text{mu}*\text{alfa}*(\text{alfa}*t)/((b*n)^2)+xx(2)*((\text{mu}*\text{alfa}*\text{alfa}*(\text{mu}-\text{ro}*\text{beta}))/ \\ &((b*n)^2)+xx(3)*(\text{mu}*\text{alfa}*\text{alfa}*(\text{ro-mu}))/((b*n)^2)+xx(4)*(\text{mu}*\text{alfa}*\text{alfa}*(\text{delta}- \\ &1)/((b*n)^2); \end{aligned}$$

$$\text{Ait}(2,4)=xx(1)*b*\text{mu}*\text{alfa}*t/((b*n)^2)+xx(2)*\text{mu}*b/((b*n)^2)+xx(3)*b*\text{mu}*\text{alfa}*(\text{ro-mu})/((b*n)^2)+xx(4)*b*\text{mu}*\text{alfa}*(\text{delta}-1)/((b*n)^2);$$

$$\text{Ait}(2,5)=xx(2)*(-\text{alfa}*\text{beta}/n)+xx(3)*(\text{alfa}/(b*n));$$

$$\text{Ait}(2,6)=xx(4)/(b*n);$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(2,7)=&xx(1)*(-(b*(-\text{lamda}-(\text{alfa}*(\text{gama}-1))/b))*\text{alfa}*t)/((b*n)^2)+xx(2)*(\text{alfa}*b*n- \\ &((b*(-\text{lamda}-(\text{alfa}*(\text{gama}-1))/b))*\text{alfa}*(\text{mu}-\text{ro}*\text{beta}))/((b*n)^2)+xx(3)*((- \text{alfa}*b*n)- \\ &((b*(-\text{lamda}-(\text{alfa}*(\text{gama}-1))/b))*\text{alfa}*(\text{ro-mu}))/((b*n)^2)+xx(4)*(\text{lamda}+\text{alfa}*(\text{delta}- \\ &1)/b)/n^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(2,8)=&xx(1)*((-\text{alfa}*b*n)+((\text{beta}+1)*\text{alfa}*t))/((b*n)^2+xx(2)*(-b*\text{alfa}*(\text{mu}- \\ &\text{ro}*\text{beta}))/((n*b)^2+xx(3)*b*\text{alfa}*(\text{ro-mu}))/((b*n)^2+xx(4)*b*\text{alfa}*(\text{delta}-1)/((b*n)^2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(3,1)=&xx(1)*((t*\text{gama}*n/b)-(\text{mu}*(\text{gama}-1)/b)*t*m)/n^2+xx(2)*(\text{gama}/b*(\text{mu}- \\ &\text{ro}*\text{beta})*n-(\text{mu}*(\text{gama}-1)/b)*m*(\text{mu}-\text{ro}*\text{beta}))/n^2+xx(3)*((\text{gama}*(\text{ro-mu})/b)*n- \end{aligned}$$

$$((- \text{gama}-1) * \text{mu} / b) * (\text{ro}-\text{mu}) * m) / n^2 + \text{xx}(4) * (((\text{gama} * n * (\text{delta}-1) / b) - ((-\text{mu} * (\text{gama}-1) / b) * m * (\text{delta}-1))) / n^2);$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(3,2) = & \text{xx}(1) * (((\text{gama} * \text{alfa} * t * n) / b^2) - (-\text{mu} * (\text{gama}-1) / b) * t * m) / n^2 + \text{xx}(2) * ((- \\ & \text{lamda} * \text{ro} + \text{mu} * \text{gama} * \text{alfa} / (b^2) - (\text{ro} * \text{gama} * \text{alfa} * b + \text{ro} * \text{beta} * \text{gama} * \text{alfa} / (b^2))) * n - ((- \\ & \text{mu} * \text{alfa} * (\text{gama}-1) / (b^2)) * m * (\text{mu}-\text{ro} * \text{beta})) / n^2 + \text{xx}(3) * ((\text{gama} * \text{alfa} / b^2) * (\text{ro}- \\ & \text{mu}) * n + (m * (\text{ro}-\text{mu}) * \text{mu} * \text{alfa} * (\text{gama}-1) / (b^2))) / n^2 + \text{xx}(4) * (((\text{gama} * \text{alfa} * (\text{delta}- \\ & 1) * n) / b^2) - (-\text{mu} * \text{alfa} * (\text{gama}-1) * m * (\text{delta}-1))) / n^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(3,3) = & \text{xx}(1) * (((t * \text{alfa} / b) * n - (-\text{mu} * \text{alfa} / b) * t * m) / n^2) + \text{xx}(2) * (((\text{alfa} / b) * n * (\text{mu}-\text{ro} * \text{beta}) \\ & - (-\text{mu} * (\text{gama}-1) / b) * m * (\text{mu}-\text{ro} * \text{beta})) / n^2) + \text{xx}(3) * ((\text{alfa} * (\text{ro}-\text{mu}) * n / b) - (-\text{alfa} * \text{mu} * m \\ & * (\text{ro}-\text{mu} / b)) / n^2 + \text{xx}(4) * ((\text{alfa} * (\text{delta}-1) * n / b) - ((-\text{mu} * \text{alfa} / b) * (\text{delta}-1) * m)) / n^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(3,4) = & \text{xx}(1) * ((t * n + m) / n^2) + \text{xx}(2) * ((\text{mu}-\text{ro} * \text{beta}) * n + (\text{mu} * m * (\text{mu} - (\text{ro} * \text{beta}))) / n^2 \\ & + \text{xx}(3) * ((\text{ro}-\text{mu}) * n + \text{mu} * (\text{ro}-\text{mu}) * m) / n^2 + \text{xx}(4) * ((\text{delta}-1) * n + \text{mu} * m * (\text{delta}-1)) / n^2; \end{aligned}$$

$$\text{Ait}(3,5) = \text{xx}(2) * (-\text{beta} * m) / n + \text{xx}(3) * m / n;$$

$$\text{Ait}(3,6) = \text{xx}(4) * (m / n)$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(3,7) = & \text{xx}(1) * ((-\text{lamda} - \text{alfa} * (\text{gama}-1) / b) * t * m) / n^2 + \text{xx}(2) * (m * n - ((-\text{lamda} - \text{alfa} \\ & * (\text{gama}-1) / b) * m * (\text{mu}-\text{ro} * \text{beta}))) / n^2 + \text{xx}(3) * ((-\text{lamda} - \text{gama} * \text{alfa} / b) * n - (-\text{lamda} - \\ & \text{alfa} * (\text{gama}-1) / b) * m * (\text{ro}-\text{mu})) / n^2 + \text{xx}(4) * ((-\text{lamda} - \text{alfa} * (\text{gama}-1) / b) * m * (\text{delta}-1)) / n^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ait}(3,8) = & \text{xx}(1) * ((-m * n) + t * m) / n^2 + \text{xx}(2) * (m * (\text{mu}-\text{ro} * \text{beta}) / n^2) + \text{xx}(3) * ((\text{ro}- \\ & \text{mu}) * m) / n^2 + \text{xx}(4) * (m * (\text{delta}-1) / n^2); \end{aligned}$$

$$\text{Ait}(4,1:5) = 0;$$

$$\text{Ait}(4,6) = \text{xx}(4);$$

$$\text{Ait}(4,7:8) = 0;$$

$$\begin{aligned} A = & [\text{Ai} \quad \text{Ait}; \\ & \text{zeros}(8,4) \quad \text{eye}(8)]; \end{aligned}$$

```

X_pre=Ai*Xest(:,k);
Par_pre=Parest(:,k);
Z_pre=H*X_pre;
zz(k)=Z_pre;
MR=Z(k)-Z_pre;
P_pre=landa*(A*P*A'+Q);
S=R+[H 0 0 0 0 0 0 0 0]*P_pre*[H 0 0 0 0 0 0 0 0]';
K=P_pre*[H 0 0 0 0 0 0 0 0]*inv(S);
ll=[X_pre;Par_pre]+K*MR;

Xest(1,k+1)=ll(1);
Xest(2,k+1)=ll(2);
Xest(3,k+1)=ll(3);
Xest(4,k+1)=ll(4);

Parest(1,k+1)=ll(5);
Parest(2,k+1)=ll(6);
Parest(3,k+1)=ll(7);
Parest(4,k+1)=ll(8);
Parest(5,k+1)=ll(9);
Parest(6,k+1)=ll(10);
Parest(7,k+1)=ll(11);
Parest(8,k+1)=ll(12);

P=(eye(12)-K*[H 0 0 0 0 0 0 0 0])*P_pre;
end
figure
plot(Xest(1,:), '*')
xlabel('GSYH')
hold on
plot(ekoekf(:,1), 'r')

```

```
figure
plot(Xest(2,:), '*')
xlabel('Enflasyon Oranı tahmin ')
```

```
figure
plot(Xest(3,:), '*')
xlabel('Faiz oranı tahmin ')
```

```
figure
plot(Xest(4,:), '*')
xlabel('Hükümet Harcamaları ')
```

```
figure
plot(Parest(1,:))
xlabel('alfa')
```

```
figure
plot(Parest(2,:))
xlabel('beta')
```

```
figure
plot(Parest(3,:))
xlabel('gama')
```

```
figure
plot(Parest(4,:))
xlabel('lamda')
```

```
figure
plot(Parest(5,:))
xlabel('ro')
```

```
figure
plot(Parest(6,:))
xlabel('delta')
```

```
figure
```

```
plot(Parest(7,:))  
xlabel('mu')  
figure  
plot(Parest(8,:))  
xlabel('fi')  
figure  
hist(zz)  
res=mean(zz)  
res=std(zz)
```

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ayla ALCAN

Doğum Yeri : Winterthur

Doğum Tarihi : 24.09.1980

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : İbrahim Turhan Lisesi (1995-1997)

Ön Lisans : Kırıkkale Üniversitesi Keskin Meslek Yüksek Okulu Piyasa Araştırmaları ve Pazarlama Bölümü (1999-2001)

Lisans : Kırıkkale Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü (2001-2004)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı (Şubat 2005-Mayıs 2008)