

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KARMAŞIK AĞLARDA FİKİR DİNAMİKLERİ

Vahid MOEINIFAR

BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ANKARA
2021**

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KARMAŞIK AĞLARDA FİKİR DİNAMİKLERİ

Vahid MOEINIFAR

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Semra GÜNDÜÇ

Bu çalışmada, sosyal çalışmaların bilimsel gündemi konu alınarak, karmaşık ağlarda fikir dinamikleri , incelenmiştir. Karmaşık ağlardan kasıt, herhangi bir üye içeren ve üyeler arasında tanımlanmış bir bağ olan sistemdir. Bu çalışmada insan ilişkileri ve fikir alışveriş metotlarını incelenmiştir. İlk adım ise insan ağlarını uygun bir şekilde oluşturmaktır. Yapı oluşturulduktan sonra, insan kaynaklı fikir ve düşüncelerin nasıl hareket ettiği ve değiştiği incelenmiştir.

Fikir dinamikleri , Karmaşık Ağların bir konusu olarak son yıllarda literatürde daha fazla ilgi görmüştür. Fikir dinamiklerini incelemek günümüzde gittikçe daha da önem arz etmektedir. Çünkü insanların fikirleri ve düşünceleri, insan davranışının itici güçleridir.

Bu çalışmada, ilk olarak karmaşık ağların türleri ve oluşturma metotları kısaca anlatılmıştır. Bir sonraki adımda ise fikir dinamikleri ve literatürde yer olan bazı önemli modedeller incelenmiştir. Sosyal ağımsız, Barabasi Albert yöntemini kullanan ölçeşiz ağ ve Erdős–Rényi yöntemini kullanan rastlantısal bir ağa dayanmaktadır. Bizim çalıştığımız model bağınazları içeren, modifiye edilmiş bir Voter modelidir. Bağınazların etkisini incelemek için ilk adımda, toplumda önemli olan kişiler (merkezi düğümler ve yüksek yakınlığa sahip kişiler) bağınaz yapıldı. Bu durumda toplumun fikir birliğine ulaşma zamanı incelendi ve beklendiği gibi bağınazların belirgin bir şekilde toplumun fikir birliğine ulaşmasının etkileri kanıtlandı. Aynı dereceye sahip olan 1 bağınaz ve birkaç bağınazın etkilerinin eşit olduğu da araştırılmıştır. Son olarak, farklı yapılara sahip rastlantısal ağlarda, bağınazların etkilerini görülebilmektedir. Bağınazların etkileri aynıdır; ancak burada merkezi düğümlerin olmaması nedeniyle, fikir birliği süresini kısaltmanın tek yolu bağınazların sayısını arttırmaktır.

Temmuz 2021, 74 sayfa

Anahtar Kelimeler: Karmaşık Ağlar, Fikir Dinamikleri, Rastlantısal ağ, Ölçeşiz ağ

ABSTRACT

Master Thesis

OPINION DYNAMICS IN COMPLEX NETWORKS

Vahid MOEINIFAR

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Computer Engineering

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Semra GÜNDÜÇ

In this work, the dynamics of opinions in complex networks were studied. A complex network is a system that includes members that have links between them. In this work, human relations and opinion dynamics models were studied.

It is more and more important to examine the dynamics of opinions today. Because people's opinions are the driving forces of human behavior. So we see the role of this in Globalization or in global financial crises, global epidemics, growth of cities, urbanization and migration patterns, climate change, environmental sustainability, and protection.

In this work, first of all, the types of complex networks and their creation methods are briefly described. In the next step, the dynamics of opinions and some important models in the literature were studied. In fact, the purpose of this section is to examine the influence of zealots on social networks. Our social network is based on a scale-free network using the B.A method and a random network using the E.R method. The model we're working with is a modified Voter model that includes zealots. In a first step to examine the influence of zealots, people who are important in society were made zealots. In this case, the time to reach population consensus was examined and, as expected, the effects of significant zealots reaching population consensus were proven. The effects of the zealots are the same; but due to the lack of hubs here, the only way to decrease the consensus time is to increase the number of zealots.

July 2021, 74 pages

Key Words: Complex Networks, Opinion Dynamics, Random Networks, Scale-Free Networks

TEŞEKKÜR

İlk olarak Yüksek lisans eğitimim süresince göstermiş olduğu anlayış ile motive eden, her zaman öğrencilerine güvenen tavrı ile yol gösteren deneyimlerini paylaşan ve çalışmama önerileri ile katkıda bulunan saygıdeğer hocam Doç.Dr. Semra GÜNDÜÇ (Ankara Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı)‘ e sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Zorlu bir süreci beni motive etmesi ve yol göstermesi sayesinde iyi bir çalışma ile tamamladığımı düşünüyorum.

Vahid MOEINIFAR
Ankara, Temmuz 2021

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI

ETİK.....	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	iv
KISALTMALAR DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ	1
2. ÇALIŞMANIN SÜRECİ	7
3. KARMAŞIK AĞLAR.....	8
3.1 Karmaşık Ağ ve Karmaşık Sistemler	8
3.2 Karmaşık Ağlar ve Çizgeler	10
3.3 Karmaşık Ağların Türleri	13
3.3.1 Rastlantısal ağ	13
3.3.2 Küçük Dünya ağı.....	15
3.3.3 Ölçeksiz ağ	18
3.3.4 Diğer ağlar (Uzamsal Ağlar)	26
4. FİKİR DİNAMİKLERİ.....	28
4.1 Voter Modeli	31
4.2 Q-Voter Modeli.....	33
4.3 Majority Rule (Çoğunluk Kuralı) Modeli	34
4.4 Sznajd Modeli (Sosyal Etki)	35
4.5 Deffuant-Weisbuch Modeli	37
4.6 Hegselmann-Krause (Hk) Modeli.....	38
4.7 Coda Modeli.....	41
5. KARMAŞIK AĞLAR ANALİZİ İÇİN BİRKAÇ YAZILIM.....	43
6. BAĞNAZLARIN FİKİR DİNAMİKLERİNE ETKİSİ	46
6.1 Model.....	49
6.2 Ölçeksiz Ağlarda Bağnazlar	52
6.3 Merkezi Düğüm Olarak Bağnazlar	54
6.4 Yakınsaklık Merkeziyetine Dayalı Bağnazlar	57

6.5 Başnazlar Rastlantısal Ağlarda	58
6.6 Gerçek Ağlarda Uygulama	59
7. YÖNTEM.....	62
8. TARTIşMA VE SONUÇ.....	68
KAYNAKLAR	71
ÖZGEÇMİş.....	74



KISALTMALAR DİZİNİ

VM	Voter Modeli
MR	Majority Rule
SM	Sznajd Modeli
DW	Deffuant-Weisbuch
HK	Hegselmann-Krause



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 Çalışma süreci.....	7
Şekil 3.1 Ekonominin çekirdeğini oluşturan 1318 uluslararası şirketler	9
Şekil 3.2 İnternet yapısı	9
Şekil 3.3 Maya protein etkileşimlerinin yapısı	10
Şekil 3.4 Macaque Cortex Ağı.....	10
Şekil 3.5 Basit Bir Ağ	11
Şekil 3.6 Rastlantısal bir ağ.....	13
Şekil 3.7 Rastlantısal bir ağın derece dağılımı.....	15
Şekil 3.8 Küçük dünya ağları.	15
Şekil 3.9 Ağ büyüdüğünde ağ yapısı aynı kalır.	19
Şekil 3.10 Güç yasası dağılımı	20
Şekil 3.11 Hawoong Jeong WWW'nin ilk haritası.	23
Şekil 3.12 Ölçeksiz ağlarda derece dağılımı.	24
Şekil 3.13 Rastlantısal ağ ve Ölçeksiz ağ	25
Şekil 3.14 Rastlantısal ve ölçeksiz derece dağılımı	26
Şekil 4.1 Fikir dinamikleri	29
Şekil 4.2 Bir insan ağı ve fikirleri	29
Şekil 4.3 VM Güncelleme kuralı	31
Şekil 4.4 VM ve süreci.....	32
Şekil 4.5 MR Modeli ve güncelleme kuralı.	34
Şekil 4.6 SM ve güncelleme kuralı.	36
Şekil 4.7 Ortak kaynakların trajedisi.....	38
Şekil 5.1 Gephi'nin arayüzü.....	43
Şekil 5.2 Graphviz'in arayüzü.....	44
Şekil 5.3 NetMiner'in arayüzü.....	45
Şekil 6.1 1024 büyüklükte ölçeksiz ağda bağınaz sayısı ve sistem fikir birliği.....	53
Şekil 6.2 Bağınazların çoğulması fikir birliği süresiyle ilişki.....	54
Şekil 6.3 Merkezi Düğüm Olarak Bağınazlar	55
Şekil 6.4 Aynı dereceye sahip olan farklı bağınazların topluma etkisi.....	56
Şekil 6.5 Toplumda sabit durumu	57
Şekil 6.6 Yakınsaklık merkeziliğine dayalı bağınazlar	58
Şekil 6.7 Bağınazlar rastlantısal ağlarda	59
Şekil 6.8 ACN'nin derece dağılımı	60
Şekil 6.9 Gerçek ağlarda bağınaz etkisi	61
Şekil 7.1 Geliştirdiğimiz yazılımın arayüzü.....	62

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1 Trimler ve farklı alanlarda karşılıkları.....	11
Çizelge 7.1 Zaman adımı	64



1. GİRİŞ

Yaşadığımız dünyada karmaşık sistemlerle çevriliyiz. Örneğin milyarlarca birey arasında işbirliğine ihtiyaç duyan toplumu veya milyarlarca cep telefonunu bilgisayarlar ve uydularla entegre eden iletişim altyapılarını bunlardan bazılarıdır. Dünyayı akıl yürütme ve anlama yeteneğimiz, beynimizdeki milyarlarca nöronun tutarlı faaliyetini gerektirir. Biyolojik varlığımız, hücrelerimizdeki binlerce gen arasındaki kesintisiz etkileşimlere dayanmaktadır.

Bu sistemler topluca karmaşık sistemler olarak adlandırılır ve kolektif davranışlarını sistemin bileşenlerine ilişkin bir bilgiden türetmenin zordur. Karmaşık sistemlerin günlük yaşamımızda, bilimde ve ekonomide oynadığı önemli rol göz önüne alındığında, bunların anlaşılması, matematiksel tanımlanması, tahmini ve nihayetinde kontrol edilmesi 21. yüzyılın en büyük ve bilimsel zorluklarından biridir.

21. yüzyılın başlangıcında ağ biliminin ortaya çıkışı, bilimin bu zorluğun üstesinden gelebileceğinin canlı bir göstergesidir. Aslında, her bir karmaşık sistemin¹ arka planında çalışan, sistemin bileşenleri arasındaki etkileşimleri kodlayan karmaşık bir ağ vardır:

- Genler ve proteinler ve metabolitler arasındaki etkileşimleri kodlayan ağ, bu bileşenleri canlı hücrelere entegre eder. Bu hücresel ağın varlığı, yaşamın bir ön koşuludur.
- Sinir ağı adı verilen nöronlar arasındaki bağlantıları yakalayan bağlantı şeması, beynin nasıl çalıştığını anlamının ve bilincin anahtarıdır.
- Genellikle sosyal ağ olarak adlandırılan tüm profesyonel, arkadaşlık ve aile bağlarının toplamı toplumun dokusudur ve bilgi, davranış ve kaynakların yayılmasını belirler.
- Kablolulu internet bağlantıları veya kablosuz bağlantılar aracılığıyla hangi iletişim cihazlarının birbirleriyle etkileşime girdiğini tanımlayan iletişim ağları, modern iletişim sisteminin merkezinde yer almaktadır.

¹ Complex system

- Jeneratörler ve iletişim hatlarından oluşan bir ağ olan elektrik şebekesi¹, neredeyse tüm modern teknolojiye enerji sağlamaktadır.
- Ticaret ağları, 2. Dünya Savaşından bu yana dünyanın zevk aldığı maddi refahtan sorumlu olarak, mal ve hizmet alışverişi yapma yeteneğini korumaktadır.

Ağlar aynı zamanda 21. yüzyılın en devrimci teknolojilerinden bazılarının da kalbinde yer almaktadır ve Google'dan Facebook'a, CISCO'ya ve Twitter'a kadar her şeyi güçlendirmektedir. Sonuç olarak, arkasındaki ağlar derinlemesine anlaşılmadığı sürece karmaşık sistemler de asla anlaşılmayacaktır.

21. yüzyılın ilk on yılında ağ bilimine artan ilgi, karmaşık sistemlerin bariz çeşitliliğine rağmen her sistemin arkasındaki ağların yapısının ve evriminin ortak bir dizi temel yasa ve ilke tarafından yönlendirildiğinin keşfedilmesinden kaynaklanmaktadır. Bu nedenle, gerçek ağların şekli, boyutu, doğası, yaşı ve kapsamındaki şaşırtıcı farklılıklara rağmen, çoğu ağlar ortak düzenleme ilkeleri tarafından yönlendirilmektedir. Bileşenlerin doğasını ve aralarındaki etkileşimler kesin doğasını göz ardı edildiğinde, elde edilen ağlar birbirinden farklı olmaktan çok benzerdir.

Ağ bilimi yeni bir disiplindir. Kesin başlangıcı tartışılabilir, ancak tüm açıklamalara göre alan, yalnızca 21. yüzyılda ayrı bir disiplin olarak ortaya çıkmıştır.

Neden iki yüzyıl önce ağ bilimi yoktur? Sonuçta, alanın araştırdığı birçok ağ hiçbir şekilde yeni değildir: Metabolik ağlar, dört milyar yıllık bir geçmişe sahip yaşamın kökenlerine kadar uzanmaktadır ve sosyal ağ insanlık kadar eskidir. Dahası, biyokimyadan sosyolojiye ve beyin bilimine kadar birçok disiplin, onlarca yıldır kendi ağlarıyla uğraşmaktadır. Matematikğin verimli bir alt alanı olan çizge kuramı², 1735'ten beri çizgeleri araştırmaktadır. Bu nedenle, ağ bilimini 21. yüzyılın bilimi olarak adlandırmanın bir nedeni var mıdır?

¹ Lattice

² Graph Theory

Ağların incelenmesi, çizge kuramı ve sosyolojide kökleri olan uzun bir geçmişe sahipken, ağ biliminin modern bölümü yalnızca 21. yüzyılın ilk on yılında ortaya çıkmıştır.

Ağlara olan ilgi, iki klasik makalenin alıntı modeliyle iyi bir şekilde belgelenmiştir: Paul Erdős ve Alfréd Rényi'nin çizge kuramındaki Rastlantısal ağlar çalışmasının başlangıcını işaret eden 1959 makalesi (Havlin ve Cohen 2010) ve Mark Granovetter'in 1973 tarihli makalesi, en çok alıntı yapılan sosyal ağ gazetesi (Galam 2002). Her iki makale de kendi disiplinleri içinde son derece kabul görmüştür, ancak alanları dışında yalnızca sınırlı bir etkiye sahiptir. 21. yüzyılda bu makalelere yapılan atıfların hızla artması, ağ biliminin ortaya çıkmasının bir sonucudur ve bu klasik yayınlara yeni, disiplinler arası bir dikkat çekmektedir.

Yüzlerce hatta milyarlarca etkileşimli bileşenden oluşan bir sistemin ayrıntılı davranışını açıklamak için, sistemin kablo bağlantı şemasının bir haritasına ihtiyaç vardır. Sosyal bir sistemde bu, arkadaşlarınızın, arkadaşlarınızın arkadaşlarının vb. doğru bir listesini gerektirmektedir. WWW'de¹ bize hangi web sayfalarının birbirine bağlandığını göstermektedir. Hücrede harita, genler, proteinler ve metabolitleri içeren ayrıntılı bir bağlanma etkileşimleri ve kimyasal reaksiyonlar listesine karşılık gelmektedir.

Geçmişte, dünya bu ağları haritalandıracak araçlara sahip değildi. Arkalarındaki büyük miktarda veriyi takip etmek de aynı derecede zordur. Etkili ve hızlı veri paylaşım yöntemleri ve ucuz dijital depolama sunan İnternet Devrimi, gerçek ağlarla ilgili verileri toplama, birleştirme, paylaşma ve analiz etme becerimizi temelden değiştirmiştir.

Bu ağları oluşturan süreçler de büyük ölçüde farklıdır: Metabolik ağlar milyarlarca yıllık evrimle şekillenmiştir. WWW, milyonlarca kişi ve kuruluşun kolektif eylemleriyle inşa edilmiştir. Sosyal ağlar, kökleri binlerce yıl öncesine dayanan sosyal normlar tarafından şekillendirilir. Boyut, doğa, kapsam, tarih ve evrimdeki bu çeşitlilik

¹ World Wide Web

göz önüne alındığında, bu sistemlerin arkasındaki ağların büyük ölçüde farklılık göstermesi şaşırtıcı olmayacaktır.

Ağ biliminin önemli bir keşfi, bilim, doğa ve teknolojinin çeşitli alanlarında ortaya çıkan ağ mimarisinin, aynı düzenleme ilkeleri tarafından yönetilmesinin bir sonucu olarak birbirine benzer olmasıdır. Sonuç olarak, bu sistemleri keşfetmek için ortak bir matematiksel araç seti kullanılabilir.

Özetle, birçok disiplin ağ bilimine önemli katkılarda bulunurken, yeni bir alanın ortaya çıkması kısmen farklı disiplinlerde karşılaşılan ağların doğru haritalarını sunan veri kullanılabilirliği ile mümkün olmuştur. Bu çeşitli haritalar, ağ bilimcilerinin çeşitli ağ özelliklerinin evrensel özelliklerini belirlemelerine izin vermiştir. Bu evrensellik, yeni ağ bilimi disiplininin temelini sunmaktadır.

Son zamanlarda, sosyal fenomenler sadece sosyal bilimcilerden değil, aynı zamanda fizikçilerden, matematikçilerden ve bilgisayar bilimcilerinden de büyük ilgi gördü. Fikirler insan davranışının itici güçleridir, karmaşık dünyamızın ve toplumlarımızın karşı karşıya olduğu birçok küresel problemlerde çok önemli rol oynamaktadır. Örneğin küresel finansal krizler, küresel salgınlar, şehirlerin büyümesi, kentleşme problemleri, göç problemleri ve en önemlisi olan iklim değişikliği gibi küresel problemleri insanların davranışlarında arayabiliriz. Fikir oluşumu, bir toplumda bireysel ilişkilerden olumlu ve olumsuz olarak etkilenen karmaşık bir süreçtir.

Kısacası, fikir dinamiği bir fikir veya düşüncenin bir toplulukta nasıl hareket ettiğine denir. İnsanlar sosyal bir yaratık oldukları için kendi düşüncelerini diğer insanlarla paylaşma isteklerinin varlığını her zaman görmekteyiz. Bu isteklerin sonunda, fikirlerin bu bireyler arasında hareket ettiğini fark etmekteyiz. Tabi ki bu tam senaryo değildir. İnsanlar karmaşık davranışlardan dolayı hiçbir zaman tam simüle edilemezler. Örneğin duygu gibi özellikler normal hayatta insanların düşüncelerini etkileyebilir, halbuki bu tür özellikleri kolayca simüle etme imkanlarımız yoktur. Ayrıca, fikir değişimi her zaman gerçekleşemez. Örneğin bazı insanlar fikirlerini değiştirmez veya kolay değiştirmez. Literatürde fikrini değiştirmeyen kişilere bağınaz denilmektedir.

Bağnazların etkisi pek çok çalışmada incelenmiştir. Daha sonra bu konuda olan çalışmaları inceleyeceğiz. Aynı zamanda bizim çalışmamız da bağnazlara odaklanmıştır.

Etkileşim ve fikir oluşumu, uzun zamandır sosyologlar tarafından analiz edilmektedir ve bunları açıklamak için farklı teoriler ortaya çıkmıştır. Bu teorilerin devamında toplumda olan kişilerin fikrinin değişim sürecine güncelleme kuralı denilmiştir. Zamanla farklı senaryolar bu güncellemeler için ortaya konulmuştur ve farklı fikir dinamikleri modelleri ortaya çıkmıştır. Bazı önemli modelleri sonraki bölümlerde inceleyeceğiz. Bizim kullandığımız model ise Voter modelin değiştirilmiş bir versiyonudur. Ayrıca bizim modelde kişilerin arasında bağnazlar da bulunmaktadır. Bağnazların etkisini görmek için çalışmamızı ölçeksiz ve rastlantısal ağlara uyguladık. Modelimiz 6. bölümde anlatılacaktır.

Ağ Haritalarının Kökenleri

Bugün ağ bilimciler tarafından incelenen birkaçı, ağları incelemek amacıyla oluşturulmuştur. Çoğu, diğer projelerin yan ürünüdür ve yalnızca ağ bilimi ile ilgilenen bilim insanlarının elinde haritalara dönüştürülür.

Bir hücredeki kimyasal reaksiyonların listesi, biyokimyacılar tarafından 150 yıllık bir süre boyunca tek tek keşfedilmiştir. 1990'larda, bir hücre içindeki biyokimyasal ağları bir araya getirmek için ilk şansı sunan merkezi veri tabanlarında toplanmışlardır.

Her filmde oynayan aktörlerin listesi geleneksel olarak gazetelere, kitaplara ve ansiklopedilere dağılmıştır. İnternetin gelişiyile birlikte, bu veriler imdb.com gibi merkezi veritabanlarında toplanmıştır ve film meraklılarının merakını beslemiştir. Veritabanı, ağ bilimcilerinin Hollywood'un arkasındaki bağlantı ağını yeniden inşa etmelerine izin vermiştir.

Milyonlarca araştırma makalesinin yazarlarının listesi geleneksel olarak binlerce derginin içerik tablosuna dağılmıştır. Son zamanlarda Web of Science, Google Scholar

ve diğ er online hizmetler, bunları kapsamlı veritabanlarında bir araya getirerek, ağ bilim insanlarının bilimsel işbirliği ağlarının doğru haritalarını yeniden oluşturmasına olanak tanımıştır.

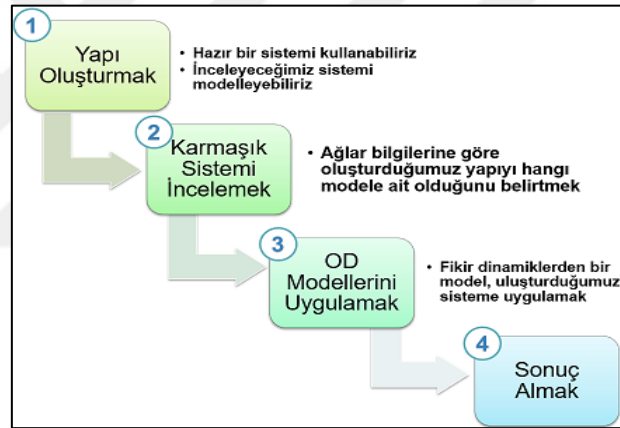
Ağ biliminin erken dönem tarihinin çoğu, araştırmacıların önceden var olan veri tabanlarından ağları tanıma ve ayıklama becerisine dayanmaktadır. Ağ bilimi bunu değiştirmiştir: Günümüzde iyi finanse edilen araştırma işbirlikleri, biyolojik, iletişim ve sosyal sistemlerin doğru bağlantı şemalarını yakalamaya, harita yapmaya odaklanmaktadır.

Doğum ve ölüm oranları veya suç istatistikleri gibi çok sayıda insanın kolektif özelliklerinde niceliksel yasaların keşfi, 19. yüzyılda bir istatistik biliminin gelişmesi için itici faktörlerden biriydi. Birçok bilim insanının ve filozofun, bu tür kesin düzenlemelerin tek kişilerin görünüşte düzensiz davranışlarından nasıl kaynaklandığına dair nicel bir anlayış çağrısında bulunmalarına izin vermiştir.

Hobbes, Laplace, Comte, Stuart Mill ve diğ erleri, bu düşünce tarzını farklı bir dereceye kadar paylaşmışlardır (Moretti, ve diğ erleri 2013). Ayrıca, Majorana meşhur bir makalesinde (R.Friedman ve M.Friedman 1984) (Havlin ve Cohen 2010), sosyal bilimler için istatistiksel yasaların değerini vurgulamıştır. Bununla birlikte, son birkaç yılda, topluma niceliksel bir şekilde yaklaşma fikrinin, felsefi bir ilke beyanından, her şeyden önce fizikçilerden oluşan kritik bir bilimci kitlesini içeren somut bir araştırma çabasına geçişi olmuştur. Yeni büyük veri tabanlarının mevcudiyeti ve yepyeni sosyal olayların ortaya çıkması ( oğunlukla İnternet dünyasıyla ilgili) bu değişim için önemli olmuştur.

2. ÇALIŞMANIN SÜRECİ

Bu çalışma daha düzenli ilerlemesi için, çalışmanın süreci dört aşama olarak belirlenmiştir. İlk aşamada bir yapı oluşturulmuştur. Yapı denilenden kasıt, insan topluluğu ve bireylerini simüle etmektir (yani uygun ağı oluşturmak). İnsan toplumu ve aralarındaki ilişkiler, ağlardaki düğüm noktalar ve aralarındaki bağlantılar ile temsil edilebilir. Literatürde, insan toplumunu temsil etmek için, hazır ağ verileri de kullanılmaktadırlar, aynı zamanda kendileri ağları simüle etmeye çalışmaktadırlar. Karmaşık ağların farklı modellerini oluşturmak için bir takım yazılımlarını kullanabiliriz (Python, Java Coding, R Coding, Gephi ve bunun gibi kod yazma platformları). Ayrıca bu işe uygun uygulamalar da geliştirilmiştir (Bkz 5. Bölüm).



Şekil 2.1 Çalışma süreci

İkinci aşamada oluşturulan ağı incelenmesi gerekmektedir. Tabi bu aşamadan önce karmaşık ağları ve modellerini bilmekte fayda vardır. Simüle edilecek toplumun özelliklerine göre, karmaşık ağın modeli oluşturulmuştur. Üçüncü aşamada ise, fikir dinamikleri modellerinin bir veya kaç tanesi, daha önce oluşturulan ağa uygulanacaktır. Son aşamada, çalışmanın sonucu ve elde edilen veriler analiz edilecektir. Bu çalışmanın devamında, dört aşamanın her biri ayrı ayrı daha detaylı incelenecektir.

3. KARMAŞIK AĞLAR

3.1 Karmaşık Ağ ve Karmaşık Sistemler

Sistem, bölümler ve aralarındaki ilişkiler bakımından bir varlıktır. Karmaşık sistem, karşılıklı olarak nispeten çok sayıda ilgili parçalardan oluşan bir sistemdir. Aslında, dünyada pek çok karmaşık sistem ile karşılaşmaktadır. Örneğin İnternet, kurumlar, konuşma dili, vücut ve vücut organları, ekosistemlerin her biri karmaşık sistemdir.

Karmaşık ağlar, karmaşık sistemlerden bir soyutlama olarak düşünelim. Sistemlerde bulunan bölümler, düğüm ve aralarındaki ilişkiler bağlantı sayılabilir (Nowak ve Lewenstein 1996) (Sîrbu, ve diğerleri 2016). Karmaşık sistemleri analiz etmek için; her bir bireyin (kişi) özelliği değil, toplam sistemin davranışı ele alınmalıdır. Bu nedenle, karmaşık sistemlerde sistemin topolojisi bireylerin özelliklerinden daha önemlidir. Ağlar açısından bakılırsa, karmaşık ağlar; koleksiyon, soyut objeler ve aralarındaki bağlantılarla karşılaşılır. Bu koleksiyona düğümler ve aralarındaki kırılganlığa ise çizge denmektedir. Karmaşık ağlar, ağların tamamı göz önüne alındığında ilginç özellikleri olan bir koldur. Bu yüzden basit ağların yollarından karmaşık ağlar daha iyi incelenebilir.

Karmaşık ağlar, farklı çeşitleri ile günlük hayatımızda görülmektedir. Toplum ve doğal ağlar¹ genelde karmaşık ağ sayılmaktadır. Söylenildiği gibi, karmaşık ağlar, topolojik açıdan önemli olduğu için, aslında karmaşık sistemlerden bir çeşittir. Ancak genel ağlar gibi, karmaşık ağ da topolojisine göre önem kazanmaktadır. Halbuki normal bir ağda, bireylerin özelliklerinin önemi birinci sırada olabilmektedir. Aynı zamanda, karmaşık ağların çoğu aynı özelliklere sahiptirler. Özet olarak karmaşık ağları şu nedenlerle incelemeliyiz;

- Karmaşık ağlar her yerde vardır.
- Karmaşık ağların çoğu ortak topolojiye sahiptir.

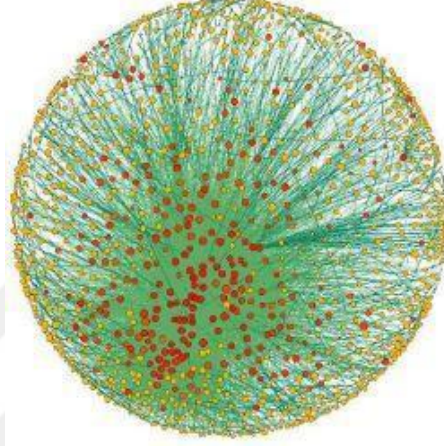
¹ Natural Networks

- Etkileşimlerin yapısı ortaya çıkan dinamikleri etkilemektedir.

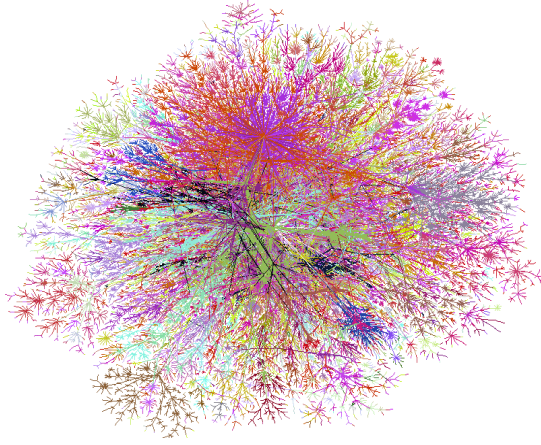
Karmaşık Ağlardan Birkaç Örnek

- a. İnsan toplulukları:** - Ekonomik - İşbirliği ve Atıf Ağları -
Epidemiology - Elektrik ağı - İnternet

b.

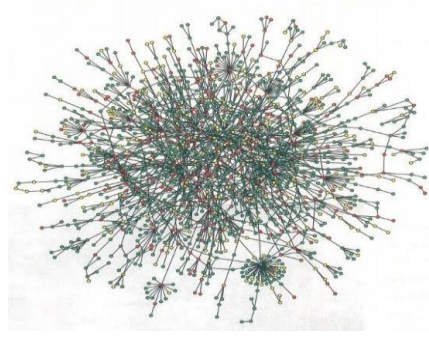


Şekil 3.1 Ekonominin çekirdeğini oluşturan 1318 uluslararası şirketler (MARTINS 2008)

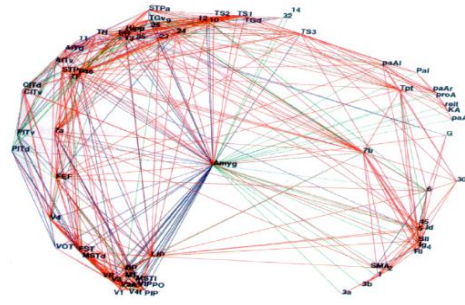


Şekil 3.2 İnternet yapısı (McGann 2002) (Barabási 2018)

- b. Biyoloji:** - Yem Zinciri - Nöral Ağlar - Gen Düzenleme Ağları
- Metabolizma Ağları



Şekil 3.3 Maya protein etkileşimlerinin yapısı (Barabási 2018)



Şekil 3.4 Macaque Cortex Ağı (Young 1993)

3.2 Karmaşık Ağlar ve Çizgeler

Karmaşık ağları öğrenmek için öncelikle, düğümlerin nasıl birbirini etkileştirdiğini öğrenmek gerekmektedir. Bir ağ, bir sistemin bileşenlerinden¹, düğümlerinden² ve kırışlarından³ oluşan bir koleksiyondur (A ve .A 1999). Bu yüzden karmaşık ağları anlamak da, çizgeleri anladığını belirtmektedir. Düğüm sayısı, sistemdeki bileşenlerin sayısını göstermektedir. Genellikle, ağın büyüklüğü N olarak adlandırılır. Düğümleri ayırt etmek için $i = 1, 2, \dots, N$ ile belirtilir ve L ile ifade edilen bağlantı⁴ sayısı, düğümler arasındaki toplam etkileşim⁵ sayısını göstermektedir.⁶ Bir ağın bağlantıları

¹ Components

² Node

³ Edge

⁴ Links

⁵ Interactions

⁶ Çizge kuramında genel olarak köşe (vertex) ve kırış (edge) kelimelerini kullanmaktayız. Karmaşık ağlar da ise köşe yerine düğüm (node) ve kırış yerine bağlantı (link) kullanıyoruz. Ayrıca Fikir Dinamikleri biliminde insanlar toplumunu incelediğimiz için düğüm yerine kişi (individual) veya ajan (agent), bağlantı yerine komşu kelimesini kullanabiliriz. Dolayısıyla bu çalışmada fikir dinamikleri bölümünde bu değişiklikleri görebilirsiniz.

Yönlü¹ veya **Yönsüz**² olabilir. Örneğin “WWW” ağı yönlü bir ağıdır ki orada “URL”³ vasıtasıyla bir sayfa diğer bir sayfaya bağlanabilmektedir. Telefon aramaları da yönlü bir sistemdir. Bazı sistemler ise yönsüz bağlantıya sahiptir. Evlilik ya da arkadaşlık yönsüz sistemlerden bir örnektir. Ayça, Selman ile evlenirse, kesinlikle Selman da Ayça’yla evlenmiştir. Bu yüzden bu tür bağlantılarda yön anlamsız olduğu için onlara yönsüz denilmektedir. Bağlantıların sayısı L ile gösterilmektedir. Bu bağlantılar, düğümlerin arasındaki toplam etkileşim sayısını temsil etmektedir. Örneğin Şekil 7’deki ağda 5 düğüm ve 7 bağlantı vardır.



Şekil 3.5 Basit Bir Ağ

Bilimsel literatürde ağ ve çizge terimleri birbirlerinin yerine kullanılmaktadır. İlk olarak İngilizcede kullanılan kelimeler gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 Trimler ve farklı alanlarda karşılıkları

Ağ bilimi	Çizge Kuramı	Fikir Dinamikleri
Ağ	Çizge	Toplum
Düğüm	Köşe	Kişi
Bağlantı	Kiriş	Bağlantı, Komşu

¹ Directed

² Undirected

³ Uniform Resource Locators

Bir ağın matematiksel kısmını anlamak için temel çizge kuramının kuralları da bilinmelidir. Bu yüzden, ağ bilimleri çalışmalarının genelde bir bölümünde çizgelerini anlatıp ağlar kısmına geçmektedirler. Yapılan bu çalışma kısa olmasından dolayı sadece çizge ve ağ bilimleriyle ilgili matematiksel formüller işaret edilecektir.

Derece¹

Özette bir düğümün bağlantı sayısına, o düğümün derecesi denir. Yönsüz ağlarda toplam bağlantı sayısı veya L:

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i$$

Ortalama derece veya beklenen derece $\langle k \rangle$ ile gösterilmektedir:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2L}{N}$$

Eğer ağımız yönlü ise:

$$k_i = k_i^{in} + k_i^{out}$$

$$L = \sum_{i=1}^N k_i^{in} = \sum_{i=1}^N k_i^{out}$$

k_i^{in} = i'inci düğüme diğer düğümlerden **gelen** bağlantı. k_i^{out} = j'inci düğüme diğer düğümlere **giden** bağlantı.

Önemli olan ve sıkça kullanılacak bir diğer kavram derece dağılımıdır². Derece dağılımından kasıt, her bir düğümün derecesi değil, bir dereceden kaç tane olduğudur. Derece dağılımı, ağda rastgele seçilen bir düğümün k derecesine sahip olma olasılığını sağlar. Bu olasılığı p_k ile gösterip onu normalize etmek gerekmektedir:

$$\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1$$

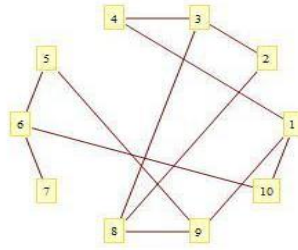
¹ Degree

² Degree Distribution

3.3 Karmaşık Ağların Türleri

3.3.1 Rastlantısal ağ

Ağ bilimi, gerçek ağların özelliklerini yeniden üreten modeller oluşturmayı amaçlamaktadır. Karşılaştığımız çoğu ağ, bir kristal şebekenin düzenliliğine veya bir örümcek ağının öngörülebilir radyal mimarisine sahip değildir. Daha ziyade ilk incelemede rastgele döndürülmüş gibi görünmektedirler (Şekil 7).



Şekil 3.6 Rastlantısal bir ağ

Amerika'ya giden Rus göçmeni Anatol Rapoport (1911-2007) Rastlantısal ağları inceleyen ilk kişidir (A ve .A 1999). Rapoport, 1951'de yazdığı bir makalede (Castellano, Munoz ve Pastor-Satorras 2009), bir ağın ortalama derecesi arttırılırsa, bağlantısız düğümler dev bir komponente¹ bileşene **hızlı** bir geçişini gösterir. Rastlantısal ağlar, 1959 ile 1968 yılları arasında yazılan 8 makale ile, Erdős (1913-1996) ve Rényi (1921-1970) vasıtasıyla tekrar ortaya konulmuştur. Aslında bu iki kişi bu konuda emek verdikleri için Rastlantısal ağlara aynı zamanda Erdős-Rényi ağı (kısa olarak ER ağı²) de denilmektedir. Rastlantısal ağ modeli bağımsız olarak Edgar Nelson Gilbert (1923-2013) tarafından da tanıtılmıştır (Solla 1965). Ancak aynı yılda Erdős ve Rényi'nin bu konudaki ilk makaleleri daha büyük bir yayılma göstermiştir.

Rastlantısal ağı oluşturmak için iki genel yöntem veya model ortaya konulmuştur.

¹ Giant Component

² ER Network

$G(N, L)$ Model

Erdős ve Rényi'nin ortaya koydukları bir modeldir. Bu yöntemde N sayıda sabit düğüm noktası ve L sayıda bağlantı vardır. Sonra rastgele L bağlantısı N düğüm nokta üzerine dağıtılır. Ağda izole noktalar olabileceği için bağlantı sayısı düğüm noktasından az olabilmektedir. Bağlantı sayısı ne kadar büyük olursa ağ tam bir ağa¹ döner.

$G(N, p)$ Model

Gilbert'in ortaya koyduğu bir modeldir. Bu modelde de aynı $G(N, L)$ modeli gibi sabit bir sayıda düğüm noktası vardır (N) ve iki nokta arasında p olasılığı ile bağlantı kurulmaktadır. Olasılık değeri (p) 1 değerine ne kadar yakın olursa, ağ tam bir ağa dönüşmektedir.

Bizim çalışmamızda rastlantısal bir ağ oluşturmak için şu adımları uyguladık:

1. N izole düğümle başlanmalıdır.
2. Bir düğüm çifti seçilmeli ve 0 ile 1 arasında rastgele bir sayı oluşturulmalıdır. Sayı p 'yi aşarsa, seçili düğüm çiftini bir bağlantıyla bağlanmalıdır, aksi takdirde bağlantılarını kesilmemelidir.
3. $N(N-1) / 2$ düğüm çiftlerinin her biri için 2. adımı tekrarlanmalıdır.

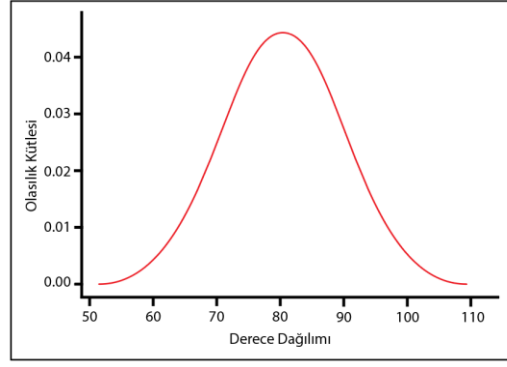
Rastlantısal ağlar, karmaşık bir ağ olduğuna göre, önemli olan toplam düğüm noktalarının davranışdır. Bu toplu davranışlardan biri **Derece Dağılımıdır**². Aslında karmaşık ağlarda önemli olan her bir düğüm noktasının derecesi değil, her dereceden kaç tane olduğudur. Rastlantısal ağlarda derece dağılımı **Poisson Dağılımı**³'dir.

Şekil 3.7'den rastlantısal ağların homojen olduğunu anlaşılabılır. Yani düğümlerin derece özellikleri birbirine yakındır. Örneğin Şekil 3.7'de olasılık ağırlığı en çok olanın derecesi 80 derecede olmaktadır. Ve çok az olasılıkla dereceler 50 ve 110'a yakın olmaktadır. Aslında bu ağda rastgele herhangi bir düğüm seçilirse, büyük ihtimalle derecesi 80 veya 80'a yakın bir derecede olacaktır.

¹ Complete Network

² Degree Distribution

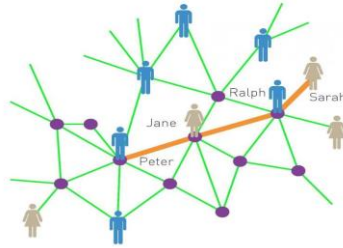
³ Poisson Distribution



Şekil 3.7 Rastlantısal bir ağın derece dağılımı

3.3.2 Küçük dünya ağı

Altı derecelik ayrılık¹ olarak da bilinen küçük dünya fenomeni², son zamanlarda ilgi çekmeye başlamıştır. Bu fenomen dünyanın herhangi bir yerinde herhangi iki birey seçilirse, aralarında en fazla **altı** tanidik olan bir yol bulacağınızı belirtilecektir (Şekil 3.8). Yani küçük dünya kavramı, dünyanın karşı tarafında bulunan bireylerin bile birkaç tanidik aracılığıyla birbirine bağlanabileceğini belirtmektedir.



Şekil 3.8 Küçük dünya ağları

Altı derecelik ayrılığa göre, dünyanın herhangi bir yerindeki iki kişi, altı veya daha az tanıdıktan oluşan bir zincirle birbirine bağlanabilmektedir. Bu, Sarah Peter'ı tanımasa da, Jane'i ve karşılığında Peter'ı tanıyan Ralph'i tanıdığı anlamına gelmektedir. Dolayısıyla Sarah üç el sıkışma ya da Peter'dan üç derece uzaktadır. Ağ bilimi dilinde aynı zamanda küçük dünya özelliği olarak da adlandırılan altı derece, bir ağdaki herhangi iki düğüm arasındaki mesafenin beklenmedik şekilde küçük olduğu anlamına gelmektedir (Barabási 2018)

¹ Six Degrees of Separation

² Small-World Phenomenon

İlk olarak Macar yazar Frigyes Karinthy tarafından 1929'da tanımlanan ve Stanley Milgram (1967) tarafından deneysel olarak test edilen Küçük Dünya Hipotezi, iki insanın yalnızca altı derecelik bir ayrımla birbirine bağlı olmasına dayanır. Yani karşılık gelen sosyal bağlantıların çizgesi altıdan büyük değildir. 1998'de Duncan J. Watts ve Steven Strogatz, tek bir parametre aracılığıyla rastgele bir çizge ve bir şebeke arasında sorunsuz bir şekilde enterpolasyon yapan ilk küçük dünya ağ modelini yayınlamışlardır (Watts ve Strogatz 1998). Kümeleme katsayısı¹ büyük kalırken, herhangi iki düğüm arasındaki kenarlar çok küçüktür (Matematiksel olarak, ağın boyutunun logaritması büyümelidir). Çok çeşitli çizgelerin, örneğin rastgele çizgeler ve ölçeksiz ağlar² vb. küçük dünya özelliğini sergilediği bilinmektedir. World Wide Web ve metabolik ağ gibi gerçek dünya ağları da bu özelliği sergilemektedir.

Kümeleme katsayısı, ağdaki üçgenlerin yoğunluğunu temsil eden bir ölçüdür. Örneğin, seyrek rastgele çizgeler, gözden kaybolan küçük bir kümelenme katsayısına sahipken, gerçek dünya ağları genellikle önemli ölçüde daha büyük bir katsayıya sahiptir. Bilimciler bu farklılığa, gerçek dünya ağlarında bağlantıların ilişkili olduğunu öne sürmektedirler.

Gerçek Ağlar Rastlantısal Değildir

1959'da tanıtılmasından bu yana, rastlantısal ağ modeli, karmaşık ağlara ve matematiksel yaklaşımlara hakim olmuştur. Model, karmaşık sistemlerde gözlemlenen rastgele görünümlü ağların tamamen rastgele olarak tanımlanması gerektiğini önermektedir. Bununla karmaşıklığı rastgelelik ile eşitlenmiştir.

Proteinler arasındaki etkileşimler katı biyokimya yasalarına tabi olduğundan, hücrenin kimyasal yapısını işlemesi rastgele olamaz. Benzer şekilde, rastgele bir toplumda

¹ Çizge kuramında, kümelenme katsayısı (İng: Clustering coefficient) bir çizgenin kümelenme eğilimi derecesinin ölçülmesidir. Birçok, gerçek dünyadaki ağ ve bazı sosyal ağlar, sıkı örülmüş grupların düğümlerin oluşma eğiliminin yüksek bir yoğunluk bağları ile karakterize olduğunu kanıtlamaktadır: rastgele iki düğüm arasında kurulan bağının olasılığı, ortalama olasılıktan daha yüksek olma eğilimindedir (Watts ve Strogatz 1998) .

² Ölçeksiz ağlar: Bir sonraki bölümde anlatılacaktır.

Amerikalı bir öğrencinin sınıf arkadaşlarının sayısından çok, arkadaşları arasında yer alan Çinli fabrika işçileri bulunmaktadır.

Gerçekte, çoğu karmaşık sistemin arkasında derin bir düzenin varlığından şüphelenilmelidir. Bunun yanı sıra, ağın mimarisini tanımlayan yapısına yansıtılmalıdır, bu da saf rastgele konfigürasyondan sistematik sapmalara neden olmaktadır.

Rastlantısal ağların gerçek sistemleri tanımlama veya tanımlamada başarısız olma derecesi epistemolojik argümanlarla değil, sistematik nicel bir karşılaştırmayla karşılaştırılmalıdır. Bunu, rastlantısal ağ teorisinin bir dizi nicel tahminler yaptığı gerçeğinden yararlanılarak yapılabilir:

Derece Dağılımı¹

Rastgele bir ağ, $k \ll N$ sınırındaki bir Poisson dağılımı ile çok iyi tahmin edilen bir binom dağılımına sahiptir. Poisson dağılımı gerçek ağların derece dağılımını yakalayamamaktadır. Gerçek sistemlerde, rastlantısal ağ modelinin açıklayabileceğinden daha yüksek düzeyde bağlı düğümlere sahiptir.

Bağlılık²

Rastlantısal ağ teorisi, $\langle k \rangle < 1$ için incelenen tüm ağların, karşıladığı bir koşul olan devasa bir bileşen gözlemlenmesi gerektiğini öngörür. Ancak çoğu ağ, $\langle k \rangle > \ln N$ koşulunu karşılamamaktadır. Bu da onların izole kümeler ayrışmaları gerektiğini ima etmektedir. Bazı ağlar gerçekten parçalıdır, fakat çoğu ağ parçalı değildir.

Ortalama Yol Uzunluğu³

Rastlantısal ağ teorisi, ortalama yol uzunluğunun, gözlemlenen yol uzunlukları için makul bir yaklaşıklık sunan bir tahmin olan (3.19) 'u takip ettiğini öngörür. Bu nedenle rastlantısal ağ modeli, küçük dünya fenomenlerinin ortaya çıkışını açıklayabilmektedir.

¹ Degree Distribution

² Connectedness

³ Average Path Length

Kümeleme Katsayısı

Rastlantısal bir ağda, yerel kümeleme katsayısı düğümün derecesinden bağımsızdır ve $\langle C \rangle$ sistem boyutuna $1 / N$ olarak bağlıdır. Buna karşılık, ölçümler, gerçek ağlar için $C(k)$ 'nin düğüm dereceleri ile azaldığını ve büyük ölçüde sistem boyutundan bağımsız olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak birlikte ele alındığında, küçük dünya fenomeninin rastlantısal ağ modeli tarafından makul bir şekilde açıklanan tek özellik olduğu görülmektedir. Derece dağılımından kümeleme katsayısına kadar diğer tüm ağ özellikleri, gerçek ağlarda önemli ölçüde farklıdır. Watts ve Strogatz tarafından önerilen Erdős-Rényi modelinin uzantısı, yüksek C ve düşük $\langle d \rangle$ 'nin bir arada varlığını başarılı bir şekilde öngörmektedir, ancak derece dağılımını ve $C(k)$ 'yi açıklamada başarısız olmaktadır. Aslında, gerçek ağlar hakkında ne kadar çok şey öğrenilirse, Rastlantısal ağ modeli tarafından doğru bir şekilde tanımlanmış herhangi bir gerçek ağın bilinmediği sonucuna o kadar çabuk ulaşılır.

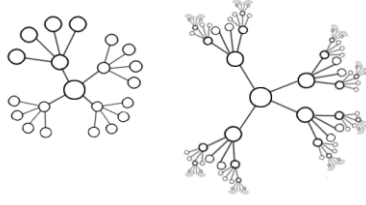
3.3.3 Ölçeksiz ağ

Dünyada olan gerçek ağların çoğu rastlantısal ağların kurallarına ve özelliklerine uymamaktadır. Bunu ilk defa Derek de Solla Price, 1965 yılında ortaya koymuştur. Bilimsel makaleler arasındaki alıntı ağları üzerine yapılan çalışmalarda Derek; 1965 yılında, makalelerde bağlantı sayısının Pareto dağıtımını¹ veya güç yasasını² göstermiştir (Kurmyshev, Juarez ve Gonzalez-Silva 2011).

Ağın özellikleri ağın boyutundan, yani düğüm sayısından bağımsız ise, ağa ölçeksiz ağ denmektedir. Bu ağ büyüdüğünde, temeldeki yapının aynı kaldığı anlamına gelmektedir.

¹ Pareto Distribution

² Power Law : Dereceli dağılım bir güç yasası dağılımını takip ederse, bunun bağlantıların ve ağ derecesinin dağılımında doğrusal tercihli bağlanma olduğu anlamına gelir.

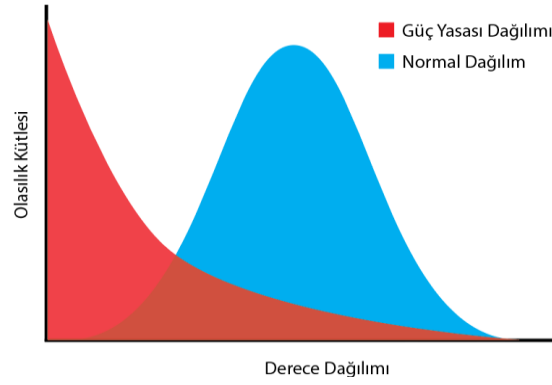


Şekil 3.9 Ağ büyüdüğünde ağ yapısı aynı kalır

İlk olarak güç yasası dağılımı sözde normal dağılımdan farklıdır. İkincisi, gerçek hayatta çok yaygındır. Merkezi Limit Teoremi¹, normal dağılımın, örneğin belirli bir popülasyondaki erkekler veya kadınlar arasında vücut boyunun dağılımı gibi, pratikte birçok durumda çok sık bulunduğu gerçeğine bir açıklama sağlar. Yani, Merkezi Limit Teoremi, herhangi bir küçük bağımsız rastgele etki dizisi alınırsa, limitlerinde toplamları veya ortalamalarının normal dağılımla yaklaşık olarak hesaplanacağını söylemektedir.

Normal dağılım ve güç yasası dağılımı arasındaki önemli bir fark, güç yasası dağılımında gerçekten yüksek sayıda bağlantıya sahip düğüm sayısının, normal dağılıma göre çok daha yüksek olmasıdır. Ancak genellikle iyi bağlanmış düğümler normal bir dağılımda daha yaygındır. Bu, ağlarda genellikle az sayıda çok yüksek oranda bağlı düğüm bulunacağı anlamına gelmektedir. Dağılım normal olsa da gerçekleşmeyecek bir dizi bağlantıları vardır.

¹ Central Limit Theorem



Şekil 3.10 Güç yasası dağılımı (sol, sarı) hem de normal dağılım (orta, mavi) örneği

Normal dağılım, ağlarda daha az görülmektedir. Ağlar zamanla büyümektedir ve halihazırda çok sayıda bağlantıya sahip olan düğümlerin, daha az sayıda bağlantıya sahip düğümlere kıyasla kendilerine yeni bağlantı oluşturduğunu görme olasılığı daha yüksektir. Sözde Tercihli Bağlanma¹ veya Zengin-Zenginleşme İlkesi² fikri budur.

Tercihli bağlanma, özellikle sosyal ağlar için makul bir hipotez gibi görünmektedir. Halihazırda yüksek düzeyde bağlı olan insanlarla bağlantı kurmak çekicidir. Bunun için sosyal ağlardaki ünlüler, sporcular ya da politikacıları düşünülebilir.

Ölçeksiz ağın derece dağılımı en azından asimptotik olarak bir güç yasasına uyar. Aşağıdaki denklem bir güç yasası dağılımı olarak adlandırılır. γ değeri onun üssüdür.

$$P(k) \sim k^{-\gamma}$$

γ değeri tipik olarak $2 < \gamma < 3$ aralığında olan bir parametredir.

Bilimsel çalışmalarda, Derek de Solla Price, 1965'te makalelere bağlantıların sayısının (yani, aldıkları alıntılarının sayısının) bir Pareto dağıtımını veya güç yasasını takiben ağır bir dağılım gösterdiğini açıklamıştır. Böylece atıf ağı ölçeksizdir. Ancak, "ölçeksiz ağ"

¹ Preferential Attachment

² Rich-Get-Richer

terimini kullanmamıştır. 1976'da başka bir makalede, Price ayrıca "kümülatif avantaj" olarak adlandırdığı, ancak bugün daha yaygın olarak tercihli bağlanma adı altında bilinen atıf ağlarında güç yasalarının oluşumunu açıklamak için bir mekanizma önermiştir.

World Wide Web, düğümleri belgeler¹ olan ve bağlantılar bir web belgesinden diğerine bir tıklama ile "gezinmeye²" izin veren URL'ler olan bir ağıdır. Tahmini boyutu bir trilyondan fazla belgeyle sahip olan Web ($N \approx 10^{12}$), insanoğlunun şimdiye kadar inşa ettiği en büyük ağıdır. Hatta insan beynin nöron ağını bile ($N \approx 10^{11}$ nöron) aşmaktadır (Barabási 2018).

Ölçeksiz ağlara olan son ilgi, 1999 yılında Albert-László Barabási ve Notre Dame Üniversitesi'ndeki meslektaşlarının World Wide Web'in bir kısmının topolojisini haritalayan (A ve .A 1999) bir çalışmada, bazı düğümlerin adını verdikleri **merkezi düğümler**³ bulunmaktadır. Bu düğümler diğerlerinden çok daha fazla bağlantıya sahiptir ve ağın bir bütün olarak bir düğüme bağlanan bağlantıların sayısının bir güç yasası dağılımına sahip olduğunu tespit etmişlerdir. Bazı sosyal ve biyolojik ağlar da dahil olmak üzere diğer birkaç ağın da ağır dağıtımlara sahip olduğunu bulunmuştur. Bu nedenle Barabási ve meslektaşları, güç yasası derece dağılımı sergileyen ağ sınıfını tanımlamak için "Ölçeksiz Ağ"⁴ terimini icat etmişlerdir. Bununla birlikte sosyal, ekonomik, teknolojik, biyolojik ve fiziksel sistemlerde yedi ağ örneğini inceleyen Amaral ve Ark (Amaral, A. Scala ve Stanley 2000) bu yedi örnek arasında ölçeksiz bir ağ bulamamıştır. Bu örneklerden yalnızca biri olan film-oyuncu ağı, orta derecede **k** için bir güç yasası takiben derece dağılımı **P(k)** 'ya sahiptir, ancak bu güç yasası büyük **k** için düşüş gösteren bir kesintiye ulaşmıştır.

Barabási ve Réka Albert, "Tercihli Bağlanma"⁵ olarak adlandırdıkları ve temelde Price'ın önerdiği ile aynı olan güç yasası dağılımlarının görünümünü açıklamak için

¹ Document

² Surf

³ Hub: Bir sonraki bölümde daha fazla merkezi düğümlerden bahsedeceğiz.

⁴ Scale-Free Network

⁵ Preferential Attachment

retken bir mekanizma önermişlerdir. Bu mekanizma için analitik mler (aynı zamanda Price'in mne benzemektedir) 2000 yılında Dorogovtsev, Mendes ve Samukhin (Dorogovtsev, Mendes ve Samukhin 2000) tarafından ve bağımsız olarak Krapivsky, Redner ve Leyvraz tarafından sunulmuştur ve daha sonra matematikçi Bla Bollobás tarafından titizlikle kanıtlanmıştır (Bollobá, O ve Tusnády 2001) . Bununla birlikte, özellikle bu mekanizma yalnızca lek Bağımsız sınıfında belirli bir ağı alt kümesi üretilmiş ve o zamandan beri birçok alternatif mekanizma keşfedilmiştir (Dorogovtsev ve Mendes 2003) .

Karmaşık bir ağıda leksiz özelliğinin ortaya çıkışını açıklayan iki ana bileşen vardır:

- **Büyüme**
- **Tercihli Bağılanma**

Byme¹ terimi, uzun bir süre boyunca, yeni düğümlerin zaten var olan bir sisteme, bir ağı (10 yılda milyarlarca web sayfasıyla büyüyen World Wide Web gibi) katıldığı bir büyüme süreci olarak adlandırılır.

Tercihli bağılanma, halihazırda diğerkleriyle belirli sayıda bağlantısı olan başka bir düğüme bağılanmayı tercih eden yeni bir gelen düğüm olarak adlandırılır. Bu nedenle, giderek daha fazla düğümün kendilerini çok sayıda bağlantıya sahip olana bağlamaları ve bu düğümü iyi olmayan bir merkezi düğüme yönlendirmesi olasılığı daha yüksektir.

Günlük hayatımızda World Wide Web'in önemi gittikçe artmaktadır. Benzer şekilde, ağı teorisinin geliştirilmesinde WWW'nin oynadığı rolü bir kenara atmamalıyız. WWW, bir dizi temel ağı özelliğinin keşfedilmesini kolaylaştırmıştır ve çoğı ağı ölçüsü için standart bir test ortamı haline gelmiştir.

¹ Growth

Web'in kablolama şemasını haritalamak için “crawler” adı verilen bir yazılım kullanılabilir. Bir tarayıcı, herhangi bir web belgesinden başlayarak üzerindeki bağlantıları (URL'ler) belirleyebilir. Daha sonra, bu bağlantıların işaret ettiği belgeleri indirebilir ve bu belgelerdeki bağlantıları tanımlayabilir. Bu işlem yinelemeli olarak yerel bir Web haritası döndürmektedir. Google veya Bing gibi arama motorları; yeni dokümanları bulmak, dizine eklemek ve WWW'nin ayrıntılı bir haritasını korumak için tarayıcıları çalıştırmaktadır.

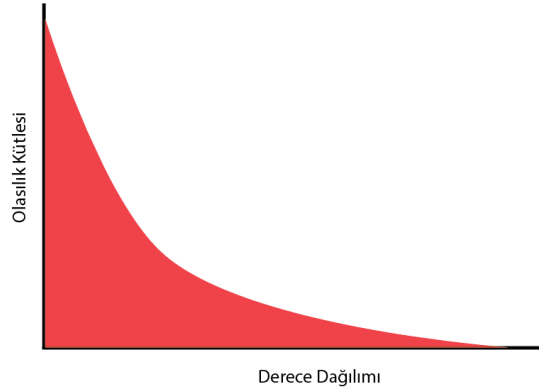
Arkasındaki ağın yapısını anlamak amacıyla elde edilen WWW'nin ilk haritası, Notre Dame Üniversitesi'nden Hawoong Jeong tarafından oluşturulmuştur. Yaklaşık 300.000 belge ve 1.5 milyon bağlantıdan oluşan nd.edu alanını haritalandırmıştır. Haritanın amacı, Web ağının özelliklerini rastlantısal ağ modeliyle karşılaştırmaktır. Nitekim 1998'de WWW'nin rastgele bir ağ tarafından iyi bir şekilde yakınlashılabileceğine inanmak için nedenleri vardır. Her belgenin içeriği, bireylerden kuruluşlara kadar, yaratıcısının kişisel ve mesleki çıkarlarını yansıtır. Bu ilgi alanlarının çeşitliliği göz önüne alındığında, bu belgelerdeki bağlantılar rastgele seşitlen belgelere işaret ediyor gibi görünebilir.



şekil 3.11 Hawoong Jeong WWW'nin ilk haritasının videosunu görmek için bu karakodu tarayabilirsiniz

Ölçeksiz ağlarla ilgili çalışmalar, 1999 yılında, dünya çapında Ağ'ın bir bölümünün topolojisini haritalayan Albert-László Barabási'nin çalışmaları ile başlamıştır ve “Merkezi Düğüm” olarak adlandırılan bazı düğümlerin çok daha fazla bağlantıya sahip olduğunu tespit etmiştir.

Şekil 3.12’de ölçeksiz ağlarda derece dağılımını görülmektedir. Bu tür ağlarda çok sayıda derecesi az olan düğüm noktalar vardır ve az sayıda, derecesi çok olan merkezi düğümler vardır. Merkezi düğüm kavramı ölçeksiz ağlarda en önemli özelliktir.



Şekil 3.12 Ölçeksiz ağlarda derece dağılımı.

Merkezi Düğümler

Rastgele ve ölçeksiz bir ağ arasındaki temel fark, p_k 'nin yüksek $-k$ bölgesini temsil eden derece dağılımının kuyruğundadır. Bunu göstermek için, Resim 8'de bir güç yasasını bir Poisson fonksiyonu ile karşılaştırıldığında:

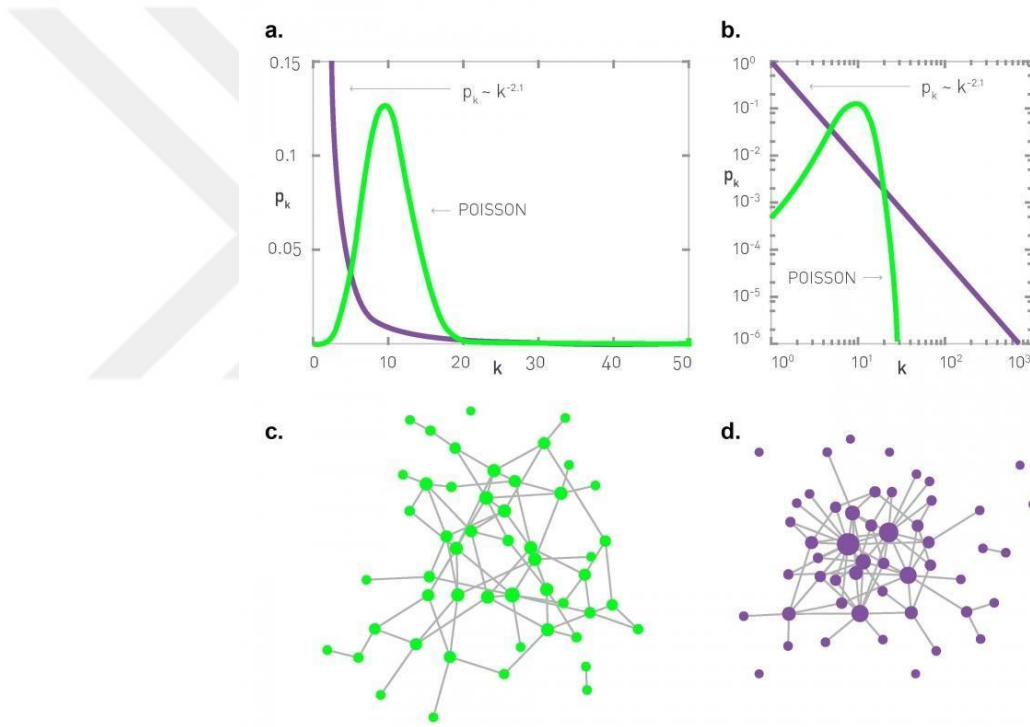
- Küçük k için güç yasası Poisson fonksiyonunun üzerindedir, bu da ölçeksiz bir ağın çok sayıda küçük dereceli düğüme sahip olduğunu gösterir ve bunlar rastlantısal bir ağda yoktur.
- $\langle K \rangle$ civarındaki k için Poisson dağılımı güç yasasının üzerindedir, bu da rastlantısal bir ağda $k \approx \langle k \rangle$ derecesine sahip fazla sayıda düğüm olduğunu gösterir.
- Büyük k için güç yasası yine Poisson eğrisinin üzerindedir. Bir log-log grafiğinde p_k 'yi gösterirsek (Şekil 3.13.b), yüksek dereceli bir düğümü veya hub (merkezi düğüm) olma olasılığı, bir ölçeksiz ağda bir rastlantısal ağdan fazladır.

Tüm gerçek ağlar sonludur. WWW boyutunun $N \approx 10^{12}$ düğüm olduğu tahmin edilmektedir; sosyal ağın boyutu dünyanın nüfusu, yaklaşık $N \approx 7 \times 10^9$. Bu rakamlar çok büyük ama sınırlıdır. Karşılaştırıldığında ise diğer ağlar soluktur:

Bir insan hücresindeki genetik ağ yaklaşık 20.000 gene sahipken, E. Coli bakterisinin metabolik ağında yalnızca yaklaşık bin metabolit vardır.

Bu, şu soruyu sormaya sevk etmektedir:

Ağ boyutu, merkezi düğümlerin boyutunu nasıl etkiler? Buna cevap vermek için, p_k derece dağılımının doğal kesimi olarak adlandırılan maksimum derece, k_{max} 'ı hesaplanmalıdır. Bir ağdaki en büyük merkezi düğümün beklenen boyutunu temsil etmektedir.



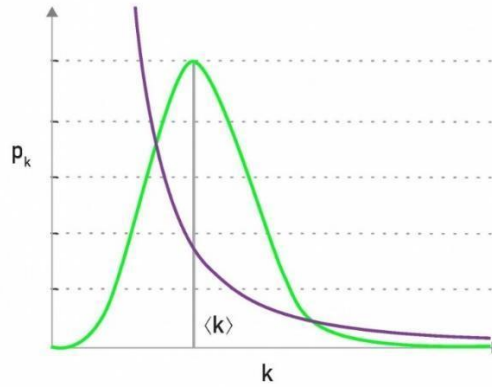
Şekil 3.13 Rastlantısal ağ ve ölçeksiz ağ (Barabási 2018)

Rastlantısal ve Ölçeksiz Ağlar (Karşılaştırma)

- Rastgele bir ağın dereceleri, “bell” eğrisine¹ oldukça benzer bir Poisson dağılımını takip etmektedir. Bu nedenle, çoğu düğümün benzer dereceleri vardır ve çok sayıda bağlantıya sahip düğümler yoktur.

¹ Bell Curve

- Rastlantısal bir ağ, düğümlerin şehirler ve bağlantıların ana otoyollar olduğu ulusal karayolu ağına benzemektedir. Yüzlerce karayolu olan bir şehir yoktur ve hiçbir şehrin karayolu sistemiyle bağlantısı kesilmemiştir.
- Güç yasası derece dağıtımı olan bir ağda çoğu düğümün yalnızca birkaç bağlantısı vardır. Bu çok sayıda küçük düğüm, birbirine yüksek düzeyde bağlı birkaç merkezi düğüm tarafından bir arada tutulmaktadır.
- Ölçeksiz bir ağ, düğümleri havalimanları ve bağlantıları aralarındaki doğrudan uçuşlar olan hava trafik ağına benzemektedir. Çoğu havalimanı küçüktür ve yalnızca birkaç uçuş vardır. Yine de, Chicago veya Los Angeles gibi, birçok küçük havalimanını birbirine bağlayan, büyük merkezler olarak hareket eden büyük birkaç havalimanı bulunmaktadır.
- Merkezi düğümler mevcut olduğunda, ağda gezinme¹ şeklini değiştirirler. Örneğin, Boston'dan Los Angeles'a arabayla gidilir ise, birçok şehirden geçilmesi gerekir. Uçak ağında ise, çoğu varış noktasına Chicago gibi tek bir merkezden ulaşılabilir.



Şekil 3.14 Rastlantısal ve Ölçeksiz Derece Dağılımı (Barabási 2018)

3.3.4 Diğer ağlar (Uzamsal Ağlar²)

Birçok gerçek ağ, uzaya gömülüdür. Örneğin; beyin sinir ağlar. Uzamsal ağlar için çeşitli modeller geliştirilmiştir. Bu ağlardan kaç örnek şunlardır:

¹ Navigate

² Spatial networks

- Kristalli veya amorf malzemelerdeki atomlar arasındaki bağları tanımlayan malzeme biliminde ortaya çıkan ağlar. Bu ağlarda her düğüm kimya tarafından belirlenen tam olarak aynı dereceye sahiptir.
- C. Elegans Worm sinir ağı.
- İletim hatları ile bağlanan jeneratörlerden ve ağ anahtarlarından (switchlerden) oluşan Elektrik¹ şebekesi.



¹ Power network

4. FİKİR DİNAMİKLERİ¹

Fikir dinamikleri, bir grup kişi arasındaki etkileşimler yoluyla, fikir hareketler sürecinin bir çalışmasıdır (Galam 2002). Fikir dinamikleri araştırması Fransa'da ortaya çıkmıştır (Dorogovtsev ve Mendes 2003). Fikir dinamikleri farklı uygulamalara göre farklı modelleri içermektedir. Örneğin DeGroot modeli, Voter (seçmen) modeli, Sznajd modeli, Majority Rule (çoğunluk kuralı) modeli, Friedkin ve Johnsen modeli, Bounded Confidence (sınırlı güven) modeli ve Continuous opinions and discrete actions (sürekli fikir ve ayrık eylemler) modeli (CODA). Bu modelleri daha sonar detaylı bir şekilde anlatılacaktır.

Fikir dinamikleri modelleri genellikle birkaç temel unsurlardan oluşur (Salamon 2011):

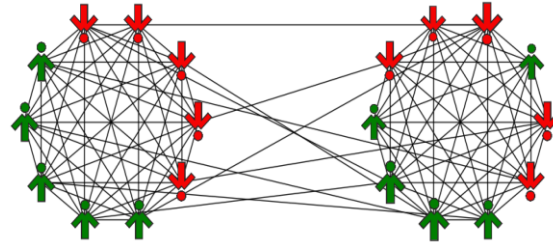
- Fikir ifadesi formatları
- Füzyon kuralları
- Fikir dinamikleri ortamları (yapı)

Sosyal fenomenlerde temel bileşenler insanlardır, yani, birbiriyle etkileşime giren, genellikle sistemdeki toplam insanlardır. İnsan davranışı, sosyal bağlam, kültür, hukuk ve diğer faktörlerle ilgili birçok yönden yönetilmektedir. Fikirler ve inançlar davranışa dayanmaktadır. İnsanlar çevresindeki her şey hakkında fikir sahibi olur, bu nedenle fikir oluşumunu ve evrimi anlamak insan seçimlerini açıklamanın anahtarıdır.

Etkileşim ve fikir oluşumu, karmaşık temel özellikleri ile uzun zamandır sosyologlar tarafından analiz edilmektedir ve bunları açıklamak için farklı teoriler ortaya çıkmıştır. Fikir dinamikleri, bir grup etkileşimli aracının sürekli olarak içinde bulunduğu bireysel fikirlerin bir füzyon sürecidir. Kısaca, fikir dinamiği bir fikir veya düşüncenin bir toplulukta nasıl hareket ettiğine denir. Aslında insanlar sosyal özelliklerine göre birbirinden fikir alıp vermektedir ve gerçek hayatımızda insanlar tarafından bu fikir veya düşünce dağıtım sevgisini görmekteyiz. İnsanlar kendi düşüncelerini, amaçlarını,

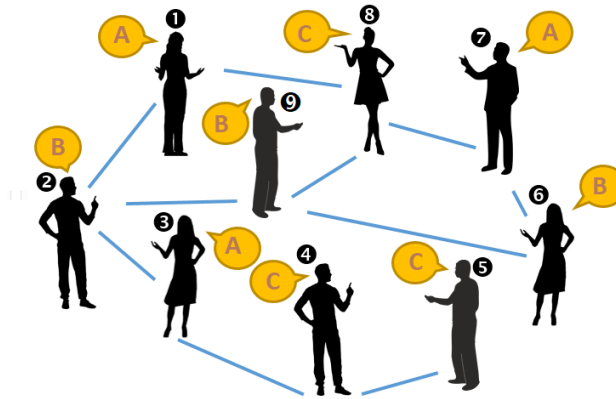
¹ Opinion Dynamics

rüyalarını ve isteklerini paylaşmaktadırlar. Bu yüzden, bir fikir ve düşünce toplumunda daima paylaşılmaktadır. Sosyal olaylarda insanlar temel üyedir ve davranışları birçok değişkene bağlıdır. İnsan davranışının ardındaki en önemli faktörler fikir ve düşüncedir. Fakat bu değişkenlerin hepsini simüle etmek mümkün değildir. Örneğin, literatürdeki çalışmalarda insanların yalan söylemelerini göze almamışlar. Ama gerçek dünyada bu tür kavramlarla karşılaşmaktayız.



Şekil 4.1 Fikir dinamikleri

Modellerinde, toplum simüle edilmiştir. En basit modelde, bu toplumda olan bireylerin her birisinin fikri bir konuda “Evet” veya “Hayır”, “-1” veya “+1” olabilir. Bir süreden sonra belli ki bireylerin fikri değişebilir. Bu değişime “Fikir Dinamiği” denir. Bireylerin fikri nasıl ve neden değişimi sosyal araştırmacıların öne gelen sorularıdır. En basit ve hızlı yanıt, komşularından etkilenmektir. Buna göre, literatürde çalışılan fikir dinamiklerinin modellerine, insan toplumlarını ve aralarındaki ilişkileri ve komşulukları, karmaşık ağlarla oluşturmaya çalışıyoruz. Tabi, gerçek hayatta, insanlar diğer kaynaklardan da etkilenebilir. Örneğin bir reklam, bir gazete, kitap, sosyal medya ve hatta gördüğümüz bir olay, insanların fikrini değiştirebilir.



Şekil 4.2 Bir insan ağı ve fikirleri

Toplumdaki kişiler komşularından etkilenerek fikirlerini değiştirebilirler. Bu örnek toplumda 3 çeşit fikir vardır: A, B ve C fikirleri. Belli bir zamandan sonra

Toplumda bir fikrin değişimi veya yayılımı sosyologlar için ilginç bir araştırma konusudur. Aslında bir insanın fikri nasıl değişir veya bir insan fikrini nasıl dağıtır

soruları, fikir dinamikleri inceleyen uzmanlar için temel bir sorudur. Fikir dinamikleri modellerinin ortaya çıkışının asıl nedeni de budur. Örneğin, Şekil 4.2’de basit bir model senaryosu bu olabilir:

8 nolu kişinin fikrini “C” ile adlandırdık. 8 nolu kişinin komşuları 1, 7 ve 9 numaralıdır. Bir süre sonra 8 nolu kişi kendi fikrini değiştirebilir. Bu değişim genelde komşularından dolayı gerçekleşmektedir. Yani insanlar genelde ilişkide olan kişilerle fikir alışverişi yapmaktadırlar. Bu yüzden 8 nolu kişi fikrini komşularından alabilmektedir. Bunun tam tersi de olabilir. Yani 8 nolu kişinin komşuları da ondan fikir alabilirler. 8 nolu kişinin komşularının ikisinin fikri “A”dır ve diğerinin “B”dir. Basit bir senaryo ile komşular çoğunluğun fikrini almaktır. Yani, 8 numaralı kişinin fikri farklı bir süreden sonra “A” olabilmektedir. Toplumda, her bir kişinin fikri farklı bir süreden sonra değişebilir. Bu süreci bilgisayarda simüle etmek için, bir “Zaman Adımı¹” veya “İterasyon” sürecini kullanmamız gerekmektedir. Bir fikrin toplumda nasıl değiştiğini gerçekleştirmek için bu zaman adımını belli bir sayıda tekrar etmek gerekmektedir. Her bir tekrarda, fikir dinamiğinin kuralı uygulanmalıdır. Yani her zaman adımında fikirler güncellenmelidir (Güncelleme kuralı²).

Karmaşık ağlarda ya da ağ bilim çalışmalarında her bir üye veya noktaya “Node” (Türkçe anlamı: Düğüm noktası veya düğüm) denir. Bir karmaşık ağ, fikir dinamik yapısına döndürüldükten sonra her bir düğüme bir “ajan³” veya “kişi⁴” denir.

Fikir dinamikleri yapısı aslında çizgeden oluşan bir ağıdır ve kişilerin aralarındaki bağlantılar, çizgede olan düğüm bağlantılar veya karmaşık ağlarda olan düğüm noktalarının aralarındaki bağlantılar dır. Fikir dinamikleri de, her iki kişinin arasındaki bağlantı, gerçek dünyada, iki kişinin arasında olan normal ilişkiyi simüle etmektedir. Aynı zamanda, fikir dinamiklerinin yapısı (karmaşık ağ), insanların sosyal ağını simüle etmektedir.

¹ Time Step

² Update Rule

³ Agent

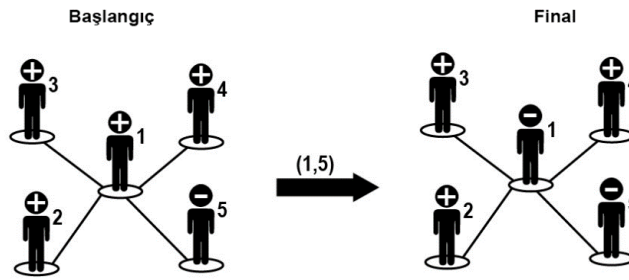
⁴ Individual

Çalışmanın devamında, literatürde çalışılan fikir dinamikleri modellerinin daha önemli olanları incelenecektir. Son olarak melez¹ modelleri birkaç model ile karıştırılarak incelenecektir.

Fikir dinamiklerin Modelleri

4.1 Voter Modeli²

Voter modeli, Bireylerin Rekabetini³ analiz etmek için kullanılan en basit fikir dinamiği modellerinden biridir (Gilbert, Random graphs 1959). VM, Seçim Rekâbetlerini⁴ simüle eden bir modeldir. Bu yüzden “seçmen” adını seçmişlerdir (Gargiulo ve Ramasco 2012). Bu modelde, N kişiden oluşan bir toplumdaki her bir kişinin fikri ya -1 dir ya da +1’dir, $s = \pm 1$. Bu yüzden, bu modelde her kişinin fikri **ayrık**⁵ sayılmaktadır.



Şekil 4.3 VM güncelleme kuralı

Bu modelde, herbir zaman adımında, rastgele bir kişi seçilip, fikri rastgele bir tane komşudan kopyalanır. Örneğini Şekil 4.3’de bir tekrarlama, rastgele 1 nolu kişi seçilmiştir. Ve rastgele komşularından birinin fikrini alacaktır. 5 nolu komşusu rastgele seçilmiştir. 5 numaralı kişinin fikri, 1 numaralı kişiye de kopyalanmıştır. Yani bu güncellemede 1 numaralı kişinin fikri değişmiştir.

¹ Hybrid

² Türkçede Seçmen modeli olarak adlandırabiliriz. Bu çalışmada biz İngilizce adını kısa olarak yani VM kullandık.

³ Competition of Species

⁴ Electoral Competitions

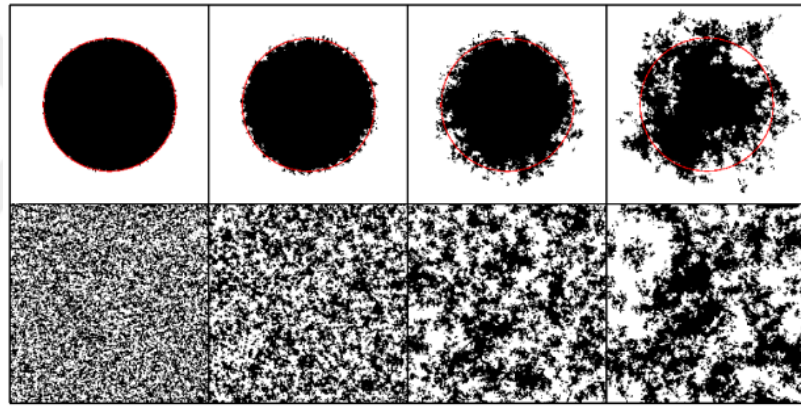
⁵ Discrete

VM'de, çoğunluk fikrinin direkt bir etkisi yoktur. En yakın komşuların aksine etkileşimler (French 1956) arasındaki güç yasası aralıklarının veya orijinal modeldeki üstel dağılımın kullanılmasını içermektedir.

Orjinal VM, d-boyutlu hiper kübik bir şebekede olarak modellenmiştir. Herhangi bir d-boyutu için, VM dinamikler iki olası fikir birliği durumundan birine yol açmaktadır:

- Aynı fikre sahip her kişi $s = +1$ veya $s = -1$.

Toplumsal $+1$ veya -1 fikrine ulaşma, toplumun başlangıç durumuna bağlıdır. Bir toplumun belli bir fikre ulaşmasına fikir birliği¹ denmektedir.



Şekil 4.4 VM ve süreci

Bir daireden (üstte) veya tamamen düzensiz bir konfigürasyondan (altta) başlayan iki boyutlu bir VM'nin evrimi. Beyaz ve siyah renkleri sırasıyla olumlu ve olumsuz görüşleri temsil eder. Üst panelden, dinamikler sırasında siyah alanın pratikte nasıl sabit kaldığını ve orijinal dairesel şeklin yok edildiğini görebiliriz. Fizikte bu, yüzey gerilimi eksikliğine işaret eder (Gargiulo ve Ramasco 2012)

Başka bir modelde doğrusal olmayan² bir türü tanımlanmıştır. Bu, kişilerin sürü etkisini³, yani bireylerin bir bütün olarak topluca davranma eğilimini kontrol eden bir parametre kullanarak (α), komşularına dayalı olarak fikirlerini seçmelerine izin vermektedir. Bir kişinin $+1$ fikrini değişme olasılığı:

¹ Consensus

² Nonlinear

³ Herding Effect

$$p(+1) = \frac{n_+^a}{n_+^a + n_-^a}$$

Bu formülde n_+ (n_-), +1 (-1) fikir sahibi olan komşuların sayısıdır. $\alpha = 1$ için orijinal VM elde edilirken, büyük değerler için MR'a¹ (çoğunluk kural) benzer bir model elde edilmektedir. Yakınsama süresi² α 'ya bağlı olarak analiz edilir ve α 'nın orta değerleri için bir minimumun elde edildiği gösterilir.

Bu, analiz edilen birkaç ağ türü için geçerlidir, yani düzenli şebekeler³, Erdos-Renyi Rastlantısal ağ, ölçeksiz ve küçük dünya ağları. Karmaşık ağlar için, minimum α 'nın ağ bağlantısıyla (düğümlerin ortalama derecesi) arttığı da gösterilmiştir.

Bir kişinin komşular hakkındaki görüşünün doğrusal olmayan bağımlılığına ilişkin birkaç başka çalışma mevcuttur (Schweitzer ve Behera 2009) (Tanabe ve N. Masuda 2013). Muhaliflerin (Fikirleri aynı olmayan) tanıtımı, (Tanabe ve N. Masuda 2013)'te üç tür sabit durum elde edilerek incelenmiştir:

1. Eşit kesirlerle iki fikrin bir arada bulunması,
2. Bir fikrin muhalifler tarafından, diğerinin ise diğer kişiler tarafından benimsenmesi,
3. Bir limit döngüsü.

4.2 Q-Voter Modeli

Q-Voter modeli, ayırık modelleri genelleştirmek için tanıtılmıştır (Buchanan 2007). Bu modelde, N kişi, tam bağlı olan bir ağda, ± 1 fikrine sahiptirler. Her bir adımda, q tane komşu seçilmektedir ve eğer fikirleri aynı ise, rastgele seçilen bir komşuyu etkilemektedirler, yani bu grubun fikrini kopyalamaktadırlar. Eğer grup aynı fikirde değilse, seçilen kişi fikrini ϵ olasılığıyla değiştirmektedir.

¹ Majority Rule

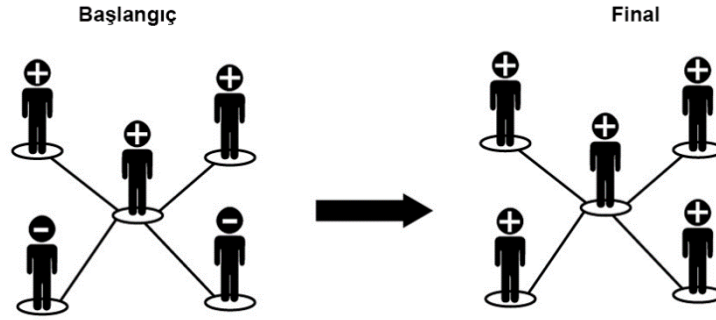
² Convergence time

³ Regular lattices

4.3 Majority Rule (Çoğunluk Kuralı) Modeli

Majority Rule modeli, çoğunluğa sahip, yani oyların yarısından fazlasına sahip alternatifleri seçen bir karar kuralıdır. MR modeli ilk olarak kamu tartışmalarını¹ açıklamak için önerilmiştir (Deffuant, ve diğerleri 2000). Bu modelde kişilerin fikri VM gibi ayrıktır(± 1). MR modelinde, herkes birbirini tanımaktadır. Yani tam çizge² üzerine yapılan bir modeldir. Her bir zaman adımında, rastgele r sayıda kişi seçilmekte ve hepsi grup içindeki çoğunluğun fikrini almaktadır. Güncelleme kuralına göre MR çoğunluk fikri bir modeldir, halbuki VM’de çoğunluk fikrinin direkt bir etkisi yoktur.

Şekil 4.5’te görüldüğü gibi, çoğunluk fikri tam gruba kopyalanmaktadır. Grup büyüklüğü, belirli bir dağıtımdan veya sabit bir sayıda alınabilmektedir. Eğer r değeri tek ise, çoğunluk fikri her zaman kolayca bulunabilir. Ama r değerinin çift durumunda, ve -1 ve $+1$ fikirlerin beraber olduğu halde, fikri $+1$ olan geçici bir kişiyi, topluma ekleyip, çoğunluk fikri hesaplanabilir. Bu fikir sosyal adalet³ kavramından ilham almaktadır (Liang, ve diğerleri 2016).



Şekil 4.5 MR Modeli ve güncelleme kuralı

MR birçok modern batı demokrasisinde yaygın olarak kullanılmıştır. Bir teklifin nihai halinin çoğunluk kuralı tarafından kabul edilmesine veya reddedilmesine kadar, alternatif bir müzakere sürecinde alternatiflerin değerlendirilebileceği ve değiştirilebileceği yasama organlarında ve diğer organlarda sıkça kullanılmaktadır.

¹ Public Debates

² Complete Graph

³ Social Inertia

4.4 Sznajd Model (Sosyal Etki)

Sosyal etki teorisi, 1981 yılında Bibb Latané tarafından yaratılmıştır ve bireylerin "sosyal etkinin kaynağı veya hedefi" olabileceğini düşünen dört temel kuraldan oluşmaktadır (French 1956). Psikolog Bibb Latané'ye göre, sosyal etki, başkalarının gerçek, ima edilen veya imgelenen varlığından veya davranışlarından kaynaklanan bireysel hisler, düşünceler veya davranışlar üzerindeki herhangi bir etki olarak tanımlanmaktadır. Yani bir grup insanın birey üzerindeki etkisinin üç faktöre bağlı olduğunu belirtilmektedir: **Sayıları, Onların Mesafesi ve Güçleri.**

M. Lewenstein, A. Nowak, B. Latané tarafından bu modelin ilk uygulaması ortaya çıkmıştır (Karau ve Williams 1995). Bu uygulamada, birayselliklerini modellemek için, hücrel otomatlar¹ kullanılmıştır. Her hücrel otomatın değeri -1 veya +1 olabilir, $\sigma_i = \pm 1$. Kişiler bir ağın içinde koyulmuşlardır ki bu ağın mesafe özelliği kişilerin aralarındaki mesafeyi (d) temsil etmektedir.

Kişilerin gücü (I_i) iki değişkenle temsil edilmektedir: Birincisi inandırıcılık² (bir kişinin değerini etkileyebildiği ne kadardır, I_p), ikincisi ise desteklenebilirlik³ dir (bir kişinin komşuluğunda sahip oldukları fikri ne kadar destekledikleri, I_s). Kişi üzerindeki sosyal etki, farklı bir fikre sahip diğer kişilerin ikna edilebilirliğinin ve aynı fikri taşıyan kişilerin destekliliğinin ağırlıklı⁴ bir toplamı olarak hesaplanmaktadır:

$$I_i = I_p \left(\sum_j \frac{t(p_j)}{g(d_{ij})} (1 - \sigma_i \sigma_j) \right) - I_s \left(\sum_j \frac{t(s_j)}{g(d_{ij})} (1 + \sigma_i \sigma_j) \right)$$

Burada d_{ij} kişi i ve kişi j arasındaki mesafeyi temsil etmektedir (kullanılan ağ türüne bağlı olarak tanımlanabilir). $g()$, d_{ij} 'in azalan bir işlevidir⁵ ve $t()$, bir kuvvet

¹ Cellular Automata

² Persuasiveness

³ Supportiveness

⁴ Weighted Sum

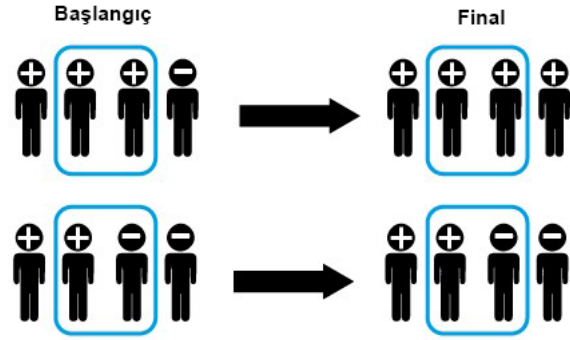
⁵ Decreasing Function

ölçeklendirme işlevidir¹. Ayrıca σ_i i nolu kişinin fikir yönüdür. Buna göre kişi i için güncelleme kuralı şöyledir:

$$\sigma'_i = -\text{sign}(\sigma_i I_i + h)$$

Burada h gürültüdür².

SM, sosyal etki teorisini kullanan bir modeldir. Aslında bu teorinin arkasında olan mantık şudur: “Aynı fikre sahip olan bir grup, komşularını, bir kişiden daha fazla etkileyebilmektedir.” Sznajd modelinin güncelleme kuralında, her bir zaman adımında, bir çift komşu seçilmekte ve eğer fikirleri aynı olursa, bütün komşuları bu fikri almaktadır. Yakınlık faktörü³ Sznajd modelinde dikkate alınmaktadır. Ancak, sosyal etki teorisinde belirtilen üçüncü faktör olan bireylerin gücü, bu modelde mevcut değildir. İncelediğiniz diğer modeller gibi, her kişinin bir fikri vardır, $\sigma_i = \pm 1$.



Şekil 4.6 SM ve güncelleme kuralı.

Şekil 4.6’de olan ilk kısmında, çift seçilen kişinin fikirleri aynıdır, bu yüzden komşularının hepsi onların fikrini almaktadır. İkinci kısımda, çift seçilen kişilerin fikirleri aynı olmadığı için, bir değişiklik yapılmaz.

¹ Strength Scaling Function

² Noise

³ Proximity Factor

4.5 Deffuant-Weisbuch Modeli

Deffuant-Weisbuch modeli (Ball 2004) sürekli¹ bir fikir alanı kullanır. Burada N toplumundan her bir bireyin fikir değeri alabileceği bir fikir alanı kullanılır. $x_i \in [-1, 1]$. Eğer fikirleri birbirine yeterince yakınsa her iki kişi birbirinden etkilenebilir, $|x_i - x_j| < d$. Bu durumda, kişiler, aralarındaki mesafe (d) ve yakınsama parametresi² μ ile birbirine yaklaşmaktadır:

$$x_i = x_i + \mu (x_j - x_i)$$

μ ve N(toplumun büyüklüğü) parametreleri yakınsama hızını ve final fikirlerin dağılımının genişliğini belirlemektedir.

DW'un gerçek modelinde, anlaşma dinamikleri³ üzerine kuruludur, yani eğer kişiler çok uzaksa etkileşime olmayacaktır (Clifford ve Sudbury 1973). Diğer bir makalede (Hegselmann ve Krause 2002), kişiler fikirlerini, fikirlerine karşı olan kişiler ile tam tersine değiştirilmektedir. Toplumu iki tip kişilerden oluşmuştur ve dinamiklerin aynı fikirde olmayan kişilerin miktarına bağlı olarak değişik göstermiştir.

F. Gargiulo, J.J. Ramasco'nun, 2012'de yazdıkları makalede bu modelin bir "Kamu Malı" oyunları⁴ ile eşleştirilmesi çalışılmıştır (Holley, Liggett ve Probab 1975). "Ortak kaynakların trajedisi"⁵ oyunu Sosyal Etkileşim Bileşeni⁶ teorisiyle çalışılmıştır.

¹ Continuous

² Convergence Parameter

³ Agreement Dynamics

⁴ Public Goods Game

⁵ Tragedy of Commons

⁶ Social Interaction Component



Şekil 4.7 Ortak Kaynakların Trajedisi

İnsan ekolojisindeki önemli kavramlardan biridir ve çok sayıda insan arasında sınırlı bir ortak kaynak olduğu ve bu ortak kaynağın ne ölçüde kullanılacağına karar verecek konumda olacağı anlamına gelmektedir. Yaygın kaynaklar arasında balıkları yakalayan okyanus ekosistemleri, odun kullanan ağaçlar veya sera gazlarını saldıkları atmosferler ve aşırı kullanımı sürdürülebilirliklerini tehlikeye atabilmektedir. Bu durumda insanlar, kaynakları uzun vadede korumak veya kendi çıkarlarını artırmak ve başkalarının bu kaynağı er ya da geç kullanmasını önlemek için algılarının azalmasıyla, üst düzey izlenimle bitirmesiyle karşı karşıya kalmaktadır.

4.6 Hegselmann-Krause (Hk) Modeli

Bu modelde de DW modeli gibi, her bir kişinin, sürekli bir fikir değeri vardır. $[x_i - \epsilon, x_i + \epsilon]$. Bu modelin güncelleme kuralında kişiler, aynı anda tüm uyumlu komşularla etkileşime girmektedir:

$$x_i(t+1) = \frac{\sum_{j: |x_i(t) - x_j(t)| < \epsilon} a_{ij} x_j(t)}{\sum_{j: |x_i(t) - x_j(t)| < \epsilon} a_{ij}}$$

a_{ij} burada çizgenin bitişiklik matrisidir. Bu yüzden, kişi i , bütün uyumlu komşularının orta fikrini almaktadır. Buna göre, bu model resmi görüşmeler¹ gibi durumları modellemek için daha uygundur (Etkileşim büyük gruplarda görünür). Halbuki DW, büyük toplumlardaki ikili etkileşim için daha uygundur.

¹ Formal Meetings

Modelin, en az ikinci dereceden bir adım sayısı ile polinom zamanında yakınsadığı¹ kanıtlanmıştır. Bu model Tamamen sınırlı güven parametresi ϵ ile tanımlanır ve analizini kolaylaştırır. Toplumda kişiler, sistem geliştikçe, DW modeline benzer şekilde, kümeleşiyorlar. Ancak bu durumda ϵ değeri arttığı zaman nihai fikir kümeleri azalıyor. ϵ_c eşliğinin üzerindeki ϵ için yalnızca bir küme olabilir. Toplumun bir kümeye yakınsaması, fikirlerin ortak yerine izole edilmiş kişilerin ortaya çıkması nedeniyle çok yavaş olabilir. Son zamanlarda, kümelenme modellerinin derinlemesine bir analizi yapılmıştır ve **k** ve **k+1** kümeleri arasında gerçek dinamik faz geçişlerinin olduğu ve kritik değerler etrafında dinamiklerin yavaşladığı görülmüştür. Bu, sınırlı sayıda fikir sınıfında sonsuz sayıda kişinin dağılımını dikkate almak anlamına gelmektedir. İki modelin küme örüntülerinin dinamikleriyle ilişkin olduğu ve iki model için aynı sabit noktaların olduğu kanıtlanmıştır.

Ek olarak, (Mirtabatabaei ve Bullo 2013)'te, etkileşim ağının bir analizi gerçekleştirilmektedir. HK modelinde dinamiktir ve (Mirtabatabaei ve Bullo 2013)'te gösterildiği gibi, ağın sabit bir topolojiye yakınsadığı sabit bir duruma ulaşmak için aracı fikirleri ile birlikte gelişmektedir. Bu model için analitik sonuçlar tasarlamamanın farklı bir yaklaşımı, toplumdaki fikir dağılımının evrimine, yani Eulerian HK modeline bakmaktır (Bullo, ve diğerleri 2012).

Diğer Modeller

Yukarıda bahsedilen modellerin yanı sıra, DW ve HK modelleriyle benzerlikleri paylaşan birkaç başka kişi tabanlı² yaklaşım da tanıtılmıştır. (Mas and Flache 2010)'de, uyarlanabilir gürültü³ ile bireyselleşmeye⁴ karşı sosyal bütünleşmeyi dengeleyen sürekli fikirlerin bir modeli tanıtılmıştır. Gürültü ve bireyselleşme seviyelerine bağlı olarak, toplumun üç durumu elde edilebilmektedir: **Fikir Birliği, Bireysellik ve Korunmuş Çoğulculuk**⁵.

¹ Converge

² agent-based

³ adaptive noise

⁴ individualization

⁵ preserved pluralism

Sosyal etkinin kalabalığın bilgeliği üzerindeki etkisinin analiz edildiği farklı bir kişi tabanlı modelleme yaklaşımı (Mavrodiev, Tessone ve Schweitzer 2012)'dir. Kalabalıkların bilgeliği kavramı, bir grubun toplu fikrinin, bireysel kişilerin fikirlerinden daha gerçeğe daha yakın olduğu anlamına gelmektedir. Bu modelde, kişiler bir konu hakkında devam eden tek bir fikre sahiptir ve etkileşim, akranlarının ortalama fikirlerin etkisi olarak modellenmektedir. Simülasyon sonuçları, sosyal etkinin etkisinin başlangıç durumuna bağlı olduğunu göstermektedir. Özellikle, ilk bireysel fikirler gerçeklerden uzaksa, etkileşim yararlı bir etkiye sahiptir, ancak gerçeğe yakın başlarsa, sosyal etki kalabalıkların bilgeliğinin azalmasına neden olmaktadır.

(Acemoglu ve Como 2010)'da, Poisson etkileşimi¹ aralıkları ve inatçı kişiler² ile sürekli fikirler modeli tanıtıldı. Bu kişiler fikirlerini değiştirmez. Modelin toplumda sürekli dalgalanması ve anlaşmazlıklar ürettiği gösterilmiştir, yani fikir birliğine asla ulaşamamıştır.

Taraflı asimilasyon³, (Dandeka, A. ve Lee 2013)'da, kişilerin komşuları üzerinde ağırlıklı bir ortalama uygulayarak fikirlerini güncelledikleri sürekli bir fikir modeli üzerine inşa edilerek analiz edilmiştir. Taraflı asimilasyon, kişilerin bir konu hakkında sonuçsuz bilgi gösterildiğinde fikirlerini güçlendirme/aşırıya⁴ kaçma eğiliminde olmaları anlamına gelir. Bu, modele, kişinin mevcut fikrine bağlı olan ağırlıklandırma prosedürüne başka bir terim eklenerek tanıtıldı.

Şimdiye kadar sunulanlardan farklı bir çalışmada, fikir oluşumunu tanımlamak için Kuramoto Çift Osilatör⁵ modelini kullanmaktadır (Hong ve Strogatz 2011). İki tip osilatör düşünülebilir, diğerleriyle hemfikir olan veya hemfikir olmayan kişiler. hemfikir olmayan osilatörler, ortalama alana negatif olarak çiftleşiyorlar. Bu çalışma, osilatörler aynı fikirde olsalar bile, aynı fikirde olmayan kişilerin etkileşimleri zıt

¹ Poissonian interaction

² Stubborn agents

³ Biased assimilation

⁴ Reinforce/Extremize

⁵ Oscillators

kümeler¹, hareket eden dalgalar², veya tam tutarsızlığın³ ortaya çıkmasına neden olduğunu göstermektedir.

Melez Modeller⁴

Melez modellerde, incelenen topluma göre, bir kaç model birlikte kullanılmaktadır. Aslında bu çalışmada amaç, fikir dinamiklerin tüm modellerinin incelenmesi değildir. Yukarda, görüldüğü gibi birkaç model örnek olarak incelenmiştir. Tabii buradaki amaç fikir dinamiklerin literatürüne girmek değildir. Sadece birkaç modelin, fikir dinamiğinin, daha iyi anlaşılmasıdır.

4.7 Coda Modeli

Bu modelde, fikirler sürekli, eylemler ise ayrıktır. Yani, kişilerin fikri bir konuda 0 ve 1 arasındadır. Karar verdikten sonra, eylem değerleri ya 0'dır ya da 1'dir. Orjinal modelde (Huckfeldt, Johnson ve Sprague 2004), fikirler değeri +1 ve -1'dir. Fikirler, +1 fikrine katılma derecesini gösteren sürekli bir olasılık p_i ile kare bir şebeke üzerinde temsil edilir ($1 - p_i$ ile -1'e karşılık gelir). Buna göre, σ_i ayrık fikrinin seçimi sert bir eşik kullanılarak yapılmaktadır:

$$4. \quad \sigma_i = \text{sign}\left(p_i - \frac{1}{2}\right).$$

Bu modelde kişiler, sadece birbirlerinin ayrık fikirlerini görebilmektedirler, σ_i , ve komşularına göre Bayesian Güncelleme Kuralını kullanarak, karşılık gelen p_i 'yi değiştirmektedirler. Bu, ayrık kamusal dinamikleri⁵ korumakta ve hem bir fikre bağlılık derecesini ölçmek için bir araç hem de bir hafıza etkisi⁶ sağlamaktadır (Kişiler doğrudan -1'den +1'e atlamaz, ancak fikirlerini sürekli değiştirirler). Model, hem VM Etkileşim

¹ Opposite Clusters

² Travelling waves

³ Complete Incoherence

⁴ Hybrid Models

⁵ Public dynamics

⁶ Memory effect

modeline, yani bir kişi her aşamada bir komşu ile etkileşime girmekte, hem de SM'de, yani iki komşu kişi komşularının geri kalanını etkilemektedir. Her iki durumda da, başlangıçta ılımlı fikirlerle başlayan kişi toplumlarında bile aşırılıkçılığın ortaya çıkması gösterilmiştir. Aslında, kararlı alanlar oluşturulduktan sonra küçük değişiklikler gösteren toplum içinde oluşturulmaktadır.

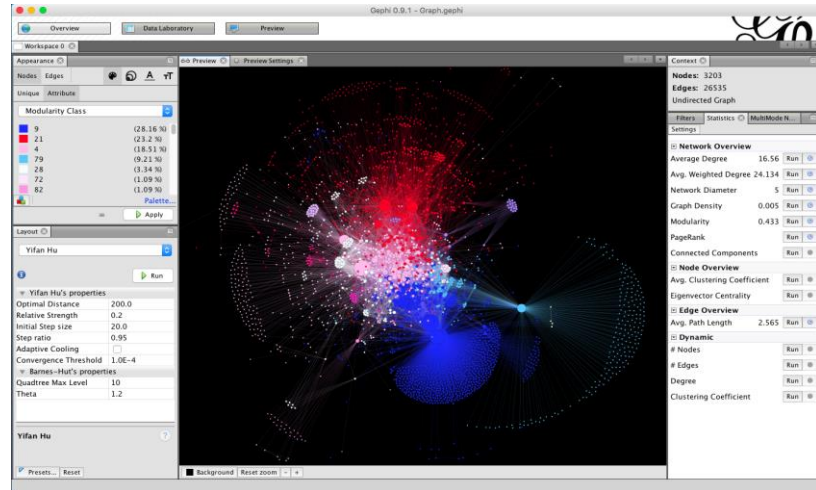


5. KARMAŞIK AĞLAR ANALİZİ İÇİN BİRKÂÇ YAZILIM

Karmaşık ağlarda farklı ağ türlerini simüle etmek için literatürde birçok hazır yazılım bulunmaktadır. Bu yazılımların bazıları belli bir para ödedikten sonra çalışmaktadır. Bir çoğu da bedava kullanılabilir. İlerideki konularda bu yazılımların birkaç tanesi anlatılacaktır. Ayrıca Python, C++ gibi programlama dillerinde de hazır paketler bulunmaktadır. Bu çalışmada, çalışma modellerini daha kolay modifiye edebilmek için, kökten ağlar yazılmaya karar verilmiştir. Bu çalışmaların kodlarının hepsi C#'ta yazılmıştır.

Gephi

Gephi, her türlü ağ ve karmaşık sistem, dinamik ve hiyerarşik çizgeler için etkileşimli bir görselleştirme ve keşif platformudur. Çizgeleri keşfetmek ve anlamak peşinde olan insanlar için bir araçtır. Kullanıcı, gizli özellikleri ortaya çıkarmak için temsil ile etkileşime girerek yapıları, şekilleri ve renkleri manipüle etmektedir. Büyük ağları gerçek zamanlı olarak görüntülemek ve keşfi hızlandırmak için bir 3B¹ oluşturma motoru kullanılır. Esnek ve çok görevli bir mimari, karmaşık veri kümeleri ile çalışmak ve değerli görsel sonuçlar üretmek için yeni olanaklar sunmaktadır.

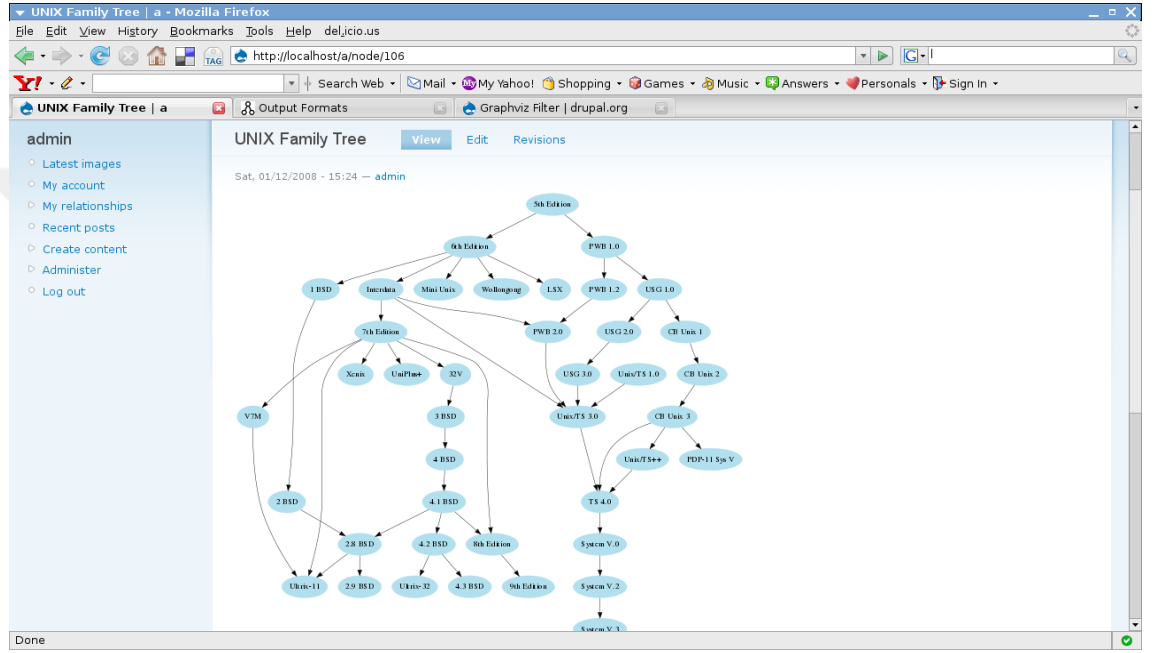


Şekil 5.1 Gephi'nin arayüzü

¹ 3D

Graphviz

Graphviz (Çizge Görselleştirme Yazılımının¹ kısaltması), "gv" dosya adı uzantısına sahip DOT dil komut dosyalarında belirtilen çizgelerin çizilmesi için AT&T Labs Research tarafından başlatılan bir açık kaynaklı araçlar paketidir. Yazılım uygulamalarının araçları kullanması için kitaplıklar da sağlar. Graphviz, Eclipse Public License altında lisanslanan ücretsiz bir yazılımdır.



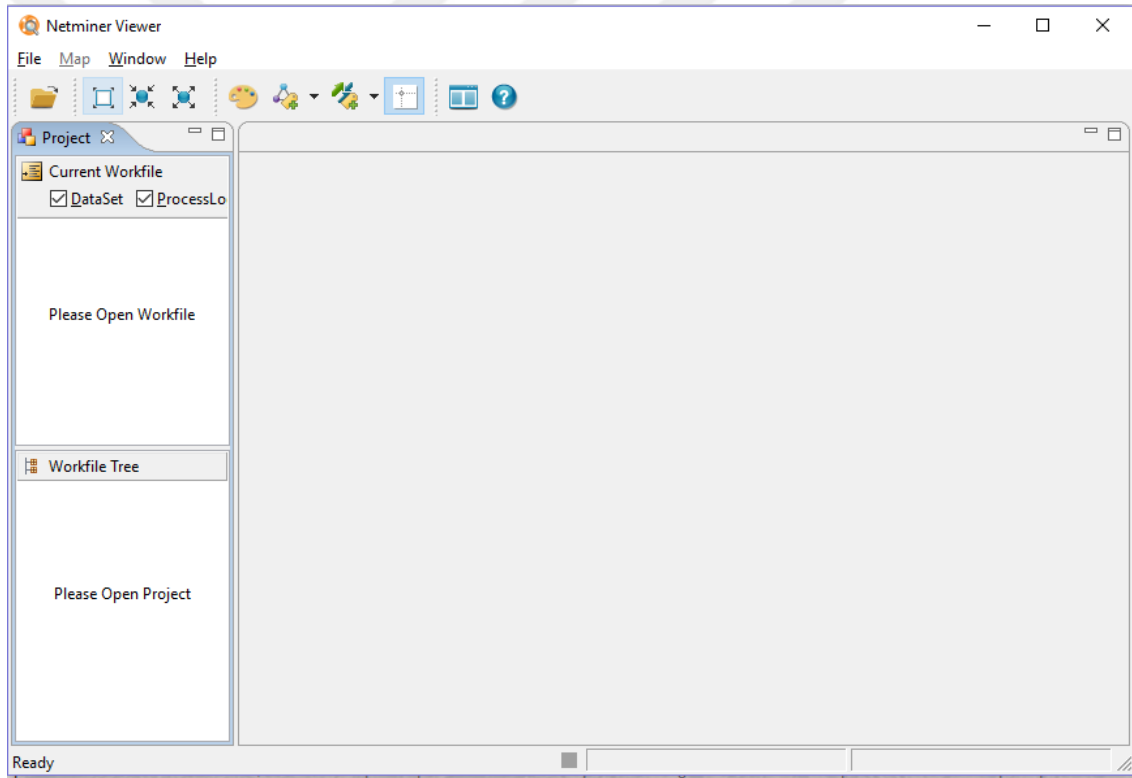
Şekil 5.2 Graphviz'in arayüzü

NetMiner

NetMiner, büyük ağ verilerinin keşif analizi ve görselleştirilmesi için bir yazılım aracıdır. NetMiner 4, vasıfsız kullanıcılar için otomatik Komut Dosyası Oluşturucu ile donatılmış dahili Python tabanlı komut dosyası motorunu yerleştirmektedir. Daha sonra kullanıcılar NetMiner 4'ü mevcut GUI veya programlanabilir betik dili ile çalıştırabilmektedir.

¹ Graph Visualization Software

- Büyük ağların (+10.000.000 düğüm) analizi, kapsamlı ağ ölçümleri ve modelleri
- Hem keşif hem de doğrulayıcı analiz
- Etkileşimli görsel analiz
- What-if ağ analizi
- Yerleşik istatistiksel prosedürler ve çizgeler
- Tam dokümantasyon (1.000'den fazla Kullanım Kılavuzu sayfası)
- Etkileyici ağ veri modeli
- Veri ve iş akışı yönetimi olanakları
- Python tabanlı Komut dosyası çalışma tezgahı ve kullanıcı dostu
- Anlamsal ağ analizi için morfolojik analizör



Şekil 5.3 NetMiner'in arayüzü

Karmaşık Ağlar Analizi İçin Birkaç Paket ve Kütüphanesi

NetworkX

NetworkX (NX), çizge oluşturma, işleme, analiz ve görselleştirme için bir araç setidir. Kullanıcı arayüzü, Python tarafından sağlanan komut dosyası / komut satırı aracılığı ile

gösterilir. NX, çeşitli algoritmalar, ölçümler ve çizge oluşturucular içermektedir. Görselleştirme pylab ve graphviz aracılığıyla sağlanmaktadır.

NX, açık bir hata izleme sitesi ve kullanıcı forumlarıyla 2004'ten beri aktif olarak geliştirilmekte olan açık kaynaklı bir projedir. Geliştirme Los Alamos Ulusal Laboratuvarı tarafından desteklenmektedir.

Graph-tool

Graph-tool, çizgelerin verimli analizi için bir python modülüdür. Temel veri yapıları ve algoritmaları, Boost Graph kütüphanesine dayalı olarak Şablon meta programlamanın yoğun kullanımı ile C++'da uygulanmaktadır.

Igraph

Igraph, çizgeler oluşturmak ve işlemek ve ağları analiz etmek için bir kütüphane koleksiyonudur. C ile yazılmıştır ve ayrıca Python ve R paketleri olarak mevcuttur.

Karmaşık Ağlar Analizi İçin Diğer Uygulamalar

Tulip

Tulip, ilişkisel verilerin analizi ve görselleştirilmesine adanmış bir bilgi görselleştirme çerçevesidir. Geliştiriciye, ele aldığı sorunlara göre uyarlanabilen, ilişkisel veriler için etkileşimli bilgi görselleştirme uygulamalarının tasarımını destekleyen, eksiksiz bir kitaplık sağlamayı amaçlamaktadır.

Wolfram Alpha(Facebook API)

Wolfram Alpha, birçok bilgi alanındaki soruları yanıtlayan genel bir hesaplama bilgi motorudur. Ona "Facebook raporu" girdisini verin ve sosyal ağ verilerinizin analizi ile ilgili soruları yanıtlayacaktır.

6. BAĞNAZLARIN FİKİR DİNAMİKLERİNE ETKİSİ

Tez çalışmalarının devamında, modifiye edilmiş bir seçmen modelinde mutaassıp¹ insanların etkisi fikir dinamiklerinde incelenmiştir. (Mutaassıp yerine literatürde yaygın olan bağnaz kelimesini kullanmaktadır). Bağnazın bir diğer anlamı ise sabit fikirlidir.

Bu çalışmada, bağnazların sosyal ağlar üzerindeki etkileri incelenecektir. Sosyal ağ, Barabasi Albert yöntemini kullanan ölçeksiz ağlara ve Erdős-Rényi yöntemini kullanan rastlantısal ağlara dayanmaktadır. Bağnazları, fikirlerini asla değiştirmeyen kişileri içeren önceden çalışılmış ve modifiye edilmiş bir seçmen modeli kullanılmıştır. Önemli olan kişiler (Merkezi Düğümler² gibi) bağnaz olarak seçilmeye çalışılmıştır. Bu şekilde önce yüksek dereceli (merkezi düğümler) önemli kişiler seçilmiştir. Daha sonra yakınsaklığı³ yüksek olan kişiler bağnaz olarak seçilmiştir. Ve sonra, bağın önemsiz kişiler olarak seçilmesini karşılaştırarak fikir birliği⁴ süresi incelenmeye çalışılmıştır. Sosyal ağlarda fikir birliğine ulaşma zamanının farklı sayıda bağnazlar için, ancak toplam linkler aynı olduğu durumda aynı olduğunu görülmektedir. Yani derecesi 64 olan bir bağnazın etkisi derecesi 8 olan 8 bağnaz ile aynıdır.

Bağnazlar, toplumda küçük bir sayısında bile dinamiği büyük ölçüde değiştirebilmektedir. Önceki çalışmalarda, bir bağnaz (Mobilia, Petersen ve Redner, On the role of Zealotry in the voter model 2007) ve az sayıda bağnaz (Mobilia, Does a Single Zealot Affect an Infinite Group of Voters? 2003) VM üzerindeki etkileri incelenmiştir. Hatta, az sayıda bağnazlar, toplumu, bir değer etrafında dalgalanan düşük bir mıknatıslanma⁵ dağılımı ile kararlı duruma⁶ geçebilir (Mobilia, Petersen ve Redner, On the role of Zealotry in the voter model 2007).

Bu çalışmada, ağ tipi olarak ölçeksiz ağ ve rastlantısal ağ seçilmiştir. Ölçeksiz bir ağda düğüm derecesi dağılımı, bir güç yasasını içermektedir ve ölçeksiz adı, ağın boyutundan

¹ Zealots

² Hubs: daha sonra detaylı bir şekilde anlatılacaktır.

³ Closeness Centrality

⁴ Consensus

⁵ Magnetization

⁶ Steady State

bağımsız olan ağın özelliklerinden kaynaklanmaktadır. Bu, ağ büyüdüğünde, temeldeki yapının aynı kaldığı anlamına gelmektedir. Ölçeksiz bir ağın en önemli özelliği, derecesi diğer düğümlerin ortalama derecesini büyük ölçüde aşan merkezi düğümlerdir. Tercihli bağlantı modeli ("zengin daha da zenginleşir"), karmaşık bir ağda merkezi düğüm oluşturan en yaygın modeldir. Birçok büyük ağın önemli bir özelliği, ölçeksiz güç yasası dağılımını izleyen derece dağılımının olmasıdır. Bağnazlar (Masuda 2015) (Khalil, Miguel ve Toral 2018)'da da incelenmiştir. Naoki çalışmasında, merkez düğümlerin ağdaki fikir dinamiğini kontrol etmek için bağnaz olarak seçilmiştir (Mobilia ve Georgiev, Voting and catalytic processes with inhomogeneities 2005).

Bu çalışmada, ilk önce ağın mıknatıslanması herhangi bir bağnaz olmadan doğrudan hesaplanmıştır. Daha sonra belli bir dereceye sahip farklı sayıda bağnaz seçerek, bağnaz kişilerin rolü araştırılmıştır. Bu kişileri seçme süreci, toplumun fikir dinamiğini etkili bir şekilde değiştirmektedir. Burada öncelikle ağın merkezi düğümleri seçilmeye ve bağnaz yapılmaya çalışılmıştır. Merkezi düğümlerin ortaya çıkışı, ağların ölçeksiz bir özelliğinin doğrudan bir sonucudur (Barabási 2018). Merkezi düğümlerin önemi Barabasi ve arkadaşları tarafından incelenmiştir. Yazarlar, ölçeksiz ağların dayanıklılığı merkezi düğümün rolünü göstermişler ve merkezi düğümlere yapılan bir saldırının ağ yapısını nasıl aşırı derecede değiştirdiğini göstermişlerdir (Albert, Jeong ve Barabasi, Error and attack tolerance of complex networks 2000). Merkezi düğümler genellikle karmaşık bir ağdaki yaşlı (ağa daha erken giren düğümler) düğümlerdir. İki temel husus, ölçeksiz ağları rastlantısal ağlardan farklı kılmaktadır. Birincisi, merkezi düğüm üreten ağın büyüme özelliğidir ve bu nedenle, merkezi düğümler ölçeksiz bir ağdan daha yaşlı düğümlerdir. İkinci husus, düğümlerin tercihli olarak eklenmesidir. Bu iki farklılık aynı zamanda merkezi düğümlerin ortaya çıkmasının nedenleridir (Albert ve Barabasi, Statistical mechanics of complex networks 2002).

Bağnazların etkisini araştırmaya çalışılan bir diğer yol da kişileri yakınsaklığına göre seçmektir. Yüksek yakınsaklık merkeziyeti, kişiyi fikir dinamiklerinde daha etkili hale getirebilecek iyi bir ölçüdür. Araştırıldıkça, yakınsaklık daha yüksek olan bağnazlar

fikir birliğine¹ hızlı ulaşmasına daha etkilidir. Yakınsaklık², Bavelas (1948) tarafından uzaklığın (Bavelas 1950) karşılığı olarak tanımlanmıştır. Merkeziyet fikrinin insan iletişimine uygulandığını göstermektedir. Bağlantılı bir çizgede, bir düğümün yakınlık merkeziliği, bir ağdaki bir düğümün merkeziliğini hesaplayan bir ölçüdür. Dolayısıyla, bir düğüm ne kadar merkezi olursa, diğer tüm düğümlere o kadar yakındır ve bu, düğümü sosyal iletişim çalışmalarında daha önemli hale getirmektedir. Karmaşık ağların en iyi bilinen genel ölçülerinden biri olan yakınsaklık merkeziyeti, birçok araştırmada incelenmiştir. Cohn ve Marriott (1958), Hindistan sosyal hayatının çeşitliliği bağlamında siyasi entegrasyonu anlamak için çalışmalarındaki yakınsaklığı kullanmıştır (C.Freeman 2002).

Bağnazların etkisini incelemek için kullanılan diğer karmaşık ağ ise rastlantısal ağdır. Rastgele bir ağ, olasılık dağılımlarını ifade eden bir ağdır. Bir ağda düğüm, i'den j'ye bir yol varsa, düğüm j'ye bağlıdır³. Bağlı veya tam bağlantılı çizgelerde tüm i ve j düğümleri doğrudan bağlıdır (Gilbert, Random graphs 1959).

Sonraki bölümde model açıklanmaktadır. Ardından bağnazların fikir dinamikleri üzerindeki etkisini incelenecektir. Bundan sonra, merkezi düğümler bağnaz olarak kullanılır ve fikir birliğine ulaşmasını, merkezi düğüm olmayan aynı sayıda bağnaza kıyasla daha hızlı olacağı görülmektedir. Rastlantısal ağlarda, erken bir fikir birliğine ulaşmak için daha fazla kişinin bağnaz olarak seçilmesi gerekirken, ölçeksiz ağlarda, küçük bir kısımda bile merkezi düğümler daha etkilidir ve toplum daha erken fikir birliği durumuna gelebilir.

6.1 Model

Model, bağnazlara dayanan önceden incelenmiş, modifiye edilmiş bir VM'dir. Orijinal VM'de benzer şekilde, toplum, iki fikir ± 1 olan bir seçmen olarak kişileri içermektedir.

¹ Consensus

² Closeness

³ Connected

Orijinal VM’de, her kişi duyarlıdır¹, bu tüm kişilerin fikirlerini değiştirebileceği anlamına gelmektedir. Modelimizde kişiler duyarlı ve bağınazlar (sabit fikirli) olarak iki gruba ayrılmaktadır. Bağınazlar duyarlı değildir², yani fikirlerini asla değiştirmemektedirler. Bu durumda, her iki tarafa (olumlu fikir ve olumsuz fikir) da aynı sayıda bağınaz dağıtıldığı durumda, toplumun fikir dinamiklerini değiştirmeyecektir (bağınazların her iki tarafta gücü eşit seviyededir).

Orijinal VM’de, iki fikir $\sigma_i = \pm 1$ olan bir seçmen olarak kişileri içermektedir. Her zaman adımında³, rastgele seçilen bir kişi komşularının birinin fikirlerinden kopyalayacaktır. Bu nedenle, bir fikrin değişme olasılığı şöyledir (Sucheckı, Eguíluz ve Maxi 2005):

$$P(\sigma_i \rightarrow -\sigma_i) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sigma_i}{k_i} \sum_{j \in v_i} \sigma_j \right) \quad (1)$$

K_i , i ’inci kişinin derecesidir, bu, i ’inci kişinin komşularının⁴ sayısı anlamına gelmektedir ve v_i i ’inci kişinin komşuluğudur⁵. Kısacası, i ’inci kişinin en yakın komşu bireylerinin listesi demektir.

Bu durumda, rastgele seçilen bir kişinin üç durumu olmaktadır:

- I.** Rastgele seçilen bireyin tüm komşuları onunla aynı fikirde ise, o zaman fikir değiştirme olasılığı 0’dır ($P(\sigma_i \rightarrow -\sigma_i) = 0$).
- II.** Tüm komşular aynı fikirde değilse: $P(\sigma_i \rightarrow -\sigma_i) = 1$.
- III.** Aksi takdirde, bireysel fikir değişebilir veya olmayabilir ve hepsi komşular derecesine (k_i) ve komşuluğa (v_i) bağlıdır.

Burada bizim modelimizde rastgele seçilen kişi bağınaz ise fikrini asla değiştirmez. Fikir güncellemesini simüle etmeye başlamadan önce, bazı kişilere 1 ve 0 bayraklarını (flag)

¹ Susceptible

² Unsusceptible

³ Time step

⁴ Neighbours

⁵ Neighbourhood

ekledik. Bayrak 1, bireyin bağınaz olduğu anlamına gelir. Ağ boyutumuz 1024'tür. Bu ağın her bir kişinin +1 veya -1 fikri vardır. +1'lerin ve -1'lerin fikirlerinin ilk toplumu¹ (t_0 'daki toplum) aynıdır:

$$N_+^{t_0} = N_-^{t_0} \quad (2)$$

$N_+^{t_0}$, 0 zamanında +1 fikri olan toplumu, $N_-^{t_0}$ ise 0 zamanında -1 fikri olan toplumu ifade eder.

Her zaman adımında güncelleme kuralımıza bağlı olarak, 8 kişi fikrini değiştirecek (veya değiştirmeyecek). Rastgele seçilen kişi bağınaz ise, o zaman güncelleme bağınaz olmayan bir kişi seçilene kadar tekrarlanacaktır.

Bağınazlar fikirlerini asla değiştirmezlerse de, diğer bireyler gibi fikir güncellemelerine aktif olarak katılırlar ve 1 oranına göre başkalarını ikna edebilirler. 1 olarak belirlediğimiz ikna gücü anlamına gelir. Burada, rastgele seçilen bir bağınaz olmayan kişi, komşusunun fikirlerinden birini 1 olasılıkla kopyalayacaktır. Burada, bu değiştirilmiş güncelleme kuralıyla yüzleşirken, rastgele seçilen bir kişinin üç durumu olacaktır:

I. Rastgele seçilen kişi bağınaz değilse ve tüm komşuları aynı fikirde ise, fikir değiştirme olasılığı 0'dır. ($P(\sigma_i \rightarrow -\sigma_i) = 0$).

II. Rastgele seçilen kişi bağınaz değilse ve tüm komşuları ile aynı fikirde değilse, o zaman: $P(\sigma_i \rightarrow -\sigma_i) = 1$.

III. Aksi takdirde, eğer rastgele seçilen kişi bağınaz değilse, bireysel fikir değişebilir veya değişmeyebilir ve hepsi komşular derecesine (k_i) ve komşuluğa (v_i) bağlıdır.

İlk durumda, bağınazları sadece olumlu tarafa yerleştirilmiştir. Bu, bağınazların tüm fikirlerinin 1 olduğu anlamına gelmektedir. Bundan sonra, bağınazları olumlu ve olumsuz taraflara yerleştirip sonra her iki durumda fikir birliği karşılaştırılacaktır.

¹ Initial Population

İlk aşamalarda, ağ üzerinde rastgele +1 ve -1 fikirleri dağıtılır. Yani +1 fikir ve -1 fikir toplum sayısı aynıdır.

Olumlu ve olumsuz fikirli toplumu normalleştirmek için denklem (3) kullanılmıştır:

$$d_+(t) = \frac{Z_+ + S_+(t)}{N}; \quad d_- = \frac{\sigma_-(t)}{N}. \quad (3)$$

$d_{\pm}(t)$, t zamanında olumlu veya olumsuz toplumun yoğunluğunu¹ belirtmektedir. Tüm ağ mıknatıslanma aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$m(t) = d_+(t) - d_-(t). \quad (4)$$

Fikir birliği durumunu araştırmak için ortalama toplum fikrini hesaplamakta fayda vardır. Ortalama mıknatıslanma ($|m|$) hesaplamak için:

$$|m| = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (5)$$

6.2 Ölçeksiz Ağlarda Bağnazlar

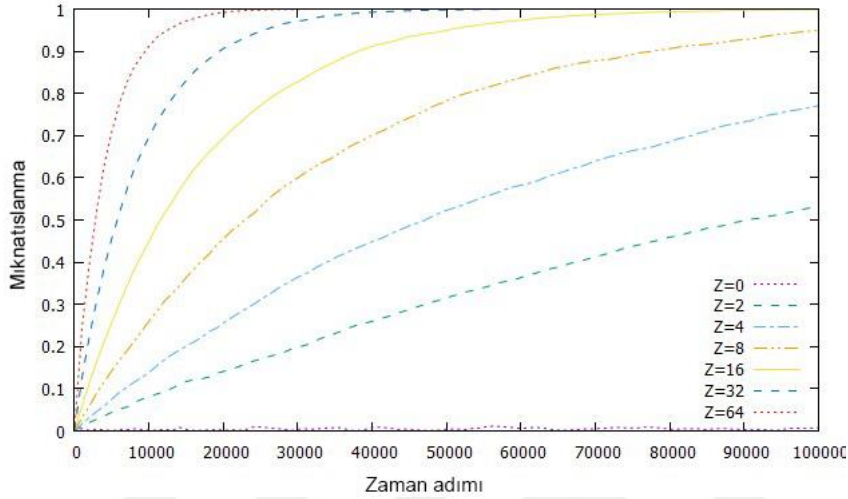
Ölçeksiz² ağıımız, 1024 düğüm ve yaklaşık olarak 8000 bağlantı Barabási-Albert modeline göre oluşturmuştur (Albert ve Barabasi, Statistical mechanics of complex networks 2002). Ortalama düğüm derecesi 8'dir. Ölçeksiz ağların ortaya çıkmasıyla, doğa ve sosyal ağlar, biyolojik hücreler ya da internet gibi çeşitli karmaşık sistemler bu tür karmaşık ağlar tarafından tanımlanabilmektedir (Albert ve Barabasi, Statistical mechanics of complex networks 2002). Sosyal toplum simülasyonu durumunda, bağnazlar olarak merkezi düğümlere sahip ölçeksiz ağlar ilginç bir çalışma olabilmektedir. Yüksek dereceli merkezi düğümler, fikir dinamiklerini aşırı derecede değiştirebilmektedir. İlk aşamada, toplumda 8 dereceye sahip olan 2,4,8,16,32 ve 64

¹ Density

² Scale-free network

kişiyi bağnaz olarak seçilmektedir. Olumlu (+1) ve olumsuz (-1) fikirlerin başlangıçtaki sayısı aynıdır. Şekil 6.1'de, fikir birliği ulaşmasına bağnazların rolü çizilmiştir. Aşağıda görüldüğü gibi, bağnazların sayısı, fikir birliği süresiyle¹ ters bir ilişkiye sahiptir.

1.



Şekil 6.1 1024 büyüklükte ölçeksiz ağda bağnaz sayısı ve sistem fikir birliği elde etme süresi ilişkisi

Daha fazla kişinin bağnaz olarak seçilmesiyle fikir birliği elde etme süresi azalacaktır. İlk durumda, ağda bağnaz yoktur ve tahmin edilebilir miknatıslanma sıfır civarında dalgalanmaktadır ($Z=0$). Bağnaz sayısını artırıldığında miknatıslanma artacaktır. Örneğin $Z=8$ durumunda, ağ ~ 80000 zaman adımında fikir birliğine ulaşmıştır (miknatıslanma=1). Tüm bağnazların derecesi 8 ve hepsinin olumlu taraftadır. Burada Z (zealot), bağnaz kişilerin sayısıdır

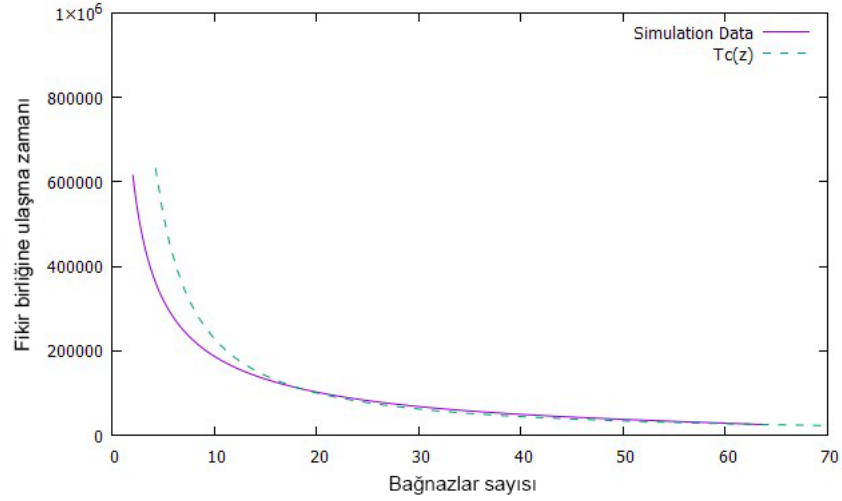
Toplum fikir birliği zamanı (T_c), ölçeksiz ağlarda bağnazlarla (Şekil 6.2) üstel bir ilişkiye² sahiptir:

$$T_c(z) \sim w \times z^{-1.186} \quad 2 \leq z \leq 64 \quad (6)$$

Burada w sabit bir değerdir. Şekil 6.2'de, farklı bağnaz sayıları için fikir birliği süresinin simülasyon verileri ile $T_c(z)$ uyumunu göstermektedir. Bu sonuç, sistemin fikir birliği süresinin t zamanı ile üstel olarak -1.186'ya yöneldiğini göstermektedir. 7 nolu denkleme göre bağnazların sayısını artırmak, sistem fikir birliği süresini azaltmak demektir.

¹ Consensus Time

² Exponential relation



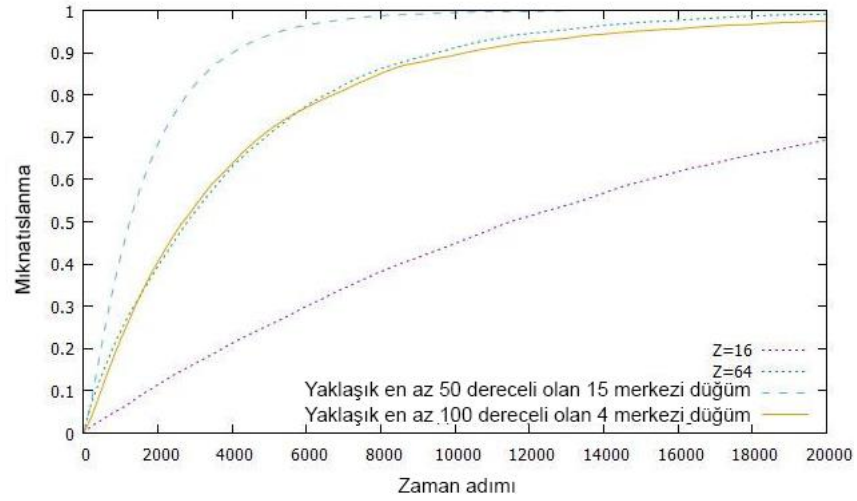
Şekil 6.2 Bağnazların çoğulması fikir birliği süresini azaltmaktadır

Fikir birliği zamanının bağnazlarla üstel bir ilişkisi vardır. Ağ, 1024 büyüklükte ve yaklaşık 8000 bağlantısı var. Modifiye edilmiş VM'i, 8 derece ve 1 fikirli 2 ila 64 bağnaz için incelenmektedir. Bu çizim, farklı bağnaz sayıları için fikir birliği süresinin simülasyon verileriyle uyuşan $T_c(z)$ 'yi göstermektedir

Ağ topolojisi ve güncelleme modeline göre, olumlu fikre sahip ve 8 komşusu olan kişiler sınırlıdır. Bu durumda minimum fikir birliği süresi yaklaşık $16,7 \times 10^3$ 'tür. (Her Monte Carlo adımında, maksimum kullanılabilir bağnazları ~ 100 seçilmelidir). Daha yüksek derecelere sahip bağnazlar daha etkilidir.

6.3 Merkezi Düğüm Olarak Bağnazlar

Önceki bölümde, 8 dereceli bağnazlar seçilmiştir. Bu bölümde, bağnazların etkilerini 8 dereceli bağnazlı merkezi düğüm olarak karşılaştırılmaktadır. Ağ, son bölümdeki ağıyla aynıdır (8000 bağlantılı ve 1024 düğüm). Bu topolojiye göre, her bir Monte Carlo adımında 50'den fazla dereceye sahip yaklaşık 15 merkezi düğüm ve 100'den fazla dereceye sahip yaklaşık 4 merkezi düğüm görülebilmektedir. Monte Carlo simülasyonuna göre, her adımda farklı sayılarda merkezi düğümler olmaktadır. Böylece, toplamda merkezlerin ortalama değeri hesaplanır. Merkezi düğümlerin etkilerini merkezi düğüm olmayanlarla karşılaştırmak için, ilk durumda (en az 50 derece olan merkezi düğümlerin), 16 kişiyi 8 dereceli (en yakın sayı 15 merkezi düğüm) ve ikinci durumda (en az 100 derece olan merkezi düğümlerin), 8 dereceli 4 bağnaz belirlenmiştir. Sonuç şekil 6.3 olarak çizilmiştir.



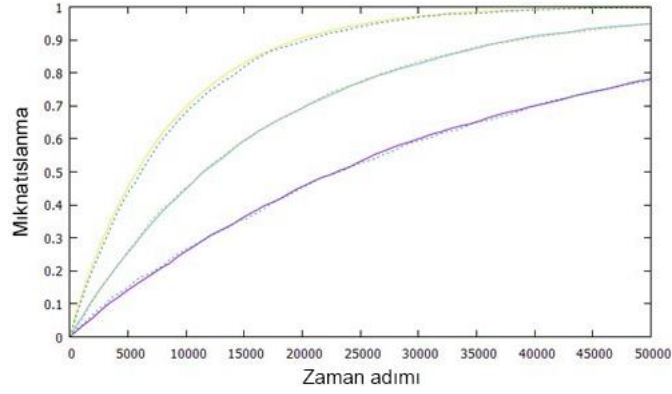
Şekil 6.3 Bu şekilde görüldüğü gibi, daha az sayıda sahip merkezi düğümlerin sistem birliği üzerinde daha fazla etkisi vardır

$Z = 16$ ve $Z = 64$ durumlarında, sırasıyla 8 dereceli 16 ve 64 bağnaz vardır. 100'den fazla dereceye sahip 4 merkezi düğüm durumunda, $Z = 64$ durumuyla aynı fikir birliği eğilimine sahiptir ve bunun sebebi bağnazlara ilişkin aynı bağlantılardan kaynaklanıyor olmasıdır. Burada Z (zealot), bağnaz kişilerin sayısıdır

Şekil 6.3'den gözlemleyebileceğimiz bir başka sonuç, **"100'den fazla dereceye sahip bağnazlar olarak 4 merkezi düğüm durumunda"** ve **"8 dereceli 64 bağnaz durumunda"** sistem miknatıslanmasının üst üste binmesidir. Görünüşe göre, bahsedilen iki durumda, bağnazları içerdikleri ile aynı bağlantılara sahiptir. İki durumda tüm bağnazların toplam derecesinin eşit olduğu anlamına gelmektedir. Bu konuyu daha ayrıntılı incelemek için daha fazla simülasyon yapılmıştır. 8 dereceli 8 bağnaz durumunda, bağnazlık¹ içeren 64 ($= 8 \times 8$) bağlantı vardır. Buna eşit durum, 11 dereceye sahip yaklaşık 6 bağnaztur (Bağnazlığı içeren 66 bağlantı). Bu iki durumda sistem miknatıslanması üst üste gelmesi beklenmektedir (Şekil 6.4). Ayrıca, aşağıda açıklandığı gibi aynı bağlantılara sahip 3 set daha çizilmiştir:

- I. derecesi 8 olan 8 bağnaz ~ derecesi 11 olan 6 bağnaz
- II. derecesi 8 olan 16 bağnaz ~ derecesi 13 olan 10 bağnaz
- III. derecesi 8 olan 32 bağnaz ~ derecesi 11 olan 23 bağnaz

¹ Zealotry



Şekil 6.4 Birbirini kaplayan ve aynı linklere sahip olan settler

Aşağıdan yukarıya setler sırasıyla I, II, III olarak adlandırılmıştır. Aynı bağlantılara sahip farklı sayıda bağnaz için fikir birliği eğilimi aynıdır. Örneğin, II. Set (orta çizgi) için iki simülasyonu vardır: 8 dereceli 16 bağnazlı ve 13 dereceli 10 bağnazlı. İlk durumda, bağnazlık içeren 128 bağlantı (16×8) ve ikinci durumda 130 bağlantı (10×13) birbirine yakın bağnaz içermektedir. Fikir birliği eğilimi her ikisinde de üst üste gelmektedir

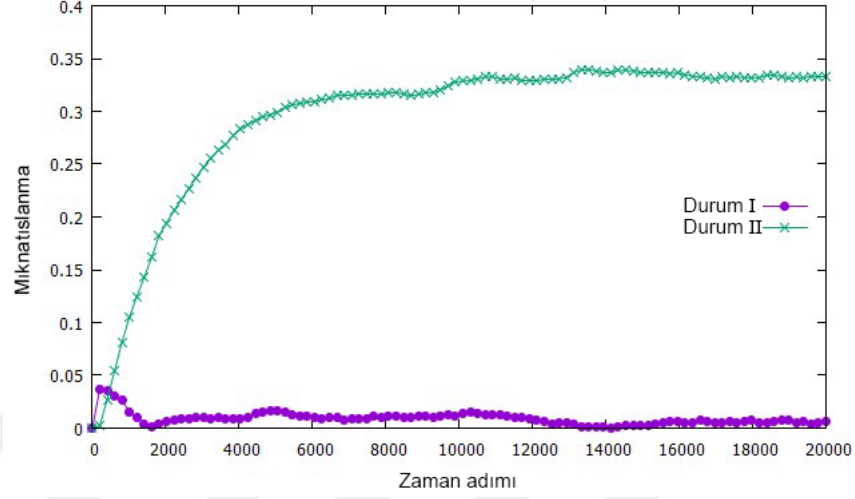
Şekil 6.4'te görüldüğü gibi, setler aynı bağlantıyı içermektedir. Sistem miknatıslanma üzerinde aynı etkiye sahiptir. Bu nedenle bağnaz çalışmasında, "kişiler"in bağnaz olduğuna ek olarak, "ilişkiler"in bağnaz olduğuna da dikkat edilmesinde de fayda vardır. Bağnazlıkla denklem 6'ya göre, set II için:

$$\frac{16^{-1.186}}{8} \sim \frac{10^{-1.186}}{13}$$

Bu denklemde ilk bölümde 16 bağnazların sayısını, 8 ise bağnazların derecesini ifade etmektedir. Aynı şekilde ikinci bölümde, 10 bağnazlara ve 13 bağnazların derecesine ifade etmektedir.

Çalışmanın devamında, bağnazların etkisini incelemek için olumsuz ve olumlu taraflara bağnalar yerleştirilmiştir. Olumlu ve olumsuz fikirlerin ilk toplumu aynıdır. Burada merkezi düğümlerin etkilerini araştırmak için, olumlu merkezi düğümler olarak bağnazlar (yaklaşık 4 merkezi düğüm) belirlenmiştir ve olumsuz taraftaki merkezi düğümler bağnaz değildir. Ancak 8 dereceye sahip 32 kişi bağnazdır ve 50'den fazla dereceye sahip sadece 4 olumlu merkezi düğümlerle rekabet halindedir (bkz. Şekil 6.5'deki durum I). Görünüşe göre merkezi düğüm olmayan 32 bağnaz bile sadece 4 merkezi düğüm bağnaz ile rekabet etmek için yeterli değildir. Olumsuz taraftaki

bağnazları 64'e çıkınca, toplum 0.3 civarında sabit durum¹ dalgalanmasına ulaşmıştır (bkz. Şekil 6.5'deki durum II).



Şekil 6.5 Bağnazlar olarak merkezi düğüm ve merkezi düğüm olmayanların rekabeti

II. durumda, karşı taraftaki bağnazların fikirlerini asla değiştirmemesi nedeniyle, toplum miknatıslanması 0.3 civarında dalgalanır ve ağ hiçbir zaman fikir birliğine varamamaktadır. I. durumda, olumlu tarafta 50'den fazla dereceye sahip 4 bağnaz olan merkezi düğüm bulunurken, karşı tarafta (olumsuz tarafta) 8 dereceli 32 bağnaz bulunmaktadır. Bu durumda miknatıslanma, her iki taraftaki bağnazları içeren eşit bağlantı sayıları (~ 250 bağlantı) nedeniyle sıfır civarında dalgalanmaktadır. II. Durumda, bağnaz bağ sayılarını 512'ye (8. derece ile 32 bağnaz belirlenmiştir) ve olumsuz taraf lehine miknatıslanma değerini de 0.3'e yükseltmiştir (Sistem kararlı durumda). Ancak toplum, karşı taraftaki bağnazlar nedeniyle asla fikir birliği durumuna ulaşamaz.

Sabit durumda miknatıslanma (m_s) eğrisinin aşağıdaki denkleme göre iyi bir uygunluğa sahiptir:

$$m_s = \frac{Z_+ - Z_-}{Z_+ + Z_-}$$

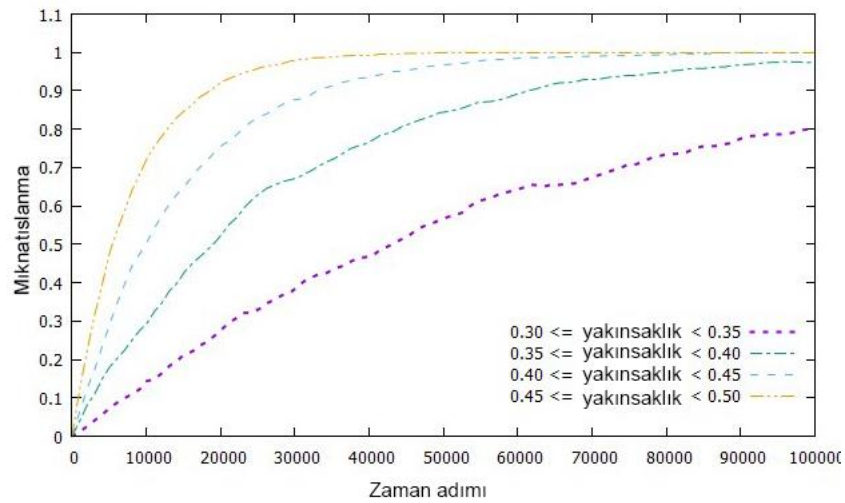
6.4 Yakınsaklık Merkeziyetine² Dayalı Bağnazlar

Merkeziyet, bir çizgede bir düğümün merkezi olarak konumlanma derecesini ifade etmektedir (Sabidussi 1966). Çizge kuramında, yüksek yakınlığa sahip düğümler dikkate değerdir. Yakınsaklık merkeziyeti, düğümler ile diğer tüm düğümler arasındaki

¹ Steady State

² Closeness Centrality

en kısa yolların uzunluğunun toplamı olan bir çizgedeki merkeziyet ölçüsüdür. Bu çalışmada, merkezi düğümlerin bağınaz olarak seçilmesine ek olarak, yakınlıklarına göre bağınazlar belirlenmiştir. Düğümler arasındaki en kısa yolu bulmak için Dijkstra algoritmasını kullanılmaktadır. Ağ düğümlerimizin yakınsaklığı 0.3 ile 0.5 arasındadır. Olumlu tarafa, farklı yakınsaklığa sahip 4 kişiyi bağınaz olarak belirlenmiştir. Olumlu ve olumsuz fikirlerin ilk sayısı eşittir (şek.31). Ağ; 1024 düğümlü, ölçeksiz bir ağ olan daha önceki bölümün ağı ile aynıdır.



Şekil 6.6 Bağınazların daha yüksek yakınsaklık ile fikir birliği başarısındaki etkisi

Her durumda, farklı yakınsaklığa sahip 4 bağınaz vardır. Aşağıdan yukarıya bağınazların yakınsaklığı artmakta ve beklendiği gibi fikir birliğine varma süresi azalmaktadır. Tüm bağınazlar aynı taraftadır (Bağınazların fikri olumludur)

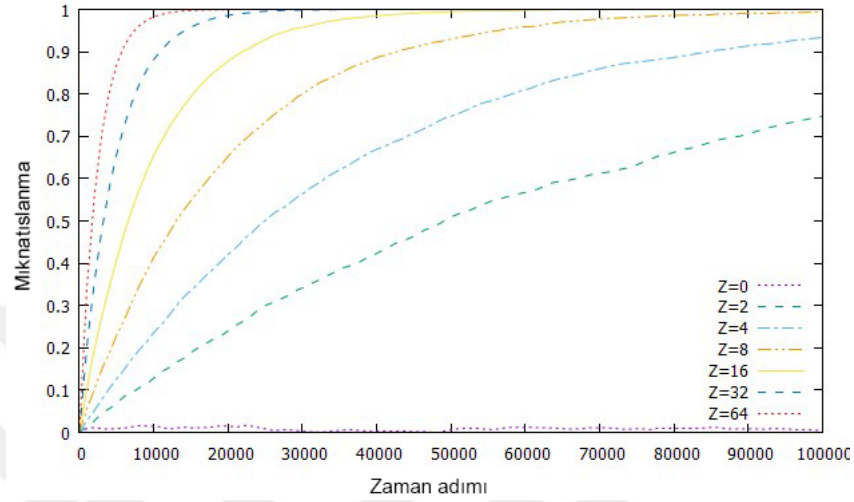
Görüldüğü gibi, yakınsaklığı daha yüksek olan bağınazlar, toplumun bir fikir birliğine daha hızlı ulaşmasını sağlayabilmektedir.

6.5 Bağınazlar Rastlantısal Ağlarda

Rastlantısal ağlarda, özellikleri nedeniyle merkezi düğümler yoktur. Bu, çoğu düğümlerin aynı bağlantılara sahip olduğu ve bu nedenle rastlantısal ağların düşük heterojenliğe sahip olacağı anlamına gelmektedir. Bu nedenle, tüm düğümlerin yakınlık merkeziliği birbirine çok yakındır. Bu durumda, erken bir fikir birliği durumuna ulaşmak için, daha fazla kişiyi bağınaz olarak seçilmesi gerektiği anlamına gelmektedir.

Aşağıda görüldüğü gibi, bağnazların sayısı sistem fikir birliği süresi ile ters orantılıdır (şekil 6.7). Burada rastlantısal ağ boyutu 1024'tür ve tüm bağnazların derecesi 10'dur.

6.



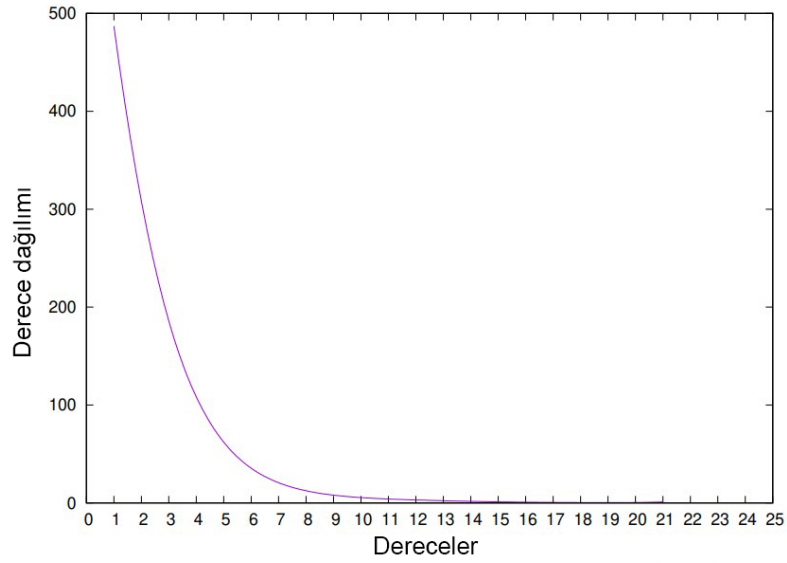
Şekil 6.7 Rastlantısal ağlarda fikir birliği durumu başarısında bağnazların etkisi

Tüm bağnazların derecesi 10'dur ve aynı taraftadır (fikirleri aynıdır). Daha fazla kişiyi bağnaz olarak seçerek fikir birliği elde etme süresi azalacaktır. Simülasyon farklı sayıda bağnazlarda incelenmiştir. İlk durumda, ağda bağnaz yoktur ve öngörülebilir miknatıslanma sıfır civarında dalgalanır ($Z = 0$). Bağnazların sayısını artarsa miknatıslanma artacaktır. Yani $Z = 8$ durumunda, ağ ~ 100000 zaman adımında fikir birliğine ulaşmıştır. (Miknatıslanma = 1). Burada Z (zealot), bağnaz kişilerin sayısıdır

Ölçeksiz ağda olduğu gibi rastlantısal ağda, daha yüksek dereceli veya daha yüksek yakınlığa sahip bağnazlar, toplumun fikir dinamiklerini daha fazla etkileyebilmektedirler. Benzer şekilde; diğer karmaşık ağlarda, aynı bağlantıya sahip farklı sayıdaki bağnazlar, fikir dinamikleri üzerinde aynı etkiye sahiptir.

6.6 Gerçek Ağlarda Uygulama

Gerçek ağlarda matematiksel sonucu belirlemek için, modifiye edilmiş VM'i gerçek ağ üzerinde de simüle edildi (M 2005) . 2288 düğüm (mevcut yazarlar) ve 4190 bağlantı (iki yazar arasındaki makalenin ortak yazarlığını belirtir) içeren Yazar işbirliği ağını (ACN) kullanılmıştır (bu ağı matematiksel modellerimize yaklaştırmak için döngülü düğünler silinmiştir. Yani toplam bağlantı sayısı 1144'tür). Bu ağdaki derece dağılımı, şekil 6.8'de sunulmuştur.

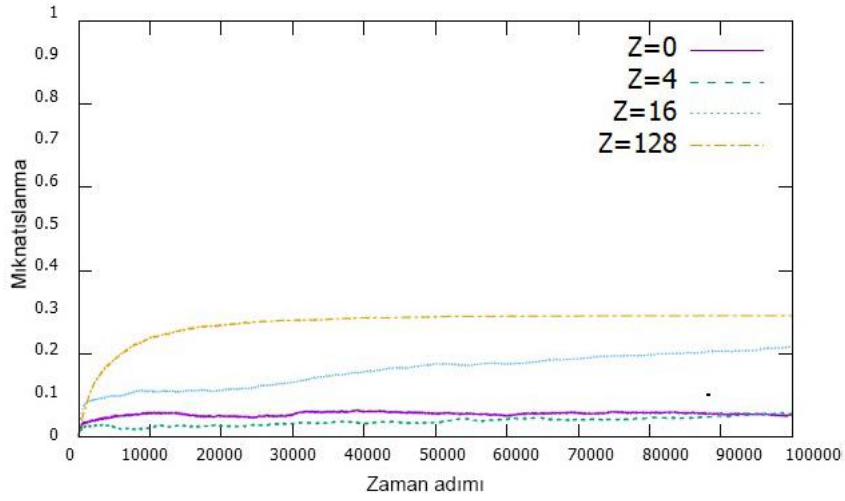


Şekil 6.8 ACN'nin derece dağılımı

Derecelerin dağılımından da anlaşılacağı gibi, ağ ölçeksiz tiptedir. Bu ağı matematiksel modellere yaklaştırmak için döngüleri silinmiştir

Ağ yoğunluğu, toplum fikir birliğinde önemli bir rol oynar. Örneğin önceki ağlarımızda, ölçeksiz ağın yoğunluğu 0,015'tir, bu da bağnazların etkilerini büyük ölçüde artırır. Ancak bu bölümde kullanılan ağda yoğunluk çok düşüktür (Yaklaşık 0,0004). Birçok düğümün 1,2 ve 3 derecesi vardır (ortalama düğüm derecesi $\langle k \rangle$ 1'e eşittir). Halbuki, kendi oluşturduğumuz ölçeksiz ağda, ortalama düğüm derecesi $\langle k \rangle = 8$ idi.

İlk olarak 0,4,16 ve 128 derecesi 2 olan kişileri bağnaz yapıldı. Başlangıç toplumun olumlu ve olumsuz fikir sayıları aynıdır. Şekil 6.9'de, fikir birliği başarısında bağnazların rolünü gösterilmiştir. Aşağıda görüldüğü gibi, bağnazların sayısı, toplum fikir birliği süresiyle ters orantıdadır.

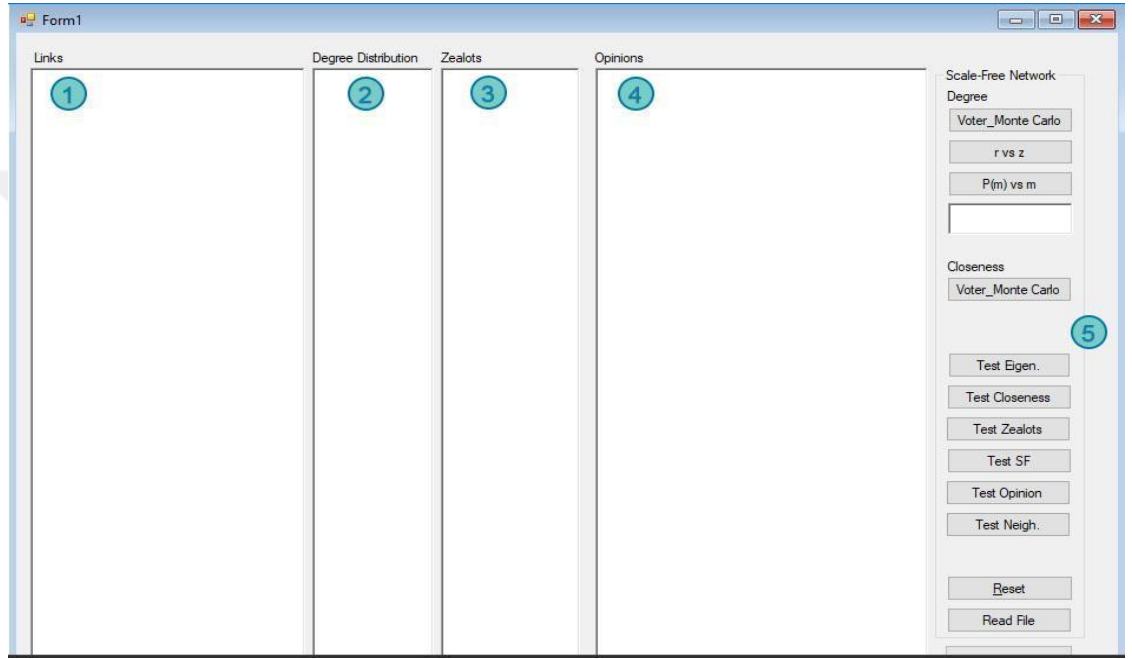


Şekil 6.9 2288 düğüm ve 1144 bağlantı ile gerçek ölçeksiz bir ağda bağnazların sayısı ve toplum fikir birliğine etkileri

Daha fazla kişiyi bağnaz olarak seçerek fikir birliği elde etme süresi azalacaktır. Ancak ağ yoğunluğunun düşük olması nedeniyle toplum asla fikir birliğine varmayacaktır. Burada Z(zealot), bağnaz kişilerin sayısıdır.

7. YÖNTEM

Bu bölümde kullanılan yöntemler anlatılacaktır. Çalışma kodları C#'ta gerçekleşmiştir. Bu bölümde kullanılan algoritmalar ve fonksiyonlar anlatılacaktır. Çalışmanın daha hızlı bir şekilde ilerlemesi için çalışmaya uygun bir arayüz tasarlanmıştır.



Şekil 7.1 Geliştirdiğimiz yazılımın arayüzü

1. Simülasyona başlamadan önce oluşturulan ağın doğru olup olmadığının öğrenilmesi gerekmektedir. Bunu gerçekleştirmek için ilk başta 10 düğümden oluşan küçük bir ağ oluşturup hangi düğümler birbirine komşu olduğu kolay bir şekilde incelenebilir.
2. Her karmaşık ağların belli özellikleri vardır. Genel olarak bir ağın türünü anlamak için derece dağılımına bakılabilir. 2. Bölümde bu derece dağılıma bakarak ve daha sonra GNUplot¹ ile gösterilen sonuçlara bakılarak ağ türünün doğru olup olmadığını denenebilir. Geçen bölümlerde her ağın derece dağılımı nasıl olduğunu anlatılmıştır.
3. Yazılımın bu bölümünde ağda kaç kişinin bağınaz olduğu yazdırılmaktadır.

¹ Çalışmalarımızda sonuçları düzenlemek etmek için kullanılan bir yazılım.

4. Bu bölümde her kişinin fikri yazdırılmaktadır. Çalışılan ağlarda fikirler 1 veya -1 olmuştur. Fikirler 0 ve 1 arasında veya -1 ve +1 arasında da belirlenebilir.
5. Bu bölümde yazılan farklı fonksiyonları çalıştırmak için kısa yollar konulmuştur. Yazılan fonksiyonlar daha sonra açıklanacaktır.

İlk başta ağları oluşturmak için farklı fonksiyonlar yazılmıştır. İlk başta en basit ağ yani “Tam Bağlantılı Ağ¹” ağı oluşturulmuştur. Ağı oluşturmak için ilgili fonksiyonlar yazılmıştır. Fonksiyonları anlatmadan önce birkaç kavramın anlatılmasında fayda bulunmaktadır.

Monte Carlo Simülasyonu

Rastgele üretilen sayılardan faydalanılarak istatistiksel simülasyonlar Monte Carlo metoduyla yapılır. Monte-Carlo Nicholas Constantine Metropolis (1915-1999) tarafından bulunmuştur ve atom bombasının geliştirildiği Los Alamos Ulusal Laboratuvarında, bombanın patlamasından sonra dağılan nötronlara karşı kalkan modellemek için Stanislaw Ulam tarafından günümüze taşınmıştır.

Bu metod, deney girdileri belli olmayan, kesin olmayan bir şekilde gelmesi beklenirse ve dağılım bir fonksiyonla hesaplanabilecek ise kullanılmaktadır. Monte Carlo, rastgele sayıları baz alarak tahmini sistemleri modellemektedir.

Örnek²

Deneylerin ortalama bir sonucunu görmek için birden fazla örnek yapılmalıdır. Her deneyde bir ağ oluşturup, fikir dinamiklerin modelini uyguladıktan sonra sonuçları birinci, ikinci, üçüncü,... olarak toplayıp en sonda bu toplanan değer örnek sayısına bölünmelidir. Örnek sayısı ne kadar fazla olursa sonuçlar da o kadar net olur.

¹ Fully Connected Network

² Sample: Monte Carlo yönteminde her bir deney setine denilir.

Çizelge 7.1 Zaman adımı

Zaman adımı (Iteration)									
1	2	3	4	5	6	...	998	999	1000

Zaman Adımı¹

Fikir dinamikleri modellerinde her bir adımda bir veya birden çok kişi fikrini değiştirebilmektedir. Gerçek dünyada zaman adımı; bir saat, bir gün veya bir yıl gibi zaman ayrımlarına denk gelebilmektedir.

```
static class Constants {  
    public const int NOV = 1024;  
    public const int iter = 100000;  
    public const int sample = 100;  
}
```

Ağ, ağdaki düğüm (kişiler) sayısını NOV adlandırmıştır (NOV= 1024). Zaman adımı sayısı 100000 ve Monte Carlo örnek sayısı 100 olarak belirlenmiştir. Simüle hızı direkt olarak bu 3 değere bağlıdır.

Kişilerin özellikleri Struct (Yapı) olarak belirlenmiştir:

```
struct Nodes {  
    public int nodeID;  
    public int degree;  
    public int opinion;  
    public int Bağnaz;  
    public double closeness;  
};
```

¹ Iteration veya Time Step

- **NodeID**: Fonksiyonlara düğümleri daha kolay bulmak için her düğüme bir ID (kimlik) verilmiştir.
- **Degree**: Her düğümün derecesi.
- **Opinion**: Her kişinin fikri (bu aşamada düğümlere artık kişi, kişi veya birey denilebilmektedir).
- **Bağnaz**: Bir kişinin bağnaz olup olmadığı bu değerle tutulabilir.
- **Closeness**: Her kişinin yakınsaklık değeri.

Fonksiyonlar

En önemli ve çok kullanılan fonksiyonları kısaca anlatılacaktır ve daha sonra ölçeksiz ağ için simüle edilen algoritma anlatılacaktır:

```
voter_update(agent);
```

En önemli fonksiyon budur. Bu fonksiyon “agent” denilen kişiyi alıp onun fikrini güncelleme kuralına göre güncellenmektedir.

```
SF_Network_generate();
```

Bu fonksiyon ölçeksiz bir ağ oluşturmaktadır.

```
find_neighbours();
```

Bu fonksiyon bütün ağ komşuluklarını bulup bir diziye (array) kaydetmektedir.

```
add_opinion(0.5);
```

Bu fonksiyon olumlu fikre sahip olan kişi sayısının yüzdesini alıp ağı fikir dağıtmaktadır. Örneğin 0.6 değeri verildiğinde toplumun %60'ı +1 ve %40'ı -1 fikre sahip olacaklar.

```
make_hobs_Zealot(100);
```

Bu fonksiyon ağdaki merkezi düğümleri bağnaz yapmak içindir. Merkezi düğümlerin minimum derecesini alıp (burada 100) derecesi 100'den fazla olan merkezi düğümleri bağnaz yapmaktadır.

```
make_Zealot_degreeBased(16, 8); //int zealot_number, int zealot_degree
```

Bu fonksiyon ağdaki belli sayıda olumlu fikirli olan kişileri bağnaz yapmak içindir. Örneğin burada derecesi 8 olan 16 olumlu kişiyi bağnaz yapmaktadır.

```
make_Zealot_degreeBased_neg(16, 8); //int Zealot_number, int Zealot_degree
```

Bu fonksiyon ağıdaki belli sayıda olumsuz fikirli olan kişileri bağnaz yapmak içindir. Örneğin burada derecesi 8 olan 16 olumsuz kişiyi bağnaz yapmaktadır.

```
calculate_m()
```

Bu fonksiyon mıknatıslanmanın değerini hesaplamaktadır. Diğer fonksiyonlar bu çalışmanın kaynak koduna bakarak incelenebilir.

Ölçeksiz ağ için algoritma:

Bu algorithmada ilk başta toplumu simüle etmek için ölçeksiz ağ oluşturulacaktır. Sonra toplumun %50'sine +1 fikri ve %50'sine -1 fikri dağıtılacaktır. Bir sonraki aşamada, 100,000 zaman adımında derecesi 8 olan 16 kişiyi bağnaz yapıp VM güncelleme kuralı uygulanacaktır. Bu adımların hepsi her Monte Carlo örneği için tekrarlanacaktır ve sonuçları topladıktan sonra örnekler sayısına bölünecektir:

```
for (int it = 0; it < Constants.iter; it++)  
  
    sample_array[it] = 0;  
  
    for (int sa = 0; sa < Constants.sample; sa++) {  
  
        empty_Network();  
  
        SF_Network_generate();  
  
        find_neighbours();  
  
        add_opinion(0.5);  
  
        make_Zealot_degreeBased(16, 8);  
  
        for (int it = 0; it < Constants.iter;) {  
  
            for (int i = 0; i < 8; i++) {  
  
                int agent = random.Next(Constants.NOV);  
  
                if (N[agent].Zealot == 0)  
  
                    voter_update(agent);  
  
            }  
  
            calculate_m();  
  
            sample_array_pos[it] += number_of_posotive;
```

```

        sample_array_neg[it] += number_of_negative;

        it++;

    } }

    for (int it = 0; it < Constants.iter; it++) {

        sample_array_pos[it] = sample_array_pos[it] / (Constants.sample);

        sample_array_neg[it] = sample_array_neg[it] / (Constants.sample);

    }

    using (var writer = new StreamWriter("C:\\Users\\user\\Documents\\t"+ze+".txt"))

        for (int it = 0; it < Constants.iter; it++) {

            double        magnization        =        Math.Abs((double)(sample_array_pos[it]
sample_array_neg[it]) / (sample_array_pos[it] + sample_array_neg[it]));

            writer.WriteLine(it + " " + magnization);

        }

```

8. TARTIŞMA VE SONUÇ

Toplumların ortaya çıkmakta olan kolektif davranışları, temel olarak kişilerin hali hazırda karmaşık fizyolojik ve psikolojik etkileşimlerin bir sonucu olmasındandır. Fikir dinamikleri konusundaki mevcut literatürü netleştirmek amacıyla daha az araştırılmış içeriklere, örneğin bireyler arasındaki uyumsuzluk ve modellemenin düşünülen dış bilgilerin etkisine vurgu yaparak, sosyal modelleme için bu çalışmada son yöntemlere genel bir bakış sunulmuştur.

Karmaşık ağlar aslında etrafımızda olan sistemlerin bir çoğuna hitap edebilir. Etrafımızda her sistemi incelemek için onun yapısını öğrenip içindeki üyelerin davranışı incelenmelidir. Bu esnada her üyenin davranışını göze alarak onun bütün sisteme etkisine bakılacaktır. Daha doğrusu burada amaç, bireylerin davranış veya özellikleri değil, bireylerin davranış ve özellikleri sistemi nasıl etkileyeceğidir.

Kimi zaman etraftaki sistemler çok karmaşık olabilir. Bu durumda bu tür karmaşık sistemleri incelemek için gereken ilk adım, sistemin yapısını anlamaktır. Tezin ilk bölümlerinde karmaşık ağların türü incelenmiştir. Daha sonra bu sisteme üye olan bireylerin ortak özelliklerini incelenmelidir. Her bir kişi veya birey, her bir zaman diliminde etrafındaki bir veya birden çok olan kişileri (komşular) etkileyebilmektedir. Bu etkileme; bir hastalık bulaşması, bir haberin duyulması veya komşularının bir özelliğini değiştirmek gibi etkilemeler olabilir.

Karmaşık ağların en bariz örneği, insanlar toplumudur. Çalışmada odaklanılan kısım, insanlar arasındaki fikir hareketlerini incelemektir. Bu amaca varmak için uygun karmaşık ağı oluşturduktan sonra bir güncelleme kuralı uygulanmıştır. Bizim kullandığımız güncelleme, VM güncelleme kuralıdır. Seçmen modelinde, her bir zaman adımında rastgele bir kişinin fikri bir komşusundan kopyalanır. Ağ boyutu 1024'tür. Ve her kişinin fikri +1 veya -1 olabilmektedir. İlk başta toplumun +1 ve -1 olan kişilerin sayısı aynıdır (%50). İlk simülasyon toplumunda bağınaz yoktur. Ve görüldüğü gibi toplumun miknatıslanması 0 civarında dalgalanmaktadır. Bu durum her iki tarafın gücü

birbirine yetmediğini anlamına gelmektedir. Sistem dengeli haldedir. Bu durumda toplumda fikir birliği yoktur.

Fikir dinamiği modellerinde, karşı taraftaki diğer kişiler ikna etmek için iki farklı fikri olan kişi birbiriyle rekabet halindedir. Fikirlerini asla değiştirmeyen bir özelliğe sahip bağınazlar, fikir birliğine ulaşmada önemli bir rol oynamaktadırlar. Bir toplumdaki bağınazlar tarafından, küçük bir kesimde bile, toplum bir fikir birliği durumuna geçmektedir. Bu sürenin bağınazlara ve onların derecelerine bağlı olduğunu araştırılmıştır. Öncelikle, 8 dereceli düğümler bağınaz olarak seçilmelidir. Ağda ortalama derece 8'dir. Yani ağlardaki normal düğümlerden bağınaz olarak seçilmiştir. Bu durumda erken bir fikir birliği elde etmek için bağınazların sayısı artmalıdır. Ayrıca bağınazlar kaybeden taraftayken, toplumun fikir birliğine varmasına asla izin vermezler ve bu onların basit özelliklerinden kaynaklanmaktadır: **Bağınazlar fikirlerini asla değiştirmezler.** Ve son olarak; toplum, olumlu ve olumsuz bağınazlara bağlı olarak bir değer (toplumun sabit durumu) etrafında dalgalanmaktadır:

$$\left| \frac{Z_+ - Z_-}{Z_+ + Z_-} \right|$$

Bu denklemde görüldüğü gibi toplumun sabit durumu olumlu ve olumsuz bağınazlara bağlıdır. Bir tarafta bağınaz olmadığı durumda sabit durum 1 olacaktır. Yani toplum sonunda fikir birliğine ulaşacaktır. Aynı dereceye sahip olan 1 bağınaz ve birkaç bağınazın etkilerinin eşit olduğu da araştırılmıştır.

Son olarak, farklı yapılara sahip rastlantısal ağlarda, bağınazların etkilerini görülebilmektedir. Bağınazların etkileri aynıdır; ancak burada merkezi düğümlerin olmaması nedeniyle, fikir birliği süresini kısaltmanın tek yolu bağınazların sayısını arttırmaktır.

Bağınazlar, partilerde partizan rolünü oynamaktadırlar. Tabi ki, bu partizanlar toplumdaki popüler insanlarsa, fikirlerin oluşumu üzerindeki etkilerinin çok büyük

olacağı açıktır. Bu durumda bağnazların ağı fazlasıyla uzlaşmaya götürebilecekleri görülmüştür.

Genel olarak fikir dinamikleri, hastalık buluşmasına veya bir haberin dağılmasına benzemektedir. Karmaşık ağlarda oldukça farklı konular bulunmaktadır. Ancak bir sistemi araştırmak için onun nasıl bir karmaşık ağ olduğu düşünülmelidir. O sistemin bireyleri incelendikten sonra, sistemin davranışını farklı koşullar altında görmek mümkün olacaktır.



KAYNAKLAR

- A, Barabási., and Réka .A. "Emergence of scaling in random networks." *Science*, 1999: 509-512.
- Acemoglu, D., and G. Como. *Opinion Dynamics and Learning in Social Networks*. Boston, 2010.
- Albert, R., and A. L. Barabasi. "Statistical mechanics of complex networks." *Reviews of Modern Physics*, 2002.
- Albert, R., H. Jeong, and A. Barabasi. "Error and attack tolerance of complex networks." *Nature*, 2000.
- Amaral, L. A. N., M. Barthélemy A. Scala, and H. E. Stanley. "Classes of small-world networks." *Proc Natl Acad Sci USA*, 2000.
- Ball, P. "How One Thing Leads to Another." *Critical Mass*, 2004.
- Barabási, A. *Network science*. 2018.
- Bavelas, A. "Communication Patterns in Task-Oriented Groups." *Journal of the Acoustical Society of America*, 1950: 725-730.
- Bollobás, B, Riordan, Spencer, J. O, and G. Tusnády. "Random Structures and Algorithms." *The degree sequence of a scale-free random graph process*, 2001.
- Buchanan, M. "The social atom." *Bloomsbury*, 2007.
- Bullo, F., J. Cortes, J. P. Hespanha, and P. Tabuada. *Proceedings of the 3rd IFAC Workshop on Distributed Estimation and Control in Networked Systems*. Santa Barbara, 2012.
- C.Freeman, L. "Centrality in social networks conceptual clarification." *Social Networks*, 2002.
- Castellano, A., M.A. Munoz, and R. Pastor-Satorras. "Nonlinear q-voter model." *Physical Review*, 2009.
- Clifford, P., and A. Sudbury. "A model for spatial conflict." *Biometrika*, 1973.
- Dandeka, P., A. Goel, and D. Lee. "Biased assimilation, homophily, and the dynamics of polarization." *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2013: 1-28.
- Deffuant, G., D. Neau, F. Amblard, and G. Weisbuch. "Advances in Complex Systems." 2000.
- Dorogovtsev, S. N., J. F. F. Mendes, and A. N. Samukhin. "Structure of Growing Networks with Preferential Linking." *Phys. Rev*, 2000.
- Dorogovtsev, S., and J. Mendes. "Evolution of Networks." 2003.
- French, J. R. P. "A formal theory of social power." *Psychological Review*, 1956: 181-194.
- Galam, S. "Minority opinion spreading in random geometry." *Phys*, 2002.

- Gargiulo, F., and J.J. Ramasco. "Influence of Opinion Dynamics on the Evolution of Games." *PloS one*, 2012.
- Gilbert, E. N. "Random graphs." *The Annals of Mathematical Statistics*, 1959.
- Gilbert, E. N. "Random graphs." *The Annals of Mathematical Statistics*, 1959.
- Havlin, S., and R. Cohen. "Complex Networks: Structure, Robustness and Function." 2010.
- Hegselmann, R., and U. Krause. "Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation." 2002.
- Holley, R., T. Liggett, and Ann. Probab. "Ergodic Theorems for Weakly Interacting Infinite Systems and the Voter Model." *Annals of Probability*, 1975.
- Hong, H., and S. Strogatz. "Conformists and contrarians in a Kuramoto model with identical natural frequencies." *Physical Review E* 84 (American Physical Society), 2011.
- Huckfeldt, R., P. Johnson, and J. Sprague. *Political disagreement: The survival of diverse opinions within communication networks*. Cambridge University Press, 2004.
- Karau, Steven, and Kipling Williams. "Social Loafing: Research Findings, Implications, and Future Directions." *Current Directions in Psychological Science*, 1995.
- Khalil, N., M. San Miguel, and R. Toral. "Zealots in the mean-field noisy voter model." *Phys. Rev*, 2018.
- Kurmyshev, E., H.A. Ju'arez, and R. Gonz'alez-Silva. "Statistical Mechanics and its Applications." *Physica A*, 2011.
- Liang, H.M., C.C. Li, Y.C. Dong, and Y.P. Jiang. "The fusion process of interval opinions based on the dynamic bounded confidence." *Inf. Fusion*, 2016: 112-119.
- M, Blagus B. "The network of collaboration: Informatica and Uporabna Informatika." *Uporabna Informatika*, 2005.
- Majorana, E. "The value of Statistical Laws in Physics and in Social Sciences." *Scientia*, , 1942.
- MARTINS, A. C. R. "CONTINUOUS OPINIONS AND DISCRETE ACTIONS IN OPINION DYNAMICS PROBLEMS." *International Journal of Modern Physics C*, 2008.
- Mas, M., and A. Flache. "Individualization as Driving Force of Clustering Phenomena in Humans." *LoS Computational Biology*, 2010.
- Masuda, N. "Opinion control in complex networks." *New Journal of Physics*, 2015.
- Mavrodiev, P., C.J. Tessone, and F. Schweitzer. "Effects of social influence on the wisdom of crowds." *Collective Intelligence*, 2012.
- McGann, A. J. "The Tyranny of the Supermajority: How Majority Rule Protects Minorities." *Center for the Study of Democracy*, 2002.

- Mirtabatabaei, A., and F. Bullo. "Opinion Dynamics with Heterogeneous Interactions and Information Assimilation." *American Control Conference*. Santa Barbara, 2013.
- Mobilia, M. "Does a Single Zealot Affect an Infinite Group of Voters?" *Physical Review Letters*, 2003.
- Mobilia, M., A Petersen, and S Redner. "On the role of Zealotry in the voter model." *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2007.
- Mobilia, M., and I. T. Georgiev. "Voting and catalytic processes with inhomogeneities." *Physical Review E*, 2005.
- Moretti, P., A. Baronchelli, M. Starnini, and R. Pastor-Satorras. "Dynamics on and of complex networks." *Springer New York*, 2013.
- Nowak, A., and M. Lewenstein. "Modelling and Simulation in the Social Sciences From a Philosophy of Science Point of View." *Kluwer Academic Publishers*, 1996: 249–285.
- R.Friedman, and M.Friedman. "The Tyranny of the Status Quo." 1984.
- Sabidussi, G. "The centrality index of a graph." *Psychometrika*, 1966: 581–603.
- Salamon, T. "Design of Agent-Based Models : Developing Computer Simulations for a Better Understanding of Social Processes." 2011.
- Schweitzer, F., and L. Behera. "Systemic risk in a unifying framework for cascading processes on networks." *The European Physical Journal*, 2009.
- Sîrbu, A., V. Loreto, V.D.P. Servedio, and F. Tria. "Opinion dynamics: models, extensions and external effects, Participatory Sens." 2016: 363-401.
- Solla, D. J. d. "Networks of Scientific Papers." *Science*, 1965.
- Suchecki, K., V. M. Eguíluz, and S. Maxi. "Voter model dynamics in complex networks: Role of dimensionality, disorder, and degree distribution." *Physical Review E*, 2005: 228.
- Tanabe, S., and N. Masuda. "Opinion dynamics: models, extensions and." *arXiv preprint arXiv*, 2013: 1-15.
- Watts, Duncan J., and Steven H. Strogatz. "Collective dynamics of ‘small-world’ networks." *Nature*, 1998.
- Young, L. "The organization of neural system in the cerebral cortex. Proceedings of the Royal society." 1993.