ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

AĞIR KUARK ETKİN TEORİSİNİ KULLANARAK EGZOTİK MEZONLARIN İNCELENMESİ

Duygu YILDIRIM YILMAZ

FİZİK ANABİLİM DALI

ANKARA
2021

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Doktora Tezi

AĞIR KUARK ETKİN TEORİSİNİ KULLANARAK EGZOTİK MEZONLARIN İNCELENMESİ

Duygu YILDIRIM YILMAZ

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ali YAMAN
Eş Danışman: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ

Bu çalışmada, ağır kuark spin simetrisi dikkate alınarak $J^{PC} = 1^{++}$ kuantum sayılarına sahip gizli tekilliklerin özellikleri, (Cincioglu vd. 2016) çalışmalarında önerilen etkin alan teorisindeki 2P yalın çarmonyum kütlesinin değişimi altında analiz edilmiştir. Çalışmanın temel odağı $D\bar{D}^*$ mezon halkaları ile giydirilmiş olan $\chi_{c1}(2P)$ tekilliğinin yörüngesidir. Çalışmada yalın çarmonyum kütlesinin, iki mezon kütle eşiğine olan yakınlığına bağlı olarak, belirli bir değerin altında oluşunun fenomenolojik farklılıklara yol açtığı gösterilmiştir.

Eylül 2021, 88 sayfa

Anahtar Kelimeler: Etkin alan teorisi, Ağır mezon, Ağır kuark spin simetrisi, Yalın çarmonyum kütlesi, Tekillik yörüngesi

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

ANALYSIS OF EXOTIC MESONS USING HEAVY QUARK EFFECTIVE THEORY

Duygu YILDIRIM YILMAZ

textAnkara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Ali YAMAN
Co-Supervisor: Prof. Dr. Satılmış ATAĞ

In this study, the properties of the $J^{PC} = 1^{++}$ hidden charm poles are analyzed under the variation of the bare 2P charmonium mass within the effective field theory proposed in Ref. (Cincioglu et al. 2016). The main focus of the current work is on the pole trajectory of the $\chi_{c1}(2P)$ charmonium dressed by the $D\bar{D}^*$ meson loops. It is shown that the trajectories of the pole change radically for values of the bare charmonium mass above a certain value and also depending on how close the pole is to the threshold.

September 2021, 88 pages

Key Words: Effective field theory, Heavy meson, Heavy quark spin symmetry, Bare charmonium mass, Pole trajectory

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım esnasında önerilerini benden esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Satılmış ATAĞ'a (Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı) ve Prof. Dr. Ali YAMAN'a (Ankara Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı) en içten dileklerimle teşekkür ederim. Doktora sürecimi yürütmemi sağlayan Prof. Dr. Altuğ ÖZPİNECİ'ye (Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fizik Anabilim Dalı) desteği ve ilgisi için ayrıca minnettarım.

Bu süreç boyunca zamanını ve bilgisini benden esirgemeyen, yardıma ihtiyacım olduğunda yanımda olan Dr. Elif CİNCİOĞLU'na teşekkürü bir borç bilirim.

Son olarak varlıkları ve destekleri ile başta sevgili eşim Özler YILMAZ olmak üzere, kıymetli dostum Dr. İbrahim ÜLGEN ve aileme sevgi ve saygılarımı sunarım.

Duygu YILDIRIM YILMAZ
Ankara, Eylül 2021

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI

ETİK . . . . . **i**

ÖZET . . . . . **ii**

ABSTRACT . . . . . **iii**

TEŞEKKÜR . . . . . **iv**

SİMGELER DİZİNİ . . . . . **vii**

ŞEKİLLER DİZİNİ . . . . . **x**

ÇİZELGELER DİZİNİ . . . . . **xi**

1. GİRİŞ **1**

2. KURAMSAL TEMELLER **7**

2.1 Asimtotik Serbestlik ve Renk Hapsi **9**

2.1.1 Asimtotik serbestlik **9**

2.1.2 Renk hapsi **13**

2.2 Simetriler **14**

2.2.1 Kesikli simetriler **15**

2.3 Ağır Kuark Spin Simetrisi **18**

2.4 Saçılma Matrisi ve Tekilliklerin Genel Özellikleri **25**

2.4.1 Lippmann-Schwinger denklemi **25**

2.4.2 Tekilliklerin genel özellikleri **31**

2.5 Weinberg Kompozitlik İlkesi **36**

3. MATERYAL ve YÖNTEM **41**

3.1 Ağır Kuark Spin Simetrisi Altında Ağır Mezon Alanları ve Etkileşimleri **41**

3.1.1 Öncül mertebe ağır mezon-ağır antimezon etkin Lagranjiyanları **43**

3.1.2 Mezon molekülü için potansiyeller **45**

3.2 Ağır Kuark Spin Simetrisi Altında Kuarkonyum Alanı **50**

3.3 Ağır Mezon ile Kuarkonyum Etkileşmelerini Veren Etkin Lagranjiyan ve Potansiyeller **52**

3.3.1 Ağır mezon ile kuarkonyum etkileşmelerini veren potansiyeller **53**

3.4 $\chi_{c1}(2P)$'in Kütlesinin Yalın Çarmonyum Kütlesine Bağlılığı ve Weinberg Kompozitlik Yaklaşımı ile $X(3872)$ **57**

4. TARTIŞMA VE SONUÇ **62**

KAYNAKLAR **81**

ÖZGEÇMİŞ **88**

SİMGELER DİZİNİ

$X(3872)$	3872 MeV kütleye sahip egzotik rezonans
$\chi_{aj}(n\ell)$	a ve $\bar{a}$ kuarkından oluşan, j toplam açısal momentumuna, n baş kuantum sayısına ve ℓ yörüngesel açısal momentumuna sahip spin 1 kuarkonyumu
J/ψ	c ile $\bar{c}$ kuarktan oluşan en hafif kütleli vektör mezonu
$X_2^{\mu\alpha}$	2^{++} kuantum sayılı χ_{c2} kuarkonyum alanı
$X_{1\mu}$	1^{++} kuantum sayılı χ_{c1} kuarkonyum alanı
X_0	0^{++} kuantum sayılı χ_{c0} kuarkonyum alanı
h^μ	1^{+-} kuantum sayılı h_c kuarkonyum alanı
D	D mezonu
D^*	D^* mezonu
H	Hamiltonyen
$\mathscr{L}$	Lagranjiyan yoğunluğu
V	Etkileşme potansiyeli
$H^{(Q)}$	Dejenere P ve P^* mezonlarını yok eden matris alanı
$H^{(\bar{Q})}$	Dejenere $\bar{P}$ ve $\bar{P}^*$ mezonlarını yok eden matris alanı
J^μ	P-dalga kuarkonyum için matris alanı
R	$\ell = 0$ için K ve K^μ alanlarını içeren matris alanı
s	Garip kuark
c	Tılsım kuark
t	Üst kuark
b	Alt kuark
α_s	Kuantum Renk Dinamiği bağlaşım sabiti
α_e	Kuantum Elektodinamiği bağlaşım sabiti
$P_\pm$	İzdüşüm işlemcisi
J	Toplam açısal momentum
$\mathbf{P}$	Parite işlemcisi

$\mathbf{C}$	Yük işlemcisi
$\mathbf{T}$	Zaman terslenim işlemcisi
J^{PC}	J, P ve C kuantum sayılarına sahip sistemin kuantum sayıları
$G_{\mu\nu}$	Gluon kuvvet alan tensörü
Λ	Regülarizasyon skalası
Λ_{KRD}	Kuantum Renk Dinamiğinin pertürbatif olmayan etkilerinin gözlenmeye başladığı skala
f	Form faktörü
m_D	D mezonun kütlesi
m_{D^*}	D^* mezonun kütlesi
$m_{c\bar{c}}$	$c\bar{c}$ mezonun giydirilmiş kütlesi
$m^0_{c\bar{c}}$	$c\bar{c}$ mezonun yalın kütlesi
m_X	$X(3872)$ rezonansının kütlesi
s^P_ℓ	Q-$\bar{q}$ bağlı durumun hafif serbestlik derecelerinin kuantum sayıları
$\mathscr{L}_{4H}$	Dört $P^{(*)}$ alanının s-dalga kontak etkileşimini veren Lagranjiyen yoğunluğu
$\mathscr{L}_{HHQ\bar{Q}}$	Ağır mezonlar ile ağır kuarkonyumların öncül mertebe etkilerini veren Lagranjiyan yoğunluğu
d	İki $P^{(*)}$ mezon alanı ile kuarkonyum alanın etkileşmelerini veren düşük enerji sabiti
$D_{0a(b)}$	İzospin 0 durumu için kontak etkileşimi veren düşük enerji sabiti
$E_{0a(b)}$	İzospin 0 durumu için kontak etkileşimi veren düşük enerji sabiti
$C_{0a(b)}$	$D_{0a(b)}$ ve $E_{0a(b)}$'den oluşan kontak etkileşimi veren düşük enerji sabiti
$\vec{\tau}^b_a$	a ve b izospin indislerini içeren Pauli matrisi
v^μ	Ağır mezonların dörtlü hızı
$V_{c\bar{c}}$	$D^{(*)}$ mezon alanları ile çarmonyum alanlarının kontak etkileşme potansiyeli
$V_{D\bar{D}}$	Dört $D^{(*)}$ mezon alanının kontak etkileşme potansiyeli
Y^m_ℓ	Küresel harmonikler
P^m_ℓ	Legendre polinomları
$t_{V_{D\bar{D}}}$	Çarmonyum geçişleri dışarlanmış D mezon geçişlerini içeren geçiş matrisi

$G^0_{c\bar{c}}$	Yalın kuarkonyum propagatörü
$G_{c\bar{c}}$	Giydirilmiş kuarkonyum propagatörü
$\Sigma_{c\bar{c}}$	Çarmonyum içsel enerjisi
$\Gamma_{c\bar{c}}$	Giydirilmiş $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$-çarmonyum köşe faktörü
$\tilde{X}$	Durumun moleküler durumda bulunma olasılığı
$\tilde{Z}$	Durumun çarmonyum durumda bulunma olasılığı
g_1	$X(3872)$ ile $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$'nin bağlaşım sabiti
g_2	$\chi_{c1}(2P)$ ile $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$'nin bağlaşım sabiti

Kısaltmalar

KRD	Kuantum Renk Dinamiği
KED	Kuantum Elektrodinamiği
BRK	Birinci Riemann Katmanı
İRK	İkinci Riemann Katmanı
AKSS	Ağır Kuark Spin Simetrisi
EAT	Etkin Alan Teorisi
DES	Düşük Enerji Sabiti
PVG	Parçacık Veri Grubu
LS	Lippmann-Schwinger

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 a) Belle ve CDF II çalışma gruplarının 3872 MeV'e ait elde ettiği sinyaller 3

Şekil 2.1 a) KED'de elektrik yükünün perdelenmesi b) KRD'de renk yükünün anti-perdelenmesi 11

Şekil 2.2 KRD bağlaşım sabiti α_s'nin aktarılan momentumun tersinin kuarklar arası mesafeye göre davranışı 12

Şekil 2.3 E ve k-düzlemlerinde yer alan tekillikler arasındaki ilişki 33

Şekil 2.4 s-dalga için rezonansların kuvvet parametresinin değişimiyle kompleks E-enerji düzlemindeki beklenen yörüngesi 35

Şekil 3.1 Çarmonyum-D mezon etkileşmeleri için içsel enerji $\Sigma_{c\bar{c}}$, giydirilmiş ilerletici $G_{c\bar{c}}$ ve köşe faktörü $\Gamma_{c\bar{c}}$'ın olası Feynmann diyagramları 54

Şekil 3.2 $t_{V_{D\bar{D}}}$ ve t_{4H} ile tanımlanan saçılma matrislerinin Feynman diyagramları 56

Şekil 4.1 Yalın çarmonyum kütlesinin $m^0_{c\bar{c}} = 3896, 3906$ ve 3908.5 MeV değerleri için $\chi_{c1}(2P)$ çarmonyumun yörüngesi 64

Şekil 4.2 Yalın çarmonyum kütlesinin $m^0_{c\bar{c}} = 3910, 3925, 3937, 3947$ ve 3953 MeV değerleri için $\chi_{c1}(2P)$ çarmonyumun yörüngesi 65

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 Çarmonyum spektrumu 4

Çizelge 3.1 Literatürdeki $\chi_{c1}(2P)$ kütleleri 58

Çizelge 4.1 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3896$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.311708$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 67

Çizelge 4.2 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3906$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.370$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 68

Çizelge 4.3 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3908.5$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.383565$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 69

Çizelge 4.4 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3910$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.391302$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 70

Çizelge 4.5 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3925$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.461594$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 71

Çizelge 4.6. Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3937$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.510903$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 72

Çizelge 4.7 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3947$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.548624$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 73

Çizelge 4.8 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3953$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.57006$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 74

Çizelge 4.9 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3896$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.311708$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri 75

Çizelge 4.10 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3910$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.391302$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri 76

Çizelge 4.11 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3925$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.461594$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri 77

Çizelge 4.12 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3937$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.510903$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri 78

Çizelge 4.13 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3947$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.548624$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri 79

Çizelge 4.14 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3953$ MeV iken d'nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.57006$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri 80

1. GİRİŞ

Son yıllarda yapılan deneylerde, ağır hadron kütle bandında yer alan ve kuark model çerçevesi içine kolayca dahil edilemeyen birçok rezonans gözlendi. Kuark model ile açıklanamayan bu rezonanslar *egzotik* olarak adlandılırken, keşiflerinden bu yana bu rezonansların yapılarını anlamak hadron fiziğinin temel amaçları arasında yer almaktadır. Egzotik hadronlar da diğer hadronlar gibi kuark ve gluonlardan oluşmaktadır. Onların iç yapıları başta kuark model olmakla birlikte, birçok teori ile tasvir edilmeye çalışılmıştır fakat bu tasvirler deneysel sonuçlarla tam uyum içinde değildir. Bu amaç doğrultusunda birçok yapı önerilmiştir. Dörtlü kuark, hadronik molekül ve hibrit ise bu yapılardan sadece birkaçıdır. Fakat unutulmamalıdır ki aynı kuantum sayılarına sahip farklı durumlar birbirleriyle karışabilir. Bu durumda bir hadronik yapı, olası tüm durumların süperpozisyonu olarak yazılmalıdır.

Bu çalışmada şu ana kadar gözlenmiş rezonanslar arasında, en çok veri ve bilgiye sahip olunan ve aynı zamanda ilk gözlenen egzotik olan $X(3872)$ rezonansı incelenmiştir. $X(3872)$ ilk olarak Belle ekibi tarafından $B \to K\omega J/\psi$ bozunumunda bir tepe olarak gözlenmiş (Acosta 2004), daha sonra da bu gözlem diğer deney grupları tarafından doğrulanmıştır (Abazov vd. 2004, Acosta vd. 2004, Aubert vd. 2005, Aaij vd. 2012). Belle ve CDF II çalışma gruplarının elde ettiği $X(3872)$'e ait sinyaller Şekil 1.1'de gösterilmektedir. $X(3872)$ rezonansının kuantum sayıları LHCb ekibi tarafından (Aaij vd. 2013) $J^{PC} = 1^{++}$ [1] olarak tespit edilmiş olup rezonansın ortalama kütlesi ise Parçacık Veri Grubu (PVG) tarafından $m_{X(3872)} = 3871.69 \pm 0.17$ MeV olarak tayin edilmiştir (Tanabashi vd. 2018). Bu rezonansın yapısı ilk gözlendiği andan bu yana tartıştılmaktadır. $X(3872)$'in kimi özellikleri onun iç yapısını bir mezon molekülü olarak tanımlanmasını desteklerken kimi özellikleri de bir çarmonyum (tılsımlı kuark-antikuark bağlı hali) durumu olarak tanımlanmasını desteklemektedir.

[1] J toplam açısal momenum, P parite ve C yük parite kuantum sayısıdır.

$X(3872)$'in bir mezon molekülü olarak değerlendirilmesini destekleyecek gözlemler mevcuttur. Örneğin, $X(3872)$'nin kütlesinin D^0D^{0*} kütle sınırına[2] oldukça yakındır (Patrignani vd. 2016). Dolayısıyla bir mezon molekülü olarak değerlendirilirse oldukça küçük bir bağlanma enerjisine sahip olacaktır.

$$E_X = m_{D^0} + m_{D^{0*}} - m_X = -0.01 \pm 0.20 \text{ MeV} \tag{1.1}$$

Burada m_{D^0} ve $m_{D^{0*}}$ sırasıyla D^0 ve D^{0*} mezonlarının kütleleridir. Kütle eşiğine yakınlığı onun gevşek bir mezon molekülü olduğunu düşündürmektedir. Diğer taraftan, ρ ve ω aracılığla gerçekleşen $X(3872) \to J/\psi\pi^+\pi^-(\pi^0)$ bozunumlarının dallanma oranları bu bozunumların üretim genlikleri ile birlikte değerlendirildiğinde, $X(3872)$'nin iki pion durumuna bozunumu izospin korunumunu ihlal etse de, onun moleküler yaklaşımı ile çelişmemektedir (Dong vd. 2011). LHCb ekibi tarafından ölçülen $X(3872) \to \psi(2S)\gamma$ dallanma oranın $X(3872) \to J/\psi\gamma$ dallanma oranına oranı

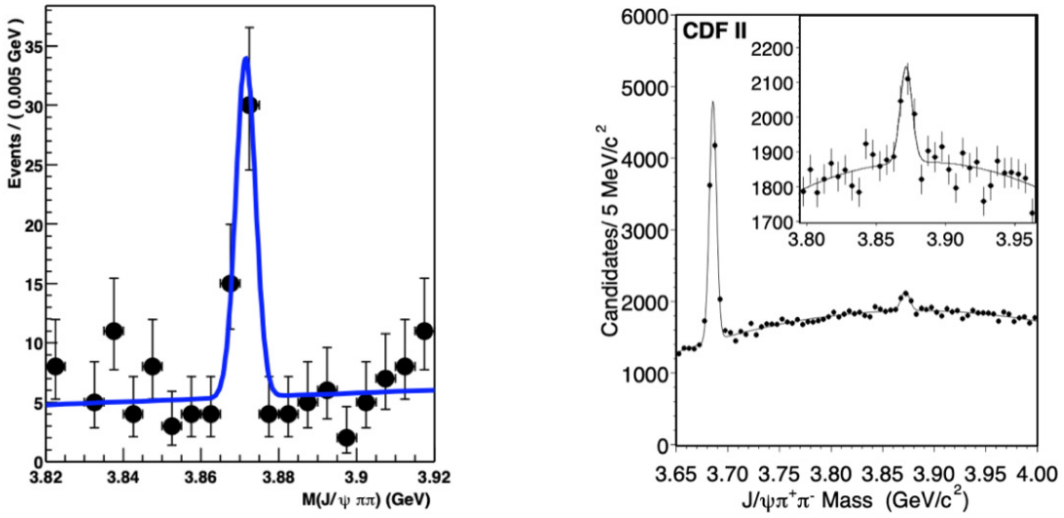
$$R = \frac{\mathscr{B}(X(3872) \to J/\psi(2S)\gamma)}{\mathscr{B}(X(3872) \to J/\psi\gamma)} = 2.46 \pm 0.64 \pm 0.29 \tag{1.2}$$

olarak verilmektedir (Aubert 2009, Aaij vd. 2014). $X(3872)$'nin yapısının bu oran üzerindeki etkisi büyüktür. Guo vd. (2015) çalışmalarında göstermiştir ki R oranı, $X(3872)$'nin uzun menzilli yapısından oldukça az etkilenmektedir. Dong vd. (2011) çalışmalarında da belirttiği üzere $X(3872)$'nin içinde molekül durumuna ek, az bir çarmonyum oranı deney verileri ile uyuşmaktadır.

Çarmonyumun kütle aralığında olası bir hadronik molekülün varlığı J/ψ'nin keşfinden sonra ortaya atıldı (Voloshin ve Orkun 1976, Tornqvist 1994) ve 2003'de $X(3872)$'nin gözlemlenmesiyle bu yaklaşım popüler hale geldi. Kuark model, $J^{PC} = 1^{++}$ sektöründe 3.95 GeV civarında bir $\chi_{c1}(2P)$[3] çarmonyum durumu olduğunu söyler (Godfrey ve Isgur

[2] $m_{D^0} + m_{D^{0*}} = 3871.68 \pm 0.10$ MeV

[3] $\chi_{c1}(2P)$, χ'_{c1} olarak da ifade edilmektedir.



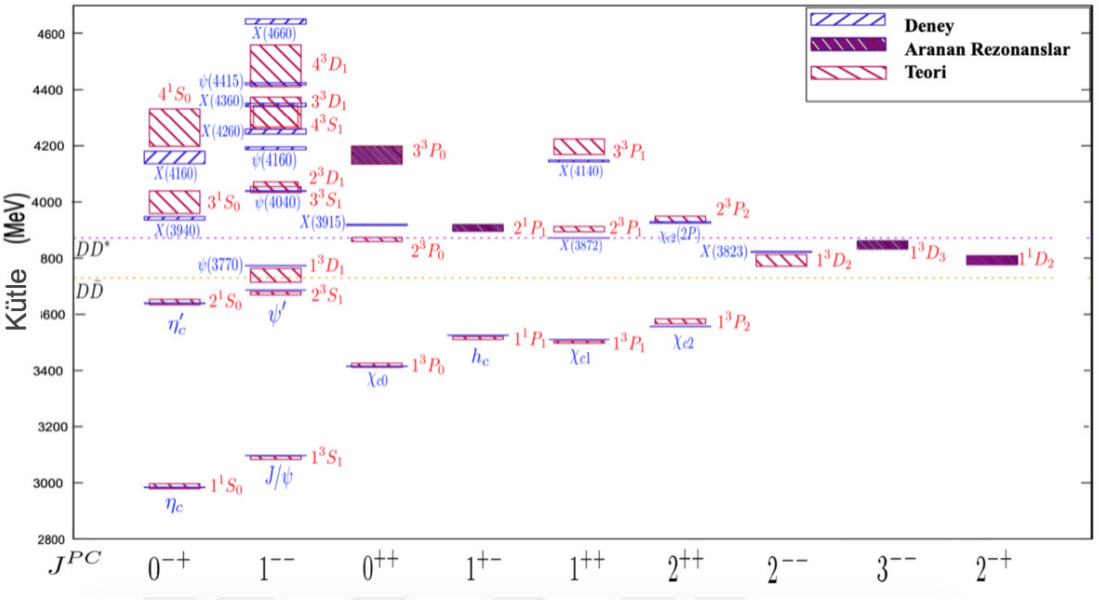
(a) (b)

Şekil 1.1 Belle ve CDF II çalışma gruplarının 3872 MeV' e ait elde ettiği sinyaller
a) Belle tarafından $M_{J/\psi\pi^+\pi^-}$ dağılımı için elde edilen olay sayısı 3.872 GeV $/c^2$ civarında gözlenen pik (Choi vd. 2003) b) CDF II'nin elde etmiş olduğu olası $J/\psi\pi^+\pi^-$ adayların kütle dağılımı. $\psi(2S)$ civarından geniş bir pik ve 3.872 GeV $/c^2$ civarında başka bir pik (Acosta vd. 2004)

1985, Ebert vd. 2011). Fikir vermesi adına çarmonyum spektrumu Çizelge 1.1 ile gösterilmiştir. $X(3872)$'yi, kütlesinin rezonansa yakınlığından dolayı uyarılmış bir $\chi_{c1}(2P)$ durumu olarak düşünmek, $X(3872)$'ye ait bazı soruları cevaplamaktadır. Örneğin, $X(3872)$'nin ışınımsal bozunmaları, $X(3872)$'nin bir çarmonyum olarak değerlendirilmesiyle açıklanabilmektedir (Eichten 2004, Achasov ve Rogozina 2015).

Yukarıda bahsedilen yaklaşımlar dikkate alındığında, $X(3872)$'yi bir mezon molekülü ya da bir çarmonyum durumu olarak düşünmek yerine, onların bir karışımı olarak düşünmek daha mantıklı olacaktır. Literatürde bu varsayımı destekleyen farklı çalışmalar mevcuttur (Eichten vd. 2006, Dong vd. 2011). Bu noktada ise $X(3872)$'nin bileşenlerinin dalga fonksiyonundaki oranı önem kazanır. Farklı çalışmalarda bileşenlerinin bulunma oranları farklılık göstermektedir (Dong vd. 2011, Takizawa ve Takeuchi 2013). Bu çalışmalarda çeşitli miktarda çarmonyum oranları ile deneysel veriye açıklama getirilmeye çalışılmıştır.

Çizelge 1.1 Çarmonyum spektrumu



Göreli $q\bar{q}$ potansiyel model ile elde edilmiş çarmonyum durumları kırmızı kutular ile bu durumların deneysel kütleleri mavi kutular ile gösterilmiştir. Kutuların genişliği hata barlarına karşılık gelmektedir. Yatay kesikli çizgiler ile DD^* ve $D\bar{D}$ kütle eşikleri gösterilmiştir (Lebed vd. 2017).

Takizawa ve Takeuchi (2013) ile Hanhart vd. (2014)'ın yaptığı çalışmalarda kütle sınırına yakın bir molekülün kuvvet parametresinin değişimiyle, saçılma genliğindeki tekillikler kütle sınıra yaklaşırken tekilliklerin yörüngeleri incelenmiştir. İlgilenilen kanalların s-dalga olup olmamasının tekilliklerin davranışlarını etkilediği gösterilmiştir. $\ell = 0$ durumunda, kuvvet parametresi artarken tekilliklerin yörüngeleri ikinci Riemann katmanında (İRK) kütle sınırının altında kesişmektedir. Bu tekillikler ise yeni sanal bir çift tekillik yaratmadan gerçel eksenden ayrılmazlar. Diğer yandan $\ell \neq 0$ durumunda, tekilliklerin yörüngeleri kütle sınırında kesişmektedir. Tekilliğin bu davranışı rezonansın içeriği hakkında fikir verdiği için önemlidir.

Hammer vd. (2016) çalışmalarında tek ve çoklu rezonans durumlarını incelemiş; bir ve iki

rezonans durumları için elde ettikleri tekilliklerin yörüngeleri Hanhart vd. (2014) çalışmaları ile uyumluluk göstermiştir. Belirli bir yalın çarmonyum kütle sınırına kadar elde edilen sonuçlar, buradaki çalışmanın sonuçları ile de uyumludur.

Ferretti ve Santopinto (2019) çalışmalarında, $X(3872)$'nin bağlaşım kanalında kuarkonyum ve mezon molekülünden oluştuğu dikkate alınmış ve çalışmalarında $X(3872)$ rezonansına 2P yalın çarmonyum durumlarının katkıları incelenmiştir. Hesaplarında ise Godfey ve Isgur (1985) tarafından ön görülen yalın çarmonyum kütleleri kullanılmıştır. İçsel enerjiden kaynaklanan katkının göreli kuantum mekaniğinin öngörüsü olan kütle değerini aşağıya çekerek gözlenen değere yaklaştırdığı ifade edilmiştir.

$X(3872)$, Zhou ve Xiao (2014) tarafından hadron halkaları ile giydirilmiş bir çarmonyum durumu olarak değerlendirilmiştir. Hesaplarında Godfrey ve Isgur'ün (1985) mezon spekturumunu açıklamakta başarılı yalın çarmonyum kütle değerleri kullanılmıştır. Hadron halkaları tekilliklerin kütlelerini genellikle potansiyel modelin tahmin ettiği değerlerden aşağıya kaydırmaktadır. Bu kaymalar, durumların iç yapısı hakkında da fikir vermektedir. Bu yaklaşımla rezonansın kütlesi ise 3884 MeV olarak elde edilmiştir. Bu elde edilen değer, $X(3872)$'in kütle bölgesine oldukça yakındır. Çalışmada $X(3872)$'in $D\bar{D}^*$ eşiğine yakın olması onun yanlışlıkla bir D^0D^{0*} molekülü olduğunu düşündürtmüş olabileceği iddaa edilmiş ve $X(3872)$'nin ise küçük bir miktar $D\bar{D}^*$ bileşeni içeren bir çarmonyum durumu olduğu öne sürülmüştür. Baru vd. (2010) çalışmalarında da $X(3872)$'yi bir çarmonyum ve mezon molekülü karışımı olarak değerlendirmişler ve benzer sonuçlar elde etmişlerdir. Buna ek olarak çalışmada, kütle eşiğine yakın bir yalın kuarkonyum olması gerektiği de öne sürülmüştür.

Bu tez kapsamında, ağır kuark spin simetri (AKSS) limitinde Hidalgo vd. (2013)'nin oluşturdukları etkin alan teorisinin (EAT) üzerine Cincioglu vd. (2016)'nin çarmonyum durumunu ekleyerek oluşturdukları model yardımıyla $X(3872)$ rezonansı incelenecektir.

Burada $X(3872)$'nin 1^{++} sektöründe $D\bar{D}^*$ molekülü ve bir miktar çarmonyumdan oluştuğu varsayılmıştır. Bu varsayım ışığında oluşturulan teorideki serbest parametrelerden biri olan yalın çarmonyum kütlesinin, fiziksel $\chi_{c1}(2P)$ durumunun yörüngesine etkisi incelenmiştir.

İkinci bölümde, çalışma içerisinde kullanılan teori ve ihtiyaç duyulan altyapı özetlenmiştir. Ardından kuantum renk dinamiğinin (KRD) grup yapısı gereği sahip olduğu özelliklerin neler olduğu ve renkli parçacıkların bu özellikleri nasıl yansıttığına değinilmiştir. Fiziksel nicelikleri ve sistemleri daha iyi anlamak için simetrilere genel bir giriş yapılmıştır. Sonrasında saçılmaları tarif etmekte kullanılan saçılma matrisi kısaca verilip, çözümü tekillikleri verecek olan göresiz Lippmann-Schwinger denklemi verilmiştir. $X(3872)$ rezonansının kütle ve genişlik bilgileri ikinci Riemann katmanında kompleks enerji düzleminde yer almaktadır. Bu nedenle genel hatlarıyla ihtiyaç duyulan Riemann katmanları hakkında bilgi verilmiştir. Son olarak ise $X(3872)$'in içerisinde bulunan yapıların ağırlıklarını Weinberg kompozitlik koşulu yardımı ile ifade edebilmek için Weinberg'in bu yaklaşımı özetlenmiştir.

Üçüncü bölümde, ağır kuark limitinde kuarkonyum serbestlik dereceleri ile mezon moleküllerinin olası karışımlarını analiz etmek için Cincioglu vd. (2016)'nin kurduğu, $X(3872)$'in içerdiği iki farklı durumun birbirleriyle etkileşimlerini açıklayan teori verilmiştir. Ardından olasılık hesabı için Weinberg kompozitlik ilkesi göz önünde tutularak teori yeniden düzenlenmiştir.

Son olarak, dördüncü bölümde yalın çarmonyum kütlesinin literatürdeki farklı değerleri için elde edilen sonuçlar verilmiştir. Elde edilen sonuçlar teori çerçevesinde yorumlanmıştır.

2. KURAMSAL TEMELLER

1964'te kuarkın keşfine kadar hadronlar temel parçacık olarak görülüyordu. Kuarkların keşfinden sonra hadronların kuarklardan oluştuğu fikri bu yapılara olan ilgiyi arttırdı. George Zweig ve Murray Gell-Mann tarafından bu yapılar içerdikleri valans kuarklar cinsinden sınıflandırıldı (Gell-Mann 1964). Literatüre *kuark model* olarak geçen bu modelde en temel yapılar; bir kuark(q) ve bir antikuarktan$(\bar{q})$ oluşan mezon ile üç tane kuark(qqq) veya üç tane antikuarktan$(\bar{q}\bar{q}\bar{q})$ oluşan baryonlardır. Hadron spektrumunun kayda değer bir kısmı kuark model aracılığıyla oldukça iyi anlaşılmıştır.

Hadronların kuantum sayıları içerdikleri valans kuarklardan kaynaklanır. Dolayısıyla belirli kuantum sayılarına sahip olabilirler. Kuark model dahilinde bir kuark ve bir antikuarktan oluşan mezonlar, J toplam açısal momentum, P parite ve C yük paritesi olmak üzere, mezonların J^{PC} kuantum sayıları aşağıdaki gibidir:

$$0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{++}, ... \tag{2.1}$$

Öte yandan deneylerde gözlenen fakat kuark model tarafından izinli olmayan J^{PC}'i durumları da gözlenmiştir. Bunlardan bazıları,

$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, ... \tag{2.2}$$

şeklindedir. Bu kuantum sayılarına sahip olan durumlar *egzotik* olarak adlandırılır[1]. Zaman içinde kuark model çerçevesinde açıklanamayan yapılar olan egzotikleri açıklamak için farklı modeller öne sürülmüştür. Bunlardan bazıları; dörtlükuarklar, gluontopları, hadronik moleküller, hibritler, vd. Dörtlükuark durumu sıkı bağlı dört valans kuarktan, gluontopları sadece valans gluonlardan, hadronik moleküller hadronların Yukawa tipi

[1] Bu kuantum sayılarına egzotik kuantum sayıları da denilmektedir. Sadece egzotik mezonlar bu kuantum sayılarına sahip olabilirler. Fakat $X(3872)$ gibi egzotik olan ve egzotik kuantum sayılarına sahip olmayan hadronlar da vardır.

nükleer kuvvet ile bağlanmasından, hibritler ise kombinasyonu renksiz olacak şekilde kuark ve gluonlardan oluşan durumlardır. Bir hadronun dalga fonksiyonu, aynı kuantum sayılarına sahip olası tüm durumların toplamı olacak şekilde ifade edilebilir.

Bağlı bir durumun bağlanma enerjisi, sistemin durgun kütle enerjisinin toplamından küçük ise o sistem (durum) göreli değildir. Bu durumda kuark-antikuarktan oluşan mezonlar göreli olmayan etkileşme potansiyeli altında kendi etraflarında dönen iki parçacık olarak değerlendirilebilir. Bu yapıları göresiz olarak değerlendirmeye olanak sağlayan yaklaşım ile kuantum mekaniğinin birleştirilmesiyle elde edilen model, potansiyel model olarak adlandırılır (Godfrey ve Isgur 1985, Faustov ve Galkin 2013). Bu model hadron spektrumunu ve etkileşmelerini inceleme fırsatı sunmaktadır. Modelin öngörüleri ile düşük enerji skalasında gözlenen hadron spektrumu uyum içerisindedir.

Son yıllarda gözlenen yeni hadronlarla birlikte s (garip) ve c (tılsım) kuarklarını içeren hadronlara olan ilgi artmıştır. Ağır kuarkları içeren hadronlar söz konusu olunca hafif hadronlarda olduğu gibi simetriler burada da önem kazanmaktadır. Çünkü hafif kuark içeren hadronlara kiral simetriler uygulanabilirken, c ve b (alt) gibi ağır kuark içerenlere ise AKSS uygulanabilmektedir. Hadronlar, kuark model çerçevesi içinde çoklu kuark durumları olarak veya hadron-hadron saçılmalarında dinamik olarak üretilebilir. Bu skaladaki etkileşimleri ve dinamik olarak üretilen durumları Lippmann-Schwinger denklemi ile ifade etmek mümkündür.

Bu bölümde öncelikle KRD'yi daha iyi anlamak için grup yapısının getirmiş olduğu asimtotik serbestlik ve renk hapsinden bahsedilmiştir. Belirli bir yaklaşım ile elde edilen etkin alan teorisi (EAT) kullanıldığından, simetrilere değinilmiştir. Bu çalışmada anlamaya çalışılan ağır kuark içeren $X(3872)$'in bulunduğu enerji skalasını, KRD ile tanımlamak güçtür. Bu nedenle ağır kuarkın kütlesinin sonsuza gittiği durumda elde edilen simetri, hadronları anlamak adına oldukça önemlidir. Dolayısıyla bu çalışmanın temel

yaklaşımına öncülük eden AKSS'nin temel noktaları özetlenmelidir. İlgilendiğimiz parçacıklar saçılma deneylerinin ürünleri olarak gözlemlendiğinden, saçılma teorisinden yola çıkarak elde edilen Lippmann-Schwinger denklemi genel hatları ile verilmiştir. Rezonansların kütle ve genişlik bilgileri ikinci Riemann katmanında yer alan kompleks düzlemde tanımlıdır. Bu nedenle bağlı durum ve rezonansların kompleks düzlemlerin nerelerinde beklendiği ve nasıl tanımlandığı özetlenmiştir. Son olarak, kompozit bir yapıya sahip olduğu varsayılan $X(3872)$'nin içerdiği durumların ağırlıkları Weinberg kompozitlik ilkesi ile inceleneceğinden, bu yaklaşıma da değinilmiştir.

2.1 Asimtotik Serbestlik ve Renk Hapsi

Kuantum renk dinamiği, kuarklar ve gluonlar arasındaki kuvvetli etkileşimleri tanımlayan bir teoridir. Kuarklar ve gluonların dinamikleri ayar değişmez KRD Lagranjiyanı ile kontrol edilir. KRD'nin belirgin özelliği, α_s bağlaşım sabitinin ($\Lambda_{KRD} \approx 200$ MeV'e göre) düşük veya yüksek enerjilerdeki farklı davranışıdır. Λ_{KRD}'den büyük enerjilerde bağlaşım sabiti oldukça zayıflamaktadır ve bu nedenle bu bölgede kuarklar ve gluonlar serbest olarak değerlendirilir. Bu davranış *asimtotik serbestlik* olarak adlandırılmaktadır. Bağlaşım sabitinin bu özelliği, bu skalanın pertürbatif olarak incelemesine imkan verir. Öte taraftan düşük enerjilerde bağlaşım sabiti α_s oldukça güçlü hale gelmektedir. Bu güçlü bağlaşım sabiti onları birbirine bağlayıp hadronlaştırmaktadır. Gözlenen hadronlar renksiz olduğundan bu davranış *renk hapsi* olarak ifade edilir ve pertürbatif yaklaşım bu bölgede artık mümkün değildir.

2.1.1 Asimtotik serbestlik

Alan teorisinde bir elektron yanlız başına düşünülmemektedir. Elektron her an bir foton yayabilir veya bir foton soğurabilir. Yaydığı foton bir elekron-pozitron çiftine dönüşebilir ve bu süreç devamlıdır. Bu durumda elektronun etrafı elektron-pozitron çiftleri tarafından

sarılı olacaktır. Elektronun elektrik yükünden dolayı yaratılan elektron-pozitron çiftindeki pozitronlar, elektron tarafından çekileceğinden elektronun etrafında bir elektron-pozitron bulutu oluşur. Bu elektronun elektrik yükü ölçülmek istendiğinde ise artık test yükünün konulacağı konum önem kazanır. Çünkü elektronun yükü bu elektron-pozitron bulutu tarafınfan perdelenmiştir. Elektrona yakın bir noktaya konulan test yükü ile uzak bir noktaya konulan test yükü artık farklı Coulomb kuvveti hissedeceğinden ölçülen elektrik yükününün büyüklüğü değişecektir. Dolayısıyla artık elektronun yükü denildiğinde kastedilen elektron-pozitron bulutu tarafından perdelenmiş olan etkin yüktür. Bu olgu KED'de kuvvet ile yük arasındaki ilişkinin temelidir.

Bağlaşım sabiti ile yük arasında ilişki

$$\alpha_e(Q^2) = \frac{e^2(Q)}{4\pi} \tag{2.3}$$

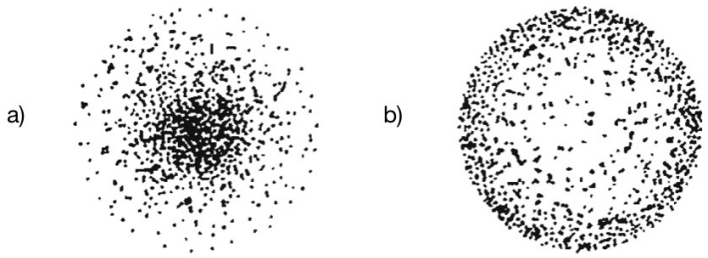
şeklinde tanımlıdır. Bağlaşım sabiti α_e'nin sabit olmaması, etkileşen parçacıkların arasındaki mesefeyle (aktarılan enerjiyle) değerinin değişiyor olmasından dolayı, α_e'ye koşan bağlaşım sabiti denilmektedir. Bağlaşım sabiti yüksek enerjilerde $(Q^2 \gg \mu^2)$

$$\alpha_e(Q^2) = \frac{\alpha_e(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha_e(\mu^2)}{3\pi} log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)} \tag{2.4}$$

şeklinde davranmaktadır. Bu da enerji artarken bağlaşım sabitinin arttığını göstermektedir[2].

Elektrodinamikten farklı olarak KRD'de ara bozonların birbirleriyle etkileşiyor oluşu onu karmaşık hala getirmektedir. Bu durum KRD'nin bağlaşım sabiti α_s'nin davranışında görünür. α_s'nin davranışı ise α_e'den oldukça farklıdır. KED ve KRD için perdelenen yük simgesel olarak Şekil 2.1'de gösterilmiştir. Gluonların kendileriyle olan etkileşiminin halka fonksiyonlarındaki etkisi kendini denklem 2.4'ün paydasındaki katsayıda gösterir.

[2]Elektromanyetik etkileşmelerin bağlaşım sabiti α_e örneğin $r = 1$ m iken $\alpha_e \simeq 1/137$, $r = 0.002$ fm iken $\alpha_e \simeq 1/125$'dir.



Şekil 2.1 a) KED'de elektrik yükünün perdelenmesi b) KRD'de renk yükünün anti-perdelemesi (Nagashima 2010)

Bu katsayı kuvvetli etkileşmeler için

$$\frac{\alpha(\mu^2)}{4\pi}\left(-\frac{4}{3}\right) \rightarrow \frac{\alpha(\mu^2)}{4\pi}\left(-\frac{2}{3}n_f - 5 + 16\right) \tag{2.5}$$

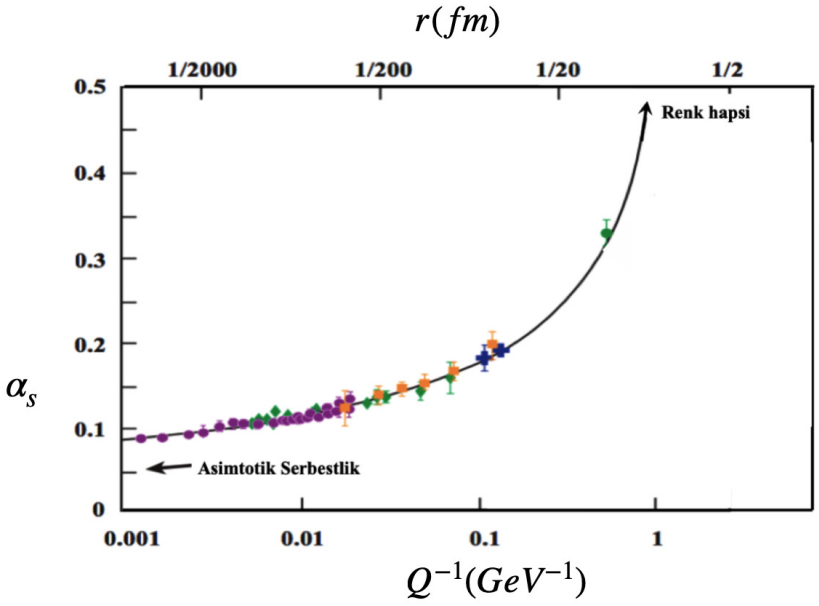
şeklini almaktadır (Nagashima 2010). Burada n_f teorideki çeşni sayısıdır. Bu terimler sırasıyla fermiyon halkalarından, gluon ilerleticide dikine kutuplanmış gluon halkalarından ve gluon propagatörde dikine kutuplanmış gluon ile boyuna kutuplanmış gluon halkalarından gelen katkılardır[3]. Katkılar, $2/3n_f < 11$ koşulunu sağladığı sürece logaritmik olan bu terim negatif kalmaktadır. Terimlerin işaretleri birimsellik (unitarty) ile ilgili olduğundan önemlidir. Bu durumda α_s aşağıdaki şekli alır[4].

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi}\left(11 - \frac{2}{3}n_f\right) log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)} \tag{2.6}$$

Enerjinin artmasıyla ya da mesafenin azalmasıyla KRD bağlaşım sabiti α_s azalır. Gözlenebilir nicelikler herhangi bir μ seçimine bağlı olmamalıdır. μ^2 seçiminden bağımsız

[3]Fermiyonlar ve dikine kutuplanmış gluonlar fiziksel olup enerji-momentum korumu sağlandığı sürece üretilebilirler. Öte yandan boyuna kutuplanmış gluonlar fiziksel olmayıp tesir kesitine katkı sağlamazlar.

[4]Koşan bağlaşım sabitine gelen katkılar tek halka mertebesindedir. Daha yüksek mertebeden gelen katkılara burada değinilmemiştir.



Şekil 2.2 KRD bağlaşım sabiti α_s'nin aktarılan momentumun tersinin $(1/Q)$ kuarklar arası (r) mesafeye göre davranışı (Olsen vd. 2018)

olarak Λ_{KRD}'nin kullanımı ile denklem 2.6 bilinen

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{1 - \beta_0 log\frac{Q^2}{\Lambda^2_{KRD}}} \tag{2.7}$$

forma dönüşür. Burada $\beta_0 = 33 - 2n_f$ olarak tanımlı[5] olup etkileşmeyi karakterize ettiğinden β_0 fonksiyonu, enerji skalası değişirken bağlaşım sabitlerinin ne kadar hızlı değiştiğini ifade eder. KRD bağlaşım sabitinin enerjiyle değişimi Şekil 2.2 ile verilmiştir. Yüksek enerjilerde düşük bağlaşım sabiti bu bölgede pertürbasyon yapılmasına müsade eder. Öte yandan enerjinin düşük olduğu bölgede $(\alpha_s(Q) > 1)$ pertürbatif yaklaşıma izin verilmediğinden başka yöntemlere başvurulmuştur: örgü Kuantum Renk Dinamiği, Etkin Alan Teorisi, toplam kuralı, vd.

[5]Standart modelde n_f çeşni sayı 6'dır. Teori fazla fermiyon içermediği sürece tüm sıra değişmeyen Yang-Mills teorileri asimtotik serbesttir.

2.1.2 Renk hapsi

Gluonlar kütlesiz ise neden kuvvetli etkileşmelerin uzun menzilli etkileri gözlenmedi? Eğer kuvvetli etkileşmeler renk yüküne bağlı ise neden sadece renksiz durumlar gözlendi? Kuvvetli etkileşmeleri açıklamaya çalışan kuark modelin cevaplayamadığı bu sorular, etkileşmelerin sorgulanmasına neden olmuştur. Yapılan deneyler ardından bu durumu izah etmek için renk hapsi adı verilen bir yaklaşım önerilmiştir.

Rutherford'un atomu incelemek için α-parçacıklarıyla altın bir hedefi bombardıman etmesiyle ortaya çıkardığı sonucun benzeri, protonu incelemek için derin esnek olmayan çarpışmalarda görülmüştür. Deney sonucu, protonun içinde ondan daha sert ve kararlı yapıların olduğunu göstermekteydi. Bu benzer gözlem, model için oldukça iyi bir destekti. Diğer yandan deneysel çalışmalarda $e^+ + e^- \to q + \bar{q}$ süreci yerine $e^+ + e^- \to hadron + hadron$ süreci gözleniyordu. Bunun nedeni ise şöyle açıklandı: Kuark çifti momentum korunumundan dolayı tam zıt yönlerde hareket ederken aralarındaki mesafe yaklaşık bir nükleon çapı olan 10^{-15} m'yi geçtikten sonra kuarklar arasındaki etkileşim gittikçe artmaktadır. Artan mesafeyle daha da güçlenen etkileşimden dolayı kuaklar bu potansiyel kuvvetin etkisinde kalırlar. Mesafe arttıkça artan potansiyel enerji yeni bir kuark-antikuark çifti oluşturmaya yetecek enerjiye sahip olduğunda yeni çiftler oluşur. Baştaki kuark çiftin enerjisi azalarak bu süreç devam eder. İlk kuark çiftindeki durum yeni yaratılan kuark çifti için de geçerlidir. Bu süreç sonunda, dedektörlerde renk yükü sıfır olan hadronlar gözlenecektir. Başka bir deyişle kuarklar hadronların içinde hapsedilmiştir. Bu olgu da deneylerde gözlenen parçacıkların renk kuantum sayılarının sıfır olmasından dolayı *renk hapsi* olarak adlandırılır.

2.2 Simetriler

Simetri, bir sisteme uygulandığında onu değişmez bırakan dönüşümdür. Bu tanım teorilerin açıklamasına imkan vermediği bölgelerde her zaman yol gösterici olmuştur. Simetriler kuvvetleri anlamak adına oldukça kıymetlidir. Emmy Noether'in 1915 yılında ortaya koyduğu kendi adıyla bilinen teoremi; dinamik bir modelin simetrileri ile korunum yasaları arasındaki bir ilişki olduğunu söyler (Noether 1915). Başka bir deyişle eğer bir sistem sürekli simetri dönüşümleri altında değişmez kalıyorsa, bu simetriye korunan bir nicelik eşlik edecektir.

Simetriler geçerli olduğu bölgeye, aralığa veya simetri kaynağına göre farklılık gösterir. Bu nedenle bir çok farklı kategoride değerlendirilebilirler; kesikli, sürekli, yerel, genel, içsel ve yaklaşık gibi. İçsel simetrilere; elektrik yükü, izospin ve renk yükü örnek verilebilirken, kesikli simetrilere; parite ve yük eşleneği örnek olarak verilebilir. Noether teorimi simetriye bir korunumlu yükün eşlik edeceğini söylemektedir. Korunumlu yük kuvvet alanına göre değişiklik göstermektedir. Korunan niceliklere örnek olarak; elektromanyetik etkileşmelerde elektrik yükü, kuvvetli etkileşmelerde ise renk yükü verilebilir.

KRD, simetrilerine bakarak daha iyi anlaşılabilir. Bu simetrilere Lagranjiyen aracılığıyla da bakılabilir. KRD Lagranjiyanı, kuark ve gluonlar arasındaki kuvvetli etkileşimi tasvir eder ve aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\mathscr{L}_{KRD} = \sum_q \bar{\psi}_q^a (i\gamma_\mu D^\mu - m)^{ab} \psi_q^b - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}. \tag{2.8}$$

Burada ψ kuark alanı, D kovaryant türev[6], $G_{\mu\nu}$ gluon kuvvet alan tensördür[7]. a ve b renk indisleri, q kuark çeşni indisi ve m kuark kütle matrisidir. Kuvvetli etkileşimler

[6]Kovaryant türev $D^\mu = \partial^\mu + igT_a A_a^\mu$ şeklinde olup T_a'lar grubun üreteçleri olan Gell-Mann matrisileri ve A_a^μ'ler ise gluon alanlarıdır.

[7]Gluon kuvvet alan tensörü $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$ şeklinde tanımlıdır. f^{abc}'ler ise $SU(3)$ grubunun yapı sabitleridir.

sıra değişmeyen bir ayar teorisidir ve $SU(3)_c$ ayar grubu ile temsil edilirler. Burada c (color) renk kuantum sayısını temsil etmektedir. KRD'nin kuvvet taşıyıcıları ise kütlesiz gluonlardır.

KRD'nin sahip olduğu özellikler yüzünden bazı bölgelerde çalışmak güçtür ve bu bölgelerde nasıl hesap yapılacağı bilinmemektedir. Dolayısıyla buralarda çalışmak için simetrilere başvurulur. Örneğin kiral simetri, hafif kuarkın kütlesinin $m_q \to 0$'a gittiği limitte hafif kuark içeren hadronların anlaşılmasında oldukça başarılıdır. Bu simetrinin uygulanabilirliği Λ_{KRD} ölçeğine kadardır. Bu yaklaşım onların etkileşimleri ile dinamik olarak üretilen mezon durumlarını anlama imkanı sunmaktadır. Diğer taraftan buradaki çalışmada ilgilenilen mezonlar ağır kuark içerdiğinden, onları $m_Q \to \infty$ limitinde incelemek yerinde olacaktır. Ağır kuarkların gluonlar ile etkileşimi bu limitte spinden etkilenmediği için ağır kuarkların etkileşim dinamikleri spinlerinden bağımsızdır. Bu yaklaşım literatürde ağır kuark spin simetrisi (AKSS) olarak adlandırılır. Sonsuz ağır kabul edilen ağır kuarkın kütlesi hafif kuarklarla etkileşimlerinde yer almamaktadır. Bu da etkileşimlerin ağır kuarkın çeşnisinden bağımsız olduğunu göstermektedir. Bu nedenle de bu simetri ağır kuark çeşni simetrisi olarak adlandırılmaktadır.

Bu çalışmada kullanılacak olan alanlar, J^{PC} kuantum sayıları ile sınıflandırılmıştır. Çalışma dahilinde kullanılan **C** ve **P** paritelerinin mezon alanlarını nasıl etkilediğine değinilmelidir.

2.2.1 Kesikli simetrileri

Kesikli simetriler, sürekli parametrelerin veya sonsuz küçük değişimlerin fonksiyonu değildir. P parite, C yük eşlenikliği ve T zaman terslenimi kesikli simetrilerdir. Sırasıyla,

parite uzaysal düzlemde yansımaya $(\mathbf{x} \to -\mathbf{x}, t \to t)$, yük eşleniği parçacığın kendi karşıt-parçacığı ile yer değiştirmesine karşılık gelirken zaman terslenimi ise zaman koordinatının terslenimine $(\mathbf{x} \to \mathbf{x}, t \to -t)$ karşılık gelmektedir. Kesikli simetrilere karşılık gelen kuantum sayıları çarpımsaldır.

Parite dönüşümü, **P** parite işlemcisi ile

$$\mathbf{P}\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(-\mathbf{r}) \tag{2.9}$$

şeklinde tanımlıdır. Bu işlemcinin iki kere uygulanması sonucu elde edilen değer $\mathbf{P}^2 = 1$'dir ve dolayısıyla birimsel bir işlemcidir. Bu işlemcinin özdeğerleri ± 1'dir. Böylelikle sistemin paritesi ± 1 olarak tanımlanabilir.

l yörüngesel açısal momentum kuantum sayısına sahip bir parçacığın dalga fonksiyonu

$$\Psi(r, \theta, \phi, \vec{s}) = \chi(r) Y_l^m(\theta, \phi) \chi(\vec{s}) \tag{2.10}$$

$$= \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_l^m(cos\theta) e^{im\phi} \tag{2.11}$$

şeklinde ifade edilebilir. Parite dönüşümü $\mathbf{r} \to -\mathbf{r}$, kutupsal koordinat açılarının $(\theta \to \pi - \theta, \phi \to \pi + \phi)$ şeklinde dönüşümüne eşdeğerdir. Bu dönüşüm ile P Legendre polinomları ve Y küresel harmonikler,

$$e^{im\phi} \to e^{im(\pi+\phi)} = (-1)^m e^{im\phi} \tag{2.12}$$

$$P_l^m(cos\theta) \to P_l^m(cos(\pi - \theta)) = (-1)^{\ell+m} P_l^m(cos\theta) \tag{2.13}$$

$$Y_l^m(\pi - \theta, \pi + \phi) = (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi) \tag{2.14}$$

şeklinde değişmektedir. Açıkça görüldüğü üzere, ℓ ve m kuantum sayılarına sahip bir parçacığın dalga fonksiyonu **P** parite dönüşümü altında

$$\mathbf{P}|\ell m\rangle = (-1)^{\ell}|\ell m\rangle \tag{2.15}$$

şeklindedir.

Bir mezonun paritesi bulunmak istendiğinde onun bir kuark ve bir antikuarktan oluştuğu göz önüne alınmalıdır. Kuarklar $\mathbf{P}_q\mathbf{P}_{\bar{q}} = -1$ eşitliğini sağlarlar ve görüldüğü üzere kuarklar ile antikuarklar zıt pariteye sahiptir. Buradan yola çıkarak kuarklar pozitif, antikuarklar negatif pariteye sahiptir denilebilir. $|\Psi\rangle$, mezonu oluşturan kuarkların dalga fonksiyonu olmak üzere bir mezonun paritesi ise

$$\mathbf{P}|\Psi\rangle = \mathbf{P}_q\mathbf{P}_{\bar{q}}(-1)^{\ell}|\Psi\rangle \tag{2.16}$$

$$= (-1)^{\ell+1}|\Psi\rangle \tag{2.17}$$

şeklinde ifade edilir. Burada ℓ kuark sisteminin yörüngesel açısal momentumudur.

C yük eşleniği işlemcisi; yük, baryon sayısı, lepton sayısı gibi içsel tüm kuantum sayılarının işaretini değiştirirken, kütlesine ve enerjisine etki etmez. Kısaca parçacığı antiparçacığı ile yer değiştirir. Parite gibi iki kere uygulandığında sistemi ilk durumuna getirecektir. $|\Psi\rangle$, **C**'nin özvektörü olmak üzere etkisi aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$\mathbf{C}|\Psi\rangle = \pm|\Psi\rangle = |\bar{\Psi}\rangle. \tag{2.18}$$

Buradan da görüleceği gibi sadece elektriksel yüksüz parçacıklar **C** yük eşleniği[8] işlemcisinin özdurumları olabilir. **C** yük işlemcisi yörüngesel açısal momentumu ℓ ve toplam

[8] C yük eşleniği işlemcisi aynı zamanda $i\gamma^2\gamma^0$ olarak da tanımlanır.

spini 0 ya da 1 olan bir mezonun dalga fonksiyonun konumunu ve spinini yer değiştirecektir. Bu durumda konumdan yukarıda gösterildiği gibi $(-1)^{\ell+1}$ katkısı gelecektir. Bu işlemcinin bir mezon spinine etkisi, toplam spinin 0 olduğu durumda (-1), 1 olduğu durumda ise (+1) olacak şekildedir. Bu katkılar dikkate alındığında spinden gelen katkı $(-1)^{s+1}$ olarak yazılabilir. Özetle, bir mezon **C** yük eşleniği işlemcisi altında

$$\mathbf{C}|si\rangle = (-1)^{\ell+s}|\psi\rangle \tag{2.19}$$

şeklinde dönüşmektedir. Denklem 2.17 ve denklem 2.19'dan görüldüğü üzere **P** parite işlemcisi sistemin yörüngesel açısal momentumuna, **C** parite işlemcisi ise sistemin yörüngesel açısal momentumuna ek olarak sistemin spinine de bağlıdır.

T zaman terslenimi işlemcisini test etmek **P** ve **C**'ye göre oldukça zordur. Birçok parçacık ve durum **P** ve **C**'nin özdurumu iken **T**'nin özdurumu yoktur. Bu yüzden **T**'nin korunumu diğer pariteler gibi test edilememektedir. Elektromanyetik ve güçlü kuvvetler için **T** parite süreçler üzerinden test edildiğinde süreçlerin aynı şartlar ile terslenebilir olduğu gözlenmiştir. Öte taraftan zayıf etkileşmelerde B mezon bozunmalarında **CP**'nin ihlal edildiği süreçler tespit edilmiştir. Fakat **CPT** tüm süreçlerde korunduğundan **T**'nin ihlal edildiği varsayılmaktadır. Fakat bu istisna dışında **T**'nin ihlal edildiği bir durum gözlenmemiştir.

2.3 Ağır Kuark Spin Simetrisi

Klasik kuark model mezon ve baryonların uyarılmış durumlarını açıklamakta yetersiz kalmaktadır. Düşük enerjilerdeki kuvvetli etkileşimlerde pertürbasyon teorisi renk hapsinden dolayı uygulanabilir olmadığından, hadronları incelemek için alternatif yöntemlere ihtiyaç duyulmuştur. Bu yöntemler; etkin alan teorisi (EAT), örgü kuantum renk dinamiği ve dağılma teorisi gibi teorilerdir. Bu bölümde EAT üzerinde durulacaktır. Bir etkin alan teorisi kurulurken çalışılacak kütle ya da enerji bölgesi dikkate alınmalı ve ilk olarak onların ölçek ayrımı yapılmalıdır.

Çalışmada ağır mezonlarla ilgilenilmektetir. Kütlesi $m_Q \gg \Lambda_{KRD} \simeq 200$ MeV limitinin üzerinde ağır kuark içeren mezonlar ağır mezon olarak adlandırılır. Aşağıda görüldüğü üzere c ve b kuarklar ağır kuark olarak adlandırılmaktadır.

$$m_u < m_d \ll m_s \ll \Lambda_{KRD} \ll m_c \ll m_b \tag{2.20}$$

Burada m_i ile gösterilen ilgili kuarkın kütlesidir [9]. Λ_{KRD}, KRD'nin pertürbatif olmayan etkilerinin gözlenmeye başladığı ölçektir. KRD'nin asimtotik serbestlik özelliğinden dolayı bir hadronun içinde ağır kuarkların dinamiklerinin incelenmesi hadronun içindeki hafif kuarkların dinamiklerinin incelenmesinden daha kolaydır. Fakat bir ağır hadronun ($Q\bar{q}$) içerdiği hafif kuark, durumu biraz karışık hale getirmektedir. Bir ağır kuark (Q) ve bir hafif antikuarktan($\bar{q}$) oluşan mezon $m_Q \to \infty$ limitinde incelenebilir.

Bir ağır kuarkın serbestlik dereceleri, spini ve dörtlü hızıdır. v^μ ağır kuarkın dörtlü hızı[10] olmak üzere, P^μ ağır hadronun dörtlü momentumu

$$P^\mu_{hadron} = m_{hadron}\mathrm{v}^\mu \tag{2.21}$$

olup, m_Q yeterince büyükse, $m_Q \simeq m_{hadron}$ olarak kabul edilebilir. Bu durumda ağır kuark momentumun büyük çoğunluğunu taşıyacaktır. q^μ hafif serbestlik derecelerinin momentumu olarak tanımlanırsa ağır kuarkın momentumu

$$p^\mu_Q = P^\mu_{hadron} - q^\mu = m_Q\mathrm{v}^\mu + k^\mu \tag{2.22}$$

[9] Yaklaşık 173.1 GeV'lik kütleye sahip t kuark çok hızlı bozunduğundan bir bağlı durumu gözlenmemiştir. Bu nedenle buraya dahil edilmemiştir.

[10] $\mathrm{v}^2 = 1$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $k^\mu = (m_{hadron} - m_Q)\mathrm{v}^\mu - q^\mu$ kalıntı (residual) momentum olarak tanımlanmıştır. Kalıntı momentumu Λ_{KRD} mertebesindedir. Hız,

$$\mathrm{v}_Q^\mu = \frac{p_Q^\mu}{m_Q} \tag{2.23}$$

şeklinde tanımlandığında v^μ,

$$\mathrm{v}_Q^\mu = \mathrm{v}^\mu + \frac{k^\mu}{m_Q} \tag{2.24}$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifade de $m_Q \to \infty$ limitinde,

$$\mathrm{v}_Q^\mu \to \mathrm{v}^\mu \tag{2.25}$$

indirgenecektir. Elde edilen bu sonuç, ağır kuarkın yaklaşık olarak hadronun hızı ile hareket edeceğini göstermektedir. Ağır kuarkın spini artık etkisizdir. s spinine ve v hızına sahip bir ağır kuark $Q(s,\mathrm{v})$'yi içeren hadronun hafif serbestlik dereceleri, s' spinine ve v hızına sahip bir başka ağır kuark $Q'(s',\mathrm{v})$ ile yer değiştirdiğinde, değişmeyecektir. Her iki kuark da aynı renk alanını üretecektir. Dikkat edilmesi gereken nokta, ağır kuark kütlelerinin Λ_{KRD}'den yeteri kadar büyük olmasıdır. Bu yaklaşımla beraber, KRD Lagranjiyanının ağır kuarkın serbestlik derecelerine karşı gelen kısımları yeniden düzenlenmelidir.

Ağır kuarkların hafif serbestlik dereceleri ile etkileşimleri, kalıntı momentumunu $\Delta k^\mu \sim \Lambda_{KRD}$ kadar değişirtirirken, ağır kuarkın hızında bir değişiklik yaratmamaktadır. Mezon alanını yeniden, momentumun büyük kısmı Q_v alanı ve küçük kısmı O_v alanı olacak şekilde tanımlanabilir:

$$Q(x) = e^{-im_Q v\cdot x}\left[Q_v(x) + O_v(x)\right]. \tag{2.26}$$

Bu alanlar aşağıda tanımlanan $P_\pm$ izdüşüm işlemcisi

$$P_\pm = \frac{1 \pm \not{\mathrm{v}}}{2} \tag{2.27}$$

yardımıyla yeniden yazıldığında, hafif ve ağır kuark alanları,

$$Q_{\mathsf{v}}(x) = e^{im_Q \mathsf{v}\cdot x} P_+ Q(x) \tag{2.28}$$

$$O_{\mathsf{v}}(x) = e^{im_Q \mathsf{v}\cdot x} P_- Q(x) \tag{2.29}$$

formda ifade edilebilir. Alanlardaki üstel katsayı kütleden kaynaklı hızlı salınımları çıkarmak için yazılmıştır. Denklem 2.26 ile ifade edilen yeni kuark alanı KRD Lagranjiyanında yerine yazılırsa aşağıdaki Lagranjiyan elde edilir:

$$\begin{aligned} \mathscr{L}_Q &= \bar{Q}(i\not{D} - m_Q)Q & (2.30)\\ &= \bar{Q}_{\mathsf{v}} i\not{D} Q_{\mathsf{v}} + \bar{O}_{\mathsf{v}}(i\not{D} - 2m_Q)O_{\mathsf{v}} + \bar{Q}_{\mathsf{v}} i\not{D} O_{\mathsf{v}} + \bar{O}_{\mathsf{v}} i\not{D} Q_{\mathsf{v}}. & (2.31) \end{aligned}$$

Bu alanlar $\mathsf{v}^2 = 1$ eşitliği aracılığıyla

$$\not{\mathsf{v}} Q_{\mathsf{v}} = Q_{\mathsf{v}} \qquad\qquad \not{\mathsf{v}} O_{\mathsf{v}} = -O_{\mathsf{v}} \tag{2.32}$$

formda yazılabilir. Değişmez türev yeni bir tanımlama ile hıza dik ve hıza paralel olarak iki ayrı kısımda aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\not{D} = \not{D}_\perp + \not{D}_{||} \tag{2.33}$$

$$\not{D}_\perp = \not{D} - \not{\mathsf{v}}(\mathsf{v}\cdot D) \qquad \not{D}_{||} = \not{\mathsf{v}}(\mathsf{v}\cdot D). \tag{2.34}$$

Bu yeni işlemciler $[\not{D}_{||}, \not{\mathsf{v}}] = 0$ ve $\{\not{D}_\perp, \not{\mathsf{v}}\} = 0$ bağlantılarını sağlamaktadır. Yapılan bu tanımlamalar ile KRD Lagranjiyanı,

$$\mathscr{L}_Q = \bar{Q}_v iv\cdot D Q_v - \bar{O}_v(iv\cdot D + 2m_Q)O_v + \bar{Q}_v i\not{D}_\perp O_v + \bar{O}_v i\not{D}_\perp Q_v \tag{2.35}$$

şeklinde yeni formunu alacaktır.

Q_v ve O_v alanları arasındaki ilişki,

$$(i\not{D} - m_Q)Q(x) = 0 \tag{2.36}$$

hareket denkleminin yardımıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$O_v = \frac{i\not{D}_\perp}{iv\cdot D + 2m_Q + i\varepsilon} Q_v \tag{2.37}$$

Elde edilen bu bağıntı sonra gluon kuvvet alan tensörünün $G^{\mu\nu} = \frac{i}{g}[D^\mu, D^\nu]$ tanımının da yardımıyla ağır kuark Lagranjiyanı,

$$\mathscr{L}_Q = \bar{Q}_v(iv\cdot D)Q_v - \frac{1}{2m_Q}\bar{Q}_v D_\perp^2 Q_v + \frac{g}{4m_Q}\bar{Q}_v\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu}Q_v + \mathscr{O}\left(\frac{1}{m_Q^2}\right) \tag{2.38}$$

formunu alacaktır. Lagranjiyandaki ilk terim öncül mertebe katkısı olup kuvvetli etkileşmeleri göstermektedir. Diğer öncül mertebe katkısını verecek olan terimler durgun kütle çerçevesinde[11] açık şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathscr{L}_{kinetik} = \frac{1}{2m_Q}\bar{Q}_v(iD_\perp)^2 Q_v \to -\frac{1}{2m_Q}\bar{Q}_v(i\vec{D})^2 Q_v \tag{2.39}$$

$$\mathscr{L}_{manyetik} = \frac{g}{4m_Q}\bar{Q}_v(\sigma_{\mu\nu}G^{\mu\nu})^2 Q_v \to -\frac{g}{m_Q}\bar{Q}_v(\vec{S}\cdot\vec{B}_c)Q_v. \tag{2.40}$$

Denklem 2.39, kalıntı momentumdan kaynaklanan kinetik terimdir. Denklem 2.40 ise ağır kuarkların spini ile gluonların etkileşimlerini tasvir etmektedir. $B_c^i = -\frac{1}{2}\varepsilon^{ijk}G^{jk}$ gluon kromomanyetik alan bileşenleri ve $\vec{S}$ spin işlemcisidir. Bu etkileşim göreli olup $\frac{1}{m_Q}$ ile orantılı olduğundan ağır kuark spin simetrisi çerçevesinden ihmal edilebilir. AKSS'nin temeli buradaki yaklaşıma dayanmaktadır. Ayrıca bu limitte sistem ağır kuarkın çeşni simetrisini de barındırmaktadır. Denklem 2.40'da görüldüğü gibi AKSS, KRD'nin $m \to \infty$ limitinde yaklaşık bir simetrisidir.

[11] Ağır kuark, hadronun durgun çerçevesinde durgun kalacaktır.

Ağır kuarkın spini hafif kuarkın serbestlik derecelerinden ayrışır dolayısıyla sistemin dinamikleri ağır kuarkın kütle ve spinininden bağımsızdır. Hafif serbestlik derecelerin yörüngesel açısal momentumu ℓ ve ağır kuarkın spini s_Q olmak üzere, $\vec{J}$ toplam açısal momentum korunduğundan hafif serbestlik derecelerin toplam açısal momentumu $\vec{j}_\ell = \vec{J} - \vec{s}_Q$ de korunmaktadır. Bu çerçevede, hadronik durumlar hafif serbestlik derecelerinin kuantum sayıları cinsinden sınıflandırılabilir. s_q hafif antikuarkın spini olmak üzere, hafif serbestlik derecelerinin toplam momentumu ise

$$\vec{j}_\ell = \vec{l} + \vec{s}_q \tag{2.41}$$

eşitliğini sağlamaktadır. Belirli bir j_ℓ için toplam spin,

$$J = j_\ell \pm \frac{1}{2} \tag{2.42}$$

olarak yazılabilir. AKSS ile $\ell = 0$ ve $\ell = 1$ durumları için elde edilen alanlar ve ilgili kuantum sayıları Çizelge 2.1'de gösterilmiştir. Çizelge 2.1'den görüleceği gibi $l = 0$ durumu için $j_\ell^P = \frac{1}{2}^-$ olup, J^P kuantum sayıları

$$(P, P^*) \equiv (0^-, 1^-) \tag{2.43}$$

dejenere alanlarına karşılık gelir ve ağır kuark spin simetri çerçevesinde dejenere olan bu alanlar bir ikili olarak yazılabilmektedir. $\ell = 1$ durumu için ise hafif serbestlik derecelerin toplam açısal momentumu $j_\ell^P = \frac{1}{2}^+$ ve $j_\ell^P = \frac{3}{2}^+$ olan iki adet ikiliye karşılık gelmektedir.

$$(P_0^*, P_1') \equiv (0^+, 1^+) \qquad (P_1, P_2) \equiv (1^+, 2^+) \tag{2.44}$$

Dejenere mezonlar arasındaki kütle farkı, c kuark içeren mezonlar için $m_{D^*} - m_D \simeq 140$ MeV iken b kuark içeren mezonlar için $m_{B^*} - m_B \simeq 47$ MeV'dir. Artan ağır kuarkın kütlesiyle azalan fark, ağır kuark simetrisinin ağır kuarkın kütlesi arttıkça daha iyi çalıştığını

Çizelge 2.1 AKSS altında $\ell = 0$ ve $\ell = 1$ durumlarına sahip mezonlar için elde edilen alanlar ve kuantum sayıları

	D	D^*	D_0^*	D_1'	D_1	D_2^*
J^P	0^-	1^-	0^+	1^+	1^+	2^+
$^{2S+1}L_J$	$^1S_0$	$^3S_1 - ^3D_1$	$^3P_0$	$^3P_1 - ^1P_1$	$^3P_1 - ^1P_1$	$^3P_2$
ℓ	0	0	1	1	1	1
j_ℓ^p	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{3}{2}^+$

göstermektedir.

Belirsizlik ve hesapların model bağımlılığı bu modelin güvenilebilirliğini etkilemektedir. Burada yapılan yaklaşımın $\frac{1}{m_Q}$ mertebesinde olduğu yukarıda gösterilmiştir. AKSS'nin yaklaşık bir simetri olduğu göz önünde tutularak, sonlu c ve b kuark kütleleri, sonsuz kabul edilen m_Q ile kurulan AKSS'yi kıracaktır. Ağır mezon ile antiağır mezon etkileşme potansiyelinin ağır kuark limitinden sapması,

$$V^{LO}_{m_Q=m_c} = V^{LO}_{m_Q=m_\infty}\left(1 + \mathcal{O}\left(\frac{\Lambda_{KRD}}{m_c}\right)\right) \tag{2.45}$$

şeklinde ifade edilebilir. Tılsım kuarkın kütlesi yaklaşık 1.5 GeV ve Λ_{KRD}'de 200 MeV alındığında öncül mertebede (leading order, LO) kontak potansiyel için aşağı yukarı %15' lik bir sapma beklenmektedir. Bu belirsizlik bir pion değiş tokuşu ve parçacık çiftlenim kanalının eklenmesiyle bir nebze olsun azaltılsa da Nieves ve Valderrama (2012) çalışmalarında $X(3872)$ ve eşleri için AKSS'nin getirdiği belirsizliğin yanında bu etkilerin katkılarının göz ardı edilebileceği gösterilmiştir.

2.4 Saçılma Matrisi ve Tekilliklerin Genel Özellikleri

Fenomenolojik olarak hadronik moleküller, Lagranjiyanın serbestlik derecesi olarak elde edilemezken parçacıkların etkileşimleri kullanılarak elde edilebilmektedir[12]. Dolayısıyla hadronik yapılar dikkate alındığında rezonansların incelenmesi kaçınılmazdır. Rezonanslar ise saçılma matrisin tekil olduğu noktalarda yer almaktadır. Bir ağır kuark ve bir hafif antikuarkın oluşturduğu bağlı durumun içerisindeki hareket göreli değildir. Bu nedenle, EAT ile elde edilen potansiyel yardımıyla dinamik olarak üretilen bu tekillikler Lippmann-Schwinger denklemi ile incelenebilmektedir.

2.4.1 Lippmann-Schwinger denklemi

Saçılma matrisi (S-matrix), KRD'den önce ortaya atılan bir teoridir. Bu teori ile, saçılma süreci bilinmeyen etkileşmeler, kısa mesafe etkileşmeleri aracılığıyla anlaşılmaya çalışılmıştır. Bu konunun incelenmesindeki amaç; saçılma hakkında bilgi edinebilmektir. Etkileşme anından yeteri kadar önce etkileşmeye giren ve etkileşme anından yeteri kadar sonra etkileşmeden çıkan parçacıklar serbest olarak değerlendirilir. Saçılma sürecine, parçacıklar etkileşme bölgesine girip etkileşmeden de süreçten çıkabilirler. Bu durum göz önüne alınarak yazılan S-saçılma matrisi en basit ifade ile

$$S = \mathbf{1} - iT \tag{2.46}$$

gibi yazılabilir. Burada $\mathbf{1}$, yukarıda bahsedilen süreçten etkilenmeden çıkan parçacıkları, T ise etkileşme ile ilgili kısmı temsil edip, T-geçiş (transition) matrisi olarak adlandırılır.

Kuantum mekaniğinde parçacıkların bir hedeften saçılması etkileşen niceliklerin yapılarını

[12] Bu şekilde tanımlanan hadronlar *dinamik olarak üretilmiş* olarak nitelendirilirler.

anlamak için oldukça önemlidir. Örneğin; Rutherford'un bir altın plakaya α parçacıklarını gönderip saçılma sonrası saçılan parçacıkları incelemesi, çekirdeğin yapısının anlaşılmasına öncülük etmiştir. Daha sonra, elektronlarla bombardıman edilen nükleonlar sayesinde; proton ve nötronun iç yapıları, kesirli yüke sahip kuarklar, kuarkların spinleri ve kuarkların proton içindeki momentum dağılımları incelenmiştir. Elde edilen bu bulgular yine bir saçılma sonucu elde edilmiş gözlemlerdir.

Heisenberg'in belirsizlik ilkesi, atomaltı parçacıklar incelemek istendiğinde yüksek enerjilere ihtiyaç duyulduğunu söylemektedir. Diğer taraftan, bu çalışmada incelenecek durumlar göresiz olduğundan, onları zamandan bağımsız bir formalizmle incelemek yerinde olacaktır. Zamana bağlı formalizm kullanmak ise Lorentz değişmezliğinden dolayı göreli problemler için daha uygundur.

Orijin civarında lokalize[13] olmuş kısa menzilli bir $V(\vec{x})$ potansiyelinden saçılan bir parçacık düşünülerek, göresiz dinamiklere sahip bir saçılma tasvir edilebilir. Bu serbest parçacık lokalize olmuş potansiyel ile etkileşecektir. Gelen ve potansiyelden saçılan parçacıklar kuantum mekaniğinde Schrödinger denkleminin çözümü olarak ifade edilebilir. H_0 serbest parçacığın kinetik enerjisi ve V ise saçılma potansiyeli olmak üzere Hamiltonyeni $H = H_0 + V$ olan bir sistem için Schrödinger denklemi

$$(H_0 + V)|\psi\rangle = E|\psi\rangle \tag{2.47}$$

$$(E - H_0)|\psi\rangle = V|\psi\rangle \tag{2.48}$$

şeklinde yazılabilir. Gelen düzlem dalga ve onun potansiyel ile olan etkileşmesi göz önüne alındığında, $|\phi\rangle$ serbest Hamiltonyenin öz durumu ve $|\psi_s\rangle$ potansiyelden saçılan durum olmak üzere, $|\psi\rangle$ onların toplamı olarak yazılabilir. Saçılma merkezinden yeteri kadar uzaklıkta, potansiyel sıfıra giderken, $|\psi\rangle \to |\phi\rangle$'ye dönüşür. Serbest parçacık için $(E -$

[13]En temel ifade ile lokalizeden kasıt, potansiyelin orijinden uzaklaşırken hızlıca azalmasıdır.

$H_0)|\phi\rangle = 0$ olduğu ve Schrödinger denklemini sağladığı da göz önüne alınırsa denklem 2.48 için,

$$(E - H_0)|\psi_s\rangle = V|\psi\rangle \tag{2.49}$$

elde edilecektir. Her iki taraf $(E - H_0)^{-1}$ ile çarpılıp, $|\psi_s\rangle = |\psi\rangle - |\phi\rangle$ terimi yerine konulduğunda ise

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle + \frac{1}{E - H_0} V|\psi\rangle \tag{2.50}$$

elde edilmektedir. Denklemin paydasında bulunan E'nin H_0'ın özdeğeri oluşu, tekillik yaratacaktır. Bu formuyla denklemin ikinci terimi iyi tanımlı değildir. $1/(E - H_0)$'nin bu tekilliğin etrafından dolanması için $+i\varepsilon$ eklenerek $1/(E - H_0 + i\varepsilon)$ formuna getirilebilir. Hesaplar sonunda $\varepsilon \to +0$'a götürüldüğünde elle eklenen $i\varepsilon$ terimi, sonucu etkilememiş olacaktır. Bu düzenleme ile birlikte elde edilen,

$$|\psi\rangle = |\phi\rangle + \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{E - H_0 + i\varepsilon} V|\psi\rangle \tag{2.51}$$

denklem Lippmann-Schwinger (LS) denklemi olarak adlandırılır. Denklemin birinci terimi belirli bir momentum ile gelen ve potansiyel ile etkileşmeden giden parçacığı, ikinci terim ise belirli bir momentum ile gelen parçacığın V potansiyeli ile etkileşmesini tarif etmektedir.

Basit ifade ile T-geçiş matrisi, başlangıç ve son durum arasındaki geçişi tanımlamaktadır. Bu tanımlama ile $T|\phi\rangle = V|\psi\rangle$ olarak yazılabilir. Serbest parçacık için

$$G_0 = \frac{1}{E - H_0 + i\varepsilon} \tag{2.52}$$

şeklinde ifade edilebilen Green fonksiyonu ile Lippmann-Schwinger denklemi soldan V işlemcisi uygulanıp düzenlendiğinde,

$$T = V + VG_0T = V + V\frac{1}{E - H}V \tag{2.53}$$

elde edilecektir. Potansiyelin yeteri kadar küçük olduğu durumda bir fonksiyon

$$\frac{1}{1-G_0V} = 1 + G_0V + G_0VG_0V + ... \tag{2.54}$$

şeklinde kuvvet serisine açılalabilir. Bu açılım Lippmann-Schwinger denkleminde yerine yazıldığında,

$$T = V + VG_0V + VG_0VG_0V + ... \tag{2.55}$$

elde edilmekte ve Born serisi olarak adlandırılmaktadır.

Momentum uzayında, LS denklemini bir integral denklemi olarak da ifade etmek mümkündür. Denklem 2.53'deki eşitliğin sağ ve sol taraftan momentum durumları ile çarpıldığında aşağıdaki form elde edilecektir[14].

$$\langle \vec{p}|T|\vec{p}^{'}\rangle = \langle \vec{p}|V|\vec{p}^{'}\rangle + \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{\langle \vec{p}|V|\vec{k}\rangle\langle \vec{k}|T|\vec{p}^{'}\rangle}{E - m_1 - m_2 - \frac{\vec{k}^2}{2\mu} + i\varepsilon} \tag{2.56}$$

Bu eşitlikte ifade edilen μ, etkileşen m_1 ve m_2 kütleli parçacıkların indirgenmiş kütleleridir [15]. Göreli olmayan EAT'ler de ultraviyole ıraksaklıkları gidermek için $f(x)$ regülatör fonksiyonu sıklıkla kullanılmaktadır. $f(x)$ yardımıyla regüle potansiyel

$$\langle \vec{p}|V|\vec{p}^{'}\rangle = f(\frac{\vec{p}}{\Lambda})\mathrm{v}f(\frac{\vec{p}^{'}}{\Lambda}) \tag{2.57}$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki hesaplarda $f(x) = e^{-x^2}$ Gaussian regülaratör fonksiyonu[16] kullanılmıştır. $f(x)$ fonksiyonu $x \ll 1$ iken 1'e, $x \gg 1$ iken ise 0'a gitmelidir. Hesapların Λ kesilim ölçeğine bağlılığı görünmektedir. Belirli bir limitten küçük olmak üzere gözlenebilirlerin Λ kesilim ölçeği bağımlılığı, kontak etkileşmelerin şiddetini belirleyen düşük

[14] Burada $1 = \int d^3\vec{x}|\vec{x}\rangle\langle\vec{x}|$ ve $1 = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3}|\vec{k}\rangle\langle\vec{k}|$ kullanılmıştır.

[15] İndirgenmiş kütle $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$ ile ifade edilir.

[16] $f(x)$ fonksiyonuna halka fonksiyonunun gerçel kısmını regüle etmek ve aynı zamanda sanal kısmını belirli sınırlar içinde tutmak için ihtiyaç vardır. Başka bir deyişle $f(x)$ fonksiyonu modeldeki pikin şeklini kontrol etmektedir.

enerji sabitleri aracılığıyla absorbe edilecektir. Seçilecek olan Λ ölçeği durumların dalga sayısından büyük ve AKSS'yi koruyacak kadar da küçük olmalıdır.

LS denkleminin çözümü

$$\langle \vec{p}|T|\vec{p}^{'}\rangle = f(\frac{\vec{p}}{\Lambda})\mathrm{t}f(\frac{\vec{p}^{'}}{\Lambda}) \tag{2.58}$$

ile verilirse LS denklemi,

$$t(E) = \frac{v}{1 - vG(E)} \tag{2.59}$$

şeklinde yazılabilir. $G(E)$ halka fonksiyonu[17] olup aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$G(E) = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \frac{f^2(\vec{p})}{E - m_1 - m_2 - \frac{\vec{p}^2}{2\mu} + i\varepsilon} \tag{2.60}$$

$$= -\frac{\mu\Lambda}{(2\pi)^{3/2}} + \frac{\mu k}{\pi^{3/2}} F(\sqrt{2}k/\Lambda) \mp i\frac{\mu k}{2\pi} e^{-2k^2/\Lambda^2} \tag{2.61}$$

Burada dalga sayısı $k = \sqrt{2\mu(E - m_1 - m_2)}$, F ise Dawson integralidir[18].

T-matrisinin analitik özellikleri bağlı ve rezonans durumları ile ilgilidir. Schrödinger denkleminin negatif enerjili çözümleri bağlı durumlara karışılık gelmektedir. Bağlı durumlar ise T-matrisinin kompleks enerji düzlemindeki tekillikleridir. Bağlı durumlar söz konusu olduğunda $m_1 + m_2$ eşiğinin altındaki değerler için

$$1 - vG = 0 \tag{2.62}$$

geçerlidir.

Çiftlenim kanalı söz konusu olduğunda, kanalların katkıları da artık saçılma matrisinde yer alacaktır. n çiftlenim kanalına sahip bir durum için $|\psi\rangle$ alanı nx1'lik ve G halka

[17] Hadronik halka fonksiyonları sanal kısma katkı sağlarken tekilliğin gerçel kısmını değiştirir.

[18] Dawson integrali $F(x) = e^{-x^2}\int_0^x e^{y^2}dy = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}e^{-x^2}erfi(x)$ şeklinde tanımlıdır.

fonksiyonu nxn'lik matris olup en genel formda

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} |\psi_1\rangle \\ |\psi_2\rangle \\ \vdots \\ |\psi_n\rangle \end{pmatrix} \qquad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_{11} & & & \\ & G_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & G_{nn} \end{pmatrix} \tag{2.63}$$

ile verilir. Burada G_{ii}'ler bulunduğu kanalın halka fonksiyonu olup kanalda yer alan parçacıkların kütlelerini ve indirgenmiş kütleyi içermektedir. **V** ise dikkate alınan bazda etkileşme potansitellerini içeren nxn'lik bir matristir.

Denklem 2.59'a benzer formda yazılan T matris,

$$T = \frac{A\mathbf{V}}{det(\mathbf{1} - \mathbf{GV})} \tag{2.64}$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemin paydasının sıfır olduğu noktalarda aranılan tekillik veya tekillikler mevcuttur.

$$det(\mathbf{1} - \mathbf{GV}) = 0 \tag{2.65}$$

Bu denklem uygun Riemann katmanı seçimiyle birlikte tekilliklerin konumlarını verecektir. Burada A ise tekilliğin kaynağını dışarlamak için

$$A = [det(\mathbf{1} - \mathbf{GV})] (\mathbf{1} - \mathbf{GV})^{-1} \tag{2.66}$$

şeklinde tanımlıdır.

Green fonksiyonu gibi niceliğin tüm momentum uzayı üzerinden integrali alındığında, halka diyagramlarında UV ıraksaklıklar gelmektedir. Bu ıraksaklıklar yeni tanımlamalar

ve teorideki katsayıların yeniden ölçeklendirilmesiyle giderilebilir. Bu işlem renormalizasyon olarak adlandırılır. Bunu yapmanın tek bir yolu (renormalization scheme) olmadığı gibi hangi yol izlendiğine bakılmaksızın gözlenebilirler değişmeden kalmalıdır. Renormalizasyon şeması bir kütle skalası önerir ve bu skala renormalizasyon skalası olarak adlandırılır. Ardından parametreler bu şemaya ve skalaya bağlı olur. KRD'de kuark kütleleri gözlenebilir olmadığından kütle skalası seçimi için öncü bir tercih yoktur. En yaygın olan $\overline{MS}$ şeması olup bu skala pertürbatifdir. Örneğin, bağlaşım sabitleri KED'de maksimum $1/137$'ye yaklaştırırken KRD'de 1'e yaklaştırır bu nedenle şemasının seçimi önemlidir.

2.4.2 Tekilliklerin genel özellikleri

Tekilliklerin konumları onların yorumları için önemlidir. Bulundukları konuma göre bağlı durum veya rezonans olarak adlandırılırlar; fakat bu konumları saptamak her zaman kolay olmamıştır. Tekilliklerin konumlarını saptamak adına Nussenzveig'in potansiyel kuyusu analizinde, tekilliklerin yörüngeleri ve bu yörüngelerin kuyunun derinliğiyle değişiminin incelemesinden bu yana elli yıldan fazla zaman geçmiş ve bu süre zarfında tekilliklerin analizi genel bir temele oturtulmuştur. Artık tekillikler kolay ve etkili bir şekilde bulunabilmektedir.

Kompleks enerji düzleminde yer alan tekillikler farklı Riemann katmanlarında bulunabilir. Katmanlar, dallanma noktası olarak adlandırılan iki parçacığın eşik değerinden sonra eksen boyunca sağa tarafa doğru ayrılır[19]. İki Riemann katmanı analitik olarak dallanma noktasından kesilim boyunca sağ taraftan bağlantılıdır. İkinci katmanda eşiğin üzerinden birinci katman ile doğrudan bağlantı varken, eşiğin altında birinci katman ile dallanma noktasının etrafından bağlantı vardır.

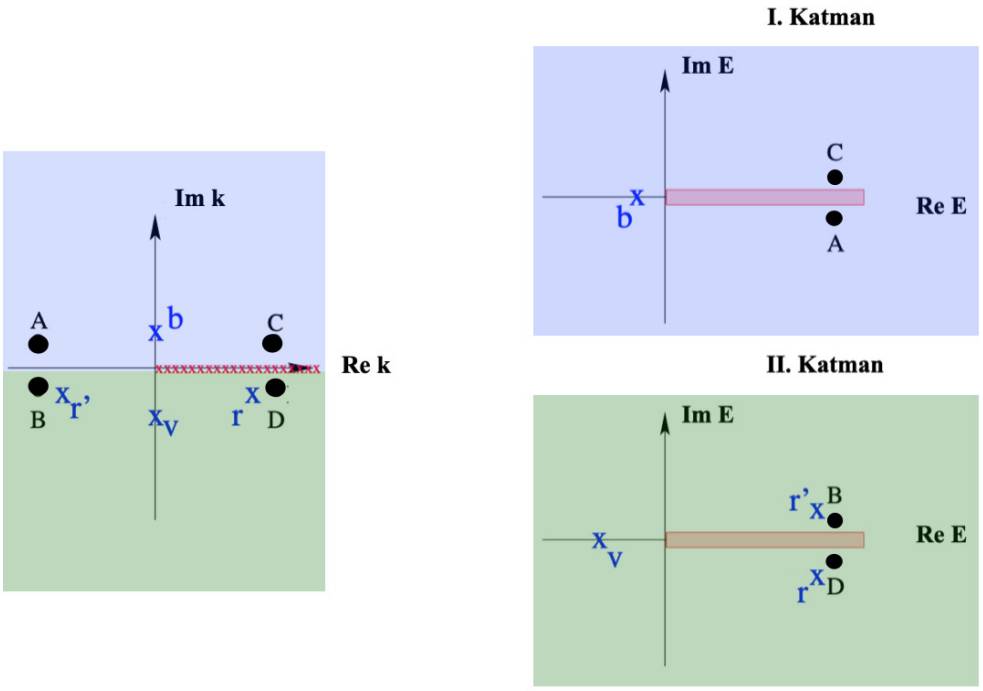
[19]Dallanma noktaları kinematik olduğundan fiziksel süreçteki parçacıkların kütleleriyle doğrudan ilişkilidir. s kanalları için, eşikteki dallanma noktasından başlayarak sağa doğru katmanlar ayrılır. Fakat çapraz kanallar söz konusu olduğunda katmanlar sol tarafa doğru ayrılır.

S-matrisi ya enerjinin ya da k dalga sayısının bir fonksiyonudur. Tekillikleri k-düzleminde tanımlamak daha kolaydır. Çünkü orada tek bir katman vardır. Başka bir deyişle sağ tarafta bir kesilim yani dallanma noktası yoktur. Enerji-momentum ilişkisi göz önüne alındığında, bir dallanma noktasına sahip olduğundan E-enerji düzlemi oldukça önemlidir. Her dallanma noktası için ise Riemann katmanlarının sayısı ikiye çıkar. k-düzleminin pozitif sanal kısma sahip üst yarı düzlemi birinci Riemann katmanı (BRK) olarak adlandırılır. Bu bölgedeki dalga fonksiyonu normalizedir ve Schrödinger denkleminin negatif enerjili çözümleri ile sistemin bağlı durumları yer alır. k-düzleminin negatif sanal kısma sahip alt yarı düzlemi ise ikinci Riemann katmanı (İRK) olarak adlandırılır. Bu bölgedeki Schrödinger denkleminin çözümleri normalize değildir[20]. Burada yer alan çözümler sanal durum olarak adlandırılır.

Bu iki farklı katmanda bulunan tekillikler bağlı durum veya rezonans olarak ifade edilmektedir. Rezonanslar, kompleks k-düzleminin dördüncü bölgesinde yer almaktadır ve bu bölge E-kompleks enerji düzleminde İRK'da alt yarısına denk gelmektedir. Anti-rezonanslar ise k-düzleminin üçüncü bölgesinde yer alırken ve bu bölge E-kompleks enerji düzleminde İRK'da pozitif sanal kısmına karışık gelmektedir. Diğer taraftan bağlı durumlar, aynı zamanda fiziksel katman olarak adlandırılan BRK'da gerçel eksen üzerinde eşiğin altında bulunan tekilliklerdir. Rezonanslar ise fiziksel olmayan İRK'da gerçel eksenin altında eşiğin üzerinde bulunan tekilliklerdir. İRK'da yer alan tekilliklerin konumu ile ilgili herhangi bir kısıtlama yoktur[21]. Eğer k'da kompleks değerli (gerçel eksen üzerinde olmayan) bir tekillik varsa analitiklik ve Schwarz yansıma prensibi onun kompleks eşleniği olan k^*'da da bir tekillik olması gerektiğini söyler. Bu iki düzlem ve üzerinde yer alan tekillikler Şekil 2.3'de gösterilmiştir.

[20] Bundan dolayı bu katman fiziksel olmayan katman olarak yorumlanır.

[21] Tekillikler hakkında detaylı bilgi için Hanhart vd. (2014) ve Guo vd. (2018)'de bakılabilir.



Şekil 2.3 E ve k-düzlemlerinde yer alan tekillikler arasındaki ilişki.
Soldaki k-momentum düzlemi olup ve düzlemde yer alan tekillikler gösterilmektedir. Sağ üstte gösterilen fiziksel katman BRK, sağ alttaki İRK olup fiziksel olmayan katmandır. Burada b ile bağlı durumlar, v ile sanal durumları, r ve r' ile ise birbirinin kompleks eşleniği olan rezonanslar gösterilmiştir. A, B, C ve D noktaları iki düzlem arasındaki farklı konumları göstermektedir.

Tekilliğin konumu, dalga fonksiyonunun davranışını ve fiziksel yorumunu belirlemektedir. Negatif sanal kısma sahip olan, Şekil 2.3'de r ile gösterilen rezonans, fiziksel katmana daha yakındır dolayısıyla gözlenebilirler üzerindeki etkisi, r''deki rezonansın gözlenebilirler üzerindeki etkisinden daha büyüktür. Dar bir rezonans dikkate alındığında ise İRK'nın alt düzlemindeki yer alan tekillik de fiziği etkileyecektir. Genel olarak eşiğe yakın olan tüm tekillikler her zaman önemlidir. Breit-Wigner rezonansı dikkate alındığında tekilliğin enerji düzlemindeki konumunun gerçel kısmı onun kütlesi, sanal eksendeki konumu ise onun genişliği olarak yorumlanır.

Rezonanslar söz konusu olduğunda, sistemin davranışı etkileşmeler içermeden de yazılabilir. Bunun için saçılma genliğinde tekilliklerin konumlarına odaklanmak gerekir. Eşiğe yakın bölgede k-uzayında simetri ve Schwartz yansıma ilkesini sağladığı varsayılarak S-saçılma matrisi $k_2 > 0$ olmak üzere, $k_0 = k_1 - ik_2$ de bir tekilliği için $S(k)$ en genel formda aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$S(k) = e^{2i\phi(k)} \frac{(k-k_0^*)(k+k_0)}{(k-k_0)(k+k_0^*)}. \tag{2.67}$$

Burada $\phi(k)$, k'nın herhangi bir düzgün[22] fonksiyonudur. $S(k)$, BRK'da k_0^* ve $-k_0$'da sıfırlara sahipken, İRK'da k_0 ve $-k_0^*$'da tekilliklere sahiptir. Momentum ile enerji arasındaki ilişki S-matrisinin,

$$S(E) = e^{2i\phi(E)} \frac{E - E_0 - \frac{i\Gamma}{2}}{E - E_0 + \frac{i\Gamma}{2}} \tag{2.68}$$

formunda yazılmasını sağlamaktadır. Bu ifade S-matrisi için Breit-Wigner formülüdür. Bu formül $\phi(E)$ sıfır alındığında tesir kesiti,

$$\sigma(E) \approx \frac{\pi}{k^2}(2l+1) \frac{\Gamma^2}{(E-E_R)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2} \tag{2.69}$$

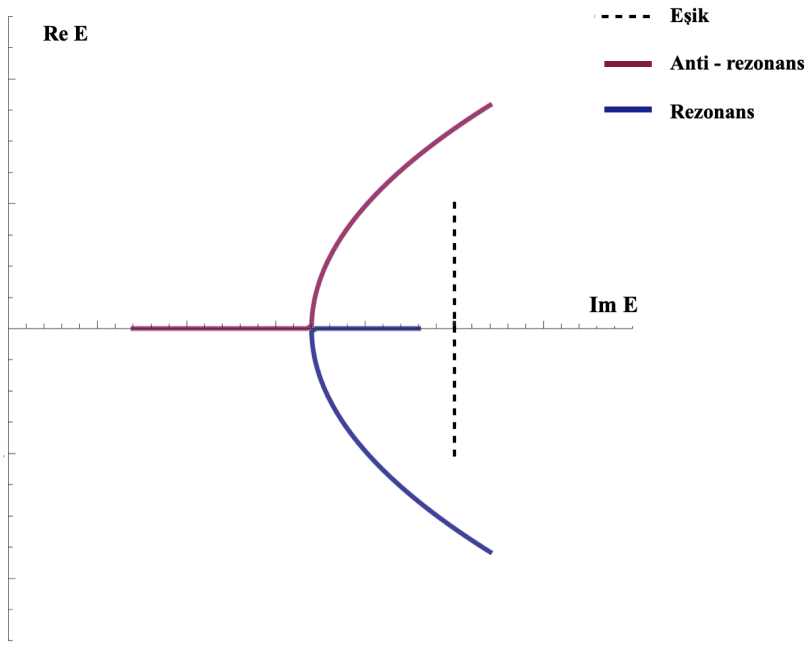
ile verilmektedir. Burada, E_R enerji değerinde ve Γ genişliğinde bir pik vardır. Bu tekillikler İRK'da veya k-düzleminin dördüncü bölgesinde[23] yer alırlar.

Öte yandan; kuvvet parametresinin değişimine bağlı olarak tekillik yörüngelerinin değişimi incelendiğinde, s-dalga için elde edilen yörüngeler ile diğer yüksek kısmi dalgalar için elde edilen yörüngeler birbirinden farklıdır. Bu farklılık merkezkaç potansiyelinden[24]

[22] $\phi(k)$ fonksiyonu tekillik civarında sabit olarak alınabilir.

[23] Tekillikler $E = E_R - \frac{i}{2}\Gamma$ ve $k = k_1 - ik_2$'de yer alırlar. E_R, Γ, k_1 ve k_2 pozitif tanımlıdır.

[24] Merkezkaç bariyeri(centrifugal barrier) sonucu, eğer hadronik moleküller mevcutsa, ilk olarak s-dalga gözükmelidir. Bu nedenle uyarılmış durumlara bakılmıyor, fakat diğer uyarılmış durumların olmaması için bir neden yoktur.



Şekil 2.4 s-dalga rezonansının kuvvet parametresinin değişimiyle kompleks E-enerji düzlemindeki beklenen yörüngesi (Hanhart vd. 2014).
Burada yer alan tekillikler (rezonans ve anti-rezonans) artan kuvvet parametresiyle reel eksene yaklaşmaktadır. Kuvvet parametresi artmaya devam ettikçe yörüngeler reel eksene ulaşacak ve ardından biri eşiğe yaklaşırken diğeri eşikten uzaklaşacaktır.

kaynaklanmaktadır. s-dalga rezonansın kuvvet parametresi değişimiyle değişen yörüngesi, en basit şekilde Şekil 2.4'de gösterilmiştir. Burada iki tane tekillik vardır. Bunlardan bir tanesi pozitif diğeri ise negatif sanal kısma sahiptir. Kuvvet parametresinin artmasıyla, bu rezonanslar gerçel eksene doğru yaklaşır ve eşik değerinin altında gerçel eksene çarparlar. Ardından kuvvet parametrelerinin devam eden artışı ile eksen boyunca rezonanslardan biri eşiğe doğru yaklaşırken diğeri eşikten uzaklaşır. Bir noktadan sonra eşikten uzaklaşan rezonans, yeni konjüga çift yaratarak birinci Riemann katmanına geçecektir. Diğer taraftan uyarılmış durumlar söz konusu olduğunda ise kuvvet parametresi arttıkça rezonanslar eşik değerinde gerçel eksende buluşacak ve ardından iki tekillik de gerçel eksen boyunca eşikten uzaklaşacaktır.

Denklem 2.62 kompleks rezonanslar için yazılmak istendiğinde, G halka fonksiyonu G^{II} ile yer değiştirmelidir. Teoride, rezonansın veya sanal durumun konumunun bulmak için, analitik olarak, çözümü ikinci Riemann katmanına genişletmek yeterlidir. Fakat nümerik hesaplar için bu geçiş pek açık değildir. Farklı tekillikler ile karşılaşmamak için $G(E)$ hep BRK'da seçilir. İRK'da bir çözüm arandığında integralin kontürü değiştirilmelidir. Bu girişim yerine, enerji gerçel ve pozitif olmak üzere fiziksel bölgede $E+i\varepsilon$'de yer alan tekillik için, $E-i\varepsilon$'da ki tekillik, halka fonsiyonu $\mathscr{P}$ esas fonksiyonunun yardımıyla,

$$\frac{1}{E-\frac{k^2}{2\mu}} = \mathscr{P}\left(\frac{1}{E-\frac{k^2}{2\mu}}\right) + i\pi\frac{\mu}{q}\delta(k-q) \tag{2.70}$$

şeklinde ifade edilebilir. Eğer İRK'da ki bir tekillik ile ilgileniliyorsa sanal kısım negatif olacaktır. $E+i\varepsilon$ ve $E-i\varepsilon$ tekillikleri arasındaki süreklilik dikkate alındığında, bu iki tekilliğin sanal kısımları aynı değerlere sahip olacaktır. Bu durumda İRK'daki tekillik için BRK'daki $G^I(E)$ değerine yapılan sanal katkı ile $G^{II}(E)$,

$$G^{II}(E) = G^I(E) - i2\pi\frac{\mu}{q}\delta(k-q) \tag{2.71}$$

şeklinde elde edilebilir. Bu bağıntıyla, propagatörün (ilerletici) eşiğin altındaki değerler için BRK'da, eşiğin üstündeki değerler için İRK'da seçimi hesapları kolaylaştıracaktır.

2.5 Weinberg Kompozitlik İlkesi

1960'ların başında Weinberg döteronun yapısını anlamak için bir yöntem geliştirdi (Weinberg 1963, Weinberg 1965). Weinberg'in bu girişimi, kompozit bir yapıyı tanımlamak için geliştirilen ilk yöntem olup bu yöntem döteronun proton ve nötrondan oluşan bir bağlı durum olduğu göstermiştir. Aynı zamanda bu yöntem bir bağlı durumun içindeki bileşenlerin bulunma olasılıkları ile gözlenebilirler arasında ilişki kurulmasına da imkan sağlamaktadır.

Döteron, nötron-proton kütle sınırının hemen altında yer alıp, ölçülebilen yapısıyla hadronik molekül tanımına uymaktadır. s-dalga ve küçük bağlanma enerjisine sahip durumlar için geçerli olan Weinberg kompozitlik ilkesi, kompozitlik ve elemanterlik olarak adlandırılan tanımlamalar aracılığı ile ifade edilmiştir. Aynı zamanda bu yöntem saçılma matrisinin tekilliklerindeki kalıntılar (residue) ve Green fonksiyonunun türevi cinsinden yazılabilmektedir. Bu yaklaşım, kompozitliğin sadece rezonansın konumu ve tekilliğin kalıntısı aracılığıyla yani etkileşmenin ayrıntıları bilinmeden de elde edilebileceğini göstermektedir. Diğer taraftan elemanterlik ise saçılma genliğinin kalıntısı, Green fonksiyonu ve tekillik civarındaki etkileşmenin türevi aracılığıyla elde edilebilir.

Genlik, eşik civarında bulunan E_R tekilliği için Laurent serisine açıldığında aşağıdaki formda yazılabilir:

$$T(E) = \frac{g^2}{E - E_R} + \sum_{n=0}^{\infty} A^{(n)} (E - E_R)^n. \tag{2.72}$$

Burada $A^{(n)}$ sabit bir katsayıdır. Rezonans civarında, saçılma genliğindeki birinci terim baskın olacağından; denklem 2.72'daki saçılma matrisi, tekillik ile ilgili olan ve tekillik ile ilgili olmayan kısım olarak ayrılabilir. Eşiğe yeterince yakın olunduğunda tekillikle ilgili olan terim baskın olacaktır. Eşikten uzaklaştıkça birinci terim, ikinci terimi artık baskılayamacaktır. Dolayıyla bir tekillikten bahsetmek güçleşmektir.

g_i ilgili kanala ait bağlaşım sabiti[25]

$$g_i g_j = \lim_{E \to E_R} (E - E_R) T_{ij} \tag{2.73}$$

şeklinde saçılma genliği aracılığıyla tanımlanabilir. Weinberg'in yöntemi uygulanan modelden bağımsızdır ve bağlı durumlar için geçerlidir. Rezonanslar söz konusu olduğunda kompleks değerler ile karşılaşıldığından Weinberg'in yöntemi yetersiz kalmaktadır. Bu nedenden dolayı, Weinberg'in yöntemi olasılıksal yoruma bu formuyla uygun degildir.

[25] g_i'ler aynı zamanda saçılma matrisin kalıntılarıdır.

Olasılıksal yorumun yapılabilmesi için dalga fonksiyonu normalize edilmeli ve bazı düzenlemeler yapılmalıdır.

Garcia vd. (2015) ile Sekihara vd. (2015) çalışmalarında kompozitliğin olasılıksal yorumu, birimselleştirilmiş toplam kuralı

$$\sum_{ij} g_i g_j \left(\delta_{ij} \left[\frac{\partial G_i(E)}{\partial E} \right]_{E=E_R} + \left[G_i(E) \frac{\partial V_{ij}(E)}{\partial E} G_j(E) \right]_{E=E_R} \right) = -1 \tag{2.74}$$

aracılığı ile tanımlanmıştır. Bağlı durumların ve rezonansların Riemann katmanındaki konumları sebebiyle, denklem 2.74'de ki G halka fonksiyonu sırasıyla; BRK'da G^I, İRK'da G^{II} olarak değerlendirildiğinde, denklem her iki durum içinde geçerli olacaktır. Aynı zamanda enerjiye bağlı veya bağlı olmayan durumlar için de denklem geçerliliğini korumaktadır. Fakat denklemin sağ tarafı gerçel bir sayı olduğundan, denklemin sol tarafındaki terimlerin sanal kısımlarının birbirini yok etmektedir.

Denklem 2.74'deki terimler ayrı ayrı farklı anlamlar ifade etmektedir. İlk terim kompozitlik olarak tanımlanıp,

$$X_i = Re\tilde{X}_i = Re \left(-g_i^2 \left[\frac{\partial G_i(E)}{\partial E} \right]_{E=E_R} \right) \tag{2.75}$$

şeklinde ifade edilir. $\tilde{X}_i$, bağlı durumlar için gerçel değerli olup, durumun i kanalında bulunma olasılığı olarak yorumlanmaktadır. $\tilde{X}_i$, bağlı durumlar için gerçel iken rezonanslar için genellikle kompleks değerlidir. Bu yüzden olasılık yorum doğrudan yapılamamaktadır. Fakat bu durum, hâlâ ilgili kanalın normalizasyonuna katkı vermektedir. Rezonanslar artık toplam kuralını elde etmekte kullanılan,

$$\langle \psi_i | \psi_i \rangle = \sum_i \int d^3 p |\psi_i(p)|^2 = 1 \tag{2.76}$$

ifadesi ile normalize edilemezler. Rezonansa ek olarak tanımlanan anti-rezonanslar yardımıyla rezonans durumları normalize edilebilmektedir. Guo ve Oller (2016) çalışmalarında, rezonansın belirli şartlar altında, toplam kuralını sağlayan, bağlaşım sabitinin ve S-matrisin aynı rezonans davranışına sahip fakat pozitif kompozitlik verecek şekilde yeniden tanımlanarak yazılabileceğini göstermişlerdir. Bu koşullar normalizasyonun

$$\langle \bar{\psi}_i | \psi_i \rangle = \sum_i \int d^3p (\bar{\psi}_i(p))^* \psi_i(p) = \sum_i \int d^3p \psi_i^2(p) = 1 \tag{2.77}$$

şeklinde yeniden tanımlanmasıyla sağlanmaktadır (Aceti vd. 2014). Denklem 2.77'nin denklem 2.76'dan farkı dalga fonksiyonun mutlak değerinin karesi üzerinden değil, karesi üzerinden toplam alınıyor oluşudur.

$$|\tilde{X}_i| = |g_i|^2 \left| \frac{\partial G_i^{II}(E_R)}{\partial E} \right| \tag{2.78}$$

Rezonanslar için $|\tilde{X}_i|$ artık durumun i. kanalda bulunma ağırlığı olarak değerlendirilebilir. Guo ve Oller (2016) çalışmalarında yaptıkları yaklaşımla, farklı kanalların karışımını engellemiş, rezonansın kalıntılarını ve bağlaşım sabitlerini korumuşlardır.

İlgilenilen durumun içinde i. kanaldan başka bir kanal da olabilmektedir. Bu olası durum, 2.74 denkleminde ki ikinci terimi olarak tanımlanıp, Z elemanterlik veya renormalizasyon alan sabiti olarak ifade edilmektedir.

$$Z = Re\tilde{Z}_i = Re\left(-\sum_{ij} \left[g_i G_i(E) \frac{\partial V_{ij}(E)}{\partial E} G_j(E) g_j \right]_{E=E_R} \right) \tag{2.79}$$

Z'nin birim değerden uzaklaşması ilgilendiğimiz durumun i kanalında olmaması ağırlığını verir. Bağlı durumlar için Z, durumun i. kanalda bulunmama olasılığı olarak yorumlanabilir. Denklem 2.75 ve denklem 2.79'daki tanımlar, $\sum_i X_i = 1 - Z_i$ toplam kuralı tarafından sağlanmaktadır. Böylelikle, Z'nin 1'e yakınlığı bağlı durumun ağırlıklı olarak

kompak[26] bir yapıdan oluştuğu anlamına gelmektedir. Diğer taraftan Z'nin 0'a yakınlığı ise bağlı durumun çoğunlukla moleküler yapıdan oluştuğunun göstergesidir. Rezonanslar için kompozitlik yorumu normalizasyon ile garantilenmiştir ($1 = Z + X$).

Daha yalın bir ifade ile; iki kanal durumunda, X durumun birinci kanalda bulunma olasılığını verirken, Z ise birinci kanal dışında bir yerde (ikinci kanalda) bulunma olasılığını verir. Bu yöntem ile asıl bakılmak istenen, egzotiğin içerisindeki olası bulunan yapılardır. $X(3872)$'nin dalga fonksiyonunu çarmonyum ve mezon molekülü olarak almak onun bu yöntem ile incelemesine olanak sağlamaktadır. Kompozit yapının içindeki molekül durum, ilerleyen bölümlerde Weinberg kompozitlik koşulu ile yorumlanacaktır.

[26]Kompak bileşen, R (confinement radius)'nin büyüklüğünün 1 fm'den küçük olduğu duruma denir. Sığ bağlı durum tanımı ise $R \approx 1/\gamma$ olduğu sürece geçerlidir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu bölümde AKSS kullanılarak ihtiyaç duyulan Lagranjiyanlar elde edilecek, ardından bu Lagranjiyanlar yardımıyla etkileşme potansiyellerine ulaşılacaktır. Elde edilen potansiyel ile çözülmeye hazır olan LS denklemi çiftlenim kanalında, uygulanan yaklaşıma göre değişkenlik gösteren yalın çarmonyum kütlesine olan bağımlılığı göz önünde bulundurularak, çözülecektir. $X(3872)$ rezonansının olası iç yapıları hakkında bilgi edinmek için oluşturulmuş olan etkin alan teorisi, Weinberg kompozitlik yaklaşımı yardımıyla yeniden düzenlenecektir.

3.1 Ağır Kuark Spin Simetri Altında Ağır Mezon Alanları ve Etkileşimleri

AKSS göz önüne alındığında bir ağır kuark ve bir hafif antikuarktan oluşan ağır mezonlar $(Q\bar{q})$ hafif serbestlik derecelerinden ayrılır. Dolayısıyla ağır kuarkın spini s_Q ve hafif serbestlik derecelerinin toplam açısal momentumu j_ℓ ayrı ayrı korunur. Bundan dolayı ağır mezonlar hafif serbestlik dereceleri ile sınıflandırılabilirler. Bu yaklaşımla, $\ell = 0$ durumunda $s_\ell^P = \frac{1}{2}^-$ elde edilir. (P, P^*) ikilisine denk gelen, spin ve paritesi 0^- ve 1^- olan mezon çiftti, AKSS bakış açısıyla dejeneredir. Dolayısıyla bu ağır mezonlarının etkileşimi aynı olacaktır. Düşük enerjilerde ağır mezonlar arasındaki etkileşim, doğası bilinmesede kısa menzilli etkileşimler ile ifade edilebilir.

Dikkate alınan mezonlar göreli olmayan bir $H_v^{(Q)}$ süper matris alanı içinde, bu dejenere mezon alanlarının bir lineer kombinasyonu ile temsil edilebilir. $D(\Lambda)$, Dirac uzayında Λ Lorentz dönüşümünün[1] matris temsili olmak üzere, ağır kuark ve hafif antikuark Lorentz dönüşümü altında

$$Q \to D(\Lambda)Q \qquad \bar{q} \to \bar{q}D(\Lambda)^{-1} \tag{3.1}$$

[1] $v' = \Lambda v \qquad x' = \Lambda x$

şekline dönüşecektir. Dönüşümler dikkate alındığında mezonların dönüşümü ise

$$Q\bar{q} \to D(\Lambda)Q\bar{q}D(\Lambda)^{-1} \tag{3.2}$$

olacaktır. $P^{(Q)}(P^{(\bar{Q})})$ sözdeskaler mezon (antimezon) ve $P^{*(Q)}(P^{*(\bar{Q})})$ vektör mezon alanlarının bir kombinasyonu olarak $H^{(Q)}(H^{(\bar{Q})})$ alanı

$$H_v^{(Q)}(x) = \frac{1+\not{v}}{2}\left[\not{P}_v^{*(Q)} - P_v^{(Q)}\gamma_5\right] \qquad v \cdot P^{*(Q)} = 0 \tag{3.3}$$

$$H_v^{(\bar{Q})}(x) = \left[\not{P}_v^{*(\bar{Q})} - P_v^{(\bar{Q})}\gamma_5\right]\frac{1-\not{v}}{2} \qquad v \cdot P^{*(\bar{Q})} = 0 \tag{3.4}$$

olarak yazılabilir. $4x4$'lük bir matris olan $H^{(Q)}$ alanından γ^μ ve γ_5 alanları sırasıyla vektör ve sözdeskaler alanlarını bispinöre dönüştürür. Burada vektör parçacığın kutuplanma vektörü ε_μ olup, $\varepsilon \cdot \varepsilon = -1$ ve $v \cdot \varepsilon = 0$ koşullarını sağlar. $H_v^{(Q)}$ matris alanı belirli bir v hızına sahip P ve P^* alanlarını yok ederken $H_v^{(\bar{Q})}$ alanı ise belirli v hızına sahip $\bar{P}$ ve $\bar{P}^*$ alanlarını yok eder. Fakat göresiz olduğundan bu alanları yaratamaz. Alanların hermitik eşlenikleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\bar{H}^{(Q)} = \gamma^0[H^{(Q)}]^\dagger\gamma^0 \qquad \bar{H}^{(\bar{Q})} = \gamma^0[H^{(\bar{Q})}]^\dagger\gamma^0 \tag{3.5}$$

$H_v^{(Q)}$ alanının Lorentz dönüşümü,

$$H_v^{(Q)\prime}(x) = D(\Lambda)H^{(Q)}_{\Lambda^{-1}v}(\Lambda^{-1}x)D(\Lambda)^{-1} \tag{3.6}$$

şeklindedir. Lorentz dönüşümleri altında bir ağır kuark v hızında ilerleyen bir parçacık gibi dönüşürken, bir hafif kuark ise v hızında ilerleyen antiparçacık gibi dönüşür. Yük eşleniği işlemcisi altında $P^{(Q)}$ ve $P^{*(Q)}$ mezon alanları ile $H^{(Q)}$ ve $\bar{H}^{(Q)}$ alanlarının dönüşümü aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$CP^{(Q)}C^{-1} = P^{(\bar{Q})} \qquad CP^{*(Q)}C^{-1} = -P^{*(\bar{Q})} \tag{3.7}$$

$$CH^{(Q)}C^{-1} = CH^{(\bar{Q})t}C^{-1} \qquad C\bar{H}^{(Q)}C^{-1} = C\bar{H}^{(\bar{Q})t}C^{-1} \tag{3.8}$$

Burada C, Dirac uzayı yük eşlenik matrisidir.

S, $SU(2)$'ye ait ağır kuark spin simetrisi dönüşümü ve U, hafif kuark çeşni dönüşümü olmak üzere, denklem 3.3 ve denklem 3.4 ile tanımlanan süperalanların dönüşümü ise,

$$H^{(Q)} \to S(H^{(Q)}U^{\dagger}) \qquad H^{(\bar{Q})} \to (UH^{(\bar{Q})})S^{\dagger} \tag{3.9}$$

$$\bar{H}^{(Q)} \to (U\bar{H}^{(Q)})S^{\dagger} \qquad \bar{H}^{(\bar{Q})} \to S(\bar{H}^{(\bar{Q})}U^{\dagger}) \tag{3.10}$$

şeklindedir.

3.1.1 Öncül mertebe ağır mezon-ağır antimezon etkin Lagranjiyanları

Mezon moleküllerini incelemek için ağır mezon ile ağır antimezon arasındaki etkileşimleri incelemek gerekmektedir. Nükleer etkileşmelerden bilindiği üzere düşük enerjilerde mezonlar arası etkileşim pion değiş tokuşu ile olurken, kısa menzilli etkileşimlerin doğası bilenmemektedir. Fakat bu etkileşmeler kontak mesafe operatörleri ile tanımlanabilir. Burada kontak operatörden kasıt, dört mezon etkileşme köşesidir. Olası diğer katkılar gibi mezonların içerdiği hafif kuarklardan dolayı pion değiş-tokuşu alt-öncül mertebededir (Nieves ve Valderrama 2012, Valderrama 2012). Öte yandan çiftlenim kanalının da alt-alt öncül mertebede katkı verdiği çeşitli çalışmalarda gösterilmiştir (Nieves ve Valderrama 2012, Valderrama 2012). Bu durumda mezon moleküllerini, öncül mertebe katkıyı verecek olan kontak menzil etkileşimleri ile incelemek yeterli olacaktır.

AKSS dahilinde, hafif serbestlik derecelerine eşlik eden diğer serbestlik derecelerinin dikkate alınmadığı, $P^{(*)}\bar{P}^{(*)}$ mezonlarından oluşan s-dalga ($\ell = 0$) öncül mertebe katkıla-

rını içeren kontak etkileşmeler,

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{4H} &= D_{0a}Tr[\bar{H}^{(Q)a}H_a^{(Q)}\gamma_\mu]Tr[H^{(\bar{Q})b}H_b^{(\bar{Q})}\gamma^\mu] \\ &+D_{0b}Tr[\bar{H}^{(Q)a}H_a^{(Q)}\gamma_\mu\gamma_5]Tr[H^{(\bar{Q})b}H_b^{(\bar{Q})}\gamma^\mu\gamma_5] \\ &+E_{0a}Tr[\bar{H}^{(Q)a}\vec{\tau}_a^bH_b^{(Q)}\gamma_\mu]Tr[H^{(\bar{Q})r}\vec{\tau}_r^s\bar{H}_s^{(\bar{Q})}\gamma^\mu] \\ &+E_{0b}Tr[\bar{H}^{(Q)a}\vec{\tau}_a^bH_b^{(Q)}\gamma_\mu\gamma_5]Tr[H^{(\bar{Q})r}\vec{\tau}_r^s\bar{H}_s^{(\bar{Q})}\gamma^\mu\gamma_5]\end{aligned} \tag{3.11}$$

Lagranjiyanı ile verilir (AlFiky vd. 2006). Bu Lagrajiyan AKSS dönüşümü altında değişmezdir. D_{0a}, D_{0b}, E_{0a} ve E_{0b} etkin alan teorisi içindeki düşük enerji sabitleridir (DES). Etkileşimlerin göresiz olması için dörtlü hız $v=(1,\vec{0})$ olarak seçilmiştir. Bu çalışma dahilinde yapılan hesaplarda, $X(3872)$'nin de dahil olduğu izospin 0 kanalı dikkate alınmaktadır. DES'lerde ki 0'lar izospin 0 kanalını göstermektedir. Denklem 3.11'deki $\vec{\tau}_a^b$ izospin uzayında Pauli matrisleri olup a, b, r ve s ise izospin indisleridir. $\mathscr{L}_{4H}$, $H^{(Q)}$ alanının içerdiği $P^{(*)}$ ve $\bar{P}^{(*)}$ mezon alanları cinsinden açılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{4H} &= -4(D_{0a}-\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2E_{0a})\Big[P^{(Q)\dagger}P^{(Q)}P^{(\bar{Q})\dagger}P^{(\bar{Q})}+(P^{(Q)*\dagger}\cdot P^{(Q)*})(P^{(\bar{Q})*\dagger}\cdot P^{(\bar{Q})*}) \\ &-P^{(Q)\dagger}P^{(Q)}(P^{(\bar{Q})*\dagger}\cdot P^{(\bar{Q})*})-P^{(\bar{Q})\dagger}P^{(\bar{Q})}(P^{(Q)*\dagger}\cdot P^{(Q)*}) \\ &+4(D_{0b}-\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2E_{0b})\Big[P^{(Q)}P^{(\bar{Q})}(P^{(Q)*\dagger}\cdot P^{(\bar{Q})*\dagger})+P^{(Q)}P^{(\bar{Q})\dagger}(P^{(Q)*\dagger}\cdot P^{(\bar{Q})*}) \\ &+P^{(Q)\dagger}P^{(\bar{Q})}(P^{(Q)*}\cdot P^{(\bar{Q})*\dagger})+P^{(Q)\dagger}P^{(\bar{Q})\dagger}(P^{(Q)*}\cdot P^{(\bar{Q})*}) \\ &-i\varepsilon^{\rho\sigma\delta\mu}v_\rho P^{(Q)}P_\sigma^{(\bar{Q})*}P_\delta^{(\bar{Q})*\dagger}P_\mu^{(Q)*\dagger}-i\varepsilon^{\rho\sigma\delta\mu}v_\rho P^{(Q)\dagger}P_\sigma^{(\bar{Q})*}P_\delta^{(\bar{Q})*\dagger}P_\mu^{(Q)*} \\ &+i\varepsilon^{\rho\sigma\delta\mu}v_\rho P^{(\bar{Q})}P_\sigma^{(Q)*\dagger}P_\delta^{(Q)*}P_\mu^{(\bar{Q})*\dagger}+i\varepsilon^{\rho\sigma\delta\mu}v_\rho P^{(\bar{Q})\dagger}P_\sigma^{(Q)*\dagger}P_\delta^{(Q)*}P_\mu^{(\bar{Q})*} \\ &+(P^{(Q)*}\cdot P^{(\bar{Q})*\dagger})(P^{(\bar{Q})*}\cdot P^{(Q)*\dagger})+(P^{(Q)*}\cdot P^{(\bar{Q})*})(P^{(\bar{Q})*\dagger}\cdot P^{(Q)*\dagger}).\end{aligned} \tag{3.12}$$

Burada $\varepsilon^{\rho\sigma\delta\mu}=1$ dir. $\vec{\tau}_1\cdot\vec{\tau}_2=2(\vec{T}^2-3/2)$ eşitliği, toplam izospin $0(1)$ olduğunda $-3(1)$ değerini alacaktır. Bu çalışma kapsamında sadece izospin 0 durumu dikkate alındığından düşük enerji sabitleri

$$C_{0a}=D_{0a}+3E_{0a} \qquad C_{0b}=D_{0b}+3E_{0b} \tag{3.13}$$

olarak yeniden tanımlanabilir. Etkin teoride, KRD'nin simetrilerince belirlenemeyen ve boyutsuz olan DES'ler, genellikle deney verileriyle ve örgü KRD hesapları yardımıyla tayin edilir.

Lagranjiyanı mezon-mezon etkleşimleri cinsinden ifade ederek, birçok mezon açıklanabilir Her ne kadar teoriler pertürbatif yaklaşımla hadronların özelliklerini açıklamada başarılı olsalarda hadron spektrumlarını açıklamada yetersiz kalmaktadırlar çünkü rezonanslar saçılma genliğinin kutuplarına karşıklık gelmektedir. Fakat bu kutuplara pertürbatif açılım ile ulaşılamaz. Bu problem üniter kiral yaklaşım ile çözülmüştür. Yaklaşım bir çok bilinen mezonu onların etkileşimleriyle veya kiral Lagranjiyanden elde edilmiş olan rezonanslar olarak açıklanmasına imkan vermektedir.

3.1.2 Mezon molekülü için potansiyeller

Mezon dalga fonksiyonu, klasik kuark model öngörüsü olan kuark-antikuark çiftinden oluşan bir yapıya ek, diğer modellerin öngörülerini de içerecek şekilde yazılabilir. Bu durumda kontak Lagranjiyan, aynı J^{PC}'ye sahip farklı parçacık kanallarını karıştırabilir. Öncül mertebe potansiyeli göz önüne alındığında, farklı J^{PC} ler için olası molekül durumları aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\begin{aligned}
\mathscr{B}(0^{++}) &= \{|P\bar{P}\rangle, |P^*\bar{P}^*(0)\rangle\} \\
\mathscr{B}(1^{+-}) &= \{|P^*\bar{P}(-)\rangle, |P^*\bar{P}^*(1)\rangle\} \\
\mathscr{B}(1^{++}) &= \{|P^*\bar{P}(+)\rangle\rangle\} \\
\mathscr{B}(2^{++}) &= \{|P^*\bar{P}^*(2)\rangle\}.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Mezon sistemi, $|P^*\bar{P}^*(S)\rangle$ formunda gösterilmiş olup, mezon sisteminin toplam spini parantez içinde verilmiştir. C-parite durumları,

$$D\bar{D}^*(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}}(D\bar{D}^* \mp D^*\bar{D}) \tag{3.15}$$

gibi kabul edilmiştir. C-paritenin D mezon moleküllerine etkisi ise

$$C[D\bar{D}^*]_\pm = \pm[D\bar{D}^*]_\pm \tag{3.16}$$

şeklindedir.

Denklem 3.13' deki DES' ler dikkate alınarak, denklem 3.12 ile verilen $\mathscr{L}_{4H}$ Lagranjiyan içerdiği alanlar cinsinden açılırsa

$$\begin{aligned}
\mathscr{L}_{4H} = \; & - \; C_{0a}(P^\dagger P + P^\dagger P^*)(\bar{P}\bar{P}^\dagger + \bar{P}^*\bar{P}^{*\dagger}) \\
& + \; C_{0b}(P^*P^\dagger + PP^{*\dagger})(\bar{P}^*\bar{P}^\dagger + \bar{P}\bar{P}^{*\dagger}) \\
& - \; iC_{0b}\left[(P^*P^\dagger + PP^{*\dagger})(\bar{P}^{*\dagger} \times \bar{P}^*)\right. \\
& - \; (P^{*\dagger} \times P^*)(\bar{P}^*\bar{P}^\dagger + \bar{P}\bar{P}^{*\dagger}) \\
& + \; C_{0b}(P^{*\dagger} \times P^*)(\bar{P}^{*\dagger} \times \bar{P}^*)
\end{aligned} \tag{3.17}$$

elde edilir.

Kanalların etkileşme potansiyeli için kısmi dalga izdüşümü yapıldığında, durumlar farklı kısmi dalgaları karıştıracağından $^{2S+1}L_J$ spektroskopik notasyonun da yardımıyla

$$|^{2S+1}L_J\rangle = \mathscr{Y}^{M_L}_{JLS} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{M_L,M_S} \langle LM_L SM_S|JM\rangle \int d\Omega(\hat{p})|SM_S\rangle Y_L^{M_L} \tag{3.18}$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada S toplam spin, J toplam açısal momentum, $Y_L^{M_L}$ küresel

harmonikler, $\langle LM_L SM_S|JM\rangle$ Clebsch-Gordan katsayıları ve p kütle merkezi momentumunun büyüklüğüdür. $|SM_S\rangle$ farklı durumlar için aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$PP/P\bar{P} \to |SM_S\rangle = |00\rangle \tag{3.19}$$

$$PP^*/P^*P, P\bar{P}^*/P^*\bar{P} \to |SM_S\rangle = |1M_S\rangle \tag{3.20}$$

$$P^*\bar{P}^*/\bar{P}^*P^* \to |SM_S\rangle = \sum_{M_{S_1},M_{S_2}} \langle 1M_{S_1}1M_{S_2}|SM_S\rangle |1M_{S_1}\rangle |1M_{S_2}\rangle. \tag{3.21}$$

C-parite için ilgili durumların lineer kombinasyonu,

$$|P\bar{P}^*(\eta)(l\,jm)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|P\bar{P}^*(l\,jm)\rangle - \eta|P^*\bar{P}(l\,jm)\rangle] \tag{3.22}$$

$$|P\bar{P}^*(l\,jm)\rangle = \sum_{m_l,\nu} Y_{l,m_l}|1\nu\rangle\langle lm_l 1\nu|jm\rangle \tag{3.23}$$

$$|P^*\bar{P}(l\,jm)\rangle = \sum_{m_l,\mu} Y_{l,m_l}|1\mu\rangle\langle lm_l 1\mu|jm\rangle \tag{3.24}$$

şeklindedir. $|1\mu\rangle$ ve $|1\nu\rangle$ sırasıyla birinci ve ikinci parçacığın kutuplanma vektörleridir. η ise C-paritenin işaretinin negatif veya pozitif oluşunu göstermektedir. Bu tanımlamalar yardımıyla potansiyelin kısmı dalga izdüşümü aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\begin{aligned} V^{S'S}_{JL'L}(p',p) &\equiv \langle p';^{2S'+1}L'_J|V|p;^{2S+1}L_J\rangle \\ &\equiv \tfrac{1}{4\pi}\int d\Omega(\hat{p})\int d\Omega(\hat{p'}) \times \textstyle\sum_{M_L,M_S,M_{L'},M_{S'}} \langle LM_L SM_S|JM\rangle \\ &\quad \langle L'M'_L S'M_{S'}|JM\rangle Y^{*M'_L}_{L'} Y^{M_L}_{L} \langle S'M_{S'}|V|SM_S\rangle. \end{aligned} \tag{3.25}$$

$\hat{e}_\mu$ küresel bazda birim vektör olmak üzere, polarizasyon vektörleri matris elamanını verecek şekilde olmalıdır.

$$\langle 1\mu'|\vec{\varepsilon}^*_{1'}\cdot\vec{\varepsilon}_1|1\mu\rangle = \hat{e}^*_{\mu'}\cdot\hat{e}_\mu \tag{3.26}$$

$$\langle 1\nu'|\vec{\varepsilon}^*_{2'}\cdot\vec{\varepsilon}_1|1\mu\rangle = \hat{e}^*_{\nu'}\cdot\hat{e}_\mu \tag{3.27}$$

Bu küresel simetrik bazlar,

$$\varepsilon^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mp 1, -i, 0) \tag{3.28}$$

$$\varepsilon^{*\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mp 1, i, 0) \tag{3.29}$$

$$\varepsilon^{\pm 0} = (0, 0, 1) \tag{3.30}$$

olarak tanımlanabilir.

Konum uzayında s-dalga için kontak potansiyel

$$V_C^{SS'}{}_{JLL'}(r) = \frac{\delta(r)}{4\pi r^2} C_{0a} \delta_{JS} \delta_{J'S'} \delta_{L0} \delta_{L'0} + \frac{\delta(r)}{4\pi r^2} C_{0b} C_{12} \tag{3.31}$$

olup, potansiyel yardımıyla elde edilmiş olan C_{12} matrisleri farklı bazlar için aşağıdaki şekilde elde edilmiştir.

$$\mathscr{B}(0^{++}) = \{D\bar{D}(^1S_0), D^*\bar{D}^*(^1S_0), D^*\bar{D}^*(^5D_0)\} \tag{3.32}$$

$$C_{12}(0^{++}) = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3} & 0 \\ -\sqrt{3} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{3.33}$$

$$\mathscr{B}(1^{+-}) = \{D\bar{D}^*(+)(^3S_1), D\bar{D}^*(^3D_1), D^*\bar{D}^*(^3S_1), D^*\bar{D}^*(^3D_1)\} \tag{3.34}$$

$$C_{12}(1^{+-}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.35}$$

$$\mathscr{B}(1^{++}) = \{D\bar{D}^*(+)(^3S_1), D\bar{D}^*(^3D_1), D^*\bar{D}^*(^5D_1)\} \tag{3.36}$$

$$C_{12}(1^{++}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

$$\mathscr{B}(2^{++}) = \{D\bar{D}(^1D_2), D\bar{D}^*(-)(^3D_2), D^*\bar{D}^*(^1D_2), D^*\bar{D}^*(^5S_2), D^*\bar{D}^*(^5D_2), D^*\bar{D}^*(^5F_2)\} \tag{3.38}$$

$$C_{12}(2^{++}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{3.39}$$

Denklem 3.14'teki bazlar dikkate alınarak DES cinsinden elde edilen kontak potansiyeller aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} V(0^{++}) &= \begin{pmatrix} C_{0a} & \sqrt{3}C_{0b} \\ \sqrt{3}C_{0b} & C_{0a} - 2C_{0b} \end{pmatrix} \\ V(1^{+-}) &= \begin{pmatrix} C_{0a} - C_{0b} & 2C_{0b} \\ 2C_{0b} & C_{0a} - C_{0b} \end{pmatrix} \\ V(1^{++}) &= C_{0a} + C_{0b} \\ V(2^{++}) &= C_{0a} + C_{0b} \end{aligned} \tag{3.40}$$

Görüldüğü üzere, 1^{++} ve 2^{++} durumları aynı potansiyele sahiptir. Dolayısıyla bu iki sektör aynı şekilde etkileşecektir.

Denklem 3.17 ile verilen Lagranjiyanın etkileşme potansiyeli;

$$\mathscr{B}_{H\bar{H}} = \{|P\bar{P}\rangle, |P^*\bar{P}\rangle, |P\bar{P}^*\rangle, |P^*\bar{P}^*\rangle\} \tag{3.41}$$

çiftlenim kanalı bazında yazılmak istenirse, momentum uzayında, kompak biçimde aşağıdaki gibi ifade edilirlebilir:

$$V_C(\vec{q}) = \quad C_{0a} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vec{\varepsilon}_{1'}{}^* \cdot \vec{\varepsilon}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vec{\varepsilon}_{2'}{}^* \cdot \vec{\varepsilon}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vec{\varepsilon}_{1'}{}^* \cdot \vec{\varepsilon}_1 \vec{\varepsilon}_{2'}{}^* \cdot \vec{\varepsilon}_2 \end{pmatrix}$$

$$+C_{0b} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\vec{\varepsilon}_{1'}{}^* \cdot \vec{\varepsilon}^*_{2'} \\ 0 & 0 & -\vec{\varepsilon}_1 \cdot \vec{\varepsilon}^*_{2'} & +\vec{S}_1 \cdot \vec{\varepsilon}^*_{2'} \\ 0 & -\vec{\varepsilon}_{1'}{}^* \cdot \vec{\varepsilon}_2 & 0 & -\vec{\varepsilon}_{1'}{}^* \cdot \vec{S}_2 \\ -\vec{\varepsilon}_1{}^* \cdot \vec{\varepsilon}_1 & +\vec{S}_1 \cdot \vec{\varepsilon}_2 & -\vec{\varepsilon}_1 \cdot \vec{S}_2 & +\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \end{pmatrix}. \tag{3.42}$$

Burada $\vec{\varepsilon}_{1(2)}/\vec{\varepsilon}_{1'(2')}$ gelen $1(2)$ ve giden $1'(2')$ parçacığın kutuplanma vektörüdür[2] (Valderrama 2012). $\vec{S}$, spin-1 operatörünün matris elementi olup kutuplanma vektörlerinin vektörel çarpımı şeklinde tanımlıdır.

$$i\langle 1\lambda'|\vec{S}|1\lambda\rangle = \left(\vec{\varepsilon}^*_{\lambda'} \times \vec{\varepsilon}_{\lambda}\right) \tag{3.43}$$

Burada $\lambda^{(\prime)}$, $\vec{\varepsilon}_{\lambda^{(\prime)}}$ dalga fonksiyonuna karşılık gelen vektördür.

3.2 Ağır Kuark Spin Simetrisi Altında Kuarkonyum Alanları

Bu çalışma dahilinde, $X(3872)$'in mezon molekülü ve kuarkonyumdan oluştuğunu farzedilmiştir. Bölüm 3.1'de AKSS altında öncül mertebe katkılarını verecek olan Lagranjiyana ve mezon-mezon etkileşimlerine yer verilirken, bu bölümde ise kuarkonyum alanlarına değinilecektir.

[2] $H(1)\bar{H}(2) \to H(1')\bar{H}(2')$

Aynı çeşniden oluşan mezonlar kuarkonyum ($q\bar{q}$) olarak adlandırılır. n, kuarkonyumun radyal kuantum sayısı olmak üzere, kuarkonyumlar da $n^{2S+1}L_J$ spektroskopik notasyon ile sınıflandırılırlar. Ağır mezon molekülleri için dört ağır mezonun kontak etkileşimini içeren Lagranjiyan bölüm 3.1'de ifade edildi. Bu bölümde ise AKSS altında, ağır kuarkonyum (bir ağır kuark ve bir karşıt ağır kuarktan oluşan bağlı durum, $Q\bar{Q}$) alanı incelenecektir.

Ağır kuarkonyumlar, AKSS altında iki ağır kuark spini için dejenere alanlara sahiptir. Spine bağlı etkileşimler gözardı edildiğinde, spin tekli (s=0) ve spin üçlü (s=1) durumları tek bir $J=1$ durumuna indirgenir ve bir matris alanı içinde yazılabilir. $\ell=0$ durumu için sözdeskaler K ile vektör alanı K^μ dejeneredir. Bu alanlar bir $R^{(Q_1\bar{Q}_2)}$ matris alanı ile

$$R^{(Q_1\bar{Q}_2)} = \left(\frac{1+\not{v}}{2}\right)(K^\mu\gamma_\mu - K\gamma_5)\left(\frac{1-\not{v}}{2}\right) \tag{3.44}$$

şeklinde ifade edilebilirler. Çarmonyum ($c\bar{c}$) durumunda, (K, K^μ) alanları $(\eta_c, J/\psi)$ alanlarına karşılık gelir.

p-dalga ($\ell=1$) kuarkonyumu için J^μ matris alanı,

$$J^{(Q_1\bar{Q}_2)\mu} = \frac{1+\not{v}}{2}\left(X_2^{\mu\alpha}\gamma_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon^{\mu\alpha\beta\nu}v_\alpha\gamma_\beta X_{1\nu} + \frac{1}{\sqrt{3}}(\gamma^\mu - v^\mu)X_0 + h^\mu\gamma_5\right)\frac{1-\not{v}}{2} \tag{3.45}$$

şeklinde ifade edilir[3] . Daha ayrıntılı bilgi için Casalbuoni vd. (1993)' deki çalışmalarına bakılabilir. Bu dört alan dejenere olup; $X_2^{\mu\alpha}$, $X_{1\gamma}$ ve X_0 alanları spin üçlüsü, h^μ alanı ise spin teklisidir. Sırasıyla bu alanlar $J^{PC}=0^{++}$, 1^{++}, 2^{++} ve 1^{+-} kuantum sayılarına sahiptirler. $c\bar{c}$ durumunda ise $X_2^{\mu\alpha}=\chi_{c2}$, $X_{1\nu}=\chi_{c1}$, $X_0=\chi_{c0}$ ve $h^\mu=h_c$ alanlarına karşılık gelmektedir. Görüldüğü üzere R ve J^μ matris alanları hafif kuarklara ait bir indis

[3]Burada $\varepsilon_{0123}=1$ olarak seçilmiştir.

içermemektedir. J^μ alanı, P parite ve C yük eşleniği altında aşağıdaki şeklinde dönüşmektedir.

$$P : J^\mu \to \gamma^0 J_\mu \gamma^0$$
$$C : J^\mu \to (-1)^{\ell+1} C J^{\mu T} C \tag{3.46}$$

$R^{(Q_1\bar{Q}_2)}$ ve $J^{(Q_1\bar{Q}_2)\mu}$ matris alanları, $S_1 \in SU(2)_{Q_1}$ ve $S_2 \in SU(2)_{Q_2}$ ağır kuark spin simetri dönüşümleri altında aşağıdaki şekilde dönüşecektir.

$$R^{(Q_1\bar{Q}_2)} \to S_1 R^{(Q_1\bar{Q}_2)} \qquad R^{(Q_1\bar{Q}_2)} \to R^{(Q_1\bar{Q}_2)} S_2^\dagger \tag{3.47}$$

$$J^{(Q_1\bar{Q}_2)\mu} \to S_1 J^{(Q_1\bar{Q}_2)\mu} \qquad J^{(Q_1\bar{Q}_2)\mu} \to J^{(Q_1\bar{Q}_2)\mu} S_2^\dagger \tag{3.48}$$

3.3 Ağır Mezon ile Ağır Kuarkonyum Etkileşmelerini Veren Etkin Lagranjiyan ve Potansiyeller

AKSS göz önünde tutularak, $J^\mu v_\mu = 0$ özelliğini sağlayan ağır mezonlar ile ağır kuarkonyumların öncül mertebe katkılarını veren etkileşim Lagranjiyanı,

$$\mathscr{L}_{HHQ\bar{Q}} = \frac{d}{2} Tr[H^{(\bar{Q})} \bar{J}_\mu H^{(Q)} \gamma^\mu] + \frac{d}{2} Tr[\bar{H}^{(Q)} J_\mu \bar{H}^{(\bar{Q})\gamma^\mu}] \tag{3.49}$$

olarak yazılabilir. AKSS sayesinde 2P kuarkonyum ile $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ mezonları arasındaki etkileşim tek bir katsayı ile ifade edilebilmektedir. Denklem 3.49'de ki d katsayısı bir DES olup, değeri deneysel veriler ile tayin edilebilir. Lagranjiyendeki ikinci terim birinci terimin hermitik eşleniğidir. Denklem 3.17'deki gibi $\mathscr{L}_{HHQ\bar{Q}}$'da içerdiği alanlar cinsinden yazılırsa,

$$\begin{aligned}\mathscr{L}_{HHQ\bar{Q}} = -\sqrt{2}d\Big(& 2X_2^{\mu\nu\dagger} P_\mu^* \bar{P}_\nu^* - \sqrt{2} X_1^{\nu\dagger}(P\bar{P}_\nu^* - P_\nu^* \bar{P}) - \sqrt{3} X_0^\dagger (P\bar{P} + \tfrac{1}{3} P_\nu^* \bar{P}^{*\nu}) \\ & + h^{\dagger\nu}(P\bar{P}_\nu^* + P_\nu^* \bar{P}) + i\varepsilon_{\alpha\mu\sigma\nu} v^\alpha h^{\mu\dagger} P^{*\sigma} \bar{P}^{*\nu} \Big) + h.c.\end{aligned} \tag{3.50}$$

elde edilecektir. $P^{(*)}\bar{P}^{(*)}$ alanı, izospini 0 olan iki mezon durumununu yok etmektedir.

Bu noktaya kadar ağır mezonlar ve ağır kuarkonyumların AKSS altındaki etkileşimleri verilmiştir. $X(3872)$' in bu çalışma dahilinde D mezon molekülü ve bir miktar çarmonyum içerdiği kabul edilmektedir. Bu kabul ile mezon alanları $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$' a, kuarkonyum alanları ise χ_c yani çarmonyum alanlarına dönüşecektir. Bu iki alanın karışımı göz önünde tutularak mezon molekülü ve çarmonyum karşımı için potansiyel türetilmelidir.

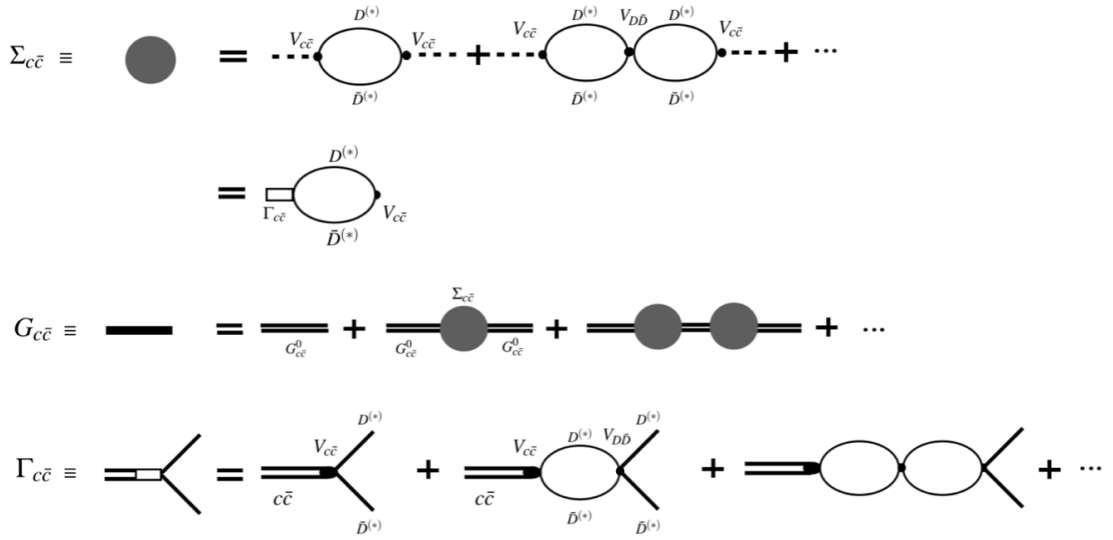
3.3.1 Ağır mezon ile ağır kuarkonyum etkileşmelerini veren potansiyeller

Denklem 3.14 ile verilen bazlara, çarmonyum durumlarının da eklenmesiyle, ağır mezonlar ile çarmonyumların etkileşimleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\mathscr{B}(0^{++}) &= \{|D\bar{D}\rangle, |D^*\bar{D}^*(0)\rangle, \chi_{c0}(2P)\} \\
\mathscr{B}(1^{+-}) &= \{|D^*\bar{D}(-)\rangle, |D^*\bar{D}^*(1)\rangle, h_c(2P)\} \\
\mathscr{B}(1^{++}) &= \{|D^*\bar{D}(+)\rangle\ , \chi_{c1}(2P)\} \\
\mathscr{B}(2^{++}) &= \{|D^*\bar{D}^*(2)\rangle, \chi_{c2}(2P)\}.
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Dahil edilen çarmonyum durumlarıyla denklem 3.50'deki Lagranjiyan kullanılarak aşağıdaki potansiyelleri elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
V_{c\bar{c}}(0^{++}) &= -\tfrac{d}{2}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\ 1\end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix}\chi_{c0}(2P)\rightarrow D\bar{D}\\ \chi_{c0}(2P)\rightarrow D^*\bar{D}^*\end{pmatrix} \\
V_{c\bar{c}}(1^{+-}) &= -\tfrac{d}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix}h_c(2P)\rightarrow D\bar{D}^*(-)\\ h_c(2P)\rightarrow D^*\bar{D}^*\end{pmatrix} \\
V_{c\bar{c}}(1^{++}) &= d \quad \rightarrow \quad \chi_{c1}(2P)\rightarrow D\bar{D}^*(+) \\
V_{c\bar{c}}(2^{++}) &= d \quad \rightarrow \quad \chi_{c2}(2P)\rightarrow D^*\bar{D}^*
\end{aligned} \tag{3.52}$$



Şekil 3.1 Çarmonyum-D mezon etkileşmeleri için içsel enerji $\Sigma_{c\bar{c}}$, giydirilmiş ilerletici $G_{c\bar{c}}$ ve köşe faktörü $\Gamma_{c\bar{c}}$'ın olası Feynman diyagramları

Burada da görüldüğü üzere çarmonyumdan gelen katkı alanların etkileşme parametresi d ile orantılıdır.

Kurulan teoride, $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ molekülleri ile $c\bar{c}$'ın karışım durumları çiftlenim kanalı ile tarif edilebilir. Belirli bir J^{PC} sektörü için T-matrisi,

$$\langle \vec{p}^{\,'} | T(E) | \vec{p} \rangle = f_\Lambda(\vec{p}^{\,'}) \begin{pmatrix} t_{V_{D\bar{D}}} + \Gamma_{c\bar{c}} G_{c\bar{c}} \Gamma^t_{c\bar{c}} & \frac{\Gamma_{c\bar{c}}}{1 - G^0_{c\bar{c}} \Sigma_{c\bar{c}}} \\ \frac{\Gamma^t_{c\bar{c}}}{1 - G^0_{c\bar{c}} \Sigma_{c\bar{c}}} & \frac{\Sigma_{c\bar{c}}}{1 - G^0_{c\bar{c}} \Sigma_{c\bar{c}}} \end{pmatrix} f_\Lambda(\vec{p}) \tag{3.53}$$

şeklinde yazılabilir. Bu matrisin $(1,1)$ elemanı $D^{(*)}\bar{D}^{(*)} \to D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$, (1,2) elemanı $D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ $\to \chi(2P)$, (2,1) elemanı $\chi(2P) \to D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ ve $(2,2)$ elemanı ise $\chi(2P) \to \chi(2P)$ geçisini ifade etmektedir. Tanımlanan içsel enerji $\Sigma_{c\bar{c}}$, giydirilmiş ilerletici $G_{c\bar{c}}$ ve köşe faktörü $\Gamma_{c\bar{c}}$' ın Feynman diyagramları Şekil 3.1'de gösterilmiştir. $t_{V_{D\bar{D}}}$ geçiş matrisi, çarmonyum geçişlerinin dahil edilmediği D mezonlarının olası etkileşmelerini temsil etmektedir. Matrisin Feynman diyagramı Şekil 3.2'de gösterilmektedir.

Göreli olmayan yalın çarmonyum ilerleticisi

$$G^0_{c\bar{c}}(E) = \frac{1}{E - m^0_{c\bar{c}}} \tag{3.54}$$

olup $m^0_{c\bar{c}}$ yalın çarmonyumun kütlesidir. Yalın çarmonyum kütlesi fiziksel bir gözlenebilir olmadığından UV regülatöre bağlıdır. Bu bağlılık ise DES'ler tarafından absorbe edilir. Mezon halkaları ile giydirimiş[4] ilerletici ise,

$$G_{c\bar{c}}(E) = \frac{1}{E - m^0_{c\bar{c}} - \Sigma_{c\bar{c}}(E)} \tag{3.55}$$

şeklindedir. İçsel enerji $\Sigma_{c\bar{c}}(E)$ ve giydirilmiş köşe faktörü $\Gamma_{c\bar{c}}(E)$'nin potansiyel ve ilerletici yardımıyla elde edilen açık ifadeleri aşağıdaki gibidir:

$$\Sigma_{c\bar{c}} = V^t_{c\bar{c}} G(E) \Gamma_{c\bar{c}}(E) \tag{3.56}$$

$$\Gamma_{c\bar{c}}(E) = \frac{1}{1 - V_{D\bar{D}} G(E)} V_{c\bar{c}}. \tag{3.57}$$

Ultraviyole davranıştan kurtulmak için Gaussian regülatör kullanılmıştır. Bu regülatör ile regularize edilen potansiyeller, çalışmada dikkate alının iki farklı durum için aşağıdaki gibi verilir.

$$\langle D^{(*)} \bar{D}^{(*)}(\vec{p}') | V_{D\bar{D},\Lambda} | D^{(*)} \bar{D}^{(*)}(\vec{p}) \rangle = C_{0i} f_\Lambda(\vec{p}') f_\Lambda(\vec{p}) \tag{3.58}$$

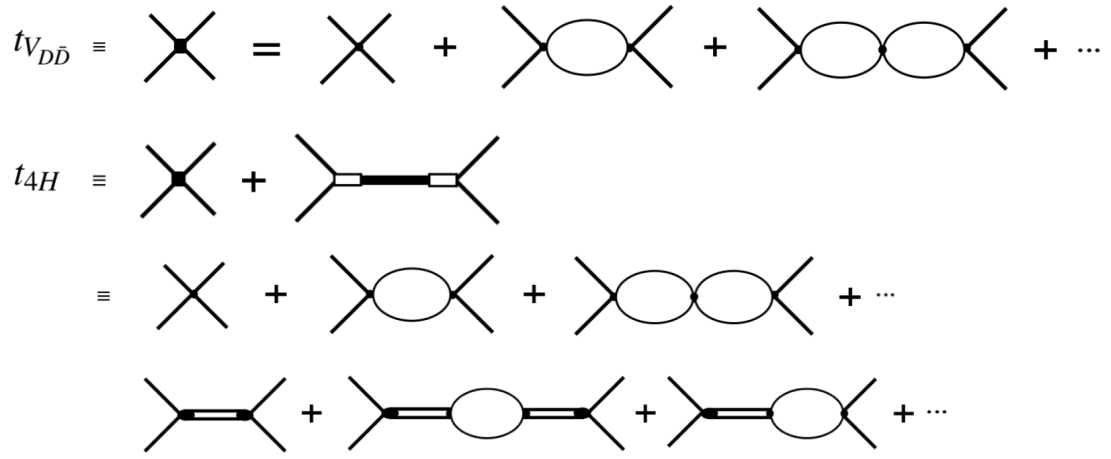
$$\langle D^{(*)} \bar{D}^{(*)}(\vec{p}) | V_{c\bar{c},\Lambda} | \chi(2P) \rangle \cong d f_\Lambda(\vec{p}) \tag{3.59}$$

Burada C_{0i} ilgili kanalın DES'dir.

Lippmann-Schwinger denkleminin çözümü olan T-matrisi en genel formda

$$\langle \vec{p}' | T(E) | \vec{p} \rangle = \mathbf{f}_\Lambda(\vec{p}') (\mathbf{V}^{-1} - \mathbf{G}(E))^{-1} \mathbf{f}_\Lambda(\vec{p}) \tag{3.60}$$

[4]Deneylerde ölçülen yük ve kütleler vakum etkileriyle *giydirilmiş*dir. Vakum etkileriyle giydirilen bu nicelikler sonsuz değerler alabilmektedir, fakat bu etki renormalizasyon ile sonlu hale getirilebilir.



Şekil 3.2 $t_{V_{D\bar{D}}}$ ve t_{4H} ile tanımlanan saçılma matrislerinin Feynman diyagramları

yazılabilir. Burada $\mathbf{f}_\Lambda(\vec{p})$, $\mathbf{V}$ ve $\mathbf{G}(E)$ birer matris olup aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$\mathbf{f}_\Lambda(\vec{p}) = \begin{pmatrix} f_\Lambda(\vec{p}) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_{D\bar{D}} & V_{c\bar{c}} \\ V_{c\bar{c}}^t & 0 \end{pmatrix} \tag{3.61}$$

$$\mathbf{G}(E) = \begin{pmatrix} G_{D\bar{D}}(E) & 0 \\ 0 & G_{c\bar{c}}(E) \end{pmatrix} \tag{3.62}$$

Denklem 3.53'de ifade edilen t-matrisinin (1,1) elemanı t_{4H} olarak tanımlanıp, ilk ve son durumu mezon olan ve olası tüm saçılmaları içeren matristir. Bu matris LS denkleminin bir çözümü olduğundan aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$\langle \vec{p}' | t_{4H}(E) | \vec{p} \rangle = f_\Lambda(\vec{p}')(t_{V_{D\bar{D}}} + \Gamma_{c\bar{c}} G_{c\bar{c}} \Gamma_{c\bar{c}}^t) f_\Lambda(\vec{p}) \tag{3.63}$$

Yukarıda yer alan t-matrisi denklem 3.23'teki formda yazılmak istenirse yeni $V_{etkin}(E)$ potansiyeli aşağıdaki formu alacaktır.

$$\langle \vec{p}' | t_{4H}(E) | \vec{p} \rangle = \left[f_\Lambda^{-1}(\vec{p}) \left(V_{etkin}^{-1}(E) - G(E) \right) f_\Lambda^{-1}(\vec{p}') \right]^{-1} \tag{3.64}$$

$$V_{etkin}(E) = V_{D\bar{D}} + \frac{V_{c\bar{c}} V_{c\bar{c}}^t}{E - m_{c\bar{c}}^0} \tag{3.65}$$

$V_{etkin}(E)$ potansiyeline çarmonyum durumunun katkısı; $m_{c\bar{c}}^0$ yalın çarmonyum kütlesi E'ye göre olan durumuna bağlıdır. Bu katkı; $m_{c\bar{c}}^0$, E'ye göre büyük ise itici, küçük ise çekicidir. AKSS limitinde kuarkonyum durumunun katkısı hafif serbestlik derecelerinin toplam spini 1 dikkate alındığında $d^2/(E - m_{c\bar{c}}^0)$ kadar olacaktır. Diğer hafif serbestlik derecelerinin toplam spin değerlerleri için potansiyel değişmeden kalmaktadır.

3.4 $\chi_{c1}(2P)$'in Kütlesinin Yalın Çarmonyum Kütlesine Bağlılığı ve Weinberg Kompozitlik Yaklaşımı ile $X(3872)$

Cincioğlu vd. (2016) tarafından bu tez çalışmasında olduğu gibi $X(3872)$'in hadron molekülü ve yanında bir miktar çarmonyum olabileceğini öne sürülmüştür. Ardından bu iki durumu içeren bir etkin alan teorisi kurularak her iki durum için; kütle, olasılık, etkileşme parametresi, genişlik gibi nicelikler incelenmiştir. Bu tez kapsamında Cincioğlu vd. (2016) çalışmalarındaki incelemelere ek olarak kurulmuş olan modeldeki $m_{c\bar{c}}^0$ yalın çarmonyum kütlesinin, $\chi_{c1}(2P)$ yörüngesi ve kütlesi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Yalın çarmonyum kütlesi gözlenebilir olmadığından, yalın çarmonyum kütle değerleri çalışmalarda kullanılan yaklaşıma ve modele göre farklılık göstermektedir. Burada kullanılacak olan yalın çarmonyum kütleleri Çizelge 3.1'de gösterilmiştir. Çizelgede verilen kütleler farklı yaklaşımlarla hesaplanmıştır. Çizelgede yer alan diğer sütunda ise yalın $\chi_{c1}(2P)$ kütle değerleri ile iki mezon eşik değeri arasındaki fark gösterilmiştir. Bu farklı yalın kütle değerlerinin, $\chi_{c1}(2P)$'nin kütlesi ve genişliği üzerindeki etkileri tekilliklerin yörüngeleri üzerinden incelenecektir.

Çizelge 3.1 Literatürdeki $\chi_{c1}(2P)$ kütleleri

Referanslar	$m_{\chi_{c1}(2P)}$ [MeV]	$m^0_{c\bar{c}} - m_{DD^*}$ [MeV]
Ebert vd. 2011	3906	35
Sungu ve Jumasahatov 2019	3924	53
Barnes vd. 2005	3925	54
Ebert vd. 2003	3929	58
Deng vd. 2017, Gui vd. 2018	3937	66
Ortega vd. 2013, Segovia vd. 2013	3947	76
Godfrey ve Isgur 1985	3953	82

Burada yer alan kütle değerleri; birleşik kuark model (Segovia vd. 2013, Ortega vd. 2013), Regge yörüngesi (Ebert vd. 2011), göreli kuark model (Ebert vd. 2003), göresiz potansiyel model (Godfrey ve Isgur 1985, Barnes vd. 2005), göresiz kuark model-$^3P_0$ model (Deng vd. 2017, Gui vd. 2018), ve örgü KRD (Sungu ve Jumasahatov 2019) yöntemleri kullanılarak elde edilmiştir.

D mezon molekülüne ek $\chi_{c1}(2P)$ etkileşimlerinin de dahil edildiği durumda, bağlı durum Lippmann-Schwinger denkleminin çözümü olan t-matrisi, denklem 3.53'te ifade edilmiştir. Bu denklem 3.54-3.56'daki tanımlamalar ile aşağıdaki formda yeniden yazılabilmektedir.

$$T(E) = \frac{\Sigma_{c\bar{c}}}{1 - G^0_{c\bar{c}}\Sigma_{c\bar{c}}} \begin{pmatrix} f^2_\Lambda(E)\left[\frac{1}{(dG)^2} - \frac{1-G^0_{c\bar{c}}\Sigma_{c\bar{c}}}{G\Sigma_{c\bar{c}}}\right] & f_\Lambda(E)\frac{1}{dG} \\ f_\Lambda(E)\frac{1}{dG} & 1 \end{pmatrix} \tag{3.66}$$

Bu yeni tanımlamalar ile elde edilen t-matrisi kanalların rezonansın belirli bir kanalda bulunma ağırlığının tayini açısından daha kullanışlıdır. Denklem 3.56 ile verilen içsel enerji burada

$$\Sigma_{c\bar{c}}(E) = \frac{d^2 G(E)}{1 - C_{0X}G(E)} \tag{3.67}$$

formunu alır. Hesaplarda 1^{++} kanalı dikkate alındığından DES, $C_{0X} = C_{0a} + C_{0b}$' dır. 1^{++} sektörü için olan bu hesaplar, aynı etkileşme potansiyeline sahip olduğu için 2^{++} sektörü için de geçerli olacaktır.

Saçılma teorisinde fiziksel kütle, ilerleticinin tersinin sıfıra eşitlenmesiyle elde edilen tekilliklere karşılık gelmektedir. Denklem 3.55 ile fiziksel kütle artık yalın çarmonyum kütlesi değildir. Fiziksel kütle içsel enerji yardımıyla ötelenmiştir. Bu durum kütleyi ve tekillik civarındaki kalıntıları da değiştirecektir. Denklem 3.66 ile verilen t-matrisi için tekillik,

$$G_{c\bar{c}}(E_R)^{-1} = 0 \tag{3.68}$$

çözümü ile edilir. Tekilliğin $E_R = M_R - i\Gamma/2$ formundaki tanımı ile

$$1 - G^0_{c\bar{c}}(E_R)\Sigma_{c\bar{c}}(E_R) = 0 \tag{3.69}$$

olarak da yazılabilir. Denklem 3.69'daki eşitlik, d sıfırdan farklı olduğu sürece geçerlidir. $E_R = M_R - i\Gamma/2$'de bulunan tekillik İRK'da kendini gösterir. $\Gamma \to 0$ durumunda BRK'da da geçerli olacaktır. d'nin 0 olduğu durumda elde edilen kütle, yalın çarmonyum kütlesidir. Öte yandan $d \to 0$ yaklaştıkça t-matrisine çarmonyum durumundan gelen katkı azalacaktır. Bu durum V_{etkin} potansiyelinde açıkça görülmektedir.

Uygun Riemann katmanıyla ilişkilendirildiğinde,

$$\frac{\Sigma_{c\bar{c}}(E}{1 - G^0_{c\bar{c}}(E)\Sigma_{c\bar{c}}(E)} \approx \frac{1}{E - E_R}\frac{\Sigma^2_{c\bar{c}}(E_R)}{1 - \Sigma'_{c\bar{c}}(E_R)} \tag{3.70}$$

elde edilecektir. Görüldüğü gibi burada iki tane tekillik vardır. $\Sigma'_{c\bar{c}}$'nin tanımı

$$\Sigma'_{c\bar{c}}(E_R) = \left.\frac{d\Sigma_{c\bar{c}}(E)}{dE}\right|_{E=E_R} \tag{3.71}$$

$$= \frac{G'(E_R)(E_R - m^0_{c\bar{c}})^2}{d^2 G^2(E_R)} \tag{3.72}$$

şeklindedir. Weinberg toplam kuralı ve denklem 2.71 gözetilerek çiftlenim kanallar için bağlaşım sabitleri,

$$g_1^2 = \frac{\Sigma_{c\bar{c}}^2(E_R)}{1-\Sigma_{c\bar{c}}'(E_R)} \frac{f_\Lambda^2}{d^2 G^2(E_R)} = \frac{\Sigma_{c\bar{c}}'(E_R)}{1-\Sigma_{c\bar{c}}'(E_R)} \frac{f_\Lambda^2}{G'(E_R)} \tag{3.73}$$

$$g_2^2 = \frac{\Sigma_{c\bar{c}}^2(E_R)}{1-\Sigma_{c\bar{c}}'(E_R)} = -\frac{1}{1-\Sigma_{c\bar{c}}'(E_R)} \frac{1}{G_{c\bar{c}}^{0\prime}(E_R)} \tag{3.74}$$

olarak tanımlanır. Burada g_1, $X - D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ bağlaşım sabitini g_2 ise $X - \chi_{c1}(2P)$ bağlaşım sabitini ifade eder. $G'(E_R)$ ve $G_{c\bar{c}}^{0\prime}(E_R)$'nin tanımları

$$G'(E_R) = \left.\frac{dG(E)}{dE}\right|_{E=E_R} \qquad G_{c\bar{c}}^{0\prime}(E_R) = \left.\frac{dG_{c\bar{c}}^0(E)}{dE}\right|_{E=E_R} \tag{3.75}$$

şeklindedir. Elde edilen etkin potansiyelin enerjiden bağımsız oluşunu göz önünde tutalarak denklem 2.74 yeniden düzenlendiğinde,

$$\sum_i g_i^2 = \left(\frac{\partial \left[\mathbf{G}(E)/\mathbf{f}_{\Lambda i}^2 \right]}{\partial E} \right)_{E=E_R} = -1 \tag{3.76}$$

şeklini alır. Yukarıdaki yaklaşım ile beraber denklem 3.76, aşağıda görüldüğü gibi sağlanmaktadır.

$$\begin{aligned} g_1^2 \left(\tfrac{d[G(E)/f_\Lambda^2]}{dE} \right)_{E=E_R} + g_2^2 \left(\tfrac{dG_{c\bar{c}}^0(E)}{dE} \right)_{E=E_R} &= \tfrac{\Sigma_{c\bar{c}}'(E_R)}{1-\Sigma_{c\bar{c}}'(E_R)} - \tfrac{1}{1-\Sigma_{c\bar{c}}'(E_R)} + \ldots \\ &= -1 + \mathscr{O}\left(\frac{f_\Lambda^{'}(E_R)/f_\Lambda(E_R)}{V_{etkin}^{'-1}(E_R)/V_{etkin}^{-1}(E_R)} \right) \\ &= -1 \end{aligned} \tag{3.77}$$

Buradaki düzeltme kontak etkileşmenin regülatör bağımlılığından kaynaklanmaktadır ve ihmal edilebilir düzeydedir. Denklem 3.77'in ilk terimi $\tilde{X}$ moleküler durumda bulunma olasılığı, ikinci terimi $\tilde{Z}$ çarmonyum durumunda bulunma olasılığı olmak üzere yeniden

aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\tilde{X} = -\frac{\Sigma'_{c\bar{c}}(E_R)}{1-\Sigma'_{c\bar{c}}(E_R)} \tag{3.78}$$

$$\tilde{Z} = \frac{1}{1-\Sigma'_{c\bar{c}}(E_R)} \tag{3.79}$$

Diğer taraftan g_2'nin, g_1 cinsinden

$$g_2 = g_1 \frac{d}{f_\Lambda} G(E_R) \tag{3.80}$$

yazılabiliyor olması, rezonansın çarmonyum durumuna mezon ilmekleri aracılığıyla çiftlendiğinin göstergesidir.

1^{++} durumundaki $X(3872)$'nin BRK'da eşiğin altında $m_X = 3871.69$ MeV değerinde bulunan bir rezonans olduğu varsayıldığında, d karışım parametresinin fonksiyonu olarak C_{0X} düşük enerji sabiti,

$$C_{0X} = \frac{1}{G^I(M_X)} - \frac{d^2}{M_X - m^0_{\chi_{c1}}} \tag{3.81}$$

şeklinde sabitlenmiştir. Farklı $m^0_{\chi_{c1}}$ değerleri için, d'nin değişimi ile elde edilmiş veriler; $\Lambda = 1$ GeV için Çizelge 4.1-8 ile $\Lambda = 0.5$ GeV için Çizelge 4.9-14 ile gösterilmiştir. Bu noktaya kadar yapılan işlemler 1^{++} ile aynı potansiyele sahip olduğundan 2^{++} kanal için de geçerlidir. Fakat $D^*\bar{D}^*$ hesapları çin denklemlerde $m^0_{\chi_{c2}}$ yalın çarmonyum kütlesi ile uygun mezon kütleleri yer değiştirmelidir.

4. TARTIŞMA ve SONUÇ

1^{++} kanalındaki tekilliklerin özellikleri, DD^* molekülü ve çarmonyum karışımını kontrol eden düşük enerji sabiti d'nin bir fonksiyonu olarak bağlaşım sabitleri, alanların belirli durumlarda bulunma ağırlıkları, $\chi_{c1}(2P)$'nin kütleleri ve genişlikleri ultraviyole kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV değeri için Çizelge 4.1-8'de, $\Lambda = 0.5$ GeV değeri için ise Çizelge 4.9-14 de gösterilmiştir. Bu çizelgelerde Çizelge 3.1'de yer alan yalın çarmonyum kütleleri kullanılmıştır. Hesaplarda mezonların ortalama kütleleri $m_D = 1867.24$ MeV ve $m_{D^*} = 2008.63$ MeV olarak alınmıştır.

Çizelge 4.1-14'de yer alan d^{krit}, C_{0X}'ın sıfır olduğu noktayı göstermektedir. d^{krit}'den sonra C_{0X} pozitif değerler almaktadır. Bu da mezonlar arası kontak etkileşmesinin itici olduğu anlamına gelirken, çizelgelerden de görüldüğü üzere artan bu itici kuvvet ile $X(3872)$'e molekül bileşeninin katkısı, C_{0X}'in artmasıyla azalmaktadır. Bu azalma $g_{D\bar{D}^*}^{X(3872)}$ çiftlenim sabitinden de görülmektedir.

Ağır kuark spin simetrisi ile kurulan modelde, elde edilen iki tekillik denklem 3.70'de gösterilmiştir. Bu tekilliklerden biri $X(3872)$'ye karşılık gelirken diğeri fiziksel $\chi_{c1}(2P)$ durumuna karşılık gelmektedir. C_{0X} seçiminden dolayı $X(3872)$'in kütlesi 3871.69 MeV'e sabitlenmiştir. Öte yandan görülmüştür ki $\chi_{c1}(2P)$'in kütlesi söz konusu durumların karışımını temsil eden d parametresine ve yalın çarmonyum kütlesine oldukça bağlıdır. $\chi_{c1}(2P)$'nin yörüngesi, yalın çarmonyum kütlesinin yaklaşık 3908.5 MeV civarında değiştiği gözlemlenmiştir.

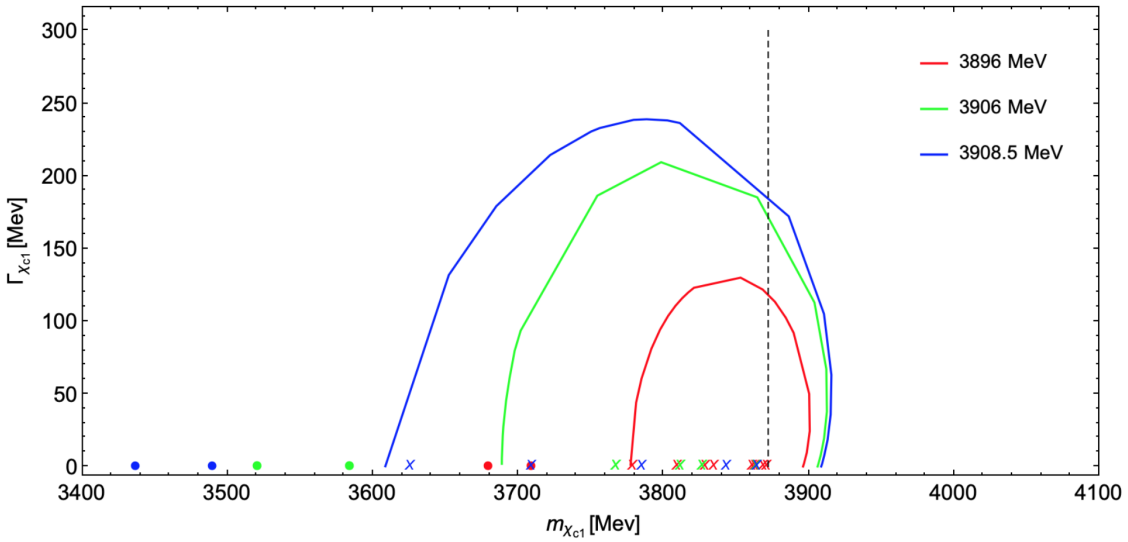
Yalın çarmonyum kütlesi 3896, 3906 ve 3908.5 MeV değerleri için, $\Lambda = 1$ GeV kesilim ölçeğinde elde edilen giydirilmiş $\chi_{c1}(2P)$ tekilliğin yörüngeleri Şekil 4.1'de gösterilmiştir. $d = 0$ olduğunda tekillik İRK' da gerçel eksenin üzerindedir. d' nin değeri arttıkça, İRK' da yer alan tekillikler gerçel eksenden genişlik kazanarak uzaklaşmaktadır. d artmaya

devam ettikçe tekilliğin gerçel kısmı mezon kütle sınırını geçip tekrardan gerçel eksene yaklaşmaktadır. Şekil 4.1'de gösterilen yörüngeler İRK'nın negatif sanal kısımda yer alan tekilliklere aittir. Bu tekilliklerin pozitif sanal bölgede yer alan konjüge çiftlerine şekilde ve çizelgelerde yer verilmemiştir. Tekillikler gerçel eksene ulaştığında, İRK'da eşiğin altında $m_R - 0i$'de ortaya çıkarlar. Tekillikler gerçel eksene ulaştığında ise; yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3896$ MeV için moleküler ağırlık $\tilde{X}_{X(3872)} \sim 0.39$, $m^0_{c\bar{c}} = 3906$ MeV için $\tilde{X}_{X(3872)} \sim 0.43$ ve $m^0_{c\bar{c}} = 3908.5$ MeV için $\tilde{X}_{X(3872)} \sim 0.47$ değerlerini almaktadır. Çizelge 4.1-3'den de görüleceği üzere çarmonyum ağırlığı $m^0_{c\bar{c}} = 3896$ MeV için $|\tilde{X}_{\chi c1}|$ yaklaşım %35, $m^0_{c\bar{c}} = 3906$ MeV için $|\tilde{X}_{\chi c1}|$ yaklaşık %55 ve $m^0_{c\bar{c}} = 3908.5$ MeV için ise $|\tilde{X}_{\chi c1}|$ yaklaşık %83 dür. Yalın çarmonyum kütlesi arttıkça, $X(3872)$'in içindeki çarmonyum bulunma ağırlığı artmıştır.

Konjüge rezonans ile birlikte gerçek eksene ulaşan iki tekillik vardır. Artan d ile reel eksene ulaşan bu iki tekilliğin biri gerçel eksen boyunca eşiğe doğru hareket ederken diğeri yine gerçel eksen boyunca aksi yönde eşikten uzaklaşır. Bu davranış Şekil 2.4'de tasvir edilen davranış ile uyum içerisindedir. Eşikten uzaklaşan tekillik bir noktadan sonra artan d değerleri ile birlikte yeni konjüge bir çift oluşmaktadır. Bu yeni oluşan çift ya eşiğin çok altında ya da kompleks düzlemin derinliklerindedir. Fakat bu çift d arttıkça eşikten çok uzakta da olsa gerçel eksene ulaşmaktadır. Başka bir deyişle oldukça büyük genişliğe sahiptir ve bu nedenle genişlik yorumu anlamını yitirmektedir. Eşikten oldukça uzakta ortaya çıkan bu yeni konjüge çiftin gözlenebilir etkisinin olmadığı da aşikardır. Bu nedenle bu konjüge çiftin de davranışına şekillerde ve tablolarda yer almamaktadır.

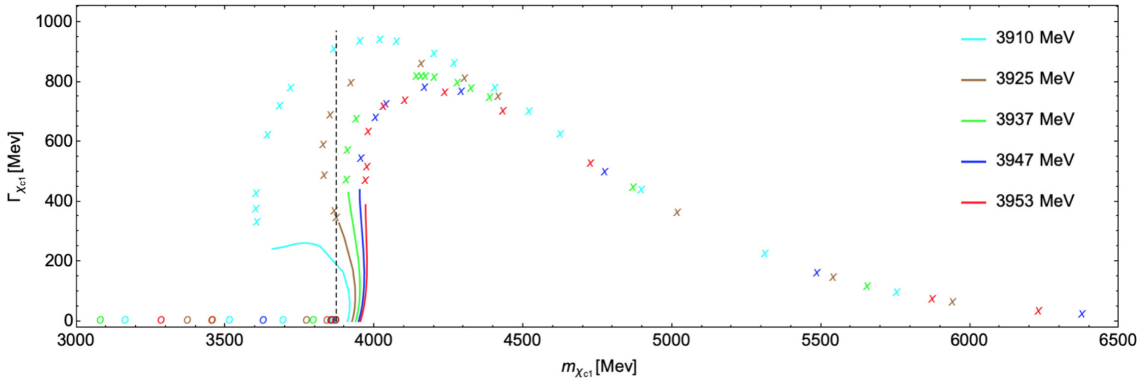
Yalın çarmonyum kütlesinin $m^0_{c\bar{c}} \gtrsim 3908.5$ MeV olduğu durumlarda tekilliklerin yörüngelerinin farklılaştığı gözlemlenmiştir. Bu değişim Çizelge 3.1'de yer alan 3910, 3925, 3937, 3947 ve 3953 MeV yalın çarmonyum değerleri için Şekil 4.2'de gösterilmiştir. $m^0_{c\bar{c}}$'nin 3908.5 MeV'den büyük olduğu durumlarda; $\chi_{c1}(2P)$, İRK'da eşiğin altında veya üzerinde yer almıştır. 3908.5 MeV'den yaklaşık 3930 MeV değerine kadar artan d ile

$\chi_{c1}(2P)$'nin yörüngesi eşik değerini geçerken daha büyük yalın çarmonyum kütleleri artık 2P çarmonyumun kütlesi mezon kütle eşiğini geçememektedir. Eşiği geçen değerler için $m^0_{c\bar{c}}$ arttıkça $X(3872)$'nin moleküler ağırlığı azalmaktadır. Bunun yanında, yörüngenin gerçel eksene ulaşamadığı durumlarda, d'nin d^{krit}'den büyük olduğu bölgede İRK' da gerçel eksenden genişlik kazanarak uzaklaşan tekilliğe, bir noktadan sonra gerçel eksen üzerinde artan d ile birlikte azalan $\Sigma'_{c\bar{c}}$ değerleriyle, eşiğe doğru yaklaşan ikinci bir tekillik daha eşlik etmektedir. Bu tekillik gerçel eksende ortaya çıkıp eksen boyunca BRK ve İRK'nın birleşim noktası olan eşiğe oldukça yaklaşır. Bu sebeple gözlenebilirler üzerinde etkiye sahip olabilir. Aşağı yukarı yalın çarmonyum kütlesinin 3930 MeV değerine kadar artan d ile eşik değere doğru bir yaklaşma varken daha büyük $m^0_{c\bar{c}}$ değerleri için $\chi_{c1}(2P)$'nin yörüngesi eşiğe yaklaşmadan uzaklaşmaktadır.



Şekil 4.1 Yalın çarmonyum kütlesinin $m^0_{c\bar{c}} = 3896, 3906$ ve 3908.5 MeV değerleri için İRK'da yer alan $\chi_{c1}(2P)$ çarmonyumun yörüngesi.
Kesikli dikey çizgi ile gösterilen $D\bar{D}^*$ kütle eşiğidir. Çizgiler ve x'ler ile gösterilen yörünge değerleri için Çizelge 4.1-3'den faydanılmıştır. Bu nedenle yörüngeler kısa kısa düz çigzilerden oluşmaktadır. Eksene çarpıktıktan sonra eşiğe yaklaşan tekiller x'ler ile ifade edilmiştir. Çizelgelerde yer verilmeyen eksene çarpıktıktan sonra uzaklaşan tekilliklerin yörüngeleri simgesel olarak •'ler ile gösterilmiştir.

Çizelgelerden de görüleceği gibi $m^0_{c\bar{c}}$'ın küçük değerlerinde olduğu gibi büyük değerlerinde de $d \gg d^{\text{krit}}$ limitinde; $X(3872)$'in moleküler durumda bulunma ağırlığı $\tilde{X}_{X(3872)} \sim 0$'a yaklaşmaktadır. Bu limitte $g_{D\bar{D}^*}$ sıfıra yaklaşırken; $X(3872)$, 2P durumunda bulunan bir çarmonyum olarak gözükmektedir. Şekil 4.2'de x ile gösterilen yörünge artan d ile beraber eşiğin altında veya üzerinde fakat kompleks düzlemin derinliklerinde bulunmaktadır. Yukarıda da bahsedildiği üzere bu tekilliklerin gözlenebilir etkisi yoktur. Belirtilmelidir ki yalın çarmonyum kütlesinin eşiğe yakınlığı model çerçevesinde önemlidir ve Çizelge 3.1'de yer alan son sütundaki mezon eşiği ile yalın çarmonyum kütlesi arasındaki farkın kütle üzerinde önemi Şekil 4.1-2'den görüldüğü üzere yadsınamaz.



Şekil 4.2 Yalın çarmonyum kütlesinin $m^0_{c\bar{c}} = 3910, 3925, 3937, 3947$ ve 3953 MeV değerleri için İRK'da yer alan $\chi_{c1}(2P)$ çarmonyumun yörüngesi.
Kesikli dikey çizgi ile gösterilen $D\bar{D}^*$ kütle eşiğidir. Çizgiler ve ∘'ler Çizelge 4.4-8'de yer alan değerlerden faydanılmıştır. x'ler ile gösterilen tekilliklerin deneysel gözlenebilir etkisi olmadığından çizelgelerde yer verilmemiştir. ∘'ler, $d > d^{\text{krit}}$ değerinden sonra İRK'da ortaya çıkan tekillikleri göstermektedir.

Cincioglu ve Ozpineci (2019) çalışmalarında etkin alan teorisi çerçevesinde $X(3872)$'deki çarmonyum içeriğini incelemek için $X(3872)$'in ışınımsal geçişlerini incelemişlerdir. $m^0_{c\bar{c}}$'ın 3906 MeV alındığı durumda, $X(3872)$'in dalga fonksiyonundaki $\chi_{c1}(2P)$ çarmonyumun bulunma oranının $\tilde{Z}_{X(3872)} \sim 0.55$ civarında, ışınımsal dallama oranında bir tümsek gözlenmiştir. $\tilde{Z}_{X(3872)}$, 0.55'e yakın olduğunda $\chi_{c1}(2P)$, İRK'da gerçel eksenin üzerinde

eşiğin altında yer alır. Büyük $m^0_{c\bar{c}}$ değerlerinde tekilliğin gerçel eksene ulaşması için daha küçük çarmonyum içeriğinin gerektiği görülmüştür. Teorideki belirsizlikler yüzünden $X(3872)$'in içerisindeki çarmonyum miktarına kısıtlama koymak zordur. Burada yapılan teorik tahminler kuantum mekaniğinin ve AKSS'de sonlu kuark kütlesinden kaynaklı kontak etkileşmelerde %15'lik belirsizlik ile düşünüldüğünde elde sonuçlar, deney verisi ile uyumludur. $X(3872)$'nin içerisinde bulununan çarmonyum oranına, yaklaşımın sahip olduğu belirsizlik ile yalın çarmonyum kütlesinin bir gözlenebilir olmaması, bir kısıtlama getirmeyi zorlaştırmaktadır.

Çizelge 4.1 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3896$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.311708$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-0.789	1.00	1.00	(3896.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-0.768	0.88	0.96	(3896.7, 2.2)	0.01-0.19i	0.03	0.98+0.02i
0.10	-0.707	0.83	0.86	(3898.6, 9.6)	0.00-0.36i	0.10	0.93+0.07i
0.20	-0.464	0.70	0.60	(3900.2, 50.0)	0.16+0.63i	0.35	0.80+0.29i
0.30	-0.058	0.57	0.40	(3821.0, 123.1)	0.82+1.02i	>1	0.64+1.79i
0.305	-0.034	0.56	0.39	(3797.6, 94.2)	1.10+1.25i	>1	0.62+3.02i
0.307	-0.024	0.56	0.39	(3784.8, 60.5)	1.48+1.60i	>1	0.60+5.33i
0.3075	-0.021	0.56	0.39	(3781.1, 43.9)	1.79+1.88i	>1	0.59+7.59i
0.3078	-0.019	0.56	0.39	(3778.8, 28.1)	2.28+2.35i	>1	0.59+12.12i
0.30798	-0.019	0.56	0.39	(3777.4, 7.9)	4.35+4.39i	>1	0.59+43.38i
0.309	-0.014	0.56	0.39	(3734.2, 0.0)	0.00+2.25i	>1	-4.84
0.31	-0.008	0.56	0.38	(3810.7, 0.0)	1.73	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	4.44
d^{crit}	0.000	0.55	0.38	(3818.8, 0.0)	1.45	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	3.45
0.35	0.206	0.52	0.33	(3853.3, 0.0)	0.66	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.57
0.40	0.510	0.47	0.27	(3861.6, 0.0)	0.47	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.33
0.50	1.241	0.40	0.19	(3866.8, 0.0)	0.33	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.18
1.00	7.328	0.21	0.06	(3870.8, 0.0)	0.14	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.04
1.50	17.475	0.15	0.03	(3871.3, 0.0)	0.10	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.02
2.00	31.680	0.11	0.02	(3871.5, 0.0)	0.07	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.01
3.00	72.265	0.07	0.01	(3871.6, 0.0)	0.05	0.00	1.00

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.2 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3906$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.370$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-0.789	0.90	1.00	(3906.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-0.774	0.89	0.98	(3906.6, 1.9)	0.01+0.16i	0.02	0.99+0.01i
0.10	-0.731	0.87	0.92	(3908.2, 7.9)	0.03+0.31i	0.06	0.96+0.05i
0.20	-0.559	0.78	0.75	(3912.4, 37.8)	0.14+0.56i	0.23	0.87+0.19i
0.30	-0.271	0.68	0.57	(3903.9, 112.8)	0.38+0.73i	0.55	0.77+0.50i
d^{krit}	0.000	0.61	0.47	(3798.3, 209.4)	0.93+1.09i	>1	0.53+2.12i
0.375	0.020	0.61	0.46	(3754.4, 186.4)	1.21+1.37i	>1	0.29+3.66i
0.3775	0.031	0.61	0.46	(3701.6, 93.5)	2.19+2.39i	>1	-0.44+12.27i
0.40	0.132	0.59	0.43	(3827.1, 0.0)	0.96		2.07
0.50	0.649	0.51	0.32	(3858.4, 0.0)	0.51		1.36
1.00	4.963	0.29	0.11	(3869.7, 0.0)	0.21		1.08
2.00	22.217	0.15	0.03	(3871.3, 0.0)	0.10		1.02

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.3 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3908.5$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.383565$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-0.789	1.00	1.00	(3908.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-0.775	0.89	0.98	(3909.6, 1.8)	0.01+0.15i	0.01	0.99+0.01i
0.10	-0.735	0.87	0.93	(3910.6, 7.6)	0.03+0.30i	0.06	0.97+0.05i
0.20	-0.574	0.79	0.77	(3915.0, 35.8)	0.14+0.54i	0.21	0.89+0.18i
0.30	-0.306	0.70	0.60	(3910.4, 104.9)	0.35+0.71i	0.49	0.79+0.44i
0.35	-0.132	0.65	0.53	(3886.1, 172.1)	0.55+0.80i	0.83	0.73+0.78i
0.38	-0.014	0.63	0.49	(3827.9, 230.5)	0.80+0.97	>1	0.60+1.55i
d^{crit}	0.000	0.63	0.48	(3811.2, 236.5)	0.87+1.04i	>1	0.54+1.84i
0.39	0.027	0.62	0.47	(3756.2, 233.0)	1.13+1.34i	>1	0.16+3.31i
0.391	0.031	0.62	0.47	(3739.8, 225.7)	1.24+1.47i	>1	-0.05+4.02i
0.393	0.039	0.62	0.47	(3672.0, 162.6)	1.98+2.58i	>1	-3.05+12.07i
0.3932	0.040	0.62	0.47	(3652.2, 131.8)	2.49+3.39i	>1	-6.48+20.28i
0.39334	0.041	0.62	0.47	(3616.6, 49.3)	6.50+9.19i	>1	-54.59+148.92i
0.393345	0.041	0.62	0.47	(3611.2, 27.1)	10.84+14.09	>1	-104.57+383.37i
0.393346	0.041	0.62	0.47	(3609.5, 16.3)	15.72+18.77	>1	-136.33+742.74i
0.395	0.048	0.62	0.47	(3741.6, 0.0)	2.14	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	6.25
0.398	0.061	0.61	0.46	(3774.3, 0.0)	1.58	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	3.85
0.40	0.069	0.61	0.46	(3785.7, 0.0)	1.43	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	3.31
1.00	4.572	0.31	0.12	(3869.4, 0.0)	0.22	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.09
2.00	20.654	0.16	0.03	(3871.2, 0.0)	0.11	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.02
3.00	47.458	0.11	0.02	(3871.5, 0.0)	0.07	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.01

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.4 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3910$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.391302$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C_{0X} [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-0.789	1.00	1.00	(3910.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-0.776	0.89	0.98	(3910.6, 1.8)	0.01+0.15i	0.01	0.99+0.01i
0.10	-0.737	0.87	0.94	(3912.1, 7.5)	0.04+0.29i	0.05	0.97+0.04i
0.20	-0.583	0.80	0.79	(3916.6, 34.8)	0.14+0.53i	0.20	0.89+0.17i
0.30	-0.325	0.71	0.62	(3913.7, 100.7)	0.34+0.70i	0.46	0.80+0.42i
0.35	-0.158	0.67	0.55	(3895.0, 164.3)	0.51+0.78i	0.74	0.75+0.70i
d^{crit}	0.000	0.63	0.49	(3818.6, 249.8)	0.85+1.01i	>1	0.54+1.72i
0.40	0.035	0.63	0.48	(3163.8, 0.0)	0.86	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	2.22
0.402	0.044	0.62	0.48	(3514.7, 0.0)	3.30	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	15.71
0.40205	0.044	0.62	0.48	(3529.6, 0.0)	3.61	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	18.40
0.4021	0.044	0.62	0.48	(3545.8, 0.0)	3.97	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	21.75
0.403	0.048	0.62	0.48	(3694.4, 0.0)	2.82	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	0.52
0.403	0.050	0.62	0.48	(3714.3, 0.0)	2.42	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	0.52
0.45	0.254	0.59	0.42	(3838.0, 0.0)	0.78	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.73
0.50	0.499	0.55	0.37	(3852.3, 0.0)	0.59	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.46
1.00	4.362	0.32	0.13	(3869.2, 0.0)	0.23	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.10
2.00	19.815	0.17	0.36	(3871.1, 0.0)	0.11	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.03
3.00	45.569	0.11	0.02	(3871.5, 0.0)	0.07	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.01

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.5 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3925$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.461594$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-0.789	1.00	1.00	(3925.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-0.780	0.90	0.99	(3925.5, 1.5)	0.03+0.12i	0.01	1.00+00i
0.10	-0.752	0.89	0.97	(3926.8, 6.2)	0.06+0.24i	0.03	0.98+0.03i
0.20	-0.641	0.84	0.88	(3931.5, 27.5)	0.15+0.45i	0.13	0.94+0.11i
0.30	-0.456	0.79	0.76	(3935.9, 73.3)	0.29+0.62i	0.29	0.87+0.26i
0.40	-0.196	0.72	0.64	(3927.9, 172.3)	0.50+0.74i	0.59	0.79+0.56i
0.45	-0.039	0.69	0.59	(3898.6, 280.6)	0.69+0.84i	>1	0.67+0.96i
d^{crit}	0.000	0.68	0.57	(3882.1, 325.8)	0.76+0.90i	>1	0.58+1.18i
0.48	0.064	0.67	0.56	(3373.4, 0.0)	0.99	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	2.44
0.50	0.137	0.66	0.54	(3749.4, 0.0)	1.20	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	2.66
0.60	0.544	0.60	0.44	(3842.3, 0.0)	0.65	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.53
1.00	2.913	0.43	0.22	(3866.2, 0.0)	0.33	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.18
2.00	14.017	0.23	0.07	(3870.6, 0.0)	0.16	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.05
4.00	58.44	0.12	0.02	(3871.4, 0.0)	0.08	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.01

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.6 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3937$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.510903$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-0.789	1.00	1.00	(3937.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-0.781	0.90	0.99	(3937.42, 1.36)	0.03+0.11i	0.01	1.00+0.01i
0.10	-0.758	0.89	0.98	(3938.6, 5.54)	0.07+0.21i	0.02	0.99+0.02i
0.20	-0.668	0.86	0.92	(3943.2, 23.9)	0.16+0.40i	0.09	0.96+0.09
0.30	-0.517	0.82	0.83	(3949.1, 61.5)	0.28+0.56i	0.22	0.91+0.20i
0.40	-0.305	0.77	0.73	(3951.7, 134.3)	0.44+0.68i	0.42	0.85+0.39i
0.50	-0.033	0.72	0.63	(3930.6, 311.5)	0.70+0.82i	0.94	0.67+0.88i
d^{crit}	0.000	0.71	0.62	(3923.5, 352.8)	0.74+0.86i	>1	0.59+1.01i
0.53	0.060	0.70	0.61	(3081.0, 0.0)	0.47	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.39
0.54	0.092	0.70	0.60	(3457.4, 0.0)	0.94	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	2.24
0.60	0.299	0.67	0.55	(3795.6, 0.0)	0.87	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.86
1.00	2.233	0.49	0.30	(3862.4, 0.0)	0.40	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.24
2.00	11.297	0.28	0.10	(3870.0, 0.0)	0.19	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.07
4.00	47.554	0.15	0.03	(3871.3, 0.0)	0.09	$\lvert\tilde{X}_{chi_{c1}}\rvert < 1$	1.02

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.7 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3947$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.548624$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-0.789	1.00	1.00	(3947.0, 0.0)	0.00	0. 00	1.00
0.05	-0.782	0.90	1.00	(3947.4, 1.3)	0.04 + 0.10i	0.01	0.99 + 0.01i
0.10	-0.762	0.89	0.98	(3948.6, 5.1)	0.08 + 0.19i	0.02	0.99 + 0.02i
0.20	-0.683	0.87	0.93	(3953.0, 21.8)	0.16 + 0.37i	0.08	0.97 + 0.07i
0.30	-0.553	0.84	0.86	(3959.3, 54.7)	0.27 + 0.52i	0.18	0.93 + 0.17i
0.40	-0.369	0.80	0.78	(3965.2, 115.0)	0.42 + 0.63i	0.34	0.88 + 0.31i
0.50	-0.134	0.75	0.70	(3963.3, 237.0)	0.61 + 0.73i	0.64	0.78 + 0.60i
d^{crit}	0.000	0.73	0.66	(3953.8, 365.3)	0.74 + 0.83i	0.99	0.61 + 0.91i
0.60	0.155	0.71	0.61	(3628.0, 0.0)	1.00	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	2.24
1.00	1.832	0.54	0.37	(3858.0, 0.0)	0.46	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.30
2.00	9.692	0.32	0.13	(3869.4, 0.0)	0.22	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.09
4.00	41.135	0.17	0.03	(3871.2, 0.0)	0.11	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.03
6.00	93.538	0.11	0.02	(3871.5, 0.0)	0.07	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.01

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.8 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3953$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.57006$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-0.789	1.00	1.00	(3953.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-0.783	0.90	1.00	(3953.4, 1.2)	0.04+0.09i	0.01	1.00+0.00i
0.10	-0.764	0.89	0.99	(3954.5, 4.9)	0.08+0.18i	0.02	0.99+0.02i
0.20	-0.692	0.88	0.94	(3958.8, 20.7)	0.17+0.35i	0.07	0.97+0.07i
0.30	-0.570	0.85	0.88	(3965.3, 51.4)	0.27+0.50i	0.16	0.94+0.15i
0.40	-0.400	0.81	0.81	(3972.2, 106.2)	0.41+0.61i	0.30	0.89+0.28i
0.50	-0.182	0.77	0.73	(3975.2, 210.5)	0.58+0.70i	0.54	0.81+0.51i
d^{crit}	0.000	0.74	0.67	(3970.6, 370.1)	0.74+0.82i	0.95	0.61+0.87i
0.60	0.085	0.73	0.65	(3185.6, 0.0)	0.50	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.40
0.65	0.237	0.70	0.61	(3716.5, 0.0)	0.93	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	2.00
1.00	1.638	0.57	0.40	(3854.6, 0.0)	0.50	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.33
2.00	8.919	0.34	0.14	(3868.9, 0.0)	0.24	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.10
4.00	38.041	0.18	0.04	(3871.1, 0.0)	0.12	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.03
6.00	86.578	0.12	0.02	(3871.4, 0.0)	0.08	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.01

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 1$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.9 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3896$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.311708$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve diğer özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-1.938	1.00	1.00	(3896.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-1.917	1.05	0.99	(3896.2, 0.4)	0.02-0.18i	0.006	0.99+0.04i
0.10	-1.856	1.03	0.96	(3896.8, 1.8)	0.04-0.16i	0.025	0.98+0.02i
0.20	-1.613	0.98	0.87	(3899.2, 7.95)	0.10+0.30i	0.09	0.93+0.07i
0.30	-1.207	0.91	0.75	(3903.1, 21.1)	0.19+0.4i	0.21	0.86+0.16i
0.40	-0.639	0.83	0.63	(3908.2, 48.3)	0.33+0.47i	0.40	0.78+0.33i
d^{crit}	0.000	0.77	0.53	(3917.1, 105.9)	0.48+0.55i	0.80	0.53+0.65i
0.50	0.091	0.76	0.52	(3920.2, 118.4)	0.49+0.57i	0.89	0.43+0.69i
0.70	2.039	0.63	0.36	(3856.6, 0.0)	0.35	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.28
1.00	6.179	0.49	0.21	(3866.9, 0.0)	0.23	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.13
2.00	30.53	0.27	0.06	(3870.7, 0.0)	0.113	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.03

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 0.5$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.10 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3910$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.391302$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-1.938	1.00	1.00	(3910.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-1.925	1.05	0.99	(3910.1, 0.3)	0.03-0.05i	0.003	0.99+0.02i
0.10	-1.886	1.04	0.98	(3910.6, 1.4)	0.06-0.11i	0.013	0.99+0.01i
0.20	-1.731	1.024	0.94	(3912.6, 5.8)	0.13+0.22i	0.05	0.97+0.04i
0.30	-1.474	0.99	0.88	(3916.0, 14.2)	0.21+0.30i	0.11	0.93+0.10i
0.40	-1.113	0.94	0.81	(3921.0, 28.4)	0.29+0.37i	0.21	0.88+0.18i
0.50	-0.650	0.90	0.73	(3928.5, 52.3)	0.39+0.42i	0.36	0.81+0.31i
d^{crit}	0.000	0.85	0.64	(3946.1, 100.5)	0.51+0.48i	0.67	0.57+0.52i
0.70	0.586	0.80	0.58	(3979.1, 139.1)	0.52+0.54i	0.89	0.23+0.46i
1.00	3.213	0.67	0.40	(3855.4, 0.0)	0.32	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.24
2.00	18.665	0.40	0.14	(3869.2, 0.0)	0.174	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.07
3.00	44.419	0.28	0.07	(3870.6, 0.0)	0.117	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.03

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 0.5$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.11 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3925$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.461594$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-1.938	1.00	1.00	(3925.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-1.928	1.05	0.99	(3925.1, 0.2)	0.03-0.04i	0.002	0.99+0.02i
0.10	-1.900	1.05	0.99	(3925.5, 1.1)	0.07-0.08i	0.008	0.99+0.07i
0.20	-1.789	1.04	0.97	(3927.3, 4.5)	0.13+0.16i	0.03	0.98+0.03i
0.30	-1.604	1.02	0.93	(3930.2, 10.7)	0.21+0.23i	0.07	0.96+0.06i
0.40	-1.345	0.99	0.89	(3934.7, 20.4)	0.28+0.28i	0.14	0.93+0.12i
0.50	-1.012	0.96	0.84	(3941.0, 34.9)	0.36+0.33i	0.23	0.88+0.20i
d^{crit}	0.000	0.89	0.72	(3970.9, 91.9)	0.53+0.42i	0.59	0.61+0.44i
1.00	1.763	0.79	0.57	(3822.8, 0.0)	0.33	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.26
2.00	12.868	0.52	0.25	(3866.4, 0.0)	0.23	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.12
4.00	57.286	0.29	0.07	(3870.6, 0.0)	0.12	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.04

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 0.5$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.12 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3937$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.510903$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C_{0X} [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-1.938	1.00	1.00	(3937.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-1.930	1.05	0.99	(3937.1, 0.2)	0.03-0.03i	0.001	0.99+0.00i
0.10	-1.907	1.05	0.99	(3937.5, 0.9)	0.07-0.06i	0.006	0.99+0.00i
0.20	-1.817	1.04	0.98	(3939.1, 3.8)	0.13+0.12i	0.02	0.98+0.02i
0.30	-1.665	1.03	0.95	(3941.8, 9.0)	0.20+0.18i	0.06	0.97+0.05i
0.40	-1.454	1.01	0.92	(3945.9, 16.7)	0.27+0.23i	0.11	0.94+0.01i
0.50	-1.182	0.99	0.89	(3951.5, 27.7)	0.34+0.27i	0.17	0.91+0.15i
d^{crit}	0.000	0.91	0.75	(3988.2, 84.8)	0.53+0.37i	0.54	0.62+0.39i
1.00	1.083	0.86	0.66	(3762.3, 0.0)	0.23	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.16
1.50	4.860	0.72	0.47	(3852.0, 0.0)	0.31	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.21
2.00	10.1478	0.61	0.33	(3869.0, 0.0)	0.33	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.48
4.00	46.404	0.35	0.11	(3869.9, 0.0)	0.14	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.05

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 0.5$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.13 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3947$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.548624$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-1.938	1.00	1.00	(3947.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-1.931	1.05	0.99	(3947.1, 0.2)	0.03-0.02i	0.001	0.99+0.00i
0.10	-1.911	1.05	0.99	(3947.5, 0.8)	0.06-0.05i	0.005	0.99+0.00i
0.20	-1.833	1.04	0.98	(3949.0, 3.4)	0.13+0.10i	0.02	0.98+0.02i
0.30	-1.702	1.03	0.96	(3951.8, 7.9)	0.20+0.15i	0.05	0.97+0.04i
0.40	-1.518	1.02	0.94	(3955.3, 14.5)	0.26+0.19i	0.10	0.95+0.08i
0.50	-1.282	1.00	0.91	(3960.6, 23.6)	0.33+0.23i	0.14	0.93+0.12i
0.70	-0.653	0.968	0.84	(3977.5, 50.9)	0.45+0.28i	0.31	0.82+0.25i
d^{crit}	0.000	0.93	0.78	(4001.6, 79.0)	0.53+0.33i	0.50	0.64+0.36i
1.00	0.682	0.90	0.72	(3660.8, 0.0)	0.12	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.05
2.00	8.543	0.66	0.39	(3859.3, 0.0)	0.28	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.18
4.00	41.13	0.16	0.03	(3871.1, 0.0)	0.11	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.02

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 0.5$ GeV için yapılmıştır.

Çizelge 4.14 Yalın çarmonyum kütlesi $m^0_{c\bar{c}} = 3953$ MeV iken d' nin fonksiyonu olarak ($d^{krit} = 0.57006$ fm$^{1/2}$), $\chi_{1c}(2P)$ çarmonyumun kütlesi, genişliği ve özellikleri

d [fm$^{1/2}$]	C$_{0X}$ [fm^2]	$g^{X(3872)}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\tilde{X}_{X(3872)}$	$(m_{\chi_{c1}}, \Gamma_{\chi_{c1}})$[MeV]	$g^{\chi_{c1}}_{D\bar{D}^*}$[GeV$^{-1/2}$]	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert$	$\tilde{Z}_{\chi_{c1}}$
0.00	-1.938	1.00	1.00	(3953.0, 0.0)	0.00	0.00	1.00
0.05	-1.931	1.05	0.99	(3953.1, 0.2)	0.03-0.02i	0.001	0.99+0.00i
0.10	-1.913	1.05	0.99	(3953.5, 0.8)	0.06-0.04i	0.005	0.99+0.00i
0.20	-1.840	1.04	0.98	(3954.9, 3.2)	0.13+0.10i	0.02	0.99+0.01i
0.30	-1.719	1.04	0.97	(3957.4, 7.3)	0.19+0.13i	0.04	0.98+0.04i
0.40	-1.549	1.03	0.95	(3961.1, 13.4)	0.26+0.17i	0.08	0.96+0.07i
0.50	-1.331	1.01	0.92	(3966.1, 21.7)	0.32+0.20i	0.13	0.93+0.11i
0.70	-0.748	0.979	0.86	(3981.9, 45.8)	0.44+0.26i	0.28	0.84+0.23i
d^{crit}	0.000	0.94	0.79	(4009.2, 75.7)	0.53+0.31i	0.48	0.65+0.34i
1.00	0.489	0.91	0.75	(3550.4, 0.0)	0.06	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.01
2.00	7.769	0.69	0.43	(3856.6, 0.0)	0.29	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.19
4.00	36.89	0.42	0.16	(3868.9, 0.0)	0.17	$\lvert\tilde{X}_{\chi_{c1}}\rvert < 1$	1.08

Hesaplarda $X(3872)$'in BRK'da 3871.69 MeV kütle değerinde sahip bir bağlı durum olduğu kabul edilmiştir. $\chi_{1c}(2P)$ ise İRK'da yer alan bir rezonanstır. Hesaplar UV kesilim ölçeği $\Lambda = 0.5$ GeV için yapılmıştır.

KAYNAKLAR

Aaij, R., Abellan Beteta, C., Adeva, B. ve Bressieux, J. (LHCb Collaboration). 2012. Observation of $X(3872)$ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV. Eur. Phys. J. C72, 1972.

Aaij, R., Abellan Beteta, C., Adeva, B. ve Bressieux, J. (LHCb Collaboration). 2014. Evidence for the decay $X(3872) \to \Psi(2)\gamma$. Nucl. Phys. B886, 665.

Aaij, R. vd. 2013. Determination of the $X(3872)$ meson quantum numbers (LHCb). Phys. Rev. Lett. 110, 222001.

Abazov, V. M., Abbott, B., Abolins, M. ve Acharya, B. S. (D0 Collaboration). 2004. Observation and Properties of the $X(3872)$ Decaying to $J/\Psi\pi^+\pi^-$ in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{q} = 1.96$ TeV. Phys. Rev. Lett. 93, 162002.

Aceti, F. ve Oset, E. 2012. Wave functions of composite hadron states and relationship to couplings of scattering amplitudes for general partial waves. Phys. Rev. D 86, 014012.

Aceti, F. vd. 2014. Meson-baryon components in the states of the baryon decuplet.Eur. Phys. J.A. 50 57.

Achasov, N. N. ve Rogozina, E.V. 2015. $X(3872)$, $I^G(J^{PC}) = 0^+(1^{++})$, as the $\chi_{1c}(2P)$ charmonium. Mod. Phys. Lett. A 30 33, 1550181.

Acosta, D. vd. (CDF II) 2004. Observation of the Narrow State $X(3872) \to J\,\Psi\pi^+\pi^-$. in $\bar{p}p$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. Phys. Rev. Lett. 93, 072001.

AlFiky, M. T., Gabbiani, F. ve Petrov, A. A. 2006. $X(3872)$: Hadronic Molecules in Effective Field Theory. Phys. Lett. B640, 238.

Aubert, B., Barate, R., Boutigny, D. ve Couderc, F. (BaBar Collaboration). 2005. Study of the $B^- J/\psi K \pi^+ \pi^-$ Decay and Measurement of the $B \to X(3872) K^-$ Branching Fraction. Phys. Rev. D71, 071103.

Aubert, B., Bona, M., Karyotakis, Y. ve Lees, J. P. (BaBar Collaboration). 2009. Evidence for $X(3872) \to \psi(2)\gamma$ in $B_\pm \to X(3872) K_\pm$ Decays and a Study of $B \to c\bar{c}\gamma K$. Phys. Rev. Lett. 102, 132001.

Barnes, T., Godfrey, S., ve Swanson, E. S. 2005. Higher Charmonia. Phys. Rev. D72, 054026.

Baru, V., Hanhart, C., Kalashnikova, Yu.S., Kudryavtsev, A.E. ve Nefediev, A.V. 2010. Interplay of quark and meson degrees of freedom in a near-threshold resonance. Eur. Phys. J. A 44 93-103.

Casalbuoni, R., Deandrea, A., Bartolomeo, N.D., Gatto, R., Feruglio, F. ve Nardulli, G. 1993. Effective lagrangian for quarkonia and light mesons in a soft - exchange - approximation. Phys. Lett. B302, 95.

Choi., S. K. vd. (Belle Collaboration) (2003. Observation of a narrow charmonium - like state in exclusive $B^\pm \to K^\pm \pi^+ \pi^- J\,\Psi$ decays.
Phys. Rev. Lett. 91 262001.

Choi., S. K. vd. (Belle Collaboration). 2011. Bounds on the width, mass difference and other properties of $X(3872) \to \pi^+ \pi^- J/\Psi$ decays. Phys. Rev. D84 052004.

Cincioglu, E., Nieves, J., Ozpineci, A., ve Yilmazer, A.U. 2016. Quarkonium Contribu tion to Meson Molecules. Eur. Phys. J. C 76 10, 576.

Cincioglu, E., ve Ozpineci, A. 2019. Radiative decay of the $X(3872)$ as a mixed mole cule-charmonium state in effective field theory. Phys. Lett. B797, 134856.

Deng, W.-J., Liu, H., Gui, L.-C., ve Zhong, X.-H. 2017. Charmonium spectrum and their electromagnetic transitions with higher multipole contributions. Phys. Rev. D95, 034026.

Dong, Y., Faessler, A., Gutsche, T. ve Lyubovitskij, V. E. 2011. $J/\psi\gamma$ and $\psi(2S)\gamma$ decay modes of the $X(3872)$. J. Phys. G38, 01500.

Ebert, D., Faustoy, R.N., ve Galkin, V.O. 2003. Properties of heavy quarkonia and B_c mesons in the relativistic quark model. Phys. Rev. D67, 014027.

Ebert, D., Faustoy, R.N., ve Galkin, V.O. 2011. Spectroscopy and Regge trajectories of heavy quarkonia and B_c mesons. Eur. Phys. J. C71, 1825.

Eichten, E. J., Lane, K. ve Quigg, C. 2004. Charmonium levels near threshold and the narrow state $X(3872) \to \pi^+\pi^- J/\Psi$. Phys. Rev. D 69 094019.

Eichten, E. J., Lane, K. ve Quigg, C. 2006. New states above charm threshold. Phys. Rev. D73, 014014.

Ericson, T. E. O., ve Karl, G. Strength of pion exchange in hadronic molecules. 1993. Phys. Lett. B309, 426.

Faustov, R. N., ve Galkin, V. O. 2013. Weak decays of B_s mesons to D_s mesons in the relativistic quark model. Phys. Rev. D 87, 034033.

Ferretti, J. ve Santopinto, E. 2019. Threshold corrections of $\chi_c(2P)$ and $\chi_b(3P)$ states and $J/\Psi\rho$ and $J/\Psi\omega$ transitions of the $X(3872)$ in a coupled - channel model. Phys. Lett. B 789 550-555.

Gamermann, D. ve Oset, E. 2009. Isospin breaking effects in the $X(3872)$ resonance. Phys. Rev. D80, 014003.

Gamermann, D., Nieves, J., Oset, E. ve Arriola, R. 2010. Couplings in coupled channels versus wave functions: Application to the $X(3872)$ resonance. Phys. Rev. D81, 014029.

Garcia R., C., Hidalgo D., C., Nieves, J., Salcedo, L. L. ve Tolos, L. 2015. Compositeness of the strange, charm and beauty odd parity Λ states Phys. Rev. D92, 034011.

Gell-Mann, M. 1964. A schematic model of baryons and mesons. Phys. Lett. 8, 214.

Godfrey, S. ve Isgur, N. 1985. Mesons in a Relativized Quark Model with Chromo dynamics. Phys. Rev. D 32, 189.

Gui, L.-C., Lu, L.-S., Lü, Q.-F., Zhong, X.-H. ve Zhao., Q. 2018. Strong decays of high er charmonium states into open-charm meson pairs. Phys. Rev. D98, 016010.

Guo, F. K., Hanhart, C., Kalashnikova, Y. S., Meisner, U. G. ve Nefediev, A. V. 2015. What can radiative decays of the $X(3872)$ teach us about its nature?. Phys. Lett. B742, 39.

Guo, Z.-H. ve Oller, J. A. 2016. Probabilistic interpretation of compositeness relation for resonances. Phys. Rev. D93, 096001.

Guo, F. K., Hanhart, C., Meißner, vd. 2018. Hadronic molecules. Rev. Mod. Phys. 90, 015004.

Hammer, I.K., Hanhart, C. ve Nefediev, A.V. 2016. Remarks on meson loop effects on quark models. Eur. Phys. J. A 52 11, 330.

Hanhart, C., Pelaez, J.R., Rios, G. 2014. Remarks on pole trajectories for resonances. Phys. Lett. B 739, 375-382.

Hidalgo-Duque, C., Nieves, J. ve Valderrama, M. P. 2013. Light Flavour and Heavy Quark Spin Symmetry in Heavy Meson Molecules. Phys. Rev. D87. 076006.

Hyodo, T., Jido, D. ve Hosaka, A. 2012. Compositeness of dynamically generated states in a chiral unitary approach. Phys. Rev. C 85, 015201.

Lebed, R. F., Mitchell, R. E. ve Swanson, E. S., 2017. Heavy-Quark QCD Exotica. Progress in Particle and Nuclear Physics 93, 143.

Mehen, T. ve Springer, R. 2011. Radiative Decays $X(3872) \to \psi(2S) + \gamma$ and $\psi(4040) \to X(3872) + \gamma$ in Effective Field Theory. Phys. Rev. D83, 094009.

Nagashima, Y.2010. Elementary Particle Physics. Wiley-VCH, 942, Singapore.

Nieves, J. ve Valderrama, M. P. 2011. Deriving the existence of $B\bar{B}^*$ bound states from the $X(3872)$ and Heavy Quark Symmetry, Phys.Rev. D84; 056015.

Nieves, J. ve Valderrama, M. P. 2012. The Heavy Quark Spin Symmetry Partners of the $X(3872)$. Phys. Rev. D86, 056004.

Noether, E. 1915. The Finiteness Theorem for Invariants of Finite Groups Math. Ann. 77, 89–92.

Olsen, S.L., Skwarnicki, T. ve Zieminska, D. 2018. Non-Standard Heavy Mesons and Baryons, an Experimental Review. Rev. Mod. Phys. 90, 15003 (2018).

Ortega, P. G., Entem, D. R. ve Fernandez, F. 2013. Molecular structures in charmonium spectrum: The XYZ puzzle, J. Phys. G40, 065107.

Patrignani, C. vd. 2016. Particle Data Group Review of Particle Physics, Chin. Phys. C40 100001.

Segovia, J., Entem, D. R. , Fernandez, F. ve Hernandez, E. 2013. Constituent quark model description of charmonium phenomenology. Int. J. Mod. Phys. E22, 1330026.

Sekihara, T., Hyodo, T. ve Jido, D. 2015. Comprehensive analysis of the wave function of a hadronic resonance and its compositeness. PTEP 2015, 063D04.

Sungu, J. Y. ve Jumasahatov, A. C. 2019. Probing Axial-Vector Charmonia $\chi_{c1}(1P)$ and $\chi_{c1}(2P)$. J. Phys. G46, 035007.

Swanson, E. S. 2004. Short Range Structure in the $X(3872)$. Phys. Lett. B588, 189.

Takizawa, M. ve Takeuchi, S. 2013. $X(3872)$ as a Hybrid State of Charmonium and the Hadronic Molecule. Prog. Theor. Exp. Phys., 0903D01.

Tanabashi, M. vd. 2018. (Particle Data Group), Phys. Rev. D98, 030001.

Tornqvist, N. A. 1991. Phys. Rev. Lett. 67, 556.

Tornqvist, N. A. 1994. From the deuteron to deusons, an analysis of deuteron - like meson meson bound states. Z. Phys. C 61 525-537.

Valderrama, M. P. 2012. Power Counting and Perturbative One Pion Exchange in Heavy Meson Molecules. Phys. Rev. D85, 114037.

Voloshin, M.B. ve Okun, L.B. 1976. Hadron Molecules and Charmonium Atom. JETP Lett. 23 333-336.

Weinberg, S. 1963. Elementary particle theory of composite particles. Phys. Rev.130, 776.

Weinberg ,S. 1965. Evidence That the Deuteron Is Not an Elementary Particle. Phys. Rev. 137, B672.

Zhou, Z.-Y. ve Xiao, Z. 2014. Comprehending heavy charmonia and their decays by hadron loop effects. Eur. Phys. J. A 50 10, 165.