TC

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

FELSEFE (BİLİM TARİHİ)

ANABİLİM DALI

OSMANLILARDA KONİ KESİTLERİ: SEYYİD ALİ PAŞA

Doktora Tezi

İREM ASLAN SEYHAN

ANKARA - 2017

TC

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

FELSEFE (BİLİM TARİHİ)

ANABİLİM DALI

OSMANLILARDA KONİ KESİTLERİ: SEYYİD ALİ PAŞA

Doktora Tezi

İREM ASLAN SEYHAN

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN

ANKARA – 2017

TC

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

FELSEFE (BİLİM TARİHİ)

ANABİLİM DALI

İREM ASLAN SEYHAN

OSMANLILARDA KONİ KESİTLERİ: SEYYİD ALİ PAŞA

Doktora Tezi

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Melek DOSAY GÖKDOĞAN

Tez Jürisi Üyeleri

Adı ve Soyadı	İmzası
Prof. Dr. Melek Dosay Gökdoğan	
Prof. Dr. Kemal DEMİR	
Prof. Dr. Yavuz UNAT	
Prof. Dr. Ertan İbikli	
Doç. Dr. Ayten Koman Aydın	

Tez Sınavı Tarihi 18.12.2014

TÜRKİYE CUMHURİYETİ

ANKARA ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Bu belge ile, tezdeki bütün bilgilerin akademik kurallara ve etik davranış ilkelerine uygun olarak toplanıp sunulduğunu beyan ederim. Bu kural ve ilkelerin gereği olarak, çalışmada bana ait olmayan tüm veri, düşünce ve sonuçları andığımı ve kaynağını gösterdiğimi ayrıca beyan ederim.(....18...../....12...../..2017...)

Tezi Hazırlayan Öğrencinin

Adı ve Soyadı

İREM ASAN SEYHAN

İmzası

.....

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER ..... **İ**

KISALTMALAR LİSTESİ ..... **İİİ**

ÖNSÖZ **1**

GİRİŞ **3**

1. BÖLÜM - TARİHÇE **9**

1. 1. ANTİK YUNANDA KONİ KESİTLERİ 9

1. 2. APOLLONİUS VE KONİ KESİTLERİ 27

1. 3. İSLÂM UYGARLIĞINDA KONİ KESİTLERİ ÇALIŞMALARI 41

1. 4. AVRUPA'DA KONİ KESİTLERİ VE OSMANLI DEVLETİNE GİRİŞİ (BAŞHOCA İSHAK EFENDİ)..... 57

2. BÖLÜM - SEYYİD ALİ PAŞA VE KUTÛ'-I MAHRÛTİYÂT **76**

2. 1. SEYYİD ALİ PAŞA VE KUTÛ-I MAHRÛTİYÂT'IN DEĞERLENDİRİLMESİ 76

2. 2. SEYYİD ALİ PAŞA'DAN SONRA OSMANLI'DA KONİ KESİTLERİ ÇALIŞMALARI (19. YY.) 94

SONUÇ **101**

KUTÛ'-I MAHRÛTİYÂT (SADELEŞTİRİLMİŞ METİN) **107**

KUTÛ'-I MAHRÛTİYÂT (ÖZGÜN METİN) **341**

EKLER: **460**

EK - 1: *MECMUA-İ MİN RESAİL-İ İBN'ÜL HEYSEM: KİTÂB APOLLONİUS FÎ EL- MAHRUTÂT* (ASKERİ MÜZE NR. 3025: 32, 33, 38, 40. YAPRAKLAR). 460

EK - 2: M. MESUD PAŞA, *RİSALE Fİ TATBİK VE KUTÛ'-I MAHRÛTİYÂT* (S. 116 - 117, 260 - 261, 268 - 269). 463

EK - 3: I. TODHUNTER, *A TREATİSE ON PLANE CO-ORDİNATE GEOMETRY AS APPLİED TO THE STRAIGHT LİNE AND CONİC SECTİONS*, İÇİNDEKİLER TABLOSU..... 465

EK - 4: M. VÂSIF, *HENDESE-İ HALLİYE-İ MUSATTAHA VE KUTÛ'-I MAHRÛTİYÂT*, İÇİNDEKİLER TABLOSU..... 466

SÖZLÜK..... 467

KAYNAKLAR..... 474

ÖZET..... 484

ABSTRACT..... 485

KISALTMALAR LİSTESİ

age: Adı geçen eser.

Bknz. : Bakınız.

C. : Cilt.

çev. : Çeviren.

DSB : Dictionary of Scientific Biography.

ed. : Editör.

MÖ. : Milattan önce.

MS. : Milattan sonra.

nr. : Numara.

ö. : Ölüm.

Örn. : Örneğin.

S. : Sayı.

s. : Sayfa.

vb. : Ve benzeri.

yap. : Yaprak.

yay. : Yayıncı.

yy. : Yüzyıl.

≅ : Benzerdir.

Δ : Üçgen

Matematiksel İşlemlerdeki Osmanlıca Harferin
Latin Harflerindeki Karşılığı

ا	A	ر	R′
ب	B	ص	S
با	B′	س	S′
ے	C	ث	S″
ـجـ	C′	ض	Ş
ج	Ç	ش	Ş′
د	D	ط	T
ع	E	ت	T′
غ	F	ـو	U
ف	F′	ـو	Û
ح	H′	و	V
خ	Î	ف	V′
ق	K	ـو	V″
ل	L	يب	W
م	M	ـ	X
ى	Q	ز	Z
ر	R	ظ	Z′

ÖNSÖZ

İslâm Uygarlığı'nın geometri tarihindeki önemi iki ana sebepten kaynaklanmaktadır. Bunlardan ilki İslâm Dünyası matematikçilerinin Antik Yunan'dan aldıkları klasik eserleri tercüme ve muhafaza etmeleridir. Bu sayede orijinal Yunancası kaybolmuş eserler, Arapça tercümeleri sayesinde günümüze ulaşabilmiştir. İkincisi ise İslâm matematikçilerinin, tercüme ettikleri bu eserlerdeki teorik bilgileri, çeşitli problemlerin çözümlerinde birer araç olarak kullanmaları ve bu yolla da orijinal katkılar yapmalarıdır. Bu her iki ana sebep için örnek olarak gösterilebilecek eserlerin başında, Apollonius'un *Konika*'sı gelir. Bu sebepten *Konika* hem İslâm biliminde hem de kendini bu ekolün mirasçısı sayan Osmanlı biliminde önemli bir yer tutar. Buna rağmen *Konika* Osmanlıcaya hiç tercüme edilmemiş, medreselerde sistematik biçimde okutulmamıştır. Koni kesitlerinin müstakil bir konu olarak müfredata alınması mühendishanelerin açılmasından sonra olmuştur.

Seyyid Ali Paşa Osmanlıca kaleme aldığı *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'da hem belli bir yere kadar *Konika*'yı takip ediyor, hem de mukaddimesinde konu ile ilgili orijinal teoremler bulduğunu iddia ediyordu. Dolayısıyla tez çalışmamızın başında, eser elimize ilk geçtiğinde, sevgili danışman hocam Melek Dosay Gökdoğan'la çok heyecanlandık ve bu eserin mutlaka gün ışığına çıkarılması gerektiğini düşündük. Seyyid Ali Paşa, Osmanlı modernleşme sürecinde yaşamış bir mühendishâne başhocası olarak, klasik eğitimden yana, tutucu, politik olarak da son derece kuvvetli bir figür olduğundan; ilerici-gerici, klasikçi-modern tartışmalarının tam da göbeğinde bulunmaktadır. Bu sebeple, bu çalışmanın Osmanlı bilim tarihinin önemli bir dönemeci olan İslâm bilimi ekolünden, Avrupa bilimi ekolüne geçiş sürecine, ışık tutacağını düşünüyorum.

Lisans üstü çalışmalarım boyunca her anlamda bana yardımcı olan ve yol gösteren sayın danışman hocam Melek Dosay Gökdoğan'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Seyyid Ali Paşa'nın teoremlerinin modern matematikle izahı konusunda takıldığım her noktada bana yardımcı olan Prof. Dr. Cem Tezer'e, sunduğu bakış açısıyla tezimin gidişatına yön veren sayın hocam Prof. Dr. Remzi Demir'e, kaynak temini konusunda bana çok yardımcı olan Dr. Carl Ehrig Eggert'e ve tez araştırması için gittiğim Friedrich Schiller Üniversitesi'nde danışmanlığımı üstlenerek bana her türlü imkânı sağlayan Prof. Dr. Ralph Neuhäuser'e teşekkür etmeyi borç bilirim. Ayrıca sayısı yüz elli civarında olan şekillerimin çiziminde bana yardımcı olan Merve Seyhan'a ve her konuda bana destek olup, bu günlere gelmemi sağlayan, Osmanlıca transliterasyon problemlerimde her sıkıştığımda yardımıma koşan annem Çiğdem Aslan'a şükranlarımı sunarım.

Doktora eğitim sürecimde çalışmalarımı maddi olarak destekleyen, bursiyeri olduğum Atatürk Kültür, Dil ve Tarih Yüksek Kurumu: Türk Tarih Kurumu'na minnetlerimi sunarım.

Son olarak varlığı hayatıma anlam katan ve her konuda destekçim olan, en iyi arkadaşım ve sevgili eşim Neşet Seyhan'a sonsuz teşekkür ederim.

GİRİŞ

Morris Kline'a göre, klasik dönemin matematik bilimine en kalburüstü katkısı Euclid'in *Elementler*'i ve Apollonius'un *Koni Kesitleri*'dir (Kline, 1972: 27). Koni kesitleri veya konikler, geometride bir koninin bir düzlem tarafından farklı şekillerde kesilmesiyle elde edilen eğrilerdir. Düzlemin koniyi kesme açısına göre daire, elips, hiperbol veya parabol şekilleri elde edilir. Geometride koni kesitleri sentetik geometri yoluyla incelenebildiği gibi, analitik veya kutupsal koordinatlar yardımıyla da incelenebilir. Antik dönemlerdeki incelemeler sentetik incelemelerdir. Modern matematikte ise incelemeler Kartezyen veya kutupsal koordinatlar yardımıyla yapılır, yani 2. derece denklemler ve trigonometrik fonksiyonlar yardımıyla incelenir.

Koni kesitleri konusu Apollonius'un *Konika* eseriyle gelebileceği en üst seviyeye gelmiştir. Ondan sonraki matematikçiler konuya ancak ufak tefek ekler yapabilmişlerdir. Apollonius'un eseri öyle kapsamlıdır ki, ardıllarına devrim niteliğinde bir katkı sağlama olanağı bırakmamıştır. Elbette modern matematik yeni araçlar keşfettikçe bu konuda da yeni ifade şekilleri gelişmiş, yeni bulgular elde edilmiştir. Ancak devrim niteliğinde bir ilerlemeden bahsetmek mümkün değildir. Bu manada Apollonius'un *büyük geometrici* olarak anılması gayet yerinde bir yakıştırmadır. Elips yörüngeleri keşfederek, astronomi tarihine adını altın harflerle yazdıran Kepler dahi *Konika* hakkında;

"Kaç matematikçi Pergeli Apollonius'un *Konika*'sının tamamını okuma zahmetine katlanabilmiştir ki? [Quotusquisque mathematicorum est, qui tolerat laborem perlegendi Appollonii Pergaei Conica?]" demiştir (Kepler, 1609 ; Ostermann ve Wanner, 2012: 61).

Koni kesitleri, tarihin hiçbir döneminde sırf entelektüel eğlence için uğraşılan,

popüler bir matematik konusu olarak ele alınmamıştır. Bu, belki de son derece katmanlı ve karmaşık bir konu olmasından kaynaklanmaktadır. Gerçi karmaşıklık, matematik düşkünlerinin haz duyduğu bir meseledir. Asıl söylemek istediğimiz, koni kesitleri genellikle profesyonel matematikçilerin, astronomların, fizikçi ve mühendislerin üzerinde durduğu bir alan olmuştur. Konu ile ilgilenmiş bilginlerin hemen hemen hepsinin koni kesitlerini bir araç olarak, çeşitli amaçlar ve pratik uygulamalar için irdelediğini görüyoruz.

Koni kesitlerinin bir uygulama sahası da askeriyedir. Savaşlarda "bilek kuvveti"nin devri geçip de askeri mühendislik ön plana çıkınca, 17. yy. sonlarında ve 18. yy.'da Avrupa'da iyi eğitimli mühendis subaylar yetiştirmek üzere birbiri ardına *Askeri Kraliyet Akademileri (Savaş Okulları)* açılmaya başlamıştır. Osmanlı Devleti'nin birbiri ardına yenilgiler almaya başlaması da aynı döneme denk gelince, Batı usulü eğitim veren bir okul ve dolayısıyla Batı usulü bir ordu kurulması gerekliliği kendini dayatmıştır. Dolayısıyla 18. yy.'da mühendishâneler açılmıştır. Dengi olan tüm akademilerde olduğu gibi müfredatına öncelikle matematik ve geometri alınmış, bu çerçevede koni kesitleri müstakil bir konu olarak işlenmeye başlanmıştır.

Tezimizin ana metni, bu amaçla yazılmış bir ders kitabı olan Seyyid Ali Paşa'nın (ö. 1846) *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ıdır[1]. Bu metni tezimizin mihenk taşı yapmamızın başlıca sebebi, metnin Osmanlı devrinde, Osmanlıca olarak kaleme alınmış tek koni kesitleri kitabı olması ve özgünlük iddiası taşımasıdır. Metin, 19. yy. Osmanlı bilim dünyasındaki durumu, en azından skolastik medrese eğitimini bırakmak istemeyen, gelenekçi bir

[1] F. Karatay, TM, II, 739; Özege, II, 935.

mühendishâne hocasının 19.yy. başında mühendishâne talebelerine neler anlattığını göstermesi açısından önemli bir kaynak olacaktır.

Osmanlı Devleti'nde özellikle *Hendese-i Halliye* (Analitik Geometri) kitaplarında koni kesitleri incelemeleri ve tercümeleri mevcuttur. Ancak Seyyid Ali Paşa'nın eseri, tamamıyla bu alana tahsis edilmiş ilk Osmanlıca eser olmak sıfatıyla incelenmeye değerdir. Ayrıca bu eser, konusu itibariyle Osmanlı modernleşme hareketi ile ilgili çok şey söyleyecektir.

Bu çalışma kapsamında burada tamamına yer veremediğimiz koni kesitleri tarihinin tümünü inceledik. Bunu yapmamızın esas amacı metnin incelenmesini tamamladığımızda *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ın literatürdeki yerini ve geometri tarihine katkısını tespit edebilmekti. Bir yandan bu tarihçeyi incelerken, bir yandan da Seyyid Ali Paşa'nın sentetik geometrisinin modern anlamını kavrayabilmek için, sentetik ve modern matematikte koni kesitlerini tetkik etmek durumunda kaldık. Bu çalışmalarımızla eş zamanlı olarak da *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ı sadeleştirmeye ve olabildiğince anlaşılır hale getirmeye çalıştık. Metin Batı tarzında eğitim veren bir kuruma ders kitabı olarak yazılmasına rağmen, eski usul yazılmış (retorik anlatımlı ve sentetik geometri kullanılarak yazılmış) bir metin olduğu ve bunun yanında tutarlı bir terminoloji de takip etmediği için metni çözümlemek çok zamanımızı aldı. Tüm bu çalışmalarımızın yanı sıra 19.yy.'da Osmanlı'da koni kesitleri üzerine yazılmış eserleri inceledik ve Batılı muadilleriyle karşılaştırdık.

Bu araştırmalarımızın sonuçlarını iki bölüm halinde sunduk. 1. bölümde koni kesitleri tarihçesini özetledik. Elbette ki tüm koni kesitleri tarihine detaylı bir şekilde yer vermemiz konunun genişliği bakımından mümkün olmamıştır. Ancak yine de tarih boyunca yapılmış en önemli katkıların tümüne yer vermeye ve bu konuya katkı yapmış

matematikçilerin en azından isimlerini ve eserlerini zikretmeye gayret ettik. Metnimiz açısından en önemlisi olduğu için, Apollonius'un eserine özellikle ağırlık verdik. Avrupalı matematikçilerden de kısaca bahsettikten sonra Osmanlı Devleti'nde koni kesitlerini müstakil bir konu olarak ilk inceleyen kişi olan Başhoca İshak Efendi'den bahsettik. Koni kesitleri konusunun Osmanlı'ya girişinden bahsederken iddiasız bir mühendishâne tarihçesi özeti yazarak Batı mühendishâneleri müfredatlarına ve kütüphane kayıtlarına değindik. Bunu yapmaktaki esas amacımız *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ın mukaddimesinde belirtilen Batı kaynağını belirlemekti, ancak buna muvaffak olamadık. Yine de derlediğimiz bilgileri bundan sonraki çalışmalar için faydalı olması umuduyla sunduk.

Tezimizin 2. bölümünde ise Seyyid Ali Paşa'nın hayatından ve eserlerinden bahsederek *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ın değerlendirilmesine yer verdik. Aynı bölümde Seyyid Ali Paşa'dan sonra 19. yy.'da Osmanlı Devleti'nde mevcut diğer koni kesitleri eserlerinden de bahsederek metnin açıklamasını sunduk. Tezimizin sonuç kısımda ise bazı değerlendirmelerle konuyu toparladıktan sonra metnin sadeleştirmesini ve aslını verdik.

Metnin çözümlenmesi ve sadeleştirmesi kısmında retorik ifadeleri matematiksel simgelere dönüştürdük ve gerekli gördüğümüz yerlerde -bazen parantez içlerinde bazen de dipnotlarda- ilave açıklamalarda bulunduk. Bunu yaparken yazarın ufak dikkatsizliklerini ve harflendirme hatalarını düzelttiysek de metnin genel çerçevesine müdahale etmeyerek tarihsel gerçekliği -yani metnin hatalarını- olduğu gibi yansıtmaya çalıştık. Düzeltmelerimizi dipnotlarda vererek metindeki aksaklıkları gidermeye çalıştık. Bu açıklamalar ve düzeltmeler çok uzun ve görsel içerikli olduğu zaman dipnotta verilmemiş, metnin değerlendirildiği (2. 1). bölümde sunulmuştur. Kısa açıklamaların

metnin üstünde (dipnotlarda) yapılması okuyucunun takibini kolaylaştırmak için düşündüğümüz bir yöntemdir. Böylece okuyucunun her bir teoremin açıklaması için bir önceki bölüme danışması gerekmeyecektir. Teorem ve şekillerdeki harflendirmeler için standart harflendirme usulü kullanılmamıştır. Arapça harflerin bizim kullandığımız Türkçe karşılıklarını kısaltmalar listesinden hemen sonra sunmuş bulunuyoruz.

Metnin en sonunda yer alan şekiller yeniden çizilerek ilgili yerlerine yerleştirilmiştir. Bu şekiller yeniden çizilirken genelde orijinal halleri korunmuş, ancak gerekli görüldüğü durumlarda metne uygun müdahalelerde bulunulmuştur. Yazar bazı şekillerin yerini metnin içinde belirtmiş, ancak bunu sistematik bir şekilde yapmamıştır. Dolayısıyla şekillerin yerleri çoğunlukla içerikten anlaşılarak tarafımızca belirlenmiştir. Metinde yer alan lamihalar (ek notlar) ilgili teoremlere dipnot olarak tarafımızca yerleştirilmiştir. Bu bizim için nispeten kolay bir işlem olmuştur. Çünkü çoğu ek notun yeri yazar tarafından düzgünce belirtilmiştir. Belirtilmediği durumlarda numara sırası takip edilmiştir.

Yazar, mukkaddimesinde Apollonius'dan faydalandığını belirtmesine rağmen metin içinde yalnız iki kaynağın adını zikretmiştir. Bunlar *Usul-i Hendese* ve *Archimedes Mühendis*'dir. Ancak kitabın başındaki tanımların ve teoremlerinin Apollonius'dan aynen alındığı tespit edilmiştir. İlgili dipnotlarla bu teoremlerin *Konika*'daki hangi teoremlere karşılık geldiği belirtilmiştir.

Kutû'-ı Mahrûtiyât'ın özgün metnini sonuç kısmından sonra vermiş bulunuyoruz. Ek 1'de *İbn Heysem Mecmua-i min resail-i ibn'ül Heysem: Kitâb Apollonius fî el-Mahrutât* 32, 33, 38, 40. yaprakları sunduk. 32. ve 33. yaprakları Seyyid Ali Paşa'nın kitabıyla benzerlikleri; 38. ve 40. sayfaları ise farklılıkları sebebiyle seçtik. Ek 2'de M. Mesud Paşa'nın *Risale fi tatbik ve Kutû'-ı Mahrûtiyât* kitabından bazı sayfalar seçerek

19. yy.'da kaleme alınmış diğer bir koni kesitleri eserinden örnek sayfalar sunduk. Ek 3 ve Ek 4'de I. Todhunter'ın *A Treatise on Plane Co-ordinate Geometry as Applied to the Straight Line and Conic Sections* ve M. Vâsıf'ın *Hendese-i Halliye-i Musattaha ve Kutû'-ı Mahrûtiyât* eserlerinin benzerliklerini gösterebilmek için içindekiler tablolarına yer verdik.

1. TARİHÇE

1. 1. Antik Yunanda Koni Kesitleri

Koni kesitlerini, temel olarak iki matematiksel teori altında inceleyebiliriz. Bunlardan ilkine Apollonius öncesi koni kesitleri teorisi demek uygundur. Çünkü Apollonius'a gelinceye kadar yapılmış çalışmalarda koni kesitleri aynı yöntemle elde edilmiştir. Literatürde bu yöntem *Apollonius Öncesi Teori* veya *Dikey Konjügasyon* olarak geçmektedir (Toomer, 1990: xxviii). Bu yöntemi kısaca özetlememiz gerekirse:

Her üç koni kesiti de dairesel ABG konisinin, bir düzlem ile üreteçlerine dik olacak şekilde kesilmesiyle elde edilir. Daha açıkça söylemek gerekirse koniyi kesen düzlem ile üreteçler arasındaki açı 90° olmalıdır. Hal böyle iken, Â tepe açısı için;

i) Eğer $\hat{A} = 90° \Longrightarrow$ Parabol (Dik koni kesiti)

ii) Eğer $\hat{A} < 90° \Longrightarrow$ Elips (Dar açılı koni kesiti)

iii) Eğer $\hat{A} > 90° \Longrightarrow$ Hiperbol (Geniş açılı koni kesiti) olur.

Yine Apollonius öncesi koni kesitleri teorisine göre (Şekil A1, A2, A3 (Toomer, 1990; 665 - 666));

Parabol: Eğer ABG dairesel konisi, |AB| üretecine dik olarak kesilirse, K keyfi bir nokta ve |ZF| sabit iken,

$$|\mathrm{KL}|^2 = 2.|\mathrm{ZF}||\mathrm{ZL}|$$

olan durumdur. Bunun Kartezyen denklemle ifadesi $y^2 = p.x$ 'dir.

Elips ve Hiperbol için ise $2|\mathrm{ZF}|$ ve $|\mathrm{PZ}|$ sabit iken;

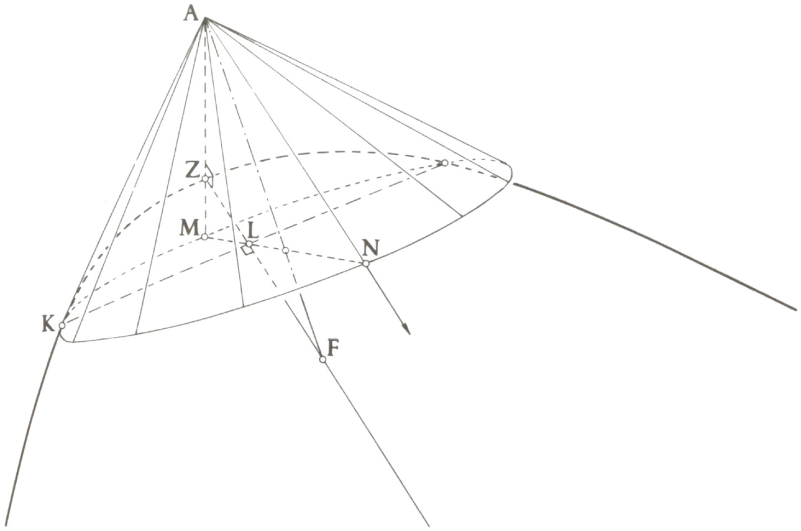
$\frac{|\mathrm{KL}|^2}{|\mathrm{ZL}|\,|\mathrm{PL}|} = \frac{2\,.\,|\mathrm{ZF}|}{|\mathrm{PZ}|}$ olur.

Bu denklemin Kartezyen ifadesi ise

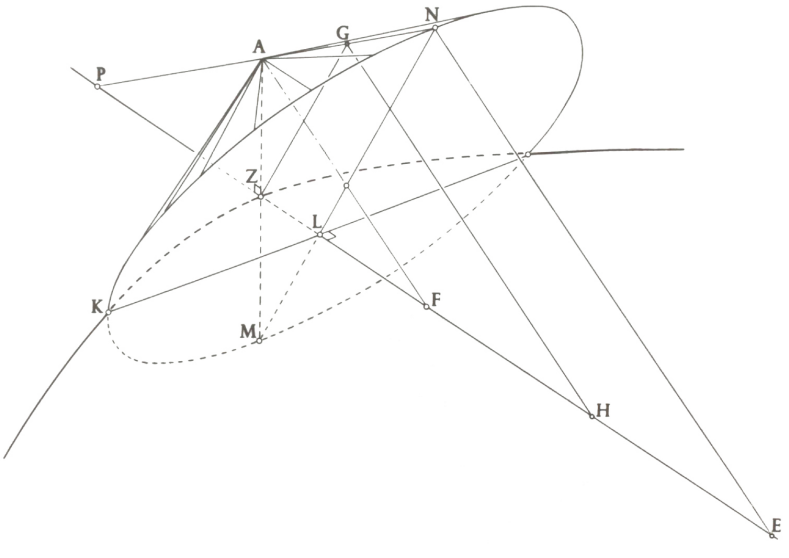
$$\frac{y^2}{x_1 . x_2} = \frac{p}{a}$$

olur. |ZL| her zaman kesitin ekseninin üzerinde bulunur ve |KL| ⊥ |ZL|'dir (Toomer, 1990: xviii).

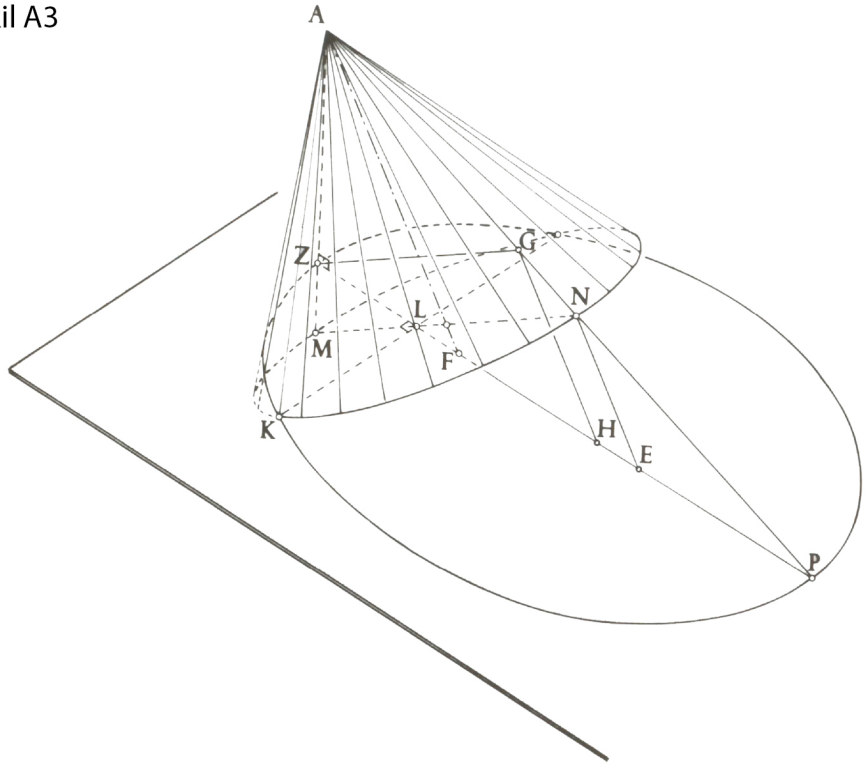
Şekil A1



Şekil A2



Şekil A3



Koni kesitlerini ilk keşfeden, Platon okulunun öğrencisi, Platon'un (M.Ö. 429 - 348) bir dostu ve Exodus'un (M.Ö. 408 - 355) öğrencisi olan Menaechmus (M.Ö. 380 - 320) olmuştur (Cajori, 2014: s. 38). Menaechmus bugün Çanakkale, Büyük Kemikli Burunu sınırlarında olan Alopeconnesus'da doğmuştur. Eudoxus'un Cyzicus'daki okulunda ondan sonra öğretmenlik yapmıştır.[2] Menaechmus, Cyzicus Okulu filozoflarıyla yakın ilişki içinde olan Aristoteles tarafından Büyük İskender'le tanıştırılmış ve ona hocalık yapmıştır (Allman, 1889: 154). Bilim tarihinde çok meşhur

[2] O'Connor ve Robertson, *Menaechmus*, http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Menaechmus.html, 22. 03. 2015 tarihinde bakıldı.

olan, Euclid ve Büyük İskender'in arasında geçen geometri ile ilgili anekdot, bazı kaynaklara göre aslında Menaechmus ve Büyük İskender arasında geçmiştir. Rivayete göre, Büyük İskender geometri öğrenmek için kestirme bir yol olup olmadığını sormuş, Menaechmus ise geometriye giden bir kral yolu olmadığını söylemiştir. Menaechmus, Platon'un Devlet'ine bir şerh yazmış, ancak Platon'a olan hayranlığı onu tarafsız olarak değerlendirmesine engel olmamıştır (Bulmer-Thomas, 1981a: 269 - 276). Özellikle izlediği mekanik geometri yorumuyla Platon'a muhalefet etmiş ve onun eleştirisine maruz kalmıştır. Ancak kadim geometriye[3] alternatif olan bu mekanik yorum, onun koni kesitlerini keşfetmesine imkân sağlaması bakımından faydalı olmuştur.

Menaechmus, Delos problemini çözme girişimi esnasında koni kesitlerini keşfetmiştir. Onun bu keşfinden çeşitli kaynaklar vasıtasıyla haberdar olmaktayız. Bunlardan ilki Proclus'tur (410 - 485, Bizans). Proclus, Menaechmus'tan koni kesitlerinin kâşifi olarak bahseder. İkinci kaynağımız ise Ascalon'lu Eutocius'un (480 - 540)[4], Archimedes'in *Küre ve Silindir Üzerine*'ine yazdığı şerhtir. Eutocius, bu eserinde Yunanlı filozofların küpün iki katına çıkarılması problemi söz konusu olduğunda şaşırıp kaldıklarını, ancak bu problemi Chios'lu Hippocrates'in (M.Ö 470 - 410) -ilkinden daha kolay olmayan- farklı bir probleme indirgediğinden bahsetmiştir. Buna göre, Hippocrates bu problemi çözmenin, biri diğerinin iki katı olan iki düzgün doğrunun geometrik oranını bulmaya denk olduğunu iddia etmiştir (Heath, 1921b: 266). Delos problemi yani bir

---

[3] Platon'un benimsediği pergel-cetvel metodu.

[4] O'Connor ve Robertson, *Eutocius*, http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Eutocius.html, 22.03.2015 tarihinde bakıldı.

küpün hacimce iki katına çıkarılması problemi, üç meşhur Antik Yunan probleminden birisidir. Çözümü için ilk olarak ayrıtların iki katına çıkarılması önerilmiştir. Ancak herhangi bir küpün ayrıt uzunluğu 2 katına çıktığında hacmi 8 kat artmaktadır. Örneğin ayrıt uzunluğu a olan bir küpün hacmi a^3 iken, ayrıt uzunluğu 2a olan küpün hacmi $8a^3$ olmaktadır. Elde edilmek istenen iki kat hacim olan $2a^3$ için küpün bir ayrıtının a.$\sqrt[3]{2}$ olması gerekmektedir. Ancak o dönemde irrasyonel sayıların varlığı şaibeli bir konuydu. Dahası bu problemin çözümünün geçerli olabilmesi için kadim Yunan geleneği olan pergel ve cetvel metoduyla yapılması gerekliydi.

Hippocrates'in önerdiği fikir dahicedir ve gerçekten de küpün hacimce iki katına çıkarılmasını sağlayacak bir çözümdür. Günümüz ifadeleriyle inceleyecek olursak, uzunlukları a ve 2a olan iki düzgün doğrunun geometrik oranı;

$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$ olsun buradan;

$$x^2 = ay$$

$$y^2 = 2ax$$

$$x^4 = a^2y^2$$

$$x^4 = a^2 2ax$$

$$x^4 = 2a^3x$$

eşitliklerini elde etmek mümkündür. Daha sonra, her iki taraf x ile sadeleştirildiğinde $x^3 = 2a^3$ ve dolayısıyla da x = a.$\sqrt[3]{2}$ olacağı görülecektir. Ancak bugün cebirsel yöntemle kolayca çözdüğümüz bu problemi Hippocrates pergel ve cetvel yardımıyla

çözememiştir. Zaten 19. yüzyılda bu problemin pergel ve cetvel yardımıyla çözümünün imkânsızlığı Pierre Wantzel (1814 - 1848) tarafından kanıtlanmıştır.

Eutocius'a göre bu dâhice fikre, Menaechmus iki dâhice çözüm önermiştir. Bu çözümleri günümüz cebirsel ifadelerinin yardımıyla belirtirsek, ilk yol x . y = 2 ve y = x^2 parabolünün ortak çözümüdür. Burada birinci eşitliği düzenleyerek y'yi yalnız bırakırsak $y = \frac{2}{x}$ olacaktır. Bunu ikinci denklemde yerine yazarsak, $\frac{2}{x} = x^2$ den $x^3 = 2$ ve x=$\sqrt[3]{2}$ bulunarak istenilen sonuç elde edilir.

İkinci yol ise $x^2 = y$ ve $y^2 = 2x$ parabollerinin kesişimlerini bulmaktır (Coolidge, 1968: 1). Burada yine iki eşitlik ortak çözüldüğünde $x^{2^2} = 2x$ yani $x^4 = 2x$ ve bu denklemin reel köklerinden biri, bize ulaşılmak istenen çözüm olan x = $\sqrt[3]{2}$ değerini verecektir (Kramer, 1983: 154 - 156). Bu çözümler Eutocius'un Archimedes şerhinde sözel olarak verilmiştir. Ayrıca kaynaklarda ayrıntılı künyesi bulunan *DSB*'nin 9. cildindeki "Menaechmus" maddesinde ve 4. cildindeki "Eutocius of Ascalon" maddesinde ayrıntılı açıklamalar mevcuttur.

Menaechmus'un bizim açımızdan önemli olmasının asıl sebebi bu problemleri çözerken, koninin bir düzlemle kesilmesi sonucu meydana gelen bu şekillerin, belli özellikleri olan *belli eğriler* olduğunu fark etmesi ve onları tanımlayarak bazı problemlerin çözümünde kullanılabileceklerini fark eden ilk kişi olmasıdır. Onu parabol ve hiperbolün kâşifi olarak adlandırabiliriz. Ancak elipsten hiç bahsetmemiş olması ilginçtir.

Menaechmus'dan sonra, Euclid'in (M.Ö. 330 - 275) çağdaşı olan Aristaeus (M.Ö 370 - 300), koni kesitleriyle ilgili kayda değer çalışmalar yapmıştır. Hayatına dair pek fazla bilgi bulunmamaktadır. Elimizdeki bilgileri Pappus (290 - 350) vasıtasıyla

öğrenmekteyiz. Pappus, Aristaeus'dan *Yaşlı*[5] *Aristaeus* olarak bahsetmiştir. Bu muhtemelen onunla aynı dönemde yaşamış kendinden genç bir matematikçi adaşı olmasından kaynaklanmış olmalıdır. Pappus, Aristaeus'un Platon okulunda yapılan çalışmaların bir özeti mahiyetinde ve koni kesitleriyle ilgili olan *Cisim Loci* (*Solid Loci* yani koni kesitleri) ile ilgili beş kitabın yazarı olduğundan bahsetmiştir ve bu eserin çok kapsamlı ve orijinal olduğunu vurgulamıştır (Heath, 1921b: 118). Bu kitaplar Pappus'un döneminde var olmakla beraber bugün kaybolmuştur. Pappus, Euclid'in *Konikler* eserinin konuyla ilgili yüzeysel bilgiler ihtiva ettiğini, ancak Aristaeus'un *Cisim Loci*'sinin çok daha derin ve kapsamlı olduğunu vurgulamıştır.

Cisim Loci o dönemde koni kesitlerini tarif etmek için kullanılmış olan Yunanca bir terimdir *(στερεοι τοποι)*.[6] Muhtemelen katı cismin (solid; koni veya silindir) bir düzlemle kesilmesiyle oluşan şekiller kastedildiğinden bu ismi almıştır. Sonraki dönemlerdeki yazarlar Aristaeus'un eserinden *Konikler ile ilgili Beş Kitap* olarak bahsettiğinden ve eserler günümüze intikal etmediğinden, bu iki ismin iki farklı esere ait olduğu yanılgısı doğmuştur. Gerçekte *Cisim Loci* ve *Konikler ile ilgili Beş Kitap* aynı eserdir.

Loci (τοποι προς) en yalın haliyle *geometrik yer* olarak anlaşılabilir. Bir noktadan bahsederken o noktanın geometrik yeri *locus (τοπος)* olarak adlandırılır. Yani

---

[5] Elder.

[6] O'Connor ve Robertson, *Aristaeus*, http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Aristaeus.html, 10. 04. 2015 tarihinde bakıldı.

bir ve aynı özellikte olan doğru veya yüzeylerin pozisyonudur. Bu terimler günümüz analitik geometrisinde hala geometrik yer manasında kullanılmaktadır. Aynı denklemi sağlayan veya bir başka değişle aynı şeklin üzerinde bulunan noktalar (*locus*un çoğulu olan) *loci* ile ifade edilir. Bu tanım Proclus'da da karşımıza çıkmaktadır (Heath, 1896: xxxi). Proclus, *loci*yi *doğru (line) loci (τοποι προς γραμμαις)* ve *düzlem (surface) loci (τοποι προς επιφανειαις)* olmak üzere iki gruba ayırmıştır. *Doğru loci* ile düz çizgiler, çemberler ve koni kesitleri kastedilir. Daha sonra da ayrıntılı olarak değineceğimiz gibi Apollonius da dahil olmak üzere antik dönem bilginleri elipsin özel bir hali olan çemberi bir koni kesiti olarak görmemiştir. *Doğru loci, düzlem loci (τοποι επιπεδοι) ve cisim (solid) loci (τοποι στερεοι)* olmak üzere ikiye ayrılır. *Düzlem loci* çemberler ve doğru parçalarını kapsarken, *cisim loci* koni kesitleri ve silindirik sarmalı ifade etmek için kullanılan bir kavramdır. Proclus gibi Eutocius da bu tanımları benimsemiştir.

Pappus ise bir ayrıma daha giderek *doğru loci*ye üçüncü bir kategori olarak *doğrusal (linear) loci* kavramını eklemiştir (Heath, 1896: xxxii - xxxiii). Bu kategoride düz doğrular, çemberler ve koni kesitleri dışındaki yüksek dereceli eğriler incelenmektedir (Heath, 1921b: 117). Aristaeus'un kitabına seçmiş olduğu isminden onun koni kesitlerini, *uzayda geometrik yer* olarak tarif ettiği sonucu çıkarılabilir (İlker ve Terzioğlu, 1960: 167).

Aristaeus *Cisim Loci*'sinde kusurlu bir şekilde olsa da üç veya dört çizgiye göre geometrik yer problemini tartışmıştır (Heath, 1921b: 118). Pappus dolayısıyla haberdar olduğumuz bu geometrik yer problemi şöyledir:

(1) Düzlemde üç düzgün doğru belirli bir pozisyonda verilsin. Bunlara a, b, c diyelim.

(2) Bir P noktasından bu doğrulara eğik uzaklıklar ölçülsün ve doğrularla belirli açılarda kesişecek başka doğrular daha çizilsin. Yani mesela P den a ile α açısı yapan bir doğru parçası çizilip bunun uzunluğu x alınsın. Aynı şekilde sırasıyla b ve c ile β ve γ açısı yapan y ve z uzunluklu doğru parçaları çizildiği varsayılsın.

(Bunun en kolay hali α = β = γ = 90° halidir. Bu durumda P'nin a, b, c doğrularına uzaklıkları alınmış olur.)

(3) λ bir sabit olmak üzere y . z = λ . x^2 denklemini sağlayan P noktaları bir koni kesiti üzerinde kalacaktır.

(4) x, y, z'nin sıralaması ihtiyari olarak değiştirilebilir. Öyleyse μ ve η sabit olmak üzere, z . x = μ . y^2 ve x . y = η . z^2 denklemlerini sağlayan P noktaları da koni kesiti üzerinde kalırlar.[7] Bu bahis bir manada Antik Yunan medeniyetinin neredeyse analitik geometriyi bulduklarını işaret etmektedir. Bu problem daha sonra Avrupa'da Fermat (1601 - 1665) ve Descartes (1596 - 1650) tarafından yeniden ele alınmış, bu yüzden de adı geçen bilginler analitik geometrinin kurucuları olarak kabul edilmişlerdir.

Euclid, M.Ö. 300 yılı sıralarında İskenderiye'deki Müze'de öğretmenlik yapmış ve yine aynı tarihlerde kendinden önceki (M.Ö. 5. yy.'dan itibaren) matematikçilerin çalışmalarını toparlayarak 13 ciltlik *Elementler*'i yazmıştır. *Elementler*, o zamana kadar üretilmiş tüm geometri çalışmalarını sistemli bir biçimde sunduğundan, o dönemde yapılmış ansiklopedik bir çalışma mahiyetindeydi. Ancak bu çalışmanın esas önemi, içerdiği bilgilerden ziyade, o zamana kadar Eski Mısır ve Mezopotamya'dan gelmiş olan pragmatik ve gündelik hesap zihniyetiyle kullanılan matematik kavramlarına yeni bir

[7] Heath kitabında bu sebepten "üç koni kesiti" tabirini kullanmıştır.

boyut kazandırarak aksiyomatik bir sistem geliştirmesidir. Euclid, *Elementler*'inin stereometri (katı cisimlerin ölçülmesi sanatı) ile ilgili olan 12. kitabında konilere de yer vermiştir. Bu kitabın 10. teoreminde taban alanları ve yükseklikleri aynı olan silindir ve koniler arasındaki 1/3 oranındaki hacim ilişkisine değinmiş, 11. teoremde yükseklikleri aynı olan silindir ve koniler arasındaki hacim ilişkisinin taban alanlarıyla orantısına değinmiş, yine 12, 13 ve 15. teoremlerinde de silindir ve koni arasındaki farklı bağlantılara yer vermiştir (Heath, 1956c: 400 - 423).

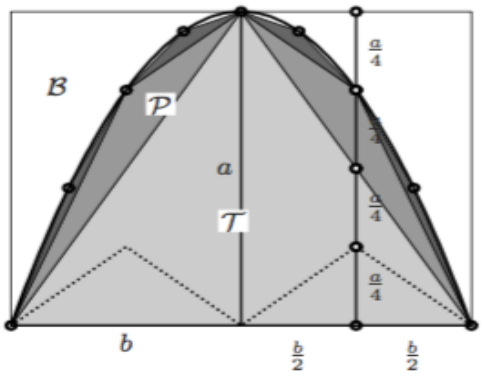
Euclid'in kaybolmuş kitapları arasında Pergeli Apollonius'a (M.Ö. 262 - 200) kaynak teşkil eden ve dört kitaptan oluşan *Konika* eseri vardır. Bu eserinde öncüllerinden özellikle de Theaetetus ve Eudoxus'dan faydalanmıştır (Coolidge, 1968: 6 - 8). Başka kaynaklardan öğrendiğimize göre Euclid bir koniyi veya silindiri tabana paralel olmayan bir düzlemle kestiğimiz takdirde elips (θνρЄος) elde edileceğini belirtmiştir (Heath, 1956c: 110).

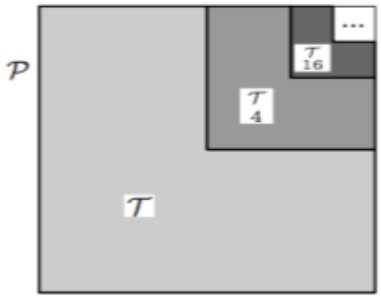
Antik Yunan bilginlerinin en meşhurlarından biri olan Archimedes (287 - 212) de koni kesitleriyle ilgili kayda değer çalışmalar yapmıştır. Archimedes bir düzlemin, koninin veya silindirin tüm yüzeyine değecek şekilde kesişmesi neticesinde ortaya yalnız iki çeşit şekil çıkacağının (daire veya elips) bilincindeydi. *Küre ve Silindir Üzerine* adlı eserinde ister istemez koni kesitlerinden bahsetmek durumunda kalmıştır. Örneğin, 7. ve 8. teoremlerinde konileri, verilen elipslere yerleştirme konusuna değinmiştir (Coolidge, 1968: 7). Ayrıca koni kesitleriyle ilgili bir kitap yazdığı sanılmaktadır, fakat bu konuda güvenilir bir kanıt yoktur (Heath, 1896: xli). *Kanoidler ve Küreler* adlı eserinde *kanoid*

kelimesini konik manasında kullanmış, ancak burada bu kelimeyle bir parabolün veya hiperbolün kendi ekseni etrafında döndürülmesiyle meydana gelen cisimleri kastetmiştir.[8]

Archimedes *Parabolün Kareleştirilmesi* eserinde de koni kesitleriyle uğraşmıştır (Heath, 1897). Bu eserde herhangi bir alanı hesaplamanın bu alanı oluşturan sonsuz sayıda birbirine paralel düz çizginin uzunluklarını toplamakla mümkün olabileceğini keşfetmiştir. Tüketme metodu olarak da bilinen bu yöntem integral hesabın keşfi sayılmaktadır. Archimedes'in M.Ö. 240 civarında geliştirdiği bu metot onun en büyük başarılarından biridir. Bunun için "Archimedes üçgenleri"nden faydalanmıştır. Bu üçgenler, alanı hesaplanmak istenen parabolün her iki kenarına teğet olan doğrularla, uçlarını birleştiren doğrular tarafından oluşturulan üçgenlerdir (Dörrie, 1965: 239). Bu yolla Archimedes'in ulaştığı bir diğer meşhur sonuç ise; P parabolün alanı ve T bu parabolün içine çizilmiş olan üçgenin alanı iken $P = \frac{4}{3}$. T eşitliğidir (Ostermann ve Wanner, 2012 : 72).

[8] Archimedes, *Conoids and Spheroids,*
https://www.stmarys-ca.edu/sites/default/files/attachments/files/On_Conoids_and_Spheroids.pdf,
20. 11. 2015 tarihinde bakılmıştır.

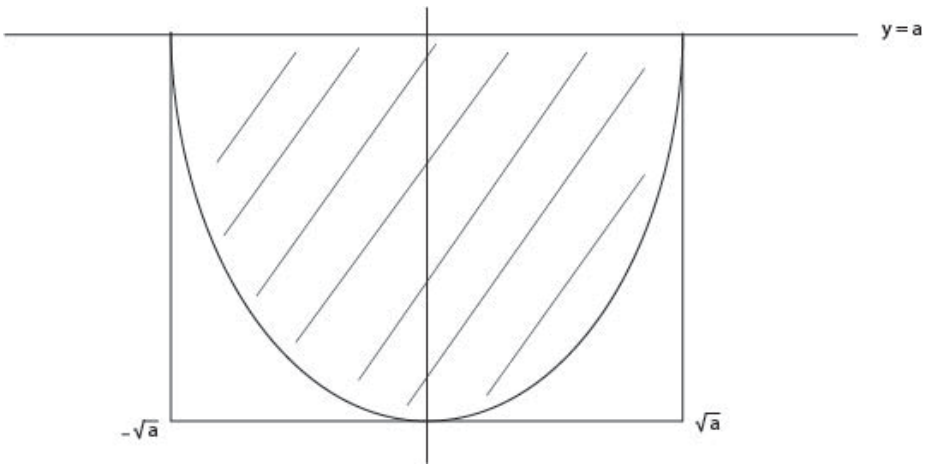




Heracleides'e göre, koni kesitleri ile ilk teorem geliştiren kişi Archimedes olmuştur. Apollonius bu teoremlerin yayınlanmamış olduğunu fark ederek onları kendine mal etmiştir (Heath, 1896: xli). Eutocius bu görüşe tamamen karşı çıkmıştır.

Archimedes bir başka teoreminde de parabolün alanının etrafına çizilmiş dörtgen alanın $\frac{2}{3}$'üne eşit olduğunu söylemiştir. Bu teorem Seyyid Ali Paşa'nın 49. teoreminde verilmiştir.

Bu teorem Archimedes'in *Parabolün Kareleştirilmesi (Quadrature of Parabola)* eserinde mevcuttur (Heath, 1897: 233 - 252). Bu teoremi kalkülüs yardımıyla kolayca doğrulayabiliriz. $y = x^2$ parabolü y = a, x = $\sqrt{a}$ ve x = -$\sqrt{a}$ doğrularıyla sınırlanmış olsun, parabolün dışında kalan dörtgenin alanı $2\sqrt{a}\,.\,a = 2.a^{\frac{3}{2}}$ olur. Parabolün altında kalan alan $\int_{-\sqrt{a}}^{\sqrt{a}} x^2\ .\ dx = \frac{2}{3}.a^{\frac{3}{2}}$ olduğundan içinde kalan alan da bu ikisinin farkından $2.a^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}.a^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}.a^{\frac{3}{2}}$ oluşacaktır. Gerçekten de $\frac{4}{3}.a^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}\ .\{2.a^{\frac{3}{2}}\}$ olur.



Aynı yolla bir önceki teoremin de ispatını yapabiliriz. Yukarıda parabolün içinde kalan alanın $\frac{4}{3}.a^{\frac{3}{2}}$ olduğunu hesaplamıştık. Şimdi bu parabolün içine bir üçgen çizdiğimizi farz edelim. Üçgenin tabanı $2\sqrt{a}$ ve yüksekliği a olacaktır. Böylece alanı $\frac{2\sqrt{a}.a}{2} = a^{\frac{3}{2}}$ olur. Bu da önceki teoremde söylenen P = $\frac{4}{3}.a^{\frac{3}{2}}$ parabolün alanı ve T = $a^{\frac{3}{2}}$ bu parabolün içine çizilmiş olan üçgenin alanı iken, P = $\frac{4}{3}$. T denkliğini sağlar. Archimedes *Küre ve Silindir Üzerine* eserinde verilen bir koni veya silindirin hacmine denk hacme sahip bir küre bulmanın formülünü de vermiştir (Bulmer - Thomas, 1981b: 489).

Daha önce de belirttiğimiz gibi Archimedes'in bu konuda esas uğraştığı şey parabolün kareleştirilmesi olmuş, tüketme metoduyla parabol ve elipsin kareleştirilebileceğini düşünmüştür. Bu sayede parabolik bir kesitin alanını hesaplamıştır (Heath, 1956c: 23). Bu noktada karşımıza yeniden antik çağın meşhur problemlerinden biri olan çemberin kareleştirilmesi çıkmaktadır. Bu meselenin çözümü ve koni kesitleri arasında da bir bağ olduğu fark edilmektedir. Aynı sebepten Archimedes'in hiperbolle fazla uğraşmadığını görmekteyiz. Onun ilgi alanına giren problemlerin esas araçları parabol ve elips olmuştur. Archimedes konuyla ilgili teoremlerini mekanik gözlemlerinden yola çıkarak geliştirmiş, daha sonra ulaştığı bu teoremleri geometrik

yöntem yardımıyla ispat yoluna gitmiştir. Çünkü mekanik araştırmalar her ne kadar bu teoremlerin keşfi için çok faydalı olsalar da tam anlamıyla geçerli olan geometrik ispatın yerini tutamazlar (Heath, 1956c: 366).

Yukarıda birden fazla kez adı geçen İskenderiyeli Pappus'un (290 - 350) M.S. 340 yılında yazdığı sekiz ciltlik *Matematik Koleksiyonu (Συναγωγή),* o çağa kadar yazılmış, mevcut kitapların yanı sıra Euclid ve Aristaeus'un eserleri gibi aslı kaybolmuş birçok değerli eser hakkında detaylı bilgiler veren çok önemli bir kaynaktır. Heath'e göre, bu, ansiklopedik bir çalışmadan ziyade bir el kitabı veya bir rehber sayılmalıdır.[9] Eserde hemen hemen matematiğin her alanı incelenmiştir. Geometri, aritmetik, çok yüzlüler, poligonlar, koni kesitleri ve küpün iki katına çıkarılması gibi problemlerin yanı sıra bilmeceler ve matematik oyunları da mevcuttur.

Pappus'un *Matematik Koleksiyonu*'nun en uzun cildi olan VII. cildi bizi esas ilgilendiren cilttir. Bu ciltte Pappus koni kesitleri ile ilgili çalışmış bilginleri ve eserlerini karşılaştırmalı olarak *Analizin Hazinesi* adı altında incelemiştir (Jones, 1986: 82 - 120). Pappus'a göre *Analizin Hazinesi*[10] esasen üç kişi tarafından yazılmıştır: *Elementler*'in yazarı Euclid, Perge'li Apollonius ve Yaşlı Aristaeus. Pappus'un Analizin Hazinesi olarak adlandırdığı eserler şunlardır:

Euclid, *Data*, 1 kitap.

Apollonius, *Bir Oranın Kesilmesi*, 2 kitap.

---

[9] O'Connor ve Robertson, *Pappus*,

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Pappus.html,

10.11.2015 tarihinde bakıldı.

[10] Treasury of Analysis.

Apollonius, *Bir Alanın Kesilmesi* 2 kitap.

Apollonius, *Muayyen Kesitler*, 2 kitap.

Euclid, *Doğal Sonuçlar*, 3 kitap.

Apollonius, *Teğetlikler*, 2 kitap.

Apollonius, *Düzlem Loci*, 2 kitap.

Apollonius, *Konika*, 8 kitap.

Aristaeus, *Cisim Loci*, 5 kitap.

Euclid, *Yüzey Loci*, 2 kitap.

Erastosthenes, *Oranlar Üstüne*, 2 kitap (Coolidge, 1968*:* 8 - 9).

Pappus geometriye vakıf olmak isteyenlerin, bu eserlere mutlaka hâkim olması gerektiğinin altını çizmiştir. Bunu yaparken de yöntem olarak, bu kişilerin işlerinde benimsedikleri analiz ve sentez metodunu önermiştir. Onun verdiği tanıma göre analiz aranan şeye giden - ancak sonuçları tarafından belirlendiği şekilde giden - yoldur. Yani bir başka değişle sentez tarafından belirlenmiş yoldur.

"Aranılan şeyi, sanki bulmuş gibi var sayarız ve ondan önce gelen şeye bakarız ve ondan önce gelene... Ta ki bu geriye gidiş ile bilinenlerden birine varana kadar. Ya da birincil prensibe kadar. Biz bu metoda analiz diyoruz. Yani namı diğer *anapalin lysis*[11]. Sentezde ise bunun tersi olarak analiz ile ulaşılan son nokta olan birincil prensipten başlayarak bu sefer doğal sırasıyla ilerlenir. Emsallerinin daha önce izlediğimiz yol ile uyumu göz önünde tutularak, aranılan şeye varmaktır." (Jones, 1986: 82). Bu tanımlar Pappus'a ait değildir. Euclid'in *Elementler*'inin 13. kitabında yer alan tanımlardır.

[11] Geriye indirgeme.

Pappus, Euclid'in bir ansiklopedist gibi çalışarak kendi zamanına dek birikmiş olan bilgileri derlediğini, ancak Aristaeus'un konuya orijinal katkılar yaptığını belirtmektedir. Aristaeus'un mütevaziliğine hayran olduğunu eklemekten geri kalmaz. Ona göre, Aristaeus herhangi birinden en ufak bir alıntı yapmış olsa dahi bunu hemen belirtmektedir. Buna karşın Apollonius'a olan eleştirisi şaşırtıcı biçimde serttir. Onun Aristaeus'un aksine kibirli ve kendini beğenmiş biri olduğunu belirtmiştir.

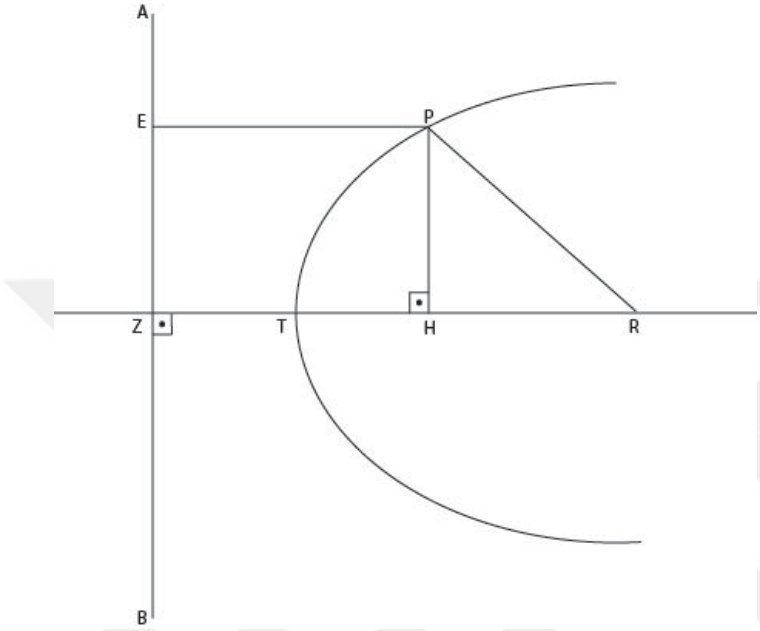
Pappus'un aktardığı bir anekdota göre Apollonius, Aristaeus'un locusunu, cisim loci (koni kesitleri) kapsamında ispatlamanın mümkün olduğunu bildirir, ancak bunu söylerken Aristaeus'un bunu çoktan yapmış olduğunu söylemeyi ihmal etmiştir. Pappus böylece Apollonius'un tüm övgüyü kasıtlı bir şekilde üstüne aldığını düşünmektedir ve açıkça bunu kınamaktadır. Locus konusuna cevaben şöyle demiştir: "Locusla ilgili şeyleri tamamladı çünkü Euclid'in kitabı elindeydi ve İskenderiye'de Euclid'in öğrencileri tarafından eğitildi, bunu başardı çünkü aynı zamanda burada zihnen harika bir kondisyon kazandı" (Jones, 1986: 118 - 120).

Kısacası Pappus'un *Analizin Hazinesi* yazarlarından en çok Aristaeus'un kişiliğine hayran olduğunu söyleyebiliriz. Zaten *locus teoremi* ve daha önce bahsettiğimiz *doğrusal loci* kavramı da bunun bir kanıtıdır. O da Aristaeus gibi koni kesitlerini geometrik yer olarak ele almıştır.

Pappus'un matematiksel katkılarının tam olarak ne kadarı orijinaldir ne kadarı kendinden önceki yazarlardan aktarmadır bunu tespit etmek mümkün değildir. Ancak eserinin koni kesitlerine en önemli katkısı odak – doğrultman – dış merkezlilik teoremidir. Dolayısıyla burada bu teoremden bahsetmemizde fayda var (Coolidge, 1968: 8 - 12). J. L. Coolidge'in modern, analitik haliyle ifade ettiği Pappus'un teoremi şöyledir:

Teorem: Eğer bir eğri $x^2 = r^2.[y^2 + (a - x)^2]$ formunda bir Kartezyen denklemi ile ifade edilebiliyorsa, o bir koniktir.

İspat: Şekildeki gibi RZ dikini ve AB // PH'yi çizelim $PE^2 = PR^2$ olduğundan $PE^2 = PH^2 + HR^2$ olur. RZ belli (şekildeki gibi) bir pozisyonda ve R, Z noktaları da verilmiş olsun. Sonuç olarak P parabolün üstünde olur.



Buna göre;

$(ZT + TH)^2 = PH^2 + (TR - TH)^2$

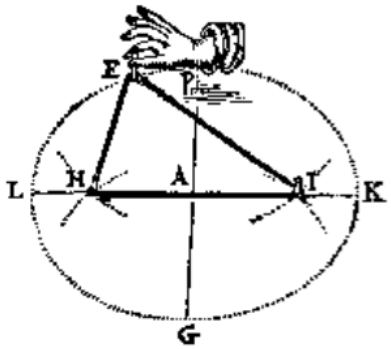
$PH^2 = TH.(2.TR)$ olur ki bu parabolün formülüdür. Pappus bunun tersini de ispat etmiştir ve konuyu orada kapatmıştır (Coolidge, 1968: 9).

Bu formül bizi parabolün geometrik - odak, doğrultman - tanımına götürür:

P herhangi bir nokta, F odak, d doğrultman iken Parabol = {P: |PF| = |Pd|} olan doğruların kümesidir. Bu uzaklıkların birbirine oranı e = $\frac{|PF|}{|Pd|}$ dış merkezliliktir. Parabol durumunda e = 1 olur. e < 1 durumunda elips ve e > 1 olduğu durumda hiperbol olur.

Son olarak Ascalon'lu Eutocius'a (M.S. 480) da bu bölümde yer vermemiz gerekir, çünkü Eutocius *Konika*'nın ilk dört cildine şerh yazmıştır. Bu şerhleri

Ayasofya'nın iki mimarından biri olan Tralles'li Anthemius'a (MS 6. yy.) ithaf etmiştir (Huxley, 1981: 169 -170). Anthemius da koni kesitleri ile ilgilenmiştir. Bu alandaki bilgilerini optik biliminde uygulamalı olarak kullanmış, parabolik ve eliptik aynalarla optik çalışmaları yapmıştır. Eutocius aynı zamanda bir ip yardımıyla elips çizme metodunu da geliştirmiştir.



Eutocius'un koni kesitlerine matematiksel olarak herhangi bir orijinal katkısı yoktur, ancak yazdığı şerhler matematik tarihinde çok önemli bir yer tutmaktadır. Apollonius, I. kitabın önsözünde *Konika*'nın düzeltilmemiş kopyaların nasıl isteği dışında yayıldığından yakınmaktadır (Heath, 1896: lxix). Dolayısıyla birden fazla versiyonun varlığından haberdar olan Eutocius, Apollonius'un revize edilmiş nüshasına şerh yazdığını belirtmek üzere eserinin adını "*Ascalon'lu Eutocius'un, Apollonius'un (Kendi) Revize Ettiği Konika'sının Birinci (İkinci, Üçüncü ve Dördüncü) ciltlerine Şerhi* başlığını uygun görüştür (Bulmer - Thomas, 1981b: 491).

Eutocius, Archimedes'in de birçok eserine şerh yazmıştır. Bunlardan en çok *Küre ve* Silindir üzerine eserine yazdığı şerhle tanınmaktadır. Ancak bazı yazarlara göre Eutocius, Archimedes'in *Parabolün Kareleştirilmesi* ve *Spiraller Üzerine* eserlerinden haberdar değildir. Çünkü eğer haberdar olmuş olsaydı, eserlerinin bazı noktalarında kullandığı yetersiz kaynaklar yerine bu eserleri kullanması gerekirdi (Bulmer - Thomas,

1981b: 488 - 491). 11. yy'da *Konika*'nın Arapça çevirisi yapılırken ilk dört kitabı çeviren Hilâl ibn Abî Hilâl el- Himsî çevirisi için Eutocius'un edisyonundan faydalanmıştır.

1. 2. Apollonius ve Koni Kesitleri

Pergeli Apollonius (MÖ. 262 - 190), matematik tarihinin en önemli isimlerinden biri olmasına rağmen hayatı hakkında çok az şey bilinmektedir. İsminden de anlaşıldığı üzere Pergelidir. Perge bugünkü Türkiye sınırlarında, Antalya'nın doğusunda, Aksu ilçesine yakın konumlanan Pamfilya bölgesine başkentlik yapmış bir antik şehirdir. Apollonius'un *Konika* sayesinde tanındığına ve *Büyük Geometrici* ünvanını kazandığına hiç şüphe yoktur. Ancak *Konika* (Κωνικά) dışında başka eserleri de vardır. Bu eserler şunlardır:

i) *Bir Oranın Kesilmesi (The Cutting of a Ratio , λογον αποτομη)*

ii) *Bir Alanın Kesilmesi* (*The Cutting of an Area, χωριον αποτομη)*

iii) *Muayyen Kesitler* (*The Determinate Section, διωρισμενη τομη)*

iv) *Teğetlikler* (*The Tangencies, επαφαι)*

v) *Neuses (νευσεις)*

vi) *Düzlem Loci (The Plane Loci , τοποι επιπεδοι)*

Apollonius'un eserlerinden yalnızca *Konika*'nın yedi cildi ve *Bir Oranın Kesilmesi*'nin Arapça tercümesi günümüze ulaşmıştır, diğerleri ise kayıptır. Bu Arapça tercüme 9 - 10. yy.'a ait olup isimsiz bir yazarın eseridir. Bu çeviri 13. yy.'a ait iki farklı nüshada mevcuttur. Bunlardan biri Oxford Bodleian Seld. 3140, 7/1 ve diğeri İstanbul Ayasofya 4830 ff. 2a - 52b'dedir (Jones, 1986: 510- 511). Halley (1706), Oxford'daki nüshaya dayanarak bu metnin Latince tercümesini yayınlamıştır.

Pappus'un bildirdiğine göre, Apollonius çok uzun bir süre İskenderiye'de Euclid'in öğrencileriyle çalışmıştır. Apollonius ile ilgili en güvenilir kaynağımız olan *Konika*'dan öğrendiğimize göre, gerçekten de bir süre İskenderiye'de yaşamış, Bergama (Pergamum) ve Efes'i ziyaret etmiştir. Bergama'da bulunduğu sırada *Konika* isimli eserinin ilk üç cildini atfettiği Bergama'lı Eudemus'la tanışmıştır. Eserinin ilk üç cildini birer birer Eudemus'a göndermiş, böylece hem kitaplarını kontrol ettirmiş hem de bu kitapların ihtiva ettiği bilgileri "öğrenmeye layık" öğrencilere iletmesini tembih etmiştir. Bu son derece profesyonel bir tutumdur ve yaşadığı dönemdeki bilimsel çalışmaların ciddiyetinin göstergesidir. Her bir kitabın başına bir önsöz ilave ederek kitapların içerikleriyle ilgili bilgiler vermiştir. Eudemus hayatını kaybettikten sonra (IV. kitaptan itibaren) bu önsözleri Attalus'a göndermeye devam etmiştir. Bahsi geçen Attalus'un Bergama Kralı I. Attalus olduğu sanılmaktadır. Ancak Apollonius'un gayrı resmi hitap şekli bu konuda şaibelere yol açmıştır. Gerçekten de Apollonius'un *kral* titrini koymadan monarşiden birine yazması çok da olası değildir. Attalus o dönemde Makedon soyundan gelenler arasında yaygın bir isimdir (Toomer, 1981a: 179). Bu önsözlerde ilk ağızdan *Konika*'nın içerdiği bilgiler aktarılmaktadır, buna göre Apollonius, I. Kitabının girişinde *Konika*'nın konularını şu şekilde özetlemiştir:

"Sekiz kitabın ilk dördü temel bilgiler içerir ve konuya giriş mahiyetindedir. I. Kitap, üç temel koni kesitinin oluşturulması ve karşılıklı kesmeler (hiperbolün kolları) ile ilgilidir. Bunların temel özellikleri önceki yazarlardan daha eksiksiz ve kapsamlı olarak incelenmiştir. II. Kitap; kesitlerin çapları, eksenleri, asimptotları ile ilgili özellikleri ve bazı başka şeyleri işlemektedir. III. Kitap, cisim locinin sentezi ve çözümlerin mümkünlüğünü inceleyen birçok takdire şayan teoremden bahsetmektedir. Bunlar arasındaki en şık teoremler yenidir (ben buldum). Bu konuyu incelerken fark ettim ki

Euclid üç - dört çizgiye göre geometrik yer konusunun tamamını çalışmamış, konuya yalnızca rastlantısal olarak değinmiş, fakat başarılı olamamıştır. Çünkü bu konunun sentezi benim ilave keşiflerim olmadan tamamlanamazdı. IV. Kitap, koni kesitlerinin birbirleriyle ve bir dairenin çevresiyle kaç farklı şekilde kesişebileceğini gösterir[12] ve buna ek olarak başka meseleleri de içerir. Buradaki meselelerden hiçbiri önceki yazarlar tarafından tartışılmamıştır. Sonraki kitaplar daha ileri düzeydedirler ($\pi\varepsilon\rho\iota o\upsilon\sigma\iota\alpha\sigma\tau\iota\kappa\omega\tau\varepsilon\rho\alpha$). Bunlardan biri (V. Kitap), maksimum minimum problemlerini detaylı bir şekilde ele almıştır[13]. Bir başkası (VI. Kitap), koniklerde benzerlik ve eşitlik ile ilgilidir ve diğeri (VII. Kitap)[14] bazı saptamalarla ilgilidir. Sonuncusu ise (VIII. kitap) koni kesitleri problemleri ve onların çözümlerini içerir." (Heath, 1896: lxix-lxxii).

VIII. Cilt Halley'in tahminine göre eşlenik çaplar konusunu incelemeye devam etmektedir. Apollonius'un amacı koni kesitleri ile ilgili mevcut tüm bilgileri toparlayan ansiklopedik bir çalışma yapmak değildir. Amacı, sistematik ve tutarlı bir kitap yazmak suretiyle kendi teorisini tanıtmaktır. Bunun için bilmesi çok muhtemel olan bazı -koni kesitleri- bilgilerini ihmal etmekten çekinmemiştir. Örneğin, elips ve hiperbolün odak

---

[12] IV. kitap, doğru parçalarının harmonik oranla bölümünden (bir doğru parçasını aynı anda hem içten hem dıştan bölme) ve konilerden oluşan sistemlerden bahsetmiş, iki koni kesitinin en fazla dört noktada kesişebileceğini göstermiştir.

[13] Apollonius'un dehasının en belirgin örneği olan bu kitapta, önceki kitaplarda temeli atılmış maksimum ve minimum problemleri ele alınmıştır Belirli bir noktadan koniye çizilebilecek en uzun ve en kısa doğrular ele alınmış, evolütler ve eğrilik merkezleri konularının temelleri atılmıştır.

[14] Bu kitap eşlenik çaplar üzerinedir.

noktalarını anlatmasına rağmen (III. [44] - [52]), parabolün odak noktasını anlatmamıştır. Ayrıca Apollonius koni doğrultmanı kavramına hiç değinmemiştir. Buradan odak doğrultman özelliklerine aşina olmadığı sonucunu çıkarabiliriz (Toomer, 1981a: 187). *Konika*'nın daha detaylı içeriği, (2. 1). Seyyid Ali Paşa ve *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ın Değerlendirilmesi bölümümüzde *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'la karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Tekrara düşmemek için bu bölümde *Konika*'da bulunan müstakil teoremlerle ilgili daha fazla bilgi verilmeyecektir.

Yukarıda da bahsettiğimiz gibi Apollonius'dan önce koni kesitleri ile ilgili çalışmalar mevcuttu. Apollonius teorisi olarak da anılan *Eğimli Konjugasyon* da en azından parabol için bilinmekteydi. Bu konuda çalışan matematik tarihçilerine göre, Apollonius aslında Archimedes'in olan bazı fikirleri geliştirmiş ve ilerletmiştir. Fakat Apollonius eserinde Archimedes'den hiç bahsetmemiştir. Yalnız IV. kitabının önsözünde, Archimedes'in çağdaşı ve yazışma arkadaşı olan Samos'lu Conon'dan (MÖ. 280 - 220) koni kesitleri teorisinin kâşifi olarak bahsetmiştir (Toomer , 1981a: 180; Heath, 1896: lxxiii).

Apollonius'u kendinden önce koni kesitleri çalışanlardan farklı kılan, bu sistematik kitabın tamamını *Eğimli Konjügasyon* teorisine uygun olarak yazmış olması ve tarihte ilk defa koni kesitlerini bir ve aynı koniden elde etmesidir. Böylelikle konuya tamamen yeni bir bakış açısı kazandırmıştır. Bunun için onun kullandığı bu metoda *Apollonius Teorisi* denilmektedir. Bu teoriye göre: Eğimli dairesel bir çift koni bir düzlem tarafından kesilir (Şekil A4, A5, A6, A7, A8 A9) (Toomer, 1990: xxix, 666 - 669).

Var sayalım ki, ZDE düzlemi koniyi kessin. Şimdi koniyi, eksensel üçgen olan ΔABG'yi de kapsayan ve aynı zamanda ZDE'ye dik olan bir başka düzlemle keselim. Bu düzlem koninin tabanında BG çapı ile kesişecektir (BG ⊥ DE). Bu durumda

i) ZH ∩ ΔABG yalnız bir tarafta $\begin{cases} AG, \text{öyle ki } ZH \,//\, AB \\ AB, \text{öyle ki } ZH \,//\, \text{AG} \end{cases}$

ii) ZH, ΔABG üçgeninin bir tarafını A tepe noktasının altında, diğer tarafını A tepe noktasının üstünde keser.

iii) ZH ∩ AH & ZH ∩ AG, A'nın altında ise,

Tüm durumlarda herhangi bir K noktası için

$|KL|^2 = |ML||LN|$ (1)

ve ΔMLZ ~ ΔBGA'den dolayı (i). durum için:

$$\frac{|ML|}{|LZ|} = \frac{|BG|}{|AG|} \quad \& \quad \frac{|LN|}{|BG|} = \frac{|AZ|}{|AB|} \qquad (2)$$

olur.

Şimdi varsayalım ki Θ bir doğru olsun. Öyle ki,

$$\frac{\Theta}{|AZ|} = \frac{|BG|^2}{|AB|.|AG|}$$

Θ sabit ve (1) & (2)'den:

$$|KL|^2 = \frac{|BG||LZ|}{|AG|} \cdot \frac{|AZ||BG|}{|AB|}$$

$$|KL|^2 = \frac{\Theta|LZ||AZ|}{|AZ|}$$

$$|KL|^2 = \Theta.|LZ|$$

Parabol için bu denkleme denk gelen Kartezyen denklem:

$y^2 = px$'dir.

(ii) ve (iii). durumları için $\Delta MLZ \sim \Delta BSA$ ve $\Delta LNT \sim \Delta SGA$ benzerliklerinden,

$$\frac{|ML|}{|LZ|} = \frac{|BS|}{|AS|} \quad \& \quad \frac{|LN|}{|LT|} = \frac{|SG|}{|AS|} \qquad (3)$$

elde edilir.

Şimdi varsayalım ki φ bir doğru olsun. Öyle ki,

$$\frac{\varphi}{|ZT|} = \frac{|BS||SG|}{|AS|^2}$$

φ sabit ve (1) ile (3). eşitliklerden;

$$|KL|^2 = \frac{|BS||LZ|}{|AS|} \cdot \frac{|LT||SG|}{|AS|}$$

$$= \frac{|BS||LZ||LT||SG|}{|AS|^2}$$

$$= \frac{\varphi|LZ||LT|}{|ZT|}$$

olur.

Durum (ii) de $|KL|^2 = \frac{\varphi|LZ||LZ+ZT|}{|ZT|}$

ve buna denk gelen Kartezyen denklem:

$$y^2 = x\{p + (p/a).x\}$$

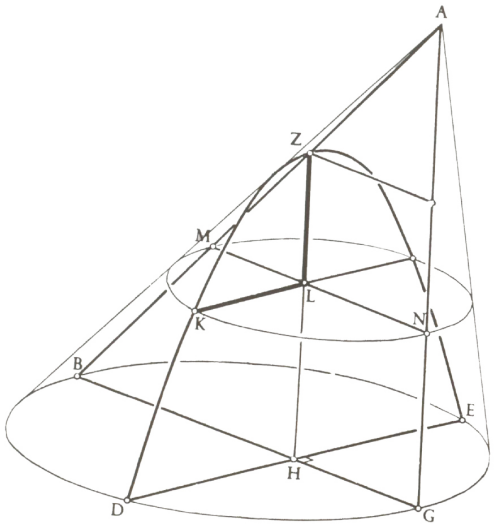
olur.

Durum (iii) de ise $|KL|^2 = \frac{\varphi|LZ||LZ-ZT|}{|ZT|}$

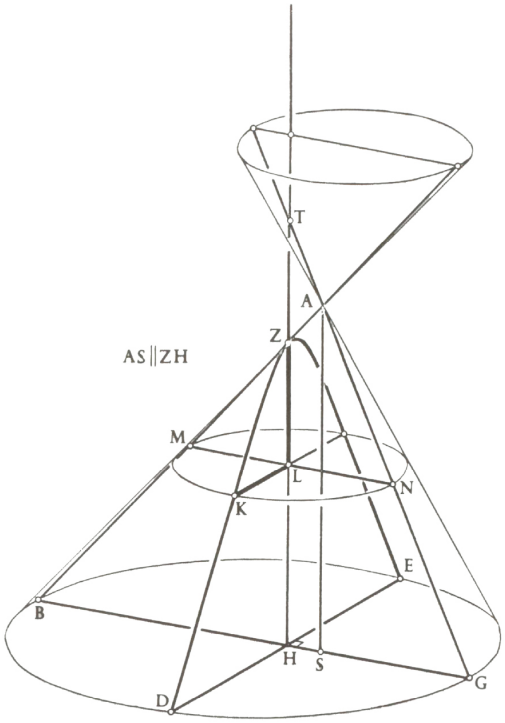
ve buna denk gelen Kartezyen denklem:

$y^2 = x\,.\{p - (p/a)\,.x\}$ olur (Toomer, 1990: xxix - xxx).

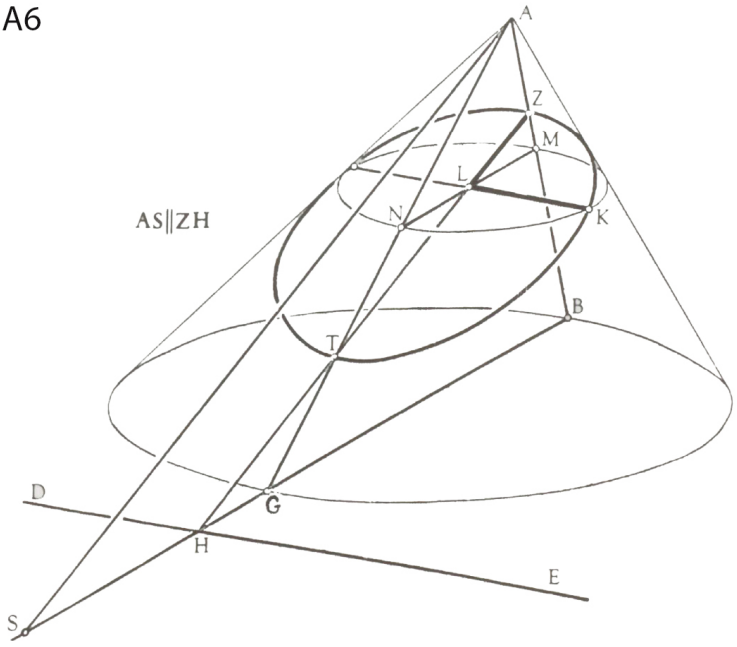
Şekil A4



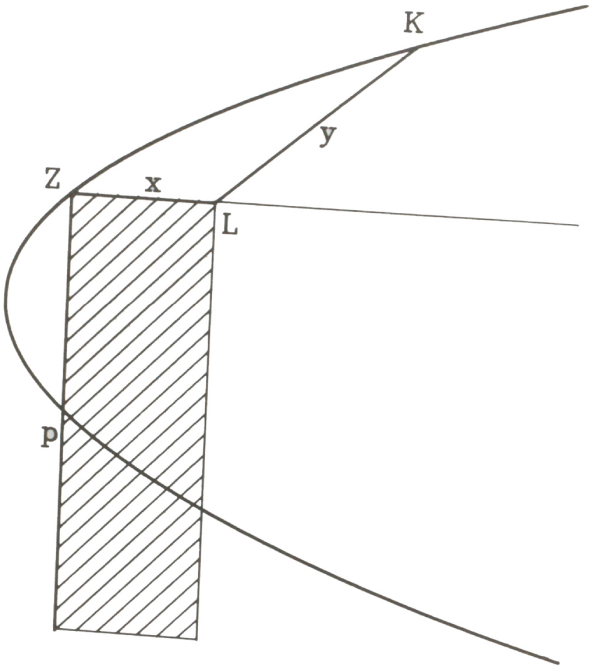
Şekil A5



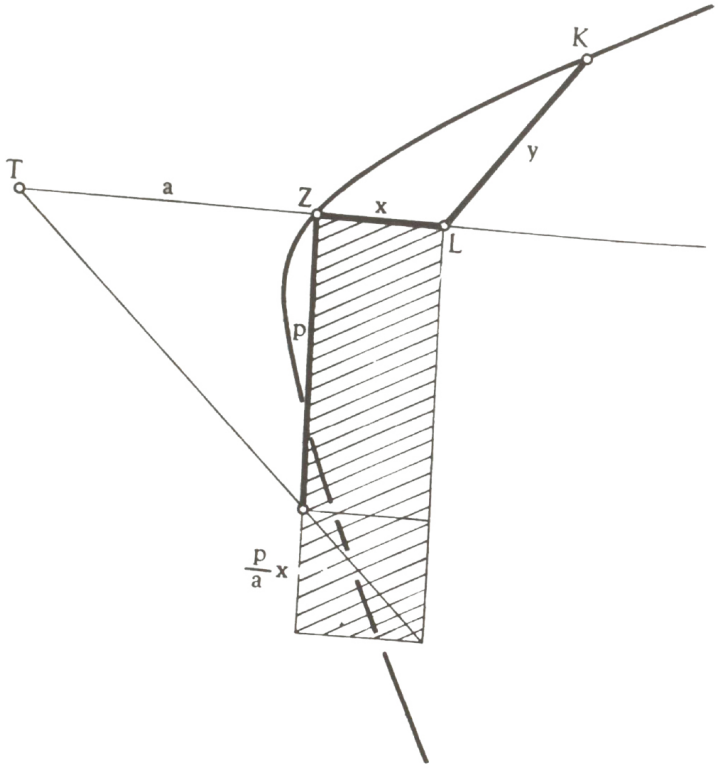
Şekil A6



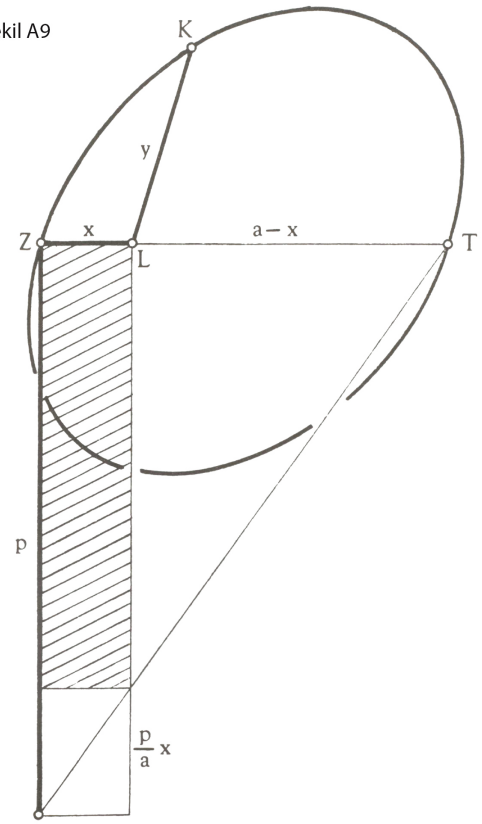
Şekil A7



Şekil A8



Şekil A9



Böylece Apollonius meydana çıkan şekilleri (i). durum için *parabol* (παραβολή), (ii). durum için *hiperbol* (ὑπερβολή) ve (iii). durum için *elips* (ἔλλειψις) olarak sınıflandırmıştır. Her üç durum için de p, *latus rectum*u ifade etmektedir. Yani dikdörtgenin *dik kenar*ı. Bundan dolayıdır ki *latus rectum*un Arapçası (ve dolayısıyla Osmanlıcası) tam da bu kelimeyi karşılayan *dıl'-ı kaim*dir. *Latus rectum*, *parametre* olarak da bilinir.

Bir koni ve düzlemin kesişimi sonucu bir çember elde edilebilir. Apollonius, Euclid gibi çemberi düzlem şekil olarak kabul etmiş ve ona κύκλος demiştir. Euclid, *Elementler*'de çemberi belirli bir noktaya (merkez) eşit uzaklıktaki bir doğru tarafından

kapsanan düzlem şekil olarak tanımlamıştır[15]. Öyle ki bu doğru[16] merkezden kendisine düşen tüm eşit uzunluktaki doğruların (yarıçapların) oluşturduğu bir şekildir (Heath, 1956a: 153). Bu aslında Türkçedeki *daire* terimine karşılık gelen bir tanımdır. Dairenin çevresini kast ederken de περιφέρεια terimini kullanmıştır.

Bir koni kesitinin *kirişi* her iki ucu koni üstünde kalan ve koniyi iki noktada kesen doğru parçasıdır. Bir koni kesitinin *çapı,* belli bir doğruya paralel olan tüm kirişleri iki eşit parçaya ayırarak kesen doğrudur. Çap tarafından ikiye bölünen bu kirişlerin yarım parçalarına *ordinatlar* denir. Çap ve bahsi geçen ordinat arasında kalan açıya *ordinat açıları*[17] denir. Bu açı her ordinat için aynıdır, çünkü ordinat doğruları paraleldir. Koni ile koninin çapının kesiştiği noktaya koninin *tepesi* denir. Koni kesitinin üzerindeki her bir nokta için o noktadan geçen yalnız bir çap çizilebilir. Bu durumda koni kesitinin her bir noktası bahsi geçen koni kesitinin tepesi olur (Hogendijk, 1979: 39).

Apollonius'un konikler teorisinin tam olarak anlaşılabilmesi için bilinmesi gereken üç temel kavram vardır. Bunlar yukarıda da kısaca bahsi geçen *latus rectum* (dıl'-ı müntasıb veya dıl'-ı kaim), *latus transversum* (kutr-u mücânib, dıl'-ı ma'il) ve *ordinat açıları*dır.

---

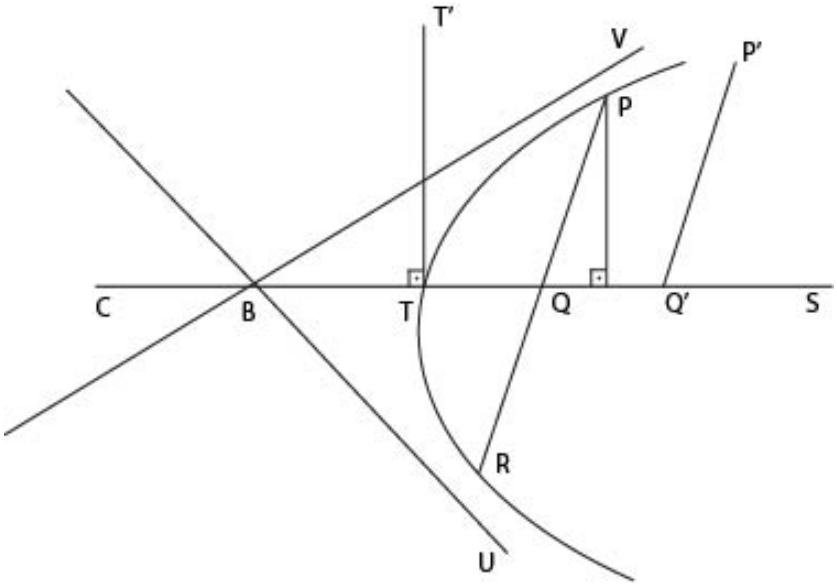
[15] Daire - Çember tanımı, *Elementler*'in 1. cildinde 15. tanımdır.

[16] İngilizce çeviride *line* olarak geçen bu kelime çember, koni kesitleri gibi bazı eğrileri de kapsamaktadır. Bu terimin Yunancası $\gamma\rho\alpha\mu\mu\eta$'dur ve yalnız başına kullanıldığında *eğri* manasındadır.

[17] Angle of arrangement.

Apollonius'un hiperbolden kastı yalnız hiperbolün bir dalıdır (Heath, 1896: clviii - clxi). Hiperbolün her iki kolunu kast ettiği durumlarda *karşılıklı kesmeler*[18] terimini kullanmıştır. IV. kitabının önsözünde kendinden önce Kirleneli Nicoteles'in (MÖ. 3. yy.) hiperbolün iki kolunu birlikte incelediğinden bahsetmiştir. Hiperbolde *asimptotlar*ın (mücânibler) kesişme noktası o hiperbolün *merkez*idir.

Şekilde B noktası PTR hiperbolünün merkezi, BU, BV asimptotları, BS çap , T tepe noktası, PQ ilgili ordinat ve PQ = QR'dur (Şekil: (Hogendijk, 1979: 40)).



TB doğrusunu uzattığımızda öyle bir C noktası vardır ki, BC = BT'dir. Bu durumda CT'ye *latus transversum (kutr-u mücânib veya dıl'-ı ma'il)* denir. Eğer P hiperbol üzerinde bir noktaysa ve Q, BS çapının üzerinde bir nokta ise (PQ ordinat olacak

[18] Bu terim Seyyid Ali Paşa'da *muâlif kesme* olarak karşımıza çıkmaktadır. Heath ise bu terimi İngilizceye *opposite sections* olarak tercüme etmiştir.

şekilde), PQ^2: $(QT.QC)$ oranı P'nın pozisyonundan bağımsız olacaktır. Apollonius, TC'ye dik bir TT' doğru parçası çizmiştir. Öyle ki;

$$\frac{\mathrm{TT}'}{TC} = \frac{(PQ)^2}{QT.QC}$$

eşitliğini sağlasın. Bu durumda TT''ye *latus rectum (dıl'-ı kaim)* denir. $P'Q' \,//\, PQ$ çizelim ve Q' noktası BS çapının üzerinde bir nokta olsun, bu durumda bir hiperbol $(P'Q')^2$= $(Q'T).(Q'C) = (TT') : TC$ özelliğini sağlayan tüm noktaları kapsar. Hiperbolün bu özelliği antik çağın meşhur problemlerinden bir açının üç eşit parçaya bölünmesi meselesinde ve düzgün çokgenlerin çizimlerinde İslâm Dünyası alimlerince sıklıkla kullanılmıştır.

Belli bir çapa bağlı latus transversum ve latus rectumun uzunlukları ancak ve ancak asimptotların dik kesiştiği durumda yani *ortagonal* hiperbolde eşit olur (Hogendijk, 1979: 39 - 41).

Apollonius teorisini, Apollonius öncesi teoriden üstün kılan birçok özellik vardır, ancak bunlar arasından iki ana sebep öne çıkmaktadır. Modern anlamda bu faydaları özetlemek gerekirse;

1) Apollonius her üç koni kesitini de sanki bir koordinat sistemi varmışçasına, iki referans doğrusuna (eksene) göre tanımlamıştır. Bu eksenlerden biri verilen çap ve diğeri ise o çapın sonundaki teğettir.

2) Eğrilerin (kesitlerin) koordinatları, herhangi bir çapa ve teğete göre değiştirilebilmektedir (Toomer, 1981a: 184).

Konika'nın ilk dört kitabının Yunanca aslı mevcuttur. İlk dört kitap elementar geometri bilgisini ihtiva ettiği için uzun yıllar ders kitabı olarak kullanılmış ve sıklıkla

kopyalanmıştır. V, VI ve VII. ciltler, Avrupa'da 17. yy. ortasında Arapça tercümeleri ortaya çıkana kadar bilinmeden kalmıştır. VIII. cilt ise tamamen kayıptır. Ne Yunanca aslı ne de Arapça çevirisi mevcut değildir. Standart baskı J. L. Heiberg'in 1891 - 1893 baskısıdır. V - VII. kitapların Latince tercümeleri Oxford'lu Edmund Halley (1656 - 1724) tarafından 1710'da yayınlanmıştır (Hogendijk, 1985: 30). Burada yeri gelmişken belirtmek gerekir ki Halley aynı yıl Pappus'un teoremlerinden faydalanarak *Apollonii Pergaei Conicorum Libri Octo (Pergeli Apollonius'un Koniklerinin Sekizinci Kitabı)* (Oxford, 1710) isimli yeniden inşa edilmiş bir sekizinci cilt yayınlamıştır.

Konika, matematik tarihinde uzun yıllar geçerliliğini koruyunca VIII. kitabın yeniden inşası çalışmaları başlamıştır. İbn Heysem (965 - 1040), *Koni Kesitlerinin Tamamlanması* adlı çalışmasını bu konuya tahsis etmiştir. Ayrıca ibn Heysem, Kahire'de kaldığı yıllarda Apollonius'un *Konika*'sını, *Kitâb el-Mahrûtât* ismiyle istinsah etmiştir. Bu elyazması bugün Süleymaniye'de bulunmaktadır. Heysem'in yeniden yapılandırılmış metnine (rekonstrüksiyonuna) ileriki bölümde ayrıntılı olarak tekrar değineceğiz.

Apollonius, ilk dört kitapta bazı noktalar dışında orijinallik iddia etmemiştir. O kendi dönemine kadar işlenmiş konuları ve gelişi güzel anlatılmış, birbiriyle bağımsız teoremleri daha detaylı ve düzenli olarak işlediğinden bahsetmiştir. Bunu yaparken yalnız kendi metodunu (eğimli konjugasyon teorisi) kullandığından da belirtmiştir. Pappus'a göre de ilk dört kitap Euclid'in *Konika*'sını tamamlamıştır. Onun eserinin dehası ve orijinalliği V. ciltten itibaren ortaya çıkmaktadır (Heath, 1896: xxxi, 1xxi-lxxvii). O, bu eseriyle geometriyi o dönemde gelinebilecek en üst seviyeye taşımıştır. Bu konuda onun eserinin içeriğini aşacak olan eserlerin kaleme alınması simgesellik, Kartezyen geometri ve sonsuz küçükler hesabının keşfini bekleyecektir.

Modern okuyucu için *Konika* anlaşılması en zor antik matematik eserleri arasındadır. Biçim ve içeriği takip edilebilir olmaktan çok uzaktır. Archimedes'in matematiksel dehasıyla okuyucuyu daha ilk anda cezbeden eserlerinin aksine, Apollonius'un ihtimamlı retorik anlatımı modern sembolizme alışık olanlar için tamamıyla bezdiricidir. Bir başka deyişle, yazar bir bakıma yüksek başarısının "mağduru" olmuştur. Öte yandan eseri klasik bir eser olmuş, bu alanda kanun sayılmış ve öncüllerini tamamen elemiştir (Toomer, 1981a: 187). Newton, Fermat, Halley, Leibniz gibi 17. yy.'ın ve belki de tüm zamanların en önemli matematikçileri asırlar sonra bile hala bu eserin kıymeti karşısında hayrete düşmüşler ve onun hakkını teslim etmişlerdir. Bu bölümde sözlerimizi Leibniz'in Apollonius'un dehasını öven şu sözleriyle bitirmek istiyoruz.

"Archimedes ve Apollonius'un çalışmalarını anlayan kimseler, en parlak modern keşiflerin karşısında daha az hayret duyacaklardır. [Qui Archimedem et Apollonium intelligit, recentiorum summorum virorum inventa parcius mirabitur]" (Ostermann ve Wanner, 2012: 72).

1. 3. İslâm Uygarlığında Koni Kesitleri Çalışmaları

İslâm Dünyası 8 - 13. yüzyıllar arasında bilimde, özellikle de matematikte altın çağını yaşamıştır. İslâm matematiğinin ana kaynakları Hint ve Yunan matematiğidir. Ancak geometri söz konusu olduğunda kaynakları şüphesiz Yunan bilginlerinin klasik eserleri, daha spesifik olmak gerekirse Euclid, Archimedes ve Apollonius'dur.

İslâm alimleri *Konika*'yı çevirmiş ve ona şerhler yazmışlardır. Ekseriyetle şekiller ve konu başlıkları için kırmızı mürekkep kullanmışlar ve düzgün şekiller çizmişlerdir. Ancak bu alanda teorik anlamda bir atılım yapmamışlardır. Onların bu alana esasen iki önemli katkıları vardır. Bunlardan birincisi, Yunancası kayıp olan ciltlerin Arapça

tercümelerini muhafaza etmiş olmalarıdır. Bu sayede bu kült eser günümüze ulaşabilmiştir. İkinci önemli katkıları ise Antik Yunan'ın konikler teorilerini çeşitli problemlerin çözümlerine uygulamaları olmuştur. Uğraştıkları problemler gündelik kaygılardan kaynaklanan pragmatik uygulama problemleri sanılmamalıdır. Örneğin, özellikle pergel ve cetvelle çözümü mümkün olmayan problemlerin koni kesitleri yardımıyla çözülmesi, teslis-i zâviye (bir açının üçe bölünmesi) problemi, parabolün alanının hesaplanması, 3. dereceden denklemlerin çözümleri, düzgün çokgenlerin inşası, hacim hesapları, koni kesitlerinin döndürülmesiyle oluşan katı cisimlerin ağırlık merkezlerinin bulunması gibi problemler için koni kesitleri teorisini kullanmışlardır.

Aynı zamanda ezoterik bir yanı da bulunan Apollonius'un *Konika*'sını çevirmek hiç de kolay olmamıştır. İslâm alimlerine ait bilinen ilk *Konika* çevirisi 9. yy.'da Beni Musa kardeşler tarafından yaptırılmıştır. İlk dört kitabı Hilâl ibn Ebû Hilâl el- Himsî (9. yy.) çevirmiş ve bu çeviri için Eutocius'un edisyonundan faydalanmıştır. Mevcut olan son üç cildin mütercimi ise Sabit ibn Kurra el-Sâbi'î el-Harrânî'dir (826 - 901) (*el-Mahrûtât li- Abûlûnius)*. Bu çevirilerin tamamı Ahmed ibn Musa gözetiminde yapılmış ve Beni Musa Kardeşler tarafından düzeltilmiştir (Sezgin, 1974: 134; Hogendijk, 1985: 2, 30; Bergren, 1986: 5). İbn Nedim'in *el-Fihrist*'de belirttiğine göre, Beni Musa VIII. cildin 4 teorem içeren bir parçasına sahipti, ancak onu yayınlamadı(lar). İslâm literatüründe *İshak'ın Konikleri*'ne de referans yapılmaktadır. Bu esere yapılan gönderme, El Siczî'nin *Düzgün Yedigen ve Teslis-i Zâviye* eseri ve isimsiz bir yazarın *Ebu Cafer el-Hazin'in Islahı* çalışmalarında geçmektedir (Hogendijk, 1985: 49). Burada bahsi geçen İshak çok büyük ihtimalle İshak ibn Hüneyn olsa gerektir. Ancak bu eser günümüze ulaşmamış, çok fazla atıf da almamıştır. Mevcudiyeti bir yanlış anlaşılmadan ibaret olabilir.

Sabit ibn Kurra'nın bu konuyla ilgili diğer çalışmaları parabolün alan ölçümü ile ilgili olan *Kitâb fî Misâhati Kat'i'l-Mahrût ellezî Yüsemma'l Mükâfî* [19] ve *Misahâti'l Mücessemi'l Mukâfiye*'dır[20]. Bu çalışmalar Helen matematik geleneğinin devamı niteliğindedir. Heinrich Suter, Sabit'in bu çalışmasını *Über Ausmessug der Parabel von Thabit b. Kurra* adıyla yayınlamıştır (Suter, 1918). Aynı zamanda Sabit'in koni kesitlerinin bir açının üçe bölünmesinde kullanılması ile ilgili eserleri de vardır (Hogendijk, 1979: 10).

Sabit'in torunu İbrahim b. Sinan'ın (908 - 946) da parabolün alanının hesaplanması ile ilgili *Misâhati'l Kat'i'l- Mükâfî* isimli bir eseri vardır. Sinan, Güneş'in hareketi ve gölgelerin geometrisi ile ilgili çalışmış (*Kitâb fî Harekât-i Şems*), bu vesileyle Güneş saatleri ve usturlap yapmak için gerekli olan hiperbol eğrisini detaylıca incelemiştir. Bunun dışında, Archimedes'in *Parabolün Kareleştirilmesi* eseri ile ilgili bir şerh yazmıştır. Konuyla ilgili diğer eserleri ise geometrinin teorik yapısına eğildiği *Geometri Problemlerinde Analiz ve Sentez Metodu Üzerine*[21] ve elips, parabol ve hiperbolün oluşturulması ile ilgili *Üç Koni Kesitinin Çizimi Üzerine*'dir (Hogendijk, 1985: 99; Berggren, 1986: 87).

Bu eserde parabol ve elipsin çizimleri ile ilgili dikkatli incelemeler ve ispatlar verilmektedir ve ayrıca hiperbol çizimi ile ilgili üç metot anlatılmıştır. Hiperbol çizimi o

---

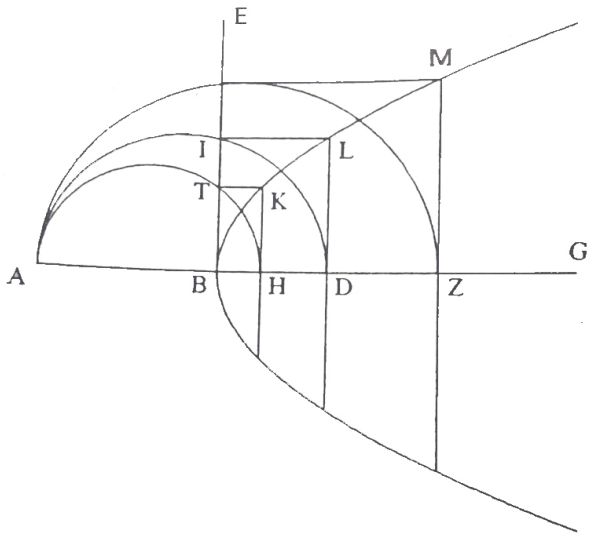
[19] Ayasofya 4832/3 (26b - 36b), Paris 2457/25 (122-134, 359 H.)

[20] Paris 2457/24 (95 - 122, 359 H.)

[21] Tasnîf-u mesa'il ve-tahlîluhâ ve-terkîbuhâ ve-l-iştirât ve adadu hurûci'l-mes'ele ve-gayri zâlike mimmâ kâne Abulûniyus yasta'miluhâ fî kulli mes'aletin tûcedu lehu fî kati'l-hutût al'a'l-nisab ve-gayri zâlike min el-kutub.

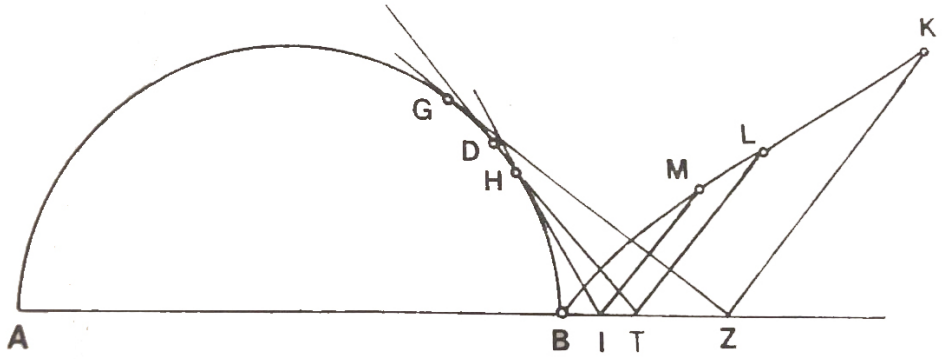
dönemin astronomik - matematiksel alet ustaları için en ilginç olanıdır. Çünkü usturlap ve Güneş saatlerinin yapımında kullanılır. Burada Sinan'ın bu eserinden iki örnek sunacağız.

Sinan, parabol çizmek için öncelikle aşağıdaki şekildeki gibi bir AG doğrusu alarak bu doğru üzerinde AB uzunluğu seçmiş ve B noktasından AG'ye dik bir BE doğrusu çizmiştir. Daha sonra BG üzerinde rastgele ve istenilen sayıda H, D, Z, ... gibi noktalar seçmiştir. H'den başlayarak yarıçapı AH olan bir yarım daire çizmiş ve bu yarım dairenin BE'yi kestiğ noktaya T demiştir. Bu T noktasından AB'ye paralel ve H'den de TB'ye paralel doğrular çizerek bu doğruların kesişimine K demiştir. Daha sonra aynı prosedürü D ve Z için uygulamış, AD ve AZ yarım dairelerinden faydalanarak IL ∩ LD = L ve MZ ∩ ME = M noktalarını tespit etmiştir. Böylece elde edilen B, K, L, M noktaları tepe noktası B olan, ekseni BG ve parametresi AB olan parabolün üstünde bulunmaktadır. Eğer, KH, LD, MZ doğrularının uzantılarında KH = HK', LD = DL' ve MZ = ZM' olacak şekilde K', L', M' noktaları seçilirse, bu noktalar da parabolün üzerinde olacaktır.



Sinan, bundan sonra K'nın parabolün üzerinde olduğunu ispatlamıştır. Eğer parabol K'dan geçmiyorsa, başka bir noktadan örneğin N'den geçer. Bu durumda parabolün özelliğinden $NH^2 = AB\,.BH$ olur. Diğer yandan TB ⊥ AH olduğundan, $TB^2 = AB\,.BH$ olur (Euclid II [14]). TBHK paralelkenar olduğundan, TB = KH ve dolayısıyla $TB^2 = KH^2 = AB\,.BH = NH^2$ olur. Bu durumda da KH = NH olur ki bu da çelişkilidir. Yani baş kabulümüz yanlıştır. K parabolün üzerindedir. Aynı ispat L, M, ... için de yapılabilir. Bu da çizimin doğruluğunun ispatıdır.

Yukarıda bahsettiğimiz gibi Sinan hiperbol çizmek için üç farklı metot vermiştir. Burada inceleyeceğimiz, aralarından en basit olanıdır. Çapı AB olan bir yarım daire çizelim ve çapını B yönünde şekildeki gibi uzatalım. Yarım dairenin üstünde B'ye yakın H, D, G, ... gibi noktalar seçelim ve bu noktaların her birinden HI, DT, GZ, ... teğetlerini çizelim. Bu teğetler çap uzantısını I, T, Z noktalarında keserler. Şimdi bu noktalardan AB ile herhangi bir açı yapacak IM, TL, ZK, ... paralelleri çizelim. Şimdi bu paralellerden sırasıyla IM = HI, TL = DT, ZK = GZ, ... uzunluklarını işaretleyelim. Bu durumda M, L, K hiperbolün üstünde olur.



Gerçekten de GZ, DT, HI, ... çember teğetleri $GZ^2 = ZB\,.ZA$, $DT^2 = TB\,.TA$ ve $HI^2 = IB.IA$, ... (Euclid III [36]) ve ZK = GZ, DT = LT, IM = HI, ... olduğundan, $ZK^2 =$

$ZB\,.ZA$, $LT^2 = TB\,.TA$ ve $IM^2 = IB.IA$, ... olur. Bu durumda B, M, L, K, ... çapı AB olan ve parametresi AB'ye eşit olan hiperbolün üstündedir. Hiperbolün devamı yine AZ doğrusunun diğer tarafına IM, TL, ZK, ... doğrularına eşit IM', TL', ZK', ... doğruları çizilerek ve M', L', K' noktaları işaretlenerek bulunabilir (Berggren, 1986: 87 - 89)[22].

Ünlü matematikçi ve astronom Ebu Sehl Vican ibn Rüstem el-Kûhî'nin (940 - 1000) ilmi faaliyetlerini 970 - 988 arasında tarihlendirebiliriz (Sayılı, 1962: 693). Yukarıda ismi geçen alimlerin tümü gibi o da parabolün alanının hesaplanması ile ilgili çalışmalar yapmış (*Fî* İstihrâcî *Misâhati'l Mücessemi'l-Mükâfi* [23]) ve teslisi zaviye meselesi için koni kesitlerinden faydalanmıştır. Onun teslisi zaviye meselesi ile ilgili çalışmasının Türkçe çevirisi ve açıklaması 1962 yılında Aydın Sayılı tarafından yapılmıştır (Sayılı, 1962: 693 - 700). Bu eserde Kûhî, bir açının üç eşit kısma bölünmesi problemini çözmek için, Apollonius'un *Konika*'sındaki bir hiperbol çizimi probleminden faydalanmıştır. Bu problem Heath'in tercümesinde 25. teoreme denk gelmektedir (Heath, 1896: 44 - 47; Sayılı, 1962: 693). Problem şöyledir: Belirli bir düzlemde bulunan iki farklı doğru parçası verilmiş olsun. Bu düzlem içine öyle bir hiperbol çizelim ki, verilen doğrulardan ilki bunun bir çapına[24], ikincisi ise bu çapa tekabül eden parametreye eşit olsun. Aynı zamanda da bu çapa tekabül eden ordinatlarla çap arasındaki açı belirli bir açıya eşit olsun. Kûhî bu problemi iki aşamalı çözmüştür. İlk aşamada çözümü, aradaki

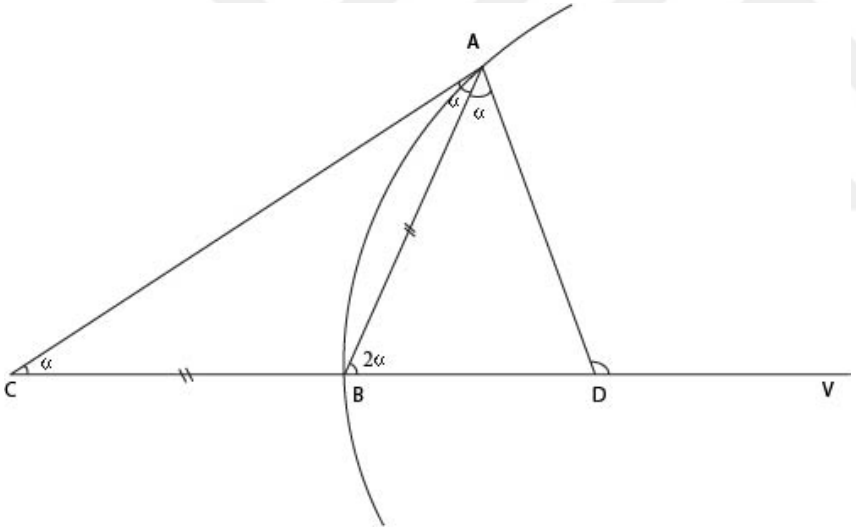
---

[22] Berggren s. 89'da ispatının sonunda "DZ, LT, MI doğrularını ABG'nin öte tarafına uzatarak hiperbolün devamını buluruz"demiştir. Bu hatalıdır. İspat tarafımızdan düzenlenerek sunulmuştur.

[23] Ayasofya 4830/9 f.161b - 165a, 626 H.

[24] Sayılı, çap yerine köşegen kelimesini kullanmıştır.

açının dik olduğu ortagonal hiperbol için yapmış, sonra da bu özel halden yola çıkarak genel çözüme ulaşmıştır. Kûhî, açının üç eşit kısma bölünmesi problemini çözerken önce hiperbol çizimi probleminin özel halinden, yani ordinat açısının üçe tam bölünecek bir açıya eşit olduğu ve aynı zamanda parametresi ile çapı eşit olan bir hiperbolden faydalanmıştır. Böyle bir hiperbol çizildiğinde bu hiperbol üzerinde çapın hiperbolü kestiği noktaya mesafesi parametreye eşit olan bir nokta alınıyor (Şekilde A noktası). Bu durumda şekildeki gibi bir AB hiperbolü alındığında $\widehat{ADV}$ bu hiperbolün tertip (ordinat) açısı, AD, A noktasının ordinatı ve bu ordinata tekabül eden çap CB doğru parçasıdır. AB bu çapa tekabül eden parametreye, o da CB'ye eşit olduğundan AB = CB olur. Dolayısıyla ΔABC ikizkenar olur.



Daha sonra Kûhî Apollonius'un 20. teoremine dayanarak işlemlerine devam etmiştir. Sayılı, bunu şu formülle özetlemiştir:

$$\frac{[ordinat]^2}{[apsis][apsis\ + çap]} = \frac{parametre}{çap}$$

Bu formül Sayılı'nın verdiği -yukarıdaki- şekle göre:

$$\frac{[AD]^2}{[DB][DB\ + BC]} = \frac{CB}{BC}$$

$$[AD]^2 = [DB][DC]$$

ve böylece $\frac{AD}{DC} = \frac{DB}{AD}$ olur. Bu durumda D açısı ortak olmak üzere, ΔADB ≅ ΔACD ve $\widehat{CAD}$ açısı $\widehat{ABD}$ açısına eşittir. $\widehat{ACB} = \widehat{CAB} =$ α ve dışaçı olan $\widehat{ABD} = \widehat{ACB} + \widehat{CAB} =$ 2α olduğundan, ona eşit olan $\widehat{CAD} =$ 2α olur. Böylece ΔACD'nin dış açısı olan $\widehat{ADV} =$ 3α sonucu elde edilir ve böylece ADV açısı üçe bölünmüş olur (Sayılı, 1962: 693 - 695).

Kûhî'nin bir başka eseri de paraboloidin hacminin hesaplanması ile ilgili *İstihrac Mesahat el-cism Mükafi*'dir (Sezgin, 2010: Makale 23). Bu eserin Fransızca tercümesi Roshdi Rashed ve Almanca tercümesi ise H. Suter tarafından *Die Abhandlungen Thâbit b. Kurra's und Abû Sahl al-Kûhî's über Ausmessug der Paraboloide* ismiyle yapılmıştır.

El-Kûhî, koni kesitlerinin problem çözümlerine uygulanmasında en çok katkıda bulunmuş alimlerdendir. Kûhî, düzgün yedigenin oluşturulması ile ilgili bir çalışma da yapmıştır (*İstihrac Dıl'-ı el-müsebba*) (Sezgin, 2010: Makale 27). Bu eser Yvonne Samplonius tarafından yayınlanmıştır.

İslâm Dünyası'nda koni kesitlerinin bir kullanım alanı da 7-gen, 9-gen gibi düzgün çokgenlerin oluşturulmasıydı. İslâm sanatında geometrik desenlerin yeri büyüktü ve bu desenler belli tekniklerle düzgün çokgenlerin farklı şekillerde bir araya gelmesiyle oluşturuluyordu. Bu oluşumlar için sanatçılar değilse de matematikçiler sıklıkla koni kesitlerine başvuruluyordu. Örneğin, 10 yy. matematikçilerinden Ebu Cûd düzgün bir 9-gen çizimini $x^3 + 1 = 3x$ probleminin çözümüne indirgemiştir. İleride göreceğimiz gibi üçüncü dereceden denklemler koni kesitlerinin kesiştirilmesi yardımıyla çözülebiliyordu, aynı zamanda düzgün 9-genin çözümü bir açının üçe bölünmesinin özel bir durumu

olarak da ele alınıp çözülmekteydi. Aslında bu çok kolay bir işlemdir. Bir eşkenar üçgen alınır ve bu üçgenin bir köşesindeki açı üçe bölünüp 20˚ bulunur. Bu açının 2 katı olan 40˚ bir dairenin merkezine alındığında 360˚, 9'a bölünmüş olur. Böylece her bir yayın kirişi düzgün 9-genin bir kenarı olacaktır. (Hogendijk, 1979: 23).

9. yy.'dan itibaren geometriciler ve astronomlar için koni kesitlerinin düzgün çizilmesi mesele olmuştur. Bu sorun özellikle astronomik aletlerin imalinde karşılaşılan bir sorun olmuştur. Bu sorunun çözümü için El-Kûhî bir koni kesitleri çizme pergeli tasarlamıştır. Kuhî'nin öncülleri koni kesitlerini pergel yardımıyla çember yaylarının kombinasyonlarından faydalanarak çiziyorlardı (Toomer,1990: lxxxv). El-Kûhî bu pergeli (perkâr tâmm) söyle tanımlıyordu: "Eğer bu pergel bizden önce mevcut ise ve öncekiler tarafından bilinmiş ve isimlendirilmiş ise; ismi ve parçalarının ismi bizimkinden farklı adlar taşımış ise, benim özrüm şudur ki ne aletin kendisi ne de ona ait bir ima bize ulaşmamıştır". Bu cümleden bu aletin El-Kûhî'nin icadı olduğu açıkça anlaşılmaktadır. Kûhî'den sonra Hibetullah b. el Hüseyin el-Bedi el-Usturlabi (ö. 1140) bu pergeli geliştirerek aletine *perkâr kâmil tâmm* isimini vermiştir. Muhammed b. el-Hüseyin b. Muhammed b. el Hüseyin (12. yy.) isimli bir alim Kûhî'nin bu çalışmasını inceleyerek bu alet hakkında bir risale yazmıştır (Sezgin ve Neubauer, 2007: 151-153). Kûhî'nin pergelinin yazmalara dayanarak yapılan rekonstürüksiyonu İslâm Bilim ve Teknoloji Tarihi Müzesi'nde mevcuttur. Bu müze tarafımızdan ziyaret edilerek pergelin resmi çekilmiştir:



Ünlü bilim tarihçisi George Sarton'un bütün zamanların en iyi optikçisi olarak nitelediği, İslâm Dünyası'nın en parlak ve en üretken alimlerinden olan Ebû 'Alî el-Hasan ibn el-Hasan ibn Heysem (965 - 1041), koni kesitleri alanında kayda değer çalışmalar yapmıştır. Aslında optik bilimiyle bu kadar haşır neşir olmuş birinin koni kesitleri konusuna vakıf olması şaşılacak bir şey değildir.

Heysem'in doğrudan koni kesitlerine tahsis edilmiş *Makâle fî Kitabi'l Mahrûtât* [25] ve *Makala fî Tamâm Kitâb el-Mahrûtât* isimli eserleri mevcuttur. Bu ikinci kitap *Konika*'nın kayıp olan VIII. cildinin, tarihteki ilk yeniden yapılandırılma girişimi olması bakımından çok önemlidir. Heysem'in bu eserinin kritiği orijinal metinle beraber Jan P.

[25] Bknz. Ek 1.

Hogendijk'in *Ibn al-Haytham's Completion of the Conics* isimli kitabında mevcuttur (Hogendijk, 1985). Bu kitap, Hogendijk'in, Toomer'ın danışmanlığında yazdığı doktora tezinin basılmış halidir. Konu ile ilgili matematiksel açıklamalara yer vermesi ve koni kesitlerinin konusunun Arapça, dolayısıyla da Osmanlıca terminolojisine açıklık getirmesi bakımından çok önemli bir kaynaktır. Çünkü bilindiği gibi Osmanlıca geometri terminolojisi doğrudan Arapçadan alınmıştır. Heysem'in yeniden yapılandırılmış metnine dair bir diğer çalışma ise Roshdi Rashed'in *Ibn al-Haytham's Theory of Conics, Geometrical Construction and Practical Geometry* kitabıdır (Rashed 2013).

Bu VIII. cilt tahmini, türünün ilk örneği olması bakımından çok önemlidir. Heysem'in kaynağı Apollonius'un Eutocius edisyonundaki önsözleridir. Apollonius bu önsözlerde VIII. kitapta *diorismos* ile ilgili koni problemlerini çözdüğünü belirtmiştir. *Diorismos*, bir problemin veya problemler dizisinin çözümünün varlığı için gerekli ve yeterli koşul veya koşullar kümesidir. *Diorismos* gerektiren bir problem ancak geometrik bir objenin inşası problemi olabilir. Dolayısıyla VIII. kitap geometrik yapılarla ilgili olmalıdır (Hogendijk, 1985: 41). Apollonius VII. kitabın önsözünde Attallus'a ithafen şöyle yazmıştır:

"Apollonius'dan Attalus'a huzur seninle olsun. Bu mektubu sana *Konika*'nın VII. kitabı ile birlikte gönderiyorum. Bu kitapta çaplar ve onların üzerine kurulmuş şekiller ile ilgili muazzam sonuçlar izah edilmektedir. Bunlar birçok çeşit problemde faydalı olacaktır. Bunların çözümleri ise daha önce bahsetmiş olduğumuz koni kesitleri ile ilgili problemlerin çözümü için çok gereklidir. Bu problemlerden ve çözümlerinden bu çalışmanın son kitabı olan VIII. kitapta bahsedeceğiz. En kısa zamanda onu sana yollamak için çabalıyorum. Sağlıcakla kal!" (Hogendijk, 1985: 42).

Burada *daha önceden bahsedilmiş problemler*den kastın I. kitabın önsözünde bahsedilen *diorismos* gerektiren problemler olduğu tahmin edilmektedir. Fakat *diorismos* kelimesi *Konika*'da farklı şekillerde kullanıldığı için (*diorismoi* gibi) Arapça tercümesinde karışıklıklar ortaya çıkmıştır. Aslında VII. kitabın önsözündeki *diorismos* göndermesi VIII. kitaba yapılmıştır. VII. kitapta Apollonius belli bir hiperbol veya elips için bağıl veya mutlak maksimum ve minimum noktalarını ve belli *f* fonksiyonlarının *d* çaplarına (değişkenine) göre artış azalışlarını inceliyordu. Bu sonuçlar, verilen herhangi bir *c* değeri için $c = f(d)$ denklemini sağlıyordu. Yani VII. kitaptaki teoremler verilmiş bir *c* sayısı ve *d* çapı için öyle ki $c = f(d)$, problemlerine *diorismi* sağlıyordu ve belli ki bunun VIII. kitaptaki problemlerle bir alakası vardı (Hogendijk, 1985: 42 - 43). Heysem, VIII. cildin girişinde verdiği (0 numaralı) problemle beraber toplamda 12 koni kesiti problemi incelemiştir. Heysem'in problemlerinin içeriği, VIII. cildin öngörülen içeriği ile çok az örtüşme sağlamaktadır. Yine de bu, eserinin kıymetini azaltmaz. Eser, Heysem'in geometri konusundaki kabiliyetinin, sezgisel ve teknik başarılarının bir ispatı ve ait olduğu zaman diliminin en yüksek kalibreli yapıtlarındandır.

Heysem'in bu çalışması, Batı'da yapılmış rekonstrüksiyonları etkilememiştir. Çünkü Batı'daki rekonstrüksiyonlar Pappus'un matematik koleksiyonunun VII. cildine dayanmaktadır. Bu ayrım eserlerin içeriklerinden de anlaşılabilmektedir. Öte yandan, Pappus'un eseri İslâm Dünyası geometricilerinin eline hiç geçmemiştir, yani Heysem'in Pappus'dan faydalanmış olması olası değildir (Hogendijk, 1985: 65).

Heysem 1027'de yazdığı otobiyografisinde, 70'den fazla eseri olduğunu belirtmiştir. Bunların 25 tanesi optik, matematik ve astronomi ile ilgilidir. Kalan 45'i mantık, felsefe, teoloji ve tıp ile ilgilidir. Hogendijk'in tahminine göre, Heysem'in bu listede adı geçmeyen eserleri ile birlikte en az 180 adet eseri vardır. Bugün bu külliyatın

beşte ikisi mevcuttur. (Hogendijk, 1985: 53). Heysem matematikle ilgili farklı uzunluklarda en az 60 risale yazmıştır. Bunlardan 30 tanesi bugün mevcuttur. Konumuzla ilgili çalışmaları arasında çemberin kareleştirilmesi ve parabolün alanının ölçümü ile ilgili bir eseri ve bir parabolün herhangi bir çap veya eksen üzerinde döndürülmesiyle ortaya çıkan paraboloitlerin hacmini tüketme metoduyla hesapladığı eseri bulunmaktadır (Suter, 1912; Cajori, 2014: 132).

Heysem'in koni kesitleri bilgisini kullandığı iki optik çalışması bulunmaktadır. Bunlardan ilki *Yakan Aynalar* eseridir. Bu çalışmasında parabolün odağını tartışmış, çukur parabolik aynada eksene paralel gelen tüm ışınların odaktan geçerek yansıyacağını ispatlamıştır. *Optik V*. eserinde ise *Alhazen Problemi* olarak bilinen problemi hiperbolün özelliklerini kullanarak çözmüştür. Yine *Optik V* ve *VI* da silindir veya koninin bir düzlemle kesişiminin elips olacağını varsaymıştır. Aynı zamanda koni dışından herhangi bir noktadan koniye normal çizilebileceğini de var saymıştır.

Bahsettiğimiz tüm bu eserlerine ek olarak *Parabolün Özellikleri Üzerine*, *Hiperbolün Özellikleri Üzerine* ve *Hiperbol ve İki Asimptotunun Birbirine Sürekli Yaklaşmasının Reddi* isimli kısa çalışmaları ve koni kesitlerinin geometrik uygulamaları ile ilgili *Düzgün Yedigenin İnşası* ve *Açının Üçe Bölünmesi* ile ilgili risaleleri de mevcuttur (Hogendijk, 1985: 59-60; 125-126).

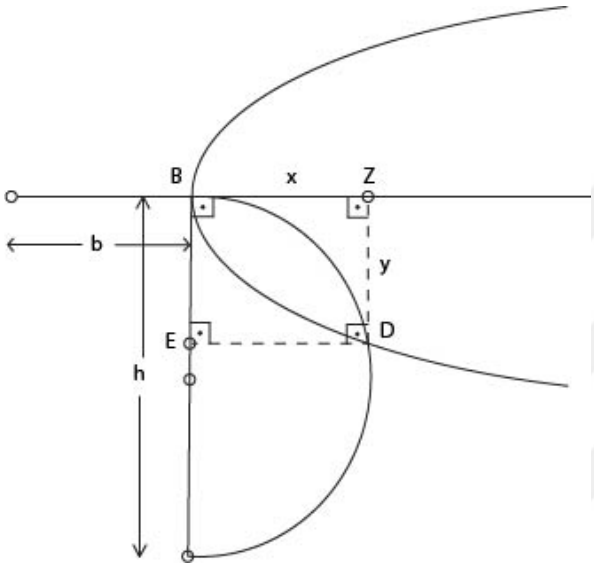
Ömer Hayyâm (1038/48 - 1231/4), 1070. yılında kaleme aldığı *Cebir* kitabında tüm 3. dereceden denklem çeşitlerini incelemiş ve bu denklemleri koni kesitlerini kesiştirmek suretiyle çözmüştür. Hayyâm, bu eserinde 25 tip denklem tarif etmiş, bunların 14'ünü koni kesitleri yardımıyla çözmüştür. Hayyâm'ın kaynaklarını onun şu sözlerinden öğrenmekteyiz: "Bu kitap, Euclid'in *Elementler* ve *Data* eserleri, Apollonius'un *Konika* adlı serisinin ilk iki kitabı bilinmeden anlaşılmaz. Yalnızca bu üç

kitapla kendimi sınırladığım için bu kitaplardan herhangi birini bilmeyen, kitabımı muhtemelen anlayamayacaktır" (Dosay ve Akın, 1994: 29 - 30).

Hayyâm'ın yöntemi şöyledir:

Örneğin; $x^3 + mx = n$ denklemini ele alalım. m ve n pozitif sayılar olsunlar. Varsayalım ki,

b, $b^2 = m$ olan bir karenin kenarı olsun. Farz edelim ki yüksekliği h, taban alanı b^2 ve hacmi n olan bir paralelyüzlümüz olsun.



Şimdi tepe noktası B, ekseni BZ, parametresi b olan şekildeki gibi bir parabol alalım ve h'yi BZ ile B'de dik kesişecek şekilde yerleştirelim ve h çap olmak üzere bir yarım daire çizelim. Bu yarım daire parabolü D noktasında kessin. DE'den h'ye ve DZ'den BZ'ye dikler inelim. Öyle ki, DZ = EB ve y = BE olsun.

Böylece $y^3 + my = n$ olur.

İspat: BZ = x olsun. Parabolün özelliğinden

$$y^2 = bx \qquad \text{.... (1)}$$

Çemberin özelliğinden de

$$x^2 = y\,(h - y) \qquad \ldots (2)$$

olur.

(1). denklem $\frac{x}{y} = \frac{y}{b}$ ve (2) . denklem $\frac{x}{y} = \frac{(h-y)}{x}$ olarak yazılabilir. Dolayısıyla bu iki denklemden,

$$\frac{b}{y} = \frac{x}{(h-y)}$$

Buradan da her iki tarafın karesini alıp denklemi düzenleyince,

$$\frac{b^2}{y^2} = \frac{b}{y}.\frac{b}{y} = \frac{y}{x}.\frac{x}{(h-y)}$$

Böylece,

$$b^2.(h-y) = y^3$$

$$b^2.h - b^2y = y^3$$

$$y^3 + b^2y - b^2.h = 0$$

$b^2.h =$ n ve $b^2 = m$ olduğundan

$\therefore\ y^3 + my = n$ ki bu da çözmek istediğimiz denklemdi.

Bu denklemlerin konileri kesiştirmek suretiyle çözülmesi İslâm Uygarlığının cebirdeki en büyük başarısı olarak kabul edilmektedir.

Nasıreddin el-Tûsî (1201 - 1274), *Kitap el- Mahrutât li Sabit ibn Kurra bi tahrir Nasıreddîn at-Tûsî* eserinde Sabit b. Kurra'nın *Konika* şerhinin tahririni yapmıştır (Sezgin, 1998: 33 - 209). Bunun dışında konuyla ilgili bir diğer eseri *Kitâb el-Tulû ve-l-gurub li Utuluqus bi Tahrir*'dir. Bu kitapta küreler ve çeşitli çemberlerin kesişimleri ilgili hesaplar vardır. Tûsî, Archimedes'in *Küre ve Silindir Üzerine* adlı eserine de şerh yazmıştır.

İslâm Uygarlığının koni kesitleri ile ilgili diğer eserlerini şöyle sıralayabiliriz:

- Ebu Saîd Ahmed ibn Muhammed el Siczi (945 - 1020). *Risale fî Kısmet ez-Zaviye el Müstakimat el-Hatteyn bi Talâtat Aksâm Mütesaviye* eserinde bir hiperbol yardımıyla bir açıyı üçe bölmeye çalışmıştır. Siczi, aynı zamanda koni kesitleri ve silindir üzerine *Kitab fi'l-Mahrût ve'l-Kürre ve'l-Üstüvane* isimli bir eser kaleme almış; koni kesitleri ile dairenin kesişimlerini de çalışmıştır. (Unat, 2014: 146; Hogendijk, 1979: 2, 7).

- Ebû Cafer Muhammed b. el-Hâzin (10. yy.) *Konilerin İyileştirilmesi (Islâh).* (Hogendijk, 1979: 9).

- Ebu'l Mahmut b. Kasım b. el- Fadıl el-Esfahanî, *Telhis el- Mahrûtât* (513 / 1119).

- Ebu'l Hüseyin b. Muhammed es-Şirâzî, (12. yy.), *Kitâb Tasaffuh el-Mahrûtât.*

- Ebu'l Fatih Kemâleddin Musa b. Yunus. Muhammed (ö. 639 / 1242). *Risale fî Beyân Mukaddematain Muhmalatai el- beyan İsta'malahâ Abûluniyus fî Evâhir el-Makale el-ûlâ min el-Mahrûtât.*

- Ebû 'İmrân Musa b. 'Ubaidallah b. Maimûn (Maimonides) el-Kurtubî (ö. 605 / 1208). *Havasi 'alâ ba'd Eşgâl Kitâb el-Mahrûtât.*

- Muhiddîn Yahya b. Muhammed el-Magribi (13. yy.). Şerh *Kitâb Abûluniyus fî l-Mahrûtât. (Sezgin, 1974: 139 - 143).*

Osmanlı Devleti kendini daima İslâm Dünyası'nın bir parçası ve uzantısı olarak görmüştür ve bilimde İslâm bilginlerinin geleneğini yaşatmak gayesindedir. Ancak yukarıda saydığımız alimler ve eserler Osmanlı'nın bu geleneği yaşatmak konusundaki başarısızlığını gözler önüne sermektedir. Kanımızca Batılılaşma sürecini dışarda bırakırsak ki o dönem Osmanlı'nın bilimsel ekolünün değiştiği bir dönemdir, Osmanlı'da İslâm geometrisine denk bir iki müstakil örnek dışında çalışma yapılmamıştır.

1. 4. Avrupa'da Koni Kesitleri ve Osmanlı Devleti'ne Girişi (Başhoca İshak Efendi).

12. yy. Rönesans'ı esnasında Hellen - Helenistik kökenli bir çok eser Arapçadan Latinceye çevrilmiştir. Bu çevirilerin arasında *Konika*'nın tam çevirisi de bulunmamaktadır. Cremonalı Gerard 12. yy. sonlarına doğru ibn Heysem'in Archimedes'in *Yakan Aynalar*'ına yazdığı şerhini Arapçadan Latinceye çevirmiştir. Gerard, bu çevirinin başına *Konika*'nın I. kitabına ait tanımları ve Beni Musa tarafından *Konika*'ya eklenen açıklamalar bölümünün çevirisini eklemiştir (Toomer, 1990: xix).

Latince eserler arasında doğrudan koniklerle ilgili olan ilk kapsamlı eser Witello'nun (1230 - 1280 ile 1340 arası) 1270'de kaleme aldığı optik üzerine eseri *Perspectiva*'dır. Witello'nun konikler ile ilgili ana kaynağı ibn Heysem'in optik üzerine çalışması (*Kitabü'l-Menazir*) ve yakan aynalar şerhi olmasına rağmen, Toomer'a göre Witello'nun Yunanca metni[26] kullanmış olması olasıydı. Witello Yunanca bilmemesine rağmen, yakın arkadaşı Moerbeke'li William'dan yardım almış olabilir (Toomer, 1990: xx).

15. yy.'da İtalya'da Yunanca metin çalışmalarının yükselişe geçmesiyle *Konika*'nın Yunanca aslı da kopyalanmış ve incelenmiştir. Bu eserin öneminin farkına varan ilk kişi ünlü Rönesans bilginlerinden Regiomontanus (1436 - 1476) olmuştur. 1461'den sonra İtalya'da *Konika*'nın bir kopyasını edinmiş ve bu eserin tanıtımını yayınlamayı istemiş, fakat erken ölümü bu çalışmayı tamamlamasına engel olmuştur. Nuremberg yayınevindeki ortağı Bernard Walther onun bu elyazmasını Latinceye çevirmiştir, fakat bu eser kayıptır (Zinner, 1968: 328). *Konika*'nın doğrudan Yunanca aslından çevrilmiş olup, bize ulaşan ilk parçası Giorgio Valla'nın (1447- 1500)

[26] Eutocius'un Apollonius şerhi.

ansiklopedik eseri *De expetendis et Fugiendis Opus*'unda, *De Conica Sectione* ismiyle yer almaktadır. Bu eser 1501'de Venedik'te basılmıştır. Valla'nın elinde Eutocius'un Apollonius şerhi vardı ve eserinde bu kaynaktan bazı kısımların çevirilerine de yer vermiştir. *Konika*'nın I - IV. kitaplarının ilk tam çevirisi ise Giovanni Battista Memmo (16. yy.) tarafından 1537'de Venedik'te yapılmıştır. Fakat bu çok hatalı bir çeviriydi. Bu sebeple 1566'da Federico Commandino (1509-1575) bir çeviri daha yapmıştır. Commandino bu eserinde hem Eutocius'un Apollonius şerhine dayanan I - IV. kitapların tam bir tercümesine yer vermiş hem de metnin derin incelemesini yaparak şerh yazmıştır (Toomer, 1990: xix - xxi).

Kepler (1571-1630) de *Astronomia Nova*'sında koni kesitlerini kullanmış ve eliptik yörüngeleri tanıtmıştır. Kepler, 1604 yılında yayınlanan, optik ve astronomiyle ilgili *Astronomiae Pars Optica* [Astronominin Optik Kısmı] eserine koniklerle ilgili kısa bir bölüm eklemiştir. Burada koni için özellikle önemli olan iki noktaya vurgu yaparak bunlara *foci* (merkezler) adını vermiştir (Ostermann ve Wanner, 2012: 61).

16. yy. sonları ve 17. yüzyılda Avrupa'da koniklere olan ilginin tekrar canlanmasıyla Yunanca orijinalleri, dolayısıyla da Latince tercümeleri olmayan V - VII. kitaplar, Sabit ibn Kurra'nın Beni Musa için yapılmış Arapça tercümesinden ve diğer birkaç Arapça eserden faydalanılarak Batı'ya aktarılmıştır. *Konika*'nın ilk Arapça versiyonları 1578'de İtalya'ya ulaşmış ve oradan kuzey Avrupa'ya yayılmıştır. Ancak 1661 yılına kadar bu son üç kitabın önemiyle ilgili bir yayın yapılmamış ve 1710 yılına kadar Apollonius'un orijinal metnine en yakın metin olan Beni Musa edisyonunun tercümesi yapılmamıştır. Descartes (1596 - 1650), Fermat (1607 - 1665), Desarques (1591 - 1661) gibi 17. yy.'ın önemli matematikçileri *Konika*'nın I - IV. ciltlerinin

tamamına vakıftı, eğer ellerinde ciltlerin tamamı olsaydı belki de bu, o yüzyılın matematiğinin gidişatını tamamen etkilerdi (Toomer, 1990: xxi).

Antakya Patriği Ignatius Nimetullâh 1578 yılında daha sonra Toskana Dükü olan Kardinal Ferdinando Medici'ye bazı orijinal elyazmaları vermişti. Kardinal aynı zamanda Roma'daki Medici matbaasının kurucusuydu. Bu elyazmaları arasında basılan ilk Arapça eser, Ebu'l Mahmut el-Fadıl el-Esfahanî'nin *Telhis el-Mahrûtât*'ıydı. Bu eserin önemi o zaman matbaanın başında bulunan kişi olan Giambattista Raimondi (ö. 1614) tarafından fark edilmişti. Raimondi bu eserin bir edisyonunu yayınlamak istedi fakat buna ömrü yetmedi. Bu esnada *Konika*'nın başka iki yazması daha Avrupa'ya ulaştı. 1629'da uzun bir doğu gezisinden sonra Leiden'a dönen Jacobus Golius (ö. 1667) beraberinde, çoğunluğu Arapça ve Farsça olan bir sürü elyazmasıyla döndü. Bunların arasında şu an Bodleian Kütüphanesi'nde bulunan Apollonius'un muazzam eseri *Konika*'nın Beni Musa edisyonu da vardı. Bu eserin varlığı bilgisi hızla yayıldı ve eseri yayınlama görevi hem iyi bir Arabist hem de yetkin bir matematikçi olduğundan bu iş için biçilmiş kaftan olan Golius'a verildi. Golius aynı zamanda Leiden'a dönmesinden kısa bir süre sonra Leiden Üniversitesi'nde profesörlüğe atandı. Fakat sadece el yazmasını yayınlama konusunda başarısız olmakla kalmadı, aynı zamanda hayatının sonuna kadar türlü oyunlarla bu işi yapmak isteyenlerin önüne de taş koydu. El yazmalarını ve kopyalarını gizledi, el yazmasını görmek veya onu incelemek isteyenleri bu eserin son derece okunaksız bir eser olduğuna ikna etti ki aslında son derece okunaklı bir eserdi. Bu esnada İstanbul'dan dönen Christian Ravis (1613 - 1677), beraberinde 300 kadar el yazması getirdi. Bunların arasında *Konika*'nın bir başka versiyonu olan Muhammed Şirâzî'nin (12. yy.), *Kitâb Tasaffuh el- Mahrûtât*'ı da vardı. Bu kitabın varlığı kısa sürede tüm Avrupa'ya yayıldı. Ravis, 1642 -1647 yılları arasında Utrecht, Amsterdam ve civarında yaşamaktaydı. Bu

süre zarfında Golius bu el yazmasını inceleyeceği iddiasıyla ödünç almıştır! Ancak herhangi bir çalışma yapmamıştır. Ravis yazmasını Golius'la cömertçe paylaştığı halde, Golius Ravis'e kendi yazmasını göstermemiş ve ödünç vermeyi reddetmiştir (Toomer, 1990: xxii - xxiv). Anlaşılacağı üzere Golius Apollonius'un eserini ömrü boyunca tahakküm altına almış, 1667 yılında öldükten sonra da bu yazmaların peşini bırakmamış, Üniversiteye bağışlayacağı yerde mirasçılarına bırakmıştır. Elbette başta Cambridge Üniversitesi olmak üzere çeşitli kurumlar bu yazmaları satın almaya çalışmış, ancak yaklaşık 30 yıl kadar bu yazmaları almayı başaran olmamıştır. Fakat Golius öldükten sonra, Leiden Üniversite Kütüphanesine ait kısmi kopyaları üzerindeki tahakkümü kalkmış, böylece 1668 yılında Oxford Üniversitesinde astronomi profesörü olan Edward Bernard (1638 -1697) Leiden'ı ziyaret ederek V-VII. kitapların kopyalarını almıştır. Bernard elindeki kopyaları yayınlamaya niyetlenmiş ve titizlikle çalışarak bu işi sonuna dek götürmüştür. 1696 yılında Golius'un varisleri sonunda yazmaları açık arttırmaya çıkarmaya karar verdiklerinde Bernard, Başpiskopos Narcissus Marsh (1638 - 1713) sponsorluğunda yazmaları satın almıştır. Bernard, açık arttırmanın olduğu sırada (Ekim 1696) hasta olmasına rağmen Leiden'a gitmiş ve aralarında Apollonius'un *Konika*'sı da bulunan birçok elyazması satın almıştır. Ancak hasta vücudu bu kış yolculuğunun etkisinden kurtulamamış, Oxford'a döndükten kısa bir süre sonra Ocak 1697 yılında vefat etmiştir. Dolayısıyla da *Konika* çevirisini tamamlayamamıştır. Fakat onun bu çabası sonucu el yazmaları[27] Oxford'da bulunan Edmund Halley'in istifadesine sunulmuş, Halley 1710 yılında *Konika*'nın 7 cildini de yayınlamıştır (Toomer, 1990: xxiv - xxv).

[27] Bu el yazmaları Marsh yazmaları olarak literatüre geçmiştir.

Teknik anlamda konuyu geliştirenlerin ve alana katkı yapanların eserlerinin listesi şöyledir:

Réné Descartes (1596 - 1650), *La Géométrie* (1637).

Pierre de Fermat (1608 - 1665), *Ad Locos Planos et Solidos Isagoge* (1636).

Girard Desargues (1591 - 1661), *Brouillon Projecte d'une Atteinte aux Evennemens des Rencontres d'un Cone Avec un Plan* (1639).

Blaise Pascal (1623 - 1662), *Essai Pour Les Coniques* (1640).

Claude Mydorge (1585 - 1647), *Claudi Mydorgi Patricii Parisini Prodomi Catopticorum et Diopticorum Sive Conicorum* (1641).

St. Gregorius Vincent (1584 - 1667), *Opus Quadraturae Circuli et Sectionum Coni* (1647).

John Wallis (1616 - 1703), *Operum Mathematicorum Pars Altera* (1656), *De Sectionibus Conicae* (1659).

Jan de Witt (1625 - 1672), *Elementa Curvarum* (1659)[28].

Philippe de La Hire (1640 - 1718), *Nouveaux Méthode en Géométrie Puor Les Sections et les Superficies Coniques* (1673), *Nouveaux Elémens des Sections Coniques* (1679), *Les Lieux Géométriques* (1679), *Sectiones Conicae* (1685).

Newton (1642 - 1727), *Naturalis Principia Mathematica* (1687).

G. A. Francais L'Hospital (1661 - 1704), *Tratié des Sections Coniques* (1707).

Colin MacLaurin (1689 - 1746), *Nova Methodus Universalis Curvas Omnes Cujusque Ordnis Mechanicae Describendi* (1719), *Geometria Organica* (1720).

---

[28] Kitabın ilk kısmı 1658 yılında yayınlanmıştır.

Charles Julien Brianchon (1783 - 1864), *Sur les Surfaces Courbes de Deuxiéme Degré* (1806), *Memoiré sur les Lignes du Second Ordre* (1817).

Jean Victor Poncelet (1788 - 1867), *Tratié des Propriétés Projectives des Figures* (1822).

K. Wilhelm Fuerbach (1800 - 1834), *Eigenschaften Einiger Merkwürdigen Punkte des Geradlingen Dreieckes* (1822), *Grundis zu Analytischen Untersuchungen der Dreieckigen Pyramide* (1827).

Michel Chasles (1793 - 1880), *Aperçu Historique sur L'origine et le Développement des Méthodes en Géometrie* (1837), *Tratié des Sections Coniques* (1865).

Jacob Steiner (1796 - 1863), *Theorie der Kegelschnitten Gestützt auf Projektivische Eigenschaften* (1867), *Systematische Entwicklung der Abhängigkeit Geometrisher Gestalten von Einander* (1881).

Georg Karl Christian von Staudt (1798 -1867), *Die Focaleigenschaften der Flächen Zweiter Ordnung* (1896).

(Coolidge, 1968: 26 - 79 ; 207 - 212).

Osmanlı Devleti'ne Girişi

Osmanlı Devleti'ne koni kesitleri bilgisinin ulaşması üç yoldan olmuş gibi görünmektedir. Bunlardan ilki Semerkant matematik astronomi okuludur. Bu okul ve bu okuldan yetişmiş ve daha sonra İstanbul, İznik ve Sivas gibi ünlü medreselere gitmiş alimler beraberinde Semerkant geleneğini de taşımışlardır. Bu sahada, Nasıreddîn Tûsî'nin (1201 - 1274) *Tahrir Kitâb Apollonius fî'l-Mahrûtât fî İlmi'l-Hendese* kitabı, Ebu'l-Hüseyin Abdulmelik b. Muhammed'in *Tesaffuh Kitâb Apollonius fî el-Mahrûtât*'ı, Mahmûd b. Kâsım el-Fazl el-Esfehânî'nin *Kitâb Telhîs el-Mahrûtât fi el-Hendese*'si ve Semerkant matematik astronomi okulunun önemli üyelerinden el-Kâşânî'nin 840 yılında Buhara'da telif ettiği *el-Eşkâl elleti Yuhtâc İleyhâ fî Teshîl Fehmu Kitâb Telhîs el-*

Mahrûtât fi el-Hendese'si bulunmaktadır. Bu eserlerden bazılarında Fatih Sultan Mehmet'in, Sultan II. Bayezid'in, Sultan III. Selim'in mühürleri bulunmaktadır. Bu durum bu kitapların Osmanlılarda resmi kullanımda olduğunu göstermektedir (Fazlıoğlu, 2014a: 201). Ancak bu kitapların medreselerde veya mühendishânede ders kitabı olarak okutulduğunu gösteren herhangi bir kaynak yoktur.

Yine de *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ın imparatorluk sınırları içinde dolaştığı muhakkaktır. İlk Osmanlı medresesi olan İznik'in baş müderrisi Davud b. Mahmut b. Muhammed el-Kayserî (1260 - 1350), İbn Sertâk'ın *Kitâb el-İkmâl fi'l-Hendese*[29] eserini 1314 - 1315 tarihinde istinsah etmiştir. Muhtemelen bu eseri bizzat ibn Sertâk'dan okumuş ve daha sonra İznik'de okutmuştur. Eser Euclid geometrisinin yanı sıra, koni kesitleri, düzlemsel ve küresel trigonometriyi de kapsayan hacimli bir eserdir. Sertâk'ın konu ile ilgili bir başka eseri de Süleymaniye Kütüphanesi'nde mevcut bir astronomi - matematik mecmuasında[30] bulunmaktadır. Bu eser sayesinde onun 1325 yılında Niksar'daki Nizamiye Medresesinde, Apollonius'un *Kutû'-ı Mahrûtiyât* eserini inceleyip, düzeltip, öğrencilerine okuttuğu tahmin edilmektedir. İbn Heysem'in geometri eserlerini içeren bir mecmua da yine bu dönemde İstanbul'a gelmiş olmalıdır[31](Fazlıoğlu, 2014a: 200). Daha sonra bu eserler İstanbul'da istinsah edilerek yeniden üretilmiş ve kullanıma sokulmuştur. Önemli bir kısmı Nasıreddîn Tûsî'nin tahrirlerinden oluşan ve Osmanlı uleması arasında *mutavassıtât* olarak isimlendirilen Yunan ve klasik İslâm matematik-geometri ve astronomi eserleri bu dönemde İstanbul'da Fatih'in (1432 - 1481) isteği üzerine

---

[29] Kahire Üniversitesi, nr. 23209.

[30] Ayasofya 4830.

[31] Askeri Müze, nr. 3025. Bknz Ek 1.

çoğaltılmışlardır. Bu eserler arasında Euclid, Archimedes, Menelaos, Apollonius'un yanı sıra ibn Heysem, Nasıreddîn Tûsî vb. ileri gelen matematikçi ve geometricilerin eserleri bulunmaktadır. Koni kesitleri ve diğer klasik geometri bilgisinin Osmanlı'ya ilk girişi için izlenmiş diğer iki önemli güzergah ise Endülüs'ün düşmesi ile burada bulunan alimlerin Osmanlı'ya göç etmeleri ve Şah İsmâil ve Şiilerin İran bölgesinde iktidarı ele geçirdikten sonra Sünni alimlerin Osmanlı'ya sığınmalarıdır. (Fazlıoğlu, 2014a: 199, 207).

Yukarıda görüldüğü gibi koni kesitleri bilgisi Osmanlı Devleti'nde ilk medreselerin kurulduğu 14. yy.'dan beri mevcuttu. İslâm Dünyası'ndan devraldıkları bilgileri tamamen benimseyen Osmanlı alimleri, mevcut bilgilerin günlük hayatta işe yarayacak kadarıyla yetinmekle ve aradan geçen onca zamana rağmen kendilerini hiç yenilememekle istemeden ve hiç farkında olmadan kendilerini İslâm Dünyası bilim geleneğinden koparmışlardır. Onların bu yüzeysel pragmatist tutumu 18. yy. civarında çeşitli cephelerde alınan ağır yenilgilerle alarm vermiştir. Bilimsel bilginin ve dolayısıyla onun mühendislik uygulamalarının neredeyse tamamen ortadan kalkmış olduğu fark edilince memleketteki bilgi zafiyetinin karşılanması için padişah fermanıyla Batı usulü okullar açılmıştır.

Durumun vahameti 18. yy.'ın ilk yarısında Fransız Devleti'nin Türklerin faydalandıkları ilimleri anlamak amacıyla bir eser temini isteği üzerine Osmanlı Reîsülküttâbı tarafından yazdırılan *Kevâkib-i Seba Risalesi*'nden anlaşılabilir (Karaarslan, 2015). Bu kitapta başta dini ilimler olmak üzere, botanik, matematik, tıp, kum falı, rüya tabirleri, sihir, simya, cin çağırma gibi her türlü malumat *Osmanlı'nın İlimleri* olarak uluslararası bir ortamda iftiharla tanıtılmıştır. Bir başka vahim örnekse o dönemde mühendishânelerin kurulmasına yardımcı olmak üzere Avrupa'dan çağırılan

uzmanlardan biri olan Baron de Tott'un hatıratlarında bulunmaktadır. III. Selim Tott'a mühendislerini imtihan etmesini emreder. Tott en az bu mühendisler kadar heyecanlıdır ve onlara çok da zor olmayan bir soru olan herhangi bir üçgenin iç açılarının toplamını sorar. Mühendisler bir süre düşündükten sonra içlerinden en cesaretli olanı üç açının toplam değerinin üçgenine göre değişeceğini söyler. Bunun üzerine Tott da bu cevabın yanlışlığını ispat eder. Tott hatıratında böyle saçma bir cevap alacağını bilseydi bu soruyu hiç sormayacağını belirtmektedir. Ancak bunun yanında, mühendislerin cehaleti ne derece büyükse öğrenme heveslerinin de o derece büyük olduğundan da bahsetmektedir. Onun ispatı üzerine odadaki mühendislerin tümü yeni açılacak okula yazılmayı kabul etmiştir. (Tott, 1784: 306 - 307; İzgi, 1997: 319 - 320).

Burada bahsedilen mühendisler elbette usta çırak usulüyle yetişen iş bilen ancak bildiği işin teorik kısmından haberdar olmayan kişilerdir. Zaten bahsedilen dönemler mühendishânelerin kuruluşundan öncesine denk gelmektedir. Mimarlık, mühendislik ameli bilgi gerektiren mesleklerdir. Örneğin, bir köprü inşa etmek için elips bilgisi işe yarayan bir bilgidir. Ancak işi ustasından öğrenmiş bir kişi hiç elips hesabı bilmeden pek âlâ köprü inşa edebilir. Aynı şey tüm inşaatlar ve dekorasyon mahiyetli işler için de geçerlidir (Örn. İslâmi geometrik şekiller). Bunlar matematiksel metotlarla oluşturulabilecekleri gibi tamamen ameli usullerle de oluşturulabilirler. Bir şeyin matematiksel açıklamasının saptanabilir olması, her zaman matematiksel metotlar kullanılarak inşa edilmesini gerektirmez.

İslâm Dünyası'nda olduğu gibi Osmanlı'da da koni kesitleri bilgileri başta Güneş saatlerinin yapımı olmak üzere astronomi ve optikte kullanılıyordu. Ancak Osmanlı'da bu alana esas ilgi askeri uygulamalarından ötürü gösterilmiştir. Osmanlı için geometrinin önemli bir bilim olmasının bir diğer sebebi, miras hukukunda önemli bir yer tutmasından

kaynaklanıyordu. Mal taksimi için ferâiz ilmi ne derece önemliyse, arazi taksimi için de mesâha (alan ölçümü) ilmi o derece önemliydi. Pratik geometrinin mesâhadan başka uygulama alanları su mühendisliği, inşaat mühendisliği ve harita mühendisliğiydi (İzgi, 1997: 310). Medreselerde hendese ilminde en yaygın olarak işlenen iki eser Kadızade er-Rûmî'nin, Şemsüddin es-Semerkandî'nin *Eşkâl-i Te'sîs*'ine yazdığı şerh ve *Uklidis Kitabı*'dır. *Uklidis Kitabı* yani *Elemetler*'den kasıt genellikle Nasîruddin Tûsî'nin *Tahrîru Kitabi Uklidis*'idir (İzgi, 1997: 54; 99; 266). Giambattista Toderini *De la Litterature des Turcs* eserinin geometri bahsinde 18. yy. sonlarında Osmanlı medreselerindeki geometri eğitimi konusundan bahsederken, bazı Türk müderrislerinin diğerlerinden daha fazla hendeseye nüfuz ederek Archimedes, Theodosius, Menelaos ve Apollonius'un ve diğer birçok Yunan bilgininin Arapça tercümelerinden faydalanmakta olduklarını belirtmektedir. Ayrıca Türklerin özellikle astronomi ilmine çok düşkün olduğundan bahsederek, geometriyi astronomi ilmine lüzumlu olduğu nisbette incelediklerini, denizcilik, takvim yapımı, Güneş saatleri yapımı ve coğrafya haritaları çizimlerinde de kullandıklarını belirtmiştir (İzgi, 1997: 269 - 270). Buradan da anlaşılacağı gibi Apollonius'un kitabı Osmanlı ulemasınca mütalaa edilen eserlerden biri olmakla beraber, medrese müfredatının bir parçası değildir.

Kâtip Çelebi, *Konika*'dan *Kitab el-Mahrûtât fî Ahvâli'l Hutûti'l-Münhaniyye* adıyla bahsetmiş ve bu kitabın zaman içinde bozulduğunu söylemiştir. Ona göre bozulma sebebi eserin güçlüğüdür. Eserin Kandilli Rasathanesi (nr. 83) nüshasındaki temellük kayıtlarında İstanbul'da müderris Seyyid Muhammed Masum, el-Hacc Mustafa Sıdkî b. Salih (1179), İzmir Kadısı Kuyucaklızâde Seyyid Muhammed Âtıf'ın isimleri geçmektedir. Aynı sayfadaki bir başka kayıt ise kitabın Alî Seha tarafından Kâtib-i Evvel be-Darbhâne-i Âmir'e vakfedildiğini göstermektedir. İbn Heysem'in *Makâle fî Kitabi'l*

Mahrûtât'ının bir nüshası Bedrüddîn Muhammed b. Esad b. Ali b. Osman b. Mustafa el-İstambulî tarafından istinsah edilmiştir. Bu nüshada yine el-Hacc Mustafa Sıdkî'nın temellük kaydı bulunmaktadır (Askeri Müze nr. 3039) (İzgi, 1997: 297 - 298). Kandilli Rasathanesinde kayıtlı olan Nasıreddîn Tûsî'nin *Tahrir Kitâb Apollonius fi'l-Mahrutât fî İlmi'l-Hendese*'sinin[32] nüshası üzerinde de kayıtları mevcuttur (Fazlıoğlu, 2014a: 201). Tüm bu kayıtlardan da anlaşıldığı üzere *Kitab el-Mahrûtât* çok yaygın bir şekilde kullanılmamıştır.

Cevat İzgi, *Osmanlı Medreselerinde İlim* kitabının riyazî ilimler kısmında, yukarıda bahsettiğimiz eserlerden başka, yalnız matematiği meslek edinmiş kimselerce kullanılan bazı müstakil eserlerden bahsetmiştir. Bunlar arasında konumuzla ilgili olanlar şunlardır:

1) *Kitâbu 'Ameli'l-Murabba'i'l-Müsâvî li'd-Dâ'ire*: Arapça yazılmış olan bu eser Esad b. Alî b. Osman b. Mustafa el-Yanyavî'nin (ö. 1730) eseridir. Esad Efendi eserin maksadının, Mühendis Archimedes'in *Kitâbu'l Hutûti'l-Havlâniyye*, *Kitâbu Kattâ'i'l-Küre ve'l Mâhru*t, *Kitâbu'l Küre ve'l Üstüvâne* gibi kitaplarda yer alan bazı öncüllerden bahsetmek olduğunu belirtmiştir.

2) Mustafa Sıdkî b. Salih Kethûdâ'nın 1144 H. - 1159 H. (18. yy.) yılları arasında yaptığı istinsahlardan oluşan iki mecmua, geometri alanında çok önemli eserler barındırmaktadır. İlk mecmuada 22 ve ikincide 31 olmak üzere, toplamda 51 makaleden oluşan bu eserde bizim konumuzla ilgili

[32] nr. 83'de

- Sâbit ibn Kurra'nın *Kitâb fî Misâhati Kat'i'l-Mahrût ellezî Yüsemma'l Mükâfî*'si[33]

- Sâbit b. Kurra'nın *Tahriru Kitâbi Kutû'i'l-Üstüvâne ve Basîtuhâ*'si (Cemâluddîn ibn Ebû Cerâde'nin tahriri)[34]

- İbrahim ibn Sinan ibn Sâbit ibn Kurra'nın *Kitâb fî Misâhati'l Kat'i'l- Mükâfi'si*[35]

- Ebû Sehl Kûhî'nin Risale fî İstihrâcî *Misâhati'l Mücessemi'l-Mükâfi*'si[36]

- Ebû Sehl Kûhî'nin *Kitâbu Misâhati'l-Mücessemi'l-Mükâfi*'si[37]

bulunmaktadır (İzgi, 1997: 298-306).

Apollonius'un ve İslâm alimlerinin onun kitabına dayanan şerhleri dışında, Batı'daki gelişmeleri takiben koni kesitlerinin müstakil bir matematik -ve hatta yüksek matematik- konusu olarak Osmanlı topraklarına ilk girişi Narta'lı Başhoca İshak Efendi'nin *Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye*'siyle olmuştur. Başhoca İshak Efendi Osmanlı alimlerinin en parlak ve dolayısıyla da en meşhur olanlarındandır (Mehmet Tahir, 1926: 273). O dönemin Osmanlı alimleri için olmazsa olmaz lisanlar olan Arapça, Farsça gibi Şark dillerinin yanı sıra Yunanca, Fransızca, Latince, İbranice gibi birçok Garp diline,

---

[33] Mustafa Fâzıl Riyâza, nr. 40/13, yap. 165b - 181a (istinsahı 1159 H.)

[34] Mustafa Fâzıl Riyâza, nr. 41/6, yap. 36b - 64b (istinsahı 1153 H.)

[35] Mustafa Fâzıl Riyâza, nr. 40/14, yap. 182b - 186b (istinsahı 1159 H.) ve nr. 41/28, yap. 162b - 164b (istinsahı 1153 H.)

[36] Mustafa Fâzıl Riyâza, nr. 40/15, yap. 187b - 190b (istinsahı 1159 H.)

[37] Mustafa Fâzıl Riyâza, nr. 41/20, yap. 135b - 137a (istinsahı 1153 H.)

eski metinleri de okuyup tercüme edebilecek derecede hakim olduğu bilinmektedir (Tezer, 2012: 5). 1824 - 1828 arası Dîvan-ı Hümâyûn tercümanlığı yapmıştır. Mehmet Esad'ın *Mirat-ı Mühendishâne-yi Berrî-yi Hümâyûn*'da belirttiği gibi "Hıristiyan ahali ve Patrikhane'den de tercüme hususunda İshak Efendi'ye danışılırdı" (Mehmet Esad, 1312 H: 37). Tüm bu dillere vakıf olması onu "İlimlerin dilimize nakline çalışanların reisi" konumuna getirmiştir (Mehmet Tahir, 1926: 274). Onun bu tercüme becerisi matematiksel kabiliyetiyle de birleşince Batı biliminin Osmanlı'ya girişindeki rolü büyük olmuştur.

Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye'nin 2. cildinde koni kesitleri konusunu tamamen Avrupai bir tarzda incelemiş, logaritma, türev ve integral gibi kalkülüsün tüm nimetlerinden faydalanmıştır. Yalnız uğraştığı eğrilerin şekillerine bakarak bile ne kadar karmaşık hesaplara nüfuz ettiğini anlamak mümkündür (Başhoca İshak Efendi, 1257 H.: 88). İshak Efendi iki makale halinde yazdığı koni kesitlerini (*İlm-i Mahrûtiyât yani Hendese-i âlâdan Kutû'-ı Mahrûtiyât*) "Bir düzlemin koniyle kesilmesinden meydana gelen eğriler" olarak tanımlar ve ilk makalesinde bu yolla beş adet koni kesiti elde edileceğinden bahseder. Daha sonra bu beş kesitin yani düzlem üçgen, daire, elips, parabol ve hiperbolün bu yolla nasıl elde edileceğini tarif eder ve konuyu 18 bâba ayırarak inceler[38]. 18 bâbdan oluşan ilk makalede özetle yukarıda bahsedilen koni kesitleri ve özellikleri, onların optik uygulamaları, hiperbolün asimptotları, hiperbolün logaritma hesabı, doğal logaritma gibi konuları incelemiştir.

---

[38] Bahsedilen 1. makale *Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye*'nin (C. 2), 88 ve 195. sayfaları arasındadır.

İkinci makalesi ise çeşitli fasıllara ayrılmış 3 bâbdan oluşur ve sarmaşık eğrisi, sinüs eğrisi, doğal logaritma ve 3. dereceden bazı eğrilerin diferansiyellerini inceler[39]. Seyyid Ali Paşa kitabında çevre ve alan formüllerini verirken π sayısını kullanmayıp kabaca yuvarlanmış çeşitli oranlar verirken, İshak Efendi türevi kendisine eşit olan tek sayı olarak Euler sayısından bahsetmiştir[40]. Aynı makalede bunlar dışında teğet ve asimptot denklemlerinin bulunması, teğet altı, normal altı uzunluklarının hesaplanması, minimum maksimum problemleri, eğrilik yarıçapları ve konveks ve konkavlık durumları da incelenmiştir (Cem Tezer, 2012: 27). Ayrıca İshak Efendi *Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye*'nin fizik bilimlerini inceleyen 3. cildinin, 3. makalesinde koni kesiti eğrilerindeki hareketi ve optik ile ilgili bölümün 3. makalesinde çukur ve tümsek aynalar, yansıma ve kırılma özelliklerini inceleyerek koni kesitleri uygulamalarını da ele almıştır (Dosay Gökdoğan, 2002: 222, 225).

İshak Efendi'de tam manada bir analitik geometri kullanımı olmasa da, gerek x - y eksenlerinin Arap harfleriyle ifade edilmiş muadili eksenleri kullanması olsun, gerekse belirli grafikleri ifade eden denklemlerde x yerine değer verip y'nin, y yerine değer verip x'in değerini hesaplamak olsun analitik geometriyi kullanmış ve bu ilmi iptidai düzeyde de olsa Osmanlılara tanıtan ilk kişi olmuştur (Takıcak, 2017: 296, 298).

Osmanlı Devleti'nde 18. yy başlarından itibaren başlayan, özellikle kendisini yüzyılın sonuna doğru Rus ve Avusturya cephelerinde uğranılan ağır mağlubiyetler

---

[39] Bahsedilen 2. makale *Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye*'nin (C. 2), 196 ve 249. sayfaları arasındadır.

[40] $d(e^x) = e^x.dx.$

sonucunda acı bir şekilde hissettiren, Avrupa tarzında eğitimli ve düzenli bir ordu ve donanma, fenni topçuluk ve askeri teknik sınıflara, teknik eğitime ve dolayısıyla askeri mühendislik bilimine duyulan ihtiyaç bu alanda bazı ilk adımların atılmasını ve nizâm-ı cedid devri dahilinde bu ihtiyacın karşılanması için de bir okul kurulmasını zorunlu kılmıştır (Beydilli, 1995: 23). Konumu gereği Batı ile sürekli diyalog halinde olan Osmanlı Devleti tüm aksaklıklarına ve geleneksel yapısına rağmen Avrupa'daki gelişmeleri yakından takip etmeye çalışmış, Avrupa'da kurulan bu okulları[41] model alarak 1776'da[42] *Mühendishâne-i Bahri Hümayun*, 1795'de onu takiben *Mühendishâne-i Berri Hümayun* açılmıştır. Aslına bakılırsa dengi okulların açılış tarihleri ile kıyaslandığında, Osmanlı'nın bu askeri okul furyasına katılmakta çok geç kalmadığı görülmektedir. Ancak okul açıldıktan sonra tam fonksiyonlu çalışması ve Batı

---

[41] 1669'da İtalya'da, Dük II. Charles Emmanuel tarafından temelleri atılan *Accademia Militare di Modena*, 1 Ocak 1678'de Turin'de, Savoy hanedanından Düşes Maria Giovanna Battista tarafından türünün ilk örneği olarak açılmıştır. Onu takiben *St. Petersburg Askeri Topçuluk Akademisi (*1717), *Woolwich Royal Military Academy* (1741), Paris'de *Ecole Militaire* (1750) (Bu okulun revize edilmiş devamı olarak 1777'de *Comte de Saint Germain Ecole des Cadgets* ve 1876'da *Ecole Superieure de Guerre* açılmıştır) ve Avusturya *Theresianische Militär Akademie* (1751) iyi eğitimli elit subaylar yetiştirmek üzere açılan ilk harbiye mekteplerindendir. Bu okulları takiben daha sonra *Allgemeine Kriegschulle* olarak tanınacak olan *Preussische Kriegsakademie* (1801) ve Amerika'da *West Point Military Academy* (1802) açılmıştır.

[42] Bazı kaynaklarda bu tarih 1773 olarak geçmektedir, ancak Beydilli'nin ikna edici araştırmasını esas alarak biz bu tarihi 1776 kabul ediyoruz.

muadillerini yakalaması çok vakit almıştır. Yine Avrupa'nın çağdaş ilimlerini memlekete sokmak için açılan 1834'de *Erkan-ı Harbiye Mektebi* ve 1838'de *Mekteb-i Tıbbî-i Adlî-i Şahane* sayesinde matematik ve tıbbi bilimler git gide daha modern bir hal almıştır. 1883'de ise Fransa'daki *Ecole National des Ponts et Chaussees* örnek alınarak *Hendese-i Mülkiye* kurulmuştur. Böylece Türkiye'de müspet ilimler orta ve yüksek okullarda okutulmaya başlamış, çeşitli bilimsel ve edebi dergiler çıkarılmış ve hatta üniversite dengi bir okul olan *Dârülfünûn-ı Şâhâne* (1900) açılmıştır (Adıvar, 1970: 197 - 198).

Osmanlılar mühendishâneyi kurarken hangi ülkeyi model almaları gerektiği ile ilgili derin araştırmalar yapmışlardır. Örneğin, 1792 yılında Yaş Antlaşmasını mübadele etmek üzere 1793'de Rusya'ya gönderilen Mustafa Rasih Paşa bir rapor derleyerek, Rusya'nın sosyal ve ekonomik yapısı özellikle de askeri durumu hakkında detaylı bilgiler vermiştir.[43] Aynı şekilde 1791 yılında Ziştovi Antlaşması'nı mübadele etmek üzere Avusturya'ya gönderilen Ebu Bekir Ratıp Efendi, bu ülkenin başta silahlı kuvvetleri ve eğitim kurumları olmak üzere bütün sosyal ve siyasi kurumlarını ayrıntılı olarak ele almış ve ayrıca Rusya ve Fransa'nın durumunu da yansıtan bilgiler içeren hacimli bir rapor derlemiştir. Kemal Beydilli'ye göre, nizâm-ı cedid planlayıcıları teorik eğitim programları açısından Avusturya'nın *Militär Akademie* ve *Akademie Enginieur* akademilerini, uygulamalı eğitim alanında ise Fransa'yı örnek almışlardır. (Beydilli, 1995: 29).

Mouradgea D'Ohsson (Muradcan Tosunyan) Viyana'da Ebu Bekir Ratıp Efendi ile yaptığı reform sohbetleri neticesinde 1792 yılında İstanbul'a geldiğinde Sadrazam Melek Paşa tarafından III. Selim'e "Teknik eğitim konusundaki görgü ve bilgisi tam

[43] Mustafa Rasih Paşa'nın Rusya Sefareti dönüşünde takdim ettiği Layihası.

Avrupa'nın tüm nizam, sanayi vaziyetine hakim Avrupa Devletleri'nin savaş hilelerini tamamen bilen biri" olarak takdim edilmişti. 1794 senesinde verdiği raporda *Mekteb-i Fünun-u Harbiye* kurulmasının mutlaka şart olduğunu vurgulamış ve kurulması gereken okulun nasıl olması gerektiği ile ilgili 18 maddelik bir teklif sunmuştur (Beydilli, 1995: 29 - 32).

D'Ohsson'un tekliflerinin tamamına uyulmasa da kurulacak mühendishânenin ders programı, kütüphanesi ve dil eğitimi ilgili teklifleri (genelde bu türdeki denk okulların tümünde olduğu gibi Avrupa'da uygulanan eğitimin standart müfredatının okutulmasını teklif etmiştir) bir dereceye kadar yerine getirilmiştir. Burada konumuzdan çok da sapmamak için daha fazla detayına girmediğimiz çok sayıda bilir kişi raporuna ve 1793'de bazı Fransız mühendis hocaların işe alınmasına rağmen, mühendishânelerde çağı yakalamış bir müfredat 19. yy'in son çeyreğine kadar söz konusu olmamıştır (Beydilli, 1995: 33).

Mühendishânede bir yandan modern eğitime geçme çabası sürerken diğer yanda Seyyid Ali Paşa örneğinde olduğu gibi medrese sisteminin temsilcisi eski usul eserleri savunan ve çalışan, eski ilimlerden ayrılamayan hocaların istihdam edilmesi eğitimde modernleşmenin hızının kesilmesinin ana sebebi olmuştur. İlk bilim tarihçilerimizden Dr. Adnan Adıvar'ın da bu tip hocaların eserlerini kastederek, güzel Türkçesiyle ifade ettiği gibi "...işte bu eserler gösteriyor ki, bir yandan ordunun yenilenmesi ve ıslahı için matematik ve tabiî ilimler memlekete sokulmak istenirken öte yandan medrese uleması eski ilimlere dair teliflerine ve tercümelerine devam etmekte ve bu surette ilim aleminde bir ikilik meydana gelmeye başlamaktaydı. Halbuki Türk *ulemay-i rüsumu* değil müspet

ilimlerde, doğrudan doğruya kendi alanları olan meselelerde bile çok geri kalmışlardı[44] ... Fakat bu çekingen adımlarla yürümeye başlayan yenileşme hareketleri nihayet 1807'deki isyan hareketlerinde nizâm-ı cedidin lağvına ve 3. Selim'in katline rağmen tamamıyla durmamış ve mühendishâneler kapanmak gibi bir akıbete uğramamıştır" (Adıvar, 1970: 192 - 193). Görüldüğü gibi bu ikilik Osmanlı topraklarında ve onun devamı olan Türkiye Cumhuriyeti'nde ezelden beri vardır. Fakat Türkiye'nin politik önemi ve konumu zamanın dayattığı gerçeklerle de birleşince daima çağı yakalamak durumunda kalmış, eski usule bağlı ulema modernleşmenin ilerlemesini durduramamışlardır. Ancak memleketin gelişmesinin hızını kesmekle sebep oldukları zaman kaybı düşünüldüğünde, memlekete ne kadar zarar verdikleri bir kez daha gözler önüne serilmektedir. Yine müstakil örneğimiz olan *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'da olduğu gibi öğrenciyi yürürlükten kalkmış bir geometrinin peşinden giden son derece hantal eserlerle oyalamakla öğrenciye iyilik etmemişlerdir.

Batı'ya bakacak olursak, örneğin 18. yüzyıl sonlarında Alman Kraliyet Askeri Akademisi'nin ders programı Alman gramerinin yanı sıra yoğun Fransızca, Latince dersleri, Felsefe ve Etik dersi içermekteydi. Bunun yanı sıra tarih derslerine (Doğu - Batı tarihi, Roma tarihi, Alman tarihi isimli dersleri vardır) geniş yer yerilmişti. Matematik alanında ise hesap ve geometri derslerinin yanı sıra trigonometri, logaritma, mekanik ve astronomi dersleri mevcuttu (Friedländer, 1854: 97). Koni kesitlerine mahsus bir ders mevcut değildi. Geometri dersinde temel Euclid geometrisi anlatılıyordu. Tüm bu derslerin yanında yapı sanatı dersi de vardı. Bu derste geometri ve trigonometri

---

[44] Burada doğrudan doğruya kendi alanları olan meselelerden kasıt, Orta Çağ İslâm Uygarlığının bilimidir.

derslerinde öğrenilen bilgiler pratiğe dökülür, istihkâm anlatılırdı (Mosch 1782: 37 - 64). Tahminimizce koni kesitlerinin uygulamaları bu derste anlatılmış olsa gerek. Ancak müfredatta konu başlığı olarak koni kesitlerinin ismi geçmemektedir. Dikkatimizi çeken bir başka ders ise her yarıyıl haftada iki saat müfredata dahil olan *Catechismus* dersidir. Bu bir çeşit din dersiydi.

Görüldüğü gibi 19. yüzyılın sonunda ki mühendishâne müfredatı en azından 100 sene önceki Alman Askeri akademilerin müfredatlarını tam anlamıyla yakalamıştır. Bu 100 yıllık gecikme mühendishânede Seyyid Ali Paşa'nın da sürdürmeye çabaladığı klasik, medrese tarzı eğitim sisteminin sonu olması bakımından çok da geç değildir. Eğitimde yüzünü doğudan batıya dönen Osmanlı Devleti modern bir eğitim sistemine giden yolun önünü açmıştır.

2. BÖLÜM - SEYYİD ALİ PAŞA VE KUTÛ'-I MAHRÛTİYÂT

2. 1. Seyyid Ali Paşa ve Kutû-ı Mahrûtiyât'ın Değerlendirilmesi

Tezimizin ana metni olan *Kutû'-ı Mahrûtiyât'*ın yazarı ve mühendishâne hocalarından Seyyid Ali Paşa'nın (ö. 1846) hayatı hakkında az malumat bulunmaktadır. Mühendishâne-i Berr-i Hümayun'da okumuştur ancak mühendishâneye giriş tarihine dair kayıt yoktur (Mehmet Esad, 1312 H: 61). Hüseyin Rıfkı Tamani'nin 1817'deki vefatı üzerine Mühendishâne-i Berr-i Hümayun'a başhoca tayin edilmiş, burada geometri ve istihkâm dersleri vermiştir. 1830 (Fazlıoğlu, 2014b: 48)[45] yılında, birinci sınıfların baş hocasıyken derslerini klasik İslâm bilim geleneğine bağlı kalarak verdiğinden, Osmanlı mühendishâne ıslahatları çerçevesinde, baş kalfası Tosun Bey ile beraber görevden azledilmiş (Mehmet Esad, 1312 H: 66), yerine daha modern bir çizgi izleyen Başhoca İshak Efendi (1774 - 1836) getirilmiştir. İshak Efendi, 1831-1835 yılları arası başhocalık yapmış, daha sonra kutsal topraklardaki binaların tamiri ve teftişi göreviyle gittiği Medine'den dönerken vefat etmiştir. İshak Efendi'nin yerine 1249 H. - 1251 H. yıllarında vekâlet eden Ebniye-i Hassa müdürü Abdülhalim Efendi'nin de aynı yıl içinde ölmesi üzerine Seyyid Ali Paşa ikinci defa başhoca olmuştur (Beydilli, 1995: 92; Mehmet Esad, 1312 H: 165). Daha sonra mirlivalık (albaylık) rütbesine de yükselmiş ve maaşı beş bin kuruş olmuştur. 28 Kasım 1846 yılında Bahariye'deki yalısında vefat edene kadar

---

[45] Bu tarihler (Mehmet Esad: 1312 H: 66)'da 1254 H., 1265 H.'dir. Fakat kronolojik olarak 1265 H. tarihi diğer tarihlerle uyumlu değildir; (Mehmet Tahir 1926: 294) 'da bu tarih 1246 H. olarak verilmiştir.

başhocalık görevini sürdürerek, Sütlüce mezarlığına defin edilmiştir (Mehmet Esad, 1312 H: 61; İhsanoğlu, 1999: 288).

Kemal Beydilli'nin bildirdiğine göre, Seyyid Ali Paşa Fransızca, İtalyanca ve Yunanca biliyordu. Ayrıca matematik ve geometride çok becerikliydi. İshak Efendi ile beraber çalışarak da bir sene içinde koni kesitleri, cebir, türev ve integral hesapları ile ilgili kitapları Fransızca'dan Türkçe'ye çevirmişlerdi (Beydilli, 1995: 316). Beydilli, Seyyid Ali Paşa'dan "Ali Bey" veya "Başhoca Ali Efendi" isimleriyle bahsetmiş, bu ortak çalışmaların tarihini ise belirtmemiştir. Bu ortak çeviriler iki türlü olmuş olabilir. Konular paylaşılmış ve müstakil çalışmalar yapılmış veya aynı kitap üstünde çalışılmış olabilir. Bu ortak çalışma her nasıl yapılmış olursa olsun bahsedilen koni kesitleri kitabının bizim ana metnimiz olan kitap olduğu açıktır. Fakat incelememiz sonucunda İshak Efendi'nin bu kitaba katkı yapmış olmasının çok da muhtemel olmadığı tespit edilmiştir.

Mehmet Esad'ın *Mirat-ı Mühendishâne-yi Berrî-yi Hümâyûn*'da bildirdiğine göre, çok sözü geçen, nüfuslu biri olan Seyyid Ali Paşa, mühendishânede öğrencilik yıllarında, Fransızca bir dil bilgisi kitabını *Resm el-Acîb/ Sanat-i Kitâbet* adıyla Türkçe'ye çevirmiştir (1797) (Mehmet Esad, 1312 H: 67). Buradan Fransızca'ya hâkim olduğu anlaşılmaktadır. Başlıca eserleri arasında; düzgün çokgenlerle ilgili Fransızca bir eserin Türkçe tercümesi olan *Zû Azlâ Kesîre-i Muntazama*[46] ve Ali Kuşçu'nun *Fethiyye fî İlm el-Hey'et* adlı eserinin Türkçe özet halindeki çevirisi olan *Mir'âtü'l- Âlem* (Evrenin Aynası) (1823 - 1824) bulunmaktadır (Mehmet Tahir 1926: 294.). Bu eser Atatürk Üniversitesi Kütüphanesinin Seyfeddin Özege koleksiyonunda mevcuttur ve 2001 yılında Yavuz Unat tarafından çevrilerek yayınlanmıştır (Unat, 2001). Eserin mukaddimesinde

[46] Yeniler nr. 210.

Aristoteles, Ptolemaios, Pythagoras, Copernicus ve Tyco Brahe tarafından sunulan evren modellerine yer vermiş, ancak kendisi Ptolemaios modelini benimsediğini belirtmiştir. Seyyid Ali Paşa'nın bir 19. yüzyıl mühendishâne hocası olarak bu demode modeli tercih etmesi, İslâm Dünyası bilim geleneğine bağlılığının bir kanıtıdır. İslâm Dünyası'ndan miras gelen astronomi bilgisi Ptolemaios sistemine bağlıdır. Batı'da Copernicus'un 1543'te yayınlanan ve Güneş merkezli sistemi konu alan eseri *De Revolutionibus Orbium Coelestium*'la birlikte büyük tartışmalar başlamış; Kepler 17. yüzyılda elips yörüngeleri tanıtarak Güneş merkezli sistemin matematiksel sıkıntılarının çözülmesine yardımcı olmuştur. Kısacası 19. yüzyıla gelindiğinde Güneş merkezli sistem Batı Dünyası'nda çoktan yürürlüğe girmişti.

Kutû'-ı Mahrûtiyât 1257 / 1841 yılında matbaa-i bab-ı ser askeriyede yayınlanmıştır. Seyyid Ali Paşa'nın yabancı dil bilen bir alim olarak hem koni kesitleri konusuyla hem de astronomiyle uğraştığı göz önüne alındığında, Kepler'in yasalarıyla sağlamlaştırılmış Copernicus sistemini tercih etmemesi içinde bulunduğu çağ ve içinde çalıştığı kurum itibariyle, anlaşılabilecek türden bir şey değildir. Bu eserlerden başka, Seyyid Ali Paşa'nın savaş sanatıyla ilgili *İstihkâmât-ı Cesîme* (İstanbul, 1259 / 1843), *İstihkâmât-ı Hafîfe* (İstinsahı H. 13. yy.) ve *Usûl-i İstihkâmât-ı Kılâ* (Matbaa-i Âmire, 1259 / 1843) isimli eserleri bulunmaktadır (Fazlıoğlu, 2014b: 48; İhsanoğlu, Şeşen, Bekar ve Gündüz, 2004: 79 - 80).

Koni Kesitleri, herhangi bir kaynaktan doğrudan çeviri değil, bir derleme denemesidir. Seyyid Ali Paşa'nın eserin mukaddimesinde belirttiğine göre başlıca kaynağı büyük usta Apollonius'dur. Ancak metin boyunca Apollonius'a doğrudan bir gönderme olmadığı gibi, ilk 8 teoremden sonra Apollonius ve Seyyid Ali Paşa arasında paralelliğe rastlanmamaktadır. Bu ayrılık Seyyid Ali Paşa'nın açıkça aleyhine olmuştur.

Kitap boyunca en çok gönderme *Elementler*'e yani Hüseyin Rıfkı Tamani'nin çevirdiği *Usul-i Hendese*'ye yapılmıştır. Seyyid Ali Paşa'nın Tamani çevirisini kullandığı tarafımızdan incelenerek doğrulanmıştır (Tosun, 2010). Kitabın sonlarına doğru 50. ve 54. teoremlerde ise bir başka kaynak olarak Archimedes'e gönderme yapılmıştır. Bunun dışında herhangi bir Batı kaynağının ismi anılmamıştır fakat bir Batı kaynağından faydalanıldığı iddiası mevcuttur.

Araştırmamızı yaparken Batı - Osmanlı mukayesesini üç kısım altında topladık:

i) Bir önceki bölümde adı geçen yazarların çalışmaları ve 19. yüzyılın geometri bilgisi ışığında *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ı değerlendirdik. Üzülerek belirtmemiz gerekir ki *Kutû'-ı Mahrûtiyât* böylesi bir kıyası etraflıca yapabileceğimiz materyal sağlamak şöyle dursun, son derece üstünkörü ve demode yazılmış bir eser olarak konu ile ilgili üç beş cümleden fazla bir şey söylememize imkân tanımamıştır. Bu manada 19. yüzyılda Osmanlı'nın en güzide öğrenim kurumunda okutulmuş özgün bir koni kesitleri eserini ortaya koyma ümitlerimizi de boşa çıkarmıştır.

ii) Batı'daki Savaş Akademileri'nin koni kesitleri müfredatıyla *Kutû'-ı Mahrûtiyât'*ı kıyasladık. Batı'daki savaş akademilerinde okutulan çağdaşı ve 50 - 100 yıl önce yazılmış ders kitapları ile kıyaslayarak eserin pedagojik mahiyetini ve içeriğini değerlendirdik.

iii) Seyyid Ali Paşa'yı esas kaynağı olan Apollonius'un koni kesitleri ile karşılaştırarak inceledik. Metnin sadeleştirmesinde de dipnotlarla yeri geldiğinde konuyu detaylandırmış bulunuyoruz. Bu bölümün devamında da bu konuya daha detaylı değineceğiz.

Seyyid Ali Paşa'nın kullandığını iddia ettiği Batı kaynağını tespit edebilmek için Alman, Fransız, İngiliz ve Avusturya Savaş akademilerinin müfredatları ve kütüphane katalogları incelenmiştir. İncelediğimiz dokümanlar arasında Berlin (kataloglar 1851, 1868), Freiburg'da bulunan ve bizdeki mühendishânelere karşılık gelen *Savaş Akademileri* (Kriegschule-Kriegsacademie) arşivleri ve Berlin Geheimes Staats-Archiv bulunmaktadır. Ayrıca Potsdam'da bulunan "Zentrum für Militärgeschichte und Sozialwissenschaften der Bundeswehr"in katalogları da taranmıştır. Ancak 2. Dünya Savaşı esnasında Alman / Prusya askeri arşivlerinin yarısından çoğu yok olduğundan -ki 1945 yılında Prusya ordusunun arşivi neredeyse tamamen yok olmuştur- araştırmamızı kalan az sayıdaki eserden faydalanarak tamamlamak durumunda kaldık. Kütüphane kataloglarından belirlediğimiz kitapların bazılarına ise "iyi durumda olmadığı" gerekçesiyle göz atamadık[47] . Bunlar dışında Avusturya'nın askeri eğitim sistemi ve

[47] Elimize geçen en kapsamlı katalog 1851 Berlin basımı olan, "Katalog der Bibliotek und Kartensamlung der Königlichen Allgemeinen Kriegschule" (Kraliyet Genel Savaş Akademisi Kütüphane ve Harita Arşivi Kataloğu) oldu. Bu katalogda bulunan, tezimizin konusuyla ilgili eserler *Analytische Geometrie worin nebst den ersten Gründen den Algebra, ihre Anwendung auf die Elementar-Geometrie und die Kegelschnitte enthalten,* (Schenmark 1779) ve *Beschreibung eines Ellipsograph, womit man wahre Ellipsen ohne Berechnung der Brennpunkte sehr leicht beschreiben kann*, (Parrot, 1794) kitapları oldu. Bu 2. kitap çok ilginç bir kitaptır. Kitap *Elipsograf* adlı aletle ilgilidir ve tamimiyle koni kesitlerinin uygulamalarına yöneliktir. Nitekim kitabın isminden de anlaşılacağı üzere elipsograf, hesaplama yapmadan kolaylıkla odağın bulunmasına olanak veren bir alettir. Kitapta köprü inşasından hendek kazısına kadar birçok farklı uygulamalara yer

müfredatı incelenmiş (Poten, 1893) ve Fransa'nın meşhur Ecole Polytechnique'inin kütüphane katalogları taranmıştır (Paris-1881).

Bu okulların hepsinde geometri ve koni kesitleri dersi mevcuttur ancak ne yazık ki incelenen katalogların veya müfredat bilgisi veren kitapların hiçbirinde Paşa'nın kaynağı olabilecek mahiyette bir eserle karşılaşılmamıştır. Bu kataloglar bize Batı savaş akademilerindeki öğrencilerin ellerinin altındaki kitaplar ile ilgili bilgi vermiştir. Bu da bizim genel değerlendirmemizi yapmamızda faydalı olmuştur. Kanımızca Seyyid Ali Paşa'nın en muhtemel Batı kaynağı -asla kesin olmamakla birlikte- Paşa'nın eserine yakın anlatım tarzından ötürü, İngiliz kraliyet askeri okulu hocası olan Charles Hutton'ın, Woolwich'deki Royal Military Academy için ders kitabı olarak hazırladığı *Elements of Conic Sections* eseri olabilir. Kitap Londra'da J. Davis tarafından 1787 yılında basılmıştır. Royal Military Academy of Woolwich 1741'den 1939'a kadar aktif kalmış elit, mühendis subaylar yetiştirmeyi hedef almış bir kurumdur. Kitap 221 sayfadan meydana gelmektedir. İlk 100 sayfası teorik bilgilerden meydana gelir ancak kitabın geri kalanı tamamen koni kesitlerinin askeri uygulamalarına ayrılmıştır. Teorik kısmın anlatımında analitik geometriden faydalanılmamıştır. Ayrıca kitapta Seyyid Ali Paşa'nın sayfa kenarlarındaki ek notlarına (lamihalarına) karşılık olabilecek ek notlar mevcuttur. Ancak bu fikrimizin doğruluğunu ispatlayabilecek herhangi bir kanıtımız bulunmamaktadır. Tespitimiz tamamen kitap içeriklerinin karşılaştırılmasına ve Seyyid Ali Paşa'nın mukaddimesindeki Batı kaynağından faydalandığı yönünde iddiasına

---

verilmiştir. Ayrıca ismi geçen katalogda Apollonius, Archimedes ve Descartes'in konuyla ilgili kitaplarına da rastlamak mümkündür.

dayanmaktadır. Kanımızca Paşa muhtemelen birkaç Batı kitabı görmüş olabilir, ancak eserinde bu kitapların hiçbirinden faydalanmamıştır. Mühendisler ve askeri okul öğrencileri için yazılmış Batı kitaplarının hepsinde kısaca konu anlatıldıktan sonra uygulama problemlerine yer verilmiştir. Paşa'nın kitabında bir tek örnek problem bile çözülmemiştir.

Seyyid Ali Paşa'nın başlıca kaynağı kendisinin de ifade ettiği gibi Apollonius'un *Konika*'sıdır. İlk bölümde belirttiğimiz gibi *Konika*'nın I. cildinde üç temel koni kesitinin oluşturulması ve genel özellikleri anlatılmıştır. Seyyid Ali Paşa kitabına bu tanımlarını aynen vererek başlamış ve ilk 10 teoreminde *Konika*'nın I. kitabını takip etmiştir.[48]

Apollonius'un I. [46][49] teoremine kadar *Konika* ve *Kutû'-ı Mahrûtiyât* arasında birebir eşleşme takip edilebilmektedir. Daha sonra bu örtüşme muğlaklaşmaktadır. Apollonius, I. kitabın sonundaki teoremlerde parabol, hiperbol ve elipsin çaplarını incelemekte ve parabolde eksene paralel olarak çizilen tüm doğruların çap olduğunu; hiperbol ve elipste ise merkezden geçen tüm doğruların çap olduğunu ispat etmektedir (Heath, 1896: 41). Apollonius'u takiben Seyyid Ali Paşa da 11 - 14. teoremlerinde çapları incelemiştir. 12. teorem hiperbol ve elipsin eşlenik çaplarıyla ilgilidir. Apollonius bu konuya I. [60]'da ve biraz daha kapsamlı haline (eşlenik hiperbolleri de dahil ederek) II.

---

[48] Sadeleştirilmiş metin bölümümüzdeki dipnotlarda tam eşleştirme verilmiştir.

[49] Seyyid Ali Paşa'nın teoremlerini Apollonius'un teoremleriyle karıştırmamak için, Apollonius'un teoremlerini Roma rakamları ve köşeli parantezlerle ifade ettik. Roma rakamı kitabı, köşeli parantez teoremi temsil etmektedir. Örn.: I. [46] 1. kitap, 46. teorem demektir. Seyyid Ali Paşa'nın teoremlerini ise yalnız rakamlarla gösterdik.

[20]'de değinmiştir. Bu teoremlerde yalnız hiperbolden bahsetmiş, elipsin eşlenik çaplarını ise I. [15]'de incelemiştir. Seyyid Ali Paşa'nın 12. teoremindeki 2. sonuç bu tanımla bire bir örtüşmektedir.

I. kitabın son teoremleri özellikle de "verilen bilgiye göre koni inşası" problemleri, *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'da yoktur. Apollonius I. [52] - [53]'de belli bir *parametre (latus rectum)* ve *çapa* göre koni inşası problemlerini tanıtmıştır. Buradaki parametre terimi analitik geometride kullandığımız odak ve tepe noktası (= odak ve doğrultman) arası uzaklıktan ziyade "belli bir büyüklük" manasındadır (analitik geometride parametre p ile gösterilir ve parabolde latus rectumun yani odaktan geçen kirişin ¼'ü kadardır). *Kutû'-ı Mahrûtiyât* boyunca latus rectum Apollonius'un kullandığı manada "dik kenar" anlamında "dıl'-ı kaim" terimi ile kullanılmıştır. Teorem 19'da odak, doğrultman kavramlarını verirken terimin kendisini kullanmaksızın, modern anlamda parametreden yani odak ve doğrultman arası uzaklıktan bahsetmiştir. 37. teoreme ait 103. şekilde ve ait olduğu yeri tespit edemediğimiz XI. şekilde "bir birim uzunluk" bulunmaktadır. Ancak bu uzunluklar teoremde Apollonius'un kullandığı manada bir parametre'yi değil, iki doğrunun birbirine olan uzaklığını tarif etmek için verilmiş görsel birer örnektir.

Konika'nın II. cildi asimptotlar, eksenler ve çaplarla ilgilidir. Seyyid Ali Paşa asimptotlara İslâm bilginlerinden devraldığı terminolojiye sadık kalarak *mücânib* demiştir. Ancak kitabın 37. teoremine kadar *mücânib* dediği bu doğrulara, 37. teoremden sonra *hatteyn gayr-i vak'aini* demeye karar vermiştir. Bu kelimenin anlamı *eğrinin içinde eğriye değmeyen çizgiler*dir. Metinden ve hesaplardan anlaşıldığı kadarıyla hatteyn gayr-i vak'ainler asimptotlardan başka bir şey olamazlar. Bu da yazarın terminolojisine sadık

kalmamış olduğunun ve bu konuda tutarlı olmayıp kararsızlıklar yaşadığının en bariz örneğidir. Bu ve bunun gibi birkaç örnek, bu eserin ikinci bir gizli yazar tarafından tamamlanmış olabileceği şüphesini uyandırmaktadır. Bu savımızın bir diğer destekleyicisi, kitabın sonunda kullanılmış matematiksel semboller ve üslü ifadelerdir. Bu gizli yazar, Kemal Beydilli'nin bildirdiği gibi İshak Efendi olabilir (Beydilli, 1995: 316). Ancak bundan tam olarak emin olmamızı sağlayacak herhangi bir bilgi eserin içinde mevcut değildir. Fakat eser boyunca kullanılan retorik ifadelerin yerini eserin sonunda aniden matematiksel semboller almıştır. Örneğin, kitap boyunca

AB^2 için; "AB murabba", A^2 için "A murabba",

(A + B) için; "mecmu" veya "cemi",

(A x B) için; "AB müstatili" kullanılmış, kitabın sonlarında ise işlemler "+", "-" , "x" sembolleriyle yapılmıştır (Örn; Bknz. Sadeleştirilmiş metin, *Ek not 116*).

Aşağıda göreceğimiz gibi hiperbolün logaritmasından da bahsedilmiştir ki bu ikinci gizli yazarın İshak Hoca olabileceği ihtimalini kuvvetlendirmektedir. Çünkü Seyyid Ali Paşa kitabın başından itibaren sentetik geometri kullanmış ve kitabını retorik usulde yazmıştır. Klasik sentetik geometride logaritma kullanılmaz. Logaritma daha modern bir araçtır. İshak Efendi ise *Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye*'nin 2. cildinde koni kesitlerini incelerken logaritma kullanmıştır. Bu sebepten eğer Beydilli'nin bahsettiği gibi bir ortak çalışma sonucu İshak Hoca kitaba en azından dokunmuş, bir iki ek yapmış olabilir. Öte yandan kitapta öyle dikkatsizlikler, öyle vahim hatalar vardır ki kitabın basılmadan önce 2. bir yazar tarafından, hele ki İshak Efendi gibi kabiliyetli bir hoca tarafından, kontrol edilmiş olma ihtimali son derece zayıftır.

Seyyid Ali Paşa 15 - 18. teoremlerde teğetler ve koniyi kesen doğrular arası ilişkilerle ilgilenmiş, 19. teoreminde ise yine İslâm terminolojisine sadık kalarak *mürebbi doğrusu* dediği, parabolün doğrultmanını ve *nokta-yı ihtirak* olarak adlandırdığı odak noktasını tanıtmıştır. Apollonius *Konika*'da parabolün doğrultmanından veya odağından bahsetmemiştir (Coolidge, 1968: 13). Zeuthen'ın bildirdiğine göre, Euclid odak – doğrultman - dış merkezlilik (e) teoremine aşinaydı (Zeuthen, 1966: 10). Apollonius'un da Euclid'in çalışmalarına aşina olduğunu göz önüne alırsak, bu konuya değinmemiş olması son derece şaşırtıcıdır. Seyyid Ali Paşa ise bu noktayı atlamamış, Pappus'un odak – doğrultman - dışmerkezlilik teoreminden ve parametreden bahsetmiştir. 19. teoremde tanıtılan bir diğer nokta da *muhaddes noktası*dır. *Muhaddes noktası,* bir parabolde ana eksenle doğrultmanın kesiştiği varsayılan noktadır. Bu teoremin sonuçlarında parabolik aynanın yansıma özelliklerine değinilmiştir.

20 - 23. teoremler elips ve hiperbolün odaklarıyla, yansıma ve kırılma özellikleriyle ilgilidir. 20. teoremde P noktasından geçen teğetin F_1 ve F_2 odaklı hiperbolde, PF_1 ve PF_2 doğruları arasındaki açıyı iki eşit parçaya böleceği anlatılmıştır.

24 - 25 hiperbol ve elipsin çapları, odakları ve teğetleri arası ilişkilerden bahsedilmektedir. 25. teoremde yazar, hiperbol ve elips için *kutr-u mücânib* terimini kullanmıştır. Bu terim metnin genelinde büyük çap manasında kullanılmaktadır. Ancak bu teoremde merkezden geçen ve eğri ile merkez arasında kalan tüm doğruları, yani tüm yarıçapları kastetmiştir. Bu noktada yine terminolojide tutarsızlık gözlemlemekteyiz. Yazar büyük çap için *kutr-u evvel* (1. çap) ve *kutr-u mücânib* terimlerini kullanmaktadır. Yazarın hangi terimi nerede neden tercih ettiği açık değildir. Yazar, çap manasına gelen *kutr* kelimesini yer yer yarıçap (nısf-ı kutr) manasında da kullanmış, *nısf* (yarım) kelimesini eklemeyi ihmal etmiştir. Bu da zaten karışık olan terminolojinin daha da

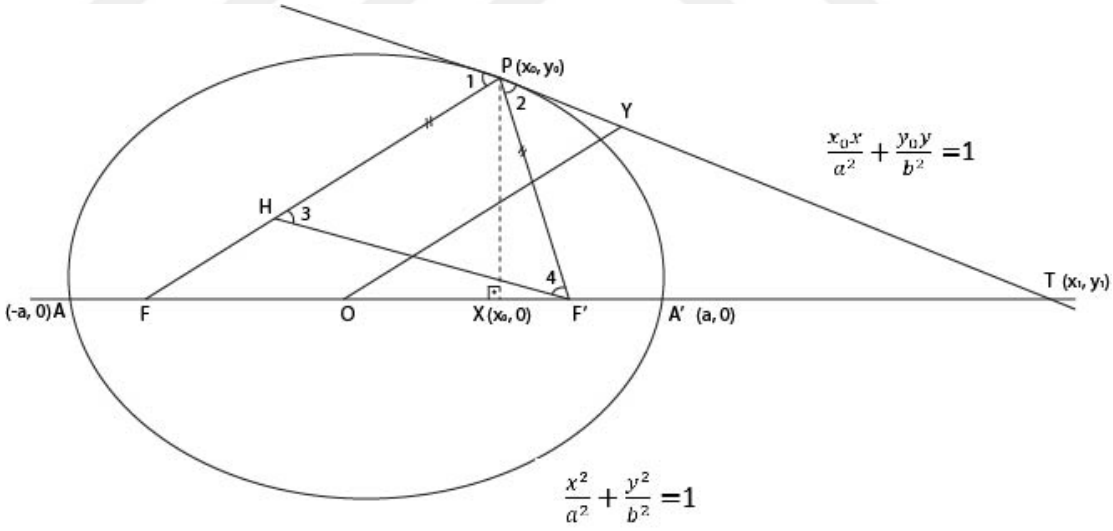
anlaşılmaz hale gelmesine yol açmıştır. Bu terimlerin yanı sıra tam tanımlarını metinden veya mevcut sözlüklerden bulamadığımız *kutr-u naib, kutr-u mahreç* terimlerini de zaman zaman -çoğunlukla da çap veya çapa paralel olan bir doğru manasında- kullanmıştır. Bu terimleri ne amaçla birbirinden ayırdığı metinden kesinlikle anlaşılmamaktadır. Yazar sistematik tanımlar kullanmamıştır. Metni karşılaştırabileceğimiz alternatif bir kaynak da olmadığı için bu terimlerin bazılarının tam karşılığını tahmin etmemiz mümkün olmamıştır.

Dolayısıyla biz de yazarı takiben metnin sadeleştirilmesinde serbest davranmak durumunda kaldık. Metinde yerine göre inisiyatif kullanarak bu terimleri yalnız "çap" kelimesiyle sadeleştirdik. Bu, zaten karışık olan retorik anlatımın biraz daha anlaşılır olmasını sağlamak amacıyla yaptığımız bir eylem oldu. Yazarın bu kelimeleri özellikle seçtiğini sezdiğimiz bazı durumlarda ise bu kelimeleri ham haliyle sunduk. Terminolojide kullandığımız karşılıkları dizin bölümünde eksiksiz sunmaya gayret ettik.

26. teoremin ifadesi oldukça bozuktur ve büyük çap ile odakların birinden geçen doğru arasında bir orta orantı (vasat-ı mütenasip) olduğunu iddia etmektedir. Aslında burada tekrar Apollonius'la paralellik yakalandığı sezilmektedir. Teoremler arası birebir tekabüliyet olmasa da konu takibi açısından bir paralellik bulunmaktadır. Apollonius da II. kitabında asimptotlar, eksenler ve eşlenik çaplara değinmiştir. Yine 26. teoremde Seyyid Ali Paşa *vasat-ı mütenasip adedî* ve *vasat-ı mütenasip hendesî* olmak üzere iki farklı terim kullanmıştır. *Vasat-ı mütenasip* Osmanlıca'da geometrik ortalama yani orta orantı demektir. Matematiksel olarak ifade etmemiz gerekirse, $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ gibi n adet sayının geometrik ortalaması $\sqrt[n]{a_1 . a_2 . a_3 \ldots a_n}$ olur. *Vasat-ı hendesî* de aynı işlemi tarif eden geometrik ortalama manasına gelmektedir. Bu durumda yazarın *vasat-ı mütenasip hendesi*den kastı geometrik ortalama olsa gerek. Yazar yine burada tutarlı bir

terminoloji izlemeyerek muğlaklık yaratmıştır. Vasat-ı adedî ise aritmetik ortalama demektir (Tuncer, 1995: 333). Yani $\frac{1}{n}.\sum_{i=1}^{n} x_i$ ile tarif edilen ortalamadır. Elbette her iki formülde de n pozitif bir tam sayıdır. Yazar kanımızca *vasat-ı mütenasip adedî* tabiri ile de *vasat-ı mütenasibi* yani aritmetik ortalamayı kastetmiştir. Yine bu orantıyı kastederek ek not 95'te ise *tenasüb-ü adediye* tabirini kullanmıştır.

27 - 29. teoremler odak özellikleri ile ilgilidir. 27. teoremde anlatım son derece bozuktur ve ilgili şekil kötü çizilmiştir. Teoremde şu anlatılmaktadır: Odak noktaları ile eğri üzerinde alınan herhangi bir P noktası arasında birleştirilen doğrular (PF ve PF') hiperbolde toplamının (PF + PF') ve elipste farkının (PF - PF'), merkez ile söz konusu noktadan çizilen ordinat doğrusunun çaptan kestiği nokta arasında bulunan uzaklığına (P noktasının x koordinatı yani $|x_0|$ kastediliyor) oranı, odak noktaları aralarında bulunan uzaklığın (FF') büyük çapın yarısına (a) oranı gibi olur.



Yani elipste

$$\frac{|PF - PF'|}{|X_0|} = \frac{|FF'|}{a}$$

ve hiperbolde

$$\frac{|PF + PF'|}{|X_0|} = \frac{|FF'|}{a}$$

olur.

Elips için ispat:

$$\frac{|PF - PF'|}{|FF'|} = \frac{|FH|}{|FF'|}$$

FH' // PT ve 1 = 2 = 3 = 4 (10. Teorem yansıma ilkesi) açıları eşit olduğundan ΔPHF' ikizkenardır. ΔFHF' ve ΔOYT benzerliğinden ve OY = OA' = a olduğundan (21. Teorem) ve aynı zamanda $x_1 = \frac{a^2}{x_0}$ olduğundan (9. Teorem 11. Sonuç, teğet denkleminde y = 0 koyarak görülebilir. $\frac{x_0.x}{a^2} + \frac{y_0.y}{b^2} = 1$ denkleminde y = 0 ve x = x_1 koyarsak, $\frac{x_0.x_1}{a^2} = 1$ olur.)

$$= \frac{|OY|}{|OT|} = \frac{|OA\prime|}{|OT|} = \frac{a}{|x_1|} = \frac{a}{a^2/x_0} = \frac{|x_0|}{a}$$

$\therefore \frac{|PF-PF\prime|}{|FF\prime|} = \frac{|x_0|}{a}$ ve işlemi düzenleyince de $\frac{|PF-PF\prime|}{|X_0|} = \frac{|FF\prime|}{a}$ olur.

Benzer şekilde hiperbolde $\frac{|PF + PF\prime|}{|X_0|} = \frac{|FF\prime|}{a}$ olduğu da ispatlanabilir.

Apollonius da III. kitabında merkezi konilerin odak özelliklerini vermiştir (III [45] - [52]). *Konika*'da odak[50] kelimesine karşılık olabilecek herhangi bir kelime

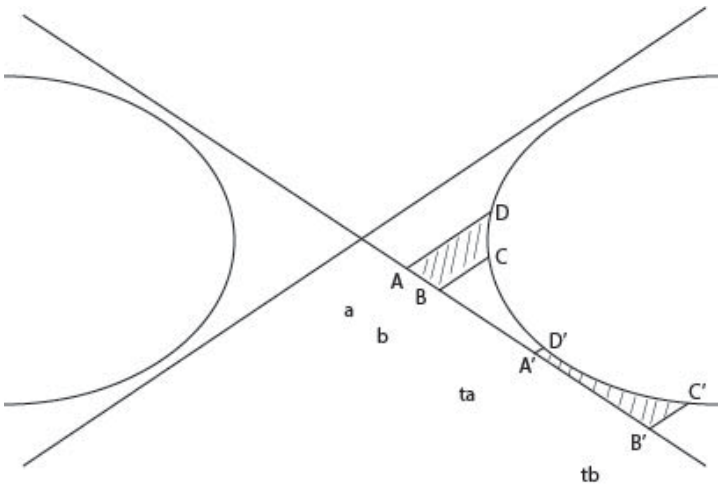
[50] Latincesi *focus,* çoğulu *foci.*

geçmemektedir. Ancak elipste büyük çap üzerinde bulunan ve tepe noktalarının arasında kalan; hiperbolde ise eksen uzantısının üstünde ve hiperbol kollarının içinde bulunan bu özel noktalardan ve özelliklerinden bahsetmiştir.

30. teorem teğet ve merkez bağıntısı ile ilgilidir. 31 - 35. teoremler teğetlerle ilgilidir. 31. teoremde normal altı tanımı verilmiş ve kullanılmıştır. Bu tanım ve terim günümüzdeki ilgili kavramla uyuşmaktadır, teoremde bahsedilen eksenlerden bir tanesi analitik geometrideki x eksenine karşılık gelmektedir. Yani koni kesitlerinin eksenleri koordinat doğruları olarak kullanılmaktadır. Bu, *Konika*'ya dayanan bir gelenektir. Yukarıdan da anlaşılacağı üzere geometrik ifadelerin cebir yoluyla hesaplanması da sentetik koni kesitleri hesaplamalarında mevcuttur. Dolayısıyla analitik geometri bu alanda bir çığır açmaktan ziyade aynı fikrin geliştirilmesine ve farklı yolla ve daha pratik ifade edilmesine imkân tanımıştır. Ayrıca sentetik geometride de sözel ifadelerle cebir kullanılması Apollonius'a dayanan bir gerçektir.

36. teorem odak ve teğet arası geometrik ilişkilerin incelemesinin devamı niteliğindedir. 37 - 42. teoremler asimptotlarla ve eşlenik hiperbollerle ilgiliyken, 43 - 45. eşlenik çap teoremleridir (Heath, 1896: 56).

46. teorem yine ifadesi karışık teoremlerden biridir. Günümüz terimleriyle anlatmak istersek asimptotlar koordinat eksenleri gibi düşünüldüğünde hiperbolün altında kalan alanların eşitliğinden bahsedilmektedir.



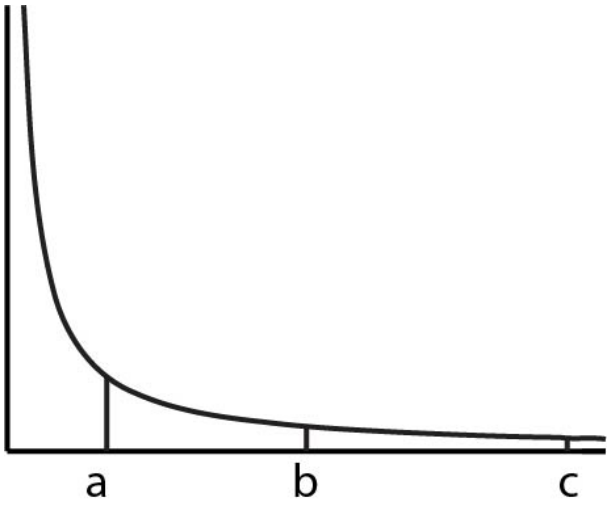
Buna göre; z > 0 için A(ABCD) = A(A'B'C'D') olduğunu gösterelim:

A(ABCD) = $\int_a^b \frac{1}{z}\, dz$

A (A'B'C'D') = $\int_{ta}^{tb} \frac{1}{z}\, dz$, t > 0.

$\frac{a}{b} = \frac{ta}{tb}$ olduğu için bu aralıklardaki integraller yani eğri altında kalan alanlar birbirlerine eşit olacaktır.

46. Teoremin 3. sonucunda yine ifade çok karışıktır. Ancak anlatılmak istenen özetle şudur:



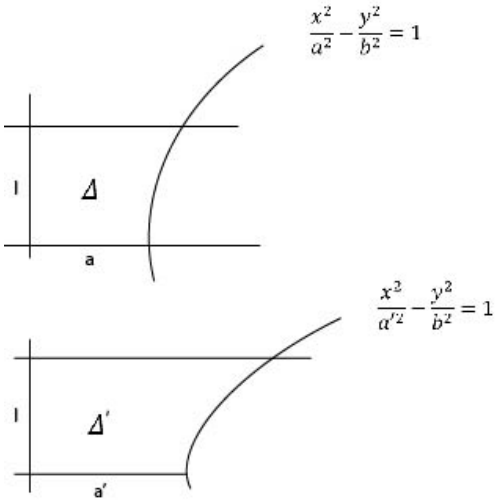
$\frac{c}{b} = \frac{b}{a} = \gamma$ olduğunda, b = γa, c = γb = γ^2a olur. Buna göre;

$$\int_a^b \frac{1}{x}\,dx = \int_a^{\gamma a} \frac{1}{x}\,dx = \ln \gamma a - \ln a = \ln \gamma + \ln a - \ln a = \ln \gamma$$

$$\int_a^c \frac{1}{x}\,dx = \ln \gamma^2 a - \ln a = \ln \gamma^2 = 2.\ln \gamma$$ vb. olur.

Apollonius'un II. [4]'te asimptotları ve üzerindeki bir noktası bilinen hiperbolü çizmeyi anlattığını hatırlatmak isteriz.

Teorem 47 ve 48 ikizkenar hiperbol ve parabol kesişiminden meydana gelen alanları incelemektedir. Teorem 47 tamamen yanlıştır. Hiperbolle sınırlanmış bir alanın parabolle sınırlanmış bir alana eşit olduğunu söylemektedir. Hiperbolle sınırlanmış bölgeler logaritmik olup, rasyonel fonksiyonla hesaplanabilen parabol dilimlerine asla eşit olamazlar. Teorem 48 ise oldukça basit bir teorem olmasına rağmen her zamanki gibi yazarın ispatı çok uzun, anlaşılması zor ve hatalarla doludur. Anlatılmak istenen ise kısaca şudur:



Bu teoremde bir yarıçapları ortak iki hiperbolün örneğin;

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \;\&\; \frac{x^2}{(a\prime)^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ve koordinat eksenleri yatay bir mesela p, y = 1 doğrusunun oluşturduğu şekillerin alanlarının oranları ele alınıyor. Hatta bunun için hiperbollerden biri -tamamen gereksiz olarak- ikizkenar seçiliyor. Bu durumda bulunan şudur:

$\Delta = \int_0^l \frac{a}{b}\sqrt{b^2 + y^2}dy$

$\Delta' = \int_0^l \frac{a'}{b}\sqrt{b^2 + y^2}dy$

ve böylece

$$\frac{\Delta}{\Delta'} = \frac{a}{a'}$$

olur.

Apollonius koni kesitlerinin alanlarını ve kesişen konilerin alanlarını IV. kitabında detaylı bir şekilde incelemiştir (Heath, 1896: 127 - 138).

49. teorem Archimedes'in bir parabolün alanının onun dışına çizilen dörtgenin alanın 2/3'üne eşit olduğunu söyleyen meşhur alan teoremidir. Bu konuyla ilgili detaylı açıklama ve modern matematikle ispatı metnin sadeleştirmesinde 232. dipnotta verilmiştir. 50. teoremin ifadesi anlaşılmayacak derecede karmaşıktır. Söylenmek istenen kısaca, daire çevrelerinin uçlarından tabana paralel çizilen tüm doğruların uzunluklarının, bu eş merkezli dairelerin çevrelerine eşit olduğudur. Bu teoremin sonucunda dairenin çevre ve alan formüllerine yer verilmiş, dolayısıyla π sayısı kullanılmak zorunda kalınmıştır. Ancak π sayısı anılmamış, yerine çeşitli oranlarla değeri verilmiş ve yaklaşık 3,14 farz edilmiş, geri kalan küsurat ihmal edilmiştir. Bu oranlardan bazıları ise tamamen yanlış verilmiştir (Bknz. dipnot 234). Burada Archimedes'e gönderme yapılmıştır.

51. teoremde elips ve eksenlerinin üzerine çizilen dairelerin alanları ve bu oranların ilişkisi anlatılmıştır. 52, 53 ve 54 koni benzeri (şibh-i mahrut) cisimlerin de

içinde bulunduğu katı cisimlerle ilgilidir. 52. teoremin 6. sonucunda yine vahim bir işlem hatası yapılmış. Bu hata 238. dipnotta tarafımızdan düzeltilmiştir. Bundan sonra kitap tamamlanmış ve metin içinde bahsedilen dipnot ve teoremlerin şekilleri verilmiştir. Ek notların (lamihalar) şekilleri rakamlarla verilirken, teoremlere (davalara) ait şekiller ebcet ile numaralandırılmıştır.

Apollonius'a dönecek olursak: V. ciltte önceki kitaplarda temeli atılmış maksimum minimum problemleri, belirli bir noktadan koniye çizilebilecek en uzun ve en kısa doğruları ve normalleri ele alınmış, evolütler[51], eğrilik merkezleri konularının temelleri atılmıştır. VI. cilt eşit ve benzer konikler ve onlara ilişkin bazı problemleri ihtiva etmektedir. Elimizde mevcut son cilt olan VII. cilt ise eşlenik çapların uzunluklarıyla ilgili belirli fonksiyonların değerleri üzerinedir (Heath, 1896: 221).

Elbette Seyyid Ali Paşa'nın tarihin en karmaşık kitaplarından biri olan 7 ciltlik *Konika*'nın tamamını 106 sayfada özetlemesini beklemek haksızlık olurdu. Unutmamak gerekir ki çoğu Batı diline bir yüzyıldan önce çevrilmiş *Konika*'nın Türkçe tercümesi hala yoktur. Dolayısıyla elimizde Türkçe olarak yazılmış - eski yazıyla da olsa, eksik de olsa – *Konika*'nın çevirisine en yakın kaynak *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'tır. Ancak belirtmeliyiz ki bu kitap olabildiğince özetlenmeye çalışılmış ve tam da konuyu aktaramamış bir *Konika* versiyonu olmasının yanı sıra, mühendishâne için yazılmış bir ders kitabı olmak sıfatı taşımaktadır. Dolayısıyla pedogojik yönden değerlendirilmesi daha önemlidir. Eser asla matematiği yeni öğrenen öğrenciler için uygun değildir ve aynı dönemde Batıda okutulmuş eserlerin çok gerisindedir. Terminoloji tutarsızdır ve konuyu pekiştirmek için

[51] Bir eğrinin ya da yüzeyin eğrilik merkezine eşit uzunlukta bulunan noktalar kümesi.

gerekli problemlerden yoksundur. Şekiller de konunun anlaşılmasında çok faydalı değildir. Çünkü birkaçı dışında metindeki yerleri muallaktır. Tamamı metnin sonuna istiflenmiştir.

2. 2. Seyyid Ali Paşa'dan sonra Osmanlı'da Koni Kesitleri Çalışmaları (19. yy.)

Seyyid Ali Paşa'dan sonra 19. yy. boyunca *Hendese-i Halliye* kitaplarında koni kesitleri konusu işlenmiştir ancak bu incelemelerin çoğunda çağın gereği olarak analitik geometri kullanılmıştır. Biz bu analitik geometri kitaplarını konumuzun çerçevesinden çıkmamak için ve daha önce bu kitaplar incelendiği için tezimize dâhil etmedik. Bunun yerine müstakil olarak koni kesitlerine ayrılmış eserleri inceleyerek. Osmanlı Devleti'nde 19. yy. sonuna kadar bu konuda kat edilen aşamayı gözler önüne sermeye çalıştık.

Bu müstakil koni kesitleri kitaplarından ilki Mahmut Mesud Paşa'nın (ö. 1308 / 1892), henüz miralayken Bourdon[52] (1779 - 1854) ve Sirot'dan[53] tercüme ettiğini belirttiği *Risale fi tatbik ve Kutû'-ı Mahrûtiyât* isimli eseridir. Bursalı Mehmet Tahir Bey'in bildirdiğine göre, Mesud Paşa matematiksel bilimlerin ustalarından biri olup, Amasya civarında Köprü kazası nahiyelerinden Zeytun'ludur. Harbiye Mektebi'nden erkân-ı harp olarak mezun olmuş ve müşirlik rütbesine gelmiştir. Bâb-ı Seraskeri de istihkâm ve inşaat ile muhakemat daire başkanlıklarında önemli hizmetlerde bulunmuştur. *Usûl-i İstihkâmat-ı Hafife* isimli basılmamış bir eseri daha vardır (Mehmet

---

[52] Tahminimizce faydalanılan eser yazarın *Application de L'algèbre à La Géométrie* eseridir (Bourdon, 1825).

[53] Bu şahsın kimliğini belirleyemedik.

Tahir, 1926: 283). Mesud Paşa, yine Bursalı Mehmet Tahir Bey'in bildirdiği çalışmalarından bazılarını Avrupa'ya göndermiş ve takdir kazanmıştır. Paşa'nın hangi konuda ve nereye yazdığı Osmanlı bilim tarihi açısından merak uyandıran ve detaylı incelenmesi gereken bir konudur. Ayrıca Dolmabahçe Sarayı'nın kapıları da Mahmut Mesud Paşa nezaretinde yapılmıştır. 1892 yılında vefat ederek Fatih camisi avlusuna defin edilmiştir (Mehmet Tahir, 1926: 283).

Risale fi tatbik ve Kutû'-ı Mahrûtiyât 1278 / 1861'de Mektebi Fünûn-u Harbiye-i Şahane matbaasında basılmış, 312 sayfalık bir eserdir. Kitap 6 makaleden oluşmaktadır. Kitabın içindekiler bölümü yoktur. Ancak tarafımızca kabaca hazırlanan içindekiler listesi şöyledir.

1. Makale (s. 4 - 40): Mahdude tariki üzere cebrin hendeseye tatbikiyle cebrin halli hendesiyi şamildir.

1. Bâb: Tariki mezkure üzere düsturât cebrin hutut-u hendeseye tatbiki beyanındadır. (16 Dava içerir.)

2. Bâb: Cebrin halli hendesî beyanındadır. (4 Dava içerir. Analitik geometriye giriş mahiyetindedir)

2. Makale (s. 41 - 106): Seyyâle tariki üzere cebrin hendeseye tatbiki beyanındadır. (21 Dava içerir. Etraflıca analitik geometri anlatılır. Dik ve eğimli koordinat sistemleri kullanılmıştır. Konuyla ilgili şekiller ve örnekler yerli yerinde verilmiştir)

3. Makale (s. 107 - 149): Kutû'-ı mahrûtiyâtdan kat'-ı mükafiye dair düsturâtı şâmildir. (15 Dava içerir. Parabolün genel denklemi $y^2 = 4mx$ olarak verilmiş[54], teğetler, teğet altı, eksen, odak noktası anlatılmıştır)

4. Makale (s. 150 - 206): Kutû'-ı mahrûtiyâtdan kat'-ı nakısa müteâllik düsturât-ı şâmildir. (22 Dava içerir. Parabolde olduğu gibi elips de detaylıca incelenmiştir)

5. Makale (s. 207 - 236): Kutû'-ı mahrûtiyâtdan kat'-ı zâide müteâllik düsturâtı şâmildir (14 Dava içerir. Hiperbolün genel denklemi verilerek etraflıca incelenmiştir)

Kutû'-ı mahrûtiyâtın hâtimesi (s. 237 - 265). (Konunun geometrik incelemesinin yapıldığı detaylı bir ara makaledir. 7 Dava içerir[55])

6. Makale (s. 266 - 312): Bazı münhaniyyâta dair daviye şâmildir. (Sırasıyla Sarmaşık eğrisi, Agnesi Cadısı eğrisi[56], konkavit eğrisi, Cassini eğrileri, lemniskat eğrisi, logaritma eğrisi ve sinüs eğrisini inceleyen 14 Dava içerir.)

Bu kitap için, kronolojik olarak Batı usulüne tam olarak geçilen, sembolizasyonun tamamen kullanıldığı, koordinat sistemlerinin tanıtıldığı ve kullanıldığı ilk analitik geometri içerikli koni kesitleri kitabıdır demek mümkündür. Mesud Paşa'nın kaynağı tahminimizce Pierre Louis Marie Bourdon'un, 1825'de Paris'de basılan *Application de L'algèbre à La Géométrie,* eseri olmalıdır. Bourdon'un, konuyla alakalı 1880 yılına ait *Application de L'algèbre à la géométrie, comprenant la géométrie analytique à deux et à trois dimensions*, isimli bir eseri daha vardır (Bourdon, 1880). Mesud Paşa'nın bu eseri

---

[54] Bknz. Ek 2, s. 116.

[55] Bknz. Ek 2, s. 260 - 261.

[56] Witch of Agnesi. Bknz. Ek 2, s. 269.

görmüş olma ihtimali de mevcuttur. Mukaddimede bahsettiği diğer kaynağı olan Sirot'un kim olduğu tespit edilememiştir.

Konu ile ilgili bir başka eser Mekteb-i Bahriye'de fenn-i mesâha-i bahriye ve hendese-i halliye hocalarından Yeniçeşmeli Mehmet Vâsıf'ın (1323 / 1905'te sağ), *Hendese-i Halliye-i Musattaha ve Kutû'-ı Mahrûtiyât* (1315 / 1897) adlı kitabıdır. Bu eser Mahmut Mesut Bey matbaasında basılmıştır. Eserin mukaddimesinde Isaac Todhunter'dan (1820 - 1884) çeviri olunduğu bildirilmiştir. Ancak Todhunter'ın hangi eserinden faydalanıldığı açıkça belirtilmemiştir. Todhunter bu konuyu düzlem ve üç boyutlu olmak üzere iki farklı kitapta aktarmıştır. Bunlar, *A Treatise on Plane Co-ordinate Geometry as Applied to the Straight Line and Conic Sections* ve *Analytical Geometry in Three Dimensions* isimli kitaplardır (Todhunter, 1858a; 1858b) Tahminimizce Mehmet Vâsıf'ın ana kaynağı *A Treatise on Plane Co-ordinate Geometry as Applied to the Straight Line and Conic Sections* isimli eser olmalıdır. Çünkü içindekiler tablolarını kıyasladığımızda içeriğin 13. bölüme kadar aynen takip edildiğini görüyoruz[57]. Mehmet Vasıf mukaddimesinde, Amerikalı Elias Loomis'in (1811 - 1889) ve İngiliz James Hann'ın (1799-1856) eserlerinden de faydalandığını belirtmiştir. Tahminimizce Vasıf'ın faydalandığı kitaplar Loomis'in *Elements of Analytical Geometry* (Loomis, 1878) ve Hann'ın daha sonradan John Radford Young (1779 - 1885) tarafından genişletilerek 1871 yılında tekrar basılan *A Rudimentary Treatise on Analytical Geometry and Conic Section* isimli eserleri olmalıdır (Young, 1871; Hann, 1850).

[57] Bakınız Ek 3 ve Ek 4.

Hendese-i Halliye-i Musattaha ve Kutû'-ı Mahrûtiyât 2 ana bölümden oluşmaktadır ve kitabın son sayfasında içindekiler kısmı bulunmaktadır (Vâsıf, 1897: 292). Kitabın ilk bölümü iki kısımdan oluşmaktadır. Bunlar *Hendese-i Muayyene* (bilinen / basit geometri) adı altında incelenmiştir. 1. bâbda cebrin hendeseye tatbiki ve 2. bâbda ise ifâdâdât-ı cebriyyenin teşkili anlatılmıştır. Bu başlıklar altında, dik koordinatlara göre denklem yazma, iki nokta arasındaki mesafe, parametrik denklem yazımları gibi temel analitik geometri konuları işlenmiştir. *Hendese-i Gayr-i Muayyene* (basit olmayan geometri) başlığı ile yüksek dereceden eğrilerden bahsedilen ikinci kısımda ise 15 bölüm bulunmaktadır (Vâsıf, 1897). Bunlar sırasıyla:

1. Bir noktanın kemmiyyât-ı vaz'iyyesi.
2. Hutût-ı müstakîmeye da'irdir.
3. Hatt-ı müstakîmeye da'ir mesâ'il.
4. Hatt-ı müstakimeye da'ir mesâ'ilden mâ-b'ad
5. Kemmiyyât-ı vaz'iyyenin tebdili
6. Da'ire
7. Mihver Usulü. Nokta'-ı Kutub ve hatt-ı kutbiyye.
8. Kat'-ı mükafî.
9. Kat'-ı nakıs
10. Mebhas-ı kat'-ı nakısdan mâ-ba'd
11. Kat'-ı zâid

12. Mebhas-ı kat‘-ı zâidden mâ-ba‘d

13. Derece-i saniyye mûadele-i ‘umûmiyyesi

14. Üçüncü ve mâ-fevki derecâtdan muadelâtın irâe eyledikleri hutut.

15. Münhaniyyât-ı ‘âliyye.

Bu kısımda koni kesitlerini, teğetlerini asimptotlarını, polar koordinatları, sikloid, logaritma eğrisi, helezon gibi bazı eğrileri analitik olarak incelemiştir (Vâsıf, 1897). Kitap tamamen matematiksel sembollerle ve Batı tarzında yazılmıştır, şekiller Batı kitaplarında da o devirde adet olduğu üzere yerli yerinde verilmiş, kitabın sonuna toplanmamıştır. Kitap içerik ve şekilsel olarak çağı yakalamış bir eserdir.

Başhoca İshak Efendi ile ayak sesleri duyulan analitik geometri, 19. yy.’ın ikinci yarısında Osmanlı topraklarına girmiş ve mühendishânelerde işlenmiştir. Bu aşamadan sonra koni kesitleri konusu analitik geometri dersinin bir konusu olarak bu yöntemle incelenmiştir. Bunu hakkıyla işleyen hocalardan biri de inceleme konumuz olan 19. yy.’ın sonlarına denk gelen Erzurumlu Ahmet Zihni Efendi’dir (ö. 1919). Zihni Efendi, Harbiye’den 1308 / 1890 yılında kurmay kısmından mezun olmuştur. 1310 / 1892 yılında yüzbaşılık görevini yürütürken aynı zamanda Mühendishâne-i Berrî-i Hümayun’da analitik geometri ve makine dersleri vermiştir. *Cebr-i A‘lâ* ve *Hendese-i Halliye* olmak üzere matematik sahasında iki eseri vardır (Takıcak, 2017: 77). Bizim için önemli olan ve koni kesitlerini incelediği eseri *Hendese-i Halliye*’dir (1892). Eser derlemedir.

Bu eserinde düzlem geometri bölümü altında anlattığı Kartezyen koordinatları kısmında ve 2. dereceden eğriler kısmında koni kesitlerinden bahsetmiştir. Zihni Efendi konuyu anlatırken önce geometrik yer tanımlarını verdiği koni kesitlerinin daha sonra

analitik denklemlerini çıkarmıştır. Teğet, asimptot ve eğim formüllerini vermiş, diskriminant ve türevi kullanmıştır. Ayrıca kutupsal koordinatlara ayırdığı bir bölüm de vardır. Konuyu tam manasıyla analitik geometri bağlamında incelemiş, tüm koni kesitlerinin bugün bildiğimiz biçimde analitik formüllerini vermiştir (Ahmed Zihni Efendi, 1892: 33 - 38; 86 - 93). Bu eserin 19. yy.'ın sonunda koni kesitlerinin Osmanlı mühendishânelerinde geldiği son noktayı temsil etmesi bakımından bizim tezimiz için önemlidir.

Açıkça görüldüğü gibi nizâm-ı cedid ile başlayan eğitimde modernleşme süreci, özelde koni kesitlerinde, genelde geometri ile matematikte, yüzyıl sonunda daha da ilerilere taşınmıştır. Elbette ki o dönemin ileri matematik seviyesine ve Batı üniversitelerindeki tartışmalara katılacak nitelikte bir müfredat hazırlanamadığı açıktır ve o seviyede öğrenci yetiştirecek bir kurum da kurulamamıştır. Ancak en azından 19. yy. sonlarında ilgili, gayretli ve dil bilen öğrencilerin, kendi çabalarıyla dönemin matematiksel tartışmalarını takip edebilmesi için gerekli olan matematiksel alt yapının verildiğini söylemek yanlış olmayacaktır. Zira yukarıda bahsettiğimiz Mahmut Mesud Paşa örneğinde olduğu gibi mühendishâne hocaları yüzlerini Batı'ya dönmüş, oradaki tartışmaları takip eder hale gelmişlerdir.

SONUÇ

Kutû'-ı Mahrûtiyât 1257 / 1841 yılında yayınlandığında, Başhoca İshak Efendi'nin *Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye*'sinin koni kesitlerini inceleyen 2. cildi 1247 / 1831 yılında çoktan yayınlanmıştı (Mehmet Esad, 1312 H: 40). Seyyid Ali Paşa elbette İshak Efendi'nin bu eserinden haberdardı ve tıpkı başka birçok Batı kaynakları gibi bu eser de elinin altındaydı. Ancak kitabından anlaşıldığı üzere daha çağdaş yöntemle yazılmış herhangi bir metnin izinden gitmeyi, daha önce mühendishâneden atılmasına da sebep olan, eski usul klasik öğretimden (medrese eğitiminden) yana tutumundan dolayı kesin olarak reddetmişti.

Paşa, *Kutû'-ı Mahrûtiyât'*ı tamamen sentetik geometri kullanarak yazmıştır. Dolayısıyla bu kitabı anlayabilmek için kişi öncelikle sentetik geometriyi çok iyi anlamış olmalıdır ki bahsedilen teoremlerin içeriğine vakıf olsun. Biz Paşa'nın eserini anlayabilmek için başta T. L Heath'in konunun özetini ve *Konika*'nın çevirisini ihtiva eden *Apollonius of Perga* adlı kitabını ve Toomer'ın iki ciltlik *Apollonius Conics Books V to VII* eseri olmak üzere bu konuda yazılmış çok çeşitli ve kıymetli geometri eserlerinden faydalanmış bulunuyoruz. Buna rağmen zaman zaman tam anlamlandıramadığımız teoremler oldu. Bu anlamda bu kitap kesinlikle geometriyi yeni öğrenen öğrencilere uygun bir ders kitabı değildir. Çünkü modern matematiğin imkânlarını elinin tersiyle itmiş, yerine sentetik geometriyi kullanmayı tercih etmiştir. Sentetik geometri, geometrinin ustalık gerektiren bir dalıdır, ancak çalışılması ve anlaşılması modern okuyucu için son derece zordur. Dolayısıyla Batılılaşma sürecinde modern ekolle kurulmuş mühendishâneler için de çok yanlış tercihtir. Dahası, Paşa'nın *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ının konu anlatımı ve tanımları zayıf, terminolojisi tutarsızdır. Kitap özensizce yazılmış, ikinci bir kontrolden kesinlikle geçmemiştir. Öte yandan, hiçbir örnek

soru çözümü veya öğrencinin pekiştirmesi için problem içermemektedir. Kitapta mühendislerin esas ihtiyacı olan köprü yapımı, atış hareketleri, hendek kazımı, detaylı optik problemleri gibi koni kesitlerinin mühendislik uygulamalarına yönelik herhangi bir alıştırmaya rastlanmamaktadır. Dolayısıyla bu eserde Paşa'nın -mukaddimesinde belirttiğinin aksine- herhangi bir Batı kaynağından faydalandığına dair en ufak bir kanıt mevcut değildir. Kitapta integral kullanmadan antik metotlarla parabolün alanı hesaplanmış (Teorem 49) ve π'nin değeri kimi yanlış olan oranlarla, sembolü hiç kullanılmadan, küsuratları da ihmal edilerek verilmiştir. Çevre ve alan hesapları dahi bu irrasyonel sayıdan bahsedilmeden yapılmıştır. Bu durum eseri bir mühendishâne kitabından çok bir ilkokul kitabı seviyesine çekmiştir. Batılı mühendishâne, harp okulu koni kesitleri kitaplarında -150 sene öncekilerde bile- öğrencilere uygulamaya yönelik örnek problemler mutlaka verilmiştir. Sentetik geometri kullanması bakımından yöntem olarak Paşa'nın eserine en çok benzeyen Batı kitabı, Woolwich Askeri Akademisi için Charles Hutton tarafından yazılmış, *Elements of Conic Sections* (Londra, 1787) olmasına rağmen, *Kutû'-ı Mahrûtiyât'*ın Batı kaynağının bu eser olduğunu tam olarak söyleyebilmemizin imkânı yoktur.

Paşa muhtemelen Apollonius'un mevcut Arapça tercümesinden faydalanmış, kitabın ilk 10 teoremini Apollonius'dan aktardıktan sonra meçhul çeşitli nedenlerden ötürü bunu yapmaktan vaz geçmiştir. Eserinin devamında kaynağını tespit edemediğimiz, matematiksel olarak da pek parlak olmayan başka bir yol takip etmiştir. Eğer Seyyid Ali Paşa kitabını başladığı yolda tamamlasaydı yani Apollonius'u çevirmeye devam etseydi, Osmanlı literatürüne ve dolayısıyla onun mirasçısı olan Türkiye Cumhuriyeti literatürüne *Konika*'nın tam bir çevirisini bırakmış olacaktı. Böyle bir miras elbette çok değerli bir eser olacaktı. Çünkü bu değerli, klasik eserin çevirisi dilimize hala kazandırılmamıştır.

Öte yandan, *Konika* mühendishâneye uygun bir ders kitabı değildir. Son derece teorik ve ağır bir kitaptır. Çağdaşı (ve hatta bir asır öncesindeki) tüm Batı harp okulu kitaplarında temel bilgiler kısaca sunularak mühendisler uygulamalı problemlere yöneltilirken, Seyyid Ali Paşa pedagojik bir kitap yazma çabasıyla yola çıkmış olmasına rağmen kendi amacıyla çelişmiştir. Bu durumda ne bilimsel bir gaye güderek düzgün bir teorik matematik kitabı yazabilmiş, ne öncülleri saydığı klasik İslâm matematikçilerinin seviyesine çıkabilmiş ne de pratik amaçlara hizmet edip uygulamaya yönelik bir mühendishâne ders kitabı yazabilmiştir. Kısacası Paşa ideolojik gayesinin kurbanı olmuştur.

Paşa'nın ideolojik sebeplerinden ötürü modern bir Batı kaynağı tercümesi yapmak istemediğini kabul ettiğimizde, geriye -İslâm bilginleri tarafından yapılan Arapça tercüme ve şerhlerinden faydalanarak- neden tam bir *Konika* çevirisi yapmadığı sorusunun cevabı kalıyor. Bunun en kolay cevabı, elbette Paşa'nın istidatsızlığıdır. Eserinden anlaşılacağı üzere Paşa çok parlak bir matematikçi değildir, *Konika*'yı hakkıyla çevirmek ancak çok parlak matematikçilerin yapabileceği bir iştir. Çünkü tüm diğer klasik bilimsel eserler gibi bu eseri çevirmek için de sırf dil bilmek yeterli değildir, aynı zamanda içerik hakkında da fikir sahibi olmak gerekir. Öte yandan, 7 ciltlik bu devasa eseri hakkıyla çevirmek elbette ki kişinin tüm zamanını ve ilgisini talep eden bir iştir. Paşa'nın bu işe kalkışmamış olmasının diğer bir sebebi de o dönemde mühendishâne başhocalarına yüklenmiş insan üstü iş yükü olabilir.

Kemal Beydilli'nin de belirttiği gibi "Mühendislik hizmeti vermek üzere koşturan bir avuç insandan imparatorluğun çağdaş bilgi zafiyetini tamamen telafi etmelerini beklemek herhalde haksızlık olurdu. Divan tercümanlığından matbaacılığa, eser telifinden mütercimliğe, arazi ölçümlerinden haritacılığa, koskoca coğrafyanın kale

tamiratı istihkamlar inşası, gemi yapımından kanal açma projelerine, dini ve sivil inşaat hesapları görevleri, ordunun askeri mühendislik hizmetlerinin görülmesine kadar geniş bir alanda görev yelpazeleri olan az sayıdaki mühendisin 19. yüzyılın başından itibaren acı bir şekilde hissedilen her alandaki teknik ve çağdaş bilgi kaynağını devletin istifadesine sunma çabasının ağırlığı altında ezilmiş oldukları muhakkaktır." (Beydilli, 1995: 359).

Mehmet Esad, *Mir'at-ı Mühendishâne-i Berrî-i Hümayûn* eserinde "Mühendishânede Yetişenlerin Usul-i İstihkamı" başlığı altında mühendislerin ve Seyyid Ali Paşa'nın da isminin geçtiği başhocaların görev tanımlarını şöyle yapmıştır:

"…vilayat-ı şâhânede veya der saadette inşa veyahut tamir olunacak ebniye-i amireye mektebin başhocası veya saire marifetiyle bu misilli şakirdan bil intihab tefrik olunurdu. Bunlara usul nizâmı dairesinde mektepteki maaşlarından başka harcirah ve maaş ita edilirdi. Memur oldukları işin hitamında mühendishâneye gelib talebeden ise yine tahsiline devam ve hoca veya kalfalardan ise vazife-i tedrisiyesiyle iştigal ederdi. Eğer inşa ve tamir olunacak ebniye-i emiriye cesim ise ol vakit mektebin başhocası veyahut diğer hocalardan i'zâm olunurdu[58] ... Hatta başhoca Hüseyin Rıfkı Efendi'nin ve Hacı İshak Efendi'nin muahhiren uhdesine mirlivalık verilen Seyyid Ali Efendi'nin sair muallimlerin istihkâmat inşasına ve yol tamirine ve Medine-i münevvere su yollarının ve

[58] Osmanlı Devleti vilayetleri ve İstanbul'da inşa veya tamir olunacak binalara mektebin başhocası veya marifetli öğrenciler seçilerek ayrılırdı. Bunlara maaşlarının yanı sıra harcırah da verilirdi. Görevlendirildikleri işin bitişinde öğrenciler tahsillerine hoca ve kalfalar da vazifelerine devam ederlerdi. Eğer inşa ve tamir olunacak binalar büyükse o zaman mektebin başhocası veya diğer hocalardan gönderilirdi.

ebniye-i aliyesinin keşfi ve inşa ve tamiri hususuna memuren birkaç kere gidip geldikleri vuku bulmuştur[59]" (Mehmet Esad, 1312 H: 51).

Oysaki yukarıda da belirttiğimiz gibi tarihin en ufuk açıcı konularından olan ve çok geniş bir uygulama alanına sahip koni kesitleri konusuna tamamıyla vakıf olmak ve bu 7 ciltlik eserin tercümesini eksiksiz hazırlamak kişinin tüm dikkatini ve vaktini isteyen bir konudur. Genelde mühendishâne başhocalarının, özelde ise Seyyid Ali Paşa'yı hem memleketin her yerinde tamir, mimarlık, mühendislik, inşa görevleriyle donatmak hem tercümanlık hem öğretmenlik hem de bürokratik işlerle alakadar olmalarını beklemek, aynı zamanda da kapsamlı kaliteli bilimsel eserler ortaya koymalarını ummak makul bir şey değildir. Paşa'nın imparatorluğun *çağdaş bilgi zafiyetini gidermek* gibi bir misyonu olmasa da görevinin gerektirdiği tüm diğer angarya işlerden mesuldür. Bu bunaltıcı iş yükü, haliyle mühendishâne hocalarının herhangi bir alanda tamamıyla uzmanlaşmasına mâni olmuştur. Tüm bu koşullar bir de Paşa'nın tutucu kişiliğiyle birleşince ortaya farklı bir tablo çıkması herhalde beklenemezdi. İshak Efendi gibi eğitimde modernlikten yana hocalar da aynı meşguliyet ve iş yükünün bir sonucu olarak herhangi hususi bir alanda ihtisaslaşamamışlar, dolayısıyla yeni teoremler geliştirememişlerdir. Ancak modern bilimlerin memlekete tanıtılması ve girişinde büyük rol üstlenmişlerdir.

Sonuç olarak tüm teknik sıkıntılarını bir yana bıraktığımızda, *Kutû'-ı Mahrûtiyât* eserinin başarısızlığının insani ve ideolojik olan iki sebebi olduğunu söyleyerek sözlerimizi tamamlamak yerinde olacaktır. Temsil ettiği akım gereği içeriği çağın çok

---

[59] Hatta başhoca Hüseyin Rıfkı Efendi, Hacı İshak Efendi ve sonradan kendisine albaylık verilen Seyyid Ali Efendi gibi başhocaların istihkâm inşası, yol tamiri, Medine'nin su yollarının yapımı ve binaların keşif ve tamirine görevli olarak gittikleri olmuştur.

gerisinde olduğundan herhangi bir başarı yakalaması pek muhtemel olmayan bu eser, çağının çok ötesinde yazılmış bir kitap olan *Konika*'nın tercümesi olarak tamamlanabilseydi, en azından değerli bir klasik olarak raflarımızda yerini alabilirdi.

Bu eseri Osmanlı modernleşmesi bağlamında değerlendirdiğimizde, gerici - ilerici veya klasikçi - modern tartışmalarının tam göbeğinde durduğunu görüyoruz. 19.yy.'ın başındaki bu ideolojik çarpışmalar ve debelenmeler 19.yy.'ın son çeyreğinde meyvelerini vermiş, çağın sonuna doğru mühendislik talebelerine dönemin askeri matematik bilgilerine vakıf olmalarını sağlayacak kaynaklar sunulmuştur. Elbette dönemin ileri matematiksel tartışmalarına uzak kalınmıştır. Ancak mühendishâneler 19. yy.'ın sonunda geometri eğitiminde Batılı muadillerinin müfredatlarına yetişerek modern matematiğin nimetlerini kullanmaya başlamıştır. Bu okullardan yetişen öğrenciler de Osmanlı'nın aydın zümresini oluşturarak modern Türkiye'ye geçişin zeminini hazırlamıştır.

KUTÛ'-I MAHRÛTİYÂT (Sadeleştirilmiş Metin)

KONİ KESİTLERİ

Mukaddime[60]

Bismillâhi'r-Rahmâni'r-Rahîm

Silsile'-i nâmütenâhî-i hamd ü senâ ol zât-ı âkdes-i â'lâ hazretlerine şâyândır ki cem'-i mümkinâtı kendü varından halkü peydâ ve eşyâ-yı mevcûdânı sırr-ı ehadiyyetine delîl-i hüveydâ kılub kürre'-i ârzı şu'â'-i şemse vülûc etdirib mahrût-ı zıll ihdâsıyla "yulicü'l-leyle fi'n-nehâr ve yulicü'n-nehâra fi'l-leyl" kılmıştır[61] ve netîce'-i salavat ve selâm-ı bî-gâyât ve zekiye'-i dürûd ve tahiyyât bi'lâ-nihâyât ol mebde'-i usûl-i dîn-i mübîn-ü ve şeri'at ve münşa'-i râh-ı râst yakîn-i hakîkat medînetü'l 'ülûmü'l-hikemiyye ve defîne-i ma'arifü'l külliye'i ve'l cüz'iye olan fahrü'l-enbiyâ efendimiz hazretlerine âhrî ve hisbandır ki vücûd-ı şerîfi ba'is-i halk-ı 'âlem ü mükevvenât ve zât kudsîü's-sıfatı sebeb-i icâd-ı tertîb-ı mürekkebat olub hutût-ı tertîb-i[62] şerî'at-ı mutahhara ile fasla'-i

---

[60] Osmanlıca transliterasyonda Arapça ekler için ' , ayın için ' ve hemze için ' işaretleri kullanılmıştır.

[61] Kuran'da Al-İmran suresi 26. Ayet'e bir gönderme bulunmaktadır. Bizim metinimizde "yulicü'l-leyle fi'n-nehâr ve yulicü'n-nehâra fi'l-leyl" yazmaktadır. Ancak Kuran'daki Ayet'in aslı "tülicü'l-leyle fi'n-nehâr ve tülicü'n-nehâra fi'l-leyl" (Sen geceyi gündüze gündüzü geceye sokarsın). Yani yazar "te" yerine "ye" yazmıştır. Bu muhtemelen, kasıtlı bir dil oyunu değil bir yazım hatasıdır.

[62] Burada kitapta sık sık geçecek olan *tertib doğrusu* (ordinat doğrusu) terimine bir gönderme bulunmaktadır. Metnin içinde geçen matematiksel terimleri, terim anlamlarının dışında mukaddimede kullanarak metnin içeriğine gönderme yapmak

müşrikini ve münhaniyât-ı mudillîni kâtı‘ olmuşdur ve tarziye ve teslîmât-ı bî-gâye ve tasliye[63] ve ta‘zîmât bilâ-nihâye ol âl ü evlâd ü ashâbına sezâ ve erzândır ki her biri sâha'-i İslâmı muhâfaza ve tahdîdde kutr-ı mücânib ile dıl‘-ı kâ'im[64] olmuşdur ve ba‘de malûm ola ki hükemâ-i mütekaddiminden Aplonyos[65] nâm hekîm-i zû-fünün bir mahrutta altı nevi ‘kat‘-ı tevhim edüb[66] üç nevi‘ini ‘ilm-i hendesede isti‘mâl ve üç nev‘ini ise bir ‘ilm-'i müstakil olmak üzere tertîb ve tanzîm birle ismine *Kutû‘-ı Mahrûtiyât* tesmiye edüb ‘ilm-i mezkûrun mevkûf-ı ‘aleyhi ‘ilm-i hendese ile ‘ilm-i cebr olub ‘ilm-i mahrûtiyâtın de‘âvîsini hükemâ-i mütekaddimînden ba‘zısı ‘ilmi hendese tarîkıyla isbât etmeğin mesâ'il ve makâsid-ı ‘ilm-i hendeseden ince ve dakik olub ve ‘ilm-i hendese ile isbât olunmayan mesâ'il-i müşkîle iş bu ‘ilm-i mahrûtiyât de‘âvîsi ile isbât ve ‘ilm-i mezkûr isti‘ânesiyle ezher cihet matluba vâsıl olunmağın gayet adakk ve ra‘na bir ‘ilm-i müstesnâ olub ‘ilm-i mezkûra da‘ir nüsuh-ı kesîre bu devlet-i ‘aliye'-i ebed-i kadîmede mevcûd ise de cümlesi ‘Arabîü’l-‘ibâre ve Françe lisânı üzre olduğundan başka bi’l-cümle de‘âvîsi ‘ilm-i cebr ile isbât olunarak te'lif olunmuş olmağın işbu ‘ilm-i cebr bilinmedikçe ‘ilm-i

---

(telmih veya anıştırma) Osmanlı’da bir “mukaddime geleneğiydi”. Yazar da bu geleneğe uyarak mukaddime boyunca birçok geometri terimi kullanmıştır. Örn; fasla', dıl‘-ı kâ'im, münhaniyât vb.

[63] Salavat duasını okumak.

[64] Burada da kutr-ı mücânib ile dıl‘-ı kâ'im terimlerinde telmih var.

[65] Seyyid Ali Paşa metininde “Aplonyos” (Perge’li Apollonius kast edilmektedir.) yazmıştır. Arapçada “p” harfi olmadığından Orta Çağ İslâm Dünyası eserlerinde bu isim “b” ile yazılır. Seyyid Ali Paşa’nın “*b”* yerine “*p”* kullanması dikkat çekicidir.

[66] Nokta, doğru, daire, parabol, hiperbol, elips.

mahrûtiyât dahî bilinemediğinden zâyi‘ kabilinden olarak kalmış olub ancak işbu ‘ilm-i mahrûtiyât gerek top ve humbara endahtlarında dânelerinin havâda resm eylediği hatt-ı münhaninin kemiyyât ve keyfiyyâtını ve gerek top ve hâvan dökümü fırınlarının sütûh-ı münhaniyesinin keyfiyyât-ı tersimini ve inşâsını ve inşâ-i sefâîn hususundan gerek tersîm ve teşkîlinden muktezî olan hutut-ı münhaniyenin mikdâr-ı inhinâ ve keyfiyyâtını ve gerek inşâsında metânet içün kerâste-i münhaniyenin mikdâr-ı kemiyyât-ı sihanlarını ve seyr-i sefâin husûsunun hîn-i seyrinde vaki‘ olan tarîk inhinâsını ve rûz-gâr ve sular ve akıntılar sebebiyle yolundan düşmesinin mikdâr-ı inhinâ ve keyfiyetini ve gerek sefîne havuz-ı inşâsı hususunda metânet-içün muktezî olan inhinâlarını mikdâr-ı kemmiyât ve keyfiyyâtını ve perdesinin ve kapularının inşâsı husûsunda metânetler içün iktizâ eden inhinâlarının mikdâr-ı kemiyyât ve keyfiyyâtını istihrâca esâs olmağın ‘ilm-i mezkûr umûr-ı cihâda müte‘allik olmağla fevâ'-id kesîre hâsıl olacağından işbu ‘ilm-i mâhrûtiyat mühendis-hâne-i hümâyûnda okunması meşrût olan derslerden olmağla[67] ‘ilm-i mezkûra

[67] Bu kısımda Seyyid Ali Paşa Koni kesitleri biliminin ve dolayısıyla bu kitabın, hangi alanlarda gerekli olduğunu ve neden mühendishânede okutulması gerektiğini anlatıyor: “... söz konusu bilime dair bir sürü yazılar bu kadim devlette mevcut ise de hepsi Arapça ve Fransızca olduğu için ve hepsi de cebir bilimiyle ispat edilerek yazılmış olduğu için, cebir bilimi bilinmedikçe de koni kesitleri bilimi de bilinemediğinden işe yaramaz kalmıştır. Ancak işte bu koniler bilimi gerek top ve humbara endahtlarında mermilerin havada çizdiği eğri çizgilerin niceliğini ve gerek top ve havan dökümü fırınlarının eğri yüzeylerinin çizim biçimi ve inşasını, gemilerin seyri sırasında izlediği eğri yolu ve rüzgar ve akıntılar sebebiyle gemilerin sapma miktarı ve niteliklerini ve gerek gemi havuzu hususunda dayanıklılık için lazım olan eğimlerin miktarını ve perde ve kapıların

dâ'ir ba‘zı nüsuh tetebbu‘ ve mütâla‘a olunub talîbine âsân vechle tefhîm olunsun içün ‘ilm-i mezkûrun da‘vaları sırf hendese tarîkiyle isbât olunarak cem‘ü te'lîfi câygîr-i zamîr-i ‘âciz-ânem olunmağın cenâb-ı tensîk bahşâ-yı umûr-ı kâ'inat ve fermân-fermâ-yı kalem-rev-i ve mükevvenât cellet ‘azamet zâtih-i ‘anittihâzü’l-cihât hazretlerinin irâde-i seniyye-i sübhânî ve müsebbit ‘aleyh-i rabbânîsi te'yîd-i esâs-ı dîn-i mübin ve tensîr-i cemi‘-i mü'minîn ve mücâhidîne ta'lik edüb vakta ki nevbet-i hilâfet-i rûz efzûn-ı Osmânî ve ‘inâyet-i ‘uzmâ-yı verâset-i taht-ı Süleymânî ile müstes‘id olan hulâsa-yı dûdmân-ı hilâfet ve nekâve-i hânedân-ı saltanat-ı sultanü’s-selâtin-i ‘azâm bi’l-istihkâk hakan-ı havâkîn-i kirâm fi’l-âfâk nâsır-ı ıslâh-ı mesâlih-i muvahhidîn kâm‘-ü’l-‘adâvetü’l mütemerriddîn ‘akl-ı pîr-i civân-tedbîr yed-i insâf-ı ‘adâletle ‘inân-gîr kehfü’l-sakaleyn melâzü’l-hâfıkeyn hâdimü’l-harameynü’ş-şerîfeynü’s-sultan[68] ibn-ü’s-sultânü’s-sultân ‘Abdü’l-mecîd Hân[69] ibn-ü’s-sultânü’l-gâzî Mahmûd Hân ibn-ü’s-sultânü’l-gâzî

---

inşası konusunda dayanıklılığı için gereken eğimlerin belirlenmesi konusunda pek çok faydaları olacağından, işte bu koniler bilimi, söz konusu bilim cihatla da bağlantılı olduğundan pek çok faydalar sağlayacağından, Mühendishâne-i Hümayun’da okutulması şart olan derslerden biri olmakla birlikte söz konusu bilme dair bazı kitaplar incelenmiş, çalışılmış olup öğrenciye kolaylık olsun diye söz konusu bilimin teoremleri sırf geometri yoluyla ispatlanmıştır.”

[68] Sultan Yavuz’dan sonra Mekke ve Medîne gibi iki kutsal yere hizmet eden Osmanlı padişahlarına verilen bir unvan. (Bknz: Ferit Devellioğlu, Osmanlıca-Türkçe Ansiklopedik Lûgat, Doğuş Matbaası, Ankara 1970, s. 369)

[69] Seyyid Ali Paşa’nın *Koni Kesitleri* kitabı 1841 yılında basılmış olduğundan kitabın mukaddimesinde Sultan Abdülmecid’e (1839-1861) övgüler dizmiştir.

‘Abdü’l-hamîd Hân itâl-Allah ‘ömrihi ve ebede saltanatihi ve iyudü’llah mülkihi ve infaz hükmihi ila sâ‘atü’l-kıyâm hazretlerine resîde olmağın ol merkez-i dâ'ire-i şehinşâh ve dürre-i tenâsül-i ‘âlem-penâh hazretlerinin ‘ulûm-ı riyâziye ve fünûn-ı harbiye eshâbına her bâr i‘tibâr-ı şahâneleri bedî-dâr olmağın bu ‘abd-ı ‘aciz ü âhkar ve bende-i nâcîz ü kemter Mir-livâ Seyyid ‘Ali kulları Mühendis-hâne-yi Hümâyunda[70] ser-hocalık hizmet-i celîleleriyle müstahdem olub müstagrık-ı ne‘am-ı bî pâyân buyurulduğum ecilden bu ni‘metin edâ-yı teşekkürünü hâvî vâcibe-i hidmet-i ‘ubûdiyyet ve farîza-i zimmet-i kıymeti muhtevi ilâ-âhirü’l kıyâm zikr-i hayr ile zinde-nâm olmak temennîsiyle ba‘zen ‘Arabîü’l-‘ibâre ve ba‘zen Françe lisân-ı üzere olan mahrûtiyât kitablarından lisan-ı Türkî-yi rûşen beyâna tercüme ve âhz ve ba‘zen ‘ilm-i mezkûrda dest-res olduğum mesâ'il keşide-i silk-i sütür kılınarak ve bi’l-cümle de‘âvîsi ‘ilm-i cebrden ifraz birle yalnız ‘ilm-i hendese tarîki üzre isbât olunarak tâlibine ale’t-tarîkü’l-îzâh ifhâm zımnında işbu kitâb-ı fevâ'id-nisâb bi-minnetü’l - kâdirü’l - vehâb bir mukkaddime ve bir tenbîhât ve ba‘zı lamiha ve bir maksad üzerine tertib ve tanzim ve yine usûl-i kutû-i mahrûtiyyât nâmıyla tezkâr ve tevsîm olunub iş bu kitab-ı nâdirü’l-vücûdun zamân-ı saltanatlarında ‘cem‘ü te'lîfi mahzâ kuvvet-i tâli‘-i civan-baht-ı dârâ-dirâyet ve te'sîr-i semere-i mu‘adeletleri olunmağın ol huzur-ı lâmi‘ü’n-nûr-ı mülükâneyle hezâr ‘acz ü kusûr ile cür'et-i takdim kılındı[71]. Eger-çi makule-i evrâk perîşân-ı makâl her ne kadar takdîm-i

---

[70] Elit topçu subayları yetiştirmek üzere 1795 yılında açılan mektep. 1773 yılında Haliç’te tersanede açılan Mühendishâne-i Bahrî Hümâyun’un genişletilmesi suretiyle kurulmuştur.

[71] Seyyid Ali Paşa bu kısımda kitabı nasıl ve ne amaçla yazdığını açıklıyor: “… Arapça ve bazen Frenk dilinde yazılmış koni kesitleri kitaplarından anlaşılır bir dille Türkçe’ye

huzûr-ı mülükâneye şâyân değil ise de nîm-nazar-ı iltifât-ı şahânelerinden dûru mecûr buyurulmayacağı ümîd-i bende-i ‘âciz-i bî-mikdârdır. Kaldı ki nâzarîn olan erbâb-ı ma‘ârif-i pür kemâl silk-i tahrîr ve edâsında vâki‘ olan sakatât-ı bi me'alimiz kilk-i râst-ı mürüvvetleriyle tashih ve i‘mâr buyurmaları vâbeste-i semîha'-i eltâf-ı ‘inâyetleridir.

Birincil tanımlar:

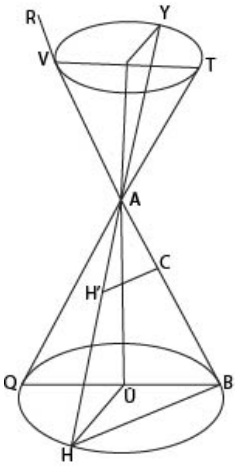
1) A sabit noktasından BAR doğru parçası tarafına gelişi güzel uzatılan ve bu nokta ile aynı yüzeyde bulunmayan BHQ dairesinin çevresinde döndürülünce her iki tarafta oluşan yüzeylere konik yüzey denir.[72] **(Şekil 1)**

---

tercüme ettim ve bazen söz konusu bilimde eriştiğim meseleleri birleştirerek satırlara döktüm ve tüm teoremleri cebirden ayırarak sadece geometri yoluyla ispat ettim ki öğrencilere dolaylı yoldan anlatılan şeyleri doğrudan anlatabileyim.” Seyyid Ali Paşa’nın Arapça kaynakları Apollonius, Euclid ve Archimedes’in Arapça şerhleridir. Ancak Frenk dilindeki kaynağın ne olduğunu tespit edemedik. Kitabın içeriği çağdaşı hiçbir Fransızca kitapla uyuşmamaktadır. Yazarın Frenk dilinden kastı “Batı dili” olabileceğinden araştırma yelpazemize İngilizce ve Almanca koni kesitleri kitaplarını da almamıza rağmen Seyyid Ali Paşa’nın Batı kaynağını tam olarak tespit edemedik. Ancak kanımızca en muhtemel aday Charles Hutton’un Woolwich’deki Askeri Kraliyet Akademisi için yazdığı, 1787 yılında Londra’da basılan *Elements of Conic Sections* kitabıdır.

[72] Bu tanım Apollonius'un tanımıdır.

Şekil 1.



2) BHQ veya VYT daire yüzeyleri ile bu yüzeyleri kuşatıp söz konusu sabit noktaya (A noktası) varınca oluşan şekle koni denir.

3) A sabit noktasına da *koni yüzeyinin tepesi* veya *koninin tepe noktası* denir.

4) Söz konusu koninin bir ucu olan BHQ veya VYT dairelerine *koni tabanları* denir.

5) Söz konusu koni tepesinden tabanı olan BHQ veya VYT dairesinin merkezine uzatılan doğru parçasına *koninin ekseni* denilir.

6) Bu koninin ekseni tabanına dik ise, o koniye *dik koni* denir.

7) Söz konusu eksen tabana dik değil ise, o koniye *eğik koni* denir.

POSTULATLAR

1) Tepe noktasının karşısında yer alan BAQ ve VAT koni yüzeylerinin oluşturduğu BAV[73] doğrusu iki tarafta sonsuza kadar uzatılırsa, koni yüzeyleri de sonsuza uzanır.

2) Koni yüzeyleri üzerinde herhangi bir H' noktası belirlenip, A tepe noktasıyla bu nokta arasına AH' doğrusu çizildiğinde, koni yüzeyini meydana getiren AH doğrusu üzerine gelip, işte bu AH doğrusunun her bir noktası koni yüzeyinin üzerinde olduğundan, AH' doğrusu da koninin yüzeyinde olacaktır.

3) A tepe noktasıyla koni yüzeyi üzerinde, rastgele seçilen H' noktasını birleştiren AH' doğru parçası aynı doğrultuda taban çevresine kadar uzatılırsa, H noktasıyla kesişir.

4) Tepe noktası hizasında bulunmamak şartıyla koni yüzeyi üzerinde herhangi iki H' ve C noktaları seçelim. Bu noktaların arasını birleştiren doğru parçası koninin içinde kalır. Çünkü koninin tepesinden AH', AC birleştirilip aynı doğrultuda uzatılınca, daire çevresini (tabanı) H, B noktalarında keserler (Postulat 3).

H, B de birleştirildiğinde, dairenin içinde kaldığından (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 2)[74], oluşan ΔABH, koninin iç yüzeyinde olup tabanı da kesmekle H'C doğru parçası da üçgenin yüzeyinde olur. Buna göre, bir üçgenin iki kenarı üzerinde farz edilmiş her iki nokta arasını birleştiren doğru parçasının uçları olan H', C noktaları ve H'C doğru

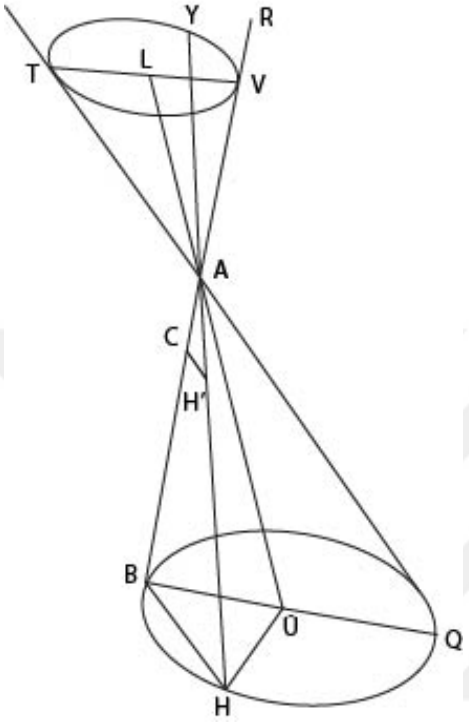
---

[73] Asıl metinde V yerine Q harfi bulunmaktadır. Apollonius'un kitabında böyle bir madde bulunmamaktadır.

[74] Euclid, *Elementler* 3. kitap, 2. tanım. Seyyid Ali Paşa, Hüseyin Rıfkı Tamanî'nin Elementler çevirisinden faydalanmıştır. Tüm kitap boyunca bir iki istisna dışında neredeyse tüm atıflar bu kitabadır.

parçası koninin içinde kalıp, fakat sadece bu iki nokta (H', C noktaları) koni yüzeyi üzerinde olur. İşte bu H', C noktalarının iki taraflarından söz konusu çizgi uzatılsa, uzatılan tarafları koninin dışında olur **(Şekil 2)**.

Şekil 2.



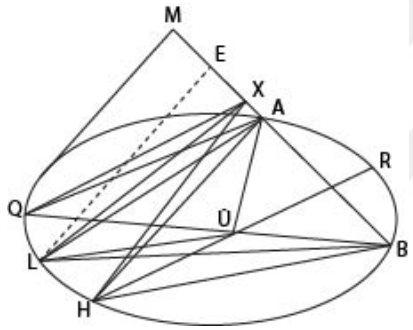
5) Herhangi bir koni A tepe noktasından geçerek tabanına kadar bir düzlemle kesildiğinde, oluşan kesik üçgen düz kenarlı olur. Zira AH, AB, AQ doğruları, kesilen AB, HA, BQ düzlemleriyle koni yüzeyi arasında *ara kesit* olup, işte bu arakesitler koni yüzeyini oluşturan AB doğru parçası ile daire çevresindeki B, H, Q noktalarından dönüşü esnasında çakışıp, HB ya da BQ doğruları da kesilen düzlem yüzeyi ile taban arasındaki ortak kesitleri olmakla (Usul-i Hendese, Kitap 7, Teorem 1) ΔABH ve ΔABQ düz kenarlı olur.

Uzak maksadımız olan koni kesiti eğrilerinin problemleri, konik üçgenler problemlerine bağlı olduğundan, işte bu konik üçgenler problemleri birkaç uyarı ile açıklanacaktır.

Uyarılar:

1) Biline ki herhangi bir koninin, tepesinden düzlem bir yüzeyle kesilmesi iki kısımda incelenir: Birinci kısım eksenden geçen üçgenler, dik konide daima birbirine eşit olurlar. Çünkü ABQR dik konisinde ΔABQ ve ΔARH üçgenlerinin tabanları daire çapları olan BQ ve RH çizgileri olup, yükseklikleri de taban yüzeyi üzerinde bulunan bütün çizgilere dik olan (Usul-i Hendese, Kitap 7, Tanım 2) AÛ ekseni olduğundan, bu üçgenler daima birbirlerine eşit olurlar. **(Şekil 3)**

Şekil 3.



İkinci kısım yani eksenden geçmeyen üçgenler birbirinden farklı olurlar. Çünkü A tepe noktasından inen çizgiler ile çeşitli kısımlara bölen BH, BL kirişlerinin bir noktadan çıkmasıyla meydana gelen ΔABL ve ΔABH'den, AB, AH, AL kenarlarından her birinin kareleri taban yüzeyinde bulunan ÛB, ÛL, ÛH çizgilerinden her birinin karesiyle önceki çizgilere dik olan AÛ ekseni karesinin toplamına eşit olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 14), bu kenarlar birbirlerine eşit olurlar. Fakat bu üçgenlerin BH, BL tabanları birbirinden farklı olup, A tepe noktasında meydana gelen BAH, BAL

açıları da farklı olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 17), önceki açıların HX, LE sinüsleri (üçgenlerin yükseklikleri kastedilmiştir) de farklı olur (Ek not 1)[75].

---

[75] Ek not kelimesi orijinal metinde *Lamiha* olarak geçmektedir. Bu kelime, kelime anlamı itibariyle "göz atış" bakış" demektir. Metinde ise metinde geçmeyen şeylerin telmih edilmesi kastedilmektedir. Bir başka deyişle Ek notlar, ip uçları, açıklamalardır.

Ek not 1: (Şekil I) Zira, ΔBAL, ΔBAH üçgenleri eş kenar olup, $\widehat{LAB} > \widehat{HAB}$ olur. Bu üçgenler bir düzlem üzerinde farz edilip, AL uzaklığıyla LBHT dairesi çizildiğinde, B, H noktalarından geçer. Şimdi $\widehat{BAL} > \widehat{BAH}$ olduğundan, BL yayı da BH yayından büyük olup, LHBT yayı = 2. LB yayı olup, HBC yayı = 2. HB yayı olduğundan; LHBT yayı > HB yayı olup, LT kirişi > HC kirişi olduğundan, LT kirişinin yarısı olan LE sinüsü (diki) HC kirişinin yarısı olan HX sinüsünden daha büyük olduğundan, söz konusu sinüsler de birbirinden farklı olur. (Bu ek notta "sinüs" olarak sadeleştirdiğimiz "ceyb" terimiyle ne kastettiği açık değildir. Ancak 1. Uyarıdan anladığımız kadarıyla AB yarıçapını dik kesen LE ve HX doğrularına "sinüs" denmiştir.

Ek not 2: Zira, büyük açının sinüsü küçük açının sinüsünden büyük olup (Ek not 1), çap da kirişlerin hepsinden büyük olduğundan, yüksekliği sinüslerinin en fazlası ve tabanı kirişlerin en büyüğü olan üçgen, diğer üçgenlerin hepsinden büyük olur.

Ek not 3: Zira, $\widehat{BAQ}$ geniş açısı koninin tepesinde bulunan açıların en büyüğü olup, söz konusu açıların büyüklüğü ve küçüklüğü de ilişkili oldukları, BQ, BL, BH kirişlerinin büyüklüğü ve küçüklüğü ile bağlantılı olduğundan, $\widehat{BAQ}$ geniş açısının kirişi olan BQ çapı $\widehat{LAB}$ dik açısının BL kirişinden büyük olur.

Şimdi bahsi geçen üçgenler arasında ortak olan AB kenarı taban varsayıldığında, HX, LE sinüsleri bahsi geçen üçgenlerin *yükseklikleri* olmakla, söz konusu üçgenlerin birbirine oranı, çeşitli olan HX, LE yüksekliklerinin birbirine oranı gibi olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 2), söz konusu üçgenler de birbirinden farklı olurlar.

2) Birinci kısımdan olan üçgenin BQ çapıyla yay kirişi olan tepe açısı dik veya dar da olsa, ikinci kısımdan olan üçgenlerin BH, BL kirişleriyle yay kirişi olan tepe açılarından büyük olur (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 17). Keza birinci kısımdan olan üçgen, ikinci kısımdan olan üçgenlerin her birinden büyük olur (Ek not 2), ve eksene yakın olan üçgen de eksenden uzak olan üçgenden büyük olur **(Şekil 3)**.

Eğer birinci kısımda olan üçgenin tepe açısı genişse daha önce de ifade edildiği gibi ikinci kısım üçgenlerinin hepsinden büyük olmanın yanı sıra, başka ikinci kısım üçgenlerinde öyle iki üçgen bulunur ki, birisi söz konusu geniş açılı üçgenden büyük ve diğeri de ona eşit olur.

Mesela BAQ geniş açısının kirişi olan BQ çapının karesi, AB, AQ kenarlarının karelerinden büyük olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 17). Bu çaptan daha küçük olarak (Ek not 3) öyle bir BL kirişi alınır ki $BL^2 = AB^2 + AL^2$olsun. Bu durumda söz konusu kiriş ile yay kirişi olan dik açı olup (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 15), BAL dik üçgeni eksenden geçmeyip hem de eksenden geçen BAQ geniş açılı üçgeninden büyük olur. Zira AB doğrusu taban farz edildiğinde, koninin tepesinden tabanın çevresine dek uzatılan AL doğrusu BAL üçgeninin yüksekliği olur. Aynı şekilde AL yüksekliğine

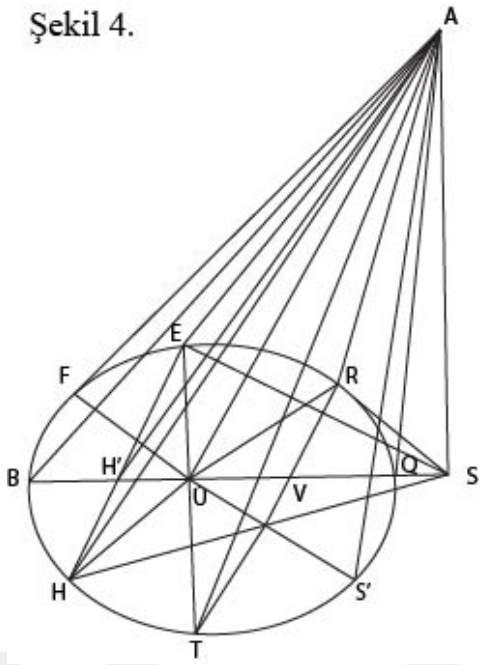
---

Ek not 4: Zira, AQ veya ona eşit olan AH, yarıçap veya en büyük sinüs kabul edildiğinde, $\widehat{QMA}$'nin sinüsü QM ve kendine eşit olan $\widehat{HAX}$'nin sinüsü de HX olup, eşit açıların sinüsleri de eşit olduğundan, HX diki = QM diki olur.

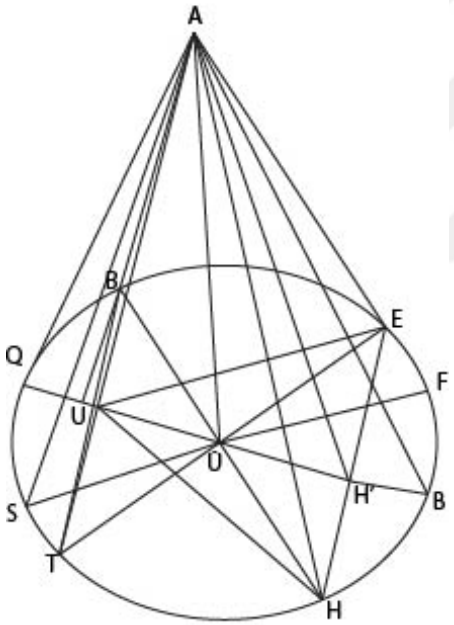
eşit olup, QMA dik açısının AQ kirişinden daha küçük olan (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 17) QM diki, geniş açının tamlayanı olan QAM dar açısının sinüsü ΔBAQ'nin yüksekliği olduğundan, tabanları eşit ve yüksekliği her birinden büyük olan ΔBAL birinci kısım ile ikinci kısım üçgenlerinin hepsinden büyük olur. Eğer ikinci kısımdan olan ΔBAH'nin tepe açısı BAQ geniş açısının tamlayanına eşit olursa, bu üçgen ΔABQ'ya eşit olur. Zira AB doğrusu taban farz edildiğinde, söz konusu açıların HX, QM sinüsleri eşit olup (Ek not 4) bahsi geçen sinüsler de söz konusu üçgenlerin yükseklikleri olduğundan, tabanları ve yükseklikleri eşit olan ΔABH ve ΔABQ de birbirlerine eşit olurlar.

3) Herhangi bir eğik koninin A tepe noktasından, taban yüzeyi üzerine AS diki uzatılıp **(Şekil 4 ve 5)**, AÛ ekseniyle AS dikinden geçen bir düzlem ile kesildiğinde, tabana dik olarak oluşan ΔABQ'nun tepesinden, taban çevresine indirilen ve koninin kenarları olarak adlandırılan çizgilerden AS dikinden uzak (koni ile düzlemin kesişiminden oluşan üçgenin diğer kenarı) olan AB kenarı diğer tüm çizgilerden daha uzun olur. Söz konusu dike yakın olan AQ kenarı ise diğer tüm çizgilerden kısa olur. AB doğrusuna yakın olan çizgiler de AQ kenarına yakın olan çizgilerden daha uzun olur. Fakat AB uzun kenarına veya AQ kısa kenarına uzaklıkları eşit olan AE, AH kenarları birbirine eşit olurlar.

Şekil 4.



Şekil 5.



Zira daire yüzeyi üzerinde S noktasından daire çevresine kadar uzatılan doğrulardan, merkezden geçen SB doğrusu tüm diğer doğrulardan daha uzun olur. Söz konusu daireyi kesmeyerek (dairenin dışında kalan, **Şekil 4**) S noktası ile çevre arasını birleştiren SQ doğrusu ise tüm diğer doğrulardan daha kısa olur. SB doğrusuna yakın olan

doğrular da doğrudan uzak olan doğrulardan daha uzun olur. Fakat çapa eşit uzaklıktaki SE, SH doğruları birbirine eşit olduğundan (Ek not 7), daire üzerinde farz edilen doğrulardan her birinin karesine AS^2 eklendiğinde, $SB^2 + AS^2 = AB^2$, her birinin karesinden büyük olup, yine AQ^2 de her birinin karesinden küçük olur. Buna göre AB doğrusuna yakın olan AH doğrusunun karesi AQ doğrusuna yakın olan AR doğrusunun karesinden büyük olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 14).

Fakat çapa eşit uzaklıktaki SE, SH doğrularının uçlarından birleştiren AE, AH kenarlarının kareleri birbirine eşit olur. Buna göre, her birinden karesi büyük olan AB kenarı her birinden uzun ve her birinden karesi küçük olan AQ doğrusu, tüm doğrulardan kısa olup ve uzun doğruya yakın olan AH^2 kısa doğruya yakın olan AR^2'den büyük olmakla; AH > AR olup ve kareleri eşit olan AE, AH kenarları da birbirine eşit olurlar (Ek not 5)[76]. Buradan anlaşılır ki söz konusu eğri konide ΔHAE, ikizkenar olup, gerisi çeşitkenarlı olur.

---

[76] **Ek not 5:** Zira, QB çapı HH'E kirişini var sayalım ki H' noktasında ikiye böldüğünden $\widehat{EH'S}$, $\widehat{HH'S}$ açıları dik olur (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 3). Şimdi ΔSEH', ΔSHH''den HH' = EH' ve H'S kenarı da ortak olup, $\widehat{EH'S} = \widehat{HH'S}$ olduğundan, SE = SH olur (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 4). $SE^2 = SH^2$ olup, her birine SA^2 karesi eklendiğinde, $SE^2 + SA^2 = SH^2 + SA^2$ olduğundan, $AE^2 = AH^2$ olup, AE = AH eşit olur.

Ek not 6: (Şekil II) ΔAHB, ΔAÛB üçgenlerinden $\widehat{U} = \widehat{H}$ olup, AB kenarı da ortak olsa, A, B, Û noktalarından geçen ÛBAH dairesi çizildiğinde, bu daire H noktasından da geçer. Zira, H noktasından geçmeyip, altında kalan herhangi bir Q noktasından geçse, AQ doğrusu birleştirildiğinde, $\widehat{AQB}$, $\widehat{A\hat{U}B}$ 'ya veya ona eşit olan $\widehat{AHB}$'ya eşit olmuş olur

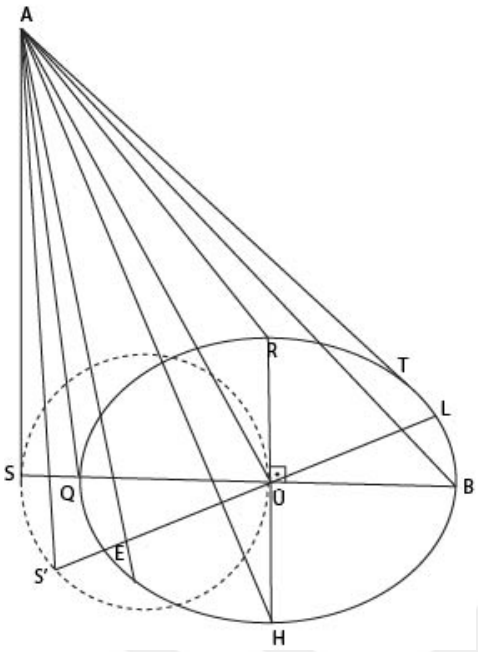
4) Herhangi bir koninin ekseninden geçen üçgenlerden herhangi bir üçgenin iki kenarının kareleri toplamı, başka herhangi bir üçgenin iki kenarının kareleri toplamına eşit olur.

Zira bir üçgenin tepesinden tabanı ortasına indirilen doğrunun karesinin iki katıyla, taban yarısının karesinin iki katı toplamı, diğer kenarların kareleri toplamına eşit olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 19). Buna göre, $AB^2 + AQ^2 = 2.(A\hat{U}^2 + \hat{U}B^2)$ ve aynı şekilde $AH^2 + AR^2 = 2.(A\hat{U}^2 + \hat{U}H^2) = 2.(A\hat{U}^2 + \hat{U}B^2)$ toplamına eşit olduğundan, $AB^2 + AQ^2 = AH^2 + AR^2$ olur. Bu şekilde $AB^2 + AQ^2 = AF^2 + AS'^2 = AH^2 + AR^2$ olduğu ispatlanmış olur **(Şekil 6)**.[77]

(Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 15). Fakat $\widehat{AQB}$, ΔAQH'nin dış açısı olduğundan, aynı üçgenin iç açısı $\widehat{AHB}$'den büyüktür. Bu durumda küçük şeyin büyük şeye eşit olması gerekir ki bu çelişkilidir. Aynı şekilde -ÛBA dairesi- H noktasının üstünde bulunan herhangi bir R noktasından geçtiğinde, AR doğrusu birleştirildiği zaman, $\widehat{ARB}$ iç açısının $\widehat{A\hat{U}B}$'ye veya ona eşit olan $\widehat{AHB}$ dış açısına eşit olması gerekir ki bu da çelişkilidir. Bu sebepten bu daire H noktasından başka noktadan geçemez, yalnız H noktasından geçer.

[77] **Ek not 7: (Şekil III)** ABH' dairesinin çapı veya uzatılan AB çapı üzerinde farz edilen Û merkez olmak üzere, herhangi (bir) Q noktasından çevreye kadar uzatılan doğrular içinde merkezden geçen QA doğrusu, bütün doğrulardan daha uzun ve Q noktasından, çevrenin diğer kenarına uzatılan BQ doğrusu hepsinden daha kısa ve en uzun doğruya yakın olan QH doğrusu, AQ'ya uzak olan QR doğrusundan daha uzun olup ve çapa uzaklıkları eşit olarak Q noktasından koniye kadar uzatılan QC ve QH' doğruları birbirine eşit olurlar. İşte bu söz konusu doğrulara, *çapa eşit uzaklıktaki doğrular* (mütesavi el karb

Şekil 6.



ilâ el kutr) denir. Zira QA'nın bir tarafında QH, QR doğruları uzatılıp, AH, HÛ doğruları da birleştirildiğinde, $\widehat{\text{Û}AH} = \widehat{\text{Û}HA}$ olup (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 5), $\widehat{QHA} > \widehat{QAH}$ olduğundan, QA > QH olur (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 17). Aynı şekilde HR, RÛ doğruları birleştirildiğinde, $\widehat{\text{Û}HR} = \widehat{\text{Û}RH}$ ve $\widehat{Q\text{Û}H} > \widehat{Q\text{Û}R}$ olduğundan; QH > QR olur. Aynı şekilde BH', ÛH' doğruları birleştirildiğinde, meydana gelen ΔÛH'Q'da QÛ < QH' + H'Û olup (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 18), H'Û = ÛB olup ÛQ, ÛB'den (veya H'Û'dan) çıkarıldığında, geriye kalan QB doğrusu QH' doğrusundan kısa olur. Bu şekilde ispat olunur ki QT doğrusundan da kısa olur. Aynı şekilde $\widehat{Q\text{Û}H'}$ açısına eşit $\widehat{Q\text{Û}C}$ açısı oluşturulduğunda ΔQÛC, ΔQH'Û üçgenlerinde ÛC = ÛH' olup, QÛ kenarı da ortak ve $\widehat{Q\text{Û}C} = \widehat{Q\text{Û}H'}$ olduğundan, *çapa eşit uzaklıktaki doğrular* olan QC = QH' olur.

5) Herhangi bir eğik koni tepesinden, ekseninden geçecek şekilde kesildiğinde oluşan üçgenlerden ΔABQ'nun, BAQ tepe açısı dik olsa, adı geçen bütün üçgenlerin tepe açıları dik ve dolayısıyla birbirlerine eşit olurlar.

Zira ΔABQ'nun yüzeyi üzerinde BQ çap olacak şekilde BQA yarım dairesi çizildiğinde, BAQ açısı dik kabul edildiğinden, A noktasından geçip, AÛ ekseni ÛB, ÛQ yarıçaplarına eşit olup, ÛH, ÛR yarıçaplarına da eşit olur. Aynı biçimde HR çapıyla HAR yarım dairesi çizildiğinde, A noktasının alt ve üstünden geçmeyip, sadece A tepe noktasından geçtiğinden (Ek not 6), $\widehat{HAR}$ da dik olup, AH, AR kenarları da bu dikmenin çevresi (kenarları) olurlar. Bu şekilde ispat edilir ki, söz konusu konide bulunan bütün tepe açıları dik olup, tepe noktasından inen kenarlar da dik kenarlar olurlar. Eğer BAQ tepe açısı dar veya geniş olsa, eksenden geçen bütün üçgenlerin tepe açıları farklı olur (Ek not10)[78]. Fakat tabanlarının BQ çapına eğimleri eşit olan üçgenlerin yani BÛH, BÛE eğim açıları eşit olan üçgenlerin tepe açıları birbirine eşit olurlar (Ek not 12).

---

[78] **Ek not 8: (Şekil IV)** $\hat{A}$, $\hat{H}$ tepe açıları dik olmayan, karşılıklı kenarları da birbirinden farklı olan RS' tabanı üzerinde bulunan ΔS'AR, ΔS'HR üçgenlerinin $AS'^2 + AR^2 = S'H^2 + HR^2$ olsa, bu üçgenler üzerinde çizilen S'RH dairesi A noktasından geçemez. Zira, X merkezinden S'R doğrusuna XE dikmesi çıkıldığında, S'R doğrusu E noktasında ikiye bölünüp (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 3), AH doğrusu da birleştirildiğinde, EM çapını Y noktasında kesip, AE, HE doğruları da birleştirildiğinde, $AS'^2 + AR^2 = 2.(AE^2 + \mathrm{RE}^{2)}$ olur. Aynı zamanda $S'H^2 + HR^2 = 2.(HE^2 + \mathrm{RE}^{2)}$ olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 19). Fakat farz edelim ki, $AS'^2 + AR^2 = S'H^2 + HR^2$ toplamına eşit olsun, bu durumda $2.(AE^2 + \mathrm{RE}^{2)} = 2.(HE^2 + \mathrm{RE}^{2)}$ olur. İşte bu eşitlerden müşterek

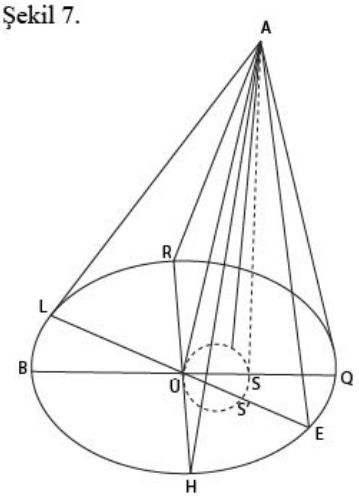
6) Eğik koninin AS dikmesinden geçen ve taban yüzeyi üzerine dik olan ΔBAQ, eksenden geçen üçgenlerin her birinden küçük ve keza BQ çapına dik olan HR tabanı üzerinde bulunan ΔHAR her birinden büyük olur. Büyük üçgene yakın olan üçgen büyük ve küçük üçgene yakın olan üçgen de küçük olur.

Zira eksen ile dikme arasındaki SÛ uzaklığı çap sayılarak, koninin taban yüzeyi üzerinde ÛS'S dairesi çizildiğinde, bu üçgenlerin A tepe açılarından tabanlarına inen doğrular, çizilmiş daireden geçer. HR doğrusu BQ çapına dik olduğundan, SÛS' dairesine Û noktasında temas eder (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 10) **(Şekil 7)**.

---

olan $2.RE^2$ çıkarıldığında, kalan $2.AE^2 = 2.HE^2$ olduğundan, AE = HE olur (Seyyid Ali Paşa negatif kökleri ihmal etmiştir). Şimdi ΔAXY, ΔHXY'den $\widehat{AXY} = \widehat{HXY}$ (Ek not 7) ve XA = XH olup, YX de ortak olduğundan, $\widehat{AYX} = \widehat{HYE}$ olup (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 4), bu açılar dik olmakla, AH // S'R olup, AHS', HAR açıları birbirine eşit olduğundan, HR, AS' doğruları hem paralel hem eşit olup (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 29), $HR^2 = AS'^2$ olur. Şimdi varsayalım ki $AS'^2 + AR^2 = HR^2 + S'H^2$ olduğundan, $AR^2 = S'H^2$ olup, AR = S'H doğrusuna eşit olur. Fakat AS' = HR, AR = S'H doğrusuna eşit olmuş olup, karşılıklı kenarları farklı farz edilen AR, S'H ve AS', HR karşılıklı kenarları birbirine hem eşit ve hem de eşit olmaması gerekir ki bu mümkün değildir. Bu durumda çizilmiş daire A noktasından geçemez.

Şekil 7.



Şimdi ΔHAR'nin AR, AH kenarları birbirine eşit olup (Uyarı 3), bu üçgen ikizkenar olduğundan, AÛ doğrusu HR tabanına dik iner ve tabanı iki eşit parçaya böler. Öyle ki EL çizilmiş daire çapını S' noktasında kesip AS', S'S doğruları birleştirildiğinde, $S\hat{U}^2 = SS'^2 + S'\hat{U}^2$ olup (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 14)[79], $A\hat{U}^2 = AS^2 + S\hat{U}^2 = AS^2 + SS'^2 + S'\hat{U}^2$ kareleri toplamına da eşit olur. Fakat $AS^2 + SS'^2 = AS'^2$ olduğundan, (Usul-i Hendese, Kitap 7, Tanım 2), $A\hat{U}^2 = AS'^2 + S'\hat{U}^2$ olup, $\widehat{AS'\hat{U}}$ açısı dik olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 15) ve AS' doğrusu EL çapına dik iner.[80]

---

[79] Pythagoras Teoremi.

[80] **Ek not 9:** $\widehat{S'AR} \neq \widehat{S'HR}$ olup, zira eşit olmaları için dairenin S', A, H, R noktalarından geçmesi gerekir (Ek not 6).

Ek not 10: Koninin tepe açısı dar veya geniş olsa eksenden geçen üçgenlerin tepe açıları farklı olur. Zira, HR S'F eşit tabanları üzerinde bulunan ΔRAH, ΔS'AF üçgenlerinin $RA^2 + AH^2 = S'A^2 + AF^2$ olduğundan (Uyarı 4) $\widehat{RAH}$, $\widehat{S'AF}$ açıları farklı olur.

Ek not 11: Söz konusu konide RÛ, HE, ÛT çaplarının eğimleri QÛB çapının eğimine eşittir. Yani $\widehat{R\hat{U}Q} = \widehat{Q\hat{U}T}$ olsa, EH, RT doğruları QB çapıyla ikiye bölünür. Zira $\widehat{R\hat{U}Q} =$

Şimdi, A tepe noktasından S'ÛS daire çevresine indirilen AÛ, AS, AS' doğrularından, AÛ doğrusu her birinden daha uzun, AS hattı da her birinden daha kısa olup, AS' doğrusu da AS doğrusundan daha uzun, AÛ doğrusundan daha kısa olduğundan (Uyarı 3); HR, BQ, EL eşit tabanları[81] üzerinde bulunan üçgenlerden ΔHAR'nin yüksekliği her birinden daha uzun olan, AÛ doğrusu olduğundan, söz konusu üçgen hepsinden büyük olur. Aynı şekilde ΔBAQ'nun yüksekliği her birinden kısa olan AS doğrusu olduğundan, bu üçgen diğer tüm üçgenlerden küçük olur. ΔLAE'nin yüksekliği de AÛ doğrusundan kısa ve AS doğrusundan uzun olan, AS' doğrusu olduğundan, bu üçgen ΔHAR'den küçük, ΔBAQ'dan büyük olup, kalan üçgenler de bu kıyas üzerine olur.

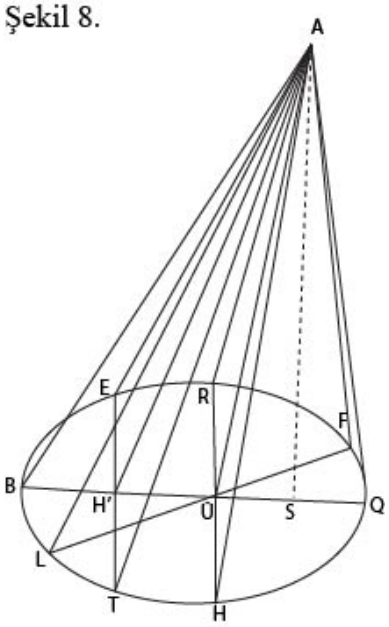
7) Dik koninin ekseni, taban yarıçapına eşit veya daha uzun olduğu takdirde, eksenden geçen üçgenlerin tepe açıları dik veya dar olduğunda, eksenden geçen üçgenlerin eksenden geçmeyen üçgenlerden büyük olduğu bundan önce ispat edilmişti (Uyarı 2). Aynı şekilde, eğik konide eksenden geçen yani birinci kısımdan olan ΔBAQ'nun tepe açısı geniş olduğu durumda, $\widehat{HAR}$, $\widehat{FAL}$ açıları dik veya dar olduğunda birinci kısım üçgenlerin, ikinci kısım üçgenlerden büyük olamayıp, belki birinci kısım üçgenlerinin en büyüğü olan ΔHAR'den ikinci kısım üçgenlerden biri büyük veya eşit olur. **(Şekil 8)**

$\widehat{TÛV}$ ve TÛ = ÛR, ÛV kenarı ortak olduğundan $\widehat{ÛVT}$ = $\widehat{ÛVR}$ = 90º olup, RV = VT olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 4) RT, BQ çapıyla V noktasında ikiye bölünür. Bu şekilde ispatlanır ki EH de BQ ile H' noktasında ikiye bölünür

Ek not 12: Söz konusu konide ΔRAH, ΔTAE'den $\widehat{HAR}$ = $\widehat{EAT}$ olur. Zira, AE = AH, AR = AT olup (Uyarı 3), HR tabanı TE tabanına eşit olduğundan $\widehat{HAR}$ = $\widehat{EAT}$ olur

[81] Bu durumda koni tabanı daire olmalıdır.

Şekil 8.



Zira HR // TE doğrusu çizildiğinde, TE, BQ çapıyla H' noktasında ikiye bölünüp, A tepe noktasından da bu doğrudan geçen bir düzlemle kesildiğinde oluşan ΔTAE ikizkenar olduğundan (Uyarı 3), AH' doğrusu da TE tabanına dik olur. Şimdi AH', AÛ doğruları arasındaki oran TE, HR doğruları veya TH', HÛ doğruları arasında olan orandan büyük veya eşit olduğundan (Ek not 13)[82], AH' ≥ AÛ olup, ΔTAE birinci kısım üçgenlerinin tamamından büyük olan ΔHAR'den büyük veya ona eşit olur.

---

[82] **Ek not 13: (Şekil V)** TH', HÛ, AÛ doğruları için AH' 4. orantılısı alınıp, AH', AÛ doğrularının A kesişme noktası aynı zamanda koninin tepesi farz edilse, AQHBR koni yüzeyi inşa olduğunda ΔTAE = ΔHAR olur. Zira TH': HÛ = AÛ : AH' olduğundan AÛ . HÛ = TH' . AH' olup (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 12), ΔHAR, ΔTAE'nin HR, TE tabanlarından her biri (AÛ . ÛH), (TH' . AH') çarpımlarının ÛH, TH' tabanlarından her birinin 2 katı olduğundan bu üçgenler, bu çarpımlara sırasıyla eşit olur. Böylece ΔTAE = ΔHAR olur. Yine Û merkezinden ÛA uzaklığı ile CAM yayı çizilip CH', CÛ doğruları

Konik üçgenlerin özelliklerinden bu kadar söz etmekle yetinilip, bundan sonra esas maksat olan koni kesitleri eğrilerine başlanacaktır. Allah bize yardımcı olsun.

Maksat:

Teorem 1.

Tepe noktaları ortak olan konilerden herhangi biri keyfi bir noktadan tabanına paralel bir düzlem ile kesilse, kesiti daire olup merkezi de koni ekseni üzerinde olur. [83]

Mesela, tepeleri ortak olan ABQ, AYS' konilerinden herhangi biri keyfi bir noktadan tabanına paralel bir düzlem ile kesilse RH'T, YVX kesmeleri daire olup, LC merkezleri de AÛ, AC eksenleri üzerinde olur. Zira AÛ ekseni söz konusu kesmenin L noktasından geçip, AÛ ekseninden geçer. Koni ΔBAQ yüzeyiyle de kesildiğinde, üçgen

---

birleştirilip CQHBR konisi inşâ olunup, koni tabanına da CŞ' diki uzatıldığında ΔTCE > ΔHCR olur. Zira $CH'^2 = C\hat{U}^2 + \hat{U}H'^2 + 2.(\hat{U}H'.\hat{U}Ş')$ (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 17) ve $AH'^2 = A\hat{U}^2 + \hat{U}H'^2 + 2.(\hat{U}H'.\hat{U}S)$ olur. Fakat $(C\hat{U}^2 + \hat{U}H'^2) = (A\hat{U}^2 + \hat{U}H'^2)$ olup, $2.(\hat{U}H'.\hat{U}Ş) > 2.(\hat{U}H'.\hat{U}S)$ olduğundan $CH'^2 > AH'^2$ olup, CH' > AH' olduğundan CH' : CÛ > AH' : AÛ olur. Şimdi TH': HÛ = AÛ : AH' olup eşitlik ters çevrildiğinde HÛ : TH' = AH' : AÛ de olduğundan, CH' : CÛ > HÛ : TH', olduğundan CH' . H'T > CÛ . ÛH olup kendi eşiti olan ΔTCE > ΔHCR olur. Yine çizilmiş koninin tepesi M noktasında bulunduğundan ΔTME < ΔHMR olur. Zira MH' <AH' olup, MH' : MÛ < AH' : AÛ veya HÛ : TH' olmakla MH'. H'T < MÛ . ÛH olduğundan kendine eşit olan ΔTME < ΔHMR olur.

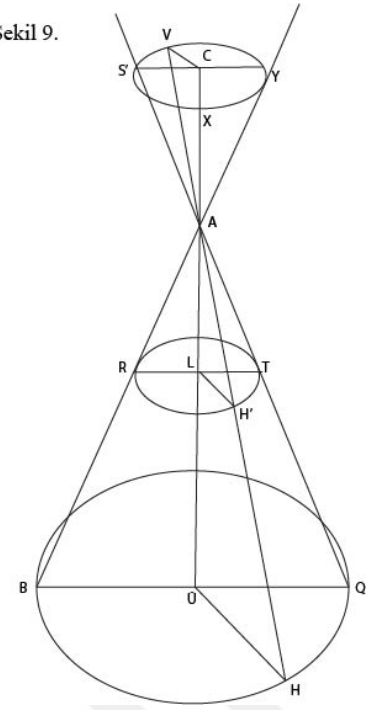
[83] Apollonius I. [4], Aynı bilgi tek koni için verilmiştir.

ve dairenin ortak kesiti olan RT doğrusu // BQ taban çapına olur (Usul-i Hendese, Kitap 7, Teorem 12).

Şimdi, söz konusu RH'T kesitinin üstünde keyfi H' noktası seçilir ve AH' birleştirilip, o doğrultuda uzatıldığında koni tabanının çevresiyle H noktasında kesişir (Postulat 3). HÛ, H'L doğruları da birleştirildiğinde, ΔAHÛ yüzeyinde bulunan HÛ ve H'L, BHQ, RH'T paralel düzlemlerinin arakesitleri olduğundan, ΔAÛH ≅ ΔALH' olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 3). Aynı şekilde, ΔÛBA ≅ ΔLRA olduğundan, ÛH : LH' = ÛA : LA olup (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 3) ve aynı şekilde ÛA : LA = BÛ : RL olduğundan bu iki denklemden ÛH : LH' = BÛ : RL olur (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 21). ÛB = ÛH olduğundan LH' ve LR de birbirine eşit olurlar. Bu şekilde ispat olunur ki L noktasından RH'T kesmesinin ucuna çıkan bütün düz çizgiler birbirlerine eşit olmakla, RH'T kesmesi daire olup L noktası da daire merkezi olup, AÛ ekseni üzerinde bulunur ve bu şekilde ispat edilir ki YVX kesiti de daire olup (Ek not 14)[84] istenilen ispatlanmış olur **(Şekil 9)**.

[84] **Ek not 14:** HÛ // VC olup, ΔAÛH ~ ΔCAV olduğundan ÛH : VC = ÛA : AC olur. Aynı şekilde ΔAÛB ~ ΔCAY olduğundan ÛA : AC = ÛB : CY olup bu iki eşitlikten de ÛH : VC = ÛB : CY olup, ÛH = ÛB olduğundan VC = CY olur. Böylece ispatlanır ki, C noktasından YVX kesmesinin ucuna çıkan bütün düz çizgiler birbirlerine eşit olmakla YVX daire olup, C merkezi de AC ekseni üzerinde bulunur.

Şekil 9.



Teorem 2.

Herhangi bir eğik koniyi ekseninden geçerek ve tabanına dik olarak kesen bir düzlem ile bunun sonucunda oluşan kesit üçgen de, diğer bir düzlem ile dik olarak kesildiğinde, tepe tarafında kalan üçgen, eksenden geçen üçgene benzer ve üst üste konduğunda uymasa da (çakışmasa), işte bu kesit bir daire olup, benzer üçgene de *antiparalel (şibih muvazat* veya *kat-ı muâlif*[85]*)* denilir.

---

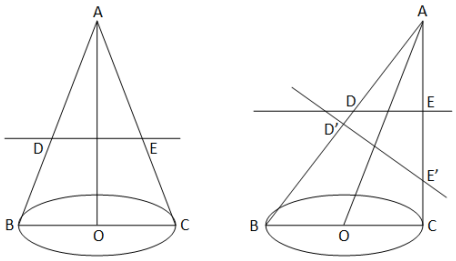
[85] Alt karşıt. Bu terimin tanımı, bu Teorem ve ispatı, Apollonius'un *Konika*'sında yer almaktadır (Heath, 1896: 2-3).

Bu şekil metnin daha kolay anlaşılabilmesi için tarafımızdan eklenmiştir. Şekil'de görülen dik ve eğik koniler için DE // BC'dir. Sağ tarafta bulunan eğik koni için D'E' doğrusu BC tabanıyla antiparaleldir (A ortak D' = C ve E' = B'dir) ve D'E''den geçen kesit bir daire olacaktır. Bu teorem Apollonius'un teoremidir. Tabana paralel olan

Mesela, ABHQ eğik konisinin AÛ ekseninden geçip ve taban yüzeyine dik olarak ABQ düzlemiyle (d1) kesilip oluşan ΔABQ üçgeni de dik olarak YH'M düzlemiyle kesilir ve tepe tarafında kalan ΔYAM ≅ ΔABQ'dir. Bu üçgenler çakışmıyorsa, yani $\widehat{AMY} = \widehat{ABQ}$ ve $\widehat{AYM} = \widehat{AQB}$ olduğunda, YH'M kesmesi daire olur. Zira, YH'M kesmesinin ucunda keyfi bir H' noktası belirlenip, bu noktadan ΔABQ yüzeyi üzerine H'C diki çıkartılsa söz konusu kesmenin ortak kesiti (faslı müşterek) olan YM üzerinde bulunup, C noktasında dik olur (Usul-i Hendese, Kitap 7, Tanım 2). İşte bu C noktasından BQ taban çapına paralel RCT çizilip, RT, H'C doğrularından geçen RH'T düzlemi de meydana geldiğinde bu düzlem tabana paralel olur. BQ // RT ve HU // H'C olduğundan (Ek not 15)[86], RH'T kesmesi daire olup (Teorem 1), AÛ ekseniyle RT çapının L kesişme noktası da söz konusu dairenin merkezi olur.

---

kesmenin merkezi koni ekseni üzerinde olacaktır. Ancak antiparalel kesmenin merkezi koni ekseni üzerinde değildir.



[86] **Ek not 15:** Zira BQ, d1 düzlemiyle, düzlem tabanı arasında ortak kesit (faslı müşterek-ikisinde de bulunup-) olup, d1 yüzeyi tabanı yüzeyine dik olduğundan, d1 ⊥ HU olduğundan BQ ⊥ HU da olur. Aynı şekilde H'C ⊥ d1 olmakla H'C // HU olup, (Usul-i Hendese, Kitap 7, Teorem 4), BQ // RT doğrularını da kestiğinden H'C , RC'den geçen yüzey (daire), taban yüzeyine paralel olur (Usul-i Hendese, Kitap 7, Teorem 11).

Aynı biçimde YM doğrusu AU ekseniyle E noktasında ikiye bölünüp[87] H'L, H'E doğruları da birleştirildiğinde, $H'L^2 = LT^2$ olup, LT^2 = RC . CT + LC^2'ye eşit olur (Ek not 16- **Şekil VI**)[88] H'C doğrusu ⊥ ABQ yüzeyi olduğundan, $LC^2 + H'C^2$ = $H'L^2$ olup (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 14)[89] MC, YR, CT doğruları da H'C doğrusuna C noktasında dik olmakla, $\widehat{H'CL}$ dik olur (Usul-i Hendese, Kitap 7, Tanım 2). $LC^2 + H'C^2$ = RC . CT +LC^2 olup, her iki taraftan LC^2 çıkarıldığında $H'C^2$ = RC . CT olur.

Şimdi $\widehat{AYM}$ açısı var sayalım ki $\widehat{AQB}$ ya da $\widehat{MTC}$ açısına eşit olsun (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 25)[90] $\widehat{TMC} = \widehat{CRY}$ olup, ΔTCM ≅ ΔYCR olduğundan, YC : RC = TC : CM olup (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 5) RC . TC = YC . CM olup[91] (Usul-

---

[87] Yani E noktası YM'nin merkezi.

[88] **Ek not 16:** Bir küre Şekil VI'daki gibi bir doğru parçası ile ikiye bölünüp, çeşitli uzaklıklara da ayrılırsa, Û var sayılan merkez iken BA doğrusu üzerinde seçilen bir Q noktası için $\hat{U}Q^2$ + AQ . BQ = $\hat{U}B^2$ olur. Zira AHB dairesi üzerinde seçilen H noktasından çapa inen dik, çapı Q noktasında keserse (HQ ⊥ BA) meydana gelen ΔHQÛ oluştuğunda, $\hat{U}Q^2 + QH^2 = \hat{U}H^2$ olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 14, -Pythagoras teoreminden-). $AQ \,.\, BQ = QH^2$ olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 7), $\hat{U}Q^2 + AQ \,.\, BQ = \hat{U}H^2 = \hat{U}B^2$ olur.

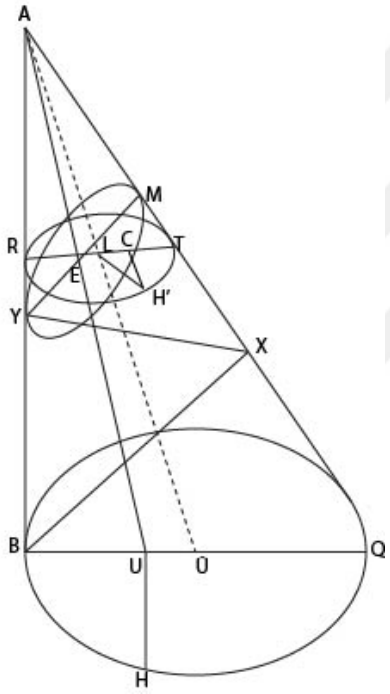
[89] Pythagoras teoremi.

[90] Paralel iki doğru başka bir doğru tarafından kesilirse, aynı tarafa bakan açıların toplamı 180°'dir.

[91] Buraya kadar olan bilgi aslında bu teoremin ispatı için yeterlidir. Yukarıda elde edilen $H'C^2$ = RC . CT ve RC . TC = YC . CM denklemleri düzenlendiğinde $H'C^2$ =YC . CM

i Hendese, Kitap 6, Teorem 12), her iki tarafa CE^2 eklendiğinde, CE^2 + RC . TC = YC . CM + CE^2 olur. Fakat yukarıda ispat edildiği gibi, RC . TC = $H'C^2$ karesine eşit olduğundan, $H'C^2 + CE^2$ = YC . CM + CE^2 olup, $H'C^2 + CE^2 = H'E^2$ olmakla (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 14), YC . CM + $CE^2 = EM^2$ olup (Ek not 16), $H'E^2 = EM^2$ eşit olup, H'E = EM doğrusuna eşit olur. Bu şekilde ispat edilir ki E noktasından YEM kesmesinin uçlarına uzatılan düz çizgilerin tümü birbirine eşit olmakla, ABHQ eğik konisinin *antiparalel (muhalif) kesmesi* olan YH'M kesmesi daire olup, istenen ispat edilmiş olur **(Şekil 10)**.

Şekil 10.



zaten YH′M'nin C merkezli bir daire olduğu ispatlanmış olur. Bu noktadan sonra Seyyid Ali Paşa aslında gerekli olmamasına rağmen açıklamalarına devam etmiştir.

Sonuç 1:

Daire çevresinin herhangi bir noktasından daire çapı üzerine çıkarılan dikmenin karesi, söz konusu çaptan kestiği kısımların birbirine çarpımına eşit olur. Mesela, TH'R dairesinin H' noktasından TR çapı üzerine uzatılan H'C dikmesinin karesi, TC.CR olur. Eğer $H'C^2$ = TC . CR olursa, TH'R şekli daire olur.

Sonuç 2:

YH'M kesmesi eğik koninin tabanına paralel olmayıp eksenden geçer ve taban yüzeyi üzerine dik olan üçgen de tepe tarafında zıt şekilde (hilaf-ı vaz) kalan üçgene benzer olmadığında, söz konusu kesme daire olamaz. Zira, ΔRCY, ΔTCM üçgenlerinin açıları bu şekilde çeşitli olduklarından söz konusu üçgenler benzer olmayıp, karşılıklı YC, RC, TC, CM karşılıklı kenarları da orantılı olamadığından, RC, CT kısımlarının çarpımı veya $H'C^2$, YC . CM'ye eşit olamayıp, EH'^2 de EM^2'ye eşit olamadığı için, yarıçap farz olunan EM, EH' doğruları birbirine eşit olmamakla yukarıda bahsedilen kesme daire olmaz.

Sonuç 3:

Kesmede (muhalif kesme) eksenden geçen ΔAYM, ΔAQB benzer olup, AQ : AB = AY : MA olup, AQ . MA = AB . AY olmakla, B, Y, M, Q noktalarından geçen daire çevresini çizmek mümkün olur (Ek not 17-Şekil VII)[92]. Yine YM'ye paralel BX

---

[92] **Ek not 17: (Şekil VII)** Zira A, B, Q, M noktalarından geçen Y noktasından geçmezse elbette söz konusu noktanın üstünde veya altında bir noktadan geçer. Mesela, Û noktasından geçse BA . AÛ = QA . MA olup (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 28) QA . MA = BA . AY olduğundan, BA . AÛ = BA . AY olmuş olur bu ise mümkün değildir. Aynı şekilde E noktasından geçerse BA . AE = QA . AM olup, QA . MA= BA . AY

çizildiğinde, ΔBXQ'nin açısından geçer. QXB dairesi çizildiğinde, AB doğrusu söz konusu daireye B noktasında değer. Zira ΔABQ, ΔABX üçgenlerinde $\widehat{ABX}$ açısı $\widehat{AYM}$ yahut ona eşit olan $\widehat{AQB}$ açısına eşit olup, $\hat{A}$ açısı da ortak olduğundan, adı geçen üçgenler benzer olup, AQ : AB = AB : AX olmakla AB^2 = AQ . AX olduğundan, AB doğrusu QXB dairesine B noktasında değer (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 30).

Sonuç 4:

ABHQ eğik konisi YH'M dairesine paralel olarak arka arkaya kesildiğinde, oluşan kesitler daire olup, E merkezinden A tepe noktasına AE doğrusu ulaştığında, ortaya çıkan paralel dairelerin merkezleri AE doğrusu üzerinde bulunup, YM doğrusuna paralel çizilen bütün doğrular da AE doğrusuyla ikiye bölünürler. Zira YE : EM = BS' : S'X olup (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 3), YE = EM olmakla, BS' = S'X olup, BX doğrusu S' noktasında ikiye bölünür. Bu şekilde AE doğrusu söz konusu koninin ekseni olup, çap tabanı eşit olmayacak şekilde U noktasında keser. Şimdi bundan lazım gelir ki dik konilerin eksenleri bir (aynı) olup eğik konilerde iki eksen bulunur.

Sonuç 5:

Söz konusu eksenlerden AU ikinci ekseni BQ çapını U noktasında kestiğinde BU'nun UQ'ye oranı, AB^2'nin AQ^2'ine oranı ve AX^2'nin AB^2'ya oranı gibi olur ve aynı biçimde AÛ birinci ekseni BX muhalif kesit çapını S noktasında kestiğinde, BS'nin SX'e oranı, AB^2'nin AX^2'ye oranı gibi olup ve BU'nun UQ'ye oranı da, XS'nin SB'ye oranı

---

olduğundan, BA . AE = BA . AY olmuş olur bu da mümkün değildir. Bu sebepten Û, E noktalarından geçemez ve bu şekilde ispatlanır ki Y noktasının dışındaki hiçbir noktadan geçmeyip daireyi Y noktasında keser.

gibi olur. Çünkü ABQ doğrusuna paralel XFT' doğrusu çizildiğinde[93], ΔBS'U ≅ ΔXS'T' olup, BS' : S'X = BU : XT' olup, BS' = S'X olduğundan (Sonuç 4), BU = XT' doğrusuna eşit olur.

Şimdi BU : UQ = BU : UQ orantısında BU'lardan birinin yerine eşiti olan XT' doğrusu konduğunda, BU : UQ = XT' : UQ olup, XT' : UQ = AX : AQ da olup, AQ, AB, AX doğruları ardışık orantılı olduğundan (Sonuç 3), içler dışlar yer değiştirince de (aksi tarikiyle) AX : AQ = AB^2 : AQ^2 karesi olduğundan, BU : UQ = AB^2 : AQ^2 karesi (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 21) = AX^2 : AB^2 olur (Ek not 18)[94]. Yine ΔBSÛ ≅ ΔFXÛ olup, BS : SX = BÛ : XF olur. Aynı şekilde QÛ ya da BÛ : XF= AQ : AX da olup, AX, AB, AQ doğruları ardışık orantılı olduğundan (Sonuç 3), içler dışlar yer değiştirince de AQ : AX = AB^2 : AX^2 olur. Yine AX^2 : AB^2 = BÛ : UQ da olduğundan (Ek not 18), BÛ : UQ = XS : SB olur (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 21).

Teorem 3.

Herhangi bir koni ekseninden geçen bir düzlem ile kesilip ve bu kesitten oluşan üçgenin kenarlarında olmamak şartıyla koni yüzeyi üzerinde herhangi bir nokta seçilirse ve seçilen bu noktadan, koni tabanının çevresinden geçen ve üçgen tabanına (veya söz konusu koninin taban çapına) dik olan doğruya, paralel bir düz doğru çizilir ve bahsedilen üçgen yüzeyinden geçerek koni yüzeyinin öbür tarafına kadar uzatılırsa, üçgen yüzeyi çizilmiş doğruyu yarıya böler.

---

[93] Bu harfler şekil üzerinde tespit edilememiştir.

[94] **Ek not 18:** Zira, AQ : BA = AB : AX olup (Sonuç 3) içler dışlar yer değiştirince de AB : AQ = AX : AB olup $AB^2 : AQ^2 = AX^2 : AB^2$ de olur. Fakat,

BU : UQ = AB^2 : AQ^2 olduğundan BU : UQ = $AX^2 : AB^2$ olur.

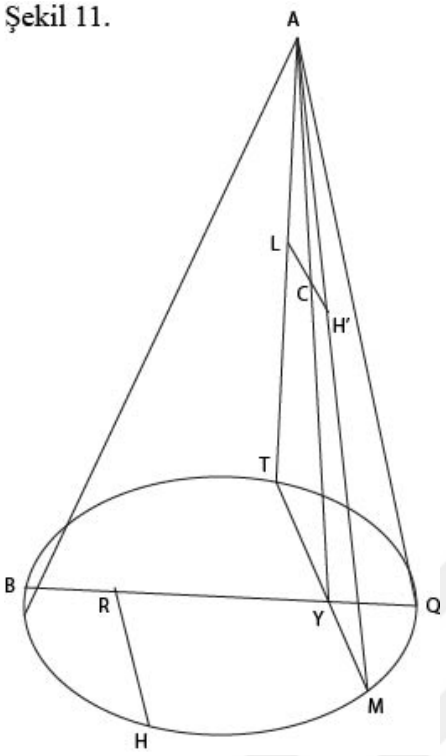
Mesela, ABQT konisi eksenden geçen ABQ düzlemi ile kesilip **(Şekil 11)** oluşan ΔABQ'nin kenarlarında olmamak şartıyla koni yüzeyi üzerinde keyfi H' noktası seçilip, koni tabanının çevresinden geçen ve ΔABQ'nin tabanıyla söz konusu koninin tabanının BQ çapına dik olan HR doğrusuna paralel H' noktasından H'C doğrusu çizilip, ΔABQ'nin yüzeyinden geçerek koni yüzeyinin öbür tarafında L noktasına kadar uzatıldığında ΔABQ'nin yüzeyi H'CL doğrusunu C noktasında ikiye böler. Çünkü A tepe noktasından AH' doğrusu birleştirilir ve o doğrultuda uzatıldığında, koni tabanının çevresinde olan M noktasında olup (Mevzua 3), M noktasından da HR doğrusuna paralel MYT doğrusu çizilip, BQ taban yarıçapını dik olarak kestiğinden, söz konusu yarıçap ile Y noktasında ikiye bölünür (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 3). AT doğrusu da birleştirildiğinde, koni yüzeyi üzerinde olup (Mevzua 3), H'CL doğrusu ile L noktasında kesişirler (Ek not 19)[95]. Şimdi H'L, MT doğrularından her biri HR doğrusuna paralel olduğundan, adı geçen doğrular da paralel olup (Usul-i Hendese, Kitap 7, Teorem 6), ΔMAT'nin yüzeyinde de olurlar (Usul-i Hendese, Kitap 7, Teorem 4). AY doğrusu dahi birleştirildiğinde, ΔMAT ve ΔBAQ üçgenlerinin ortak kesiti olduğundan, işte bu söz konusu yüzeyler AY üzerinde bulunan C ortak noktalarından geçerler (Ek not 20)[96]. Şimdi MY : H'C = YA : CA = YT

[95] **Ek not 19:** Zira, MT // H'L ve bir yüzeyde bulunmayan AT'de MT'yle koni yüzeyinde T noktasında kesiştiğinden, koni yüzeyinde bulunan L noktasında H'L ile de kesişir.

[96] **Ek not 20:** Zira, ΔBAQ üçgeni ile H'CL doğrusunun kesişim noktası C olup, H'CL doğrusu da ABQ yüzeyiyle MAT yüzeyinin ortak kesiti olan AY üzerinde bulunduğundan, işte bu AY doğrusu C noktasından geçer.

: CL olup, MY = YT olduğundan, H'C = CL eşit olur. Böylelikle eksenden geçen ΔABQ yüzeyi H'L doğrusunu C noktasında ikiye bölüp istenen gösterilmiş olur.

Şekil 11.



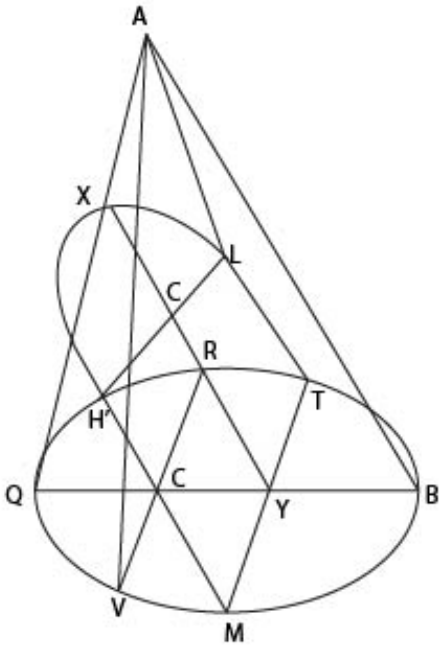
Sonuç 1:

Bundan görüldüğü gibi ABMQ konisi eksenden geçen ΔABQ yüzeyiyle kesilen ve taban yarıçapına dik olan MT doğrusu üzerinde olan diğer MXT yüzeyiyle kesildiğinde işte bu düzlem yüzeylerin ortak kesitleri olan YX doğrusu üzerinde MT doğrusuna paralel çizilen bütün düz doğrular anılan XY doğrusuyla ikiye bölünürler (Ek not 21)[97] **(Şekil 12)**.

---

[97] **Ek not 21:** Zira, MT ⊥ BD ve MT // H'L olup, AH' birleştirildiğinde ve taban çevresine kadar uzatıldığında söz konusu çevreyi V noktasında kesip, V noktasından da MT doğrusuna // VR çizilip A, R de birleştirilince koni yüzeyi üzerinde bulunup L noktasından da geçer. Şimdi H'L ve ΔBAQ'nun kesişimi olan C noktasında ikiye ayrılıp,

Şekil 12.



Sonuç 2:

MXT yüzeyinin MT tabanı BQ çapına dik olup, eksenden geçen ABQ yüzeyi, taban yüzeyine dik olduğu gibi, MXT yüzeyi de ΔABQ yüzeyine dik olsa, MT, H'L doğruları söz konusu yüzeylerin ortak kesitleri olan XY doğrusuyla dik olarak ikiye bölünürler. Çünkü $\widehat{MYQ}$ açısı dik olup, $\widehat{MYX}$ açısı da dik olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 7, Tanım 2), $\widehat{H'CX}$ açısı da dik olup (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 25), söz konusu doğrular dik olarak ikiye bölünürler. Eğer taban yüzeyi üzerine düşen yüzey, MT doğrusu üzerine dik olmayıp, yani eksenden geçen üçgen yüzeyi, koni tabanı üzerine dik

---

BAQ yüzeyiyle MH'XLT yüzeyinin ortak kesiti olan YX üzerinde bulunduğundan (Ek not 20) işte bu YX, MT // H'L doğrularını ikiye böler.

olmazsa, YX doğrusu H'L, MT doğrularını dik olarak ikiye bölemeyip, MY, YX doğrularının eğimlerine göre eğik açılar üzerine ikiye bölünürler[98]. (Şekil 12)

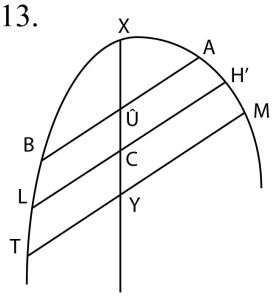
[98] **Ek not 22:** Kural; A : B = Û : Q, işte bu dört orantılı miktardan A, Û öncül terimleri herhangi H miktarı ile çarpılıp, ve keza B, Q ikincil terimleri de herhangi R miktarı ile çarpıldığında (A . H) : (B . R) = (Û . H) : (Q . H) olur. Zira A : B = Û : Q olup bedel tarikiyle de (Bknz. Sözlük) A : Û = B : Q olur. Şimdi A : Û = (A . H) : (Û . H) olup (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1), (A . H) : (Û . H) = B : Q olur. Keza, B : Q = (B . R) : (Q . R) olduğundan (A . H) : (Û . H) = (B . R) : (Q . R) olup, bedel tarikiyle de (A . H) : (B . R) = (Û . H) : (Q . R) olup istenilen ispatlanmış olur.

Ek not 23: Kural; A : B = Û : Q ve H : R = H' : T gibi iki orantı olduğunda, işte bu iki sınıf orantının çarpımı (A . H) : (B . R) = (Û . H') : (Q . T) olur. Farz edelim A : B = Û : Q olsun aynı şekilde H : R = H' : T de olsa H : R = H : R ve keza Û : Q = Û : Q da olduğundan (A . H) : (B . R) = (Û. H) : (Q. R) olup; aynı şekilde (Û . H) : (Q . R) = (Û . H') : (Q . T) olduğundan (Ek not 22) (A . H) : (B . R) = (Û . H') : (Q . T) olup istenilen ispatlanmış olur.

İkincil Tanımlar:

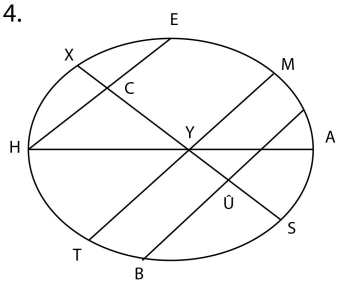
1) Herhangi bir koninin kesitinde çizilmiş H'L, MT paralel çizgilerini ikiye ayıran YX doğrusuna, bu kesmenin çapı denir **(Şekil 13)**.

Şekil 13.



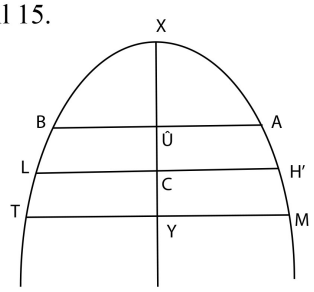
2) YX çapının ucu olan X noktasına ya da karşısında bulunan S noktasına bu kesmenin tepesi denilir **(Şekil 14)**.

Şekil 14.



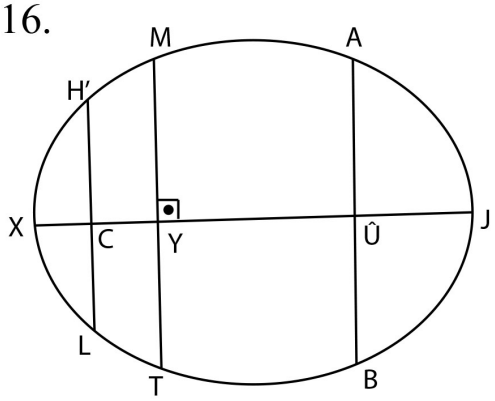
3) Söz konusu H'L, MT paralel doğrularına veya bu doğruların yarıları olan LC, YM doğrularına YX çapının ordinat doğruları denilir **(Şekil 15)**.

Şekil 15.



4) YX çapı, ordinat doğrularını dik olarak ikiye ayırırsa, söz konusu çapa, eksen de denilir. Bundan sonra lüzumu olan tanımlar gerektikçe teoremler ve sonuçlar arasında anılır **(Şekil 16)**.

Şekil 16.



Teorem 4.[99]

Herhangi bir koniyi ekseninden geçen bir düzlem ile bir kere kesilir ve taban çapı ile dik olarak ikiye ayrılan doğru parçası üzerinde bulunan diğer bir düzlem ile bir kere daha kesilirse, işte bu kesmenin çapı eksenden geçen üçgenin bir kenarına paralel olduğunda, söz konusu kesmede bulunan ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı, söz konusu çaptan tepe tarafında *ordinat doğrularının (hatt-ı tertibler)* kestikleri

[99] Apollonius I. [11]. teoremi Seyyid Ali Paşa bundan önceki teoremleri de Apollonius'dan almıştı ancak Apollonius bunları kitabının başındaki tanımlar kısmında vermişti.

apsislerin (fasla)[100] birbirine oranı gibi olup ve işte bu şekilde oluşan kesmeye *parabol (kat-ı mükafi)* denir.[101]

Mesela, AQMB konisi eksenden geçerek **(Şekil 17)**, ABQ düzlemiyle bir kere kesilip, BQ taban çapıyla dik olarak Y noktasında ikiye bölünen MT üzerinde bulunan MXT düzlemiyle bir kere daha kesilip, işte bu düzlemin XY çapı ΔABQ'nin AB kenarına paralel olduğunda (XY // AB); YM, H'C ordinat doğruları karelerinin birbirine oranı, X tepe tarafında söz konusu doğruların XY çapından kestikleri XY, XC apsislerinin birbirine oranı gibi olur.

Zira, kesilen yüzeylerin ortak kesiti olan XY üzerinde keyfi bir C noktası belirlenir ve söz konusu noktadan H'CL ordinat doğrusu çizilip, BQ taban çapına paralel FCV doğrusu da çizilip FV, CL doğrularından geçen ve taban yüzeyine paralel olan FVH' yüzeyi oluştuğunda, BQ ve MT sırasıyla FV, H'L doğrularına paralel olup (Usul-i Hendese, Kitap 7, Teorem 2), FLVH' düzlemi de daire olur (Teorem 1). Şimdi H'C⊥F çap olup, MY⊥BQ çapı var sayıldığından, $H'C^2$ = FC . CV olup, MY^2 = BY . YQ

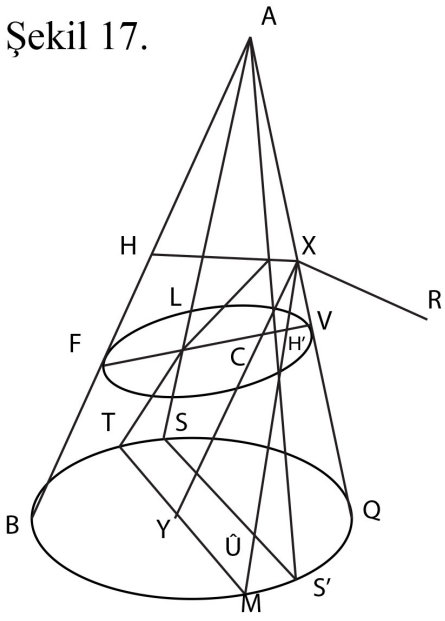
---

[100] Burada adı geçen ordinat doğrusu (hattı tertip) ve apsis (fas(ı)la) kavramlarını yazar analitik geometrideki apsis ve ordinat kavramlarını karşılamak amaçlı kullanmamıştır. Bunlar Heath'in *The Conics of Apollonius* tercümesinde "ordinate" ve "abscissa" olarak geçen ve teoremde tanımlanan matematiksel özellikleri ifade etmek için atanmış terimlerdir. Biz de bu çizgiyi takiben çalışmamızın kalanında bu isimlendirmeyi kullanacağız. Çalışmamızın geri kalanında açıklamalarımızı yaparken Seyyid Ali Paşa'nın teoremlerinin bugünkü karşılıklarını ifade etmek için günümüz kullanımına uygun olarak ordinat doğruları için y ve apsisler için x'i kullanacağız.

[101] $y^2 = ax$.

çarpımına eşit olduğundan (Teorem 2, Sonuç 1), $MY^2 : H'C^2 = BY . YQ : FC . CV$ olur. Şimdi BFCY şeklinde karşılıklı bulunan kenarlar birbirine paralel olmakla, BFCY paralelkenar olup, YB veya YQ doğrusu FC doğrusuna eşit olup, BY . YQ : FC . CV = YQ : CV olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 2)[102], $MY^2 : H'C^2 = YQ : CV$ olur. Aynı şekilde ΔXQY ≅ ΔXVC olup, YQ : CV = YX : CX olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 5), $MY^2 : H'C^2 = YX : CX$ olup istenilen ispatlanmış olur.

Şekil 17.



Sonuç 1:

YX, YM için X tepe noktasından XY çapı üzerine dik olarak XR üçüncü orantılısı alınıp, $YM^2 = YX . XR$ olduğundan, herhangi CH'^2 ordinat doğrusunun de CX . XR 'ye eşit olur. Çünkü, söz konusu çarpımların birbirine oranı YX, CX apsislerinin birbirine

[102] Tabanları eşit olan üçgenlerin (ve paralel kenarların) birbirine oranı, yüksekliklerinin birbirine oranına eşit olur.

oranı gibi olup (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1)[103], YM, CH' ordinat doğruları karelerinin birbirine oranı gibi de olduğundan, (YX. XR) : (CX . XR) = YM^2 : CH'^2 olur. Fakat YM^2 = (YX . XR) olduğundan, CH'^2 = (CX . XR) olur ve işte bu XR ⊥ XY çapına dik olduğundan, *latus rectum (dıl'-ı kaim)* olarak adlandırılır.

Sonuç 2:

Eksenden geçen ΔABQ'nin AB, AQ kenarlarını keserek X noktasından BQ taban çapına paralel XH çizildiğinde, AH : HX = HX : XR olsa, işte bu XR parabolün latus rectumu olup, bu yolla da elde edilir. Çünkü BHXY şekli paralelkenar olduğundan, BY = HX olup, ΔHAX, ΔXYQ'den her biri ΔABQ'ya benzer olduğundan, AH : HX = BY : XR = XY : YQ olmakla XY . XR = BY . YQ olup, BY . YQ = MY^2 eşit olduğundan (Teorem 2, Sonuç 1), $MY^2 = YX.XR$ olduğundan, XR de aynı şekilde parabolün latus rectumu olur (Sonuç 1).

Sonuç 3:

Eksenden geçen ΔABQ üçgeninin AB, AQ kenarları dikdörtgeninin BQ taban çapı karesine oranı, koninin tepesi ile parabolün tepesi arasındaki AX'in XR'ye oranı gibi olur. Bu şekilde, XR de aynı şekilde parabolün latus rectumu olup, bu yolla da elde edilir. Zira, (BA . AQ) : BQ^2 = (HA . AX) : HX^2 olup (Ek not 25)[104], HA, HX, XR doğruları

---

[103] Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin (ve paralel kenarların) birbirine oranı, tabanlarının birbirine oranına eşit olur.

[104] **Ek not 24:** Söz konusu Ek notta adı geçen (A . H) : (B . R) oranı A : B ile H : R'den meydana gelir ve aynı şekilde Û . H' : Q .T oranı da Û : Q ve H' : T oranlarından oluşurlar (Seyyid Ali Paşa'nın burada bahsettiği herhangi bir $\frac{a.b}{c.d}$ değerinin $\frac{a}{c}.\frac{b}{d}$ formunda

ardışık orantılı olduğundan, HX^2 = HA . XR olmakla, (BA . AQ) : BQ^2= (HA . AX) : (HA . AX) olur.

Fakat (HA . AX) : (HA . XR) = AX : XR olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1), (BA . AQ) : BQ^2= AX : XR olup, yukarıda ifade edildiği gibi XR latus rectumu bu yolla da elde edilir.

Teorem 5.

Herhangi bir koni ekseninden geçerek bir düzlem ile bir kere kesilen ve taban çapıyla dik olarak ikiye bölünen doğru parçası üzerindeki diğer bir düzlem ile bir kere daha kesilip, işte bu kesitin çapı, eksenden geçen üçgenin kenarlarına paralel olmayarak koni tepesinin alçak tarafında bulunan bir noktasıyla yüksek tarafında bulunan bir noktasında kestiğinde, söz konusu kesmede bulunan ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı, ordinat doğrularının uçlarından söz konusu kesitin çapının yüksek

---

düzenlenmesinden ibarettir. Ek notun geri kalanında da aynı şeyi anlatmaktadır). Zira, oluşan orana geometrik tanımı aynı cinsten olmak şartıyla öncül terimlerden meydana gelen çarpımlardan, ikincillerden meydana gelen çarpıma oranı öncül terimlerin ikincillere oranlarından oluştuğundan, A, B, H, R miktarlarının da öncüllerinden meydana gelen A . H'nin ikincillerden meydana gelen B . R'ye oranı, A miktarı ile B miktarının arasında olan oranla, H miktarı ile R miktarı arasında olan oranlardan oluşup, aynı şekilde (Û . H') : (Q . T) de Û miktarıyla Q miktarının arasında olan oranla, H' ile T miktarı arasında olan oranlardan meydana gelip istenilen ispatlanmış olur.

Ek not 25: Zira, BA : BQ = HA : HX olup, aynı şekilde AQ : BQ = XA : HX de olup, (BA . AQ) : BQ^2 = (HA. XA) : HX^2 olur (Ek not 23).

tarafında bulunan kesişme noktasıyla alçak taraftaki kesişme noktalarına kadar olan kısımların çarpımlarının birbirine oranı gibi olur[105].

Eğer söz konusu düzlem koni tepesi tarafına uzatılsa, karşısında söz konusu kesite benzer bir kesit daha meydana geldiğinde, birinci kesitteki ordinat doğruları karelerinin ya da ikinci kesitteki ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı, aynı şekilde ordinat doğruları uçlarından adı geçen kesişme noktalarına kadar ulaşan çapın kısımları çarpımlarının birbirine oranı gibi olur.[106] İşte bu kesitlerden her birine *hiperbol* denilip, birbirine oranla da *karşılıklı kesitler (katteyn mütekabileyn)* olarak isimlendirilir. İşte bu karşılıklı kesitlerin tepeleri arasında bulunan çizgiye *büyük çap (kutr-u mücânib[107])* ve *birinci eksen (mihver-i evel)* de denilir.[108]

---

[105] $y^2 = k(x^2 - a^2)$

[106] $y^2 = \frac{l}{d}.(x - \frac{d}{2}).(x + \frac{d}{2})$

$y^2 = \frac{l}{d}.(x^2 - \frac{d^2}{4})$

d = 2a iken;

$y^2 = \frac{l}{2a}.(x^2 - \frac{(2a)^2}{4})$

$y^2 = \frac{l}{2a}.(x^2 - a^2)$

$\frac{2a}{l}.y^2 = (x^2 - a^2)$ her tarafı a^2'ye bölüp işlemi düzenlediğimizde;

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{2y^2}{al} = 1$ olur. $b^2 = \frac{al}{2}$ olsun, bu durumda;

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ hiperbol denklemini elde etmiş oluruz.

[107] Orta Çağ İslâm Dünyası metinlerinde *Latus Transversum* da bu terimle anılır.

[108] Apollonius I. [12].

Mesela, **(Şekil 18)** ABQT konisi eksenden geçerek ABQ düzlemiyle bir kere kesilip, BQ taban çapı ile dik olarak ikiye bölünen MT doğrusu üzerinde bulunan MXT düzlemiyle bir kere daha kesilip, söz konusu düzlemin YX çapı, BAQ üçgeninin AB, AD kenarlarına paralel olmayarak koni tepesinin alt tarafında bulunan X noktasıyla üstü tarafındaki S noktasında kesildiğinde, söz konusu kesitte bulunan YM, CH' ordinat doğruları karelerinin birbirine oranı, söz konusu doğruların Y, C uçlarından YX çapının yüksek tarafında bulunan S noktasıyla alçak tarafındaki X noktalarına ulaşan kısımları çarpımlarının birbirine oranı gibi olur. Yani $YM^2 : CH'^2$ = (YS . YX) : (CS . CX) olur. Zira, MXT hiperbolünün XY çapıyla CH' ordinat doğrusunun kesiştikleri C noktasından BQ taban çapına paralel FCV doğrusu çizilip, H'C // MY olduğundan, H'C ⊥ FCV olup, YM^2 = BY . YQ olduğundan, $H'C^2$ = FC . CV *o*lup, FH'V kesiti daire olur (Teorem 2, Sonuç 1).

Şimdi $YM^2 : H'C^2$= (BY . YQ) : (FC . CV) olur. Fakat (BY . YQ) : (FC . CV) oranı, $\frac{BY}{FC}$ ve $\frac{YQ}{CV}$ oranlarından oluşup, ΔBSY ≅ ΔFSC olduğundan, BY : FC = YS : SC ve aynı şekilde ΔYXQ ≅ ΔCXV olduğundan, YQ : CV = YX : CX olduğundan; YS : SC ile YX : CX'in birleşik oranı SY. YX : SC . CX oranı gibi olduğundan (Ek not 24), BY . YQ : FC . CV = SY . YX : SC . CX olur.

Şimdi daha önce ispat edildiği üzere $MY^2 : H'C^2$ = (BY . YQ) : (FC . CV) olduğundan, $MY^2 : H'C^2$ = (SY . YX) : (SC . CX) olur (Ek not 26)[109]. Yine MXT düzlemi

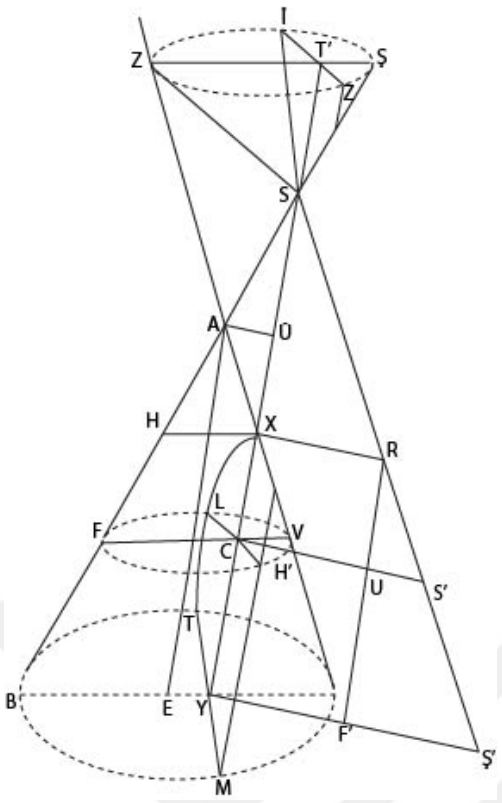
---

[109] **Ek not 26:** Zira, BY : FC = YS : SC ve YQ : CV = YX : XC olduğundan, (BY . YQ) : (FC . CV) = (YS . YX) : (SC . CX) olup (Ek not 23) -22.dipnot- (BY . YQ) : (FC . CV) = $MY^2 : H'C^2$ = (SY . YX) : (SC . CX) olur.

koni tepesi tarafına uzatılırsa, karşısındaki AŞZ konisinde söz konusu kesite benzer ÎSZ' hiperbolü oluştuğunda, MXT kesitinde meydana gelen H'C ordinat doğrusu karesinin ÎSZ' kesitinde[110] oluşan ÎT' ordinat doğrusunun karesine oranı, SC . CX çarpımının ST' . T'X çarpımına oranı gibi olur. Çünkü T' noktasından ABQT konisinin BQ taban çapına paralel ŞT'Z doğrusu çizilip, MY doğrusuna paralel ÎZ' doğrusu da çizilip, çizilmiş bu doğrulardan geçer. ŞÎZ yüzeyi meydana geldiğinde, söz konusu yüzey ABDT konisinin tabanına paralel olup (Usul-i Hendese, Kitap 7, Teorem 11), ŞÎZ kesiti daire olduğundan (Ek not 14), $H'C^2$: (FC . CV) = $\hat{I}T'^2$: (ŞT' . T'Z) olur (Teorem 2, Sonuç 1). ZŞ // FV olduklarından, ΔT'XZ ≅ ΔCXV ve ΔCFS ≅ ΔT'ŞS olduğundan, VC : ZT'= CX : T'X ve aynı şekilde CF : T'Ş = CS : T'S olmakla (FC . CV) : (T'Ş . ZT') = (SC . CX) : (T'S . T'X) olup (Ek not 22 ve 23), (FC . CV) : (T'Ş . ZT') = $H'C^2$: $\hat{I}T'^2$ de olduğundan $H'C^2$: $\hat{I}T'^2$ = (SC . CX) : (ST' . T'X) olup, istenilen ispatlanmış olur.

[110] Hiperbolün karşılıklı eşinden bahsediyor.

Şekil 18.



Sonuç 1:

YX, YM için Y noktasında YX çapı üzerine dik olarak YŞ' üçüncü orantılısı (salis mütenasibi) çizilir. SŞ' doğrusu da birleştirildiğinde YŞ' doğrusuna paralel olarak X ve C noktalarından XR // CS' doğruları çizildiğinde, işte bu XR doğrusu, MXT hiperbolünün *latus rectumu (dıl'-ı kaim)* olup; YX, YŞ' doğrularının orta oranı olan YM doğrusunun karesi YX . YŞ' çarpımına eşit olmakla, (XR . XY) çarpımı büyüklüğü de SX asimptotuyla XR latus rectumuyla çevrelenerek sınırlanan (SX . XR) çarpımına benzer (müşabih ve müteşabih) olarak kurulmuş olan (RF' . F'Ş') çarpımına eşittir. Aynı şekilde herhangi $H'C^2$ = XC . CS' olup, (XR . XC) çarpımının büyüklüğü de daha önce sözü geçen (SX . XR) çarpımına benzer olarak kurulmuş olan (RU . US') çarpımına eşit olur.

Zira, XY // RUF' doğrusu çizildiğinde, bu doğrular CS', YŞ' doğrularını U, F' noktalarında kestiğinden, YŞ' : CS' = YS : CS olur. Aynı şekilde YX : XC = YX : XC

olduğundan, (YX . YŞ') : (XC . CS') = (YX . YS) : (XC . CS) olur (Ek not 23). Fakat, (YX . YS) : (XC . CS) = $MY^2 : H'C^2$ olduğundan (Söz konusu teorem), $MY^2 =$ XY . YŞ' olduğundan, $H'C^2$ = XC . CS' olur (Ek not 27)[111]. İşte bu adı geçen oranlardan ya da eşitliklerden herhangi biri bulunursa bahsedilen XR, söz konusu hiperbolün *latus rectumu* olur.

Sonuç 2:

XY, YB, YQ doğruları için Y noktasında XY'ye dik olarak YŞ' dördüncü orantılısı (rabî mütenasibi) çizilir. SŞ' doğrusu da birleştirilip X noktasından YŞ' // XR doğrusu çizildiğinde, işte bu XR çizgisi hiperbolün *latus rectumu* olur. Zira (XY . YŞ') = (BY . YQ) olup, MY^2 = (XY . YŞ') de olduğundan; $H'C^2$ = (YC . CS') olmakla (Söz konusu Teorem, Sonuç 1), XR söz konusu hiperbolün *latus rectumu* olur.

Sonuç 3:

X noktasından BQ // XH doğrusu çizilip, XY, YQ, XH çizgileri için XR dördüncü orantılısı elde edildiğinde, iste bu XR söz konusu hiperbolün *latus rectumu* olur. Çünkü, SR doğrusu birleştirilir ve o doğrultu üzerinde uzatılırsa, XR // CS' // YŞ' doğrularını S', Ş' noktalarında kesip, ΔYSŞ' ≅ ΔXSR[112] ve aynı şekilde ΔBSY ≅ ΔHSX olduklarından, BY : HX veya YŞ' : XR = YS : SX olup ve aynı şekilde BY : YŞ' = HX : XR veya = XY : YQ olduğundan, (BY . YQ) = (XY . YŞ') veya = MY^2 olmakla (Söz konusu Teorem, Sonuç 1), YŞ' // XR çizgisi, söz konusu hiperbolünün *latus rectumu* olur.

---

[111] **Ek not 27:** Elimizdeki nüshalarda bu ek nota rastlanmamıştır.

[112] Metinde yanlış olarak S yerine T yazmaktadır.

Sonuç 4:

Eksenden geçen üçgen yüzeyi üzerinde koninin tepe noktası olan A'dan XY'ye paralel AE doğrusu çizilip, XR : XH = YQ : XY olup (Söz konusu Teorem, Sonuç 3), ΔQYX ≅ ΔQEA olduğundan, YQ : XY = QE : EA olur ve aynı şekilde ΔXSH ≅ ΔEAB olduğundan, XH : XS = BE : EA olur. Şimdi XR, XS çizgileri arasındaki oran QE, EA miktarlarıyla, BE, EA miktarlarının arasında olan oranlara uygun olup yani (QE . EB) : EA^2 oranı gibi olduğundan (Ek not 28)[113], AE^2: (QE . EB) = XS : XR olduğundan, işte bu XR çizgisi söz konusu hiperbolün latus rectumu olup, bu yolla da elde edilir.

Sonuç 5:

Koninin A tepe noktasından BQ taban çapına paralel AÛ doğrusu çizilir ve bu doğru büyük çapı Û noktasında keserse, (SÛ . ÛX) : $\hat{U}A^2$ = (XS : XR) olur. Zira ΔAÛX ≅ ΔXYQ olduğundan, XÛ : ÛA= XY: YQ ve = AE : EQ olur ve aynı şekilde ΔSÛA ≅ ΔAEB olup, SÛ : ÛA = AE : EB olmakla (SÛ . XÛ) : $\hat{U}A^2$ = AE^2 : (EQ . EB) olduğundan (Ek not 19), (SÛ . XÛ) : $\hat{U}A^2$ = XS : XR olup (Söz konusu Teorem, Sonuç 4) yani büyük çapın, latus rectuma oranı gibi olur.

---

[113] **Ek not 28:** Zira RX : XH = QE : EA ve keza XH : XS = EB : EA da olup, (RX . XH) : (XH . XS) = (QE . EB) : EA^2 olur (Ek not 23). Fakat (RX . XH) : (XH . XS) = (RX . XS) olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1) RX : XS = (QE . EB) : EA^2 olduğundan RX : SX = (QE . EA) : (EB . EA) olur.

Ek not 29: Zira, XÛ : ÛA = AE : QE ve aynı şekilde, SÛ : ÛA = AE : EB de olduğundan (SÛ . ÛX) : $A\hat{U}^2$ = AE^2 : (QE . EB) olur. Fakat AE^2: (QE . EB) = SX : XR olduğundan (Söz konusu teorem, sonuç 4) (SÛ . ÛX) : $A\hat{U}^2$ = SX : XR olur.

Sonuç 6:

MY ordinat doğrusunun karesinin, çap kısımları olan (SY . YX) çarpımına oranı, H'C ordinat doğrusu karesinin çap kısımları olan (SC . CX) çarpımına oranı gibi olduğundan, XR latus rectumunun XS büyük çapına oranı gibi olur. Zira (XY . YŞ') = YM^2 olduğundan, (XY . YŞ') : (XY . YS) = YŞ' : YS (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1) ve (S'C . CX) = $H'C^2$ olmakla (Söz konusu teorem, Sonuç 1), (S'C . CX) : (SC . CX) = S'C : CS olur. Şimdi ΔSYŞ' ≅ ΔSCS' ≅ ΔSRX olmakla, YŞ' ve YS miktarları arasındaki oranla S'C ve CS miktarları arasındaki oranlar, XR latus rectumunun XS büyük çapına oranı gibi olduğundan; MY^2 : $H'C^2$= (SY . YX) : (SC . CX) = XR : XS olur.

Teorem 6.

Herhangi koni ekseninden geçen bir düzlem ile bir kere kesilir ve taban çapıyla dik olarak ikiye bölen doğru ile, söz konusu tabana paralel olan diğer bir dairenin çapıyla dik olarak ikiye bölünen doğrudan geçen bir düzlemle bir kere daha kesildiğinde; koni ekseninden geçen üçgenlerin kenarları da koni tepesi altında (bir yerde) bu düzlemle kesiştiğinde, (bahsi geçen) ordinat doğruları karelerinin birbirine oranı, bu doğruların çap ile kesişme noktalarıyla söz konusu çap uçları arasında olan kısımların çarpımlarının

birbirine oranı gibi olur[114] ve işte bu kesitlere *elips (kat-ı nakıs)* denilir[115]. Bu koni kesitinin çapına da *büyük çap (kutr-u mücânib)*[116] denilir **(Şekil 19)**.

Mesela, ABMQ konisi eksenden geçen ABQ düzlemiyle bir kere kesilen ve BQ taban çapıyla dik olarak ikiye bölünen MT doğrusuyla, söz konusu tabana paralel olan FVL dairesinin FV çapıyla dik olarak ikiye ayrılan H'L doğrusundan geçen SMXT düzlemiyle bir kere daha kesildiğinde; koni ekseninden geçen ABQ üçgenlerinin AB, AQ kenarları koni tepesi altında kalan X, S noktalarıyla kesiştiğinde MY ve H'C ordinat doğruların XS çapıyla kesiştikleri noktalar olan Y ve C ve söz konusu çapın uçları X, S iken

$\frac{MY^2}{H'C^2} = \frac{SY\,.\,YX}{SC\,.\,CX}$ olur.

Zira, MY $\perp$ BQ çapına dik olup, koni tabanına paralel olan FVL dairesinin FV çapına H'C doğrusu da dik olduğundan MY // H'C olur. Şimdi MY^2 = (BY . YQ) olup

---

[114] $y^2 = k(a-x)(a+x)$

$y^2 = k(a^2-x^2)$.

[115] $y^2 = \frac{l}{d}(\frac{d^2}{4} - x^2)$ ve (d=2a) olsun;

$y^2 = \frac{l}{2a}(\frac{4a^2}{4} - x^2)$

$y^2 = \frac{l}{2a}(a^2 - x^2)$

$\frac{2a}{l}y^2 = (a^2 - x^2)$ her tarafı a^2'ye bölüp işlemi düzenlediğimizde;

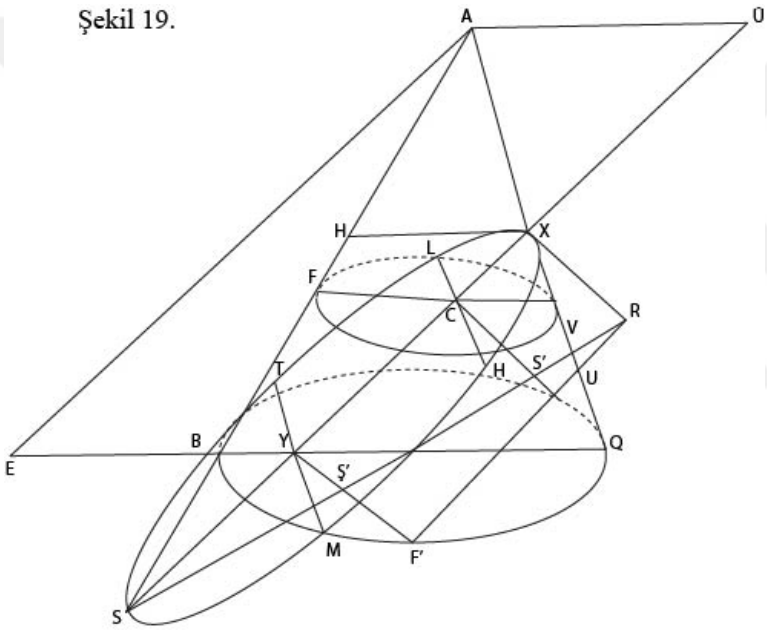
$\frac{2}{al}.y^2 = 1 - \frac{x^2}{a^2}$ olur. $b^2 = \frac{al}{2}$ olsun, bu durumda;

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ elips denklemini elde etmiş oluruz.

[116] Apollonius I. [13].

$H'C^2$ = (FC . CV) dikdörtgenine eşit olduğundan (Teorem 2, Sonuç 1) $MY^2 : H'C^2$ = (BY . YQ) : (FC . CV) olur. Fakat (BY . YQ) : (FC . CV) = $\frac{BY}{FC}.\frac{YQ}{CV}$ olup; ΔBSY ≅ ΔFSC benzerliğinden BY : FC = YS : SC ve aynı şekilde ΔYXQ ≅ ΔCXV benzerliğinden YQ : CV = YX : CX olduğundan, (SY . YX) : (SC . CX) = $\frac{SY}{SC}.\frac{YX}{CX}$ şeklinde yazılabileceğinden (Ek not 24) (BY . YQ) : (FC . CV) = (SY . YX) : (SC . CX) olur. Şimdi yukarıda ispat olunduğu üzere $MY^2 : H'C^2$ = (BY . YQ) : (FC . CV) olduğundan $MY^2 : H'C^2$ = (SY . YX) : (SC . CX) olup istenilen ispatlanmış olur.

Şekil 19.



Sonuç 1:

XY, YM çizgileri için Y noktasında XS çapına dik olarak YŞ' üçüncü orantılısı alınır ve çizilirse SŞ' de birleştirildiğinde X noktasından da YŞ' // XR doğrusu çizilip SŞ' doğrusu da R noktasına kadar o doğrultu üzerinde uzatılıp C noktasından da YŞ // CS' olacak şekilde CS' doğrusu çizilip, XS doğrusuna paralel RUF' doğrusu çizilip CS', YŞ' doğruları da aynı doğrultuda uzatıldıklarında U, F' noktalarında kesip işte bu XR söz konusu elipsin latus rectumu olup, herhangi MY^2, $H'C^2$ ordinat doğrularının kareleri

(sırasıyla) (Ş'Y . YX), (S'C . CX) çarpımlarına eşit olup ve yine bu ordinat doğrularının kareleri (RX . XY), (RX . XC) çarpımlarının sırasıyla büyüklükleri XR latus rectumu ile XS büyük çapı çevresiyle sınırlı olan (SX . XR) çarpımına benzer oluşturulan (Ş'F' . F'R) ve (S'U . UR) çarpımlarına birebir eşit olur (Ek not 30)[117] ve işte bu maddenin açıklaması 5. Teoremin 1. Sonucunda belirtilmiştir. Fakat adı geçen yerde ordinat doğrularının kareleri (RX . XY), (YX . XC) çarpımlarından fazlalığı ve burada bu karelerin söz konusu çarpımdan eksikliği (küçük olduğu) ispat olunduğundan önceki kesitin *hiperbol* ve bu kesitin *elips* olarak adlandırılmaları uygundur.

Sonuç 2:

YX, YB, YQ çizgileri için YŞ' dördüncü orantılısı alınıp 5. Teoreminin 2. Sonucunda bahsi geçen amel ispatlandığında XR doğrusu aynı şekilde dik kenar olup, SR doğrusu ile sınırlanır.

---

[117] **Ek not 30:** Zira, (Ş'Y . YX) + (FŞ' . YX) = (FY . YX) olup (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 8) FR = YX olduğundan (FŞ' . YX) = (FŞ' . FR) olmakla, (Ş'Y . YX) + (FŞ' . FR) = (FY . YX) olduğundan (Ş'Y . YX) = (FY . YX) – (FŞ' . FR) olup yani, (Ş'Y . YX) çarpımı (FY . YX) veya (YX . XR)'den (FŞ' . FR) kadar az olur. Ş'R de (SX . XR)'nin diyagonali (kutru) olan SR'nin parçası olduğundan, (Ş'F. FR), (SX . XR)'ye benzer (müşabih ve müteşabih el-vaz) olmuş olur. Bu şekilde ispat olunur ki, (S'C . CX) de (UC . CX)'den veya (CX . XR)'den (SX . XR) çarpımına benzer olan (S'U . UR) miktarında az olur.

Sonuç 3:

X noktasından BQ çizgisine paralel XH çizgisi çizilip XY, YQ, XH çizgileri için XR dördüncü orantılısı alındığında işte bu XR çizgisi de aynı şekilde söz konusu elipsin latus rectumu olur (Teorem 5, Sonuç 3).

Sonuç 4:

Koninin A tepe noktasından XY'ye paralel AE doğrusu çizildiğinde,

$\frac{AE^2}{(\mathrm{QE}\,.\,\mathrm{EB})} = \frac{XS}{XR} = \frac{Major\ Çap}{Latus\ Rectum}$ olur (Teorem 5, Sonuç 4).

Sonuç 5:

Söz konusu koninin A tepe noktasından BQ'ya paralel AÛ çizilip, SX doğrusu Û noktasıyla kesiştiğinde (SÛ . ÛX) : $A\hat{U}^2$ = SX : RX yani = büyük çap: latus rectum olur (Teorem 5, Sonuç 5).

Sonuç 6:

Herhangi ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı çap kısımları çarpımlarının birbirine oranı gibi olup, latus rectumun büyük çapa oranı gibi olur. Yani $\frac{YM^2}{\mathrm{SY}\,.\,\mathrm{YX}} = \frac{HıC^2}{\mathrm{SC}\,.\,\mathrm{CX}} = \frac{XR}{XS}$ olur (Teorem 5, Sonuç 6).

Teorem 7 (Şekil 20, 21, 22)

Dahi mütenasip olurlar[118] ve işte bu paralel düzlemler önceki koniyi birkaç şekilde kestiğinde, ortaya çıkan kesitlerin latus rectumları, koni tepesi ile koni kesitlerinin[119] tepeleri arasındaki uzaklıklar ile orantılı olurlar.

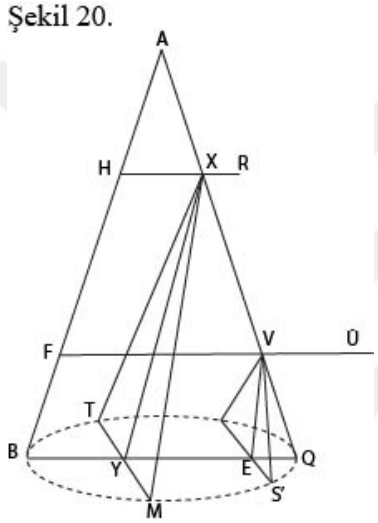
---

[118] Teorem bu ifadeyle başlamakta, belli ki baş kısmı kayıptır.

[119] Seyyid Ali Paşa burada "evvel kesitlerin" ifadesini kullanmıştır.

Mesela, ABMQ konisi parabol, hiperbol veya elipse paralel TX, MU, VS' paralel düzlemleri ile kesilirse işte bu XR, VÛ latus rectumları koni tepesi ile kesitin tepesi arasında olan XA, VA uzaklıkları ile orantılı olurlar yani XR : VÛ = XA : VA olur. Zira XY : YQ = XH : XR olup (Teorem 5, Sonuç 3) (Ek not 31)[120] ve aynı şekilde VE : EQ = FV : VÛ olur. Aynı şekilde XY // VE olduğundan XY : YQ = VE : EQ olmakla HX : XR = FV : VÛ olup, bedel tarikiyle[121] de XR : VÛ = HX : FV olur. Fakat HX : FV = AX : AV de olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 3) XR : VÛ = AX : AV olup istenilen ispatlanmış olur.

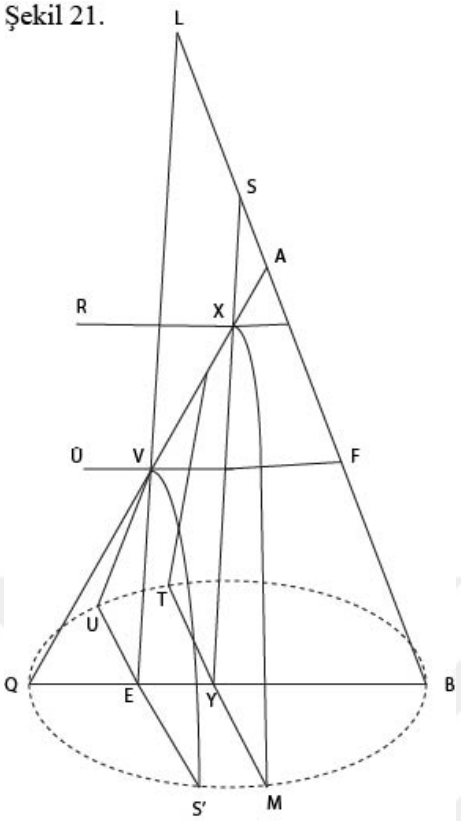
Şekil 20.



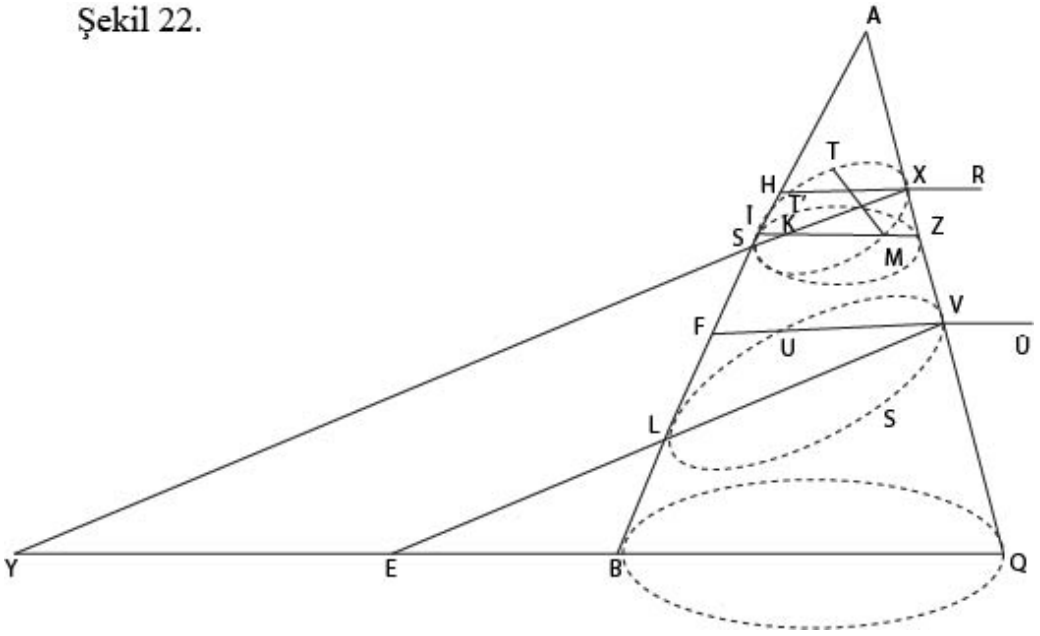
[120] **Ek not 31:** Zira, parabol ile hiperbolde XY : YQ = XH : XR olduğu 6. teoreminin sonuçlarında ispatlanmış olup, önceki elips de bu şekilde ispatlanır ki MXT elipsinin XS çapı üzerinde K noktası seçilip BQ taban çapına paralel ÎKZ doğrusu uzatıldığında, işte bu doğru ile XS çapının MŞ' ordinat doğrusundan geçerek ÎTZ düzlemiyle kesildiğinde meydana gelen şekil daire olup, XK : KZ = HX : XR olur (Teorem 6, Sonuç 3). BQ // ÎZ olduğundan XY : YQ = XK : KZ olmakla XY : YQ = XH : XR olur.

[121] Bknz. Sözlük.

Şekil 21.



Şekil 22.



Sonuç 1:

Hiperbol ile elipsin XS, VL büyük çapları koni tepesiyle X, V noktaları arasında bulunan AX, AV uzaklıkları ile orantılı olurlar. Zira XS // VL olduğundan XR[122], VÛ latus rectumları da bu çaplarla orantılı olduğundan AX, AV uzaklıklarıyla da orantılı olurlar.

İşte bu paralel düzlemler ilk koniyi fazladan (hiperbol) veya noksan olarak (elips) (şekil 20) kestiklerinde birbirine benzer denilir (benzer özellikler taşıyıp). Parabolde ise çapları eksenden geçen üçgenin bir kenarına paralel olarak arka arkaya kesildiğinden parabolde meydana gelen kesitlere (diğer paraboller) de birbirine benzer denilir.

Teorem 8 (Şekil 23, 24, 25)

Herhangi koninin çapına dik olan latus rectumu ikiye ayrılıp bu ayrım noktasından parabolde çapına paralel; hiperbol ile elips de büyük çaplarını ikiye ayırarak düz bir çizgi çizildiğinde ve herhangi bir ordinat doğrusunun söz konusu çapla kesiştiği noktadan latus rectuma paralel ve çizilmiş doğruyu tamamlayıcı diğer bir düz doğru çizildiğinde ordinat doğrularının karesi, karşısında (mukabilinde) bulunan bu doğrulardan meydana gelen dörtgenin iki katına eşit olur.

Mesela, FXQ koni kesitinin XV çapına dik olan XR[123] latus rectumu U noktasında ikiye ayrılıp işte bu U noktasından parabol çapına paralel ve hiperbol ile elips de XS asimptotlarını Û noktasında ikiye ayırarak UT' doğrusu çizilip ve herhangi YM ordinat

---

[122] Metinde yanlışlıkla X yerine V yazılmıştır.

[123] Metinde yanlışlıkla R yerine V yazılmıştır.

doğrusunun söz konusu çapa rastladığı Y noktasından, latus rectuma paralel çizilmiş UT' doğrusunu tamamlayıcı YT' çizildiğinde, YM ordinat doğrusunun karesi karşısında bulunan doğrulardan oluşan YTUX dörtgenin şeklinin (alanının) iki katına eşit olur. Çünkü parabolde XV çapına paralel ve hiperbol ile elips de büyük çapın S noktası ile latus rectumun R noktası arasına RB doğrusu birleştirildiğinde (BRS), farz edelim ki parabolde çapına paralel; hiperbol ile elipsde XS büyük çapını Û noktasında, XR latus rectumu da U noktasında ikiye ayrıldığından işte bu RB doğrusu UT' noktasına paralel olur (Ek not 32)[124]. Şimdi XB birleştirildiğinde XR doğrusu U noktasında ikiye ayrıldığından, UT' doğrusu XB doğrusunu da S' noktasında ikiye ayırıp (Ek not 33)[125] ΔS'XU, ΔSBT''den $\widehat{XS'U}$, $\widehat{BS'T'}$ birbirine eşit olup, $\widehat{XUS'}$ ve $\widehat{BT'S'}$ de birbirine eşit ve aynı şekilde $\widehat{UXS'} = \widehat{T'BS'}$ olup; S'X = S'B olduğundan söz konusu üçgenler birbirine eşit olurlar. Bu eşitlere XS'T'Y şekli eklendiğinde olduğunda BXY üçgeni (alanı) XUT'Y dörtgenine (alanına) eşit olur. Şimdi MY^2 = XY . YB olup (Ek not 34)[126] bu çarpım da ΔBXY üçgenin (alanının) iki katına eşit olduğundan, MY^2 de XUT'Y dörtgeni

---

[124] **Ek not 32:** Zira, ÛX = ÛS, XU = UR olup, XÛ : XS = XU : XR olduğundan SR // ÛU olup (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 3) SR, RB ve aynı şekilde ÛU, UT' doğruları aynı doğru üzerinde olduklarından BR // UT' olur (Şekil 24).

[125] **Ek not 33:** Zira, US' // RB olduğundan XU : UR = XS' : S'B olup, XU = UR olmakla XS' = S'B olup, UT', XB'yi S' noktasında ikiye böler **(Şekil 25)**.

[126] **Ek not 34:** Zira, parabolde MY^2 = XY . XR olup (Teorem 4, Sonuç 1) XR = YB olduğundan XY . YB = MY^2 olur. Hiperbolde de bu madde (Teorem 5, Sonuç 1) ispatlanıp, elipste de (Teorem 6, Sonuç 1) ispatlanmıştır.

kenarlarının (çarpımının) iki katına eşit olup istenilen ispatlanmış olur ($MY^2 = 2.A(\text{XUT}'\text{Y})$).

Uyarı! Hiperbol ile elipse XS büyük çapının Û noktasına bu kesitlerinin *merkezi* denip SR ya da RB doğrularına da *kutr-u naib* olarak adlandırılır. Parabolde UŞ' ya da UT' doğrularına *taht-ı* (*alt) kutr-u naib* denilir.

Sonuç:

Herhangi FV ordinat doğrusu karesi diğer MY ordinat doğrusu karesinden büyüklüğü FV^2'ye karşılık gelen XUŞ'V[127] dörtgenin, MY^2'nin karşılığı olan XUT'Y dörtgenlerinin aralarında fark olan YVŞ'T' dörtgeninin iki katına eşit olur. Aynı şekilde XV çapına paralel MT doğrusu çizildiğinde FT . TQ = 2. A(YVŞ'T') olur. (Ek not 35)[128].

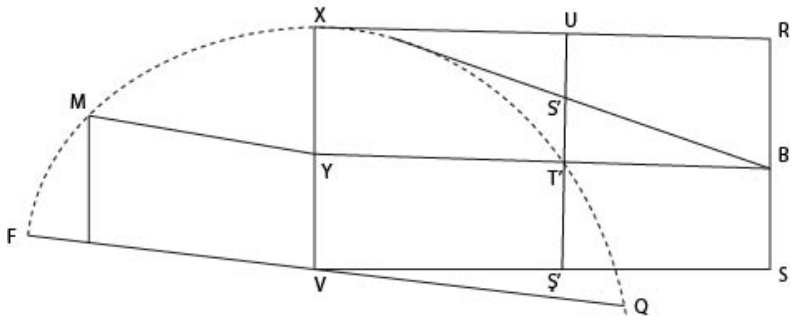
---

[127] Metinde yanlışlıkla U yerine R yazılmıştır.

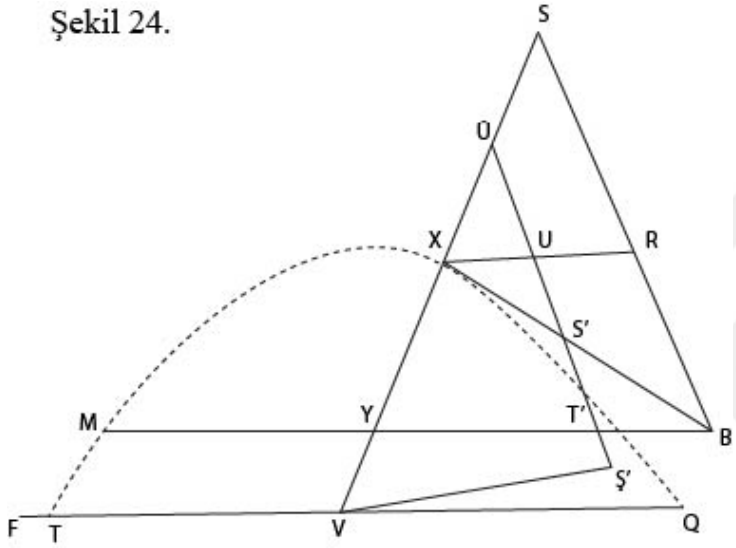
[128] **Ek not 35:** Zira, MY^2 = 2. A(XUTY), FV^2 = 2. A(XUŞ'V) olup, $FV^2 - MY^2$ = 2. A(YVŞ'T) olur. Fakat, $FV^2 - MY^2$ = (FT . TQ) olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 13) (FT . TQ) = 2. A(YVŞ'T) olur.

Ek not 36: XS çapına Û merkezinden çizilmiş H'ÛF ordinat doğrusunun karesi, latus rectum ve büyük çaptan oluşan SX . XR çarpımına eşit olur. Zira V noktası Û noktasında farz edilip XVŞ'U dörtgeni ΔXÛU içinde bulunup XR = 2. XU, SX = 2. ÛX olup, FH' doğrusu Û noktasında ikiye bölündüğünden $4.H'\hat{U}^2 = \text{H}'\text{F}^2$ olur. Şimdi $H'\hat{U}^2 = \hat{U}X.XU = 2.A(\Delta\text{XÛU})$ olup, $4.H'\hat{U}^2 = SX.XR = 2.A(\Delta\text{SXR})$ olduğundan $\text{H}'\text{F}^2 = SX.XR$ olur.

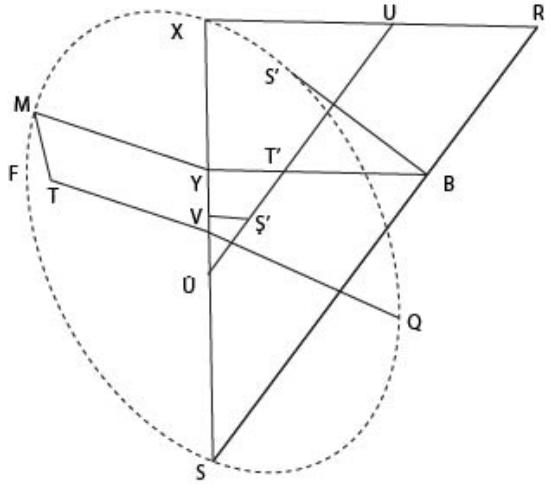
Şekil 23.



Şekil 24.



Şekil 25.



Teorem 9 (Şekil 26, 27, 28)

Herhangi bir koni kesitinin belirli bir noktasından bu kesite (o noktadan geçen) teğet çizmenin tarifidir.

Mesela, Herhangi XMH' kesitine farz edilen bir noktasından teğet doğrusu çizilmek istense ve bu farz edilen nokta söz konusu kesitin tepesinde kalan X noktası olsa; MY, H'L ordinat doğrularına paralel XH çizildiğinde, bu XH söz konusu kesitin teğeti olur. Zira söz konusu doğru (XH) teğet değilse, söz konusu kesitin içinde olup XL çapı üzerinden geçen bir kiriş olmakla XL, söz konusu kesitin içinde çizilen paralel kirişleri yarıya bölmemiş olur. Bu ise kabulümüze aykırıdır (İkincil tanımlar 1). Bu yüzden işte bu XH doğrusu içerde bulunamayıp söz konusu kesite X noktasında temas eder.

Farz edilen 2. nokta söz konusu kesitin tepesinde olmayan herhangi bir M noktası olsa, UT' kutr naibi çizip XL çapı üzerine de MY ordinat doğrusu çizilip, XR latus rectumuna paralel YT' ordinat doğrusu da çizilerek aynı doğrultu üzerinde uzatıldığında UT'’yi T' noktasında kesip (Şekil 27) YT', YM doğruları için YT üçüncü orantılısı alınıp Y noktasından YX uzatılarak çizilip M, T noktaları arası MT doğrusu uzatıldığında işte MT söz konusu kesite M noktasında temas ederek ona teğet olur.

Zira T, B arasını birleştirilip H'L ordinat doğrusu da uzatıldığında TM doğrusunu F noktasında keserek, YT' doğrusuna paralel LV doğrusu çizildiğinde UT' kutr naibi V noktasında kesip (Şekil 27) TT' doğrusu da Q noktası tarafında uzatılarak YT', YM, YT ardışık olarak orantılı olup YM^2 = YT' . YT olup, 2. (XU . T'Y)’ya da eşit olur (Teorem 8). Fakat XUT'Y dörtgeni de ΔT'YT’ine eşit olduğundan YM^2 = 2. ΔT'YT olur. Şimdi YT' : YT = QL : LT ve aynı şekilde YT : YM = LT : LF olup YT', YM, YT doğruları da ardışık olarak orantılı olduğundan QL, LF, LT doğruları da ardışık olarak orantılı olur

(Ek not 37)[129]. LF^2 = QL . LT olup, ΔQLT üçgeninin iki katına da eşit olurlar. Aynı şekilde FL^2 = XLVU dörtgeni olur. Şimdi H'L ordinat doğrusu YM ordinat doğrusunun altında bulunduğu surette ΔTYT''ye YLQT' münharifi (dörtgeni) eklenince meydana çıkan ΔTLQ, ΔTYT' üçgenine eşit olan XYT'U dörtgeni YLVT' şekli eklendiğinde meydana gelen XLVU şeklinde büyür (Ek not 38)[130]. Aynı şekilde ŞH' ordinat doğrusu YM ordinat doğrusunun üstünde bulunduğu surette TYT' üçgeninden ŞYT'Z' dörtgeninden küçük olan ŞYT'Z çıkarılıp geri kalan ΔTŞZ, XYT'U dörtgeninden de ŞYT'Z şekli çıkarıldığında geri kalan XŞZ'U şeklinden büyük olur (Ek not 39)[131].

Şimdi ΔQLT > XLVU dörtgeni olup, ΔTŞZ > XŞZ'U dörtgeni olduğundan ΔQLT üçgeninin iki katına eşit olan FL^2, XLVU şeklinin iki katına eşit olan LH'^2 karesinden büyük olur. Aynı şekilde ΔTŞZ üçgeninin iki katına eşit olan $ŞS'^2$, XŞZ'U şeklinin iki katına eşit olan $ŞÎ^2$'den büyük olduğundan F, S' noktaları söz konusu kesitin dışında bulunurlar. Bu şekilde ispat olur ki M noktasından başka her bir nokta söz konusu kesit dışında bulunduğundan, işte bu MT doğrusu bir tek M noktasında temas edip istenilen gösterilmiş olur.

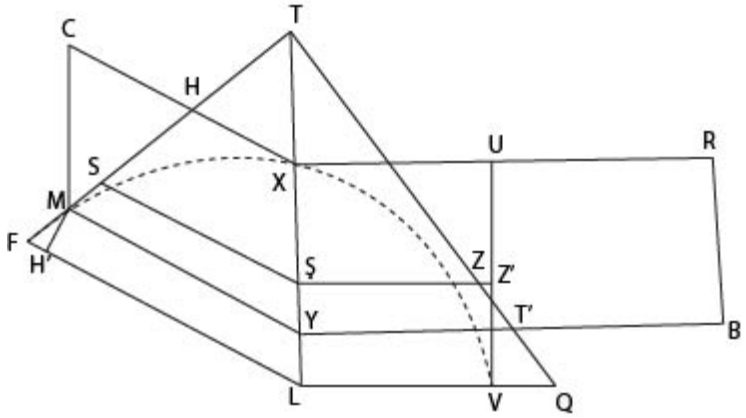
---

[129] **Ek not 37:** Zira, QL : T'Y = LT : YT ve keza LF : YM = LT : YT olduğundan, QL : T'Y = LF : YM olup bedel tarikiyle de (Bknz. Sözlük) QL : LF = T'Y : YM = LF : LT olduğundan QL : LF = LF : LT olup QL, LF, LT ardışık olarak orantılı olurlar.

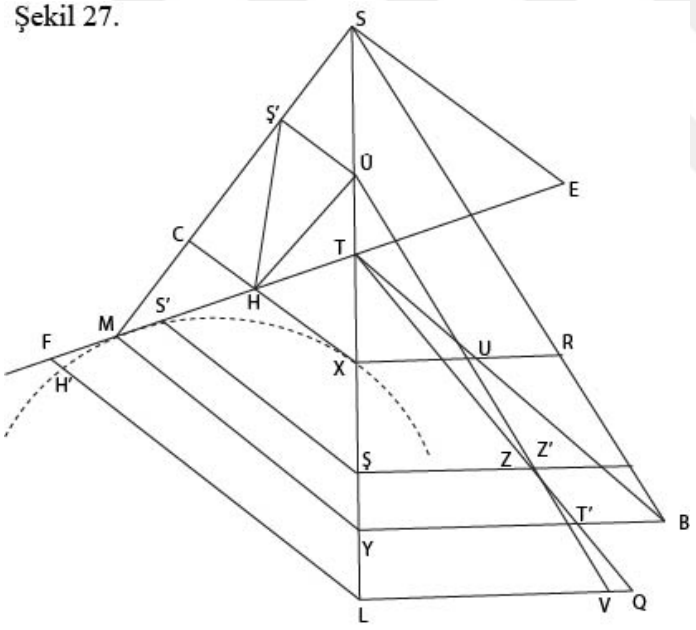
[130] **Ek not 38:** Zira, ΔTYT' = XUT'Y dörtgeni olup. YLQT' > YLVT' olduğundan ΔTYT' + YLQT' > XUT'Y + YLVT' olduğundan ΔTLQ > XLVU olur.

[131] **Ek not 39:** Zira, ΔTYT' = XUT'Y dörtgeni olup. ŞYT'Z < ŞYT'Z' olup, ΔTYT' - ŞYT'Z > XUT'Y - ŞYT'Z' olduğundan ΔTŞZ > XŞZ'U olur.

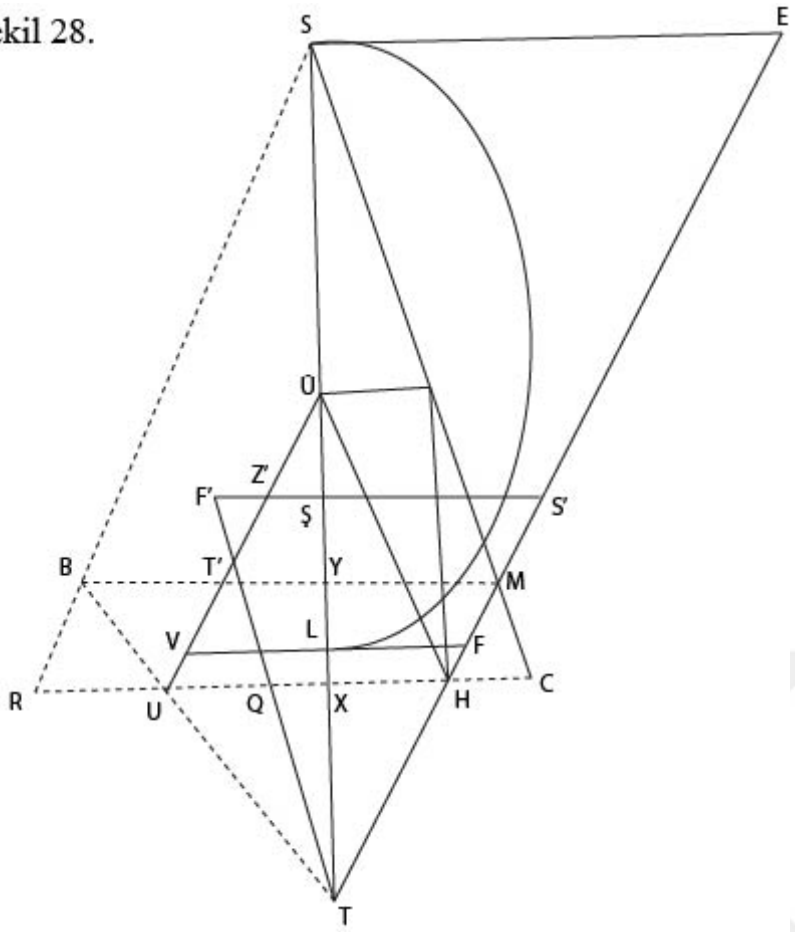
Şekil 26.



Şekil 27.



Şekil 28.



Uyarı! MY ordinat doğrusunun çap ile kesiştiği Y noktasıyla, MT teğeti ile YX çapının *(kutru mahrecinin)* kesişme noktası arasında bulunan YT doğrusuna *teğet altı (tahtı mümas)*[132] denilir.

Sonuç 1:

Buradan anlaşıldığı gibi herhangi bir kesitin teğeti o kesitin eğrisine tek bir noktada değer.

[132] Subtangent.

Sonuç 2:

YT' doğrusu istikametinde RB kutr naibi ile B noktasında karşılaşıncaya dek uzatılıp (Şekil 26) MY^2 = XY . YB (Teorem 4, 5, 6, Sonuç 1) ve MY^2 = TY . YT' olduğundan (Teorem 9) XY . YB = TY . YT' olur ve böylece TY : XY = YB : YT' olur. Yani alttaki teğetin (TY), XY doğrusuna oranı, YB doğrusunun YT' doğrusuna oranı gibi olup, aks tarikiyle (ters işlem, oranın ters çevrilmesi) de YT' : YB = XY : TY olur[133]. Şimdi seçilen herhangi bir M noktasından geçen MT teğeti bu oranla da belirlenir. Buna göre YT', YB, YX doğruları için (olan) YT dördüncü orantılısı alınıp ve çap üzerine Y noktasına uygulandığında ve tepe (noktası) ile birleştirildiğinde MT teğeti bu yolla da oluşturulabilir.

Sonuç 3:

YT' : YB = YX : YT olup (Sonuç 2) bu orantının ters çevrilmesiyle de YB : YT' = YT : YX olup, kalb tarikiyle[134] de $\frac{\text{YB}}{(\text{YB}-\text{YT}\prime)} = \frac{\text{YT}}{(\text{YT}-\text{YX})}$ olup, yani YB : T'B = YT : TX olur. Şimdi T'B = RU veya UX olduğundan, YB : XU = YT : TX olur.

Sonuç 4:

YT' doğrusunun, latus rectumun yarısına eşit olan BT' doğrusuna oranı, YX doğrusunun XT doğrusuna oranı gibi olur (Ek not 40)[135].

---

[133] Metinde hatalı olarak T'Y : YT'= XY : TY yazmaktadır.

[134] Bknz. Sözlük.

[135] **Ek not 40:** Zira, YB : YT' = YT : YX olup (Sonuç 3), $\frac{(YB - YT\prime)}{YT\prime} = \frac{(YT - YX)}{YX}$ de olup bu orantının ters çevrilmesiyle de $\frac{YT\prime}{(YB - YT\prime)} = \frac{YX}{(YT - YX)}$ yani $\frac{YT\prime}{T\prime\text{B}} = \frac{YX}{XT}$ olur.

Sonuç 5:

BU doğrusu birleştirilerek ve istikamet üzere uzatıldığında kutr-u mahreci ile T noktasında karşılaşıp YT doğrusu teğet altı olmakla (Sonuç 3) YB : XU = YT : XT olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 3)[136]

Sonuç 6:

Parabolde teğet altı olan YT doğrusu çaptan ordinat doğrusunun tepesi tarafında kestiği YX apsisinin iki katına eşit olup söz konusu kesitin dışında da çap ile teğetin kesişim noktası ile tepe arasında bulunan XT = XY olur. Zira YB = XR latus rectumuna, RB doğrusu da kendine eşit olan XY doğrusuna eşit olduğundan, YB doğrusu XU (latus rectumun yarısı) ile YT' doğrularından her birinin iki katına eşit olur. Şimdi YB : XU = YT : XT olup (Sonuç 5) YB=2.XU olduğundan YT = 2. XT = 2. XY olup, XY = XT olur.

Sonuç 7:

Hiperbol ve elipste ÛT' // SB olup SY : YÛ = BY : YT' ve aynı şekilde BY : YT' = YT : YX olduğundan (Sonuç 2) SY : YÛ = YT : YX olur. Şimdi kesitin merkeziyle ordinat doğrusunun ebadı olan YÛ doğrusunun, büyük çapın bir kısmı olan YS doğrusuna oranı, söz konusu çapın daha yakın kısmı olan YX doğrusunun teğet altı olan YT doğrusuna oranı gibi olup işte bu orantı yoluyla da YT''nin teğet altı olduğu anlaşılır.

Sonuç 8:

ÛY . YT = SY . YX olduğundan SY : ÛY = YT : YX olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 14).

---

[136] Bir üçgeni herhangi bir tabanına paralel olarak kesen doğru, kestiği kenarları orantılı olarak böler (Tales Teoremi).

Sonuç 9:

SY : YÛ = YT : YX olup (Sonuç 8) kalb tarikiyle de $\frac{\text{YS}}{(\text{YS} - \text{YÛ})} = \frac{\text{YT}}{(\text{YT} - \text{YX})}$ olduğundan YS : SÛ (veya ÛX) = YT : XT olur.

Sonuç 10:

SB // ÛU ve YB // XU olduğundan ST : ÛT = BT : TU , BT : TU = TY : TX ve YS : SÛ (veya ÛX) = TY : TX de olduğundan (Sonuç 9) ST : ÛT = YS : SÛ (veya HX) olur (Şekil 27).

Sonuç 11:

ST : ÛT = YS : SÛ olup (Sonuç 10) SÛ : ÛT = YÛ : ÛS de olup, bedel tarikiyle YÛ : SÛ = SÛ : ÛT olduğundan, YÛ, SÛ, ÛT doğruları ve aynı şekilde YÛ, XÛ, TÛ doğruları ardışık olarak orantılı olup $S\hat{U}^2 =$ YÛ . ÛT (veya = $\hat{U}X^2$) olduğundan YÛ, ÛX doğruları için ÛT üçüncü orantılısı elde edildiğinde T noktasından çizilen TM teğeti işte bu ÛT doğrusuyla da sınırlanır **(Şekil 27)**.

Sonuç 12:

SB // ÛU ve BY // UX olup, SÛ : ST = BU : BT ve YX : YT = BU : BT olduğundan SÛ : ST = YX : YT olup ve aynı şekilde SY : SÛ = TY : TX de olup (Sonuç 9) bu iki denklemin çarpılmasıyla da (ızdırap tarikiyle) SY : ST = YX : TX olduğundan (Ek not 41)[137], hiperbol ile elipsin büyük çapı kendi uçlarıyla teğet ve ordinat doğrusunun kesişim

---

[137] **Ek not 41:** Izdırap tariki, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $\frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ gibi iki eşitliğin $\frac{a \,.\, e}{b \,.\, f} = \frac{c \,.\, g}{d \,.\, h}$ şeklinde yazılmasıdır. (Bu Ek not tarafımızdan özetlenerek bu şekilde ifade edilmiştir.)

noktalarında telif tarikiyle[138] orantılı olarak bölünür (Ek not 42)[139]. Şimdi adı geçen oran bedel olduğunda SY : YX = ST : TX olmakla T noktası bu yolla da malum olup MT teğeti de sınırlanır.

Sonuç 13:

Söz konusu sonuçtan M noktasından teğet çizildiğinde diğer bir genel doğru ortaya çıkar ki M noktasından MY ordinat doğrusu çizildiğinde, X tepe noktasından da MY doğrusuna paralel XC doğrusu çekilip işte bu M noktasıyla büyük çapın sonu olan S noktası arası MS doğrusuyla birleştirildiğinde XC doğrusunu C noktasında kesip, XC doğrusu H noktasında ikiye ayrılıp M, H noktaları arasını birleştirerek aynı doğrultuda T noktasına kadar uzattığımızda işte bu MT doğrusu teğet olur. Parabol de XY çapına paralel MC doğrusu çizilerek XC de birleştirildiğinde H noktasında ikiye ayrılıp, MH

---

[138] Bknz. Sözlük: Mütenasibiye el telifiye veya nisbet-i telif.

[139] **Ek not 42:** Zira hiperbolde SY : YX = ST : TX olup, ST = (SY - YT) ve TX = (YT - YX) olmakla (SY - YT) : (YT - YX) = SY : YX gibi olduğundan SY, YT, YX doğruları telif tarikiyle orantılı olurlar. Zira nisbet-i telifin tarifi herhangi 3 miktardan 1.'nin 3.'ye oranının, 1. ve 2. arasındaki farkın 2. ve 3. arasındaki farka oranına eşit olmasıdır. SY çapı S, Y,T,X noktalarında yani büyük çapın uç noktalarıyla ordinat doğrusu ve teğetin kestikleri noktalardan nisbet-i telifi ile bölünür olur. Elipste SY : YX = ST : XT olup bedel tarikiyle de SY : ST = YX : XT aksi tarikiyle de ST : SY = XT : YX olur ve keza TX : (ST - SX) = YX : (SX - SY) olup ST : SY = (ST - SX) : (SX - SY) olduğundan, 1.'nin 3.'ye oranı, 1. ve 2. arasındaki farkın 2. ve 3. arasındaki farka oranı gibi olup ST, SX, SY doğruları nisbet-i telifi üzere orantılı olurlar.

birleştirilip o doğrultuda T noktasına dek uzatıldığında işte bu MT doğrusu da aynı şekilde teğet olur.

Zira parabolde TY = 2. TX (Ek not 43)[140] XC // MY de MY = 2. XH olduğundan MT doğrusu söz konusu kesite teğet olur (Sonuç 6). Hiperbol ile elips de bu şekilde ispat edilir ki HX // SE çizildiğinde MT doğrusunu E noktasında kestiğinden ST : XT = SE : XH (veya HC) olup ve aynı şekilde SE : CH = SM : CM = SY : SX olduğundan ST : TX = SY : YX olmakla SY çapı nisbet telifi üzere T, X noktalarında bölündüğünden MT doğrusu teğet olur (Sonuç 12).

Sonuç 14:

Herhangi (bir) hiperbol MT teğeti doğrusu doğrultusunda uzatıldığında SY çapını Û merkezi altında X tepe noktasının da üst tarafında keser (Şekil 27). Zira uygun doğrulardan SY > YX olduğundan, ST > TX olur. Şimdi T noktası Û merkezinin üstünde bulunsa ST < TX olup, (T noktası) Û noktasında olsaydı da yine aynı durum geçerli olurdu. Fakat bu doğruların oranı bu hükmün aksi olduğundan söz konusu doğru Û noktası altında, X noktası üstünde bulunur.

Sonuç 15:

Hiperbol ile elipste işte bu yolla da teğet çizilir ki Û merkezinden X noktasında temas eden XH doğrusuna paralel ÛŞ' çizilip, SM doğrusunu Ş' noktasında kesen ÛŞ', XC = 2. ÛŞ' olduğundan XH = HC olur. ÛH, Ş'H doğruları da birleştirildiğinde meydana gelen ÛŞ'HX, ÛŞ'CH, ÛHŞ'S paralelkenarlarının H ortak açılarından geçen bir MH

---

[140] **Ek not 43:** Zira $\Delta THX \cong \Delta CHM$ olup, MH : HT = CH : HX olup HX = CH olduğundan HM = HT olup MT = 2. HT olur. Keza $\Delta TNY \cong \Delta THX$ olup, TM = 2. TH olduğundan YT = 2. TX olur.

doğrusu çizilip aynı doğrultuda T noktasına kadar uzatıldığında işte bu MT doğrusu teğet olmuş olur (Şekil 27).

Sonuç 16:

Herhangi koni kesitinin XY çapı üzerinde MT teğetinin karşısında bulunan YT' doğrusuna eşit YS' belirlenen doğrusu S' noktasından M temas noktasına, MS' doğrusu da birleştirildiğinde teğet üzerine dik olup, S'MT açısı dik olur (**Şekil 29, 30, 31**). Zira YT' (veya YS') : YM = YM : YT olup (söz konusu teorem) YM^2 = YS' . YT olduğundan, YM ⊥ S'T doğrusu üzerine dik olup TMS' dik üçgen olur (Ek not 44)[141]. Şimdi M dik açısı tepesinden S'T tabanına inen MY diki S'Y, YT taban kesmeleri arasında ve geometrik ortalama (orta orantı) olup işte bu YS' doğrusu normal altı (tahtı kaim) [142] olarak adlandırılır. Şimdi YS' normal altı parabolde XU latus rectumunun yarısına veya

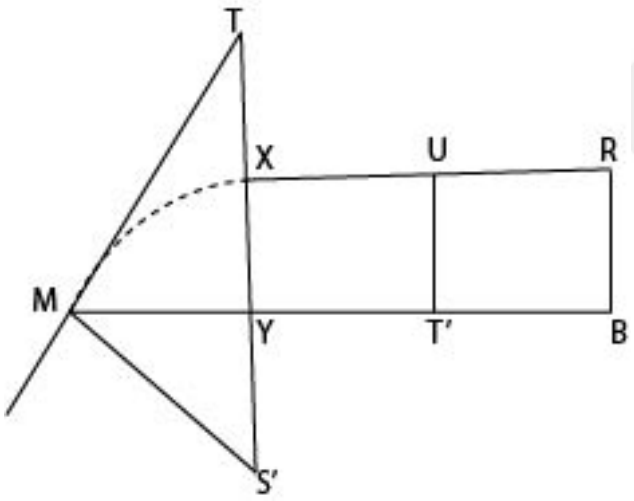
---

[141] **Ek not 44:** Zira S'Y : YM = YM : YT olup, Y noktasında bulunan $\widehat{TYM} = \widehat{MYS'}$ = 90° olduğundan, ΔS'MY ≅ ΔTMY olmakla $\widehat{S'MY} = \widehat{YTM}$ olup her birine TMY açısı eklendiğinde $\widehat{S'MY} + \widehat{TMY} = \widehat{YTM} + \widehat{TMY}$ olur. Fakat YTM + TMY = 90° olduğundan $\widehat{SMY} + \widehat{TMY}$ yani $\widehat{TMS'}$ de 90° olup böylece TMS' dik üçgen olur. Diğer yolla S'Y, YM, YT ardışık orantılı olduğundan $YM^2 = \mathrm{S'Y}\,.\,\mathrm{YT}$ ve $2.\ YM^2 = 2.\mathrm{S'Y}\,.\,\mathrm{YT}$ olur. İşte bu eşitlere $\mathrm{S'Y^2} + \mathrm{YT^2}$ eklendiğinde $\mathrm{S'Y^2} + \mathrm{YT^2} + 2.\mathrm{S'Y}\,.\,\mathrm{YT} = (\mathrm{S'Y} + \mathrm{YT})^2 = 2.YM^2 + \mathrm{S'Y^2} + \mathrm{YT^2}$ olur. Fakat, $2.YM^2 + \mathrm{S'Y^2} + \mathrm{YT^2} = MS'^2 + MT^2$ olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 14) aynı şekilde $\mathrm{S'Y^2} + \mathrm{YT^2} + 2.\mathrm{S'Y}\,.\,\mathrm{YT} = \mathrm{S'}T^2$ olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 11) $MS'^2 + MT^2 = \mathrm{S'}T^2$ olup ΔTMS' dik olur.

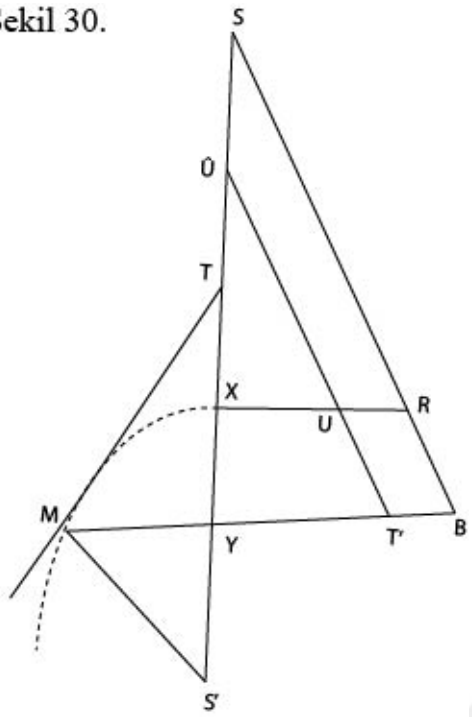
[142] Subnormal.

YT' doğrusuna eşit olup, hiperbol ve elipste söz konusu normal altı latus rectumunun yarısına oranı MY ordinat doğrusunun merkezinden uzaklığı olan YÛ'nün asimptot yarıçapı olan ÛX doğrusuna oranı gibi olur. Zira ΔÛYT' ≅ ΔÛXU olup YT' : XU = ÛY : ÛX olup YT' = YS' olduğu için normal altı S'Y: latus rectumun yarısı XU = ordinat doğrusunun merkezden uzaklığı olan ÛY : asimptot yarıçapı ÛX olur. Aynı şekilde normal altı S'Y : ordinat doğrusunun merkezden uzaklığı olan ÛY = latus rectum XR : büyük çap XS olur. Aynı şekilde ΔT'YÛ ≅ ΔRXS olduğundan YT' veya SY : YÛ = XR : XS olur.

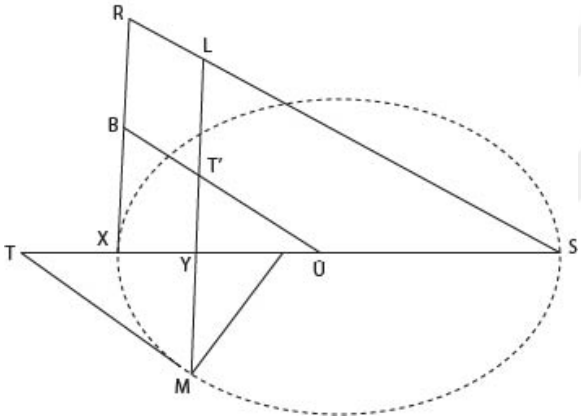
Şekil 29.



Şekil 30.



Şekil 31.



Teorem 10.

Parabolde herhangi değme noktasından bu parabolün çapına paralel bir düz çizgi çizildiğinde, çizilmiş doğru söz konusu kesitin ikinci çapı olup teğete paralel çizilen ordinat doğrularını da iki eşit kısma ayırıp bu ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı ikinci çapın değme noktası tarafında bulunan ordinat doğrularının kestiği apsislerin (fasla) birbirine oranı gibi olur. (Parabolde herhangi bir noktadan çizilen teğet çapa

paralel ise, bu noktadan geçen herhangi -farklı- doğru(lar) teğete paralel olan tüm kirişleri ikiye böler. [143])

Mesela, RMX parabolünde M temas noktasından XY çapına paralel MQ doğrusu çizildiğinde işte bu söz konusu doğru yukarıda söylenmiş olan kesitin ikinci çapı olup, MT teğetine paralel çizilen H'R, XF' ordinat doğrularını ikiye bölüp, H'Q, XŞ' karelerinin birbirine oranı söz konusu ordinat doğrularının söz konusu çaptan değme noktası tarafında kestikleri MQ, MŞ' apsislerinin birbirine oranı gibi olur. Çünkü XY çapının X tepe noktasına XH teğeti çizilip o doğrultuda uzatıldığında MQ kutru mahrecini C noktasında kesip MT teğetine // XŞ'F' ordinat doğrusu MQ çapını Ş' noktasında kesip eğriyi de F' noktasında kesip XY çapına da MY, F'T' ordinat doğruları çizilip, işte bu F'T' ordinat doğrusu MQ ikinci çapını V noktasında keser.

Şimdi $MY^2 : F'T'^2$ = YX : T'X olup (Teorem ?) aynı şekilde YX : T'X = XYMC paralel kenarı : XT'VC paralel kenarı olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1). Aynı şekilde ΔTYM ≅ ΔXT'F' olup, MY, F'T' karşılıklı kenarlarının karelerinin birbirine oranı söz konusu üçgenlerin birbirine oranı gibi olduğundan ΔTYM : ΔXT'F' = XYMC paralel kenarı: XT'VC paralel kenarı olur. Fakat ΔTYM ile XYMC paralelkenarının yükseklikleri eşit olup adı geçen üçgenin TY tabanı, adı geçen paralelkenarın XY tabanının iki katı olduğundan (Teorem 9, Sonuç 6) söz konusu üçgen şekli adı geçen paralel kenara -alanca- eşit olup, ΔXT'F' de XT'VC paralel kenarına eşit olur. İşte bu eşitlerden XŞ'VT' ortak şekli çıkarıldığında arda kalan ΔŞ'F'V, ΔŞ'XC'ye eşit ve benzer olur. XŞ' = Ş'F' olup (Ek

[143] Apollonius I. [46]

not 45)[144] buna göre MT teğetine paralel çizilen XV' doğrusu MQ doğrusuyla ikiye ayrılır. Aynı şekilde XV''nin üstünde H''den XV' doğrusuna paralel olarak çizilen H'R, XY çapını (kutru mahrecini) F noktasında, XC doğrusunu da Î noktasında kesip XY çapına da çizilen H'L, RB ordinat doğruları MQ ikinci çapını (kutru sani mahreci) U, S' noktalarında kestiğinden ΔFLH''nin kendine benzer olan TMY üçgenine oranı, $H'L^2$'nin MY^2'ye oranı gibi olup, (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 17) veya XL'nin XY'ye oranı gibi olup (Teorem 4) ve aynı şekilde XL : XY = XLUC paralel kenarı: XYMC paralel kenarı olur.

Fakat ΔTYM = XYMC paralelkenarı olduğundan, ΔFLH' = XLUC paralelkenarı olur ve aynı şekilde ΔFRB : ΔTMY = BR^2 : YM^2 = XB : XY = XBS'C paralelkenarı : XYMC paralelkenarı olduğundan ΔFRB = XBS'C paralelkenarı olur. Fakat ΔFRB, ΔFLH' arasındaki fark LH'RB şekli olup XBS'C, XLUC paralelkenarlarının arasındaki fark da LBS'U şekli olur (Ek not 46)[145]. İşte bu eşitlerden LBS'QH' ortak şekli çıkarıldığında geriye kalan ΔQS'R, ΔDUH''ye eşit ve benzer olup, H'Q = QR olur. Bu durumda MT // H'R doğrusu, MQ doğrusuyla Q noktasında ikiye ayrılır. Aynı şekilde XF' doğrusunun altında teğete paralel XS doğrusu çizildiğinde XY doğrusunu Z noktasında XC uzatılan doğrusu (hattı mahrecini) da S" noktasında kesip, XY çapına da ÛL, SŞ

---

[144] **Ek not 45:** Zira, ΔŞ'F'V ≅ ΔŞ'XC olup, ΔŞ'F'V : ΔŞ'XC = $Ş'F'^2$: $Ş'X^2$ olup, ΔŞ'F'V = ΔŞ'XC olduğundan $Ş'F'^2$ = $Ş'X^2$ olup, Ş'F' = Ş'X olur.

[145] **Ek not 46:** Zira, ΔFLH' = XLUC şekli olup, ΔFRB = XBS'C şekli olduğundan ΔFRB - ΔFLH' = XBS'C - XLUC olur. Böylece LH'RB = LBS'U olur.

ordinat doğruları çizildiğinde MQ ikinci çapı U, T noktalarından kesip ΔÛLZ = XLUC paralelkenarı olur (Ek not 47)[146].

İşte bu eşitlere LŞZ'U şekli eklendiğinde ÛZŞTU şekli XŞZ'C paralelkenarı veya ΔZŞS'ye eşit olur (Ek not 48)[147]. İşte bu eşitlerden ZŞZ'B' şekli çıkarıldığında geriye kalan ΔSB'Z', ΔÛB'U'ye eşit ve benzer olup, B'Û=B'S olur. Bu takdirce MT // ÛS de MQ doğrusuyla B' noktasında ikiye ayrılır. Bu şekilde ispat olunur ki MT teğetine paralel çizilen tüm doğrular da MQ doğrusuyla ikiye ayrıldığından işte bu MQ doğrusu ikinci çap olup birbirine paralel olan söz konusu doğrular da ikinci çapın ordinat doğruları olurlar. TX = XY (= CM) olduğundan ΔTHX = ΔCHM üçgenleri birbirine eşit olup, işte bu eşitlere XHMŞ' ortak şekli eklendiğinde TXŞ'M şekli ΔŞ'CX'e veya ΔŞ'VF''ye eşit olur (Ek not 45).

Aynı şekilde THX, CHM eşit üçgenlerine XHMS'B şekli eklendiğinde TMS'B dörtgeni, CXBS' paralelkenarına veya ΔFRB'ye eşit olduğundan, TMS'B = ΔFRB olur. İşte bu eşitlerden FQS'B müşterek dörtgeni çıkarıldığında geriye kalan ΔQSR = TFQM paralelkenarı olur. Şimdi ΔŞ'CX veya ona eşit olan ΔŞ'VV' : ΔQS'R = $SV'^2 : QR^2 = Ş'X^2$

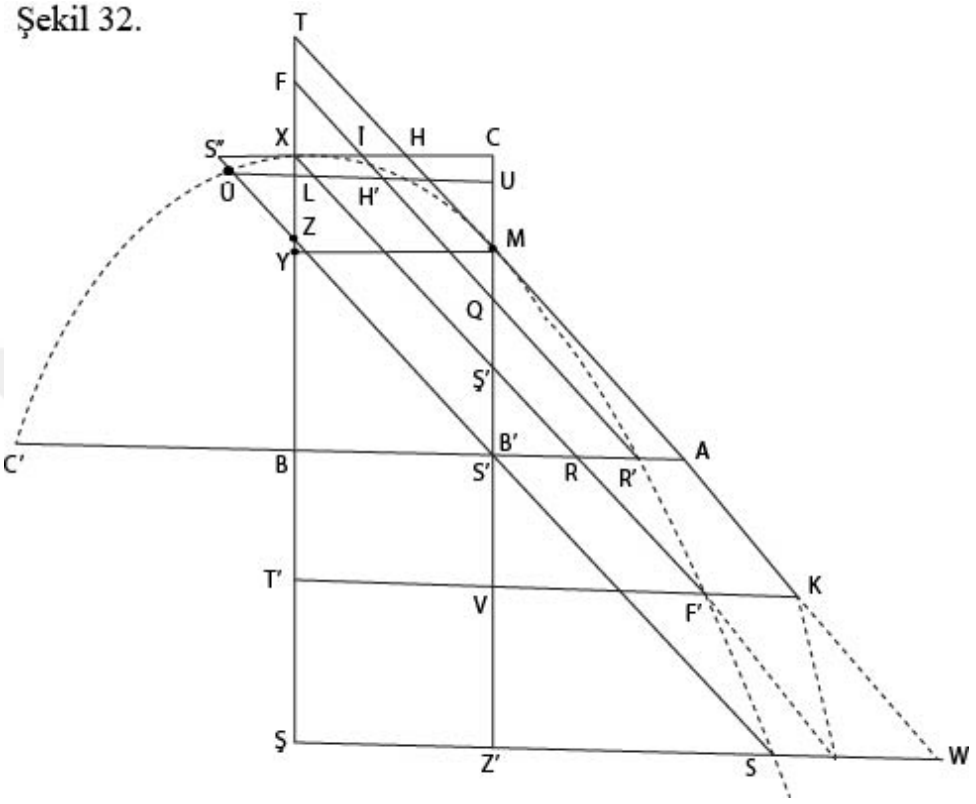
---

[146] **Ek not 47:** Zira, ZÛ // FH' olduğundan ΔZLÛ ≅ ΔFLH' olur. Aynı şekilde XY çapının H'L istikametinde bulunan LÛ = LH' olduğundan ΔZLÛ ve ΔFLH' hem eşit hem benzer olurlar. Fakat ΔFLH' = XLÛC olduğundan ΔZLÛ = XLUC olur.

[147] **Ek not 48:** Zira, ŞS = YM olduğundan ΔZŞS ≅ ΔTYM olup, ΔZŞS : ΔTYM = $ŞS^2$: YM^2 = XŞ : XY = XŞZ'C : XYMC olur. Fakat ΔTYM = XYMC olup, ΔZŞS = XŞZ'C olur.

: QH'^2 olup[148] fakat ΔŞ'V'V = TXŞ'M, ΔQS'R = TFQM olduğundan TXŞ'M : TFQM = $Ş'X^2$: QH'^2 olup, TXŞ'M : TFQM = Ş'M : DM olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1). $Ş'X^2$: QH'^2 = Ş'M : QM olup, istenilen ispatlanmış olur.

Şekil 32.



Sonuç 1:

Parabolde XY birinci çapının MT teğetiyle ordinat doğruları ve latus rectumu aralarında olan özellik ve oranları 9. Teoremin sonuçları ile ispatlanmıştır. Aynı şekilde

[148] Burada -orijinal metinde- ilk defa üstel ifade geçmektedir ancak düzgün ve anlaşılır bir sembolizasyondan bahsetmek mümkün değildir. (Bakınız *Kutû-i Mahrûtiyât* s. 60 sol taraf -Basım hatası olarak 2 adet s. 60 vardır. Bu durum elimizdeki nüshaların tamamında böyledir-)

MQ 2. çapının teğeti XC olup latus rectumu da MQ 2. çapı ile birleştirilip yani MQ ikinci çapı ile QR' ordinat doğrularına üçüncü orantılı (salis mütenasip) olur. Aynı şekilde CŞ' teğet altı Ş'M apsisinin iki katı olur. Aynı şekilde herhangi bir ordinat doğrusunun karesi önceki ordinat doğrularının apsisleriyle latus rectumdan meydana gelen dikdörtgene eşit olur (Ordinat doğrusunun karesi söz konusu apsis ve latus rectumun çarpımına eşit olur denmek istenmiştir.) (Ek not 49)[149]. Diğer özellik ve oranlar da bu kıyas üzere olup ispatları da XY birinci çapa dair olan ispatların aynı olduğundan burada -daha fazlasına- yer verilmedi.

Sonuç 2:

Ordinat doğruları ile kutr-u mahreclerden tabanları teğete paralel olarak meydana gelen ΔFLH', ΔFBR, ΔXTV' karşılarında bulunan XLUC, XBS'C, XT'VC paralel kenarlara sırasıyla eşit olurlar. Aynı şekilde ΔQRS' = ΔQH'U = MQFT paralel kenarı ve ΔB'Z'S = MB'ZT paralel kenarı olup (Ek not 50)[150] kalan üçgenler de karşılarında bulunan paralel kenarlara eşit olurlar.

---

[149] **Ek not 49:** Zira, 4. Teorem ile 1. sonucunda XY çap için her ne kadar ispatlandıysa da aynı şekilde herhangi MQ 2. çapı için ispatlanabilir. Mesela ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı tepe tarafında kestikleri apsislerin birbirine oranı gibi olduğundan diğer özellikleri de bu kıyas üzere olur.

[150] **Ek not 50:** Zira, ΔTXH = ΔMCH olup işte bu eşitlere XHMZ'Ş şekli eklendiğinde TMZ'Ş şekli = XCZ'Ş şekli olup böylece XCZ'Ş = ΔZŞS olduğundan (Ek not 48) ΔZŞS = TMZ'Ş şekli olur. İşte bu eşitlerden ŞZB'T ortak şekli çıkarıldığında MB'ZT şekli = ΔB'Z'S olur.

Sonuç 3:

ΔTHX = ΔCHM, ΔQS'R'ye eşit olan ΔQH'U de TFQM paralelkenarına eşit olup, işte bu eşitlerden MQH'E ortak şekli çıkarıldığında ΔUME = EH'FT olur. İşte bu geriye kalan eşitlerde de ΔFH'L eklendiğinde, ΔUME + ΔFLH' = ΔTLE olur. Aynı şekilde ΔZLÛ ve ΔFLH' için LH' ve LÛ kenarları eşit olduğundan (Ek not 47) söz konusu üçgenle de birbirlerine eşit olurlar. Bu takdirce $UH'^2 + H'L^2$ (veya $L\hat{U}^2$) = LE^2 olup (Ek not 51)[151], MU^2(veya YL^2) + FL^2 (veya ZL^2) = TL^2 olup, $ME^2 + FH'^2 = TE^2$ olur. Öteki üçgenlerin karşılıklı kenarların kareleri de bu kıyas üzere olur.

Sonuç 4:

MT teğetini BR, T'V', ŞS ordinat doğrusu uçları A, K, W noktalarını kesinceye dek uzatılıp ΔŞ'CX'e eşit olan ΔŞ'VF' = Ş'XTM paralel kenarı olup, işte bu eşitlere MŞ'F'K şekli eklendiğinde ΔMVK = F'XTK dört kenarlı şekline eşit olur.

Aynı şekilde ΔQH'U'ya eşit olan ΔQS'R' = MQFT paralel kenarı olup işte bu eşitlere MQR'A şekli eklendiğinde ΔMS'A = R'AFT (metinde ZETA yazmaktadır) dört kenarlı şekli olur.

---

[151] **Ek not 51:** Zira, ΔEUM ≅ ΔFH'L olup, ΔEUM : ΔFH'L = UE^2 : $H'L^2$ olup, terkib tarikiyle de (ΔEUM + ΔFH'L) : ΔFH'L = ($UE^2 + H'L^2$) : $H'L^2$ olup, bedel tarikiyle de (ΔEUM + ΔFH'L) : ($UE^2 + H'L^2$) = ΔFH'L : $H'L^2$ olur. Aynı şekilde ΔFH'L : $H'L^2$ = ΔTLE : LE^2 olduğundan (ΔEUM + ΔFH'L) : ($UE^2 + H'L^2$) = ΔTLE : LE^2 olur. (Metinde son eşitlikteki ($UE^2 + H'L^2$) terimi hatalı olarak ($UH'^2 + H'L^2$) olarak verilmiştir.) (ΔEUM + ΔFH'L) = ΔTLE olduğundan ($UE^2 + H'L^2$) = LE^2 olur.

Aynı şekilde ΔB'Z'S = B'ZTM şekli olup işte bu eşitlere MB'SW şekli eklendiğinde ΔMZ'W = SZTW dört kenarlı şekli olur (Şekil 32)[152].

Sonuç 5:

ΔMVK = F'XTK dört kenarlı şekline eşit olup işte bu eşitlere ΔMVK'ya eşit olan ΔXT'F' eklenirse ΔMVK + ΔXT'F' üçgenleri toplamı kendilerine benzer olan ΔTT'K'ya eşit olur. $VK^2 + T'F'^2 = T'K^2$ olur (Ek not 52)[153].

Aynı şekilde ΔMS'A = R'FTA şekline eşit olup her birine ΔMS'A'ya benzer olan ΔFBR' eklendiğinde ΔMS'A + ΔFBR' toplamı kendilerine benzer olan ΔTBA'ya eşit olup, $BR'^2 + S'A^2 = BA^2$ olur. Aynı şekilde MV^2 (veya YT'^2) + $XT'^2 = TT'^2$olup diğer kenarların kareleri de bu kıyas üzere olur.

Sonuç 6:

ΔFLH' = XLUC paralel kenarı olup her birinden XLH'Î ortak şekli çıkarılırsa arda kalan ΔFXÎ = ÎH'UC ortak şekli olur. Bu eşitlere ΔH'UQ üçgeni eklendiğinde, ΔFXÎ +

---

[152] Bu Sonuçtaki R' harfi hem şekle hem de sonuca tarafımızdan eklenmiştir. Seyyid Ali Paşa'nın metinde iki farklı nokta da R ile isimlendirildiğinden karışıklık doğmaktadır, buna engel olmak için biz bu noktalardan birine R' demeyi uygun gördük.

[153] **Ek not 52:** Zira, ΔMVK : ΔXT'F' = VK^2 : $T'F'^2$ olup terkib tarikiyle de (ΔMVK + ΔXT'F') : ΔXT'F' = (VK^2 + $T'F'^2$) : $T'F'^2$ olup, bedel tarikiyle de (ΔMVK + ΔXT'F') : (VK^2 + $T'F'^2$) = ΔXT'F' : $T'F'^2$ olur. Aynı şekilde ΔXT'F' : $T'F'^2$ = ΔTT'K : $T'K^2$ olduğundan (ΔMVK + ΔXT'F') : (VK^2 + $T'F'^2$) = ΔTT'K : $T'K^2$ olur. Fakat (ΔMVK + ΔXT'F') = ΔTT'K olduğundan (VK^2 + $T'F'^2$) = $T'K^2$ olur. (Metinde son işlemde F' yerine B yazmaktadır.)

ΔH'UQ üçgenleri toplamı kendilerine benzer olan ΔÎQC üçgenine eşit olduğundan (ΔFXÎ = ÎH'UC olduğundan ΔFXÎ + ΔH'UQ = ÎH'UC + ΔH'UQ = ΔÎQC olur) $\hat{I}X^2 + H'U^2 = \hat{I}C^2$ ve $F\hat{I}^2 + H'Q^2 = \hat{I}Q^2$ olur. Ancak $\hat{I}Q^2$ = (RÎ . ÎH') + $H'Q^2$ olduğundan (Ek not 53)[154] $F\hat{I}^2$ + $H'Q^2$ = (RÎ . ÎH') + $H'Q^2$ olup[155], işte bu ortak olan $H'Q^2$ çıkarıldığında geriye kalan $F\hat{I}^2$ = (RÎ . ÎH') olup, FÎ doğrusu RÎ, ÎH' doğruları uzaklıklarına geometrik ortalama (orta orantı) olur.

Aynı şekilde ΔÛLZ = XLUC şekli olup her birine XLÛS" şekli eklendiğinde ΔS"XZ = CUÛS" dörtgeni olur. İşte bu eşitlere de ΔÛUB' eklendiğinde ΔS"XZ + ΔÛUB' toplamı kendilerine benzer olan ΔS"CB' üçgenine eşit olup (ΔS"XZ = CUÛS" olduğundan ΔS"XZ + ΔÛUB' = CUÛS" + ΔÛUB' = ΔS"CB' olur), $(B'\hat{U})^2 + (ZS'')^2 = (B'S'')^2$ olur.

---

[154] **Ek not 53: (Şekil VIII)** Bir doğru parçasına aynı doğrultuda olmak üzere kesintisiz olarak bir diğer doğru parçası eklenip, bu ilk çizilen doğru 2'ye bölündüğünde; söz konusu yarım (parça) ile eklenmiş olan diğer (ikinci) doğrunun toplamının karesi = (ikinci doğrunun toplam doğru ile çarpımı + ilk doğrunun yarısının karesi)'dir. Mesela, AÛ + ÛB = AB aynı doğrultuda olacak şekilde eklense ve Q noktası AÛ doğrusun orta noktası olsa, ÛQ + ÛB = QB olur. Böylece $QB^2 =$ (ÛB. AB) + $\hat{U}Q^2$ olur. Zira, AQ = QÛ olduğundan, AB = QÛ + QB olur. ÛB = QB - QÛ olur. Şimdi farklı doğruların kareleri arasında olan fark, söz konusu doğrular toplamıyla aralarında olan fark çarpımına eşit olmakla, QB^2-$Q\hat{U}^2$ = (ÛB . BA) olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 13). Buna göre QB^2 = (ÛB . BA) + $Q\hat{U}^2$ olur.

[155] Burada metindeki işlemi sağlamak için metin içindeki harflendirme hataları düzeltilerek verilmiştir.

Fakat $(B'S'')^2$ = (SS") . (S"Û) + $(B'Û)^2$ olup (Ek not 53) her birinde ortak olan $(B'Û)^2$ çıkartıldığında kalan $(ZS'')^2$ = (SS") . (S"Û) olup, (ZS") doğrusu ve (SS"), (S"Û) doğruları arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur.

Sonuç 7:

$EU^2 + H'L^2 = LE^2$ (Sonuç 3) ve LE^2 = (ÛE . EH') + $H'L^2$ olup (Ek not 53) EU^2 = (ÛE . EH') olduğundan, EU doğrusu ÛE, EH' doğruları arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur.

Aynı şekilde BR ordinat doğrusu, eğrinin iki tarafında A ve C' noktalarından uzatıldıklarında $S'A^2 + BR^2 = BA^2$ (Sonuç 5), BA^2 = (C'A . AR) + BR^2 olduğundan (Ek not 53), $S'A^2$ = (C'A . AR) olur. Böylece S'A doğrusu C'A ve AR doğruları aralarında geometrik orantılı olur.

Sonuç 8:

XH, MH teğetleri H noktasında kesişip işte bu teğetlerin birbirine paralel olan C'A doğrusu uzatılan diğer teğeti (MH'yı) A noktasında kestiğinde; kesen doğrunun (C'A) eğri ile teğet arasında dışarıda kalan kısmıyla (AR) çarpımı, söz konusu kesen doğrunun(C'A) teğet ile kesişme noktasından (A noktası) değme noktası arasında bulunan kısmın (MA) karesine oranı, kesen doğruya paralel olan teğetin (XH'nin) değme noktasıyla diğer teğetin kesişme noktaları arasında kalan kısmın karesinin (XH^2) öteki teğetten arda kalan kısmın karesine (MH^2) oranı gibi olur. Yani (C'A . AR) : $MA^2 = XH^2$: MH^2 olur. Zira ΔTXH ≅ ΔMS'A olup, ΔTXH : ΔMS'A = $XH^2 : S'A^2 = TH^2 : MA^2$ olduğundan, $XH^2 : S'A^2 = TH^2 : MA^2$ olur. Fakat $TH^2 = HM^2$, $S'A^2$ = C'A . AR olduğundan (Sonuç 7), (C'A . AR) : $MA^2 = XH^2 : HM^2$ olur. Bu şekilde ispat olunur ki (RÎ . H'Î) : XÎ = $HM^2 : XH^2$ olur.

Teorem 11

Parabol eğrisi üzerinde farz edilen herhangi iki noktadan bu parabolün çapına paralel ve tabana kadar uzanan iki düz doğru çizildiğinde, bu çizilen doğruların birbirine oranı, tabandan kestikleri kısımların çarpımlarının birbirine oranı gibi olur. Yine söz konusu taban aynı doğrultuda uzatılıp eğri üzerinde aynı şekilde varsayılan (başka) iki noktadan söz konusu kesit dışında parabolün çapına (kutr-u mahrece) paralel ve parabolün varsayılan tabanı (kaide-i mahrec) ile son bulan iki düz doğru çizildiğinde, bunların birbirine oranı o doğruların parabolün varsayılan tabanından eğrinin dışında kestikleri kısımların çarpımlarının birbirine oranı gibi olur[156] **(Şekil 33)**.

Mesela, tabanı AQ, çapı XB ve latus rectumu[157] XR olan AXQ parabolünün herhangi M, H' noktalarından XB çapına paralel MH ve H'T doğruları çizildiğinde MH : H'T = (AH . HQ) : (AT . TQ) olur. Yine AQ tabanı aynı doğrultuda uzatılıp parabolün dışında çapa paralel UF', ÛZ' doğruları çizildiğinde UF' : ÛZ' = (AF' . F'Q) : (AZ' . Z'Q) olur. Zira BQ^2 = (BX . XR) ve FH'^2 = (FX . XR) olup (Teorem 4, Sonuç 1) BQ^2 - FH'^2

[156] Buradaki ifade bozukluğunu ve belirsizliği metni tamamen değiştirmeden gidermenin bir yolu yoktur. Metni olabildiğince yalınlaştırmak suretiyle Seyyid Ali Paşa'nın ifadelerini korumaya çalıştık. Bu teoremde kast edilen matematiksel orantının anlaşılabilmesi için Şekil 33 eşliğinde teoremin devamındaki örneğin incelenmesi açıklayıcı olacaktır.

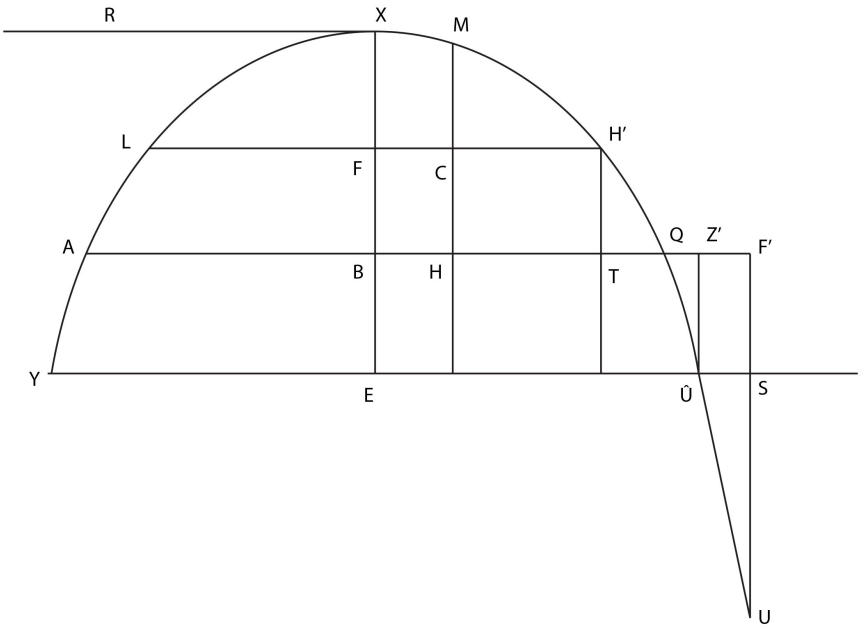
[157] Dıl'-ı kaim.

(veya BQ^2- BT^2) = (AT . TQ) ve (BX . XR) – (FX . XR)[158] = BF (veya ona eşit olan H'T). XR olur.

Aynı şekilde $E\hat{U}^2$ = (EX . XR) olup, $E\hat{U}^2$ (veya BZ'^2) - BQ^2 = AZ' . TQ olup (EX . XR) – (BX . XR) = EB (veya ÛZ') . XR olur. Böylece ispat olunur ki (AH . HQ) = (MH . XR) ve (AF' . F'Q) = (F'U . XR) olur.

Şimdi (AH . HQ) : (AT . TQ) = (MH . XR) : (H'T . XR) olup. Aynı şekilde (MH . XR) : (H'T . XR) = MH : H'T olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1). MH : H'T = (AH . HQ) : (AT . TQ) olur. Yine (AF' . F'Q) : (AZ' . Z'Q) = (F'U . XR) : (ÛZ' . XR) olur. Aynı şekilde (F'U . XR) : (ÛZ' . XR) = F'U : ÛZ' olduğundan F'U : ÛZ' = (AF' . F'Q) : (AZ' . Z'Q) olup istenilen ispatlanmış olur.

Şekil 33.



[158] Metinde R harfi yerine bizim Q ile ifade ettiğimiz D harfi vardır. Ancak şekilde işlemin gidişatı gereği bu yanlıştır, doğru harfin R açıktır.

Sonuç 1:

H'F ordinat doğrusu aynı doğrultuda uzatılıp MH doğrusunu da C noktasında kestiğinden (AH . HQ) : (LC . CH') = MH : MC olur. Zira (AH . HQ) = (MH . XR) ve (LC . CH') = (MC . XR) olduğundan (AH . HQ) : (LC . CH') = (MH . XR) : (MC . XR) olur. Aynı şekilde (MH . XR) : (MC . XR) = MH : MC olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 2, Sonuç 6). (AH . HQ) : (LC . CH') = MH : MC olur. Yine ÛE ordinat doğrusu aynı doğrultuda Y noktasına kadar uzatılıp F'U doğrusunu da S noktasında kestiğinden F'U . XR (veya ona eşit olan (AF' . F'Q) : (US . XR) (veya ona eşit olan (YS . SÛ) = F'U : US olur.

Teorem 12 (Şekil 34, 35)

Elips ile hiperbolün (katteyn mütekabileyn)[159] merkezlerinden geçen eğrilerin tarafında iki noktada keserek bir düz doğru çizildiğinde, işte bu çizilmiş doğru merkez noktasında ikiye bölünüp karşılıklı taraflarda çizilmiş doğrunun eğriyi kestiği noktalardan birer teğet çizildiğinde, çizilen teğet doğruları birbirine hem paralel ve hem de eşit olur.

Mesela, XMSS' elipsi ile hiperbol için Û merkezlerinden geçen MÛS doğrusu eğrileri M, S' noktalarında kesecek şekilde çizildiğinde **(Şekil 34, 35)**, bu doğru Û noktasında ikiye bölünüp karşılıklı taraflarda bulunan M, S' noktalarında MT, S'F teğetleri hem paralel hem de eşit olurlar. Zira, M noktasından XS birinci çapına (büyük çap) MY ordinat doğrusu çizilip, ÛY doğrusuna eşit ÛR doğrusu da kesilip (işaretlenip), bu R noktasından çapın diğer tarafında RS ordinat doğrusu da çizilip, S'Û doğrusu da

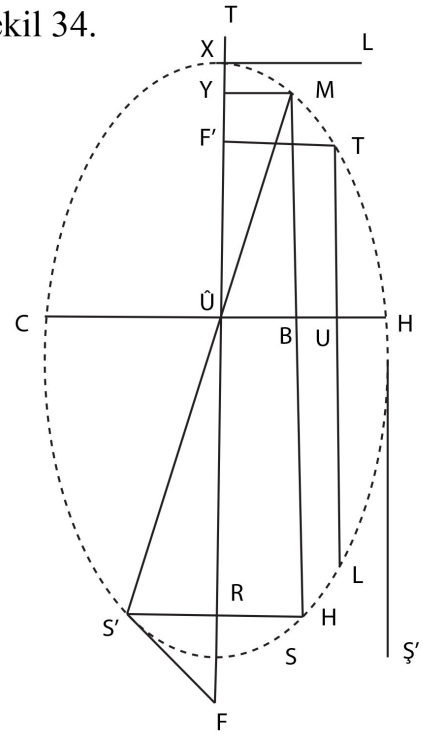
[159] Hiperbolün karşılıklı kolları kast ediliyor.

birleştirildiğinde ($\hat{U}X^2$ - $\hat{U}Y^2$) = (XY . XR) ve ($\hat{U}S^2$- $\hat{U}R^2$) = (XR . RS) olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 13) (XY . XR) = (XR . RS) olur.

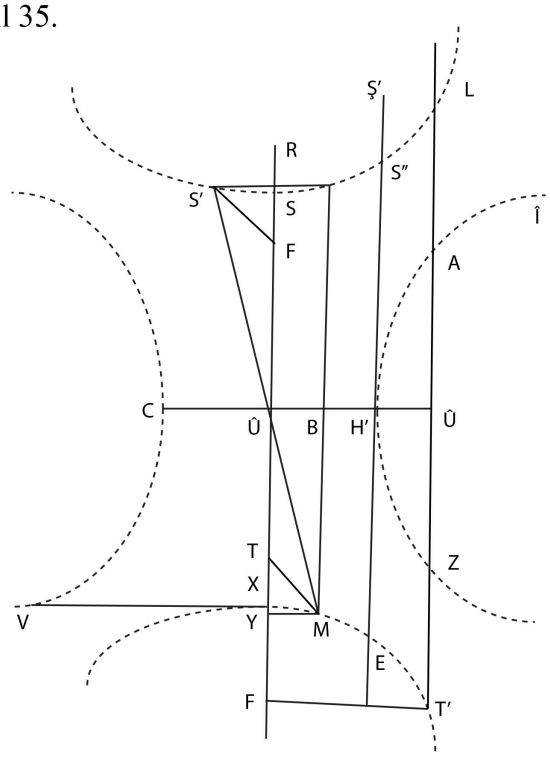
Şimdi, MY, S'R ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı, adı geçen çarpımların birbirine oranı gibi olduğundan (Teorem 5 - 6) $MY^2 = SR^2$ ve MY = SR olur. Aynı şekilde ÛY = ÛR, $\widehat{MY\hat{U}} = \widehat{S'R\hat{U}}$ olduğundan, ΔÛMY, ΔÛS'Z'den ÛM = ÛS' ve $\widehat{M\hat{U}Y} = \widehat{S'\hat{U}R}$ olup, $\widehat{Y\hat{U}M} + \widehat{M\hat{U}R}$ = 180º olduğundan, $\widehat{S\hat{U}R} + \widehat{R\hat{U}M}$ =180º olur. Böylece S'Û, ÛM doğruları bir doğru parçası olur.

Buna göre MÛ doğrusu aynı doğrultuda uzatıldığında kat-ı mütekabilinde bulunan eğrinin S' noktasını bulup, Û noktasında da ikiye bölünür. Yine $\hat{U}X^2$ = (TÛ . YÛ) (Teorem 9, Sonuç 11) $\hat{U}S^2$ = (RÛ . ÛF) olur. ÛX = ÛS olduğundan, $\hat{U}X^2 = \hat{U}S^2$, ÛT . ÛY = ÛR . ÛF olup, ÛY = ÛR doğrusuna TÛ = ÛF olduğundan, MÛ = ÛS', $\widehat{S'\hat{U}F} = \widehat{M\hat{U}T}$ ve MT = FS' olur. Fakat $MT\hat{U}$, S'FX ters açıları birbirine eşit olmakla MT, FS' teğetleri de birbirine eşit olurlar. Böylece bu kesitlerin karşılıklı taraflarından çizilen MT, S'F teğetleri birbirine hem eşit hem paralel olup istenilen ispatlanmış olunur.

Şekil 34.



Şekil 35.



Sonuç 1:[160]

S'R doğrusu kesitin diğer tarafında bulunan H noktasına kadar uzatıldığında RH = S'R olup, YM doğrusuna da paralel olduğundan M, H noktaları arasına oluşan MH doğrusu da YR doğrusuna hem eşit hem de paralel olur.

Sonuç 2:

Söz konusu kesitin merkezinden YM, RH ordinat doğrularına paralel ÛH' doğrusu çizilip, MH doğrusu B noktasında ikiye ayrılıp, BM doğrusu ÛY doğrusuna, BH doğrusu da ÛR doğrusuna eşit olur. Aynı şekilde ÛBMY ve ÛBHR paralel kenarlarından ÛR = ÛY olduğundan, çaptan uzaklıkları eşit olan noktalar arasındaki tüm doğrular (Bakınız **Şekil 34-35**, MH, T'L vb.) ÛH' doğrusuyla ikiye ayrıldığından, ÛH' doğrusu da çap olup önceki çapa paralel çizilen MH, T'L doğrularını da ikiye ayırır. İşte bu ÛH' doğrusuna *ikinci çap (kutr-u sani)* ve *birinci çapın eşlenik çapı (kutr-u evelin kutr-u müzdevici)* denilir[161].

Şimdi elipste eşlenik çap, söz konusu eğri ile sınırlandırılmış olup, CÛ = ÛH' olur. İşte bu CH' doğrusu XS 1. çapının ordinat doğrusu farz edildiğinden, ÛH'^2 : (XÛ . ÛS) (veya $X\hat{U}^2$) = XV : XS olup (Teorem 6, Sonuç 6), ÛH'^2, ÛX^2 karelerinin dörder katı alındığında, $H'C^2 : XS^2$ = XV : XS olup, H'C: XS = XV : XS müsennat bittekrir[162] XS,

---

[160] Özege nüshasında, 40. yaprakta s. 71'den 73'e geçilmiştir.

[161] ÛH' şekilde de görüldüğü üzere çap değil, yarıçaptır.

[162] Bu kelime tekrar yoluyla oluşan manasına gelmektedir. XS = 2. XÛ çap ve yarıçap olduğu için tekrar yoluyla oluşmaktadır. XV latus rectumu şekilde de görüldüğü gibi ayrı konumlanmaktadır. Burada kast edilen şey doğrular arasındaki geometrik ortalama (orta orantı) olmalıdır.

H'C, XV doğruları ardışık olarak orantılı olup H'C eşlenik çapı, XV latus rectumu ve XS büyük çapı arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur (Şekil 34).

Hiperbole XV latus rectumu ile XS büyük çapı için H'C geometrik ortalama (orta orantı) alınıp, Û merkezine XS çapının ordinat doğrularına paralel olacak şekilde, Û noktası orta noktası olacak şekilde çizilen H'C doğrusu, söz konusu hiperbolün 2. çapı olup, XS 1. çapının da eşlenik çapı olur (Şekil 35).

Teorem 13

Elipste 2. çapın ordinat doğrularının karelerinin birbirlerine oranı, bu ordinat doğrularının söz konusu çaptan kestikleri kısımların çarpımlarının birbirine oranı gibi olur. Bu oran aynı zamanda söz konusu çapın yarısının karesiyle, ordinat doğrularının çaptan kestikleri noktalarla elips merkezi arasında bulunan uzaklıkların kareleri farklarının, birbirine oranı gibi olur.

Hiperbolde 2. çapın ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı, söz konusu çapın yarısının karesiyle ordinat doğrularının söz konusu çaptan kestikleri noktalar ile hiperbol merkezi arasında bulunan uzaklıkların kareleri toplamlarının birbirine oranı gibi olur.

Mesela, XMSS' elipsinde H'C 2. çapının ordinat doğruları karelerinin birbirine oranı yani BM^2: UT'^2 = (H'B . BC) : (H'U . UC) = $(\hat{U}H'^2 - \hat{U}B^2)$: $(\hat{U}H'^2 - \hat{U}U^2)$ olur (Şekil 34).

Hiperbolde zikir olunan karelerin birbirine oranı yani $BM^2 : UT'^2 = (\hat{U}H'^2 + \hat{U}B^2)$: $(\hat{U}H'^2 + \hat{U}U^2)$ olur **(Şekil 35)**.

Zira elipste XS 1. çapının ordinat doğruları MY, T'F' olup. XÛ . ÛS (veya $\hat{U}X^2$) : SY . YX = $\hat{U}H'^2 : YM^2$ (veya $\hat{U}B^2$) olup (Teorem 6) kalb tarikiyle de $\hat{U}X^2$: ($\hat{U}X^2$- (SY

. YX)) = $\hat{U}H'^2$: ($\hat{U}H'^2$ - $\hat{U}B^2$) olup bedel tarikiyle de $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = ($\hat{U}X^2$ - (SY . YX)) : ($\hat{U}H'^2$ - $\hat{U}B^2$) olur. Yani $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = $\hat{U}Y^2$ (veya BM^2) : (H'B . BC) olur (Ek not 54)[163].

Bu şekilde ispat olunur ki $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = $T'U^2$: (H'U . UC)[164] olduğundan H'C 2. çapının MB, T'U ordinat doğruları karelerinin birbirine oranı, söz konusu çaptan kestikleri H'B, BC ve H'U, UC kısımlarının birbirine oranı gibi olur (BM^2 : $T'U^2$ = (H'B . BC) : (H'U . UC)) (Ek not 55)[165].

Şimdi (H'B . BC) = $\hat{U}H'^2$ - $\hat{U}B^2$ ve (H'U . UC) = $\hat{U}U^2$ - $\hat{U}H'^2$ olduğundan BM^2 : UT'^2= ($\hat{U}H'^2$ - $\hat{U}B^2$) : ($\hat{U}H'^2$ - $\hat{U}U^2$) olur. Yine hiperbolde (SY . YX) : YM^2(veya $\hat{U}B^2$)= SX:XV latus rectumu olur (Teorem 5, Sonuç 6). Aynı şekilde H'C doğrusu XS, XV arasında geometrik ortalama (orta orantı) olduğundan (Teorem 12, Sonuç 2) ve = XS^2 : $H'C^2$ olur.

---

[163] **Ek not 54:** Zira $\hat{U}Y^2$ + (SY . YX) = $\hat{U}X^2$, $\hat{U}B^2$ + (H'B . BC) = $\hat{U}H'^2$ olup (Ek not 16) $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = ($\hat{U}X^2$-(SY . YX)) : ($\hat{U}H'^2 - \hat{U}B^2$) olduğundan $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = $\hat{U}Y^2$: ($H'B$. BC) olur. BM = ÛY olduğundan, $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = BM^2: ($H'B$. BC) olur.

[164] Bu denklem orijinal metinde $T'U^2$: (H'B . BC) olarak verilmiştir ancak tarafımızdan düzenlenerek bu halde verilmiştir. Zira $T'U$ ≠ ÛY olduğundan $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = $T'U^2$: (H'B . BC) eşitliği bir anlam ifade etmemektedir. Zaten metnin devamında da bizim düzeltmemiz işlem akışını sağlamaktadır.

[165] **Ek not 55:** Zira XF'^2 + ($SF'.F'X$) = $\hat{U}X^2$, $\hat{U}U^2$ + ($H'U.UC$) = $\hat{U}H'^2$ olup , $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = (SF' . $F'X$) : $\hat{U}U^2$ (veya $F'T'^2$). Keza $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = $\hat{U}F'^2$: ($H'U.UC$) olur. $\hat{U}F' = UT'$ olduğundan $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = UT'^2 : ($H'U.UC$) olur.

İşte bu XS^2, $H'C^2$ karelerinin çeyrekleri (rub'i) alındığında = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}E^2$ olur. Terkib tarikiyle de (SY . YX) + $\hat{U}X^2$ ($\hat{U}Y^2$ veya MT'^2) = $\hat{U}B^2$+ $\hat{U}H'^2$ =$\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ olur (Ek not 56)[166] (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 2). Bu şekilde ispat olunur ki $T'U^2$: ($\hat{U}U^2$ + $\hat{U}H'^2$) = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ olduğundan (Ek not 57)[167] hiperbolde 2. çap ordinat doğrularının karelerinin birbirine oranı ($\hat{U}B^2$ + $\hat{U}H'^2$) : ($\hat{U}U^2$ + $\hat{U}H'^2$) gibi olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1

Elipste herhangi BM^2 : (H'B . BC) = XS : XV = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ oranı gibi olur. İşte bu $\hat{U}X^2$ ve $\hat{U}H'^2$'nin 4'er katı alındığında, (yani 4. $\hat{U}X^2$: 4. $\hat{U}H'^2$) = XS^2 : $H'C^2$ = XS : XV olur (Teorem 2, Sonuç 3).

Sonuç 2

XV, H'C, XS doğruları için H'Ş' dördüncü orantılısı alındığında işte bu H'Ş' doğrusu H'C eşlenik çapın latus rectumu olur. Zira XV: H'C= XS: H'Ş' olup bedel

---

[166] **Ek not 56:** Zira, (SY . YX) : $\hat{U}B^2$ = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ bedel tarikiyle de (SY. YX) : $\hat{U}X^2$ = $\hat{U}B^2$: $\hat{U}H'^2$ olup, terkib tarikiyle de ((SY . YX) + $\hat{U}X^2$) : $\hat{U}X^2$ = ($\hat{U}B^2$ + $\hat{U}H'^2$) : $\hat{U}H'^2$, ve yine bedel tarikiyle de ((SY . YX) + $\hat{U}X^2$) : ($\hat{U}B^2$ + $\hat{U}H'^2$)= $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ olur. Fakat ((SY . YX) + $\hat{U}X^2$) = BM^2 = $\hat{U}Y^2$ olduğundan, BM^2 : ($\hat{U}B^2$ + $\hat{U}H'^2$) = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ olur.

[167] **Ek not 57:** Zira, $(SF'.F'X) : T'F'^2$ = SX : XV. Keza, SX : XV = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ olduğundan $(SF'.F'X) : \hat{U}X^2 = T'F'^2$(veya $\hat{U}U^2$) : $\hat{U}H'^2$ olur. Terkib tarikiyle $\left((SF'.F'X) + \hat{U}X^2\right) : \hat{U}X^2 = (\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2) : \hat{U}H'^2$ ve bedel tarikiyle $\left((SF'.F'X) + \hat{U}X^2\right) : (\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2) = \hat{U}X^2 : \hat{U}H'^2$ olur . Fakat $\left((SF'.F'X) + \hat{U}X^2\right) = (\hat{U}F')^2$ veya $(UT')^2$ olduğundan $(UT')^2 : (\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2) = \hat{U}X^2 : \hat{U}H'^2$ olur.

tarikiyle de H'Ş': H'C = XS : XV olur. Fakat XS : XV = BM^2 : (H'B . BC) = $T'U^2$: (H'U.UC) olduğundan BM^2 : (H'B . BC) = H'Ş': H'C yani ordinat doğrusu karesinin kendi çapı kısımlarının çarpımına oranı, latus rectumun, büyük çapa oranı gibi olup, H'Ş' doğrusu H'C eşlenik çapın latus rectumu olur (Ek not 58)[168].

Sonuç 3:

Hiperbolde MB^2: ($\hat{U}B^2$+$\hat{U}H'^2$) = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ = XS : XV olup (Teorem 12, Sonuç 2) XV, H'C, XS doğruları için H'Ş' 4. orantılısı alındığında = H'Ş' : H'C olmakla (Ek not 59)[169] işte bu H'Ş' doğrusu H'C eşlenik çapının latus rectumu olur.

Şimdi H'C çapına ÎH', ZS", CV karşılıklı kesitleri çizildiğinde işte bu H'C doğrusu bahsettiğimiz kesitlerin büyük çapı olup söz konusu karşılıklı kesitlere de XM, TS', SL karşılıklı eşlenik kesitler denilip XS ve H'C çaplarına da eşlenik çaplar ve bu dört kesmeye de *birbirine eş olarak karşılıklı olan* (izdivac üzere mütekabil) denilir.

Sonuç 4:

Birbirine eş olarak karşılıklı olan kesmelerden birinin dahilinde H'C çapına AU ordinat doğrusu çizildiğinde AU^2 : (CU . UH') = H'Ş' latus rectum : H'C büyük çapı olur

---

[168] **Ek not 58:** Zira, XV : H'C = XS : H'Ş' olup bedel tarikiyle de XS : XV = H'Ş' : H'C olur. Keza XS : XV = XS^2 : $H'C^2$ olup XS^2 : H$'C^2$= H'Ş' : H'C aksi tarik ile de $H'C^2$: XS^2 = H'C : H'Ş' (Burada metnin orjinalinde de üstlü ifade kullanılmıştır) olmakla H'C : XS = XS : H'Ş' olup, işte bu H'Ş' doğrusu H'C, XS doğrularının 3. Orantılısı olduğu için (salis mütenasip) H'C eşlenik çapının latus rectumu olur.

[169] **Ek not 59:** Zira, hiperbolün ÎH', ZS", CV kollarının (kateyni ferdicinin) H'C eşlenik çapının latus rectumu H'Ş' olur. Zira H'C, XS doğrularına H'Ş' 3. orantılı olduğundan (Ek not 58) işte bu H'Ş' söz konusu eşlenik çapın latus rectumu olur.

(Teorem 5, Sonuç 6). Aynı şekilde H'Ş' : H'C = $T'U^2$: ($\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2$) olduğundan (Söz konusu teorem, sonuç 3) $T'U^2$ (veya LU^2) : ($\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2$) = AU^2 : (CU.UH') olur.

Sonuç 5:

LU^2:($\hat{U}U^2$+$\hat{U}H'^2$)= AU^2: (CU . UH'), bedel tarikiyle $LU^2 : AU^2 = (\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2)$: (CU . UH'[170]) (veya ona eşit olan (CU^2-UE^2)) olduğundan, (LA . AT') : $AU^2 = 2.UE^2$: (CU . UE) olup (Ek not 60)[171], bedel tarikiyle (LA . AT') : 2. $UE^2 = AU^2$ = (CU . UE) olur. Aynı şekilde AU^2:CU . UE = EŞ' : EC olup (Sonuç 4). Aynı şekilde EŞ' : EC = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}E^2$ (Sonuç 3) ve = 2. $\hat{U}X^2$ olduğundan (LA . AT') : 2. $\hat{U}E^2$= 2. $\hat{U}X^2$: 2. $\hat{U}H'^2$ olduğundan (LA . AT') çarpımı $\hat{U}X^2$'nin 2 katı ve kuvveti de olur.

Sonuç 6:

Karşılıklı hiperbollerde H'C çapına H' ucundan H'K ordinat doğrusu çizildiğinde eşlenik kesit öteki K noktasında kestiğinde $H'K^2$, $\hat{U}X^2$'nin yayı ve 2 katı olur.

Zira $H'K^2$: ($\hat{U}H'^2 + \hat{U}H'^2$) = 2. $\hat{U}H'^2 = MB^2$ (ordinat doğrusu): $B\hat{U}^2$+$\hat{U}H'^2$ (Söz konusu Teorem) ve aynı şekilde MB^2: ($B\hat{U}^2$+$\hat{U}H'^2$) = $\hat{U}X^2$: $\hat{U}H'^2$ olur (Sonuç 3). Fakat

---

[170] Metinde H' yerine E yazılmıştır.

[171] **Ek not 60:** Zira, $LU^2 : AU^2 = (\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2)$: (CU . UH′) olup, fark yoluyla da (LU^2 - AU^2) : AU^2 = (($\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2$) - (CU . UH′)) : (CU . UH′) olur. Şimdi LU^2 = (LA . AT′) + AU^2 olduğundan (Ek not 53) (LU^2 - AU^2) = (LA . AT′) olup, keza $\hat{U}U^2$ = (CU . UH′) + $\hat{U}H'^2$ olduğundan (Ek not 53) ($\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2$) - (CU . UH′) = 2. $\hat{U}H'^2$ olduğundan, (LA . AT′) : AU^2 = 2. $\hat{U}H'^2$: (CU . UH′) olur.

2. $\hat{U}X^2$: 2.$\hat{U}H'^2 = H'K^2$: 2. $\hat{U}H'^2$ olduğundan, $H'K^2$, $\hat{U}X^2$'nin yayı ve 2 katı olur (Ek not 61)[172].

Teorem 14 (Şekil 36, 37)

Elips ile hiperbolde merkez ile teğet noktasını birleştiren doğru yarıçap[173] olup, teğete paralel çizilen ordinat doğrularını da ikiye ayırır.

Mesela, XV"SM elipsinde **(Şekil 36)** Û merkezi ile M temas noktası arasında bulunan MÛ doğrusu yarıçap olup[174], MT teğetine paralel çizilen XF', ÎR ordinat doğruların da ikiye ayırır.

Zira XS 1. çap (büyük çap), X tepe noktasından XC teğeti çizildiğinde MÛ yarıçapını[175] C noktasında MT teğetini de H noktasında kesip MÛ doğrusuna da X noktasından çıkan XF' ordinat doğrusunun üstünde ve altında MT teğetine paralel çizilen ÎR, ZB' ordinat doğrularını da E, S" noktalarında keser. Aynı şekilde XS çap olmak üzere MY, F'T', H'L, RB, ZL, DB' ordinat doğruları çizildiğinde MÛ doğrusuyla V, U, S', C' noktalarında MT teğetiyle de K, F, A, W noktalarında kesişirler.

Şimdi ÛY : ÛX = ÛX : ÛT olup, (Teorem 9, Sonuç 11) aynı şekilde $\hat{U}Y^2$: $\hat{U}X^2$ = ΔÛYM : ΔÛXC = ÛY : ÛT de olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 16). Aynı şekilde

---

[172] **Ek not 61:** Zira, U noktası H′ noktası istikametinde bulunup, AL // H′K, T′A // EH′ olup (TA . AL) = (EH′. H′K) $= H'K^2$ olur. Fakat, (TA . AL) = 2. $\hat{U}X^2$ olduğundan, $H'K^2$ = 2. $\hat{U}X^2$ ve yayı da olur.

[173] Metinde kutr (çap) denmektedir.

[174] Metinde kutr (çap) denmektedir.

[175] Metinde mahreç doğrusu denmektedir.

ÛY : ÛT= ΔÛYM : ΔÛTM olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1) ΔÛXC = ΔÛTM olur. İşte bu üçgenlerin eşitlikleri hiperbolde ΔÛYM'den ve elipste ΔÛYM'den çıkarıldığında geriye kalan XYMC dört kenarlı şekli ΔTYM'ye eşit olur böylece ΔTYM : ΔXT'F' = MY ²: T′F′ ² olur.[176]

Aynı şekilde (SY . YX) : (ST' . T'X) (veya SL . LX veya SB . BX veya SD . DX veya ÛX . ÛY) kareleri arasında olan farkın ÛX^2 - ÛT'^2'ne veya ÛL, ÛB, ÛD doğrularından her birinin karesi arasında olan farka oranı (Ek not 62)[177] (ΔÛXC - ΔÛYM) : (ΔÛXC - ΔÛT'V)'nin (veya ΔÛLU veya ΔÛBS' veya ΔÛDC' üçgenlerinden her birinin arasında olan farka) oranı gibi olup (Ek not 63)[178] yani XYMC yamuğunun XT'VC,

---

[176] Metinde bu doğrulara denk başka eşitlikler de verilmiştir. Ancak harfler tutarsız olduğu için biz onlara burada yer vermedik. Aynı sebepten bu teoreme ait olan Şekil 36 tarafımızdan tekrar çizilmiştir.

[177] **Ek not 62:** Zira, ST' . T'X, SL . LX, SB . BX ve SD . DX çarpımları, ÛT', ÛL, ÛB, ÛD doğrularından her birinin kareleriyle ÛX^2 arasındaki farka eşit olur (Ek not 16 ve 53).

[178] **Ek not 63:** Zira, ΔÛXC : ΔÛYM = ÛX^2 : ÛY^2 çıkarma yoluyla da (fasl tarikiyle, yani $\frac{a}{b}$ gibi bir işlemde kesrin $\frac{(a-b)}{b}$ şeklinde yazılmasıdır.) (ΔÛXC - ΔÛYM) : ΔÛYM = (ÛX^2 - ÛY^2) : ÛY^2 olup bedel tarikiyle de (ΔÛXC - ΔÛYM) : (ÛX^2 - ÛY^2) = ΔÛYM : ÛY^2 olur. Keza, ΔÛXC : ΔÛLU = ÛX^2 : ÛL^2 fasl (ve bedel) tarikiyle de (ΔÛXC - ΔÛLU) : (ÛX^2 - ÛL^2) = ΔÛLU : ÛL^2 olur. ΔÛLU : ÛL^2 = ΔÛYM : ÛY^2 = (ΔÛXC - ΔÛYM) : (ÛX^2 - ÛY^2) = (ΔÛXC - ΔÛLU) : (ÛX^2 − ÛL^2) veya (ΔÛXC - ΔÛYM) : (ΔÛXC - ΔÛLU) = (ÛX^2 - ÛY^2) : (ÛX^2 - ÛL^2) olur. Bu şekilde ispat olunur ki, (ΔÛXC - ΔÛLU) : (ΔÛXC - ÛBS') = (ÛX^2 − ÛL^2): (ÛX^2-ÛB^2), aynı şekilde (ΔÛXC - ÛBS') : (ΔÛXC -

XLUC, XBS'C, XDC'C dörtgenlerinden her birine oranı gibi olur. Fakat, ΔTYM = XYMC yamuğu olduğundan, ΔXT'F' = XT'VC, ΔÎLH' = XLUC[179] dörtgenine ve ΔÎBR = XBS'C dörtgeni; diğer üçgenler de diğer dörtgenlere eşit olur.

Şimdi, ΔXT'F' ile kendine eşit olan XT'VC yamuğundan XT'VŞ' ortak şekli çıkarıldığında geriye kalan ΔŞ'VF' kendine benzer olan ΔŞ'CX üçgenine eşit olup, F'Ş' = Ş'X olur. Aynı şekilde ΔÎBR, ΔÎLH' arasında olan fark yani LBRH' dörtgeni, XBS'C - XLUC = LBS'U olur. İşte bu eşitlerden LBS' S"QÎ ortak şekli çıkarıldığında geriye kalan ΔS'S"R = ΔS"EU ve aynı zamanda bu üçgenler benzer olduğundan, S"R = S"E olur.

Aynı şekilde ΔZLZ', ΔFH'L'ye eşit ve benzer olup EL = ZL olduğundan söz konusu üçgenler de birbirine eşit olup ΔFH'L = XLUC dörtgenine eşit olduğundan ΔZLZ' = XLUC olup işte bu eşitlere LDC'U şekli eklendiğinde ZZ'DC'U şekli XDC'C dörtgenine eşit olur. İşte bu dörtgen de ΔZ'R'B''ye olduğundan ΔZ'DB' = ZZ'DC'U olup, işte bu eşitlerden Z'DC'S ortak şekli çıkarıldığında geriye kalan ΔZUŞ, ΔB'C'Ş[180] üçgenine eşit ve benzer olduğundan, ZE = EB' olur. Bu takdirce ÛM doğrusu, TM teğet doğrusuna

---

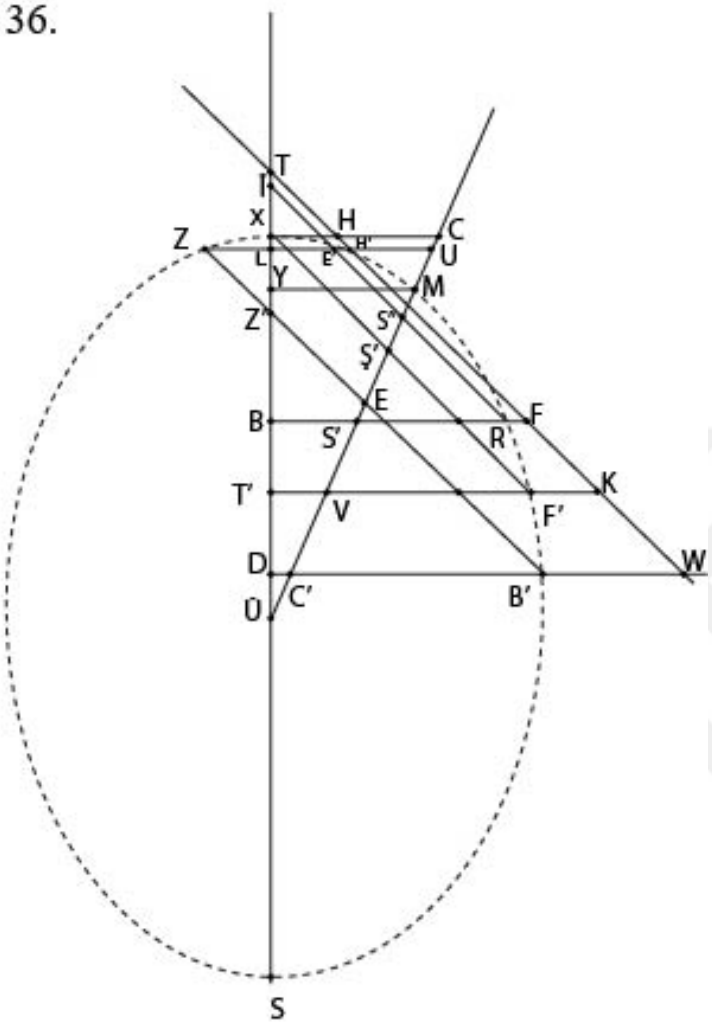
ΔXT'V) = $(\hat{U}X^2 - \hat{U}B^2)$: $(\hat{U}X^2 - \hat{U}T'^2)$ olur. Benzer şekilde ($\hat{U}X^2$-$\hat{U}Y^2$)'nin ile $\hat{U}T'$, ÛL, ÛB, ÛD doğrularından herbirinin kareleri arasında olan farka oranı (ΔÛXC - ΔÛYM)'nin ΔÛXC ile ΔÛT'V, ΔÛLU, $\Delta\hat{U}BS', \Delta\hat{U}DC'$ üçgenlerinden her biri arasında olan farka oranı gibi olur.

[179] Metinde Î yerine F geçmektedir.

[180] Şekil 37'de ZB' ve C'U doğrularının kesişim noktası Ş noktası olsa gerek.

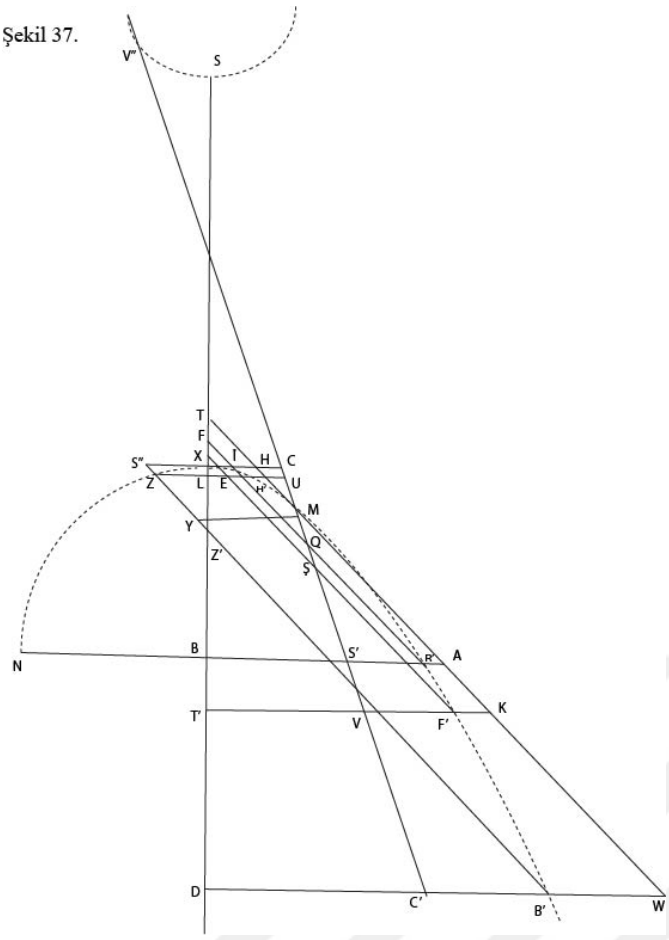
paralel olarak çizilen XF', ÎR, ZB' ordinat doğrularını ikiye ayırdığından ÛM doğrusu çap olup istenilen ispatlanmış olur.[181]

Şekil 36.



[181] Bu paragraftaki harfler - orijinal şeklin karışıklığı sebebiyle yeniden çizdiğimiz- yeni çizimimizle tutarlı olacak şekilde değiştirilmiştir.

Şekil 37.



Uyarı! (Şekil 38)

Elipste XS birinci çapının ordinat doğruları Û merkezinin bir tarafında, S noktası tarafında ÛM doğrusuyla kesişirlerse, B'D doğrusu oluştuğu gibi bu surette şu yöntemle ispat olunur ki söz konusu kesitte S noktasından SR teğeti çizilip, ΔZ'DB' = SDS'R yamuğu olup (Ek not 64)[182], SDS'R yamuğu: XYMC dörtgeni = (SD . DX) : (SY . YX) = DB'^2 : MY^2 = ΔZ'DB' : ΔTYM olur.

---

[182] **Ek not 64:** Zira, SDS'R dörtgeni : XYMC dörtgeni = ($\hat{U}S^2$ - $\hat{U}D^{2)}$: ($\hat{U}X^2$ - $\hat{U}Y^2$) = (SD . DX) : (SY. YX) (Ek not 16) ve = DB'^2: MY^2 (Teorem 6) = ΔZ′DB′: ΔTMY olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 17) SDS'R dörtgeni : XYMC dörtgeni = ΔZ′DB′: ΔTMY olur. Fakat ΔTMY = XYMC dörtgeni olduğundan ΔZ′DB′= SDS'R dörtgeni olur.

Şimdi ΔZ'DB' = SDS'R eşitliğinde her tarafa ΔS'DÛ üçgeni eklendiğinde, Z'ÛS'B' şekli ΔXÛC = ΔSÛR'a eşit olur (Ek not 65)[183]. İşte bu eşitlerden ΔÛŞZ' çıkarıldığında geriye kalan ΔŞS'B', XZ'ŞC şekline eşit olur. Fakat ΔZ'LZ = XLUC dörtgeni olup, işte bu eşitlere LZ'ŞC şekli eklendiğinde, ΔŞUZ = XZ'ŞC şekline eşit olduğundan ΔŞS'B', ΔŞUZ'e hem eşit hem de benzer olup ZŞ = ŞB' olur ve geriye kalan ordinat doğrularının söz konusu çapla ikiye ayrılmaları daha önce söylendiği gibi ispat olunup istenilen ispatlanmış olunur.

Sonuç 1:

ΔÛTM = ΔÛXC olup, işte bu eşitlerden hiperbolde ÛTHC dörtgeni (zuerbaatül adla) ve elipste ÛMHX şekli çıkarıldığında geriye kalan ΔCHM = ΔTHX olur. Bu eşitlere XHMŞ' dörtgeni eklendiğinde ΔŞ'CX veya kendine eşit ve benzer olan ΔŞ'VU üçgeni MŞ'XT dört kenarlısına (münharif) eşit olur.

Sonuç 2:

ΔCHM = ΔTHX olup bu eşitlere XHMŞ' dörtgeni eklendiğinde, TMŞ'B dörtgeni = XBŞ'C dörtgeni olup, XBŞ'C şekli de ΔFBR''ye eşit olduğundan, ΔFBR'=TMŞ'B dört kenarlısına eşit olur. İşte bu eşitlerden FQŞ'B ortak şekli çıkarıldığında geri kalan ΔQŞ'R' veya kendine eşit ve benzer olan ΔQH'U, MQFT dört kenarlısına eşit olur. Aynı şekilde

---

[183] **Ek not 65:** Zira, söz konusu kesitin (elipsin) X, S tepe noktalarından çizilen XC, SR teğetleri ordinat doğrularına paralel olduklarından (Teorem 9) birbirlerine de paralel olup, ΔÛXC ≅ ΔÛSR olduğundan ΔÛXC : ΔÛSR = $\hat{U}X^2 : \hat{U}S^2$ olur. Fakat ÛX = ÛS olduğundan, $\hat{U}X^2 = \hat{U}S^2$ olup, buna göre ΔÛXC = ΔÛSR olur.

ΔCHM, ΔTHX üçgenlerine XDC'MH[184] şekli eklendiğinde, XDC'C = TMC'D olur[185]. Fakat XDC'C şekli = ΔZ'DB' olduğundan, ΔZ'DB' = TDC'M şekli olup, her birinden Z'DC'Ş şekli çıkarıldığında geriye kalan ΔŞC'B'[186], MŞZ'T dört kenarlısına eşit olur.

Sonuç 3:

MÛ çapının Ş'V', QR', ŞB' ordinat doğruları karelerinin birbirine oranı 1. çapın kısımlarından meydana gelen (MŞ' . Ş'V"), (MQ . QV"), (MŞ . SV") çarpımlarının birbirine oranı gibi olur. Aynı şekilde söz konusu karelerin birbirine oranı, ΔŞ'V'V veya ΔŞ'XC, ΔQRS', ΔŞB'C' benzer üçgenlerinin birbirine oranı gibi de olur. Aynı şekilde söz konusu üçgenler de bire bir karşılıklı olan MŞ'XT, MQFT, MŞZ'T dört kenarlılara eşit olduğundan (Sonuç 1 ve 2) adı geçen karelerin birbirine oranı ΔÛTM ile kendine benzer olan ΔÛŞX, ΔÛQF, ΔÛŞZ' üçgenleri arasında olan farkların birbirine veya $\hat{U}M^2$ ile ÛŞ', ÛQ, ÛŞ karşılıklı kenarları kareleri arasında olan farkın birbirine veya adı geçen çarpımların birbirine oranı gibi olur (Ek not 22). Yani $Ş'V'^2 : R'Q^2$ (veya $Ş'X^2 : EQ^2$) = (V"Ş' . Ş'M) : (V"Q . QM) olur.[187]

---

[184] Şekil 38'de C' harfi ve bu şekiller yoktur.

[185] Bu şekilde (Şekil 38) C''nün yerini tespit edemedik.

[186] Şekilde bu harfler bir üçgen göstermemektedir.

[187] **Ek not 66**: Zira, $Ş'F'^2 : QR^2$ = ΔŞ'F'V : ΔQRS' olur. Fakat ΔŞ'F'V = MŞ'XT dörtgeni, ΔQRS' = MQFT dörtgeni olup (Sonuç 1 ve 2) aynı şekilde MŞ'X'T dörtgeni = ΔXMT - ΔÛŞ'Û olup, MQFT dörtgeni = ΔÛMT - ΔÛQF olduğundan $Ş'F'^2 : QR^2 =$ (ΔÛMT - ΔÛŞ'X) : (ΔÛMT - ΔÛQF) = ($\hat{U}M^2$-$\hat{U}Ş'^2$) : ($\hat{U}M^2$ - $\hat{U}Q^2$) (Ek not 63) = (V"Ş' . Ş'M) : (V"Q . QM) (Ek not 16 ve 53). Bu şekilde ispat olunur ki $Ş'F'^2 : ŞB'^2$ = (V"Ş' . Ş'M) :

Sonuç 4:

XS 1. çapın teğetine ve latus rectumuna her ne hüküm ispat olunduysa aynı şekilde Û merkezinden geçen herhangi çapın teğetine ve latus rectumuna aynı şekilde ispat olunur. Mesela, MT teğeti XS çapını kesip ÛY, ÛX, ÛT doğruları ardışık orantılı olup, ÛT . ÛY = ÛX^2 olduğu (Teorem 9, Sonuç 11) ve aynı şekilde SY : YX = ST : TX olup ST, TY, TX doğruları nisbet-i telif üzere orantılı olduğu gibi (Teorem 9, Sonuç 12) aynı şekilde XC teğeti MÛV" çapını kesip ÛŞ', ÛM, ÛC doğruları ardışık orantılı olup Ş'Û . ÛC = ÛM^2 olur. Yine V"Ş' : MŞ' = CV" : CM olup, CV", CŞ', CM doğruları aynı şekilde nisbet-i telif üzere orantılı olurlar. Aynı şekilde söz konusu çapın ordinat doğruları karelerinin birebirine oranı söz konusu çaptan kestikleri kısımları çarpımlarının birbirine oranı gibi olur ve benzeri.

Sonuç 5:

(V"Q . QM) : QR^2 = V"M : 4. orantılı (rabi mütenasip)[188] (QR ordinat doğrusu, VM büyük çap iken) gibi olup, işte bu 4. orantılı uzatıldığında ÛM çapının latus rectumu olur (Teorem 5, sonuç 6). Söz konusu latus rectumun büyük çapa oranı, ordinat doğrusu karesinin söz konusu çap kısımlarından meydana gelen ve söz konusu kareye karşılık gelen çarpıma oranı gibi olur.

(V"Ş . ŞM) olduğundan Ş'F', QR, ŞB' karelerinden her birinin (V"Ş' . Ş'M), (V"Q . QM), (V"Ş . ŞM) çarpımlarından her birine oranı gibi olur.

Ek not 67: Zira ΔS'QR = MQFT olup (Sonuç 2) ΔS'QR + MQRA = RFTA olup ΔMS'A + ΔFBR = RFTA + ΔFBR = ΔTBA olduğundan ΔMS'A + ΔFBR = ΔTBA olup, $BR^2 + S'A^2 = BA^2$ ve benzeri olur.

[188] Ayrıntılı bilgi için bknz: Zeki, *Âsâr-ı Bakiye,* c. 2, s. 228-229.

Sonuç 6:

Parabolün özellikleri için onuncu teoremin 3., 4., 5. ve 6. sonuçlarında ispat edilen hükümler, mesela ordinat doğrularından meydana gelen üçgenlerin karşılarında bulunan dörtgenlere eşitlikleri hükmü, hiperbol ile elipste de geçerli olup aynı şekilde, ΔQEU = MQFT dörtgeni olup (Sonuç 2) işte bu eşitlerden QMEH' ortak şekli çıkarılırsa geriye kalan ΔH'UM = EH'FT dörtgeni olur.

Aynı şekilde ΔFEL + ΔH'UM = ΔTLE olur. Fakat hiperbol ile elipste XY çapı MÛ çapına paralel olmayıp, FLE, H'UM üçgenleri benzer olmadıklarından $EL^2 + H'U^2$ ≠H′L^2 karesine eşit olmaz. Kaldı ki ΔMS'A = R'FTA dörtgeni olup[189] (Ek not 67) ΔFBR + ΔMS'A = ΔTAB olur ve diğerlerini bununla mukayese et.

Sonuç 7:

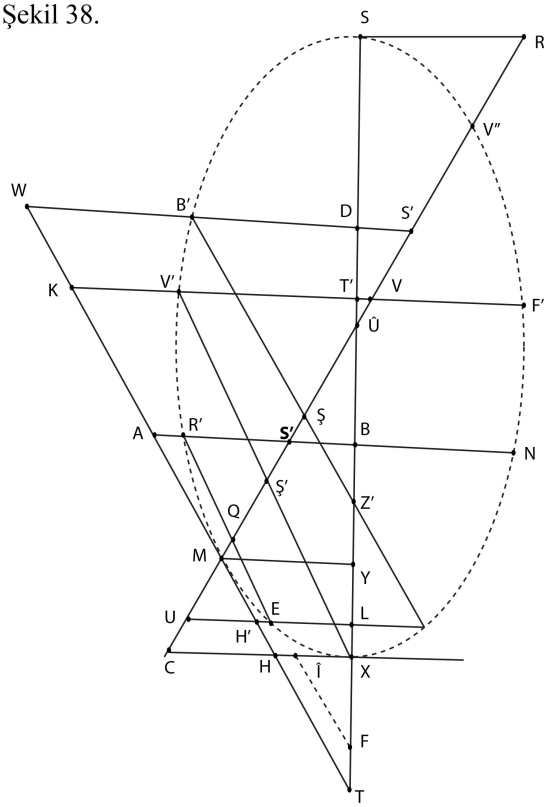
MH, XH teğetleri H noktasında kesişip işte bu teğetlerin birine paralel olan AN doğrusu uzatılan diğer teğeti A noktasında kestiğinde, kesen doğrunun eğri ile teğet arasında dışarıda bulunan kısmıyla çarpımının, bu söz konusu kesen doğrunun teğet ile kesişme noktasıyla değme noktası arasında bulunan kısmı karesine oranı, kesen doğruya paralel olan teğetin değme noktası ile diğer teğetin kesişme noktaları arasında bulunan kısmı karesinin, diğer teğetten geri kalan kısmın karesine oranı gibi olup, yani (AN . AR') : $MA^2 = XH^2 : MH^2$ olur ve aynı şekilde (RÎ . ÎE) : $X\hat{I}^2 = MH^2 : XH^2$ olur (Teorem 8 sonuç)[190].

---

[189] Şekle göre MS'A harfleri bir üçgen oluşturmamakta, bu sebeple biz şekle tahmini bir S' noktası daha ekledik ve bunu kalın karakterle gösterdik.

[190] Bu son neticedeki harfler yukarıdaki harflere ve şekle uyum sağlamak amacıyla düzenlenmiş, H' ve E harflerinin yerleri değiştirilmiştir.

Şekil 38.



Teorem 15 (Şekil 39, 40, 41)

Hiperbol ile elips eğrilerinde iki çap arasında ve elipste bazen de söz konusu çapın dışında herhangi bir nokta seçilip, bu noktadan çapların eğriyle kesiştikleri iki noktaya değen teğetlere paralel ve bu çaplara sınırlanan (müntehi) iki doğru çizildiğinde, işte bu doğrular ile çaplardan meydana gelen dörtgen şekli, herhangi bir teğet ile çaplardan meydana gelen iki üçgenden her birine eşit olur.

Mesela, hiperbol ile elips XH'M eğrisinde ÛX, ÛM çapları[191] arasında bulunan elipste bazen de söz konusu çapların dışında herhangi bir H' noktası seçilip söz konusu noktadan XC, MT teğetlere paralel ve çaplara sınır olan H'U, H'F doğruları çizildiğinde

[191] Bu noktalar yazarın şekillerinde çapların yarısını temsil etmektedir.

işte bu söz konusu doğrularla söz konusu çaplardan meydana gelen FH'UÛ dörtgeni teğet ile çaplardan meydana gelen ΔÛTM veya ΔÛCX'den her birine eşit olur.

Zira ΔQH'U = QMTF dört kenarlısı olup (Teorem 14, sonuç 2) işte bu eşitleri hiperbolde ΔÛFQ'den çıkarıp ve elipste söz konusu ΔÛFQ her birine eklendiğinde meydana gelen FH'UÛ dörtgeni ΔÛTM'ye veya ona eşit olan (Teorem 14) ΔÛCX'e eşit olup[192] istenilen gösterilmiş olunur (Ek not 68)[193].

Sonuç 1:

Hiperbol ile elipste herhangi başka bir A noktası belirlenip teğetlere paralel ve söz konusu çapla sınırlanan AT', AL doğruları uzatıldığında meydana gelen LAT'Û dörtgeni FH'UÛ dörtgenine veya ona eşit olan ÛTM üçgenine eşit olur.

Sonuç 2:

AT', FH' doğruları Y noktasına kesişene kadar uzatıldığında FH'UÛ=LAT'Û olup işte bu eşitlerden her birinin FYT'Û dörtgeni ile farkları olan YH'UT', FYAL dört kenarlıları da birbirine eşit olurlar.

---

[192] ΔQH'U = QMFT,

ΔÛFQ – QMFT = ΔÛTM,

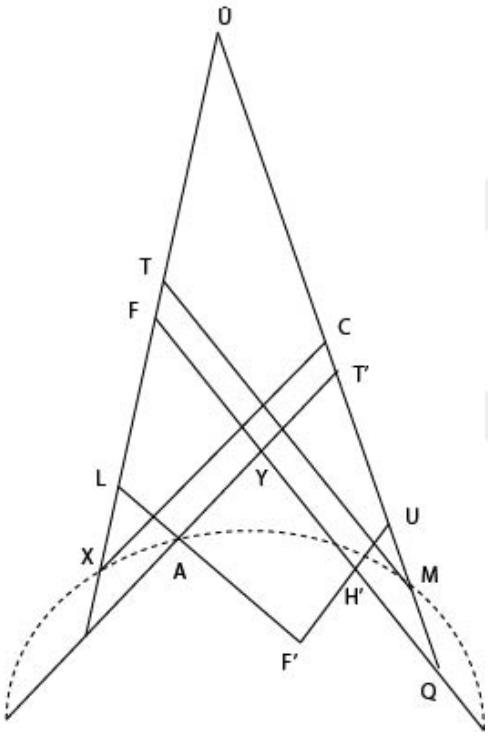
ΔÛFQ - ΔQH'U = ÛFH'U, olduğundan QMFT = ΔÛTM olur.

[193] **Ek not 68:** 41. şekilde de ΔQH'U = QMTF olur. Zira, 36. Şekilde ΔŞZU veya ona eşit olan ΔŞB'C', ŞMTZ' dörtgenine eşit olur. Şimdi RS'//XC olup, ΔQRS' = MQFT olup, ΔQH'U, ΔQRS' üçgenlerinden H'U // RS' ve H'Q = QZ olduğundan bu üçgenler birbirine hem benzer hem eşit olduğundan 41. Şekilde yer alan üçgen QMTF dörtgenine eşit olur.

Sonuç 3:

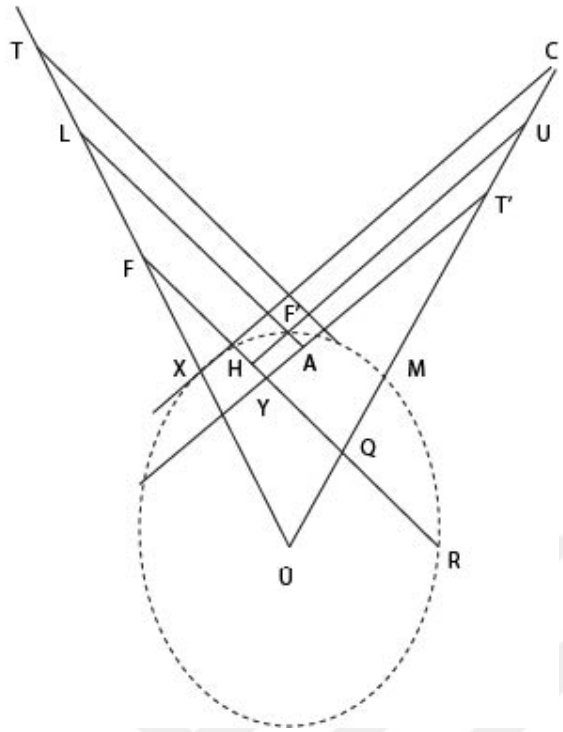
LA, UH' doğruları F' noktasında kesişip YH'UT', FYAL dört kenarlılarından her birine AYH'F' dörtgeni hiperbole eklenip ve elipsten çıkarıldığında meydana gelen AF'UT' yamuğu H'F'LF yamuğuna eşit olur.[194]

Şekil 39.

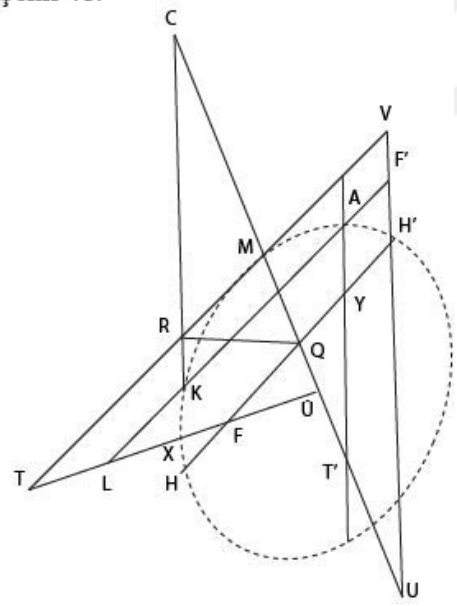


[194] Şekil 41'deki elipste YH'UT', FYAL dört kenarlılarından her birine AYH'F' dört yüzlüsü eklendiğinde meydana gelen AF'UT' = H'F'LF yamuğu olur. Buna göre yazarın sonuç 3'deki genellemesi hatalıdır.

Şekil 40.



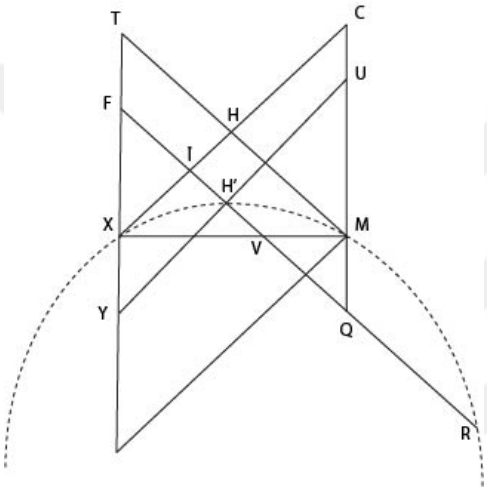
Şekil 41.



Teorem 16 (Şekil 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49)

Herhangi bir koni kesitinin kesişen iki teğeti çizilip **(Şekil 42)** söz konusu kesitin de herhangi bir noktasından bu teğetlerden birbirine paralel olarak bir doğru da çizilip, söz konusu kesiti diğer bir noktada ve diğer teğeti de aynı şekilde bir noktada kestiğinde teğet doğrularının karelerinin birbirine oranı önceki doğruların söz konusu kesit ile teğetler arasında bulunan kısmıyla çarpımının diğer teğetten değme noktası tarafında kalan kısmının karesine oranı gibi olur.

Şekil 42.



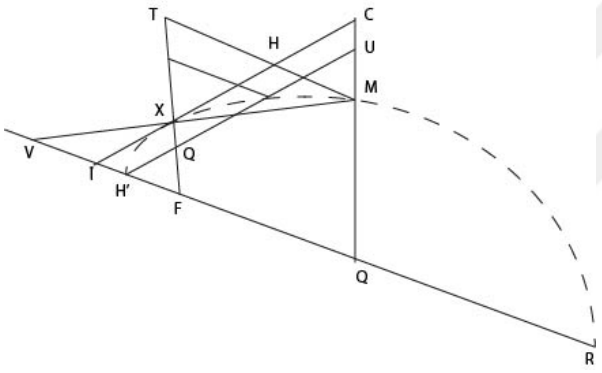
Mesela, MH'X koni kesitine her ikisi de teğet olarak, birbiriyle H noktasında kesişen iki doğru MH, XH teğetleri çizilip, söz konusu kesitin herhangi bir H' noktasından teğet doğrularından biri olan MH doğrusuna paralel H'R doğrusu çizilip, söz konusu doğru XH teğetini Î noktasında kestiğinde MH, XH teğetlerinin karelerinin birbirine oranı ÎR doğrusunun söz konusu kesit ile teğet arasında bulunan ÎH' kısmıyla çarpımının teğet doğrusu sonunda kalan XÎ kısmının karesine oranı gibi olur.

Zira M, X temas noktalarından MQ, XY çapları çizildiğinde H'R doğrusuyla Q, F noktalarından kesişirler. MH, XH teğetleri de C, T noktalarına kadar uzatıldığında H' noktasından da diğer teğete (XC'ye) paralel YU doğrusu çizildiğinde, ΔÎQC $\cong$ ΔH'QU

olup $\hat{I}Q^2$: ΔÎQC = $H'Q^2$: ΔH'QU olup, RQ = QH' olduğundan öncül terimlerin arasındaki fark olan (mukaddemlerin tefazülü) RÎ . ÎH' çarpımının (müstatilin) ikincil terimleri arasındaki farktan doğan oran (talileri tefazülü)[195] olan H'Î . CU dörtgenine (münharif) oranı, $\hat{I}Q^2$'nin ΔÎQC'ye oranı gibi olur.

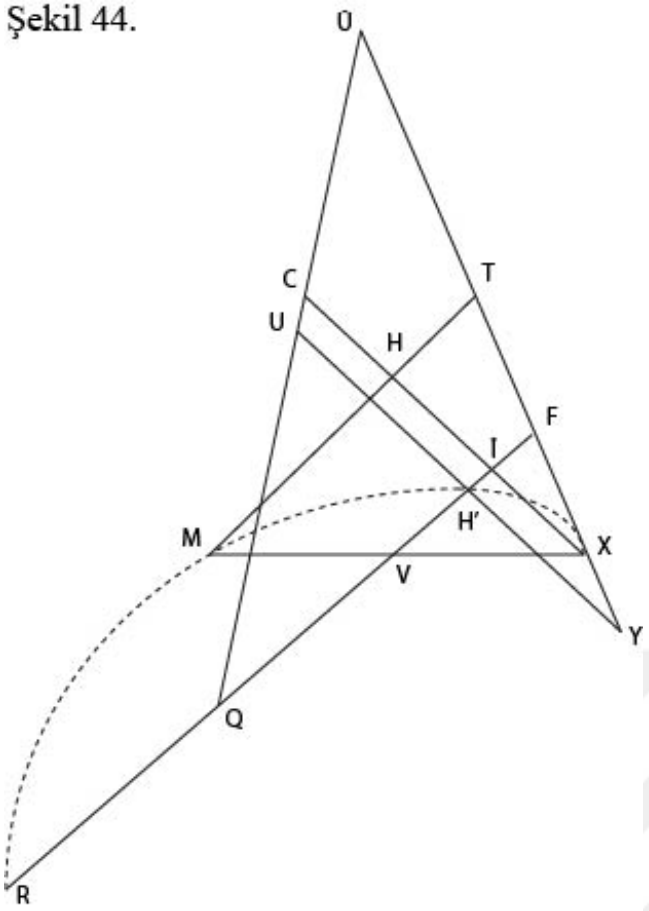
Fakat $\hat{I}Q^2$: ΔÎQC = MH^2: ΔHMC de olduğundan (RÎ . ÎH') : H'ÎCU yamuğu = MH^2: ΔHMC olup, H'ÎCU yamuğu = ΔÎXF ve ΔHMC = ΔHXT olmakla (Teorem 14, sonuç 1) (Teorem 8, sonuç 6) (RÎ . ÎH') : ΔÎXF = MH^2: ΔHXT olup bedel tarikiyle de (RÎ . ÎH') : MH^2 = ΔÎXF : ΔHXT = $\hat{I}X^2$: HX^2 olup bedel tarikiyle de MH^2 : HX^2 = (RÎ . ÎH') : $\hat{I}X^2$ olup istenilen ispatlanmış olur.

Şekil 43.

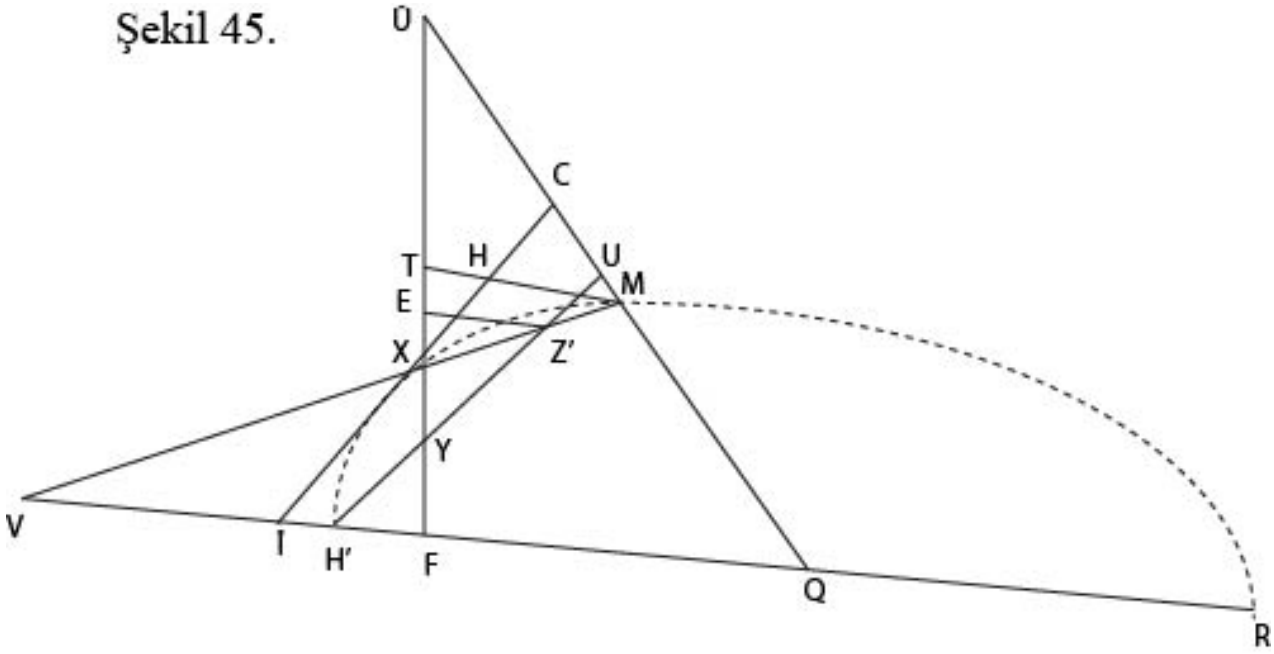


[195] Bu terimlerin ayrıntıları için Sözlük bölümüne bakınız.

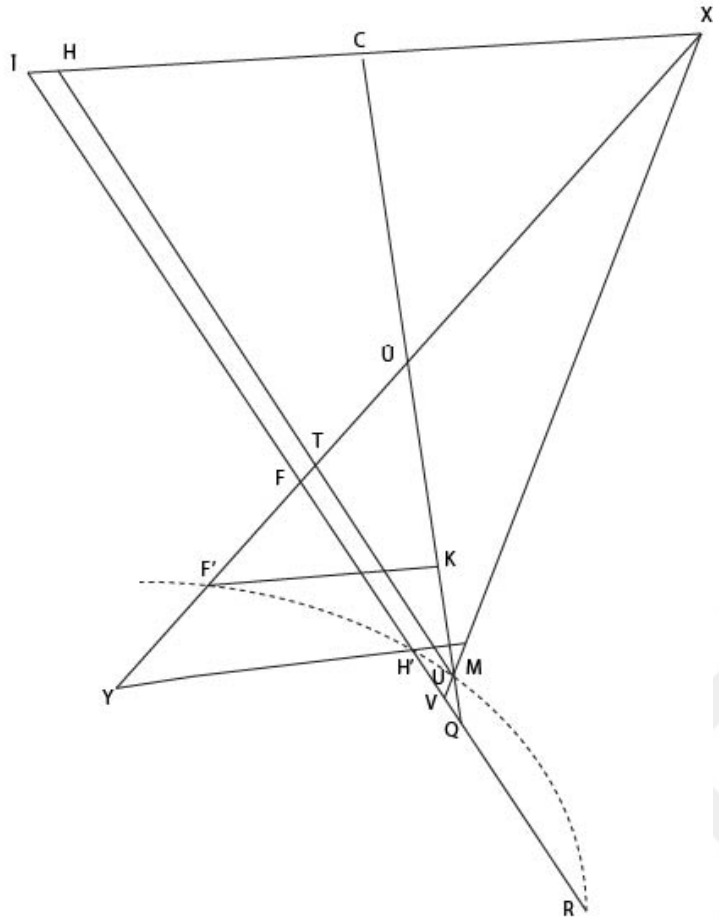
Şekil 44.



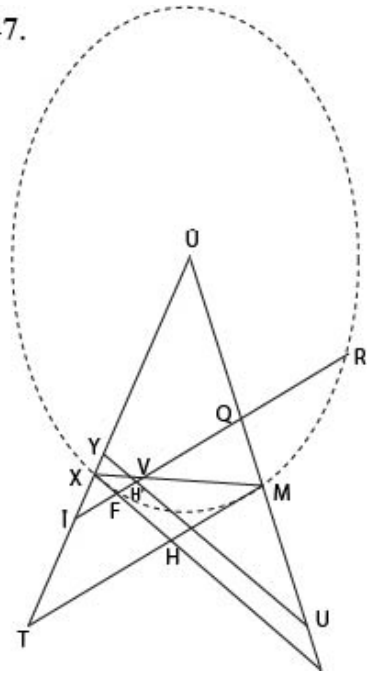
Şekil 45.



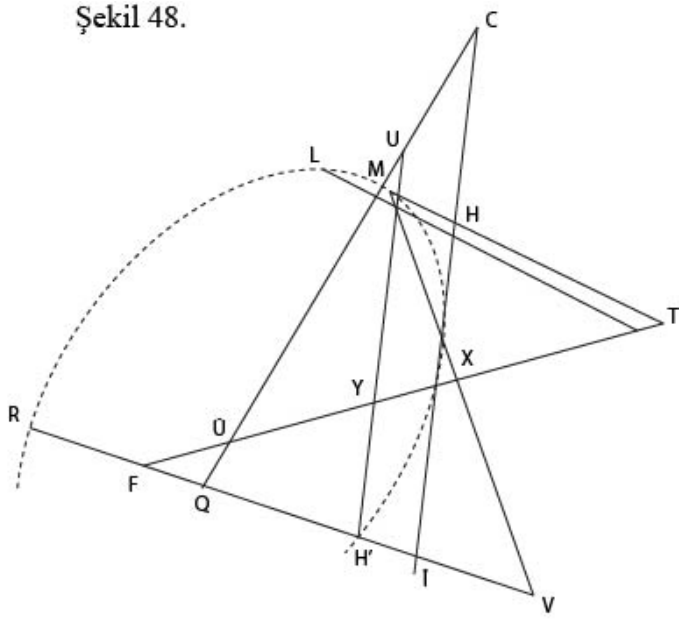
Şekil 46.



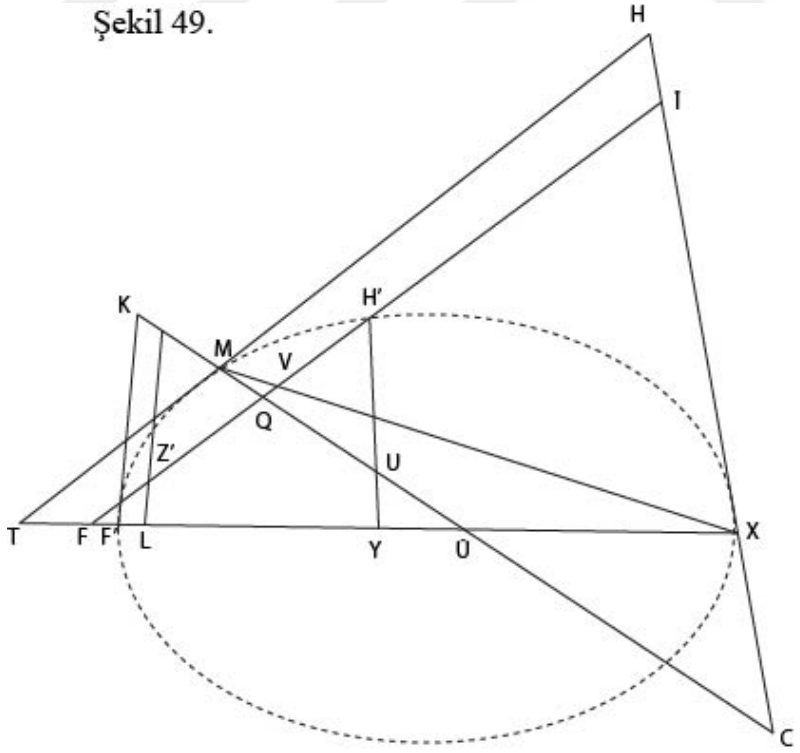
Şekil 47.



Şekil 48.



Şekil 49.



Sonuç 1:

X, M değme noktalarına MX doğrusu birleştirildiğinde bu doğru ÎR doğrusunu V noktasında keserek, ÎR, ÎV, ÎH' doğruları ardışık orantılı olup RÎ . ÎH' = $\hat{I}V^2$ eşit olur. Çünkü ΔXÎV ≅ ΔXHM olup $\hat{I}V^2$: $\hat{I}X^2 = HM^2 : HX^2$ olur. Aynı şekilde, $HM^2 : HX^2$ = (RÎ . ÎH') : $\hat{I}X^2$ olduğundan (Söz konusu teorem) $\hat{I}V^2$: $\hat{I}X^2$ = (RÎ . ÎH') : $\hat{I}X^2$ olduğundan $\hat{I}V^2$= RÎ . ÎH' olur.

Sonuç 2:

Parabolde $\hat{I}F^2$ = (RÎ . ÎH') olur. Çünkü MH = HT ve VÎ = ÎF olup (Ek not 69)[196] $\hat{I}F^2$ de $V\hat{I}^2$ veya ona eşit olan (RÎ . ÎH')'ye eşit olur.

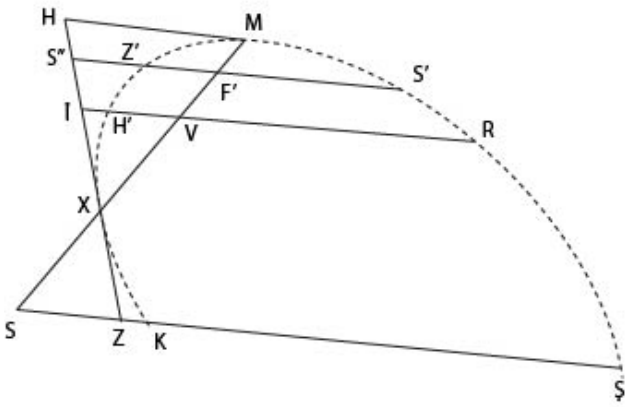
Sonuç 3: **(Şekil 50)**

Teğetin birine paralel çizilen doğrular birden fazla olsa mesela RH', S'Z', Ş'K doğruları diğer XH teğeti ile S", Î, Z noktalarında kesiştiklerinde (RÎ . ÎH'), (S'S" . S"Z'), (Ş'Z . ZK) çarpımlarının birbirine oranı ÎX, S"X, ZX teğet kısımları karelerinin birbirine oranı gibi olur. Çünkü adı geçen çarpımlar ÎV, S"F', F'K karelerine birebir eşit olup (Sonuç 2) işte bu karelerin birbirine oranı XH', XS", XZ karelerinin birbirine oranı gibi olmakla söz konusu dikdörtgenlerin de birbirine oranı gibi olur.

---

[196] **Ek not 69:** Zira, M noktasından XH teğetine paralel ve XY'nin devamı ile E noktasında kesişecek şekilde bir ME doğrusu çizildiğinde, meydana gelen ΔTME ≅ ΔTHX olduğundan TH : HM = TX : XE olup, TX = XE olduğundan (Teorem 9, sonuç 6) TH = HM olur. (Şekil 42)

Şekil 50.



Sonuç 4:

H'R ordinat doğrusu MQ çapıyla Q noktasında ikiye ayrılıp (ÎR . ÎH') + $H'Q^2$ = $\hat{I}Q^2$ olur (Ek not 53). Fakat RÎ . ÎH' = $\hat{I}V^2$ olduğundan (Sonuç 1) $\hat{I}V^2 + H'Q^2 = \hat{I}Q^2$ karesine eşit olur.

Sonuç 5:

Parabolde ÎV = ÎF olup (Sonuç 2) (VH' . H'F) + $\hat{I}H'^2$ = $\hat{I}V^2$ (Ek not 16) veya = (RÎ . ÎH') (Sonuç 1) veya = (RH' . H'Î) + $\hat{I}H'^2$ olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 8). İşte bu eşitlerden $\hat{I}H'^2$ çıkarıldığında geriye kalan (VH'. H'F) = (RÎ . ÎH') olur. Şimdi RH' : H'F = VH': H'Î olup (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 14) ve = VR: FÎ olur (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 18). Şimdi yukarıda beyan olunduğu üzere RH' : H'F = VH' : H'Î olup bedel tarikiyle de RH' : VH'= H'F : H'Î veya = FY olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 3).

Teorem 17 (Şekil 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57)

Herhangi bir koni kesitiyle herhangi bir noktada kesişen iki teğet çizilip, bu teğetlere paralel ve birbirini kesitin içinde bir noktada kesen herhangi iki doğru (daha) çizildiğinde, kesitin içinde veya dışında (kesiti) dört noktada kestiğinde, önceki doğruların birbirini kestikleri kısımların çarpımlarının birbirine oranı söz konusu teğet doğrularının karelerinin birbirine oranı gibi olur.

Mesela, MXR koni kesitiyle A noktasında kesişen MA, XA teğetleri çizilip bunlara paralel H'R, YT' doğruları çizildiğinde, bu doğrular birbirini U noktasında, söz konusu kesiti H', R, Y, T' noktalarında kestiklerinde, önceki doğruların birbirini kestikleri (H'U . UR), (YU . UT') kısımları çarpımlarının birbirine oranı MA^2, XA^2 teğetlerinin birbirine oranı gibi olur.

Çünkü M, X değme noktalarından MH, XL çapları çizilip, teğetlerle onlara paralel olan H'R, YT' doğruları da çapların kesişim noktasında (kutr-u mahreçlerin) T, Q, F, S noktalarında kesişinceye dek uzatılıp Y, H' noktalarından da teğet doğrularına paralel YE, H'S' doğruları çizilip, bu çapları E, S' noktalarında kesip söz konusu H'R, YT' doğruları söz konusu çapların ordinat doğruları olmakla H, L noktalarından ikiye ayrılır.

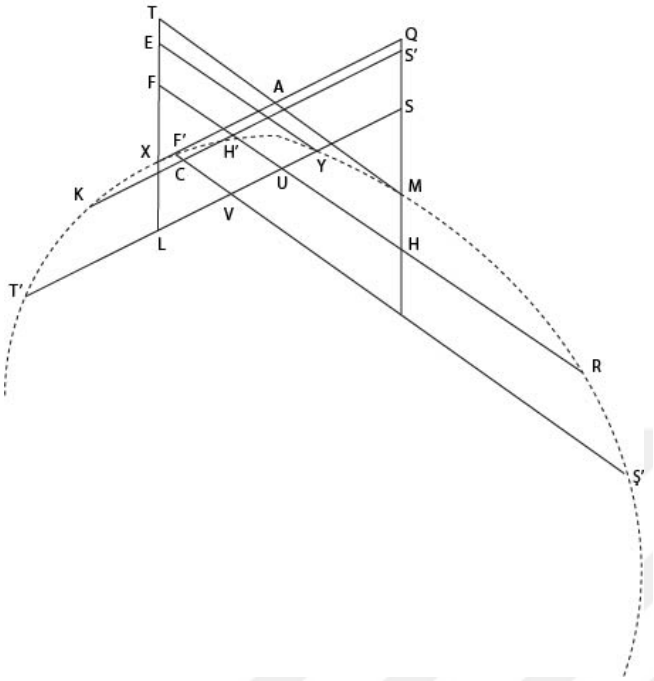
Şimdi ΔH'HS' ≅ ΔUHS olup, $H'H^2$- UH^2 = ΔH'HS' : ΔUHS olup, $H'H^2$- UH^2 = (H'U. UR) (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 13) olur.

ΔH'HS' - ΔUHS = H'USS' dörtgeni (yamuğu) olduğundan (H'U . UR) : H'USS' dörtgeni = $H'H^2$: ΔH'HS olup (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 17) = MA^2 : ΔAMQ (veya ona eşit olan ΔAXT) olur (Teorem 8) (Teorem14, sonuç 1). Böylece ispat olunur ki (YU . UT') : YEFU dörtgeni = YL^2 : ΔYLE = AX^2 : ΔAXT olur.

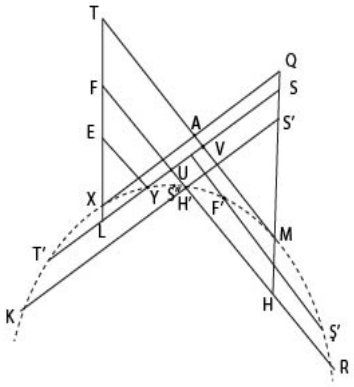
Şimdi YEFU dörtgeni = H'USS' dörtgenine olup (Teorem 14, Sonuç 18) H'USS' dörtgeni: (YU . UT') = ΔAXT : AX^2 ve aynı şekilde (H'U . UR) : H'USS' dörtgeni =MA^2

: ΔAXT de olup, bu iki denklem taraf tarafa çarpılınca da (intizam tarikiyle) (H'U . UR) : (YU . UT') = $MA^2 : AX^2$ (Ek not 70)[197] olup istenilen ispatlanmış olunur.

Şekil 51.



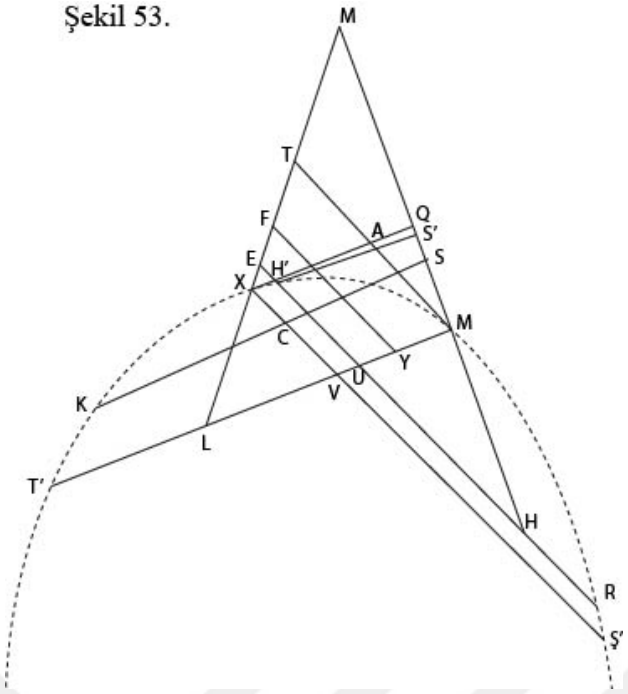
Şekil 52.



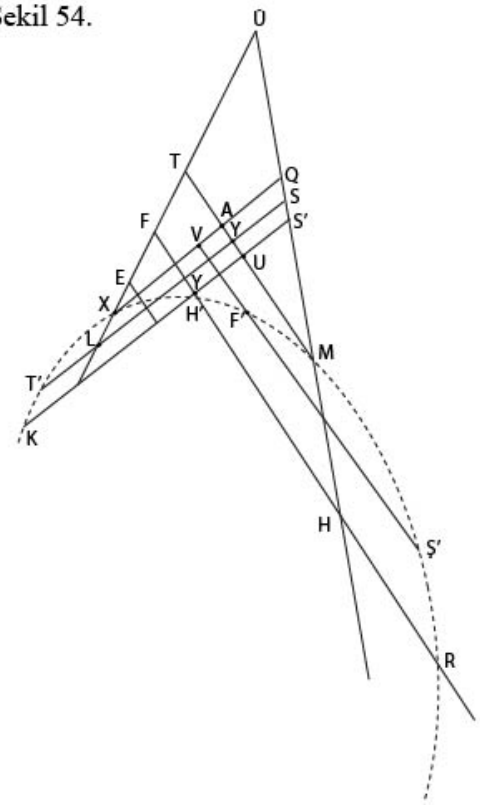
[197] **Ek not 70:** (Bu ek notta bizim denklemlerin taraf tarafa çarpılması sonucu olarak tanımladığımız intizam tarikinin açıklaması verilmiştir) İntizam tariki $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ve $\frac{h}{a} = \frac{v}{c}$ gibi iki denklemin $\frac{h}{b} = \frac{v}{d}$ şeklinde yazılmasıdır. Zira,

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bedel tarikiyle $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ve $\frac{h}{a} = \frac{v}{c}$ bedel tarikiyle $\frac{h}{v} = \frac{a}{c}$ olduğundan $\frac{b}{d} = \frac{h}{v}$ olur (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 11) ve yine bedel tarikiyle $\frac{h}{b} = \frac{v}{d}$ olup istenilen ispatlanmış olur.

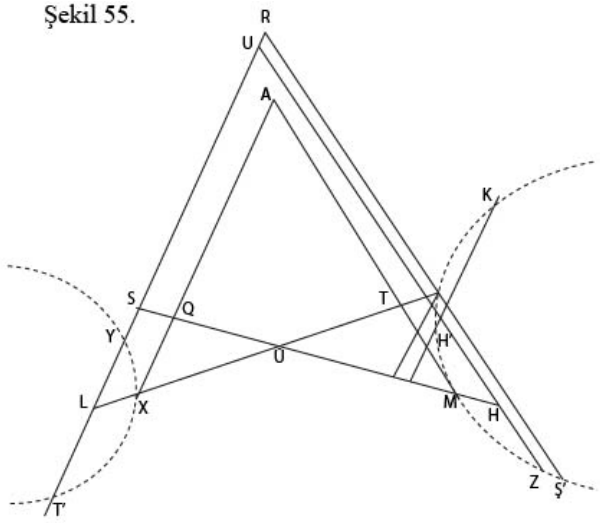
Şekil 53.



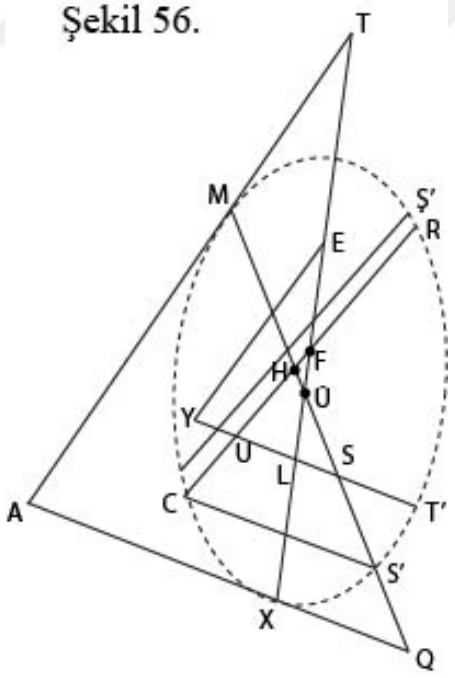
Şekil 54.



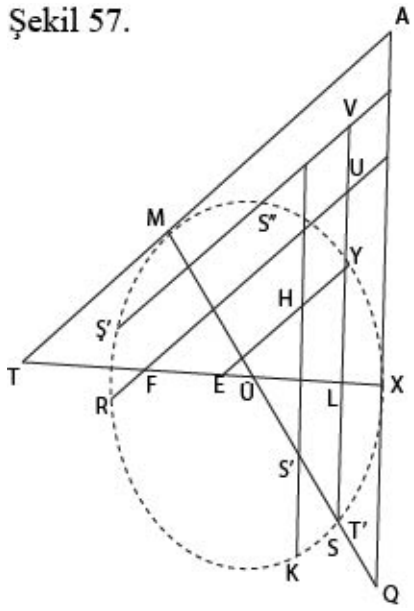
Şekil 55.



Şekil 56.



Şekil 57.



Sonuç 1:

H'U // Ş'F' olup, YT' doğrusunu U, V noktalarında kestiklerinde önceki doğruların kesim noktalarında bulunan kısımlarından meydana gelen çarpımlar orantılı olup yani, (H'U . UR) : (YU . UT') = (F'V . VŞ') : (YV . VT') olur. Çünkü (H'U . UR) : (YU . UT')[198] = $MA^2 : XA^2$ olur. Aynı şekilde (F'V . VŞ')[199] : (YV . VT') = $MA^2 : XA^2$ olduğundan, (H'U . UR) : (YU . UT') = (F'V . VŞ') : (YV . VT') olur.

Sonuç 2:

H'U, YT' doğruları U noktasında, F'Ş', KH' doğruları da C noktasında kesişip, H'U // F'Ş' ve YT' // KH' olduğundan[200], bu doğruların kısımlarından meydana gelen çarpımlar orantılı olup yani (H'U . UR) : (Ş'C . CF') = (YU . UT') : (KC . CH') olur. Çünkü (H'U . UR) : (YU . UT') = $MA^2 : XA^2$ olup aynı şekilde (Ş'C . CF') : (KC . CH') = $MA^2 : XA^2$

---

[198] (YU . UT') çarpımındaki T' tarafımızdan eklenmiştir.

[199] Metinde F' yerine T' yazmaktadır. İşlem tarafımızdan düzeltilmiştir.

[200] Metinde bu açıklama yerine "nazir nazire muvazi" tarifi kullanılmaktadır.

olduğundan, (H'U . UR) : (YU . UT') = (Ş'C . CF') : (KC . CH') olur. Bedel tarikiyle de (H'U . UR) : (Ş'C . CF') = (YU . UT') : (KC . CH') olur.

Sonuç 3:

Parabolde MH, XL çaplarının ordinat doğruları kısımları çarpımlarının birbirine oranı 1. çapların latus rectumlarının birbirine oranı gibi olur. Çünkü U kesişim noktasından MH çapına paralel US" doğrusu çizildiğinde MH çapının latus rectumu ile US" doğrusundan meydana gelen çarpım, (H'U . UR) çarpımına eşit (Teorem 11) olur. Aynı şekilde XL çapının latus rectumu ile S"U doğrusundan meydana gelen çarpım da (YU. UT') çarpımına eşit olduğundan adı geçen çarpımların birbirine oranı, latus rectumların birbirine oranı gibi olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 2, Sonuç 2).

Sonuç 4:

Aynı şekilde parabolde herhangi iki çapın latus rectumlarının birbirine oranı, tepe tarafında kesiştikleri yere kadar olan MA, KA teğetleri karelerinin birbirine oranı gibi olur. Çünkü (H'U . UR) : (YU . UT') = MA^2 : XA^2 ve aynı şekilde (H'U . UR) : (YU . UT') = MH : XL olduğundan (Sonuç 3) MA^2 : XA^2 = MH : XL olur.

Sonuç 5:

Elips ile hiperbolde teğetlerin karelerinin birbirine oranı ve aynı şekilde bu teğetlerin, çaplarının ordinat doğruları karelerinin oranı üzere bulunan eşlenik çapların karelerinin birbirine oranı ve aynı şekilde bu kesitte kesişen doğruların kısımları çarpımlarının birbirine oranı; değme noktalarından çizilen çaplar ile kendilerinin (bu çapların) latus rectumları oranlarından oluşur (Ek not71)[201].

---

[201] **Ek not 71: (Şekil IX)** Zira Û merkezinden MA, XA teğetlerine // FÛ, F'Û (metinde F'C yazmaktadır, şekle bakılarak düzeltilmiştir.), ÛK doğruları çizildiğinde, (CÛ . ÛK) :

Şimdi merkezden teğetlere paralel çizilen doğruların kesişimlerinden oluşan dikdörtgenler (çarpımlar) ve bu dikdörtgenlerin çevreleri yarıçap (büyüklüğü) olup birbirine paralel veya kareleri orantılı olur. Aynı şekilde bu doğrular, çapların ordinat doğruları ve teğetlere paralel olup merkezden de çizildiklerinden büyük çapların eşlenikleri olurlar.

Teorem 18 (Şekil 58, 59)

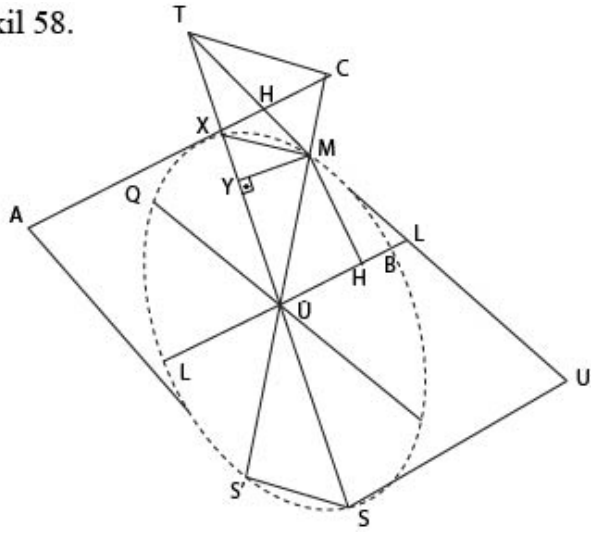
Hiperbol ile elipsin birinci (büyük) çapının uçlarından birbirine ve ordinat doğrularına da paralel iki teğet çizilip, herhangi bir noktadan da başka bir teğet çizildiğinde ve her iki tarafa uzatıldığında bu teğetleri kestiğinde, bu iki teğetten oluşan çarpım, büyük çapın eşleniği olan ikinci (küçük) yarıçapın karesine eşit olur.

(FÛ . F'Û) = $MA^2 : XA^2$ (Söz konusu teorem) veya $F'\hat{U}^2 : C\hat{U}^2 = FF'^2 : CK^2$ (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 13) olur. Fakat FF', MS çapının eşleniği (müzdevici) olup, CK da XT çapının eşleniği olduğundan (metindeki harfler şekle bakılarak düzeltilmiştir. Metinde yazar tarafından T'ler –te ve t- ve S'ler – sad ve sin- karıştırılmıştır. Bu dipnotun devamında da bu düzeltme kullanılacaktır.) (FF' ⊥ MS ve CK ⊥ XT olmak üzere birbirini dik kesen çaplardır) (Teorem 12, Sonuç 2) $FF'^2 : CK^2 = [M\hat{U}.(Kendi\ latus\ rectumu)] : [X\hat{U}.(Kendi\ latus\ rectumu)]$ olur (Sonuç 3). Şimdi bu oranlar $MA^2 : XA^2$ gibi de olur. Aynı şekilde $MA^2 : XA^2 = (H'U . UR) : (YU . UT')$ olmakla,

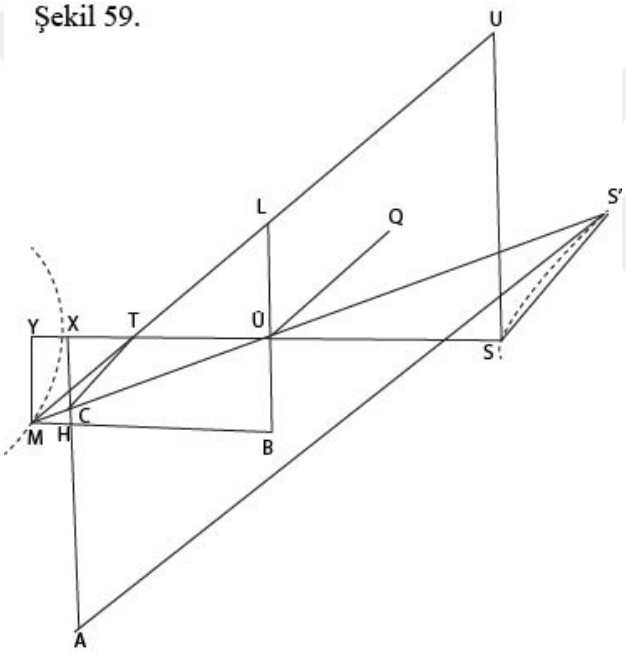
$(H'U . UR) : (YU . UT') = [MS.(Kendi\ latus\ rectumu)] :$

$[XT . (Kendi\ latus\ rectumu)]$ olmakla $(H'U . UR) : (YU . UT')$ oranı MS, XT çapları arasındaki oranla, kendilerinin latus rectumları arasındaki orandan meydana gelirler.

Şekil 58.



Şekil 59.



Mesela, MX, S'S hiperbolü ile XS elipsinin çap(lar)ının uçlarından MY, ÛB ordinat doğrularına paralel ve aynı zamanda birbirine de paralel olarak XH, SU teğetleri çizilip, M noktasından da MT teğeti çizilip ve bu teğet doğrular tarafına X, U noktalarında kesinceye dek uzatıldığında XH, SU teğetlerinden oluşan çarpım, XS 1. çapın eşleniği olan ÛB, 2. (yarı) çapın karesine eşit olur.

Çünkü XS çapına MY ordinat doğrusu çizildiğinde ST : TX = SY : SX olup (Teorem 9, Sonuç 12) elipste birleştirme yoluyla[202] (ST + TX) : TX = (SY + YX) : YX ve hiperbolde ayırma yoluyla (fasl tarikiyle) (ST - TX) : TX = (SY - YX) : YX olup işte bu iki eşitlik de öncüllerin yarısından çıkarıldığında ÛT : TX = ÛS : YX, bedel tarikiyle ÛT : ÛS = TX : YX[203] olup, birleştirme yoluyla (terkip tariki) ST : YT = ÛT : TX olur.

Şimdi ΔSTU ≅ ΔYTM olup ST : YT = SU : YM olur. Aynı şekilde ΔÛTL ≅ ΔXTH olup ÛT : TX = ÛL : XH de olduğundan, SU : YM = ÛL : XH olup (SU . XH) = (YM . ÛL) olur.

Şimdi M noktasından XÛ doğrusuna paralel MH' doğrusu çizildiğinde, ÛB çapından YM doğrusuna paralel ÛH' çıkarıldığında (geriye H'B kalır), SU . XH = LÛ . ÛH olur. Aynı şekilde ÛX 1. çap karesinin ÛB 2. çap karesine oranı SX büyük çapının, latus rectuma oranı gibi ve = SY . YX (veya ona eşit olan ÛY . YT çarpımı) (Teorem 9, Sonuç 8) : YM^2 olur (Teorem 5 , 6, Sonuç 6).

Şimdi TMY, TLÛ benzer üçgenlerden TY : YM = ÛT : ÛL olur. Fakat (ÛY. YT) ile YM^2 arasında olan oran ÛY, YM veya ÛH' doğruları arasında olan oranla TY, YM veya ÛT, ÛL doğruları arasında olan oranlardan oluştuğundan, $\hat{U}X^2$: $\hat{U}B^2$ = (ÛY . ÛT) :

---

[202] Terkib tariki.

[203] Şekil 59'a göre hiperbolde: (ST - TX) : TX = (SY - YX) : YX denklemini ele alacak olursak. Denklemin $\frac{(\mathrm{ST}-\mathrm{TX})}{TX}$ kısmının $\frac{\hat{U}T}{TX}$'e nasıl eşit olduğu açık değildir. Ancak TX ve ÛS'nin yer değiştirdiğini var saydığımızda $\frac{(\mathrm{SY}-\mathrm{YX})}{YX}$ denklemi ise = $\frac{SX}{YX}$, tarife uygun olarak $\frac{SX}{2} = \hat{U}X = \hat{U}S$, çıkarılınca $\frac{TX}{YX}$ olur. Bu durumda $\frac{(\mathrm{ST}-\mathrm{TX})}{TX} = \frac{\hat{U}T}{\hat{U}S}$ olduğu var sayılmıştır.

(ÛL . ÛH') olup, (YÛ . ÛT) = ÛX^2 eşit olduğundan (Teorem 9, Sonuç 11) (ÛL . ÛH') = ÛB^2 olur. Şimdi daha önce bahsettiğimiz gibi (SU . XH) = (ÛL . ÛH') olduğundan ÛB^2'ye de eşit olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

M değme noktasından bir başka MÛS' çapı çizilirse, S' ucundan da MT teğetine paralel bir başka S'A teğeti çizildiğinde, XH ile A noktasında kesişip, söz konusu MS' çapı da C noktasına dek uzatılırsa Û merkezinden de MH doğrusuna paralel ÛQ doğrusu çizildiğinde işte bu ÛQ doğrusu ÛM yarıçapının 1. eşleniği olup, (S'A . MH) = ÛQ^2 olur **(Şekil 58)**.

Sonuç 2:

ΔXHT = ΔMHC (Teorem 14, Sonuç 1) ve ΔXTM = ΔXCM olduğundan XM = TC doğrusuna eşit olur. (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 31)[204]. Aynı şekilde ΔÛXM, ΔÛSS''den XÛ, MÛ kenarları ÛS, ÛS' kenarlarına eşit, $\widehat{X\hat{U}M} = \widehat{S\hat{U}S'}$ olmakla, $\widehat{\hat{U}XM} = \widehat{\hat{U}SS'}$ açısına eşit olup, işte bu açılar içters olmakla XM // SS' olur. Şimdi SS' // XM // TC olduğundan, ST : TX = S'C : CM olur (Ek not 72)[205]. Aynı şekilde SU : XH = S'A : MH

---

[204] *Elementler*'in 1. Kitabının 29 - 32. Teoremleri asimptotik hiperbolik doğrularla ilgilidir. Bu teoremlerin ispatları Euclid dışı geometrilerin keşfinde önemli rol oynamaktadır. Bahsi geçen 31. Teorem de Euclid'in problematik teoremlerindendir. (Bknz. Saccheri, 2014:145-153.)

[205] **Ek not 72:** Zira SS' // XM // TC olup, SÛ : S'Û = ÛX : ÛM = XT : MC olup, birleştirme yoluyla (SÛ + ÛX) : XT = (S'Û + ÛM) : MC = XT : MC olur. Fakat SÛ, ÛX, XT

(Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 5) olduğundan (SU . XH) : (S'A . MH) = XH : MH; XH MH karelerinin oranı kendi oranlarına eşit (müsennat biltekrir) olmakla (Ek not 73)[206] (SU . XH) : (S'A . MH) = $XH^2 : MH^2 = \hat{U}B^2 : \hat{U}Q^2$ olur (Söz konusu teorem).

Sonuç 3:

XH, MH teğet doğrularına paralel iki doğru çizilip birbirleriyle kesiştikleri noktada oluşan kısımları çarpımlarının birbirine oranı, bu doğrulara paralel olan BÛ, ÛQ[207] yarıçap karelerinin birbirine oranı gibi olur. Çünkü bu karelerin birbirine oranı teğetlerin karelerinin birbirine oranı gibi olur (Teorem 17). Yukarıda da bahsettiğimiz gibi teğetlerin karelerinin birbirine oranı, söz konusu çarpımların birbirine oranı gibi de olur.

Teorem 19

Parabolün içinde ekseni üzerinde tepe tarafında latus rectuma eşit farz edilen bu eksenin çeyreği alınıp, (eğrinin) dışında da yine tepe tarafında bu kısma eşit olarak başka bir kısım daha alındığında, işte bu kısmın uç noktasında ordinat doğrularına paralel bir doğru çizilip ilk alınan kısmın eğrinin içinde bulunan uç noktasından eğri üzerinde farz edilen herhangi bir noktaya bir doğru uzatıldığında, işte bu noktadan geçen bir teğet

---

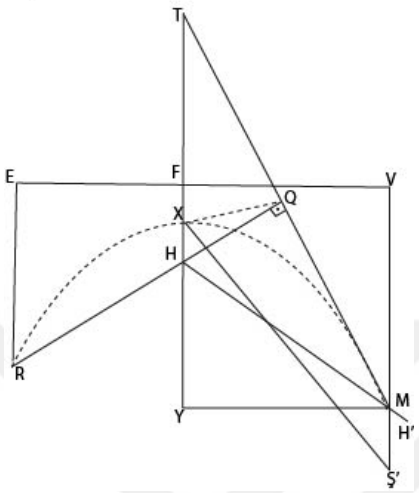
doğruları ST'ye eşit olup, S'Û, ÛM, MC doğruları da S'C doğrusuna eşit olduğundan ST : S'C = XT : MC olup bedel tarikiyle de ST : XT = S'C : MC

[206] **Ek not 73:** Zira SU : S'A = XH : MH ve aynı şekilde XH : MH = XH : MH de olduğundan (SU . XH) : (S'A . MH) = $XH^2 : MH^2$ olmakla (Ek not 23) (SU . XH) : (S'A . MH) = XH : MH karelerinin oranı kendi oranlarına eşit (müsennat biltekrir) olur. (Bu, ancak |XH| = |MH| olduğu zaman mümkün olabilir)

[207] Metinde ÛQ yerine ÛQA yazmaktadır.

çizilip, yine bu noktadan söz konusu eksene paralel bir başka çap çizildiğinde teğet ile bu doğru arasında bulunan açı, söz konusu çap ile teğetin kesişim noktası arasındaki açıya eşit olur. Bu birleştiren doğru da söz konusu çapın karşısında bulunan latus rectumun çeyreği olur **(Şekil 60)**.

Şekil 60.



Mesela, MXR parabolün içinde latus rectuma eşit farz edilen XY ekseni üzerinde X tepe tarafında söz konusu eksenin çeyreği olan XH kısmı alınıp, (eğrinin) dışında da aynı şekilde tepe tarafında XH kısmına eşit XF kısmı da alınıp, F noktasından da YM ordinat doğrusuna paralel FV doğrusu çizilip, H noktasından da eğrinin herhangi M noktasına HM doğrusu uzatıldığında MT teğeti de çizilip, XY eksenine paralel MŞ' çapı çizildiğinde, $\widehat{HMT} = \widehat{Ş'MH'}$ olur. HM doğrusu da MŞ' çapının karşısında bulunan latus rectumun dörtte biri olur. İşte bu H noktasına *odak noktası*, F noktasına da *muhaddes*

noktası FV doğrusuna da *doğrultman* (*mürebbi doğrusu)* denilir[208]. Zira MY doğrusu XY ekseninin ordinatı olup XH doğrusu da farz edelim ki latus rectumun çeyreği olup, MY^2 = (XY. 4.XH) = 4.(YX . XV) olup (Teorem 4, Sonuç 1) 4.(YX . XH) + HY^2 = MY^2+ HY^2 veya = MH^2 olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem14). Fakat XF = XH olduğundan, FY^2 = 4.(YX . XH) + HY^2 olmakla (Ek not 74a)[209] $MH^2 = FY^2$ olup, MH = FY olur.

---

[208] EV doğrusu parabolün doğrultmanıdır FV de onun bir parçası olduğu için FV'ye doğrultman demeyi uygun gördük **(Şekil 60)**. H odak noktası ve FH uzaklığı parabolün parametresi olur.

[209] **Ek not 74:** (Ek not 74, 56. ve 59. yapraklarda bulunmaktadır. Biz sayfa 56'daki Ek nota (a), 59'dakine (b) deme gereği duyduk. Çünkü arada bir kopukluk vardır cümle aşağıda görüleceği gibi yarım bırakıldıktan sonra 59. yaprakta tekrar Ek not 74 başlığı atılmış ve aşağıdaki gibi devam etmiştir, ancak buradaki harfler Ek not 74'e ait olan Şekil X'de bulunmamaktadır. Ek not 74(b), 19. Teoremin 10. Sonucuna açıklama olarak yazılmıştır.)

(a) (Şekil X) AB sınırlı doğrusu Û noktasından 2'ye ayrılsa 4. (AB . BÛ) + $A\hat{U}^2$ = $(AB + B\hat{U})^2$ olur. Zira AB doğrusu B noktası tarafında uzatılıp, AB'ye BÛ = BQ olmak üzere bir BQ doğrusu eklense, bu AQ bir kenar olacak şekilde bir AQLE karesi çizilip, AL çapı da birleştirildiğinde B, C noktalarından AE // QL doğrularına // olan BC // ÛR' doğruları çizilip U, S' noktalarından geçen QA, LE (çizilir)

(b) ve bu şekilde ispat olunur ki F'Q, RQ teğetlerinden meydana gelen $\widehat{F'QR}$ dik açısının tepesi FV doğrultmanı üzerinde olur. Buna göre H odağından geçen doğrunun uçlarından çizilen teğetlerin kesişimlerinden meydana gelen dik açıların tepesi söz konusu doğru üzerinde bulunur (Ek not 75). (Ek not 75'e sayfa kenarlarında rastlanmamıştır.)

Şimdi XY = XT (Teorem 9, Sonuç 6), ve aynı şekilde XH = XF olduğundan HY = FT olur. İşte bu eşitlere FH doğrusu eklenirse FY = TH veya = MH olduğundan ΔTHM ikizkenar olup, $\widehat{HMT} = \widehat{MTY}$ veya ona eşit olan $\widehat{Ş'ME}$ eşit olur. Yine MŞ' çapı FV doğrusu karesinin V temas noktasıyla kesişinceye dek uzatılıp MV doğrusu FY doğrusuna veya ona eşit olan HM doğrusuna eşit olup, MT teğetine paralel bir XŞ' ordinat doğrusu çizilip, YX ekseninin X tepe noktasından da MT teğetini Q noktasında ikiye ayıran XQ doğrusu da çizildiğinde meydana gelen ΔQMH, ΔQTH üçgenlerinden MQ = QT ve XY = XT olup (Teorem 9, Sonuç 6), MH = TH ve $\widehat{HMQ} = \widehat{HTQ}$ olduğundan $\widehat{THQ}$ =$\widehat{MHQ}$ açısı ve $\widehat{TQH} = \widehat{HQM}$ olur. İşte bu $\widehat{TQH}$ ve $\widehat{HQM}$ açıları birbirine eşit olduğundan her biri dik olup QT^2 = (HT . TX) olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 7). TH = MH ve TX = MŞ' olduğundan QT^2 = (MH . MŞ') olur. Şimdi MT, XŞ' doğrularından her biri QT doğrusunun 2 katı olmakla, $QT^2 = \frac{1}{4}.MT^2 = \frac{1}{4}.X\text{Ş}'^2$ olup, $X\text{Ş}'^2$ = 4.(MH . MŞ') olur.

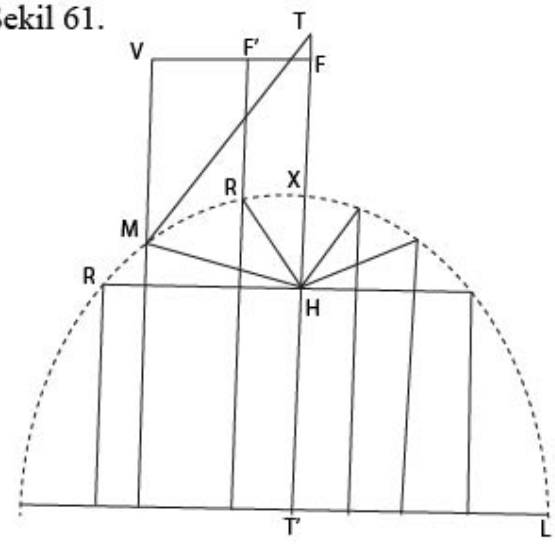
Fakat MŞ' doğrusuyla karşısında bulunan dik kenardan meydana gelen çarpım da $X\text{Ş}'^2$'ne eşit olmakla (Teorem 8, Sonuç 1) (MH . MŞ') = 4.[MŞ' .(latus rectum)] olur. İşte bu eşitlerden MŞ' çıkartılınca geriye kalan MH doğrusu latus rectumun çeyreği olur böylece istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Optik biliminde söylendiği gibi herhangi bir aynada parlak bir cismin ışınları, HMT yansıma açısı Ş'ME yansıma açısına eşit olmak üzere yansırlar bu takdirce Güneş'in veya herhangi bir parlak cismin ışınları parabol şeklinde olan MXR büyütecin

(pertavsızın)[210] eksenine paralel olarak Ş'M, Ş'R doğrultusuna uzatılıp yukarıda bahsedilen kural gereği yansıdığından H noktasında toplanması sebebiyle söz konusu noktadan ateş ısısı peyda olup ateş zuhur ettiğinden işte bu münasebete dayanarak H noktasına odak noktası dediler **(Şekil 60, 61)**.

Şekil 61.



Sonuç 2:

Parabol şeklinde olan büyütecin H odak noktalarında herhangi bir parlak cisim konulduğunda HM, HR ışınları eksene paralel olan MŞ', RS' doğruları doğrultusunda yansıdığından her ne kadar aralarında uzaklık ve mesafe de olsa önceki parlak cismin ışığı tamamen kaybolmayıp bu surette parabol dâhilinde olan parlak cismin kuvveti ihtiyaç fazlası olmakla ırak olan cisimlerin yüzeyleri de ışığıyla aydınlanırlar.

---

[210] Parabolik aynada asal eksene paralel gelen ışınlar odak noktasından geçecek şekilde yansırlar. Tam tersi odaktan geçen ışınlar da asal eksene paralel şekilde yansırlar.

Sonuç 3:

H odak noktasıyla YX ekseninin tepesinde değme noktası olan ve diğer teğeti kesen Q noktası arasında birleştirilen HQ doğrusu diğer MT teğeti üzerine dik olur (Söz konusu teorem).

Sonuç 4:

MŞ' çapın (kutr-u mahrecinin) parçası olup M noktasıyla FV doğrultmanı arasında bulunan MV doğrusu söz konusu çap karşısında bulunan latus rectumun çeyreği olur. Çünkü MV = FY, FY = HT ve HT = HM olduğundan MV = HM olur. Fakat HM latus rectumun çeyreği olduğundan MV de söz konusu latus rectumun dörtte biri olur. Aynı şekilde FV doğrultmanı F' noktasından eksene paralel çizilen RF' doğrusu da HR doğrusuna eşit olur. İşte bu eşitlerden HM : MV = HX : XF ve aynı şekilde HR : RF' = HX : XF olur.

Sonuç 5:

Ş'M + MH = Ş'R + RH veya = Ş'V doğrusuna eşit (Sonuç 4) veya T'F doğrusuna eşit olup MV = MH doğrusuna eşit olur.

Sonuç 6: **(Şekil 62)**

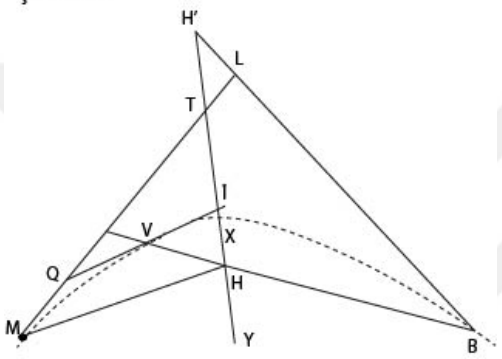
Parabolde eksenin iki tarafında M, B noktaları veya eksenin bir tarafında bulunan M, V noktaları belirlenip H odak noktasından HM, HB, HV doğruları birleştirilip L noktasında kesişen MT, H'B teğetleri ve aynı şekilde V noktasında temas eden MT, ÎV teğetleri çizildiğinde MHB açısı teğetlerin kesişiminden meydana gelen MLB açısının 2 katı olur. Aynı şekilde MHV açısı TBV[211] açısının 2 katı olur. Çünkü ΔHMT, ΔBHH', ΔVHÎ ikizkenar olup (Söz konusu teorem) YHB dış açısı, HH'B iç açısının 2 katı olur.

[211] Metinde B yerine R yazmaktadır, TBV açısı da şekil 62'de bulunmamaktadır.

Aynı şekilde YHV dış açısı, HÎV iç açısının 2 katı olup, $\widehat{MHY}$ = 2. $\widehat{MTH}$ olmakla; $\widehat{YHB}$ + $\widehat{MHY}$ = $\widehat{MHB}$ = 2. ($\widehat{HH'B}$ + $\widehat{MTH}$) olur.

Fakat $\widehat{H'TL}$ = $\widehat{MTY}$ açısına eşit, MLB dış açısı da $\widehat{LTH'}$ + $\widehat{TH'L}$ toplamına eşit olduğundan $\widehat{MHB}$ = 2. $\widehat{MLB}$ olur. Yine $\widehat{YHV}$ - $\widehat{YHM}$ = $\widehat{MHV}$ = 2. $\widehat{HTM}$ - 2. $\widehat{V\hat{I}H}$ olur. Fakat $\widehat{H\hat{I}Q}$ = $\widehat{\hat{I}TQ}$ + $\widehat{\hat{I}QT}$ olduğundan $\widehat{H\hat{I}Q}$ − $\widehat{\hat{I}TQ}$ = $\widehat{\hat{I}QT}$ açısı olmakla; 2. $\widehat{HTM}$ - 2. $\widehat{V\hat{I}H}$ = $\widehat{MHV}$ = 2.$\widehat{\hat{I}QT}$ olur.

Şekil 62.



Sonuç 7:

H odak noktası ile M, B noktaları düz bir doğru üzerinde bulunduklarında M, B uçlarından çizilen ML, BL teğetlerinin L kesişim noktalarında bulunan $\widehat{MLB}$ dik açı olur. Çünkü $\widehat{BHY}$ + $\widehat{YHM}$ = 180° olup işte bu açıların yarısı $\widehat{MLB}$'ye eşit olduğundan (Sonuç 6) söz konusu açı da dik açı olur.

Sonuç 8:

MB ordinat doğrusunu U noktasında ikiye ayıran LS'U çapının latus rectumu MB doğrusu olur. Çünkü ΔMLB'nin açısından geçen bir daire farz edildiğinde merkezi U noktasında bulunup, yarım dairede bulunan $\widehat{MLB}$ = 90° olduğundan, MB = 2. LU olup; LU = 2. S'U olur (Teorem 9, Sonuç 6). MB doğrusuna paralel S'H teğeti çizildiğinde LU = 2. HH' (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 30) veya ona eşit olan 2. HS''ne de eşit

olmakla, HM = HT olduğundan (Söz konusu Teorem) BM = 4. HS', HS' = $\frac{1}{4}$ S'U yani =$\frac{1}{4}$ MB olmakla işte bu MB söz konusu çapın latus rectumu olur.

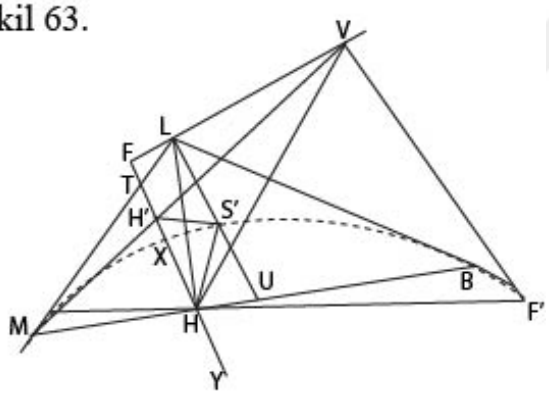
Sonuç 9:

Odak noktası ile L noktası arasında birleştirilen LH ⊥ MU olup bu doğrunun karesi de MH. HB çarpımına eşit olur. Çünkü LS' = S'U = HS' olup S' noktası merkez farz edilip, LU uzaklığı ile yarım daire çizildiğinde L, H, U noktalarından geçip $\widehat{LHU}$ açısı bu yarım dairede bulunan dik olup, LH ⊥ BM olup LH^2 = MH . HB olur.

Sonuç 10:

ML, BL teğetlerinden meydana gelen $\widehat{MLB}$ dik açısının tepesi FV doğrultmanı üzerinde bulunur. Çünkü HX = XF olduğu gibi HS' = S'L olup (Sonuç 4) L noktası FV doğrultmanı üzerinde bulunur (Ek not 74b)[212].

Şekil 63.

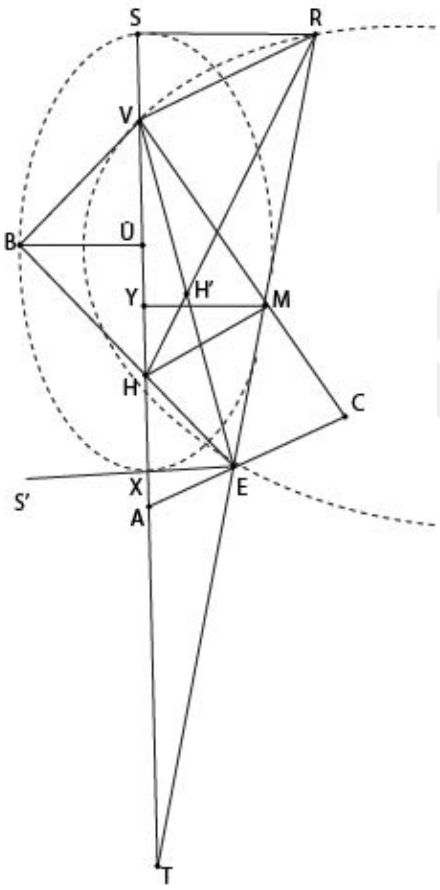


[212] **Ek not 76:** Zira $\widehat{UMK} = \widehat{EMH}$ olup, $\widehat{UMK} + \widehat{UME} = \widehat{EMH} + \widehat{UME}$ olur. Fakat $\widehat{UMK} + \widehat{UME} = 180°$ olduğundan $\widehat{EMH} + \widehat{UME} = 180°$ olup, UMH doğrusu (EMH ile) tek bir düz doğru olur. Buna göre MU ışını U noktası tarafına yansıyıp HM doğrusuyla tek bir doğru olduğundan (birleştiğinden) H noktasına geri döner ve yok olur. (Metinde 76 numaralı ek not yanlış olarak 86 olarak verilmiştir. Bknz. özgün metin s. 115)

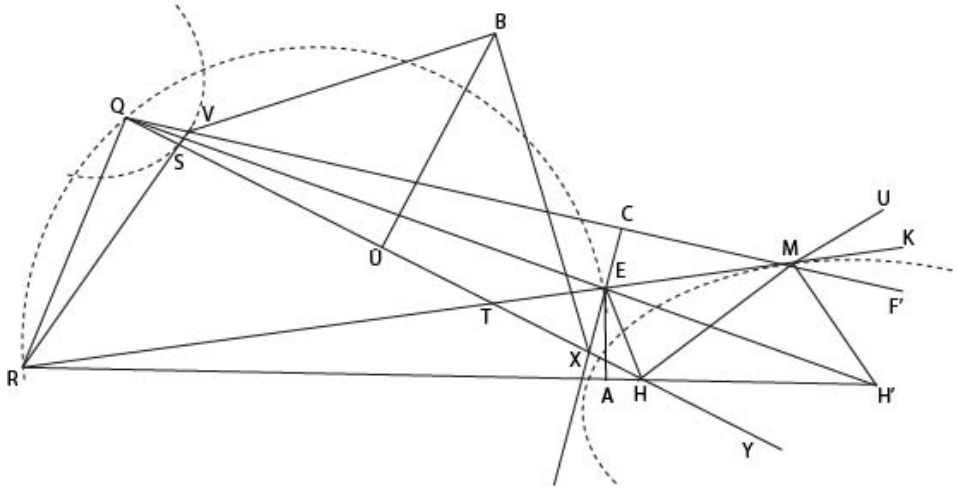
Teorem 20 (Şekil 64, 65)

Elipsin 1. çapının (büyük çap) üzerinde iki nokta belirlenir ki (elipsin odakları), bu noktalarda bulunan eksen kısımlarının birbiriyle çarpımlarından her biri 2. eşlenik çapın (küçük çapın yarısı) yarısının karesine veya birinci çapın çeyreği ile 1. latus rectumun çarpımına eşit olur. Bu yolla belirlenen noktalardan eğri üzerinde farz edilmiş herhangi bir nokta arasında iki doğru birleştirildiğinde, bu birleştirilen doğrular ile teğetlerden meydana gelen iki açı birbirine eşit olur.

Şekil 64.



Şekil 65.



Mesela, SMX elipsi XS ekseni üzerinde (XH . HS), (XV . VS) çarpımlarından her biri 2. eşlenik çapın (küçük çapın) yarısı olan ÛB'nin karesine veya XS ekseninin (büyük çapın) dörtte biri ile XS' latus rectumundan meydana gelen çarpıma eşit olmak üzere H, V noktaları belirlenir. İşte bu noktalardan elipsin herhangi bir M noktasına HM, VM doğruları birleştirildiğinde bu doğrular ile TMR teğetinden meydana gelen $\widehat{VMR}$ ve $\widehat{HMT}$ açıları birbirine eşit olurlar. İşte bu H, V noktalarına söz konusu kesitin odak noktaları denilir. Zira, XS ekseninin uçlarından SR, XE teğetleri çizilip, M noktasından da çizilen teğet tarafına uzatılıp SR, XE teğetleri ile R, E kesişme noktalarından RV, EV, RH, EH doğruları uzatıldığında **(Şekil 64),** (SR . XE) = $\hat{U}B^2$ (Teorem 18) veya yine ona eşit olan (SH . HX)'e veya (XV . VS)'ye eşit olduğundan, SR : SH = HX : XE olur. Aynı şekilde SR : VS = XV : XE olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 14) ΔRSV ≅ ΔEVX,

ΔRSH ≅ ΔXEH olmakla (Ek not 77)[213] $\widehat{SVR} = \widehat{XEV}$ olur[214] (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 5).

Şimdi $\widehat{EXV}$ dik olduğundan, $\widehat{XEV} + \widehat{XVE} = 90°$ olur. $\widehat{SVR} + \widehat{XVR} = 90°$[215] olduğundan $\widehat{EVR}$ açısı da 90° olur.[216] Aynı şekilde $\widehat{SHR} = \widehat{XEH}$ olup, $\widehat{XHE} + \widehat{SHR} = 90°$ olduğundan, $\widehat{RHE} = 90°$ olur. Şimdi RE doğrusu varsayılan çap olmak üzere $\widehat{EVR} = \widehat{RHE} = 90°$ (olmak üzere) belirlenen V, H tepe noktalarından geçen yarım daire çizilip (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 16) E noktasından da VR doğrusuna paralel AE doğrusu çizildiğinde (ve bu doğru uzatıldığı zaman), VM doğrusunu C noktasında kesen VR, AC paralel doğrularının içinde bulunan $\widehat{RVE} = \widehat{AEV} = 90°$ olur. Hiperbolde RVE dik açısıyla bir dik açı tamamı olan EVC açısı toplamı AEV açısına eşit olur .

---

[213] **Ek not 77:** Zira, elipsin SX çapı uçlarından çizilen teğetler, ordinat doğrularına // olup $\widehat{RSV} = \widehat{EXH} = 90°$ olduğundan, RS: SV = VX : XE de olduğundan ΔRSV, ΔERX benzer olur. Keza, $\widehat{RSH}$, $\widehat{EXH}$ açıları dik olup HX : XE = RS : SH de olduğundan ΔRSH, ΔEXH üçgenleri benzer olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 16).

[214] $\widehat{SVR}$ açı teşkil etmemektedir. Buradaki harflerde bir hata vardır. Ancak teoremde anlatılmak istenen şudur: Hiperbol üzerinde herhangi bir noktanın odaklarla yaptığı açı, yine o noktadan geçen teğet tarafından 2 eşit parçaya bölünür. Örneğin M noktası, MT teğeti ve HQ odakları için için $\widehat{QMR} = \widehat{HMT}$ olur.

[215] Metinde $\widehat{XVR}$ yerine $\widehat{XVE}$ yazmaktadır.

[216] $\widehat{SVR} = \widehat{XEV} = \alpha$ olsun ve $2\alpha = 90°$ olsun, $2\alpha + \widehat{EVR} = 180°$ olduğundan $\widehat{EVR} = 90°$ olur.

Şimdi MY ordinat doğrusu çizilip ST : TX = SY : YX (Teorem 9, Sonuç 13). Aynı şekilde RT : TE = RM : ME (Ek not 78)[217] ve RT : TE = RV : AE de olup RM : ME = RV : CE de olduğundan, RV : AE = RV : CE olmakla, AE = EC olup $\widehat{EVC} = \widehat{EVA}$ olur (Ek not 79)[218].

Bu takdirce ΔEVC, ΔEVA hem eşit hem benzer olup $\widehat{EVA}$, $\widehat{ERH}$ açıları da bir kesmede bulunduğundan, $\widehat{EVC} = \widehat{ERH}$ olur. Şimdi VE, RH doğrularının kesişme noktaları olan H' noktasından H'M doğrusu çizildiğinde, $\widehat{H'VM} = \widehat{H'RM}$ olup, H', V, R, M noktalarından geçen bir daire çizmek mümkün olduğundan (Ek not 6) $\widehat{H'MR}$ açısı da dik olup H'M, RM teğetine dik olur. İşte bu $\widehat{H'MR}$ elipste H'VR dik açısında ve hiperbolde bir kesitte bulunur. Aynı şekilde $\widehat{H'ME}$ karşısında bulunan H'HE dik açısına eşit

---

[217] **Ek not 78:** Zira, ΔSTR, ΔTXE benzer olduğundan ST : TX = RT : TE olup terkib tarikiyle de (ST + TX) : TX = (RT + TE) : TE yani SX : TX = RE : TE, bedel tarikiyle de SX : RE = TX : TE, ters çevirirsek de RE : SX = TE :TX. Aynı şekilde ΔETR, ΔYTM benzer olduğundan TX : TE = XY : EM, ters çevirirsek de TE : TX = EM : XY olup, RE : SX = EM: XY, bedel tarikiyle de, RE : EM = SX: XY, terkib tarikiyle de RM : EM= SY : XY olur. Lakin SY : XY = ST : TX = RT: TE olduğundan, RM: EM = RT: TE olur. Diğer bir yolla EM : XY= TE : TX = TR : ST olduğundan, EM: XY = (ME + TE + TR) : (XY + TX + ST) = RM : SY olduğundan MR : ME = SY : YX = ST : TX olur. Fakat SY : YX = ST : TX = RT: TE olduğundan RM: EM = RT : TE olur.

[218] **Ek not 79:** Zira, $\widehat{AEV}$ = 90° olduğundan, $\widehat{VEC}$ = 90° olup, AE = EC ve EV ortak olduğundan ΔAEV= ΔEVC benzer olup, $\widehat{EVA} = \widehat{VEC}$ olur .

olduğundan $\widehat{H'MR} = 90°$ olup, M, H', H, E noktalarından geçen bir daire çizmek mümkün olur (Ek not 80)[219].

Şimdi H', V, R, M noktalarından geçen dairenin bir kesmesinde bulunan $\widehat{VMR} = \widehat{VH'R}$ olur. Aynı şekilde M, H', H, E noktalarından geçen dairenin bir kesmesinde bulunan $\widehat{HME} = \widehat{HH'E}$ olur. Şimdi elipste birbirine karşılık gelen ve hiperbolde birbirine çakışık olan $\widehat{VH'R} = \widehat{HH'E}$ olduğundan $\widehat{VMR} = \widehat{HME}$ olur. Bu takdirce H, V odak noktalarından herhangi M noktasından çıkan HM, VM ışınları ile RM teğetinden meydana gelen $\widehat{VMR} = \widehat{HME}$ olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Elips ile hiperbolün V odak noktasından eğrilerine çıkan ışınlara elipste H diğer odak noktasında ve hiperbolde U noktasına yansırlar ve yok olurlar. Çünkü UMK'nın yansıma açısı olan EMH açısına veya ona eşit olan VMR kırılma açılarına eşitliğinden lâzım gelir (Ek not 81)[220]. Aynı şekilde H odak noktasından MX eğrisi üzerine çıkan

---

[219] **Ek not 80: (Şekil XII)** Zira, ΔH'HE'nin H açısı dik olup, H'E kenarı çap olmak üzere bir daire çizildiğinde söz konusu daire H noktasından geçer. H noktasından geçmeyip diğer bir U noktasından geçseydi, yarım dairede bulunan $\widehat{H'UE}$ = 90° olmuş olurdu. Fakat, $\widehat{H'HE}$ de dik olduğundan ve $\widehat{H'UE}$, ΔH'UH'nin dış açısı olduğundan bu mümkün değildir. Aynı şekilde (daire) R noktasından geçseydi, $\widehat{H'RE}$ = 90° olmuş olup, $\widehat{H'HE}$ iç açısına (= 90°) eşit olmuş olurdu ki bu da çelişkili olurdu. Aynı şekilde (daire) V noktasından geçseydi, $\widehat{H'VH}$ iç açısı $\widehat{H'HE}$ dış açısına eşit (= 90°) olmuş olurdu ki bu da imkânsız olurdu. Bu yüzden daire H noktasından geçer.

[220] **Ek not 81:** Elimizdeki nüshaların hiçbirinde bu ek nota rastlanmamıştır.

ışınlar, elipste V noktasına yansır ve yok olur. Hiperbolde ise F'MK, VMR ters açıları birbirine eşit, HMR kırılma açısına da eşit olduğundan HM ışını, MF' doğrusuna yansıyıp EMK teğet istikametinde birleştiğinde V noktasına yansırlar ve yok olurlar. Çünkü $\widehat{F'MK}$ = $\widehat{HMR}$ olup, HM ışını MF' ışınına yansıdığında, MV doğrusuyla tek bir doğru olur (Ek not 82)[221]. Bu sebepten H, V noktalarına odak noktaları denir. Şimdi odak noktalarından birine bir parlak cisim konulduğunda önceki parlak cismin ışınları elipste iki tarafa yansıyıp ve hiperbolde diğer odak noktasına yansırlar. İşte bu bahsettiğimiz, meydana gelen hiperbol ile elips şeklinde olan aynalarda gözlenebilir[222].

Sonuç 2:

XS ekseninin uçlarından çizilen XE, SR teğetlerinde bulunan EMR diğer teğeti varsayılan çap olmak üzere bir daire çizdiğinde, XS eksenini H, V noktalarında kesip işte bu H,V noktalarından her biri odak noktası olur. Zira EVR, EHR açıları yarım dairede bulunduğundan her biri dik ve (VR // EX) birbirine paralel olmakla H, V noktaları odak noktası olurlar (Söz konusu teorem).

Sonuç 3:

Elipste 2. eksenin (küçük çap) B ucundan birinci eksen (büyük çap) üzerindeki V, H noktaları arasına BV, BH doğruları en uygun şekilde konulduğunda ki söz konusu doğrulardan ÛX veya ÛS eksenin yarısına eşit olur. İşte bu şekilde belirlenen HV noktaları odak noktaları olur. Çünkü (XH . HS) veya (SV . VX) çarpımları ile ÛH^2 veya ÛV^2'nin toplamı, ÛX^2 veya BH^2 veya BV^2'ye eşit olur (Ek not 16). BH^2 veya BV^2 de

---

[221] **Ek not 82:** Elimizdeki nüshaların hiçbirinde bu ek nota rastlanmamıştır.

[222] Eliptik aynada odaklardan birinden geçen ışın yansıdıktan sonra diğer odaktan geçer. Hiperbolde de benzer olarak uzantısı diğer odaktan geçecek şekilde yansır.

(ÛB . ÛH) veya (ÛB . ÛV) çarpımları toplamına eşit olduğundan; (SH . HX) + $\hat{U}H^2$ = $\hat{U}B^2$ + $\hat{U}H^2$ olur. Aynı şekilde (XV . VS) + $\hat{U}V^2$ = $B\hat{U}^2$ + $\hat{U}V^2$ olmakla $\hat{U}H^2$ ortak terimi çıkarıldığında ($\hat{U}H^2$ = $\hat{U}V^2$), (SH . HX), (XV . VS) çarpımlarından her biri $B\hat{U}^2$'ye olduğundan H, V noktaları odak noktası olur (Söz konusu teorem).

Sonuç 4:

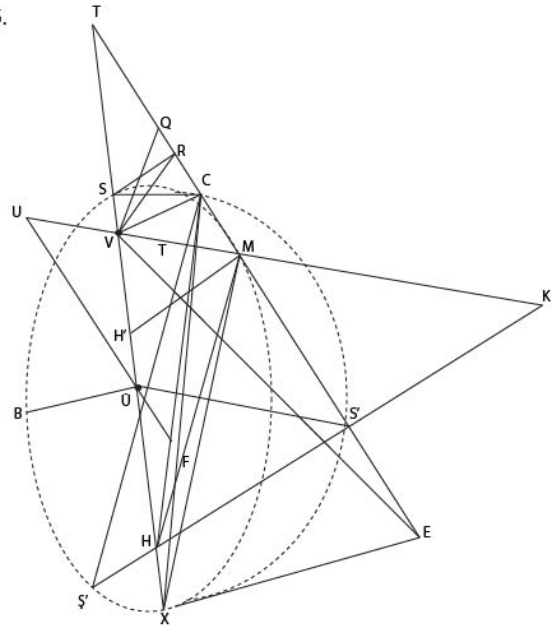
Hiperbolde 2. eksenin (küçük çap) yarısının B ucuyla 1. eksenin (büyük çap) uçları arasında birleştirilen BX veya BS doğrusuna eşit Û merkezinden 1. eksen üzerinde ÛH, ÛV doğruları kesildiğinde işte bu H, V noktaları odak noktaları olurlar. Çünkü (SH . HX) + $\hat{U}X^2$ = $\hat{U}H^2$ = BX^2 olup (Ek not 53), BX^2 = $B\hat{U}^2$ + $\hat{U}X^2$ olup, ortak $\hat{U}X^2$ çıkarıldığında (SH . HX) =$B\hat{U}^2$ olur. Bu şekilde ispat olunur ki (XV . VS) = $B\hat{U}^2$ olduğundan H, V noktaları odak noktası olurlar (Söz konusu teorem).

Teorem 21 (Şekil 66)

Hiperbol ve elipste odak noktalarının birinden eğri üzerinde farz edilen herhangi bir noktaya birleştirilen ışın çizildiğinde, bu ışına paralel ve kesitin merkezinden geçerek teğet doğrusunu bir noktada kesen diğer bir düz doğru çizildiğinde, işte bu çizilen doğru büyük çapın yarısına eşit olur.

Mesela, SMX hiperbol ile elipsinin H odak noktasından eğrisi üzerinde farz edilen herhangi bir M noktasına birleştirilen MH paralel ışını Û merkezinden MT teğetini C noktasında kesip ÛC doğrusu çizildiğinde, işte bu ÛC doğrusu büyük çapın yarısı olan ÛS veya ÛX doğrusuna eşit olur.

Şekil 66.



Zira diğer V odağından, HM, ÛC doğrularına paralel olarak MT teğetini Q noktasında kesen VQ doğrusu çizildiğinde, ÛC doğrusunu T' noktasında kesen VM doğrusu da birleştirilip S, X uçlarından SR, XE teğetleri de çizildiğinde, $\widehat{VMR} = \widehat{HME}$ ve (Teorem 20) VQM açısı da HME ters açısına eşit olduğundan $\widehat{VMQ} = \widehat{VQM}$ olup VM = VQ olur.

Şimdi ÛC // VQ olup MC : CQ = MT' : T'V = HÛ : ÛV olur. Fakat ÛH = ÛV olduğundan (Ek not 83)[223] adı geçen diğer doğrular da birbirlerine eşit olurlar. ÛC

[223] **Ek not 83:** Zira SH . HX= XV. VS olduğundan (Teorem 20) SH : XV = VS : HX olup, bedel tarikiyle de SH : VS = XV : HX olur. Şimdi elipste çıkarma yoluyla (SH - VS) : VS = (XV – HX) : HX yani VH : VS = VH : HX olur. VS = HX, ÛX = ÛS olduğundan (ÛX – HX) = (ÛS – VS) yani ÛH = ÛV olur. Hiperbolde ise birleştirme yoluyla (SH + VS) : VS = (XV + HX) : HX yani VH : VS =VH : HX olup, VS = HX olur. Fakat, ÛS = ÛX olduğundan (ÛS + VS) = (ÛX + XH) , ÛV = ÛH olur.

doğrusu birleştirildiğinde ΔMVC ve ΔQVC'den MV, MC kenarları, QV = QC olup, VC kenarı da ortak olduğundan $\widehat{MCV} = \widehat{QCV}$ olup aynı zamanda dik olurlar.

Aynı şekilde SR, XE teğetleri SX çapına dik olduklarından, $\widehat{VSR} = \widehat{VXE} = 90°$ olmakla VR doğrusu çap olmak üzere bir daire çizildiğinde S, C noktalarından geçer. Aynı şekilde VE doğrusu çap olmak üzere aynı şekilde bir daire çizildiğinde bir kesmede bulunan $\widehat{SCV} = \widehat{SRV}$ olup $\widehat{SRV} = \widehat{EVX}$ olur (Teorem 20). Aynı şekilde bir kesmede bulunan $\widehat{XCE} = \widehat{EVX}$ olup $\widehat{SCV} = \widehat{XCE}$ olur. İşte bu eşitlere, elipste $\widehat{XCV}$ eklendiğinde ve hiperbolde $\widehat{XCV}$ açısından SCV, XCE açıları çıkarıldığında $\widehat{SCX} = \widehat{VCE}$ olup yukarıda ispat olunduğu gibi, $\widehat{VCE} = 90°$ olduğundan $\widehat{SCX} = 90°$ olur. Böylece SX doğrusu çap olmak üzere bir daire çizildiğinde C noktasından geçip (Ek not 85)[224] ÛC doğrusu da yarıçap olduğundan ÛC = ÛS = ÛX olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

H, V odak noktalarından eğri üzerinde farz edilen herhangi M noktasına çıkan HM, VM doğrularından, elipste toplamı ve hiperbolde farkı SX eksenine eşit olur. Çünkü

---

[224] **Ek not 84:** (Yazarın neden 84 ve 85. Ek notları bu sırayla verdiği anlaşılmamıştır.) Zira VM = 2. T'C = 2. T'Û + 2. ÛC olup, MH = 2. T'Û olduğundan VM + MH = 2. (T'Û + ÛC + T'Û) = 2. (ÛC + ÛS) = 2. SH olur.

Ek not 85: (Diğer nüsha 64. yaprak) Zira HT : TV = HH' : VH' olup HH' = (HT - H'T) olup H'V = (H'T - TV) olduğundan HT : TV = (HT - H'T) : (H'T – TV) olmakla HT, H'T, TV doğruları birleşik orantılı olurlar. Hiperbolde H'V : H'H =TV :TH olup TV = (H'V - H'T) ve H'T= (H'T - H'H) olmakla H'V: H'H= (H'V - H'T) : (H'T - H'H) olup, H'V, H'T, H'H doğruları birleşik orantılı olurlar

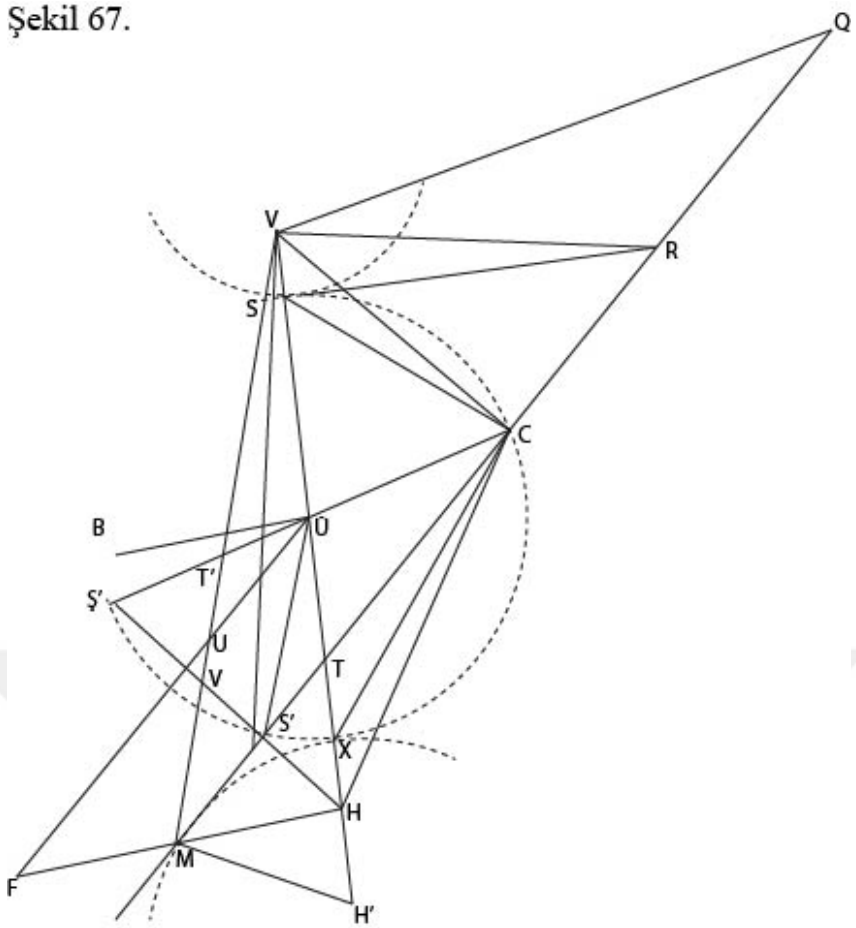
HV = 2. VÛ ve HM = 2. ÛT' olup (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 34) QM = 2. MC (Söz konusu Teorem) VQ (= VM) = 2. T'C olduğundan, elipste (HM + VM) = 2. (ÛT' + T'C)'ye yani ÛC'ye veya ona eşit olan ÛS yarım ekseninin 2 katına eşit olur. Aynı şekilde hiperbolde (HM – VM) = 2.(ÛT' - T'C) (Ek not 84) yani 2. ÛC'ye veya ona eşit olan 2. ÛS'ye eşit olduğundan HM, VM doğruları arasındaki fark XS eksenine eşit olur.

Sonuç 2:

Û merkezinden MT teğetine paralel çizilen ÛF doğrusu MH, MV ışınlarını F, U noktalarında keser **(Şekil 67)**. FM, MU doğrularından her biri ÛS veya ÛX yarım eksene eşit olur. Çünkü ÛCMF paralelkenarının MF, CÛ karşılıklı kenarları birbirine eşit olup UM[225] ışınına paralel ÛS' doğrusu çizildiğinde, işte bu ÛS' doğrusu ÛS yarım eksenine eşit olup (Söz konusu Teorem) UÛS'M paralelkenarının MU, ÛS karşılıklı kenarları da birbirine eşit olduğundan FM, MU doğrularından her biri ÛS veya ÛX yarım eksenine eşit olur.

[225] Metinde UVM ışını yazmaktadır.

Şekil 67.



Sonuç 3:

ÛC, ÛS' doğrularından her biri ÛX veya ÛS yarım eksenine eşit olup VC, HS' doğruları MT teğeti üzerine dik olduğunda SX ekseni çap varsayılarak XS'CS dairesi çizildiğinde ÛX = ÛC = CS' olup, (aynı zamanda da) daire yarı çapları olduklarından da daire çevresiyle sınırlı olurlar. MT teğeti söz konusu daireyi C, S' noktalarından kestiğinden işte bu noktalar ile Û merkezi arasında birleştirilen ÛC, ÛS' doğruları HM, VM ışınlarına (sırasıyla) paralel olup ÛX yarım eksenine de eşit olmakla söz konusu noktalarda meydana gelen $\widehat{TCV}$, $\widehat{TS'H}$ dik olduklarından C, S' noktalarından VC, S'H dikleri uzatıldıklarında H, V odak noktalarından geçtiğinden işte bu metotla da SX ekseni üzerinde H, V odak noktaları belirlenir.

Sonuç 4:

H, V odak noktalarından MT teğeti üzerine HS', VC dikleri uzatıldığında (HS' . VC) = $\hat{U}B^2$ = XH . HS = $XE^2 + SR^2$ olur. Çünkü SH doğrusu Ş' noktasına dek istikamet üzere uzatıldığında ÛS' de birleştirildiğinde CS'Ş' açısı dik olduğundan, Ş'CS' yayı yarım daire çevresi olup, SCX yarım daire çevresine eşit olur. Her birinden XC yayı çıkarıldığında geriye kalan Ş'X yayına SC yayına eşit olduğundan $\widehat{Ş'\hat{U}X} = \widehat{S\hat{U}C}$ olur. Şimdi $\widehat{Ş'CX} + \widehat{X\hat{U}C} = \widehat{S\hat{U}C} + \widehat{C\hat{U}X}$ olup[226], işte bu açılar toplamı da 180°'ye eşit olduğundan, Ş'Û, ÛC doğruları bir tane düz doğru (aynı doğru) olur **(Şekil 67)**.

Şimdi ΔÛHŞ' ve ΔÛVC'den Ş'Û = ÛC, ÛH = ÛV olup, HŞ' = VC olduğundan HS' . VC = SH . HŞ' olmakla HS' . VC = XH . HS (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 27) veya ona eşit olan $\hat{U}B^2$'ye veya ona eşit olan ($XE^2 + SR^2$)'ye eşit olur[227].

Sonuç 5:

MT teğetinin M noktasından MH' diki uzatılıp XS ekseni ile MT teğeti T noktasında kesişip söz konusu diki H' noktasında kestiğinde XS ekseni T, H', H, V noktalarında birleşik oranı ile[228] bölüştürülüp yani, HH' : H'V = HT : VT (Ek not 85) olur. Zira HS', VM doğruları K noktasında kesişinceye dek uzatılıp HS'M dik açısı MS'K

---

[226] Aynı yayı gören merkez açılar.

[227] 122 ve 123. sayfalar bizim nüshamızda bulunmamaktaydı ancak diğer nüshada mevcuttu.

[228] Nisbet-i telif veya diğer adlarıyla bileşik dizi, nisbet el musikiye. (Aritmetik ve geometrik oranların bir araya getirilmesinden meydana gelmiştir. Bknz. Sözlük mütenasibiye el telifiye).

açısına, HMS' açısı S'MK açısına veya ona eşit olan VMR açısına eşit olur (Teorem 20) **(Şekil 66).** ΔMHS' ve ΔMS'K'da MS' kenarı da ortak olduğundan, HS' = S'K olmakla HS' : VC = S'K : CV olup HS' : VC = HT : TV olur. Aynı şekilde S'K : CV = MS' : MC = HH' : H'V olduğundan HH' : H'V = HT : TV olur.

Sonuç 6:

$HS'^2 + VC^2 + CS'^2 = XV^2 + VS^2$ olur. Çünkü HC doğrusu birleştirildiğinde $HS'^2 + CS'^2 = HC^2$ olur. Bu eşitlere VC^2 eklendiğinde $HS'^2 + VC^2 + CS'^2 = HC^2 + VC^2$ olur. Şimdi ΔVCH üçgeninin tepesinden tabanı ve yüzeyine inen $C\hat{U}^2$ veya ona eşit olan $2.\hat{U}S^2$ ile $2.\hat{U}V^2$ toplamı, $(HC^2 + VC^2)$'ye eşit olduğundan; $HS'^2 + VC^2 + CS'^2 = 2.\hat{U}S^2 + 2.\hat{U}V^2$ olmakla, $2.\hat{U}S^2 + 2.\hat{U}V^2 = HS^2 + VS^2$ (Ek not 86)[229] $= XV^2 + VS^2 = HS^2 +$

---

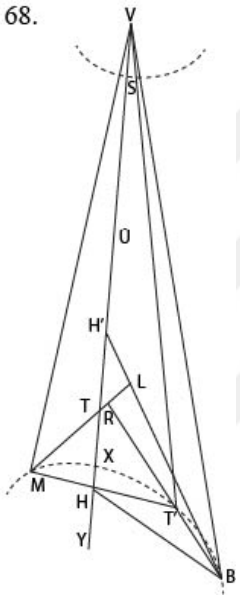
[229] **Ek not 86:** (Diğer nüsha 64. yaprak) **(Şekil XIII)** Bir AB doğrusu Û orta nokta olacak şekilde eşit iki kısma bölünse ve herhangi bir BQ doğrusuyla –şekildeki gibi- toplansa $AQ^2 + BQ^2 = 2.(A\hat{U}^2 + \hat{U}Q^2)$ olur. Zira, Û noktasından AB doğrusu üzerine AÛ = ÛB = ÛH olacak şekilde ÛH diki çizilip AH, BH doğruları da birleştirildiğinde, H noktasından da AQ // HR olmak üzere HR çizilip, Q noktasından da ÛH // QR olmak üzere QR çizildiğinde, QR ve HB doğruları H′ noktasında kesişinceye kadar uzatılıp AH′ de birleştirildiği zaman $\widehat{AHB}$ = 90° olduğundan $\widehat{HB\hat{U}}$ = 45° olur. $\widehat{QBH'} = \widehat{HB\hat{U}} = 45°$ olup $\widehat{BQH'} = \widehat{Q\hat{U}H}$ = 90° olduğundan, $\widehat{BH'Q} = 45°$ olur. Buna göre $\widehat{QBH'} = \widehat{QH'B} = 45°$ olup QB = QH′ olur. Şimdi $\widehat{HH'R}$ = °45, $\widehat{H'RH}$ = 90° = $\widehat{H\hat{U}Q}$ olup $\widehat{RHH'}$ = °45 de olduğundan $\widehat{HH'R} = \widehat{RHH'}$ olup, RH′ = RH olur. Şimdi $AH^2 = H\hat{U}^2 + \hat{U}A^2$ ve $H\hat{U}^2 = \hat{U}A^2$ olduğundan $H\hat{U} = \hat{U}A$ olmakla $AH^2 = 2.\hat{U}A^2$ 'ye eşit olur. Buna göre, $HH'^2 = 2.HR^2 = 2.\hat{U}Q^2$, $AH^2 + HH'^2 = 2.(\hat{U}A^2 + \hat{U}Q^2)$ olur. Fakat, $AH^2 + HH'^2 = AH'^2$

$XH^2 = XV^2 + XH^2$'ye eşit olduğundan (Ek not 87)[230] $HS'^2 + VC^2 + CS'^2 = XV^2 + VS^2$ olur.

Teorem 22.

Hiperbol ve elipste, odaklarından eğri üzerindeki herhangi iki nokta arasını birleştirilen doğrulardan odak noktaları yanında meydana gelen iki açının hiperbolde toplamı ve elipste farkı söz konusu noktalardan çizilen teğetlerin birbiriyle kesişmesinden meydana gelen açının 2 katına eşit olur.

Şekil 68.



olmakla $AH'^2 = 2.(\hat{U}A^2 + \hat{U}Q^2)$ olup, $AH'^2 = AQ^2 + QH'^2$olduğundan, $AQ^2 + QH'^2 = 2.(A\hat{U}^2 + \hat{U}Q^2)$ olur. Fakat $QH' = BQ$ olup $QH'^2 = BQ^2$ olduğundan $AQ^2 + BQ^2 = 2.(A\hat{U}^2 + \hat{U}Q^2)$ olup istenilen ispatlanmış olur.

[230] **Ek not 87:** Zira hiperbolde YÛ : ÛA = ÛA : ÛH olup (Teorem 9, Sonuç 11), elipste YÛ . ÛH = $\hat{U}A^2$ olup (Teorem 18) YÛ : ÛA = ÛA : ÛH olmakla hem hiperbolde hem de elipste YÛ, ÛA, ÛH ardışık orantılı olur.

Mesela, **(Şekil 68)** MXB hiperbolünde H, V odak noktalarından eğri üzerinde alınmış herhangi M, B noktaları arasında birleştirilen HM, HB, VM, VB doğrularından meydana gelen MHB, MVB açıları toplamı ve elipste bu açıların farkı adı geçen M, B noktalarından çizilen ML, BL teğetlerinin kesişiminden meydana gelen MLB açısının iki katına eşit olur.

Zira $\widehat{MHY} = \widehat{MVH} + \widehat{HMV}$ açıları toplamına eşit olup (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 28) işte bu eşitlere $\widehat{MVH}$ eklendiğinde $\widehat{MHY} + \widehat{MVH} = 2.\ \widehat{MVH} + \widehat{HMV}$ olur. Aynı şekilde $\widehat{VMT} = \widehat{TMH}$ açısına eşit olup (Teorem 20) $\widehat{HMV} = 2.\ \widehat{VMT}$ olduğundan $\widehat{MHY} + \widehat{MVH} = 2.\ \widehat{MVH} + 2.\ \widehat{VMT}$ olur. Fakat $\widehat{MVH} + \widehat{VMT} = \widehat{MTH}$ olduğundan, $\widehat{MHY} + \widehat{MVH} = 2.\ \widehat{MTH}$ olur. Bu şekilde ispat olunur ki $\widehat{BHY} + \widehat{BVH} = 2.\ \widehat{BH'H}$ olduğundan, $\widehat{MHB} + \widehat{MVB} = 2.\ \widehat{MTH}$ (veya ona eşit olan $2.\ \widehat{H'TL}$) $+ 2.\ \widehat{BH'H}$ (veya $2.\ \widehat{LH'T}$) olur.

İşte bu $2.(\widehat{LH'T} + \widehat{H'TL})$, teğetlerin kesişiminden meydana gelen $\widehat{MLB}$ dış açısının 2 katına eşit olduğundan, $\widehat{MHB} + \widehat{MVB} = 2.\ \widehat{MLB}$ olur. Elipste $\widehat{TMH}$ (veya $\widehat{VMC}$ açısı) $= \widehat{MTV} + \widehat{MVH}$ olup, işte bu eşitlere $\widehat{MTV}$ eklendiğinde, $\widehat{TMH} + \widehat{MTV}$ açısı toplamı veya onlara eşit olan $\widehat{MHV}$ dış açısı, $\widehat{MVH} + 2.\ \widehat{MTV}$ toplamına eşit olur.

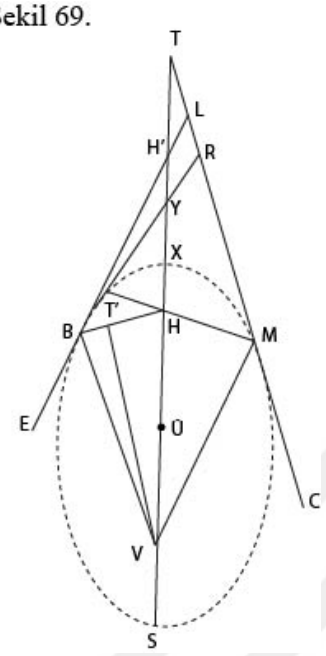
Bu şekilde ispatlanır ki $\widehat{BHV} = \widehat{BVH} + 2.\ \widehat{BH'H}$ (veya $2.\ \widehat{TH'L}$) eşit olduğundan, $\widehat{MHB} = \widehat{MVB} + 2.\ \widehat{MLB}$ olur. Fakat $\widehat{MLB}$ dış açısı $\widehat{MTV} + \widehat{TH'L}$ açılar toplamına eşit olduğundan $\widehat{MHB} - \widehat{MVB} = 2.\ \widehat{MLB}$ olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

H odak noktasından geçen MHT' doğrusu çizildiğinde M, T' noktalarından da MR, T'R teğetleri çizilip birbirini R noktasında keser. Meydana gelen $\widehat{MRT'}$ açısı hiperbolde geniş ve elipste dar açı olur. Çünkü MH, HT' ışınlarıyla HY doğrusundan meydana gelen $\widehat{MHY} + \widehat{YHT'} = 180°$ olup yarıları da 90°'ye eşit olduğundan

$\frac{(\widehat{MHT'} + \widehat{MVT'})}{2} > 90°$ olup aralarında kalan $\widehat{MRT'} < 90°$ olur. İşte bu $\widehat{MRT'}$ hiperbolde $\frac{(\widehat{MHT'} + \widehat{MVT'})}{2}$'ye eşit ve elipste bu açılar farkına $(\widehat{MHT'} - \widehat{MVT'})$ eşit olduğundan hiperbolde geniş açı ve parabolde dar açı olur.

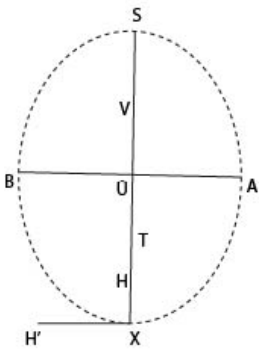
Şekil 69.



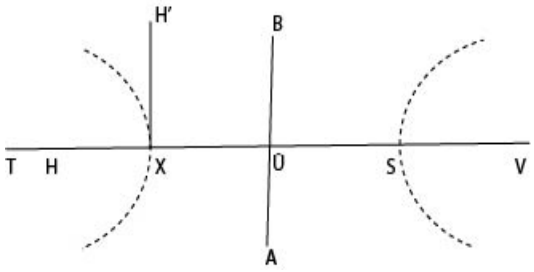
Teorem 23 (Şekil 70, 71).

Hiperbolde odak noktaları arasında bulunan uzaklık büyük çap ile latus rectumun toplamına ve elipste onların arasındaki farka eşit olan düz doğru ile birinci eksen arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur.

Şekil 70.



Şekil 71.



Mesela, V, H odak noktalarının arasındaki uzaklık olan HV doğrusu hiperbolde XS büyük çapı ile XH' latus rectumunun toplamına eşit olan ST doğrusuyla SX ekseni arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur. Elipste XS büyük çapı ile XH' latus rectumu arasındaki farka eşit olan ST doğrusuyla SX ekseni arasında da orta orantı olur.

Çünkü ÛB^2 = SH . HX olup (Teorem 20) AB^2 = XS . XH' olduğundan ÛB^2 veya ona eşit olan (SH . HX) çarpımı, AB^2'nin veya ona eşit olan (SX . XH')'nin çeyreği olur[231]. Şimdi XT, XH' doğruları birbiriyle aynı şekilde eşit olup, SX . XH' = SX . XT olduğundan SH . HX =$\frac{1}{4}$ (SX . XT) olur. İşte bu eşitlere hiperbolde ÛX^2 eklendiğinde (SX . HX) + ÛX^2 toplamı (veya ona eşit olan ÛH^2) =$\frac{1}{4}$ (SX . XT) olup, işte bu eşitlerin dörder katı alınınca 4.ÛH^2 (veya 4.HV^2) = SX^2 + (SX . XT) olup, SX^2 + (SX . XT) = SX . ST olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 8) HV^2 = (SX . ST) olup, HV doğrusu ile SX, ST doğruları arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur.

Elipste birbirine eşit olan $\frac{1}{4}$.(SH . HX) ile $\frac{1}{4}$.(SX . XT)'den her biri ÛX^2'den çıkartılınca geriye ÛH^2 kalır (Ek not 16). İşte bu eşitlerin 4'er katı alındığında HV^2 = SX^2 - (SX . XT) = (SX. ST) olduğundan; HV doğrusu, SX büyük çapıyla latus rectum arasındaki farka eşit olan ST doğrusu ile geometrik orantılı olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

AB eşlenik çapının (küçük çap) karesi, (SX . XH') = (SX . XT) olup (Teorem 12, Sonuç 2) odak noktalarının uzaklığı olan HV^2 = (SX . ST) olduğundan AB^2 : HV^2 = (SX

---

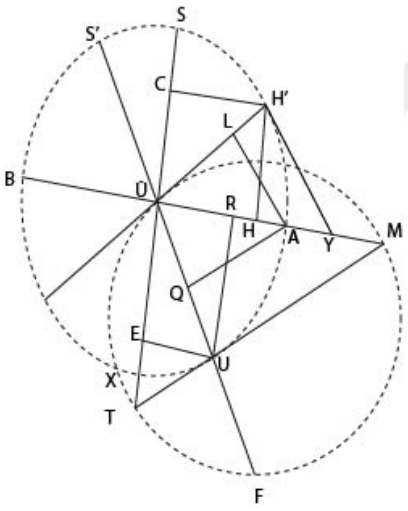
[231] Û$B^2 = \frac{1}{4}AB^2$

. XT) : (SX . ST) = XT : ST olur. Yani XH' latus rectumunun hiperbolde büyük çap ile latus rectum toplamına ve elipste onların farkına eşit olan ST doğrusuna oranı gibi olduğundan, büyük çapın yarısının karesi olan $\hat{U}B^2$: merkez ile odak noktası arasında bulunan $\hat{U}H^2$ (veya $\hat{U}V^2$) = XT : ST olur.

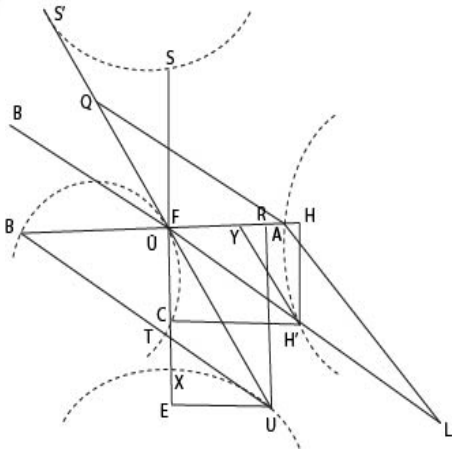
Teorem 24

Hiperbol ile elipste eğri üzerinde farz edilen herhangi bir noktadan teğet çizilip iki eşlenik yarıçapın uçlarını bir R noktasında kestiğinde bu teğetin değme noktası yanında bulunan kısımların çarpımları değme noktasında kesişen çap ile latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine veya değme noktasında kesişen eşlenik çap ve teğete paralel olan yarıçapın karesine eşit olur.

Şekil 72.



Şekil 73.



Mesela, **(Şekil 72 ve 73)** SAXB hiperbol ve elipsinde eğrinin üzerinde farz edilen herhangi U noktasında UT teğeti çizilip ÛX, ÛA eşlenik yarıçapları T, M noktalarında kestiğinde bu teğetin MU . UT kısımları çarpımı, değme noktasında kesişen US' çapıyla latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreği veya US' çapına eşlenik ve teğete paralel olan ÛH' yarıçapının karesine eşit olur.

Çünkü elipste kendine ve hiperbolde eşleniğine H' noktasından H'Y teğeti çizildiğinde; AB çapına da H'H, UR ordinat doğruları çizilip, SX çapına da H'C, UE ordinat doğruları, ÛH' çapına AL ordinat doğrusu, ÛU çapına da AQ ordinat doğrusu çizildiğinde meydana gelen CH'HÛ, ÛQAL, ÛRUE şekilleri paralel kenar olduğundan ΔH'CÛ = ΔH'HÛ, ΔALÛ = ΔAQÛ, ΔÛUR = ΔÛUE olur. ÛH' : ÛL = ÛY : ÛA = ÛA : ÛH olduğundan (Ek not 87) ΔH'ÛH = ΔAÛL, ΔH'ÛC = ΔAQÛ olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 14). Aynı şekilde UÛ : ÛQ = MÛ : ÛA = ÛA : ÛH olduğundan (Ek not 88)[232] ΔAQÛ = ΔUÛR = ΔUÛE olur. Aynı şekilde ΔH'ÛC = ΔUÛE olur.

Şimdi ΔTEU : ΔUÛE = TE : EÛ = TU : UM veya = ÛR : RM ve = ΔURÛ : ΔUMR olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 1). ΔTUE : ΔH'ÛC (veya ΔUÛE) = ΔH'ÛC (veya ΔUÛR veya ΔAQÛ) : ΔUMR olmakla ΔTUE, ΔH'ÛC, ΔUMR benzer üçgenleri ardışık olarak orantılı olup, TU, ÛH', UM, karşılıklı kenarları da ardışık olarak orantılı olduğundan (Ek not 89)[233] (TU . UM) = ÛH'^2 olur. İşte bu ÛH'^2 de S'U çapıyla latus rectumun çarpımının dörtte birine eşit olup istenilen ispatlanmış olur.

---

[232] **Ek not 88:** Zira (MÛ . ÛR) = ÛA^2 olduğundan (Teorem 18) MÛ : ÛA = ÛA :ÛR olup MÛ, ÛA, ÛR ardışık orantılı olurlar.

[233] **Ek not 89:** Zira TU // ÛH' olup, ΔTUE ≅ ΔH'CU olduğundan ΔTUE : ΔH'CU = TU^2: ÛH'^2 olur. Aynı şekilde ΔH'CÛ ≅ ΔUMR olup, ΔH'CÛ : ΔUMR = ÛH'^2: UM^2 olduğundan ΔTUE : ΔH'CU = ΔH'CÛ : ΔUMR olmakla TU^2: ÛH'^2 = ÛH'^2: UM^2 olur. Böylece TU : ÛH' = ÛH' : UM olur.

Sonuç 1:

ΔÛTM'nin açılarından geçen bir daire çizilip bu dairenin çevresi ÛU doğrusunu F noktasında kestiğinde **(Şekil 72)** FU doğrusu S'U'nun yarısı olur. Çünkü (TU . UM) = (ÛU . UF) olup (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 27). (TU . UM) de S'U çapıyla latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine veya ÛU yarıçapıyla yarım latus rectumdan meydana gelen çarpıma eşit olduğundan, (ÛU . UF) çarpımına da eşit olup UF = $\frac{S'U}{2}$ olur.

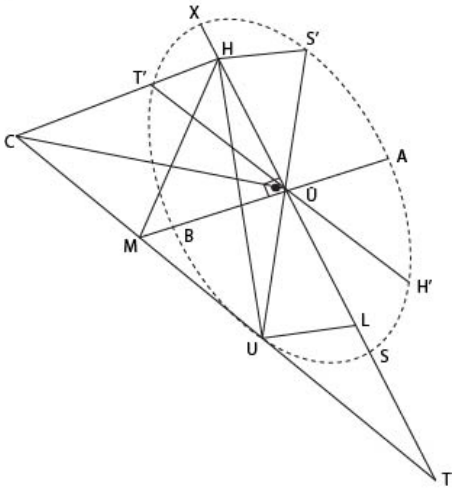
Sonuç 2:

Hiperbolde söz konusu daire ÛU'yü kesip söz konusu daireye değdiğinde, F noktası Û noktasına rastlayıp FU = ÛU olduğunda, söz konusu hiperbol ikizkenar olur. Yani latus rectumun yarıçap mahrecinin yarısına eşit olur **(Şekil 73)**.

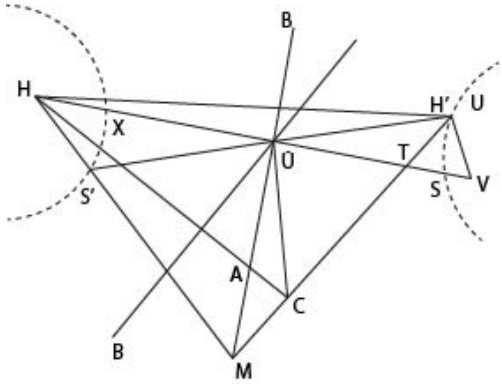
Teorem 25

Hiperbol ile elipste odak noktalarından eğri üzerinde farz edilen herhangi bir nokta arasında birleştirilen doğrulardan meydana gelen çarpım söz konusu noktada kesişen çapın eşlenik çapın yarısının karesine veya söz konusu çap ile latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine eşit olur **(Şekil 74, 75).**

Şekil 74.



Şekil 75.



Mesela, XS'S hiperbol ile elipste H, V odak noktalarından eğri üzerinde farz edilen herhangi U noktası arasında birleştirilen VU, HU doğrularının çarpımı, söz konusu noktada kesişen US' çapının eşleniği olan $\hat{U}H'^2$'ye veya US' çapıyla latus rectumdan meydana gelen dikdörtgenin çeyreğine eşit olur. Çünkü SX büyük çapı, ekseni T noktasında, AB eşlenik (küçük) çapı da (diğer ekseni) M noktasında keser. U teğeti çizilip, Û merkezinden VU doğrusuna paralel C noktasına dek ÛC doğrusu çizilip HC doğrusu da birleştirildiğinde söz konusu teğet üzerine dik olup (Teorem 21, Sonuç 3) $\widehat{VCM}$,[234] $\widehat{M\hat{U}H}$ açıları dik olduğundan MH doğrusu var sayılan çap olmak üzere bir daire çizdiğinde M, C, H, Û noktalarından geçtiğinden (Ek not 80) HT . TÛ = CT . TM olup (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 28) HT : TM = CT : TÛ olup, ÛC // VU olup, ve = UT : TV de olmakla HT . TV = MT . TU olup, V, U, M, H noktalarından geçen bir daire çizmek mümkün olduğundan (Ek not 90)[235] hiperbolde söz konusu dairenin bir kesmesinde bulunan $\widehat{HMU} = \widehat{TVU}$ ve elipste söz konusu açılarından her birinin $\widehat{HVU}$'yla

---

[234] $\widehat{VCM}$, dik değildir aynı doğru üzerindedir. Kast edilen $\widehat{VCH}$ olabilir.

[235] **Ek not 90: (Şekil XIV)** Kural, HV, UM doğruları T noktasında kesişip HT . TV = MT . TU olduğunda U, V, M, H noktalarından geçen bir daire çizmiş olurlar. Zira M, H, U noktalarından geçen bir daire çizildiğinde V'den de geçmezse herhangi Y noktasından geçerse HT . TY = MT . TU olur. Fakat aynı şekilde MT . TU = HT . TV olduğundan HT . TV = HT . TY olup, TV = TV olur. Buysa mümkün değildir. Keza L'den geçmişse HT . TL = HT . TU = HT . TV olup TL = TV olmuş olur. Bu da mümkün değildir. Öyleyse V'den başka noktadan geçememekle V'den geçmiş olur, istenilen ispatlanmış olur.

toplamı 180°'ye eşit olduğundan birbirine de eşit olup, $\widehat{HUM} = \widehat{MUT'}$ olduğundan (Teorem 20) ΔHMU, ΔTVU benzer olup HU : UM = TU : UV olup, HU . UV = TU . UM olur. İşte bu söz konusu çarpım da teğete paralel US' çapına eşlenik olan ÛH yarıçap karesine eşit olup (Teorem 24) veya US eşlenik çapıyla latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine eşit olduğundan, HU . UV = $\hat{U}H'^2$'ye veya söz konusu çarpımın çeyreğine eşit olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

VU doğrusunun ÛU yarıçapına oranı, US' yarıçap latus rectumunun (kutru nısfı dılı kaim) UH doğrusuna oranı gibi olur. Zira, söz konusu çap ile latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine eşit olan VU . UH çarpımı, ÛU yarıçapıyla US''den meydana gelen çarpıma eşit olduğundan VU : ÛU = US' : UH olur.

Sonuç 2:

US' yarıçapının uçları ile herhangi H odak noktası arasında birleştirilen UH, S'H doğrularından meydana gelen çarpım yarıçap eşleniği olan ÛH'nün karesine veya US' çapıyla latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine eşit olur. Çünkü, ΔÛUV, ΔÛS'H üçgenlerinde HS' = VU, HÛ = VÛ, S'Û = UÛ olup, UH . HS'= $\hat{U}H'^2$ veya US' çapıyla latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine eşit olan VU . UH'ye eşit olur.

Sonuç 3:

Elipste UH^2, UV^2 ile $2.\hat{U}H'^2$ eşlenik yarıçap karesinin iki katı toplamı ve hiperbolde UH^2, UV^2 ile $2.\hat{U}H'^2$ arasında olan fark SX^2'ye eşit olur. Çünkü elipste SX çapı UH, UV ışınları toplamına ve hiperbolde farkına eşit olup (Teorem 21, Sonuç 1) $SX^2 = UH^2 + UV^2 + 2.$(UH . UV) (Usul-i Hendese, Kitap 3, Teorem 11) ve hiperbolde

$SX^2 = UH^2 + UV^2$ - 2.(UH . UV) olur (Ek not 91)[236]. İşte bu 2.(UH . UV) = 2. ÛH'^2 olduğundan (Söz konusu teorem) $UH^2 + UV^2$ + 2. Û$H'^2 = SX^2$ olur.

Sonuç 4:

Elipste herhangi (VU . UH) çarpımı ile ÛU çap[237] yarısının karesi toplamı ve hiperbolde farkı, diğer bir çap yarısı olan ÛX karesinin iki katıyla, merkezle odak noktası arasında bulunan ÛH veya ÛV odak uzaklıkları[238] karesi arasındaki farka eşit olur.

Zira $SX^2 = UH^2 + UV^2$ + 2.(VU . UH) ve hiperbolde farkına eşit olup, UV^2, UH^2 kareleri de ÛU^2, ÛV^2 karelerinin iki katına eşit olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 49) $SX^2 = 2.$ (ÛU^2 + ÛV^2) + 2. (VU . UH) ve hiperbolde $SX^2 = 2.$ (ÛU^2 + ÛV^2) - 2. (VU . UH) olur. İşte bu eşitler ikiye bölündüğünde $\frac{SX^2}{2} =$ (ÛU^2 + ÛV^2) + (VU . UH) veya $= 2.$ ÛX^2 olur. İşte bu eşitlerden ÛV^2 çıkartılırsa (ÛU^2 + VU . UH) veya (ÛU^2 − VU . UH) = 2. ÛX^2 - ÛV^2 olur.

İşte bu 2. ÛX^2 - ÛV^2 farkı elipste (VU . UH) + (ÛU^2) ve (VU . UH) - (ÛU^2) olup kuvveti de olur.

---

[236] **Ek not 91:** Elimizdeki nüshalarda sayfa kenarlarında bu ek nota rastlayamadık.

[237] Burada yazar metnin genelinde büyük çapı kastederken kullandığı *kutr-u mücânib* terimini kullanmıştır. Yazar burada ise bu terimle yalnız büyük ve küçük çap (majör axis, minör axis) olarak adlandırdığımız çapları değil, merkezden geçen ve eğri ile merkez arasında kalan tüm doğruları kastetmiştir. Şekil 74 ve 75 bu konuda açıklayıcı olacaktır.

[238] ÛH = ÛV uzunlukları merkez ve odak noktaları arasında kalan uzunluk *odak uzaklığı* (*linear eccentricy)* olarak adlandırılır. HV uzunluğu ise *odaklar arasındaki uzunluk* olarak adlandırılır.

Sonuç 5:

(VU . UH) = $\hat{U}H'^2$ olup elipste $\hat{U}U^2$ + $\hat{U}H'^2$ kareleri toplamı ve hiperbolde farkları, $\hat{U}X^2$ + $\hat{U}B^2$ kareleri toplamı veya (hiperbolde) farklarına eşit olur.

Zira $\hat{U}U^2$ + $\hat{U}H'^2$ veya farkı = 2.($\hat{U}X^2$)- $\hat{U}V^2$ (veya $\hat{U}H^2$) olup, $\hat{U}X^2$ - $\hat{U}V^2$ (veya $\hat{U}H^2$) de = (SH . HX) veya (XV . VS) çarpımlarına eşit (Ek not 16, 53) veya $\hat{U}B^2$'ye eşit olur (Teorem 20).

Şimdi hiperbolde $\hat{U}V^2$ ile (SV . VX) çarpımı veya $\hat{U}B^2$ arasında olan fark, $\hat{U}X^2$'ye eşit olduğundan (Ek not 92),[239] elipste $\hat{U}U^2 + \hat{U}H'^2 = \hat{U}X^2 + \hat{U}B^2$ ve hiperbolde $\hat{U}U^2 - \hat{U}H'^2 = \hat{U}X^2 - \hat{U}B^2$ olur.

Sonuç 6:

İşte bu bahsedilen eşitlerin 4'er katı alındığında elipste $SX^2 + AB^2 = US^2 + H'T^2$ ve hiperbolde bu eksenlerin kareleri arasında olan fark eşlenik çapların kareleri arasında olan farka eşit olur.

Sonuç 7:

İkizkenar hiperbolde büyük çap eşlenik çapa eşit olup, latus rectumu da eksenine eşit olduğundan (Teorem 2, Sonuç 2), söz konusu kesitte her ne kadar büyük çap çizilse eşlenik çaplarına ve latus rectumlarına sırasıyla eşit olur. Zira büyük çapın kareleri arasındaki fark, eşlenik çapların kareleri arasındaki farka eşit olur. Eğer büyük çapların

---

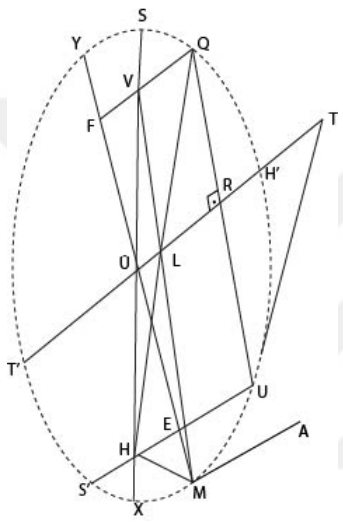
[239] **Ek not 92:** Zira, hiperbolde $\hat{U}U^2 - \hat{U}H'^2 = (2.S\hat{U}^2 - \hat{U}V^2)$ ve $\hat{U}V^2 = S\hat{U}^2 + (SV\,.\,VX)$ olup (Ek not 53) $\hat{U}U^2 - \hat{U}H'^2 = S\hat{U}^2 - (SV\,.\,VX)$. Fakat $(SV\,.\,VX) = \hat{U}B^2$ olduğu için (Teorem 20) $\hat{U}U^2 - \hat{U}H'^2 = S\hat{U}^2 - \hat{U}B^2 = \hat{U}X^2 - \hat{U}B^2$ olur.

kareleri arasındaki fark yok olmuş olsa, eşlenik çapların kareleri arasındaki fark da yok olmuş olur (Ek not 93)[240].

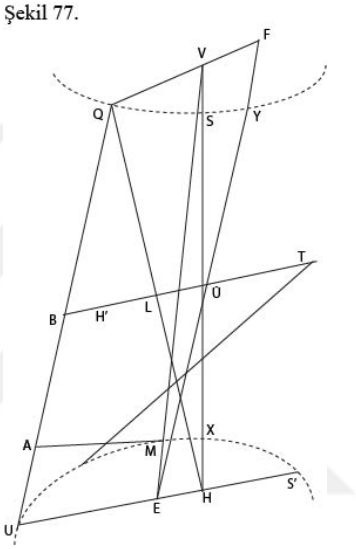
Teorem 26 (Şekil 76, 77)

Hiperbol ile elipste herhangi bir (küçük) çapa paralel olacak şekilde çizilen ve odak noktalarından birinden geçen doğru ile büyük çap arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur[241].

Şekil 76.



Şekil 77.



[240] **Ek not 93:** Zira XS''nin ikizkenar olduğu varsayıldığında XS büyük çapı AB eşlenik çapına eşit olup, herhangi diğer S'U çapı da H'T' çapının eşleniği olmakla XS^2 - AB^2 = $S'U^2 - H'T'^2$olur (Sonuç 2). XS = AB ise XS^2 - AB^2 = 0 olsa $S'U^2 - H'T'^2$ = 0 olur. Yani $S'U^2 = H'T'^2$olup S'U = H'T' olur.

[241] Esas ifadeler tarafımızdan değiştirilmiştir. Davanın ham hali terim karışıklıkları içermektedir. Ham ifadeden çizilen doğruların kendi odakları varmış gibi bir anlam çıkmaktadır.

Mesela, SXU hiperbolü ile elipsinde herhangi bir H'T' çapına paralel olacak şekilde ve H odak noktasından geçerek çizilen US' doğrusuyla, SX büyük çapının arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur.

Çünkü, UT teğeti çizilip ve diğer odak noktasından da H'T', US' doğrularına paralel VQ doğrusu çizilip, VQ doğrusu da birleştirildiğinde HU, VQ doğrularına paralel çizilen H'T' çapı HV doğrusunu Û merkezinde ikiye bölüp, UQ doğrusunu da R noktasında ikiye böler (Ek not 94)[242]. ÛR doğrusu da HU, VQ doğruları arasında vasat-ı mütenasip adedi olup (Ek not 95)[243] veya ÛR doğrusu HU doğrusuyla VQ doğrusuna eşit olan HS' doğrusu arasında vasat mütenasip adedi olur (Ek not 96)[244].

---

[242] **Ek not 94:** Zira, HQ doğrusu birleştirildiğinde H′T′ doğrusunu L noktasında kesip ÛH' // VQ // HU olduğundan UR : RQ = HL : LV = HÛ : ÛV olur. HÛ = ÛV olduğundan UR = UQ olup UQ doğrusu R noktasında ikiye ayrılır.

[243] **Ek not 95:** Zira, UQ, H′T′′nin ordinat doğrusu olup, H′T′ çapı da YM çapının eşleniği olmakla YM // UQ olur. Keza QF // UE olduğundan QFUE şekli paralelkenar olup, UE = QF olur. Aynı şekilde H'T' // QF // UE olmakla QR = UR olmakla FÛ = ÛE de olur. Şimdi VÛ = ÛH ve $\widehat{F\hat{U}V} = \widehat{E\hat{U}H}$ olup, HE = FV olmakla (UH – ER) = (UH – ÛU) = HE olur. Keza (ÛR – QV) = (FQ – QV) olduğundan HE = FV olduğundan (UH – FU) = (UH – ÛH) = (FQ – QV) = (ÛR – QV) olduğundan HE = FV olduğundan UH - EU (veya ÛR) = FV - VQ = ÛR – QV olduğundan HU, ÛR, QV doğruları aritmetik (tenasüb adediye üzere) orantılı olurlar.

[244] **Ek not 96:** Zira, MY çapı H'T' çapının eşleniği olup, $H'T'$ // S'U doğrularını ikiye ayırdığından S'E = EU = FQ olup, HE = FV olduğundan VQ = HS' olur.

Şimdi merkezden eşit uzaklıklar ile eğrinin tarafında eğimleri eşit olan XHS' veya UHS açısı SVQ açısına eşit olup, vasat mütenasip adedi olan ÛR doğrusunun iki katı tarafının (?) toplamı olan ÛS doğrusuna eşit olur. Aynı şekilde ÛH' doğrusu ÛR, ÛT doğruları arasında vasat mütenasip hendesi olup (Teorem 18) HU doğrusuna paralel olan ÛT doğrusu da ÛX yarım eksenine eşit olduğundan (Teorem 21) ÛR : ÛH' = ÛH': ÛX olup, (½) ÛR : (½)ÛH' = (½) ÛH' : (½) ÛX olduğundan US' : H'T' = H'T' : SX olduğundan H'T' doğrusu SX, US' doğruları arasında geometrik ortalama (orta orantı) olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

H'T' çapının karesi odak noktalarından geçer ve kendine paralel çizilen S'U doğrusuyla, SX büyük çapından meydana gelen çarpıma eşit olur ($H'T'^2 = S'U \,.\, SX$) (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 13).

Sonuç 2:

Odak noktalarından çıkan bütün doğruların birbirine oranı bu doğrulara paralel çizilen çapların karelerinin birbirine oranı gibi olur (Ek not 97)[245].

Sonuç 3:

S'U doğrusunun, MY çapının latus rectumu olan MA doğrusuna oranı, MY çapının SX büyük çapına oranı gibi olur. Çünkü MY çapı H'T' çapının eşleniği olup, $H'T'^{\,2}$ = MA . MY = S'U . XS olduğundan S'U : MA = MY : XS olur.

---

[245] **Ek not 97:** Zira, herhangi bir Z'HŞ doğrusuna // ÎS'' çapı çizildiğinde XS büyük çapıyla Z'Ş doğrusu arasında geometrik oran olduğundan $ÎS''^2$ = (XS. Z'Ş) olmakla $H'T'^2 : (XS \,.\, S'U) = ÎS''^2$: (XS. Z'Ş) olup, $H'T'^2 : ÎS''^2 = (XS \,.\, S'U) : (XS.\ Z'Ş) = S'U :$ Z'Ş olur.

Sonuç 4:

MY çapı S'U doğrusunu E noktasında ikiye böldüğünden EU doğrusu MY çapına ordinat doğrusu olup EU^2 : ÛH'^2= (YE . EM) : (YÛ . ÛM) (veya ÛM^2) olur. Aynı şekilde S'U, H'T', XS doğruları ardışık olarak orantılı olup EU, ÛH', ÛX doğrularının yarıları da aynı şekilde ardışık olarak orantılı olduğundan EU^2: ÛH'^2 = ÛH'^2: ÛX^2 olmakla, (YE . EM) : ÛM^2 = ÛH'^2 (veya ona eşit olan VM . MH) (Teorem 25): ÛX^2 olur.

Sonuç 5:

(YE . EM) : ÛM^2 = (VM . MH) : ÛX^2 olup bedel tarikiyle (YE . EM) : (VM . MH) = ÛM^2 : ÛX^2 olup, ÛM^2 ve ÛX^2'nin 4'er katı alındığında (YE . EM) : (VM . MH) = MY^2 : XS^2olur.

Sonuç 6:

(XH . HS) : (S'H . HU) = XS^2: $H'T'^2$olup (Teorem 18, Sonuç 3) ve = XS : S'U da olduğundan (Sonuç 2), odak noktalarından çıkan doğruların kısımları çarpımlarının birbirine oranı birinci doğruların birbirine oranı gibi olur.

Sonuç 7:

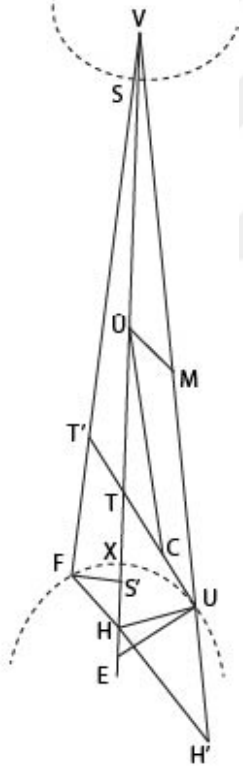
H odak noktası ile M noktası arasında birleştirilen MH doğrusunun, MA latus rectumunun çeyreğine oranı MY çapının diğer odak noktasından M noktasına birleştirilen MV doğrusuna oranı gibi olur. VM . MH = ÛH'^2 (Teorem 25) veya = $\frac{1}{4}$. (latus rectum) . (MY çapı) olduğundan MH : MY = MA^2 : VM olur.

Teorem 27 (Şekil 78, 79)

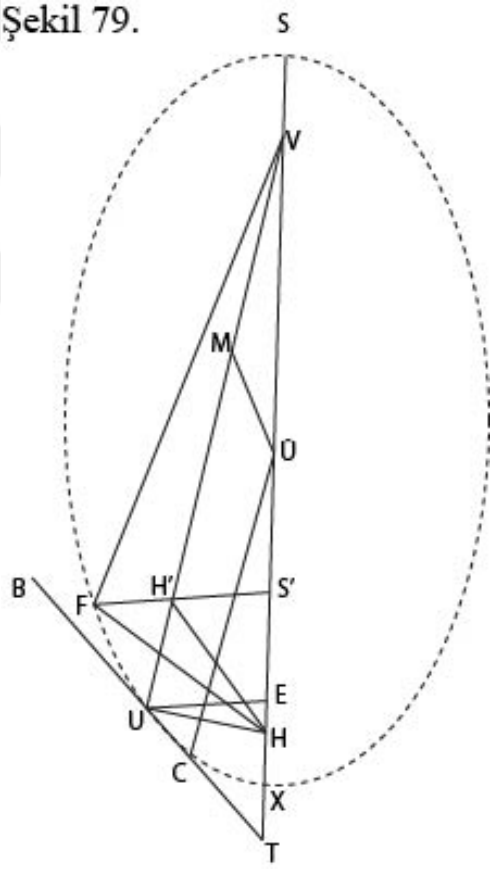
Odak noktalarından eğri üzerinde farz edilen herhangi bir nokta arasında birleştirilen doğrular, hiperbolde toplamının ve elipste farkının, merkez ile söz konusu noktadan çizilen ordinat doğrusunun çaptan kestiği nokta arasında bulunan uzaklığına oranı, odak noktaları aralarında bulunan uzaklığın büyük çapın yarısına oranı gibi olur.[246]

Mesela V, H odak noktalarından SXU eğrisi üzerinde farz edilen herhangi U noktası HU, VU doğruları hiperbolde toplamının ve elipste farkının, Û merkeziyle UE ordinat doğrusu arasında bulunan ÛE uzaklığına oranı; V, H odak noktaları arasında bulunan HV uzaklığının, latus rectumun yarısı olan ÛX doğrusuna oranı gibi olur.

Şekil 78.



Şekil 79.



[246] Bu teoremin anlatımı son derece bozuktur ve ilgili şekil kötü çizilmiştir. Yeniden çizilmiş şekil tezimizin IV-A bölümünde ispatla beraber verilmiştir.

Zira H, Û noktalarından UT teğetine paralel HH', ÛM çizilir, VU doğrusunu H', M noktalarında kesen VU doğrusuna paralel ÛC doğrusu da çizilip SX eksenine de UE ordinat doğrusu çizildiğinde $\widehat{HUC} = \widehat{VUT'}$ olup (Teorem 20), HUT ters açısına eşit olan UHH' açısı, VUT' ters açısına eşit olan UHH' açısına eşit olduğundan, H'U doğrusu UH doğrusuna eşit olur. Şimdi hiperbolde VH' = (HU + VU) doğruları toplamına ve elipste VH' = (HU - VU) olur. VH' : VH = VU : VT olup, ÛC doğrusu ÛX doğrusuna eşit olup (Teorem 21) ve = ÛX : ÛT ve = ÛE : ÛX (Teorem 9, Sonuç 11) olduğundan VH' : VH = ÛE : ÛX olup bedel tarikiyle de VH' : ÛE = VH : ÛX olup, istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Odak noktalarından eğri üzerinde farz edilen herhangi noktaya uzanan doğruların toplamının veya farkının aynı şekilde diğer odak noktasından herhangi farz edilen diğer noktaya çizilen doğruların toplamına veya farkına oranı söz konusu noktadan eksene çizilen ordinat doğruları ile merkez arasında bulunan uzaklıkların birbirine oranı gibi olur. Zira söz konusu doğrular ile o uzaklıkların arasındaki oran HV doğrusunun ÛX doğrusuna oranı gibi olup kuvveti de olur.

Sonuç 2:

Odak noktalarından eğri üzerinde farz edilen çeşitli noktalara birleştirilen doğrular toplamının veya farklarının birbirine oranı, herhangi iki bilinen doğrunun birbirine oranı gibi olmak üzere çizilmek istense işte bu malum doğruların oranı üzere merkezden eksen üzerinde uzaklıkları kesilip söz konusu uzaklıklar, noktalardan ordinat doğruları çizildiğinde odak noktalarından ordinat doğrularının eğride bulunan uçlarına birleştirilen doğrular istenilen doğrular olur.

Mesela H, V odak noktalarından U, F noktalarına birleştirilen VU, UH ve VF, FH hiperbolde toplamlarının ve elipste farklarının birbirine oranı M miktarının X miktarına

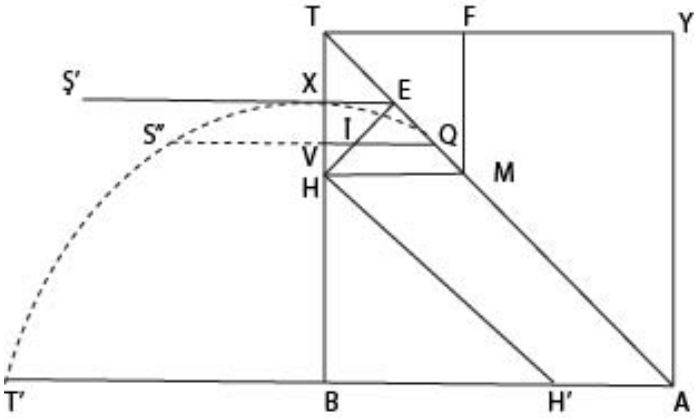
oranı gibi olur. Zira ÛE : ÛS' = M : X varsayılıp S'F, EU ordinat doğruları çizildiğinde hiperbolde (VU + UH) : (VF + FH) = ÛE : ÛS' ve elipste (VU - UH) : (VF - FH) = ÛE : ÛS' (Sonuç 1) Fakat ÛE : ÛS' = M : X olduğundan (hiperbolde) (VU + UH) : (VF + FH) = M : X veya (elipste) (VU - UH) : (VF - FH) = M : X olur.

Teorem 28

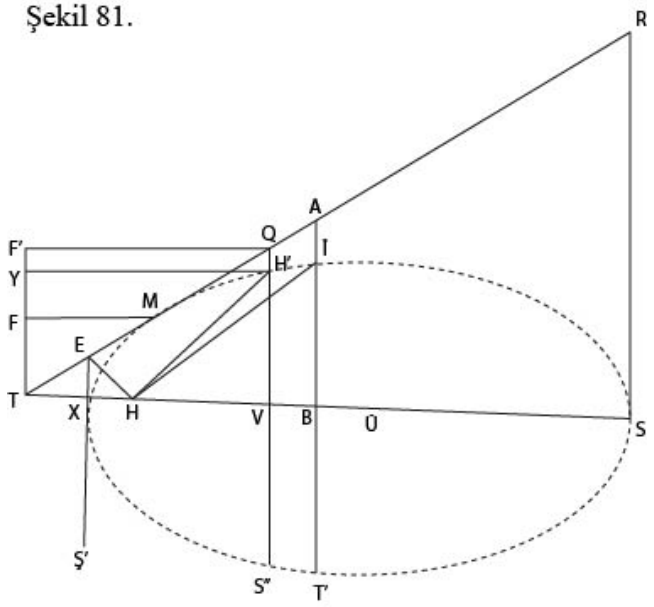
Herhangi koni kesitinde odak noktalarının birinden ekseni üzerine bir ordinat doğrusu çizilip bu ordinat doğrusunun eğride kestiği noktadan bir teğet çizilip aynı şekilde tepe noktasından da diğer bir teğet daha çizildiğinde, bu ordinat doğrusu latus rectumun yarısı olup, tepe noktasından çizilen teğet de söz konusu odak noktası ile tepe noktası arasında bulunan uzaklığa eşit olur **(Şekil 80, 81, 82)**.

Mesela, herhangi XMH'S koni kesitinin H odak noktasından ekseni üzerine HM ordinat doğrusu çizilip MT, XE teğetleri de çizildiğinde HM ordinat doğrusu XŞ' latus rectumunun yarısı olup, XE teğeti de XH uzaklığına eşit olur.

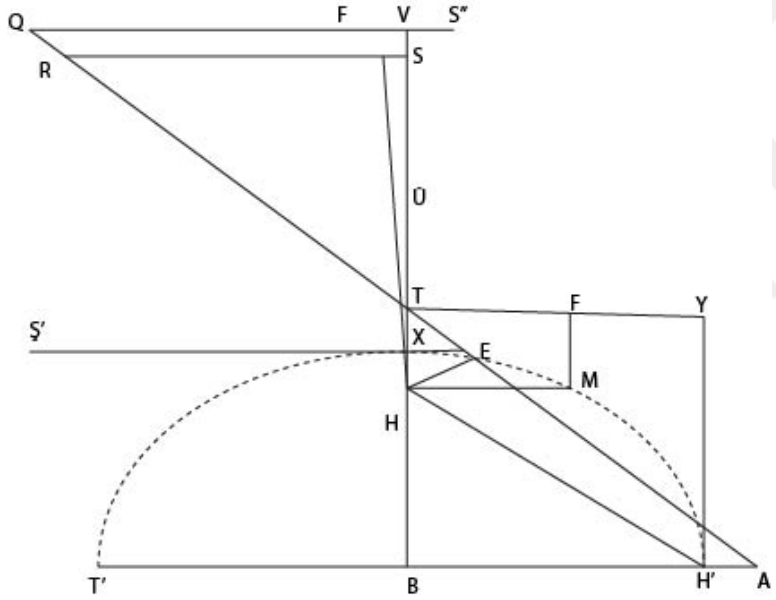
Şekil 80.



Şekil 81.



Şekil 82.



Zira parabolde XH doğrusu XŞ' latus rectumunun $\frac{1}{4}$'ü olup (Teorem 19, Sonuç 8) $\frac{XŞ'}{XH} = \frac{4}{1}$ olur. Aynı şekilde HM ordinat doğrusu XH, XŞ' doğruları arasında geometrik oran olduğundan (Teorem 4, Sonuç 1) HM^2 = (HX . XŞ') olur. Şimdi 1, 2, 4 sayıları

ardışık olarak orantılı olup, 1. 4 = 2^2 olmakla[247], 2 sayısı da 4 sayısının yarısı olduğundan, HM ordinat doğrusu da XŞ' latus rectumunun yarısı olur (Ek not 98)[248]. Yine HT = 2. HX olup (Teorem 9, Sonuç 6), HM = 2. HX olup (Teorem 9, Sonuç 6) HT = HM doğruları da birbirine eşit olur.

Şimdi HT : MH = XT : XE olduğundan XT veya ona eşit olan XH doğrusu, XE doğrusuna eşittir. Hiperbol ve elipste (SH . HX): HM^2 = XS büyük çapı : XŞ' latus rectumu olup (Teorem 5, Sonuç 6) veya = (SX . XŞ') : $X\Ş'^2$ olur (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 2 sonucu). Bedel tarikiyle de (SH . HX) : (SX . XŞ') =HM^2: $X\Ş'^2$ olur. Fakat (SH . HX) = $\frac{1}{4}$ HM^2, olduğundan (Teorem 20) (SX . XŞ') = $\frac{1}{4}$ (SX . XŞ') olup ; HM = $\frac{1}{2}$ XŞ' doğrusunun yarısı olur. Yine (SH . HX) = $\frac{1}{4}$ (SX . XŞ') olup, (ÛX . HM) = $\frac{1}{4}$ (SX . XŞ') olduğundan, (SH . HX) = (ÛX . HM) = (ÛH . HT) olduğundan (Teorem 9, Sonuç 8) (ÛX . HM) = (ÛH . HT) olduğundan ÛH : ÛX veya ÛX : ÛT = MH : HT veya = XE :

---

[247] Kenar uzunlukları 1 ve 4 olan dikdörtgen ile kenar uzunluğu 2 olan karenin birbirine alanca eşit olduğu söylenmek istenmiş.

[248] **Ek not 98:** Zira, 4. HX = XŞ', 2. HX = $\frac{1}{2}$ XŞ' olduğundan $\frac{\text{HX}}{\text{2HX}} = \frac{\text{2HX}}{\text{4HX}}$ olmakla 2. HX, HX, 4. HX doğruları arasında geometrik ortalama (orta orantı) olur. Keza 4. HX = XŞ' olup, 2. HX = HM, 2. HX = $\frac{1}{2}$ XŞ' olup, HM = $\frac{1}{2}$ XŞ' olup HM, 4XH, XH arasında orta orantı olur.

XT olup, ÛH : ÛX veya ÛX : ÛT = HX : XT olduğundan (Ek not 99)[249] HX : XT = XE : XT olup, (Ek not 100)[250] HX = XE olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Parabolde TH = 2. XH olup, 2. XH = HM doğrusuna eşit olduğundan; TH = HM olup, hiperbol ve elipste TH : HM = TX : XE olduğundan veya ona eşit olan XH olur. Aynı şekilde TX : XH = ST : SH (Teorem 9, Sonuç 12) XS büyük çap, ordinat doğrusu ile H noktasında ve teğet ile T noktasında eğriyle de S, X uçlarında bileşik oranla bölündüğünden TH : HM = ST: SH de olur.

Sonuç 2:

Hiperbolde ST < SH olduğundan TH < HM olur. Elipste ise ST > SH olduğundan TH > HM olur.

---

[249] **Ek not 99:** Zira, elipste $\frac{\hat{U}H}{\hat{U}X} = \frac{\hat{U}X}{\hat{U}T}$ ters çevirdiğimizde $\frac{\hat{U}X}{\hat{U}H} = \frac{\hat{U}T}{\hat{U}X}$ çıkarma yoluyla da $\frac{|\hat{U}H - \hat{U}X|}{\hat{U}H} = \frac{|\hat{U}X - \hat{U}T|}{\hat{U}X}$ yani $\frac{HX}{\hat{U}H} = \frac{XT}{\hat{U}X}$ veya $\frac{HX}{XT} = \frac{\hat{U}H}{\hat{U}X} = \frac{\hat{U}X}{\hat{U}T} = \frac{MH}{HT} = \frac{XE}{XT}$ olduğundan $\frac{HX}{XT} = \frac{XE}{XT}$ eşitliğinden HX = XE olur. Hiperbolde $\frac{\hat{U}H}{\hat{U}X} = \frac{\hat{U}X}{\hat{U}T}$ olup çıkarma yoluyla da $\frac{|\hat{U}H - \hat{U}X|}{\hat{U}X} = \frac{|\hat{U}X - \hat{U}T|}{\hat{U}T}$ yani $\frac{HX}{XT} = \frac{\hat{U}X}{\hat{U}T} = \frac{HM}{HT} = \frac{XE}{XT}$ olduğundan HX = XE olur.

[250] **Ek not 100:** Bu teoremde açıklanmaktadır ki: Hiperbolde H odak noktasıyla, hiperbolün diğer kolunun tepesi arasında bulunan HS uzaklığı SR teğetine eşit olur. Zira, SR . XE = $\hat{U}H'^2$ olup (Teorem18), $\hat{U}H'^2 = SH.HX$ (Teorem 20) (SR. XE) = (SH. HX) olduğundan SR : SH = HX : XE olur. Fakat HX = XE olduğundan SR = SH olur.

Sonuç 3:

HE doğrusu birleştirilip $\widehat{XHE}$ = 45° olur. Zira $\widehat{HXE}$ = 90° olup XH = XE olduğundan $\widehat{XHE}$ = 45° olur.

Teorem 29 (Şekil 80, 81, 82)

Herhangi koni kesitinde odaklardan birinden ekseni üzerine herhangi bir ordinat doğrusu çizilip bu ordinat doğrusunun eğriden kestiği noktadan bir teğet çizilip, aynı şekilde ekseni üzerine herhangi diğer bir ordinat doğrusu da çizildiğinde bu teğet ile kesmenin eğrisini bir noktada kesip, söz konusu odak noktası ile diğer ordinat doğrusunun eğriden kestiği nokta arası birleştirildiğinde, işte bu erişen doğru eksen ile teğet arasında bulunan diğer ordinat doğrusu mahrecine eşit olur.

Mesela, herhangi XMS koni kesitinin H odağından ekseni üzerine herhangi HM ordinat doğrusu çizilip, M noktasından da MT teğeti çizilip, aynı şekilde ekseni üzerine herhangi diğer bir TBH' ordinat doğrusu da çizildiğinde ve uzatıldığında, MT teğeti mahrecini A noktasında kesip HH' doğrusu birleştirildiğinde, işte bu HH' = AB olur.

Zira X tepe noktasından XE teğeti çizildiğinde (T'A . AH') : MA^2 = XE^2 : ME^2 olup (Teorem 16) XE = XH doğrusuna eşit olmakla ve = XH^2 : EM^2 olur. Aynı şekilde XH : EM = HB : MA (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 3 sonucu) olmakla ve = HB^2 : MA^2 olup (T'A . AH') = HB^2 olur. İşte bu eşitlere $H'B^2$ eklendiğinde (T'A . AH') + $H'B^2$ = HB^2 + $H'B^2$ olur. Fakat (T'A . AH') + $H'B^2$ = BA^2 ve (Ek not 53) HB^2 + $H'B^2$ = HH'^2 olduğundan, BA^2 = HH'^2 olmakla HH' = BA olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

MT teğetini kesinceye dek uzatılan ordinat doğrularının, teğet ile eğri arasındaki kısımlarının çarpımı yani (T'A . AH'), (S"Q . QÎ) çarpımları bu ordinat doğrularının çaptan kestikleri HB^2 ve HV^2'ye sırasıyla eşit olurlar[251].

Sonuç 2:

Herhangi THM dik üçgeninin TH, TM kenarları uzatılıp TH kenarının ucundan HM kenarına paralel herhangi BA, VQ ordinat doğruları çizilip, H, A sabit noktasından söz konusu tertip doğruları üzerine ve onlara eşit olarak HH', HÎ doğruları çizildiğinde H', Î noktaları eğri üzerinde bulunur. Fakat parabolde TH = HM (Teorem 28, Sonuç 1) ve elipste TH > HM ve hiperbolde TH < HM olduğundan (Teorem 28, Sonuç 2), malum olduğu gibi herhangi koni kesitini çizmenin en kolay yolu bu hüküm üzere olur[252] (Ek not 101)[253].

---

[251] HB^2 = (T'A . AH'), HV^2 = (S"Q . QÎ).

[252] İfade anlaşıldığı gibi aktarılmıştır.

[253] **Ek not 101:** Zira ΔMTH ≅ ΔTRS olup MT : TH = TR : TS terkip tarikiyle de $\frac{(MT+TR)}{(TH+TS)} = \frac{MT}{TH}$ yani $\frac{MR}{SH} = \frac{MT}{TH}$ olur. Keza, $\frac{MT}{TH} = \frac{TQ}{TV}$ olup, terkip tarikiyle de $\frac{(MT+TQ)}{(TH+TV)} = \frac{MT}{TH}$ yani $\frac{MQ}{HV} = \frac{MT}{TH}$ olduğundan $\frac{MR}{SH} = \frac{MQ}{HV}$ olup, bedel tarikiyle de $\frac{MQ}{MR} = \frac{HV}{SH}$ olduğundan $MQ^2 : MR^2 = HV^2 : SH^2$ olur. Fakat, (S"Q . QÎ) : SR^2 = MQ^2 : MR^2 de olduğundan (Teorem 16) (S"Q . QÎ) : $SR^2 = HV^2 : SH^2$ olur. Fakat, $SR^2 = SH^2$ olduğundan (Ek not 100) (S"Q . QÎ) = HV^2 olur. İşte bu eşitlere $V\hat{I}^2$ eklendiğinde (S"Q . QÎ) + $V\hat{I}^2 = HV^2 + V\hat{I}^2$ olur. Şimdi (T'Q . QÎ) + $V\hat{I}^2$ = VQ^2 olup (Ek not 53) HV^2 + $V\hat{I}^2$ = $H\hat{I}^2$ olduğundan $VQ^2 = H\hat{I}^2$ olup VQ = HÎ olur.

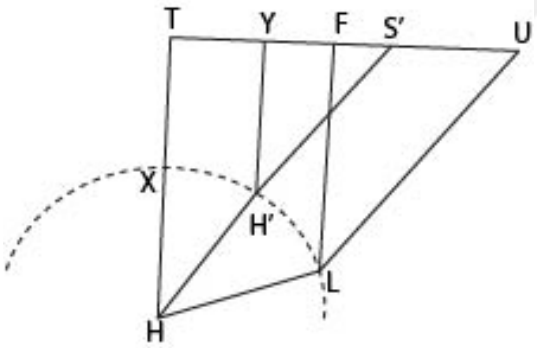
Sonuç 3:

Herhangi koni kesitinde T noktasından çizilen TFY doğrultmanı herhangi H', M noktalarından H'Y, MF dikleri uzatıldığında HH' : H'Y = HM : MF ve = XE veya ona eşit olan HX : XT olur. Zira AB : BT = XE : XT olup HH' = AB ve H'Y = BT olduğundan HH' : H'Y = XE : XT ve = HM : MF olur.

Sonuç 4:

H odak noktasından TU doğrultmanıyla sınırlanan HS' eğik doğrusu ve HL ışını çizilip, L noktasından da HS' doğrusuna paralel ve doğrultmanı kesen LU doğrusu çizildiğinde HH' : H'S' = HL : LU olur. Zira eksene paralel LF, H'Y doğruları çizildiğinde HH' : H'Y = HL : LF olup (Sonuç 3) ΔYH'S' ≅ ΔFLU olduğundan H'Y: H'S' = LF : LU da olup istikamet yoluyla da HH' : H'S' = HL : HU olur **(Şekil 83)**.

Şekil 83.

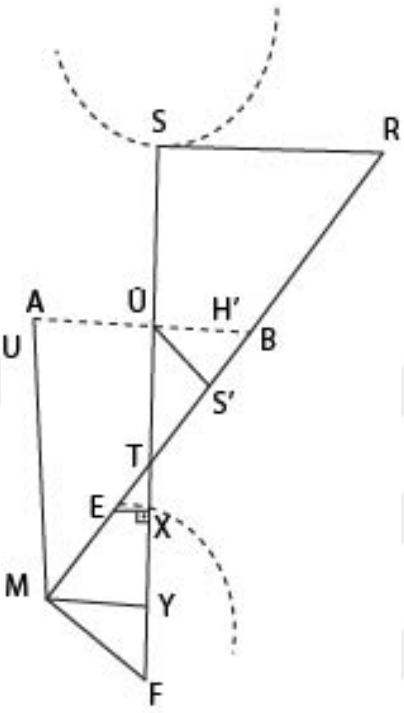


Teorem 30

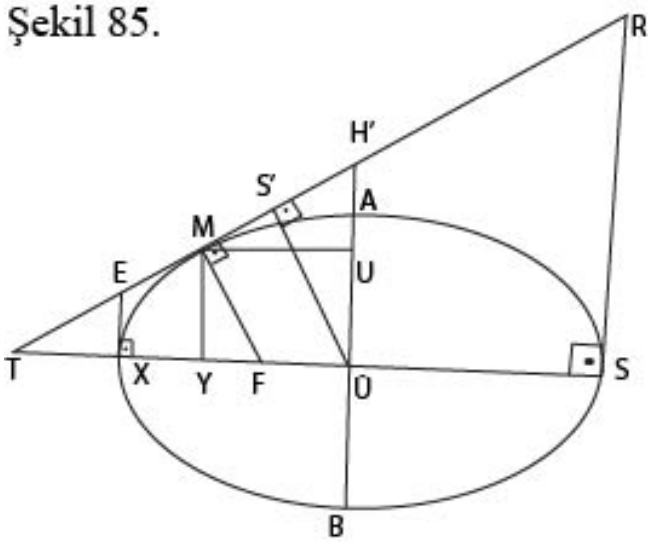
Hiperbol ile elipste herhangi teğet üzerine değme noktasından 1. ekseni (büyük çap) eğimli kesen bir dik uzatılıp, merkez noktasından da bu teğet üzerine diğer bir dik daha uzatıldığında işte bu diklerden meydana gelen çarpım, küçük eksenin yarısının

karesine veya büyük çap ile latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine eşit olur **(Şekil 84, 85)**.

Şekil 84.



Şekil 85.



Mesela, SXM hiperbol ile elipste M değme noktasından MT teğeti üzerine SX eksenini (büyük çap) eğimli kesen MF diki uzatılıp Û merkezinden de söz konusu MT

teğeti üzerine ÛS' diki de uzatıldığında işte bu diklerden meydana gelen (MF . ÛS') = ÛA^2 küçük ekseninin (küçük çapın) yarısının karesine veya SX büyük çapıyla latus rectumdan (SR) meydana gelen çarpımın çeyreğine eşit olur.

Zira MY, ÛH' doğrularından her biri SX eksenine ordinat doğrusu olup, ÛS' // MF olduğundan $\widehat{MFY}$, $\widehat{S'\hat{U}F}$ açıları hiperbolde içters açılar (Şekil 84) ve elipste yöndeş açılar (Şekil 85) olduklarından birbirine eşit olup. Bu açılardan her birinin $\widehat{S'\hat{U}H'}$ açısıyla toplamı 90°'ye eşit olduğundan; $\widehat{FMY} = \widehat{S'\hat{U}H'}$ açısına eşit olup, $\widehat{MYF} = \widehat{H'S'\hat{U}} = 90°$ olduğundan ΔH'S'Û ≅ ΔFMY olur. Şimdi MF : MY = ÛH' : ÛS' olup (MF . ÛS') = (ÛH' . MY) = (ÛH' . ÛU) olur. Fakat (ÛH' . ÛU) = ÛA^2 olduğundan (Teorem 18) (MF . ÛS') de küçük eksenin yarısının karesi olan ÛA^2'ye veya ona eşit olan büyük çap ile latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine eşit olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

(MF . ÛS') = ÛA^2 ve ÛA^2 = (SR . XE) olduğundan (SR . XE) = (MF . ÛS') olup, SR : ÛS' = MF : XE olur.

Sonuç 2:

ΔRTS, ΔÛTS', ΔFTM, ΔETX'ye ait $\widehat{TSR}$, $\widehat{TS'\hat{U}}$, $\widehat{TMF}$, $\widehat{TXE}$ açıları 90° olup, $\hat{T}$ de ortak olduğundan bu üçgenler birbirine benzer olur. Şimdi, ST : SR = TS' : ÛS' olup, böylece TM : MF = TX : XE olur. İşte bu orantılıların ikincilleri yani, SR : ÛS'= MF: XE olduğundan (Sonuç 1) öncülleri de orantılı olup ST : TS' = TM : TX olmakla ST . TX = MT . TS' olur.

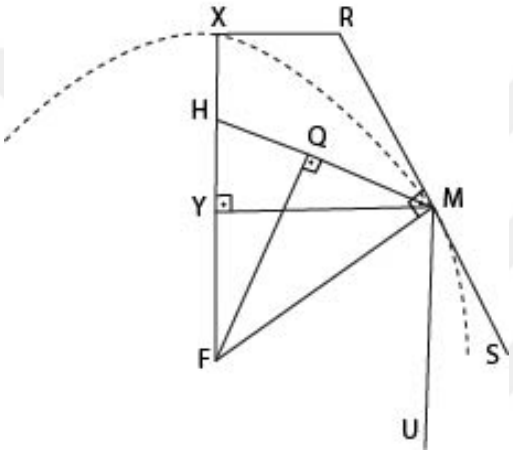
Sonuç 3:

Adı geçen benzer üçgenlerin kalan kenarları da orantılı olmakla ST : ÛT = TF : TE olup, ST . TE = ÛT . TF olur.

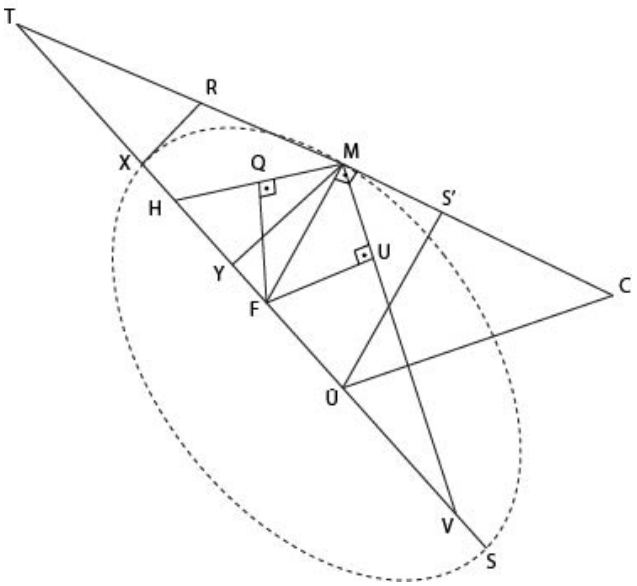
Teorem 31

Herhangi koni kesitinin eğrisi üzerinde varsayılan herhangi noktadan bir teğet çizilip değme noktasından da bu kesit eksenini bir noktada kesen bu teğet üzerine bir dik uzatılıp, bu dikin eksenden kestiği noktadan da odak ile değme noktası arasında birleştirilen ışın üzerine diğer bir dik uzatıldığında 2. dikin yukarıda adı geçen ışından kestiği nokta ile değme noktası arasında bulunan uzaklık, bu eksenin yarım latus rectumuna eşit olur. **(Şekil 86, 87, 88).**

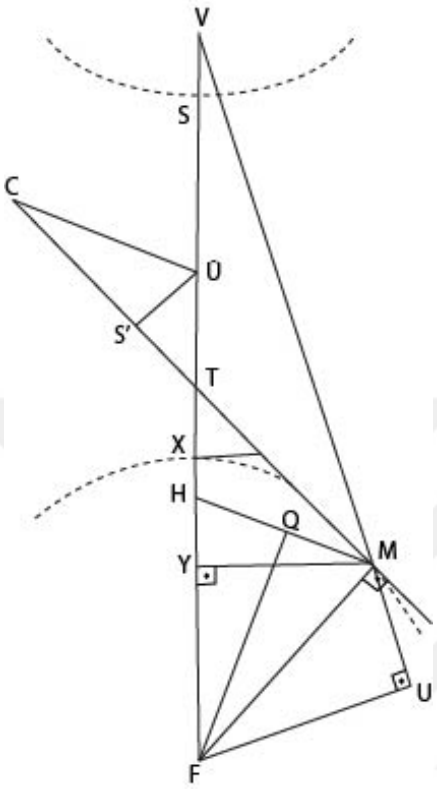
Şekil 86.



Şekil 87.



Şekil 88.



Mesela, herhangi koni kesitinin MXS eğrisi üzerinde varsayılan M noktasından çizilen MR teğeti üzerine söz konusu kesitin eksenini F noktasında kesen MF diki uzatılıp, F noktasından da herhangi MH ışını üzerine FQ diki uzatıldığında işte bu Q noktasıyla M değme noktası arasında bulunan MQ uzaklığı söz konusu eksenin yarım latus rectumuna eşit olur.

Zira bir parabolde M noktasından XF // MU çapı çizilip **(Şekil 86)**, bu eksene de MY ordinat doğrusu çizildiğinde $\widehat{FMQ} + \widehat{QMR} = \widehat{FMR} = 90°$ olup $\widehat{FMU} + \widehat{UMS'} = \widehat{FMS'} = 90°$ olduğundan, $\widehat{FMQ} + \widehat{QMR} = \widehat{FMU} + \widehat{UMS'}$ olur. Fakat $\widehat{QMR} = \widehat{UMS}$ açısına

eşit olduğundan (Teorem 19) $\widehat{FMQ} = \widehat{FMU} = \widehat{MFY}$ olup, $\widehat{FYM} = \widehat{MQF} = 90°$ olduğundan $\widehat{FMY} = \widehat{MFQ}$ kalan açıları da birbirine eşit olup, FM kenarı da ortak olduğundan ΔMFQ ≅ ΔFMY olup, QM = FY doğrusuna eşit olur. Fakat FY doğrusu *normal altı (taht-ı kaim)* olup[254] söz konusu eksenin yarım latus rectumuna eşit olduğundan (Teorem 9, Sonuç 16) QM de bu yarım latus rectuma eşit olur.

Hiperbol ile elipste Û merkezinden HM ışınına paralel ve teğetle sınırlanan ÛC doğrusu çizilip, FM dikine paralel ÛS' çizildiğinde $\widehat{C\hat{U}S'} + \widehat{\hat{U}CS'}$ (veya $\widehat{HMR}$) = 90°'ye eşit olup, $\widehat{FMQ} + \widehat{HMR}$ = 90°'ye eşit olduğundan $\widehat{C\hat{U}S'} = \widehat{FMQ}$ olup, $\widehat{CS'\hat{U}}$ ve $\widehat{MQF}$ dik açıları da birbirine eşit olduğundan kalan açılar da birbirine eşit olur. Böylece ΔCÛS' ≅ ΔFMQ olur. Şimdi CÛ : ÛS' = MF : MQ olup, CÛ . MQ = ÛS' . MF olur. Fakat (ÛS' . MF) çarpımı SX ekseniyle latus rectumdan meydana gelen çarpımın çeyreğine veya ÛS'[255] yarım ekseniyle latus rectumun yarısından meydana gelen çarpıma eşit olur (Teorem 30). ÛC doğrusu da ÛX[256] yarım eksenine eşit olduğundan (Teorem 21) QM doğrusu söz konusu latus rectumun yarısına eşit olup istenilen ispatlanmış olur. **(Şekil 86, Şekil 87)**

---

[254] Burada FY doğrusu normal altı olarak tanımlanmıştır. Bu tanımı günümüz terimiyle uyuşmaktadır. Buna göre, MF normal ve XF ise ekseni analitik geometrideki x eksenine karşılık gelmektedir. Yani koni kesitlerinin eksenleri koordinat doğruları olarak kullanılmaktadır. Bu Apollonius'un *Konika*'sına dayanan bir gelenektir.

[255] Metinde Û'nün yanındaki harf okunaksızdır.

[256] Metinde "nun" harfi ilk defa dik konumda verilmiştir. Metinde saat yönünün tersine 90 derece dönmüş olarak verilen bu harfe biz "X" demiştik.

Sonuç 1: F noktasından MV ışını üzerine FU diki uzatıldığında MU doğrusu aynı şekilde yukarıda bahsedilen latus rectumun yarısına eşit olur. Zira ΔMFQ, ΔMFU üçgenlerinden $\widehat{QMF} = \widehat{UMF}$; $\widehat{MQF} = \widehat{MUF} = 90°$ olduğundan kalan açılar da birbirine eşit olup, MF kenarı da ortak olduğundan MQ = MU olur. Fakat MQ doğrusu latus rectumun yarısına eşit olduğundan MU doğrusu da latus rectumun yarısına eşit olur.

Teorem 32

Hiperbol ile elipsin merkezden birinci eksenin (büyük çapın) uçlarıyla teğetin kesişim noktaları arasında kalan uzaklığın, değme noktasından teğet üzerine uzatılan dikin, bu eksenden merkez tarafında kestiği uzaklıkla çarpımı, merkez ile herhangi odak noktası arasında bulunan uzaklığın karesine eşit olur **(Şekil 87, 88)**.

Mesela, MXS hiperbol ile elipsin Û merkezinden SX eksen uçlarıyla MT teğetinin kesişme noktaları arasında bulunan TX uzaklığının, değme noktasından bu teğet üzerine uzatılan MF dikinin, söz konusu eksenden merkez tarafında böldüğü ÛF uzaklığıyla çarpımı merkez ile odağı arasında bulunan ÛH^2 veya ÛV^2'ye eşit olur.

Zira VT : TH = VF : FH olup (Teorem 21, Sonuç 5), elipste birleştirme yoluyla (VT + TH) : TH = (VF + FH) : FH olur. Hiperbolde $|$VT - TH$|$: TH = $|$VF - FH$|$: FH olup, yani 2.ÛT : TH = 2. ÛH : FH olur (Ek not 102)[257]. İşte bu öncül terimlerin yarısı

[257] **Ek not 102:** Zira ÛV = ÛH olduğundan VT = 2.ÛH + HT olup, VT + HT = 2. ÛH + 2. HT olur. $\frac{(\text{VT} + \text{HT})}{HT} = \frac{(\text{VF} + \text{FH})}{FH}$ olmakla, 2. ÛT : TH = VH : FH = 2.ÛH : FH olur. Keza hiperbolde VÛ = ÛH olup VT = (VÛ + ÛT) = (ÛH + ÛT) = (HT + 2. ÛT) olmakla (VT

alındığında ÛT : TH = ÛH : FH olup, elipste kalp tarikiyle de[258] ÛT / | ÛT - TH | = ÛH / | ÛH - FH | olur. Fakat, ÛT, TH doğruları arasındaki fark ÛH doğrusu olup, ÛH - FH = ÛF olduğundan ÛT : ÛH = ÛH : ÛF olur. Hiperbolde terkip tarikiyle de (ÛT + TH) : ÛT = (ÛH + FH) : ÛH olup, ÛT : ÛH = ÛH : ÛF olmakla ÛT, ÛH, ÛF ardışık olarak orantılı olup, (ÛT . ÛF) = $\hat{U}H^2$ = $\hat{U}V^2$ olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

ÛX yarım ekseni karesinin $\hat{U}H^2$'ye oranı, merkez ile MY ordinat doğrusu arasında bulunan ÛY doğrusunun, merkez ile MF dikinin eksenden kestiği F noktası arasında bulunan ÛF doğrusuna oranı gibi olur. Çünkü $\hat{U}X^2$ = (ÛT . ÛY) olup (Teorem 9, Sonuç 11), $\hat{U}H^2$ = (ÛT . ÛF) ve ÛT de ortak olduğundan[259], ÛT = $\frac{\hat{U}X^2}{\hat{U}Y} = \frac{\hat{U}H^2}{\hat{U}F}$ buna göre $\frac{\hat{U}X^2}{\hat{U}H^2} = \frac{\hat{U}Y}{\hat{U}F}$ olur.

Sonuç 2:

ÛY doğrusunun ÛF doğrusuna oranı, ÛX karesinin ÛH karesine oranının ($\frac{\hat{U}X^2}{\hat{U}H^2} = \frac{\hat{U}Y}{\hat{U}F}$) kavisi olmakla M noktası belirlenebilir.

– HT) = 2. ÛT olup, $\frac{(VT - HT)}{HT} = \frac{(VF - FH)}{FH}$ olduğundan 2. ÛT : TH = VH : FH = 2. ÛH : FH olur.

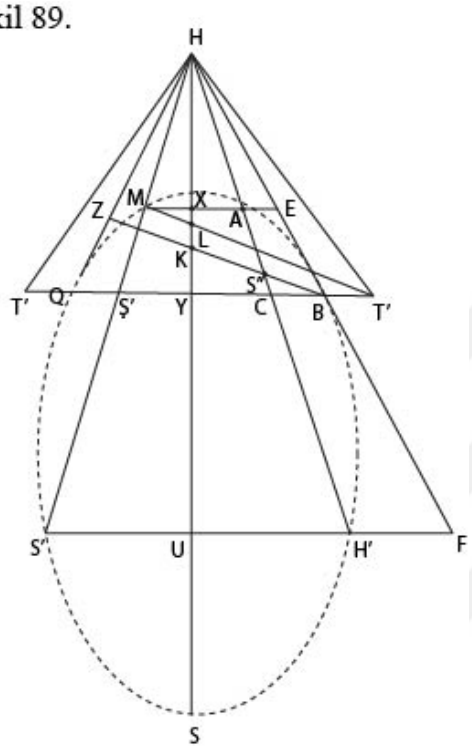
[258] Bknz. Sözlük.

[259] Buradan sonraki işlemler tarafımızdan tamamlanmıştır. Seyyid Ali Paşa'nın işleminin devamı ise şöyledir : "(ÛT . ÛY) (veya $\hat{U}H^2$) = ÛY : ÛF olduğundan $\hat{U}X^2$: $\hat{U}C^2$ = ÛY: ÛF olur.". Harf hatalarının yanı sıra anlatımından dolayı da işlem karışmıştır.

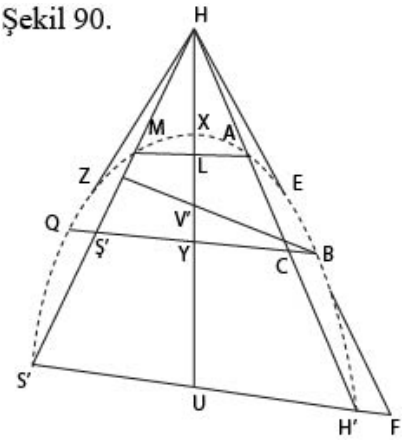
Teorem 33 (Şekil 89, 90, 91)

Herhangi koni kesitinde iki teğetin kesişme noktasından o kesitin eğrisini iki noktada ve değme noktaları arasında birleştirilen doğru da bir noktada keserek bir doğru keseni çizildiğinde işte bu doğru söz konusu noktada nisbet-i telif[260] ile bölünür.

Şekil 89.

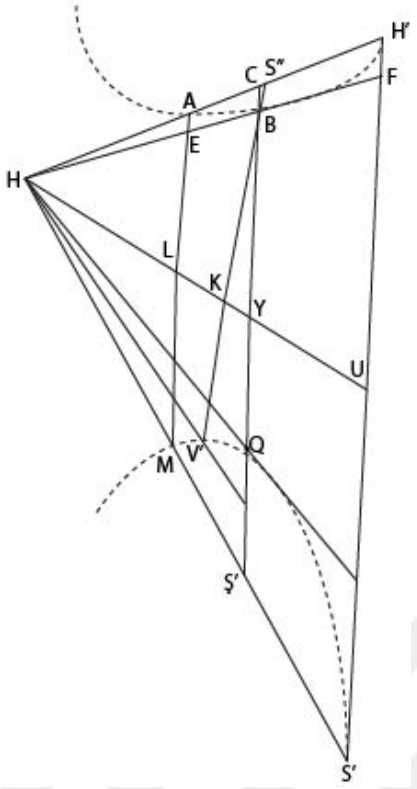


Şekil 90.



[260] Bknz. Sözlük.

Şekil 91.



Mesela, herhangi XBS koni kesitinde BH, QH teğetlerinin kesiştikleri H noktasından kesitin eğrisini A, H' noktalarında B, Q değme noktaları arasına birleştirilen BQ doğrusunu da C noktasında keserek HH' doğrusu çizildiğinde, işte bu çizilen doğru H, A, C, H' noktalarında nisbet-i telif ile bölünür. Yani HH' : H'C = HA : AC olur. Zira BQ doğrusunu Y noktasında ikiye ayıran HS çapı çizilip A, H' noktalarından da BQ doğrusuna paralel çizilen MA, H'S' doğrularını da L, U noktasında ikiye ayırıp söz konusu MA, H'S' doğrularını HB teğetini E, F noktalarında kesinceye dek uzatıldığında HU^2 : $HL^2 = FU^2 : EL^2$ ve = $H'U^2 : AL^2$ olur. $FU^2 = H'U^2$ + (H'F . FS') olur (Ek not 53). Böylece $EL^2 = AL^2$ + (ME . EA) olduğundan ve = (H'F . FS') : (ME . EA) olur. Fakat (H'E . FS') : (ME . EA) = $FB^2 : EB^2$ olduğundan (Teorem 16, Sonuç 3) $FB^2 : EB^2 = HU^2 : HL^2 = FH^2 : EH^2$ olduğundan FB : EB = HU : HL = FH : EH olup, FH : HE = FB : EB

olmakla FH teğeti F, B, E, H noktalarında nisbet-i telif ile bölündüğünden (Ek not 103)[261] FU // BQ // EM doğrularıyla HH' doğrusu da nisbet-i telif ile H, A, C, H' noktalarında bölünüp, HH' : HA = H'C : CA olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Herhangi HB teğetinin H noktasından o kesiti A, H' noktalarında kesen, HH' doğrusu çizilip nisbet-i telif ile HH' : HA = H'C : CA olsa, C noktasından geçen BC doğrusu çizilip ve aynı doğrultuda uzatıldığında eğriyi Q noktasında kestiğinde, Q, H noktaları arasında birleştirilen QH doğrusu teğet olur. Çünkü söz konusu teğet Q noktasında değmeyip diğer Z noktasında değse, işte bu Z noktasıyla B noktası arasında BZ doğrusu birleştirildiğinde AH' doğrusunu C noktasında kesmeyip, S'' noktasında keseceğinden HH' : HA = S''H' : S''A olması gerekir. Fakat (başta) HH' : HA = CH' : CA da var sayıldığı için S''H' = CH' olması gerekir. Bu ise çelişkilidir. Bu sebepten Z noktasında değmez, Q noktasında değer.

Sonuç 2:

Koni kesitinin dışında bulunan H noktasından söz konusu kesit, eğrisini iki noktada kesen HAH' doğrusu çizilip, bu doğrunun eğriden kestiği noktalardan biri farz edilen C noktasında nisbet-i telif ile bölünürse; H noktasından HXS çapı çizilip C noktasından da bu çapa BCQ ordinat doğrusu çizildiğinde B, Q noktalarından birleştirilen BH, QH doğruları teğet olurlar. Zira, BQ doğrusu C noktasından geçtiğinden, HAH' doğrusu nisbet-i telif ile bölündüğünden bu doğrular teğet olurlar.

---

[261] **Ek not 103:** Elimizdeki nüshalarda bu ek nota rastlanmamıştır.

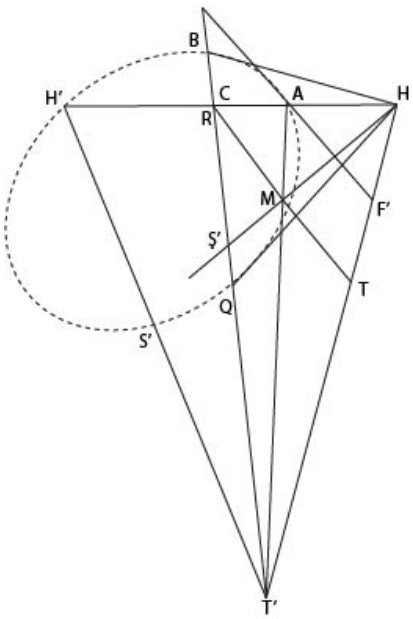
Sonuç 3:

Koni kesitinin dışında bulunan H noktasından HAH', HMS' doğruları çizilip, eğriyi kestikleri noktalar (A, H', M, S') ile C, Ş' noktalarından nisbet-i telif ile bölerlerse, işte bu C, Ş' noktalarından geçen BQ doğrusu çizildiğinde eğriyi kestikleri B, Q noktalarıyla H noktası arasında birleştirilen BH, QH doğruları teğet olurlar.

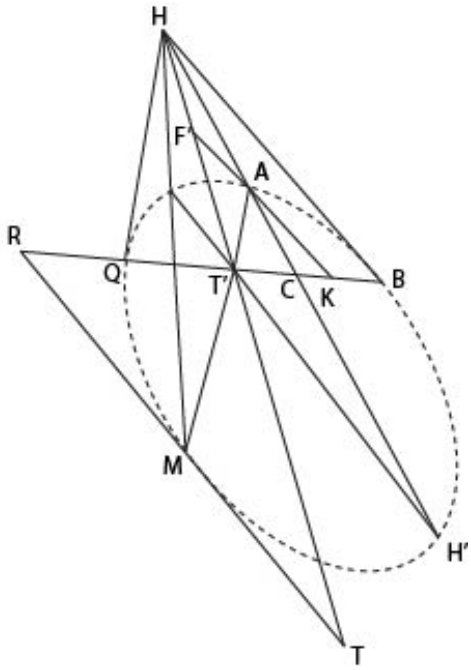
Teorem 34 (Şekil 89, 90, 91, 92, 93,94)

Herhangi bir koni kesitinde çizilen teğetlerin kesişim noktasından kesitin eğrisine, iki doğru parçası çizilip işte bu doğrulardan her biri eğriyi kestikleri ikişer nokta arasına birleştirilen iki doğrudan birisi, değme noktaları arasında birleştirilen doğruya paralel olursa diğeri de paralel olur. Eğer söz konusu doğru ile (koninin) içinde veya dışında bilinen bir noktada kesişirse diğer söz konusu doğru da birinci noktada kesişir.

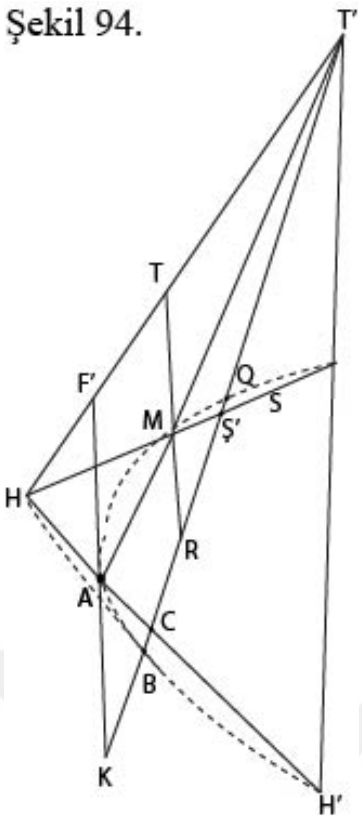
Şekil 92.



Şekil 93.



Şekil 94.



Mesela, herhangi XBS koni kesitinde QH, BH teğetlerinin H kesişim noktasından HAH', HMS' doğruları çizilip XBS eğrisini A, H', M, S' noktalarında kesişen MA, S'H' doğruları da birleştirildiğinde işte bu doğrulardan MA // BQ ise S'H' doğrusu da paralel olur. Eğer MA, BQ doğrusuyla dışarıda veya içeride T' noktasında kesişirse, S'H' doğrusuyla da T' noktasında kesişir. Zira MA doğrusu var sayalım ki BQ doğrusuna paralel olup HA : CA = HM : MŞ' olup HH', HS' doğrularının nisbet-i telif ile bölündüklerinden de HA : CA = HH' : H'C ve aynı şekilde HM : MŞ' = HS' : S'Ş' olmakla HS' : S'Ş' = HH' : H'C olup, bedel tarikiyle de HS' : HH' = S'Ş' : H'C = HŞ' : HC olur. ΔHMA ≅ ΔHŞ'C benzerliğinden de = HM : HA olur. Bedel tarikiyle de HH' : HA = HS' : HM olduğundan H'S' // MA // BQ olur.

H'S' doğrusu BQ doğrusuyla T' noktasında kesişseydi **(Şekil 92, 93, 94)**, MA doğrusu da H'S' doğrusuyla T' noktasında kesişirdi. Zira, M, A noktalarından HT' doğrusuna paralel olarak KAF', RMT doğruları çizilip, T'C doğrusu da R, K noktalarında

kesişinceye dek uzatılıp T'H doğrusu da birleştirildiğinde bu doğruları F',T noktalarında kestiğinde H'T' : AF' = H'H : HA = H'C : CA (Teorem 33) ΔT'H'C ≅ ΔCAK benzerliğinden de = H'T' : AK olmakla AF' = AK olup (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 8) MT = MR olur (Ek not 104)[262]. Şimdi MA, MT' doğruları birleştirildiğinde ΔKT'F''de bulunan F'K // RT doğrularını, MA eşit göre böldüğünden T'MA tek bir doğru olup, H'S', MA doğruları BR doğrusuyla T' noktasında kesişip istenilen ispatlanmış olur.

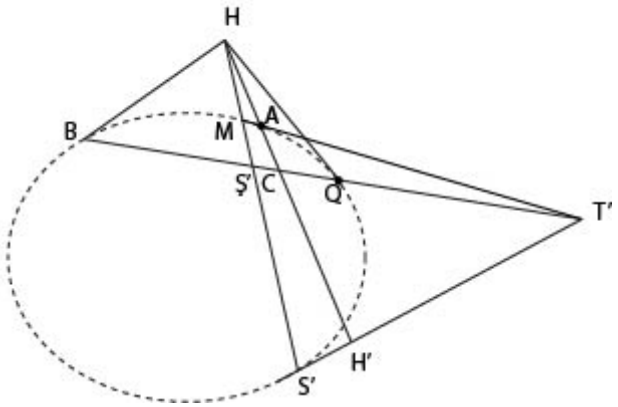
Sonuç 1: **(Şekil 95, 96)**

HA, H'H, MS' doğru parçaları birbirine yaklaştıkça MA, H'S' doğruları da gayet küçük olmakla, kesitin eğrisinin gayet küçük bir parçasıyla kesişip işte bu MA, H'S' doğruları uzatıldığında T' noktasında kesişir ve her biri teğet olur. Şimdi HB, HQ teğetlerinin H noktasında kesişim noktasından eğriyi A, H' noktalarında kesen HAH' doğrusu çizilip adı geçen noktalardan da diğer iki teğet çizildiğinde, teğetler olan B, Q noktaları arasında birleştirilen BQ doğrusuyla T' noktasında kesişirler. Aynı şekilde BQ doğrusunu T' noktasında kesen AT' teğeti çizilip H'T' doğrusu da birleştirildiğinde aynı şekilde teğet olur.

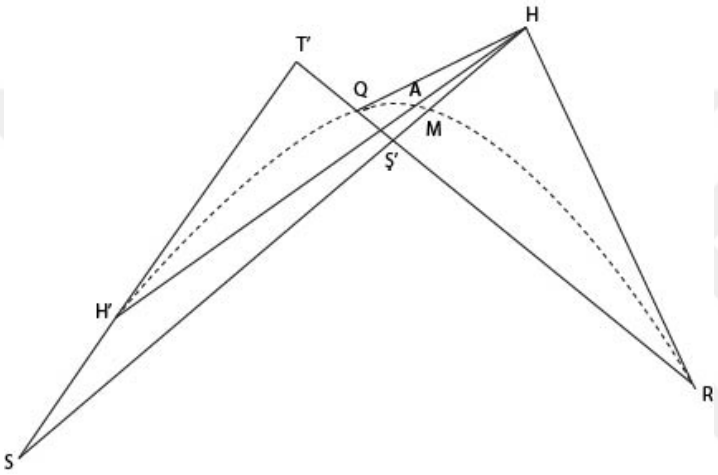
---

[262] **Ek not 104:** Zira S'H : HM = S'Ş' : Ş'M (Teorem 33) ΔHMT, ΔVS'T' benzerliğinden de S'H : HM = S'T' : MT olup ΔT'S'Ş', ΔMS'R benzerliğinden de S'Ş' : Ş'M = S'T' : MR olmakla S'T' : MT = S'T' : MR olup MT = MR olur.

Şekil 95.



Şekil 96.



Sonuç 2:

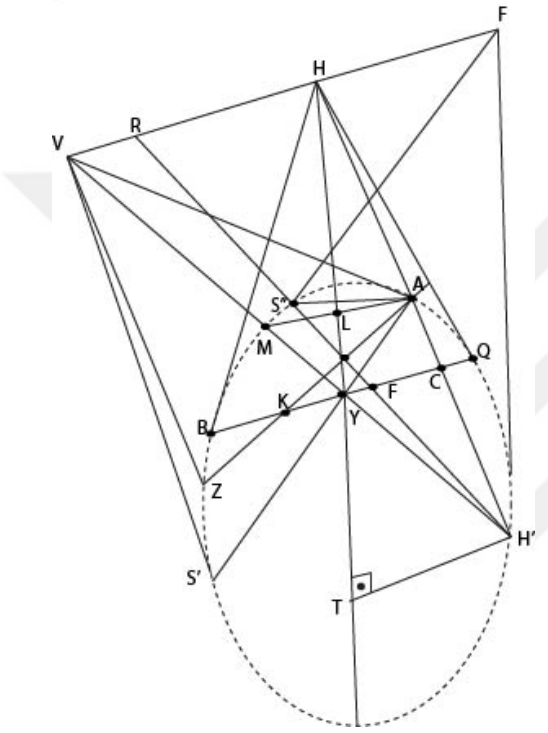
BT' doğrusu T', Q, B noktalarında söz konusu doğru parçası ile C kesişme noktasında nisbet-i telif ile bölünür. Yani BT' : T'Q = BC : CQ olur (Teorem 33).

Teorem 35

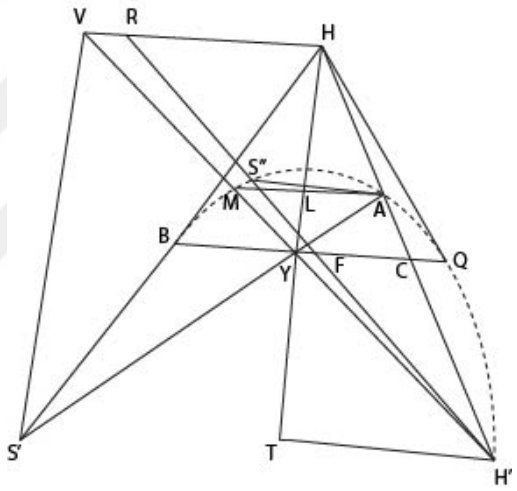
Herhangi bir koni kesitinde iki teğetin kesişim noktasıyla değme noktaları arasını birleştiren doğru bir noktada ve o kesiti de eğrinin iki noktasında kesen bir doğru parçası çizilip, bu doğru parçasına paralel bir doğru daha çizildiğinde **(Şekil 97, 98),** bu doğru, eğriyi bir noktada daha keser (M noktası) işte bu nokta ile doğru parçasının eğriden kestiği diğer nokta arasında (H' noktası) bir doğru birleştirildiğinde, bu doğru (H'M) ve

birleştirilen değme noktaları arasındaki doğruyu (BQ doğrusu) ikiye böler. Yine bu kesişim noktasından, değme noktaları arasındaki doğruya paralel olacak bir doğru çizilip (HV), bu doğruyu bir noktada kesen ve H' noktasından çıkan bir düz doğru (H'V) de çizildiğinde işte bu uzatılan doğrunun kesişme noktası (V), değme noktaları arasına birleştirilen doğrunun orta noktasıyla (Y) eğriden kestiği iki nokta da (M, H') nisbet-i telif ile bölünür.

Şekil 97.



Şekil 98.



Mesela, herhangi BAQH' koni kesitinde HB, HQ teğetlerinin H kesişim noktasından, değme noktaları arasına birleştirilen BQ doğrusunu C noktasında kesen, HACH' doğru parçası çizilip, BQ doğrusuna paralel A noktasından eğriye kadar MA doğrusu çizilip, H'M doğrusunu da birleştirdiğimizde işte bu H'M doğrusu BQ doğrusunu Y noktasında ikiye ayırır. Yine H noktasından, BQ doğrusuna paralel HV doğrusu çizildiğinde (H'M uzatıldığında HV ile V noktasında kesişerek H'V doğrusunu

oluşturacak şekilde), işte bu H'V doğrusu H', Y, M, V nisbet-i telif ile bölünüp yani, H'V : VM = H'Y : YM olur. Zira BQ // MA // HV olup H'H : HA = H'V : VM = H'C : CA = H'Y : YM olur. Fakat H'H doğrusu nisbet-i telif ile bölündüğünden (Teorem 9) H'V doğrusu da işte bu paralel doğrularla aynı oranla bölünüp H'V : VM = H'Y : YM olur. Yine MA doğrusunu L noktasında MA doğrusuna paralel olan H'T doğrusunu da T noktasında kesen HY doğrusu çizildiğinde H'V : VM = H'H : HA = H'T : AL = H'Y : YM olup, ΔTYH' ve ΔLYM üçgenlerinin benzerliğinden de = H'T : LM olmakla H'T : AL = H'T : LM olup, AL = LM olur. Fakat MA doğrusu H kesişim noktasından çizilen HLY çapının ordinat doğrusu olduğundan bu doğruya paralel çizilen BQ doğrusu da söz konusu çapın ordinat doğrusu olmakla, VMH' doğrusuyla Y noktasında ikiye bölünüp istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Değme noktaları arasında birleştirilen BQ doğrusunun Y orta noktasından geçen herhangi H'Y doğrusu çizilip aynı doğrultuda uzatıldığında kesitin eğrisini H', M noktalarında BQ doğrusuna paralel, H noktasından çizilen HV doğrusunu da V noktasında kestiğinden işte bu çizilmiş doğru V, M, Y, H' noktalarında nisbet-i telif ile bölünür (Ek not 105)[263].

---

[263] **Ek not 105:** QB'nin Y orta noktasından geçen MYH' doğrusunun M noktasından MA doğrusu çizildiğinde BQ // VH // MA olur. Zira MA bu doğrulara // olmazsa diğer bir AT' doğrusuna // olmuş olan H' noktasından H'FS"R doğrusu çizildiğinde H', F, S", R noktalarından nisbet-i telif ile bölünmüş olup BF = FQ olmuş olur (Söz konusu teorem), bu ise mümkün değildir. Bu sebepten MA'dan başka doğru BQ, VH'ye paralel olmayıp, BQ // VH // MA olur. H'V'de V, M, Y, H' nisbet-i telif ile bölünür.

Sonuç 2:

BQ // HV doğrusunun herhangi V noktasından VA teğeti çizilip A noktasından da BQ doğrusunun Y orta noktasından geçen eğriyi S' noktasında kesen AS' doğrusu çizilip, S', V noktaları arasında birleştirilen S'V teğet olur. Zira V, H', V, M, H', Y noktalarında nisbet-i telif ile bölünür (Söz konusu teorem). VA doğrusu teğet olup, VS' doğrusu da S' noktasında değmezse söz konusu noktanın üstünde veya altında diğer bir noktada değeceğinden ve bu değme noktaları birleştirildiğinde MH' doğrusunu Y noktasında kesmeyip başka bir noktada keser. Fakat değme noktaları arasında birleştirilen doğru teğetlerin kesişme noktasından çizilen doğru parçasını nisbet-i telif ile bölündüğünden (Teorem 33) bu doğru da adı geçen doğru parçasını Y noktasından başka bir yerde bu oranla bölmüş olur. Bu ise çelişkilidir. Bu sebepten VS' doğrusu yalnız S' noktasında eğriye değer (Ek not 106)[264].

Sonuç 3:

Y noktasından her ne kadar S'A, H'M doğruları çizilse bu doğruların uçlarından çizilen S'V, AV, MF, H'F doğruları FV doğrultmanı üzerinde kesişirler (Ek not 107[265] ve

---

[264] **Ek not 106:** Herhangi bir V noktasından VA, VS' teğetleri çizilip S'A da birleştirildiğinde HV // BQ'nun Y noktasından geçer. Zira S'A'nın geçtiği Y noktası BQ'nun orta noktası olmayıp, UK'nın orta noktası olsa AKZ uzatılıp VZ de birleştirildiğinde işte bu VZ doğrusu teğet olur. Fakat VS' teğet varsayıldığı için ve aynı noktadan farklı iki teğet geçmesi gerekir bu ise mümkün değildir.

[265] **Ek not 107:** Bu ek not elimizdeki nüshalarda mevcut değildir.

108[266]). İşte bu Y noktası merkez olmaz. Zira söz konusu nokta merkezde bulunsa geçen doğruların uçlarından çizilen teğetler asla kesişmezler **(Şekil 97)**.

Sonuç 4:

H odak noktasından geçen herhangi S'U doğrusunun uçlarından çizilen S'V, UV teğetleri FV doğrultmanında bulunan V noktasında kesişirler. Parabolde (Teorem 19) ve hiperbol ile elipste (Teorem 29, Sonuç 3).

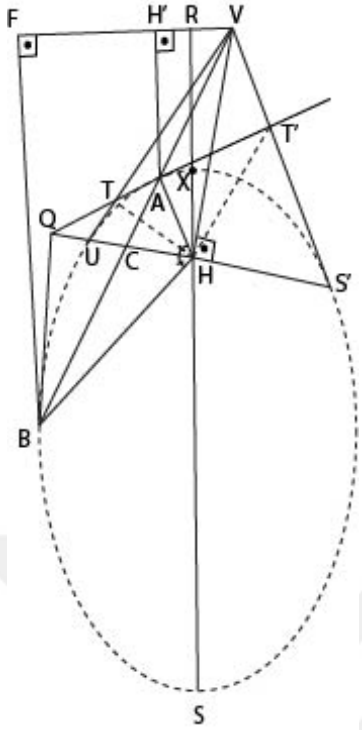
Teorem 36

Herhangi bir koni kesitinde odak noktasından eğriye çıkan herhangi iki ışının eğriden kestikleri noktalardan iki teğet çizilip bu teğetlerin kesişim noktasıyla odak noktası arası birleştirildiğinde işte bu birleştirilmiş doğru, ışınlardan meydana gelen açıyı ikiye böler.

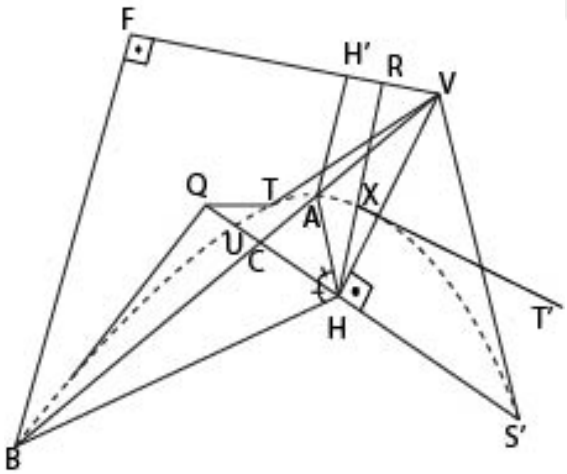
---

[266] **Ek not 108:** A, S', M, H' noktalarından geçen AV, S'V, FM, FH' teğetleri FV doğrultmanında birbirleriyle kesişirler. Zira, AV teğeti VF // BQ, olan FV ile V noktasında kesişir. Aynı şekilde BQ'nun Y orta noktasından geçen MYH' doğrusunun H' ucuyla F noktası arasında birleştirilen H'F teğet olduğundan AV, S'V, MF, H'F teğetleri FV doğrultmanı üzerinde kesişirler. (AV, S'V ile V noktasında; MF, H'F ile F noktasında kesişir. Bknz. Şekil 97, 98.)

Şekil 99.



Şekil 100.



Mesela, herhangi XS'B koni kesitinde H odak noktasından çıkan herhangi HA, HB ışınlarının eğriden kestikleri A, B noktalarından AQ, BQ teğetleri çizilip **(Şekil 99,**

100)[267] işte bu teğetlerin Q kesişim noktası ile H odak noktası arasına HQ doğrusu birleştirildiğinde, HQ doğrusu HA, HB ışınlarından meydana gelen $\widehat{AHB}$'yi ikiye ayırır. Zira, HQ uzatıldığında eğriyi S', U noktalarında, AB'yi de C noktasında keser. S', U noktalarından da S'V, UV teğetleri çizildiğinde bu teğetler ve AB doğusu, FV doğrultmanıyla V noktasında kesişirler (Teorem 35, Sonuç 4). Şimdi doğrultmana AH', BF dikleri uzatıldığında ΔH'VA ≅ ΔFVB olup, BF : AH' = BV : AV olur. Fakat BV doğrusu B, C, A, V noktalarında nisbet-i telif ile bölündüğünden (Teorem 34, Sonuç 2) BV : AV = BC : CA olur. Aynı şekilde BF : BH = AH' : AH olup (Teorem 19, Sonuç 3) bedel tarikiyle de BF : AH' = BH : AH olduğundan BC : CA = BH : HA olur. Buna göre ΔAHB'de $\widehat{BHA}$'nin kirişi olan BA kenarı HC doğrusuyla, HB, HA kenarlarının oranı üzere bölündüğünden $\widehat{AHB}$, HQ doğrusuyla ikiye ayrılıp (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 4) istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

H odağından geçen HS', UH ışınları tek bir doğru olsa uçlarından çizilen S'V, UV teğetleri FV doğrultmanını V noktasında kesip, VH doğrusu da birleştirildiğinde S'U doğrusu üzerine dik olur. Zira $\widehat{S'HV}$, $\widehat{UHV}$ dik açıları toplamı 180°'ye eşit olup, $\widehat{S'HV}$ = $\widehat{UHV}$ olmakla (Söz konusu teorem) her biri dik olup, HV doğrusu S'U doğrusu üzerine dik olur. Parabolde de (Teorem 19 Sonuç 9) böyle olduğu ispatlanmıştır.

---

[267] Metinde 101 ve 102. şekillere gönderme bulunmamaktadır. Şekiller sayfasında ise bu şekiller son derece siliktir. Bu sebeplerden bu şekiller tekrar çizilmemiştir.

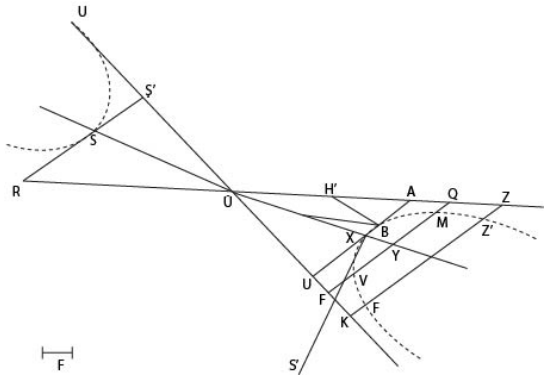
Sonuç 2:

Eğride bulunan S', U noktaları arasında (eğri üstünde) herhangi bir A noktasıyla H odak noktası arasında AH doğrusu birleştirilip aynı şekilde A noktasından AT', AT teğetleri çizilip, UV, S'V diğer teğetlerini T, T' noktalarında kestiklerinde birleştirilen HT', HT doğrularından meydana gelen $\widehat{THT'} = 90°$ olur. Zira $\widehat{THA} = \frac{1}{2}.\widehat{UHA}$; $\widehat{AHT'} = \frac{1}{2}.\widehat{AHS'}$ olur (Söz konusu teorem). $\widehat{UHA} + \widehat{AHS'} = 180°$ olduğundan, $\widehat{THA} + \widehat{AHT'} = \widehat{THT'} = 90°$ olur.

Teorem 37

Hiperbolün tepesinden bir teğet çizilip ve büyük çapın diğer tarafına aynı doğrultuda uzatıldığında büyük çap ile latus rectumun çarpımının çeyreğine eşit olan eşlenik çapın yarısının karesine eşit olan kenarla, büyük çapın iki tarafında bulunan teğetten bir R kısımı belirlenip söz konusu kesitin merkeziyle bu kısımların uçları arasına birer R doğrusu ile birleştirilip, o doğrultuda uzatıldığında, birleştiren doğrular ile yukarıda adı geçen eğri arası son derece küçük olarak farz edilen bir uzaklık miktarı yakın olsalar da işte bu söz konusu doğrular ile eğri sonsuza uzatılsalar da asla kesişmezler. (Bu doğrular ile eğri sonsuza uzatılsalar da, gittikçe yakınlaşırlar ama asla kesişmezler) **(Şekil 103)**

Şekil 103.



Mesela, MXS'ü hiperbol X tepe noktasından XU teğeti çizilip XS büyük çapının diğer tarafına uzatılıp XS büyük çapı ile XS' latus rectumununun çarpımının çeyreğine eşit olan eşlenik çapın yarısının karesinin, ÛB kenarına eşit olarak söz konusu teğetten XU, XA kısımları alınıp Û merkezinden ÛU, ÛA doğruları birleştirilip istikamet üzere uzatıldığında söz konusu doğrular ile söz konusu eğri gayet küçük olarak F uzaklığı miktarı yakın olsalar da işte bu söz konusu doğrular ile söz konusu eğri sonsuza uzatılsalar asla kesişmezler. İşte bu ÛU, ÛA doğrularına hiperbolün asimptotları (hatteyn gayr-i vak'aini)[268] denirler. Zira XU teğetine paralel, MYV ordinat doğrusu çizilip ÛU, ÛA asimptotları Q, F noktalarında kesinceye kadar uzatıldığında (Şekil 103) QY : ÛY = AX : ÛX olup, varsayalım ki $AX^2 = \frac{1}{4}$. (SX . XS') ve Û$X^2 = \frac{1}{4}$. SX^2 olduğundan QY^2: ÛY^2 = $\frac{1}{4}$. (SX . XS') : $\frac{1}{4}$. XS^2 olur.

İşte bu ikincillerin dörder katı alındığında QY^2: ÛY^2 = (SX . XS') : XS^2 = XS': XS olup, veya = MY^2 : (SY . YX) (Teorem 5, Sonuç 6) olduğundan QY^2: ÛY^2 = MY^2 : (SY . YX) olduğundan ve = (QM . MF') : ÛX^2 olur (Ek not 53).

---

[268] Burada terminoloji kullanımındaki tutarsızlığı gözlüyoruz. Bu kelimenin anlamı eğrinin içinde eğriye değmeyen çizgilerdir. Kastettiği açıkça metnin başından beri *mücânib* terimiyle verdiği asimptotlardan başkası olamaz. Dolayısıyla bu, kitabın yazımında homojen olmayan unsurlara örnek bir terimdir. Yazar terminolojiye sadık kalmamış, bu teoremden sonra asimptotlara *mücânib* demeyi bırakmış, *hatteyn gayr-i vak'aini* demiştir. Bu ve bunun gibi birkaç örnek bu eserin ikinci bir gizli yazar tarafından tamamlanmış olabileceği şüphesini uyandırmaktadır. Yorumlar kısmında bu şüphelere detaylıca yer verilmiştir.

Şimdi (QM . MF') : ÛX^2 = AX^2 : ÛX^2 de olduğundan (QM . MF') = AX^2 karesine eşit olup, MF' : XU = AX : QM olur. Fakat MF' > XU olduğundan AX > MQ olur. Buna göre söz konusu hiperbol sonsuza uzatılsa MF' > XU olduğundan AX > QM doğrusundan büyük olur. Şimdi QM = │F│ olsa, MF' : XU = AX : │F│ olup, AX > QM olduğundan AX > │F│ olur. Şimdi, söz konusu hiperbolün MY ordinat doğrusu ile FY doğrusu gayet büyük olsa toplamları olan MF' doğrusu, XU doğrusundan büyük olup, AX doğrusu da eğri ile ÛQ doğrusu arasında bulunan QM veya F miktarları yakınlaştırılsa bu miktarlardan büyük olduğundan asla kesişmezler ve uzun sözün kısası (QM . MF') = AX^2 olduğundan MF' : AX = AX : QM olduğundan bu doğrular ile söz konusu eğri sonsuza uzatılsalar da, gittikçe yakınlaşırlar ama asla kesişmezler ve böylece istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Bahsedilen asimptotları (ÛU, ÛA), $\widehat{\text{Û}}$ istikameti boyunca kesitin tepe noktasındaki teğetleri kesinceye kadar uzatıldıklarında, SR, SŞ' doğruları AX, XU doğrularına eşit olurlar **(Şekil 103)**. Zira ΔÛRS ≅ ΔÛAX olup[269], SÛ = ÛX olduğundan, AX = SR olur. Bu şekilde ispat olunur ki XU = SŞ' olup ÛR, ÛŞ' doğruları da kesitin karşısındaki (hiperbolün diğer kolu) asimptotları olurlar.

Sonuç 2:

$\widehat{AÛU}$ açısı içinde asimptotların birine paralel BH' doğrusu çizildiğinde söz konusu eğriyi keser. Zira eğri ile asimptotları uzatıldığında aralarındaki uzaklık gittikçe azalır,

[269] Metinde ΔÛRS yerine ΔÛLS yazmaktadır.

paralel doğrular arasında bulunan uzaklık daima sabit olduğundan BH' doğrusu bu eğriyi keser.

Sonuç 3:

$\widehat{A\hat{U}U}$ herhangi BÛ doğrusuyla bölündüğünde işte bu BÛ söz konusu eğriyi keser. Zira, eğri ile asimptotların aralarındaki uzaklık gittikçe azalır, söz konusu açıyı bölen BÛ doğrusuyla ÛU doğrusu arasında bulunan uzaklık da gittikçe arttığında, işte bu BÛ doğrusu eğriyi keser.

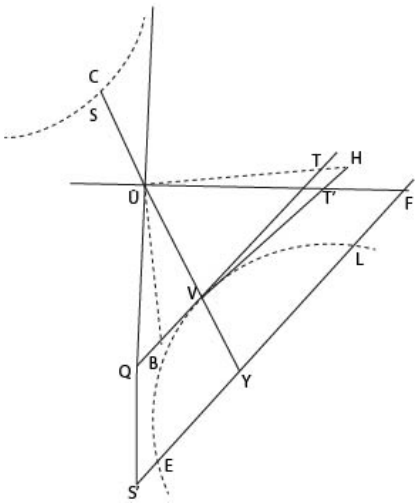
Sonuç 4:

(QM . MF') = (ZZ' . Z'K) = (QV . VF') = (ZF. FK) = AX^2 olmakla, bu çarpımlar da eşit olmuş olur.

Teorem 38

Hiperbolün tepe noktasından bir teğet çizilip asimptotlarını iki noktada kesinceye kadar uzatıldığında değme noktasında ikiye bölünüp işte bu yarımlardan her birinin karesi, büyük çap ile latus rectumun çarpımının çeyreğine eşit olur **(Şekil 104)**.

Şekil 104.



Mesela, LVE hiperbolün V tepe noktasından T'Q teğeti çizilip ÛT', ÛQ asimptotlarını T', Q noktalarında kesinceye kadar uzatıldığında değme noktasında ikiye bölünüp VT' = VQ olup, bu doğrulardan her birinin karesi VC büyük çapı ile VH latus rectumunun çarpımının çeyreğine eşit olur.

Zira eşit değilse öyle iki VT, VB varsayılsın ki her birinin karesi söz konusu çarpımın çeyreğine eşit olsun, buna göre ÛT, ÛB doğruları da birleştirildiğinde asimptotlar olurlar (Teorem 37). Şimdi ÛT doğrusu ÛT' doğrusunun dışında bulunduğundan, sonsuza uzatıldıklarında ÛT' doğrusuna yakınlaşmamasının yanı sıra eğriye de yaklaşmaz. Aynı şekilde ÛB doğrusu ÛQ doğrusunun içinde olduğundan asimptotlardan meydana gelen T'ÛQ açısının içinde bulunup eğriyi keser (Teorem 37, Sonuç 3) bu ise mümkün değildir. Bu sebepten ÛT, ÛB doğruları, asimptot olamayıp söz konusu teğetin VT', VQ kısımları birbirinden küçük veya büyük olamayıp (eşit olup) her birinin karesi = $\frac{1}{4}$. (CV . VH) olup, istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

QT' teğetine paralel, ÛV çapına LYE ordinat doğrusu çizilip asimptotlarını F, S' noktalarında kesinceye dek uzatıldığında (FL . LS') = (FE . ES') = $T'V^2$ olur (Teorem 37).

Sonuç 2:

Söz konusu eğri ile asimptotları arasında bulunan FL, ES' uzaklıkları birbirine eşit olur. Şimdi asimptotlarıyla eğriyi kesen FS', Y noktasında ikiye bölünüp ÛY de birleştirildiğinde eğriyi V noktasında keser. İşte bu V noktasından EL'ye paralel QVT' doğrusu çizildiğinde V noktasında ikiye bölünüp (Söz konusu teorem), (FL . LS') = (FE . ES') = $T'V^2 = VQ^2$ olduğundan, FL = ES', S'Y = FY, YE = YL olur.

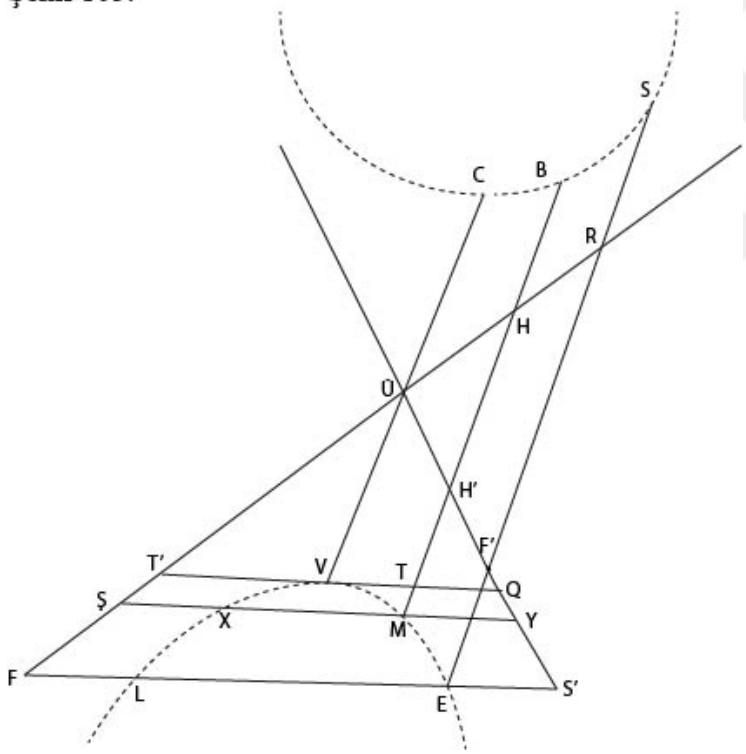
Sonuç 3:

İşte bu teoremden ortaya çıkar ki hiperbolde asimptotlar olarak bir bulunup kaldı ki(?) söz konusu doğrulara paralel çizilen doğrular asimptot olmazlar.[270]

Teorem 39

Karşılıklı kollarını ve asimptotlarını da kesen bir doğruya, paralel ve merkezden geçen bir çap çizildiğinde o doğrunun karşılık gelen kesitinde (kat-ı mukabilinde) bulunan (ve doğrunun sınır olduğu) asimptotların biriyle eğri arasında bulunan büyük kısmın; eğri ile diğer asimptotların arasında bulunan kısımla çarpımı, yarıçapın karesine eşit olur **(Şekil 105)**.

Şekil 105.



[270] Bu sonucun ifadesi son derece bozuktur. Akışı bozmamak için sadeleştirmemize rağmen anlamlı bir ifade çıkaramadık. Bknz. Özgün metin, s. 168.

Mesela, LVESC kesmesinin karşılıklı kesmelerini (hiperbolün kolları) ve asimptotlarını da R, F' noktalarında kesen SE doğrusuna paralel Û merkezinden geçen VÛC çapı çizildiğinde (RE . EF') = $\hat{U}V^2$ olur.

Zira V tepe noktasından T'VQ teğeti çizilip E noktasından da söz konusu teğete paralel EL doğrusu çizilse ve asimptotlarını F, S' noktalarında kesinceye kadar uzatılsa, (RE . EF') : (S'E . EF) dikdörtgenine oranı RE, EF' doğruları veya ÛV, VT' doğruları arasındaki oran ile EF, ES' doğruları veya ÛV, VQ doğruları arasında olan orandan oluşur. Aynı şekilde $\hat{U}V^2$: (T'V . VQ) (yani $\hat{U}V^2$: VQ^2) aynı şekilde bahsedilmiş olan oranlardan oluştuğundan (RE . EF') : (S'E. EF) = $\hat{U}V^2$: VT'^2 olur. Fakat (S'E . EF) = VT'^2 karesine eşit olduğundan (Teorem 38) (RE . EF') = $\hat{U}V^2$ olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Karşılık gelen kesmesinde (kat-ı mütekabilinde) C tepe noktasından bir teğet çizilip S noktasından da bir ordinat doğrusu çizildiğinde (F'S . SR) = $\hat{U}C^2$ = $\hat{U}V^2$ eşit olduğundan (RE . EF') = (F'S . SR) olup RE : SR = F'S : EF' olup terkip tarikiyle[271] de ES : SR = ES : F'E olduğundan SR = F'E, ER = SF' doğrusuna eşit olur.

Sonuç 2:

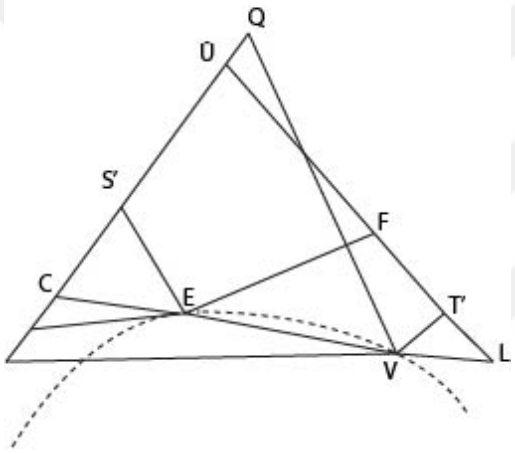
VÛC çapına paralel MH'HB doğrusu çizildiğinde HM . MH' = H'B . BH = BH . HM = BH' . H'M = $\hat{U}C^2$ olduğundan; RE . EF' = HM. MH' olup geriye kalan çarpımlar da birbirine eşit olmakla BH = MH' doğrusuna, MH = BH' doğrusuna eşit olur.

Teorem 40

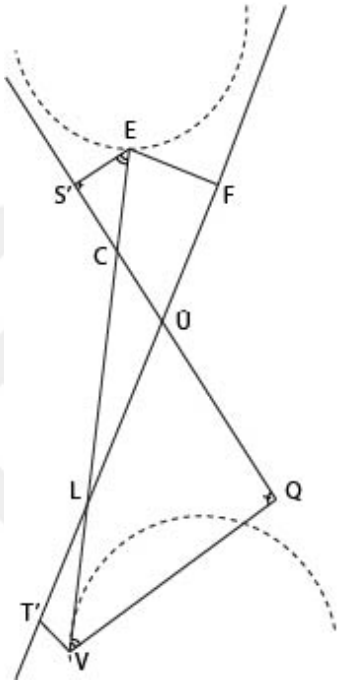
[271] Bknz. Sözlük.

Hiperbolde iki nokta belirlenip, bu noktalardan asimptotların biriyle sınırlanan ve birbirine paralel olan iki doğru çizilip, aynı şekilde bu noktalardan asimptotların diğeriyle sınırlanan ve yine birbirine paralel iki doğru daha çizildiğinde; işte bu ilk iki doğrunun ikinci iki doğruyla sırasıyla çarpımları birbirine eşit olur. **(Şekil 106, 107).**

Şekil 106.



Şekil 107.



Mesela, E hiperbolünde keyfi E, V noktaları belirlenip, işte bu noktalardan asimptotların biriyle sınırlanan ve birbirine paralel ES', VQ doğruları çizilip, aynı şekilde bu noktalardan asimptotların diğeriyle sınırlanan ve birbirine paralel EF, VT' doğruları da çizildiğinde; (S'E . EF) = (VQ . VT') olur.

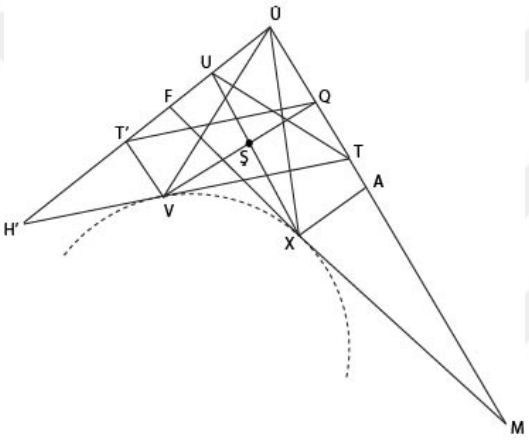
Zira, EV noktaları arası birleştirildiğinde asimptotlarını C, L noktalarında kesip eğri ile söz konusu doğrular arasında bulunan EC, VL doğruları ve aynı şekilde EL,VC doğruları birebirine eşit olduğundan (Teorem 38, Sonuç 2) EL : VL = CV : EC olur. Aynı şekilde ΔEFL ≅ ΔVT'L ve ΔVQC ≅ ΔES'C üçgenlerinin benzerliğinden EL : VL = EF :

VT' olur. Aynı şekilde, CV : EC = VQ : S'E olup, EF : VT' = VQ : S'E olmakla, (S'E . EF) = (VQ . VT') olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Hiperbolün herhangi V, X noktalarından asimptotlara paralel VT', VQ, XU, XA doğruları çizildiğinde bu doğrular ile asimptotlardan meydana gelen UXAÛ, QVT'Û paralel kenarları birbirine eşit olurlar. Zira (UX . XA) = (T'V . VQ) olup, söz konusu çarpımlar ile adı geçen paralel kenarlar Û açısında ortak olduklarından kenarları karşıt denk orantılı[272] olup birbirine eşit olurlar (Ek not 109)[273] **(Şekil 108).**

Şekil 108.



Sonuç 2:[274]

---

[272]**Tekâfu:** Karşıt denk. İki dörtgen varken 1. dörtgendeki küçük kenarın, 2. dörtgendeki büyük kenara oranının, 2. dörtgendeki küçük kenarın 1. dörtgendeki büyük kenara oranına eşit olması kast edilmiştir.

[273] **Ek not 109:** Zira, ΔUXA = ΔQVT' olup (Söz konusu teorem) UX : QV = VT' : AX ve keza, AÛ : ÛT' = ÛQ : QU olup UXAÛ, QVS''Û paralel kenarlarının Û ortak açısının ve kenarları da karşıt denk olduklarından birbirine eşit olur.

[274] Metinde Sonuç 2 yerine 3 yazmaktadır.

Bahsedilen paralel kenarların yarıları olan ΔÛUX = ΔÛVT' olurlar.

Sonuç 3:

Asimptotların birine paralel ve diğerine ordinat doğrusu olan XU, VT' doğrularının birbirine oranı, Û merkezinden bu ordinat doğrularının kestikleri uzaklıkları olan ÛT', ÛU doğrularına ardışık orantılı olur. Zira, bahsedilen dikdörtgenlerin, paralelkenarların ve üçgenlerin açıları eşit olduğundan kenarları karşıt denk orantılı olup, XU : VT' = ÛT' : ÛU olur.

Sonuç 4:

X, V noktalarından H'T, MF[275]teğetleri çizilip asimptotlarını kesinceye dek uzatıldığında X, V noktalarında ikiye bölünüp (Teorem 38) asimptotları ile teğetlerden eğri üzerinde meydana gelen ΔÛFM, ΔÛH'T üçgenleri birbirine eşit olurlar. Zira bu üçgenler UXAÛ, T'VQÛ paralel kenarlarının 2 katı (Ek not 110)[276], ΔÛAX, ΔÛVT' üçgenlerinin de 4'er katları olduklarından, birbirine eşit olurlar **(Şekil 108)**.

Sonuç 5:

---

[275] Metinde EX, MH', VT teğetleri yazmaktadır.

[276] **Ek not 110:** Zira, AX // FÛ olup, $\widehat{MXA} = \widehat{XFU}$ ve $\widehat{FUX} = \widehat{U\hat{U}A} = \widehat{MAX}$, FX = XM olduğundan ΔFXU = ΔMXA olur. Keza AX // FÛ'dan FX : XM = ÛA : MA olup FX = XM olduğundan ÛA = MA olup, ΔÛXA, ΔMXA üçgenleri ÛM, UX paralel çizgileri arasında bulunduklarından birbirlerine eşit olurlar (tabanları eşit ve yükseklikleri aynı). Şimdi ΔFXU = ΔUXÛ = ΔÛXA = ΔMXA olup, ΔÛFM bu üçgenlerin toplamına veya 4. ΔUXÛ'ye eşit olduğundan ÛUXA paralelkenarına da eşit olur.

UXVT', AXVQ çeşit kenarlı şekilleri birbirine eşit olurlar. Zira, ÛT'VQ = ÛUXA olup; ÛUŞ'Q ortak şekli çıkarıldığında geriye kalan TVŞ'U = AXŞ'Q şekli olur. İşte bu eşitlere VŞ'X şekli eklendiğinde, UXVT', AXVQ çeşit kenarlı şekilleri birbirine eşit olurlar **(Şekil 108)**.

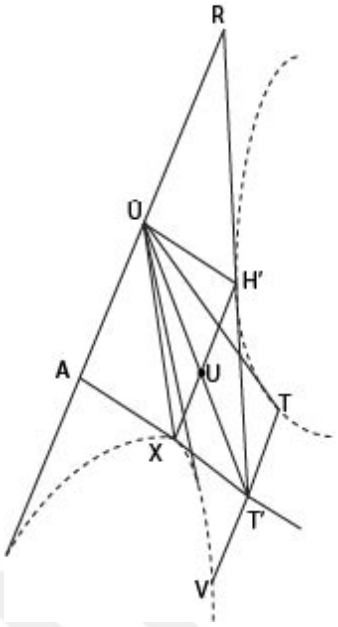
Sonuç 6:

ÛXV çeşit kenarlı şekli XUT'V veya AXVQ çeşit kenarlı şekline eşit olur. Zira ΔÛUX = ΔÛT'V olup (Sonuç 2) ÛUF' ortak üçgeni çıkarıldığında, VT'UF' = ΔV'ÛX olup, işte bu eşitlere VF'X şekli eklendiğinde, ÛXV çeşit kenarlı şekli (XUT'V veya ona eşit olan AXVQ çeşit kenarlı şekline eşit olur.

Teorem 41

Tepeleri karşılıklı olmayan hiperbollerin asimptotların kesişim noktasında meydana gelen açılar 180°'ye eşit olarak asimptotların birine paralel ve bu kesiti kesen iki doğru parçası çizildiğinde işte bu asimptot diğer doğru parçasını orantılı olarak böler.

Şekil 109.



Mesela, **(Şekil 109)** Res'en mütekabil olmayan X, TH' hiperbollerin AR, ÛT' asimptotların Û kesişim noktasında meydana gelen $\widehat{A\hat{U}T'} + \widehat{T'\hat{U}R} = 180°$'ye olmak üzere AR asimptota paralel ve söz konusu kesiti keserek XH', VT doğru parçaları çizildiğinde işte bu ÛT' asimptotu bahsedilen diğer doğru parçasını U, T' noktalarında ardışık orantılı böler. Yani XU : H'U = VT' : TT' olur. Zira ÛT' asimptotun ordinat doğruları olan XU : VT' doğruları Û merkezinden söz konusu doğruların kestikleri ÛT', ÛU uzaklıkları ile karşıt denk orantılı olup (Teorem 40, Sonuç 3) H'U, TT' ordinat doğruları de bu oran üzere olduğundan XU : VT' = H'U : TT' olup, bedel tarikiyle de XU : H'U = VT' : TT' olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

UXVT' çeşit kenarı : H'UT'T çeşit kenarı = XU : H'U olur. Zira söz konusu doğrulara paralel çizilen tüm doğrular XU doğrusunun H'U doğrusuna oranı gibi olduğundan bu çeşit kenarlılar bu oran üzere olurlar (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 2).

Sonuç 2:

Û merkezinden ÛX, ÛV, ÛT, ÛH' doğruları birleştirildiğinde meydana gelen ÛX, ÛV[277], ÛT, kesitlerinin birbirine oranı XU doğrusunun H'U doğrusuna oranı gibi olur. Zira söz konusu kesitler, söz konusu çeşit kenarlılara eşit olurlar (Teorem 40, Sonuç 6).

Sonuç 3:

X, H' noktalarından asimptotlarla sınırlanan XT', H'T' teğetleri çizilip X, H' noktaları arasına birleştirilen XH' doğrusu AÛR asimptotuna doğrusuna paralel olur. İşte bu XT', H'T' teğetleri T' noktasında kesişirler. Zira, RÛ doğrusu H'U doğrusuna farz edelim ki paralel olsun, buna göre RH' : H'T' = ÛU : UT' olup RH' = H'T' olduğundan, ÛU = UT' olup, AX = XT' olmakla, T' noktası bu teğetlerin kesişim noktası olur.

Sonuç 4:

ÛT' asimptotunun T' noktasından bu kesmeye T'H', RT', XA teğetleri çizilip değme noktaları arasında birleştirilen XH' doğrusu, diğer asimptot olan AÛR doğrusuna paralel olur. Zira bu teğetler değme noktalarında ikiye bölünüp XH' doğrusu, RT', T'A doğrularını belirli bir oranla böldüğünden H'X doğrusu AR doğrusuna paralel olur.

Sonuç 5:

Asimptotu ile eğri arasında bulunan ΔÛAT' : ΔÛT'R = XU : UH' olur. Zira söz konusu üçgenler paralel doğrular arasında bulunmakla bu üçgenlerin birbirine oranı ÛA,

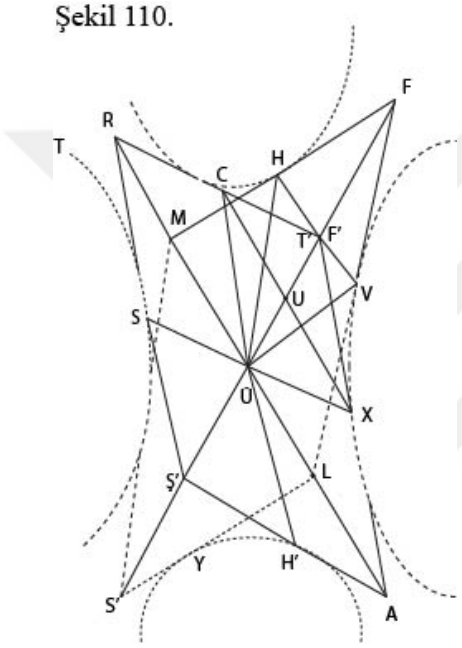
[277] Metinde VH', yazmaktadır. Ancak şekil 109'da böyle bir çizgi yoktur.

ÛR tabanlarının birbirine oranı gibi olur. Fakat ÛA : ÛR = XU[278] : UH' olduğundan ΔÛAT' : ΔÛT'R = XU : UH' olur.

Teorem 42

Hiperbolde büyük çapın eşleniği olan küçük çapın üzerine bir hiperbol daha çizildiğinde, ilk hiperbolün büyük çapı 2. hiperbolün küçük çapı asimptotları da birbirine eş olmak üzere bulunan kesmelerde ortak olurlar.

Şekil 110.



Mesela, XS büyük çapının eşleniği olan ve H'C ikinci çapında H'YCH[279]hiperbolü çizildiğinde **(Şekil 110)** XS büyük çapı işte bu H'YCH hiperbolünün kesitinin 2. çapı (küçük çap) olup, AR, S'F asimptotları birbirine eş olmak üzere bulunan kesmelerde ortak olurlar.

---

[278] Metinde HU yazmaktadır. Şekil 109'da H harfi yoktur.

[279] Metinde H'YCC yazmaktadır.

Zira C, X noktalarından çizilen CT', XT' teğetleri T' noktasında kesişip XS, H'C çaplarının veya ÛX, ÛC yarıçaplarının ordinat doğrularına paralel olup, ÛT' doğrusu da birleştirildiğinde ÛXCT' paralelkenarında $XT'^2 = \hat{U}C^2 = \frac{1}{4}$. XS . [latus rectum] olur. Aynı şekilde $CT'^2 = \hat{U}X^2 = \frac{1}{4}$. CH' . [latus rectum] olur. Buna göre ÛT' doğrusu XV, CH kesmelerinin ortak asimptotu olur (Teorem 37).

Aynı şekilde H'Y kesitinde H'A teğeti çizilip T'X teğeti de X noktası tarafında uzatıldığında A noktasında kesişen H'AXÛ[280] paralelkenarının XA, H'A kenarları ÛH', ÛX eşlenik yarı çaplarına eşit olur. AÛ doğrusu Û tarafında uzatıldığında VX, YH' kesmelerinin ortak asimptotu olur. Buna göre S'Û, FA, ÛR doğruları birbirine eş olan dört kesmenin ortak asimptotları olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

X, C değme noktaları arasında birleştirilen XC doğrusu, ÛT' asimptotunu U noktasında ikiye ayrılır. Zira ÛXT'C paralelkenarının XC, ÛT' çapları birbirini ikiye ayırdığından XC doğrusu ÛT' asimptotunu U noktasında ikiye böler.

Sonuç 2:

XC // AR olup (Teorem 41, Sonuç 4) XU : XC = VF' : F'H de olduğundan (Teorem 41) herhangi FH, FV teğetlerinin değme noktaları arasında birleştirilen VH doğrusu AR doğrusuna paralel olup F' noktasında ikiye bölünür.

Sonuç 3:

FHM doğrusu H noktasında, ÛF doğrusu da F' noktasında ikiye bölündüğünden (Teorem 38) merkezden değme noktalarına çıkartılan ÛH, ÛV doğruları kendi

[280] Metinde H'AXC yazmaktadır.

kesitlerinin eşlenik yarı çapları olan FV, FH doğrularına paralel olurlar (FV // ÛH, FH // ÛV). Zira FH = ÛV ve FV = ÛH olup, yani ÛV doğrusu ÛH çapının ordinat doğrusuna, ÛH doğrusu da ÛV çapının ordinat doğrusuna paralel olur.

Sonuç 4:

ΔÛXU = ΔÛVF' olup (Teorem 40, Sonuç 2), işte bu üçgenlerin 4'er katlarına eşit olan ÛXT'C, ÛVFH paralel kenarları da birbirine eşit olurlar.

Sonuç 5:

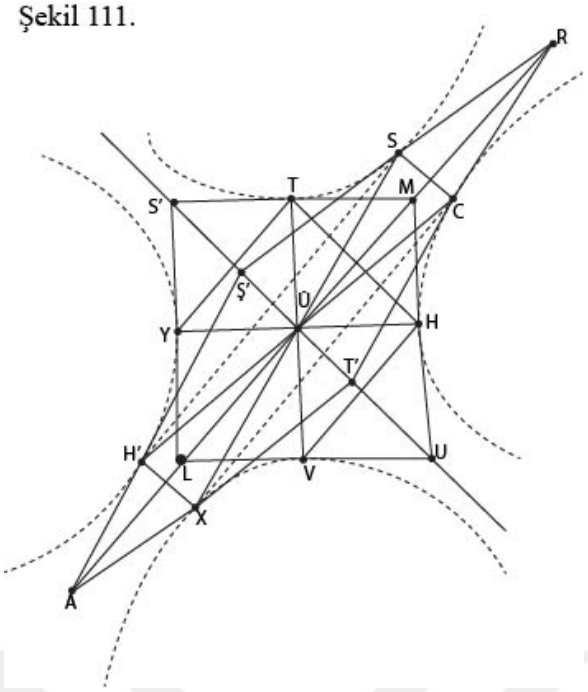
ΔÛAT' = ΔÛLF üçgenleri birbirine eşit olup (Teorem 40, Sonuç 4) eşlenik çapların uçlarından çizilen teğetlerden meydana gelen FLS'M, AT'RŞ'[281] paralelkenarları da adı geçen üçgenlerin veya ÛVFH, ÛXT'C paralel kenarlarının 4'er katlarına eşit olduğundan (Teorem 40, Sonuç 4) bahsedilen paralelkenarlar da birbirine eşit olurlar.

Sonuç 6:

Eşlenik çapların uçlarından çizilen teğetlerin değme noktaları araları birleştirildiğinde meydana gelen YVHT, H'XCS paralelkenarları birbirine eşit olurlar. Zira birbirine eşit olan ULS'M, AT'RŞ' paralel kenarlarının yarıları veya birbirine eşit olan ΔÛXC, ΔÛVH üçgenlerinin 4'er katları olmakla birbirine eşit olurlar **(Şekil 111)**.

[281] Metinde AT'VŞ' yazmaktadır.

Şekil 111.



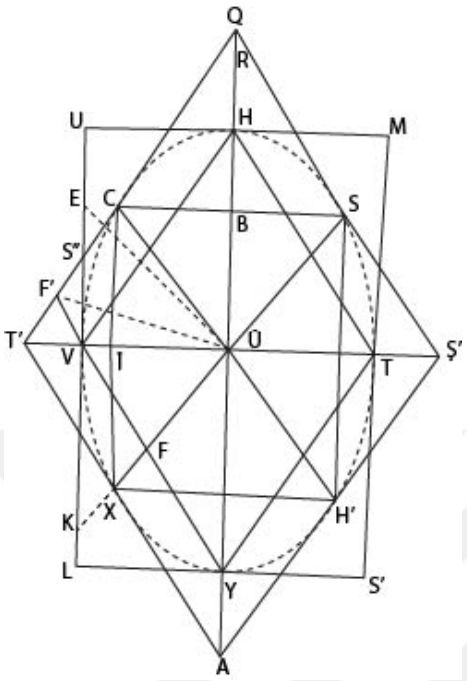
Teorem 43

Elipste eşlenik çapların uçlarından çizilen teğetlerden meydana gelen paralelkenarlar birbirine eşit olur. Aynı şekilde eşlenik çapların uçlarına birleştirilen doğrulardan meydana gelen paralelkenarlar da birbirine eşit olurlar.

Mesela, elipste TV, YH, XS, H'C eşlenik çapların uçlarından çizilen teğetlerden meydana gelen ULS'M, AT'RŞ' paralelkenarları **(Şekil 112)** ve aynı şekilde söz konusu tarafların uçları arasına birleştirilen doğrulardan meydana gelen YVHT, H'XCS paralel kenarları birbirine eşit olurlar. Zira herhangi V, C noktaları arası birleştirilip, V noktasından da XS çapına, T'C doğrusunu F' noktasından kesen VF ordinat doğrusunu çizilip; C noktasından da HY çapına VU doğrusunu E noktasında kesen, CB ordinat doğrusunu çizildiğinde; ÛVEB paralel kenarıyla ΔÛVC, ÛV tabanı üzerinde ÛV, FB paralel doğruları arasında bulunup; aynı şekilde ÛFF'C paralel kenarıyla ΔÛVC, ÛC

tabanı üzerinde ÛC, FF' paralel doğruları arasında bulunduğundan işte bu paralel kenarlardan her biri [2.ΔÛVC]'ye eşit olup birbirine de eşit olurlar.

Şekil 112.



Şimdi ÛH yarıçapıyla CR teğeti Q noktasında, ÛX yarıçapıyla VL teğeti K noktasında VL, CQ teğetler de S" noktasında kesişmeleriyle meydana gelen QÛKS", ÛHUV, ÛVEB paralel kenarlarının ÛQ, ÛH, ÛB tabanları ardışık olarak orantılı olur (Teorem 9, Sonuç 11). Yükseklikleri de eşit olmakla QÛKS" : ÛHUV = ÛHUV : ÛVEB olur. Böylece ÛK, ÛX, ÛE tabanları da ardışık olarak orantılı olup (Teorem 9, Sonuç 11), yükseklikleri de eşit olduğundan QÛKS" : ÛXT'C = ÛXT'C : ÛFF'C olup. ÛHUV, ÛXT'C paralelkenarları, QÛKS", ÛVEB paralelkenarları arasında veya QÛKS", ÛFF'C paralelkenarları arasında geometrik ortalama (orta orantı) olmakla; ÛHUV = ÛXT'C olur.

İşte bu bahsedilen paralelkenarlardan her biri ULS'M ve AT'RŞ' paralelkenarlarından her birinin çeyreğine eşit olmakla, ULS'M = AT'QŞ' olurlar. Yine $\Delta\hat{U}HV = \frac{1}{2}$. ÛHUV olup, $\Delta\hat{U}XC = \frac{1}{2}$. ÛXT'C olmakla YVHT, H'XCS paralelkenarları

ÛHUV, ÛXT'C paralelkenarlarının 2 katları olmakla birbirine eşit olur böylece istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

ÛH doğrusu B noktasında ÛX doğrusu F noktasında belirli bir oranla bölünüp yani ÛH : ÛB = ÛX : ÛF olur. Zira QÛKS" paralelkenarı: ÛVEB paralelkenarı = QÛKS" : ÛFF'C (veya ona eşit olan ÛVEB) olmakla, QÛKS" : ÛVEB = ÛQ : ÛB olur. Aynı şekilde ÛQKS" : ÛFF'C = ÛK : ÛF olmakla, ÛQ : ÛB = ÛK : ÛE olur.

Şimdi ÛQ, ÛH, ÛB doğruları ardışık olarak orantılı olup, ÛQ : ÛH = ÛH : ÛB tekrarlayarak[282] ve böylece ÛK, ÛX, ÛF doğruları ardışık olarak orantılı olup, ÛK : ÛX = ÛX : ÛF de tekrarlayarak olduğundan ÛH : ÛB = ÛX : ÛF olur. Böylece YH, VT, XS, H'C eşlenik çaplarının VT çapının V noktasından, XS çapına VF ordinat doğrusu çizilip C noktasından da YH çapına CB ordinat doğrusu çizildiğinde, XS, YH çapları bu ordinat doğruları ile söz konusu oranla bölünür. Yani $\frac{(\text{XS} \,/\, 2.\hat{\text{U}}\text{X})}{\hat{\text{U}}F} = \frac{(\text{YH} \,/\, 2.\hat{\text{U}}\text{H})}{\hat{\text{U}}B} = \frac{FX}{BH}$ [283]olur.

---

[282] Musennat (iki katını almak) bit-tekrir (tekrarlayarak) 1:2:4…gibi oranlardır. Varsayalım ki ÛQ =4k, ÛH = 2k, ÛB = k olsun, ÛQ : ÛH = ÛH : ÛB işlemi $\frac{4k}{2k} = \frac{2k}{k} = \frac{1}{2}$ olur. Metinde bu oran yanlış olarak ÛQ : ÛB = ÛH : ÛB şeklinde verilmiştir ki bu ancak ÛQ = ÛH durumunda sağlanabilir. Ancak şekil 112'de de görüleceği gibi ÛQ > ÛH'dir. Dolayısıyla orantı bizim yeniden kurduğumuz gibi olmalıdır. Aynı hata bir satır sonraki ÛK : ÛF = ÛX : ÛF işleminde de yapılmıştır.

[283] Metinde bu işlem yerine "XS 2.ÛX : ÛF = YH 2ÛH : ÛB = FX : BH" yazmaktadır ki bu haliyle işlem hatalıdır. Bizim tahmin ederek yeniden yapılandırdığımız denklem ise, XS = 2.ÛX = 4.ÛF, YH = 2.ÛH = 4.ÛB halinde geçerlidir.

Sonuç 2:

XS, H'C eşlenik çaplarının XC uçlarından diğer eşlenik çaplarının uçlarına XÎ, CB ordinat doğruları çizildiğinde VT, HY çapları adı geçen ordinat doruları ile Î, B noktalarında belirli bir oranla bölünür. Yani TÎ : VÎ = YB : BH olur. Zira XÎ ordinat doğrusu VK teğetine paralel olup VÛ : ÛÎ = ÛK : ÛX = ÛX : ÛF (Teorem 9, Sonuç 2) ve = ÛH : ÛB (Sonuç 1) olmakla VÛ : ÛÎ = ÛH : ÛB olup, VÛ : VÎ = ÛH : ÛB de olup terimlerin 2'şer katı alındığında VT : VÎ = YB : BH olup, çıkarma yoluyla da TÎ : VÎ = YB : BH olur[284].

Sonuç 3:

(TÎ . VÎ) : (YB . BH) = ÛV^2 : ÛH^2 olup (Ek not 111)[285] ve = TV : YH de olup ve = TV: [latus rectum] (Teorem 13, Sonuç 2) ve = (TÎ . VÎ) : $X\hat{I}^2$ (Teorem 6, Sonuç 6) ve = CB^2 : (YB . BH) (Ek not 112)[286] olmakla $X\hat{I}^2$ = (YB . BH) ve CB^2 = (TÎ . ÎV) olur.

---

[284] VT : VÎ = YB : BH = TÎ : VÎ ⇔VT = TÎ fakat VT ⊃ ÎT ∴ VT ≠ TÎ.

[285] **Ek not 111:** Zira, TÎ : VÎ = YB : BH olup, (Sonuç 2) VÎ : BH = TÎ : YB olur. Keza, VÛ : VÎ = ÛH : BH olup, VÛ : ÛH = VÎ : BH olur. VÛ : ÛH = TÎ : YB de olur. $V\hat{U}^2$: ÛH^2 = (TÎ . VÎ) : (YB . BH) olur.

[286] **Ek not 112:** Zira, (TÎ. VÎ) : $X\hat{I}^2$ = VT : [latus rectumu] (Teorem 13, Sonuç 2). Fakat, YH'nin latus rectumunun YH çapına oranı = CB^2 : (YB . BH) olduğundan (Teorem 6, Sonuç 2). (TÎ . VÎ) : $X\hat{I}^2 = CB^2$: (YB . BH) olur.

Teorem 44

Elipste eşlenik çapların kareleri toplamı, o kesitlerin eksenlerinin kareleri toplamına eşit olur.

Mesela, XS, H'C eşlenik çapların kareleri toplamı YH, TV eksenleri kareleri toplamına eşit olur. Zira, YH, TV eksenlerine C, X noktalarından CB, XÎ ordinat doğruları çizildiğinde $\hat{U}X^2 = X\hat{I}^2 + \hat{U}\hat{I}^2$ ve $\hat{U}C^2 = \hat{U}B^2 + CB^2$ olur. Fakat $X\hat{I}^2$ = (YB . BH) ve CB^2 = (TÎ . ÎV) olduğundan (Teorem 43, Sonuç 3) $\hat{U}X^2 + \hat{U}C^2$ = (YB . BH) + (TÎ . ÎV) $+ \hat{U}\hat{I}^2 + \hat{U}B^2$ toplamlarına eşit olur[287]. Fakat (YB . BH) + $\hat{U}B^2 = \hat{U}H^2$ ve (TÎ . ÎV) $+ \hat{U}\hat{I}^2 = \hat{U}V^2$ olduğundan (Ek not 16) $(\hat{U}X^2 + \hat{U}C^2) = (\hat{U}H^2 + \hat{U}V^2)$ olur. Bu denklemler 2 ile genişletildiğinde $2.(\hat{U}X^2 + \hat{U}C^2) = 2.(\hat{U}H^2 + \hat{U}V^2)$ eşit olur. İşte bu 2'ler işleme dağıldığında $2.\hat{U}X^2 + 2.\hat{U}C^2 = 2.\hat{U}H^2 + 2.\hat{U}V^2$ ve o da [288] $XS^2 + H'C^2 = YH^2 + VT^2$ eşit olup (Bknz. **Şekil 112**) istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Herhangi eşlenik çapların kareleri toplamı, eksenlerin kareleri toplamına eşit olduğundan; herhangi eşlenik çapların kareleri toplamı, herhangi diğer eşlenik çapların kareleri toplamına eşit olur.

---

[287] Metinde $\hat{U}B^2$ bu toplama eklenmemiştir.

[288] Bu ifadeler tarafımızdan işlemin gereğini açıklayacak şekilde yazılmıştır. Metine bakıldığında burada anlatım karışıklığı ve yanlış bir işlem tarifi görülecektir (Metin s. 182).

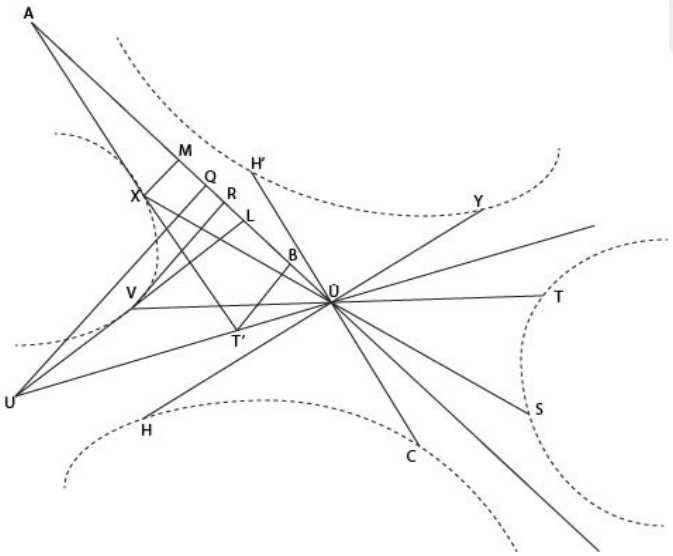
Sonuç 2:

$TH^2 + HV^2 = SC^2 + CX^2$ olur. Zira $TH^2 + HV^2 = 2.(\hat{U}H^2 + \hat{U}V^2)$ ve $SC^2 + CX^2 = 2.(\hat{U}C^2 + \hat{U}X^2)$ olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 19). Fakat $(\hat{U}H^2 + \hat{U}V^2) = (\hat{U}C^2 + \hat{U}X^2)$ olduğundan (Söz konusu teorem) $TH^2 + HV^2 = SC^2 + CX^2$ olur.

Teorem 45 (Şekil 113)

Hiperbolde herhangi eşlenik çapların kareleri arasındaki fark, herhangi diğer eşlenik çapların kareleri arasındaki farka eşit olur.

Şekil 113.



Mesela, hiperbolde H'C, XS eşlenik çapların kareleri arasındaki fark, herhangi YH, TV diğer eşlenik çaplarının kareleri arasındaki farka eşit olur. Zira X, V noktalarında

asimptotlarıyla sınırlanan AX, VL[289], VU teğetleri çizilip, AX doğrusu ÛH' yarıçapına, VL doğrusu da ÛY yarıçapına eşit olmakla (Teorem 42, Sonuç 3) bu teğetler de H'C, YH eşlenik çaplarına eşit olurlar. Aynı şekilde X, T', V, U noktalarından ÛA asimptotu üzerine XM, T'B, VR, UQ dikleri uzatıldığında AX = XT' olup, XM // T'B olduğundan AX : XT' = MA : MB olup, MA = MB olur.

Şimdi $\hat{U}X^2 = \hat{U}M^2 + MX^2$; $AX^2 = MA^2 + MX^2$ olup, MX^2 ortak terimi çıkartıldığında ($\hat{U}X^2 - AX^2$) veya ($\hat{U}M^2 - MA^2$) = $\hat{U}M^2 - MB^2$ = (AÛ . ÛB) olur (Ek not 53). Aynı şekilde $\hat{U}V^2 - VL^2 = R\hat{U}^2 - RL^2 = R\hat{U}^2 - RQ^2$= (QÛ . ÛL) olur (Ek not 113)[290].Fakat ΔÛLU = ΔÛAT' olup, $\hat{U}$ da ortak olduğundan (Teorem 40, Sonuç 4) ÛB : ÛQ = ÛT' : ÛU = LÛ : ÛA olup, (AÛ . ÛB) = (QÛ . ÛL) olmakla $\hat{U}X^2 - AX^2 = \hat{U}X^2 - \hat{U}H'^2 = \hat{U}V^2 - VL^2 = \hat{U}V^2 - \hat{U}Y^2$ olur. İşte bu adı geçen karelerin 4'er katı alındığında $XS^2 - H'C^2 = VT^2 - YH^2$ olup istenilen ispatlanmış olur.

Teorem 46

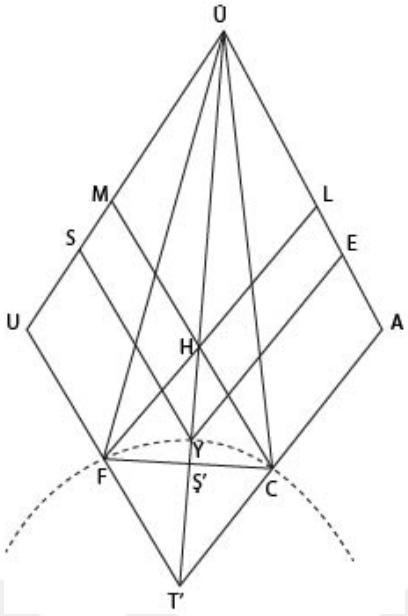
Hiperbolde asimptotlardan biri üzerinde merkez noktasından ardışık olarak orantılı olan 3 uzaklık alınıp, işte bu uzaklık noktalarından diğer asimptota paralel, eğriyi de 3 noktada kesen 3 doğru çizildiğinde, işte bu paralel doğrulardan meydana gelen alanlar birbirine eşit olurlar **(Şekil 114)**.

---

[289] Metinde T'L yazmaktadır.

[290] **Ek not 113:** Zira RV // UQ olup, UV: VL = QR : RL olup, UV =VL olduğundan QR = RL olur. Şimdi, $\hat{U}V^2 = VR^2 + \hat{U}R^2$ ve $VL^2 = VR^2 + RL^2$ olmakla $\hat{U}V^2 - VL^2 = VR^2 + \hat{U}R^2 - VR^2 - RL^2 = \hat{U}R^2 - RL^2$= (QÛ. ÛL) olur (Lamiha 53.)

Şekil 114.



Mesela, hiperbolde ÛA asimptotu üzerinde Û merkezinden ardışık olarak orantılı olarak ÛL, ÛE, ÛA uzaklıkları alınır. Bu L, E, A noktalarından ÛU asimptotuna paralel eğriyi de F, Y, C noktalarında kesen LF, EY, AC doğruları çizildiğinde işte bu söz konusu paralel doğrulardan meydana gelen A(LFYE) = A(EYCA) olur. Zira ÛLFU, ÛEYS paralelkenarları tamamlanıp olunup UF, CA doğruları T' noktasında kesişinceye dek uzatıldığında ÛA : ÛE = ÛE : ÛL olur. Böylelikle ÛA : ÛE = EY: CA da olduğundan (Teorem 40, Sonuç 3) ÛE : ÛL = EY: CA olup ÛLHM, ÛEYS şekilleri benzer olur.

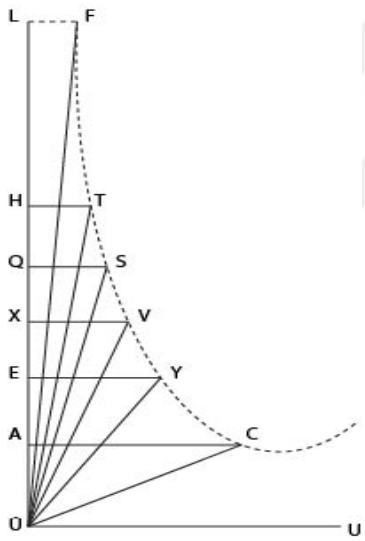
Aynı şekilde LF : YE = ÛU : ÛS = ÛE : ÛL = ÛA : ÛF olmakla ÛAT'U, ÛEYS, ÛLHM paralelkenarları birbirine benzer olduğundan ÛT' çapı H, Y açılarından geçer. Şimdi FC doğrusu birleştirildiğinde FHCT' paralel kenarının çapı olup ÛHT' doğrusuyla Ş' noktasında ikiye ayrılıp adı geçen FC doğrusu hiperbolün Y tepe noktasından geçen HYŞ' çapının ordinat doğrusu olur. Şimdi ΔÛFŞ', ΔÛCŞ' eş üçgenlerinden FY, Ş'C, YŞ' yarım hiperbolleri çıkarıldığında geriye kalan ÛF = YÛ = CY olurlar. Fakat, söz konusu

kesitler LFYE, EYCA çeşit kenarlıları[291] veya alanlara eşit olduğundan (Teorem 40 Sonuç 6) adı geçen alanlar da birbirine eşit olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Asimptotun biri üzerine Û merkezinden 4 adet orantılı uzaklık belirlenip yani, AÛ : ÛE = QÛ : ÛL olup, diğer asimptota paralel olmak üzere aynı noktalardan AC, EY, QS, LF doğruları çizildiğinde **(Şekil 115)** meydana gelen A(ACYE) = A(SQLF) alanları birbirine eşit olur. Zira, ÛA, ÛL doğruları için ÛX geometrik ortalama (orta orantı) alındığında ÛE, ÛQ doğrularına da orta orantılı olmakla A(CAXV) = A(VXLF) alanına eşit olur (Söz konusu teorem). A(YEXV) = A(VXQS) olduğundan geriye kalan A(ACYE) = A(SQLF) olur.

Şekil 115.



[291] Muhtelit kelimesinin sözlük anlamı, çeşit kenarlı şekildir. Metinde Seyyid Ali Paşa bu kelimeyi bir kenarı hiperbolün kolu üstünde kalan şekiller için kullanmıştır. "Çeşit kenarlı" teriminin bu tarz şekilleri kapsadığı gerekçesiyle biz bu terimi kullandık (Bknz. Şekil 114).

Sonuç 2:

ÛA, ÛE, ÛX, ÛQ, ÛL uzaklıkları ardışık olarak orantılı alınıp, işte bu uzaklık noktalarından AC, EY, XV, QS, LF ordinat doğruları çizildiğinde meydana gelen A(ACYE) = A(EYVX) = A(XVSQ) = A(QSFL) olurlar.

Sonuç 3:

ÛL : ÛQ = ÛQ : ÛX musennat-i bit'tekrir olmakla A(VXLF) = 2. A(VXQS) olur. Şimdi ÛL : ÛQ = ÛQ : ÛX[292] müsellese bit'tekrir olsa A(VXLF) = 3. A(VXQS)[293] olur. Böylece diğer alanlar da birleştirme yoluyla (terkib nisbete göre) hesaplanır (Ek not 114)[294]. Böylece, A(YELF) : A(SQLF) = ÛL : ÛE = ÛL : ÛQ oranı gibi olup, işte bu adı geçen oran *logaritma oranı* üzere olur (Ek not 115)[295].

---

[292] Bu eşitlikleri yanlış vermiştir. ÛL : ÛX = ÛQ : ÛX.

[293] Bu teoremin ve sonuçlarının detaylı açıklamasına Bölüm IV- A'da metnin yorumlanması kısmında yer verilmiştir.

[294] **Ek not 114:** Zira, LÛ : ÛX = QÛ : ÛX musennat-i bit'tekrir olsa LÛ, QÛ, ÛX ardışık orantılı olduğundan A(VXQS) = A(SQLF) olup bu eşitlere A(VXQS) eklendiğinde 2. A(VXQS) = A(VXLF) olur. LÛ : ÛX = QÛ: ÛX müsellese bit'tekrir olsa diğer ÛH doğrusuyla ÛQ, LÛ, ÛX arasında geometrik ortalama (orta orantı)) olup, LÛ : ÛH = ÛH : ÛQ olduğundan A(SQHT) = A(THLF) olur. Keza, ÛH : ÛQ = ÛQ :ÛX olduğundan A(VXQS) = A(SQHT) olur. Şimdi A(VXQS) = A(SQHT) = A(THLF) olduğundan A(VXLF) = 3. A(VXQS) olur. Aynı şekilde LÛ : ÛX =QÛ : ÛX karesine bit'tekrir olsa A(VXLF) = 4. A(VXQS) olur.

[295] **Ek not 115:** Zira, LÛ : ÛE = LÛ : ÛQ musennat-i bit'tekrir olup LÛ, ÛQ, ÛE ardışık orantılı olup, A(YEQS) = A(SQLF) olup, A(YELF) = 2. A(SQLF) ve LÛ : ÛE = LÛ :

Sonuç 4:

Bu alanlarda bahsedilen oran ve eşitlik CÛY, SÛF, VÛS kesmelerinde ve benzeri kesitlerde aynı şekilde olur. Zira her bir kesme kendine ve alanına eşittir (Teorem 40, Sonuç 6).

Sonuç 5:

Buradan anlaşıldığı gibi hiperbolün eğrisi ile asimptotları sonsuza kadar uzatılsalar söz konusu eğri ile doğrulardan oluşan alan da sonsuz olur. Zira ardışık olarak orantılı olan ÛA, ÛE, ÛX benzeri uzaklıklar sonsuzdan meydana gelen alanlar A(ACYE)'ye eşit olması gerektiğinden, işte bu sonsuza uzatılan eğri ile söz konusu asimptotlardan oluşan alan da sonsuz olur.

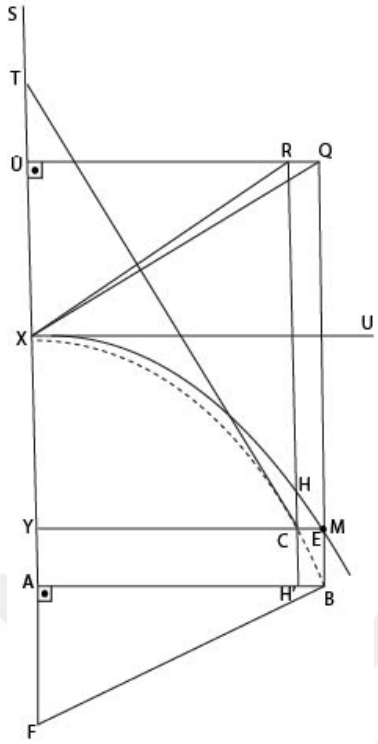
Teorem 47

Latus rectumu, büyük çapına eşit olan ikizkenar hiperbolün ekseni üzerine bir parabol çizilip, bu parabolün herhangi noktasından büyük çapın eşlenik yarıçapını bir noktada, hiperbolü de bir noktada kesen ve aynı zamanda eksene paralel olan bir doğru çizildiğinde; büyük çapın yarısı, merkezden geçen ordinat doğrusu ve çizilmiş doğru arasında bulunan hiperbolik alan[296], yarım eksenle (büyük çapın yarısı) tepe noktasından çizilmiş doğru arasında kalan parabolden meydana gelen çarpıma eşit olur.

ÛQ müsellese bit'tekrir olsa 3. A(YELF) ve eğer karesine bit'tekrir olsa A(YELF) = 4. A(SELF) ve keza $\frac{\text{LÛ: ÛE}}{\text{LÛ: ÛQ}} = \frac{2}{1}$; $\frac{\text{LÛ: ÛE}}{\text{LÛ: ÛQ}} = \frac{3}{1}$; $\frac{\text{LÛ: ÛE}}{\text{LÛ: ÛQ}} = \frac{4}{1}$ olur.

[296] İfadeler tarafımızdan şekil esas alınarak değiştirilmiştir.

Şekil 116.



Mesela, XU latus rectumu XS büyük çapına eşit olan XM ikizkenar hiperbolü ekseni üzerine XB parabolü çizilip, parabolün herhangi B noktasından XS büyük çapının eşleniğini Q noktasında, hiperbolü de M noktasında kesen ve eksene paralel BQ doğrusu çizildiğinde **(Şekil 116)**; ÛXMQ hiperbolik alanı, XÛ yarım büyük çapı ile XB parabolünün, XB eğrisinden meydana gelen çarpıma eşit olur[297].

[297] Bu teorem tamamen yanlıştır. Hiperbolle sınırlanmış bir alanın parabolle sınırlanmış bir alana eşit olduğunu iddia etmektedir. Bu mümkün değildir. Bu teorem büyük ihtimalle Paşa'nın mukaddimede bahsettiği kendine ait teoremi yani konuya "katkısı" olsa gerek! Paşa'nın böyle bir hataya düşmesi bizim değerlendirmemizin haklılığını ispat etmektedir, yani Paşa konuya vakıf değildir.

Zira hiperbole MY ve parabole BA ordinat doğruları çizilip, hiperbolün de B noktasından BT teğeti çizilip, BT teğetine de BF diki uzatılıp, QX doğrusu da birleştirildiğinde ÛX yarım büyük çapı yarım latus rectumuna eşit farz edilip, AF normal altı da latus rectuma eşit olduğundan (Teorem 9, Sonuç 16) AF = ÛX ; AB = ÛQ doğrusuna, $\widehat{FAB} = \widehat{X\hat{U}Q} = 90°$ olduğundan, ΔFAB dik üçgeninde A açısının karşısındaki BF tabanı da, ΔXÛQ dik üçgenindeki QX tabanına eşit olur. Böylece (SY . YX) = YM^2 = $\hat{U}Q^2$ olur. Bunların her birine $\hat{U}X^2$ eklendiğinde, (SY . YX) + $\hat{U}X^2$ = $\hat{U}Q^2$ + $\hat{U}X^2$ olur. Fakat (SY . YX) + $\hat{U}X^2$ = $\hat{U}Y^2$ olmakla (Ek not 53) $\hat{U}Y^2$ = $\hat{U}Q^2$ + $\hat{U}X^2$ olur. Şimdi $\hat{U}Y^2$ = QM^2 olup, $\hat{U}Q^2$ + $\hat{U}X^2$ = QX^2 olduğundan, QM = QX olup, BF = QX de olduğundan, BF = QM olur.

Şimdi, BT teğeti üzerine B noktasına gayet yakın olarak herhangi C noktası belirlenip, C'den BQ doğrusuna paralel H'CR doğrusu çizildiğinde ΔCBH' ≅ ΔBAF olup CB : BH' = BF : FA = QM : ÛX olmakla (MQ . QR) = (ÛX . CB) olur. Böylece C, B noktaları birbirine yaklaştıkça bu noktalar arasındaki parabol eğrisi gayet küçülüp, CR doğrusu MQ doğrusuna yaklaştığından, (MQ . QR) çarpımı da küçülüp, RQ, MH, RE, MQ farkları gayet küçük kalmakla, büyük çapın yarısı olan ÛX'le BX parabol eğrisinden meydana gelen çarpım A(ÛXMQ)'ya eşit olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

QX = QM olduğu zaman, ikizkenar hiperbol çizmek için bir yol vardır: Û merkez iken XÛQ dik açısını oluşturan X noktasından XQ, XR ve benzeri doğruları çizilip Q, R

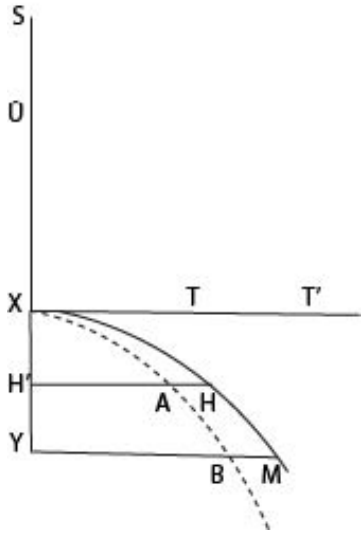
noktalarından ÛX doğrusuna paralel ve XQ, XR gibi doğrulara eşit QM, RH vbg doğruların M, H, X noktalarından geçen eğri ikizkenar hiperbol olur[298].

Teorem 48

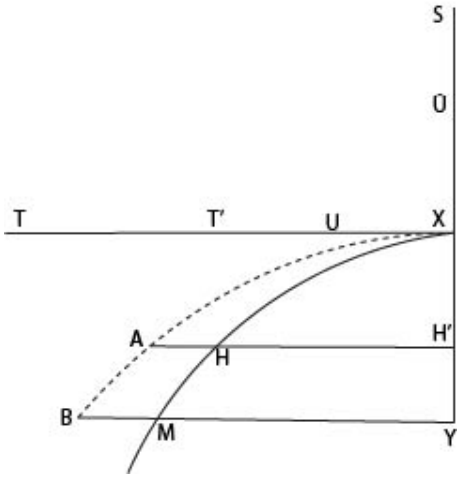
İkizkenar hiperbolün büyük çapı, yani ekseni üzerine herhangi bir diğer latus rectum ile başka bir hiperbol daha çizildiğinde; işte bu diğer latus rectumla, büyük çapın veya birinci latus rectumun geometrik ortalaması (orta orantısı) alındığında, söz konusu hiperbol alanının, ikizkenar hiperbol alanına oranı, diğer latus rectumun orta orantısı alınmış oranı gibi olur.

Mesela, XHM ikizkenar hiperbolün XS büyük çapı, yani ekseni üzerine herhangi (diğer) XT latus rectumu ile XABY hiperbolü çizildiğinde; XT latus rectumuyla XS büyük çapını veya XU latus rectumu arasında XT' orta orantısı alındığında A(XBY) : A(XMY) = XT latus rectum: orta orantısı alınmış XT' olur **(Şekil 117 ve 118)**.

Şekil 117.



Şekil 118.



[298] İfadeler tarafımızdan şekil esas alınarak değiştirilmiştir.

Zira eksene ikizkenar hiperbolünü H noktasında kesen herhangi AH' ordinat doğrusu çizildiğinde BY^2 : (SY . YX) -yani ikizkenar hiperbolün ordinat doğrusu olan MY^2 - = XT : XS (veya XU) olur (Teorem 5, Sonuç 1). Fakat XT : XU = XT^2: XT'^2 de olduğundan BY^2 : YM^2 = XT^2 : XT'^2 olup, BY : YM = XT : XT' olur.

Bu şekilde ispatlanır ki AH' : H'H = XT : XT' olmakla XBY alanında farz edilen tüm doğruların XMY alanında farz edilen tüm doğrulara oranı, XT diğer latus rectumunun, orta orantısı alınmış XT' doğrusuna oranı gibi olmakla (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 12), A(XBY) : A(XMY) = XT : XT' olup istenilen ispatlanmış olur.[299]

Teorem 49

Herhangi parabolün alanı o parabolün üzerine çizilmiş paralelkenar şeklinin 2/3'üne eşit olur **(Şekil 119)**[300].

Mesela, ÛBAY parabolün alanı bu parabolün üzerine çizilmiş CH'ÛY paralelkenar şeklinin 2/3'üne eşit olur. Zira çapına BQ ordinat doğrusu çizilip B

---

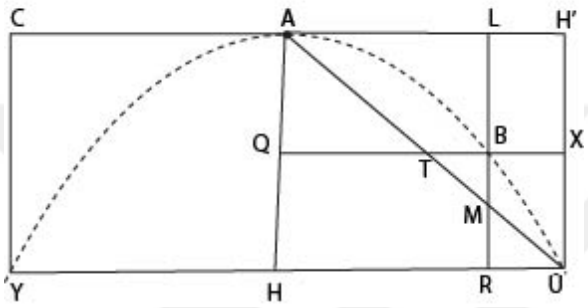
[299] Bu teorem (2. 1). bölümde etraflıca incelenmiştir.

[300] Bu teorem, Archimedes'in *Parabolün Kareleştirilmesi (Quadrature of Parabola)* eserinde mevcuttur. Daha fazla bilgi için bknz. (Heath, 1897: 233 - 252). Bu teoremi calculus yardımıyla kolayca doğrulayabiliriz. $y = x^2$ parabolü y = a, x=$\sqrt{a}$ ve x = -$\sqrt{a}$ doğrularıyla sınırlanmış olsun, parabolün dışında kalan dörtgenin alanı $2\sqrt{a}\,.\,a = 2.a^{\frac{3}{2}}$ olur. Parabolün altında kalan alan $\int_{-\sqrt{a}}^{\sqrt{a}} x^2\ .\ dx = \frac{2}{3}.a^{\frac{3}{2}}$ olduğundan içinde kalan alan da bu ikisinin farkından $2.a^{\frac{3}{2}}$ - $\frac{2}{3}.a^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}.a^{\frac{3}{2}}$ olacaktır. Gerçekten de $\frac{4}{3}.a^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}\ .\{2.a^{\frac{3}{2}}\}$ olur.

noktasından da AH çapına paralel RBL doğrusu çizilip AÛ doğrusu da birleştirildiğinde BQ çapını T noktasında LR çapını da M noktasında keser.

Şimdi AH'ÛH paralelkenarıyla ΔAÛH''nin AH' tabanı üzerinde (döndürmek suretiyle) AH'ÛH silindiriyle AÛH konisi elde ettiğimizi hayal ettiğimizde bu koni, silindirin 1/3'ü (sülüsü) olup (Usul-i Hendese, Kitap 8, Teorem 22), LR veya MÛ yarıçapı olan dairenin ML yarıçapı olan daireye oranı LR^2 veya $M\hat{U}^2$'nin ML^2'ye oranı gibi olur.

Şekil 119.



Böylece $AH'^2 : AL^2 = \hat{U}H^2 : QB^2$ = HA : AQ (Teorem 4) = RL : LB olduğundan, silindirin içinde çizilmiş olan dairelerin, silindirin birbirine eşit dairelerine oranı, paralelkenarın eşit kenarlarının, ABÛ parabol alanının içinde bulunan doğrularına oranı gibi olur. Yani ΔÛAH''den meydana gelen koninin AH'ÛH paralelkenarından meydana gelen silindire oranı, ABÛH' parabol alanının söz konusu paralelkenara oranı gibi olur. Fakat, silindir, koninin 3 katı olduğundan, söz konusu paralelkenar söz konusu alanın 3 katı olup, geriye kalan ABÛH söz konusu paralelkenarın 2/3'üne eşit olur. İşte bu eşitler, iki eşit kısma ayrıldığında ÛAY parabol alanı CH'ÛY paralel kenarının 2/3'üne eşit olup, istenilen ispat edilmiş olur.

Sonuç 1:

Parabolün alanının, içinde çizilmiş olan üçgen alanına oranı 4/3 olur. Zira, parabol alanının üzerine çizilmiş paralelkenarın alanına oranı 2/3 olup; paralelkenarın alanının da

içinde bulunan üçgen alanına oranı 2/1 olduğundan; parabol alanının bu üçgen alanına oranı 4/3 olur (Ek not 116)[301].

Sonuç 2:

ABÛH parabol alanının BQ ordinat doğrusu ile ayrılan ABQ parabol alanına oranı $H\hat{U}^3 : QB^3$ olur. Zira A(ABQ) = $\frac{1}{3}$. A(AQBL) olup; ABÛH : ABQ = AHÛH': AQBL yani HÛ, QB tabanlarının oranıyla HA, QA yüksekliklerinin oranından oluşur. Fakat, HA : QA = HX^2: QB^2 olup, HA : QA = HÛ : QB musennat-i bit'tekrir olduğundan söz konusu alanların birbirine oranı HÛ, QB ordinat doğrularının birbirine oranı gibi müsellese bit'tekrir olup yani, HÛ parabolünün QB parabolüne oranı gibi olur.

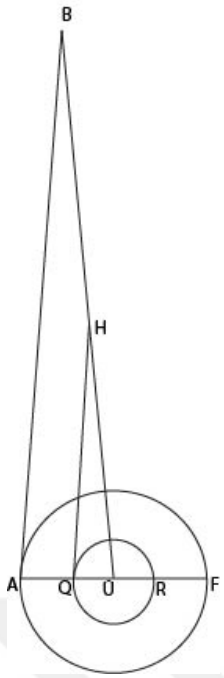
Teorem 50

Herhangi dairenin yüzey yüksekliği, söz konusu dairenin yarıçapına eşit ve tabanı da çevresine eşit olan üçgen dik açıya eşit olur **(Şekil 120)**.

---

[301] **Ek not 116:** (Yazarın bu ek notta ne söylemek istediği anlaşılmamaktadır. Dolayısıyla bu ek notta tahmini bir yeniden yapılandırma yapmak durumunda kaldık) Zira, $\frac{\mathrm{A(AB\hat{U}H)}}{\mathrm{A(AH\hat{U}H')}} = \frac{4A}{6A}$ (Söz konusu teorem) ve buna göre $\frac{\mathrm{A(AH\hat{U}H')}}{\mathrm{A(AH\hat{U})}} = \frac{6A}{3A}$ (Usul-i Hendese, Kitap 1, Teorem 12) olsun. Buna göre $\frac{\mathrm{A(AB\hat{U}H)}}{\mathrm{A(AH\hat{U})}} = \frac{4A}{3A}$ olur (Bknz. Şekil 119).

Şekil 120.



Mesela, AF çapı üzerinde bulunan dairenin yüzey yüksekliği AÛ (=ÛF = r olsun) yarıçapı olup, AB = Ç(AF) (= 2πr) olan ÛAB üçgeni dik açıya eşit olur. Zira AÛ yarıçapı üzerinde keyfi bir Q noktası belirlenip Û merkezinden ÛB uzaklığıyla, QR eş merkezli daireleri çizilip, Q noktasından da AB tabanına paralel QH doğrusu çizildiğinde, AB : QH = Ç(AF) : Ç(QR) olup; AB tabanı AF dairesinin çevresine eşit olduğundan, QH doğrusu da QR dairesinin çevresine eşit olur. Bu şekilde ispatlanır ki ΔÛAB'nin AB tabanına paralel çizilen tüm doğruların uzunlukları, eş merkezli dairelerin çevrelerine eşit olmakla, söz konusu daire de söz konusu üçgene eşit olur (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 22). İstenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

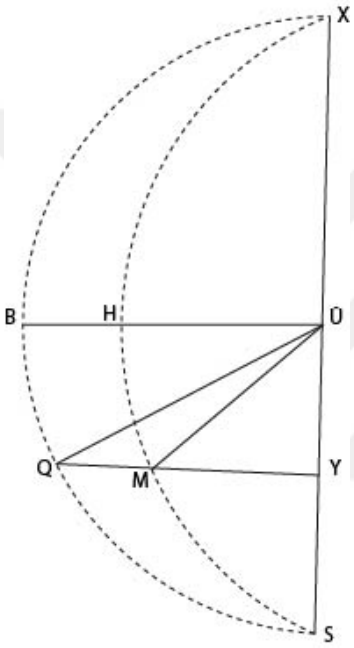
Herhangi dairenin alanı, yarıçapıyla (r) yarı çevresinin (πr) çarpımına (πr^2): veya çeyrek çap (r/2) ile çevresinin (2πr) çarpımına eşit olur (πr^2). Zira Archimedes mühendisin hesabına göre çevrenin çapa oranı 22/7 (≅ 3,14 = π) olmakla, daire yüzeyinin

(πr^2) çapın karesine $(4r^2)$ oranı $(\frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4})$, 0,38 /49'a oranı gibi veya 77/98 gibi yani 11/14 gibi olur[302].

Teorem 51

Herhangi elips alanının, büyük ekseni üzerine çizilmiş daire alanına oranı küçük eksenin büyük eksene oranı gibi olur **(Şekil 121)**.

Şekil 121.



Mesela, XHS elips alanının XS ekseni üzerine çizilmiş XBQS daire alanına oranı; ÛH küçük eksen yarısının, ÛS büyük eksen yarısına oranı gibi olur. Zira ÛH küçük ekseni dairenin B noktasına dek uzatıp herhangi bir Y noktasında YM ordinat doğrusu çizilip,

---

[302] Seyyid Ali Paşa işlemlerinde π kullanmamıştır parantez içindeki eklemeler bize aittir. π/4 ≅ 0,785 iken 0,38 /49 = 0,0077551'dir, yani Seyyid Ali Paşa'nın verdiği ilk oran $\frac{\pi}{4}$ değerine yaklaşık bir değer değildir. Ancak 77/98 = 11/14 ≅ 0,785 ≅ $\frac{\pi}{4}$ olur.

aynı doğrultuda Q noktasına kadar uzatıldığında (SY . YX) : (SÛ . ÛX) = MY^2 : ÛH^2 olup yani (SY . YX) -veya ona eşit olan YQ^2 - : (SÛ . ÛX) -veya ona eşit olan $B\hat{U}^2$ - = MY^2 : ÛH^2 olmakla, MY : ÛH = YQ : BÛ olur. Şimdi elipsin içinde çizilen doğruların toplamının dahil dairede çizilen doğrular toplamına oranı ÛH : ÛB gibi olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 5, Teorem 22) söz konusu elips alanının, daire alanına oranı ÛH küçük eksen yarısının, ÛB yarıçapına yani, büyük eksenin yarısı olan ÛS'ye oranı gibi olup, istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

Û merkezinden ÛM, ÛQ doğruları uzatıldığında ÛMS elips kesitinin (diliminin), ÛQS daire kesitine (dilimine) oranı ÛH küçük eksenin ÛS büyük eksenine oranı gibi olur. Zira MYS kesitinin QYS kesitine oranı veya ΔÛYM'nin ΔÛYQ üçgenine oranı, MY doğrusunun QY doğrusuna oranı gibi olduğundan = ÛH : ÛB (veya ona eşit olan ÛS) oranı gibi olmakla ÛMS kesiti: ÛQS kesiti = ÛH : ÛS olur.

Teorem 52

Herhangi koni kesitinin tabanı uçlarından birer teğet çizilip, tepe noktasından çizilen teğeti 2 noktada kesip söz konusu tabanın orta noktasıyla söz konusu noktalar arasında birer düz doğru birleştirildiğinde işte bu koni benzeri (şibh-i mahrût) yani yarım katı cisim bu erişen doğrulardan biri yarım taban ile teğetten meydana gelen üçgenin, bu kesitin ekseninde döndürülmesinden meydana gelen koniye eşit olur.

Yine tepe noktasında değen teğet ile söz konusu kesitin yarım eğrisi ve diğer teğetten meydana gelen çeşitkenar üçgen cismi, erişen doğrulardan biriyle tepe noktasında temas eden teğet ve eksenden meydana gelen üçgenin söz konusu eksende döndürülmesinden meydana gelen koniye eşit olur.

Mesela, herhangi AHB konisinin AB tabanının A, B uçlarından AR, BH' teğetleri çizilip, tepe noktasında temas eden RH' doğrusunu, R, H' noktalarında kesen ve AB tabanının da Q orta noktasına QR, QH doğruları birleştirildiğinde, QHXB koni benzeri (şibh-i mahrût), QH'B üçgeninin QH ekseninde çevrilmesiyle elde edilen QH'B konisine eşit olur.

Yine HXBH' çeşit kenar üçgen katı cismi ΔHQH''nin QH ekseni döndürülmesinden oluşan HQH' konisine (hacimce) eşit olur. Zira HH' // AQ doğrularına paralel herhangi LY doğrusu çizilip söz konusu ekseni C noktasında, teğetleri de L, Y noktalarında, eğriyi M, X noktalarında QR, QH' doğrularını da E, F noktalarında kestiğinde (MY . YX) : $YC^2 = HH'^2 : H'B^2$ olup (Teorem 46), bedel tarikiyle de (MY . YX) : $HH'^2 = YC^2 : H'B^2 = QC^2 : QH^2 = CF^2 : HH'^2$ olmakla; (MY . YX) : $HH'^2 = CF^2 : HH'^2$ olup, CF^2= (MY . YX) dikdörtgenine veya ona eşit olan $CY^2 - CX^2$ olur.

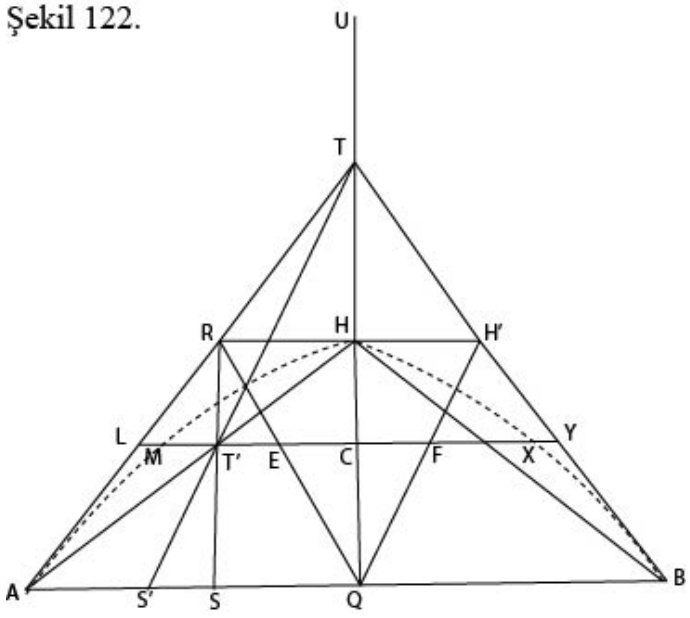
Şimdi CF yarı çapının dairesi CY, CX yarıçaplarının daireleri arasındaki farka yani XY doğrusundan HXBH' çeşit kenarlı şeklinin QH konisinde döndüğünde çizilen halkaya eşit olup, HQH' üçgeninin QH ekseninde döndürülmesinden meydana gelen koninin kesiti CF yarı çapının dairesi olmakla HXBH' çeşit kenar katı cismi HQH' konisine eşit olur.

Yine HXBH' ile HQ ekseninde döndürülmesiyle meydana gelen HXBQ şibh-i mahrût u toplamı, söz konusu eksen üzerinde döndürülmesiyle meydana gelen HQH', QH'B konilerine eşit olur. Fakat, HXBH' çeşit kenar katı cismi HQH', konisine eşit olmakla geriye kalan HXBQ şibh-i mahrût u QH'B konisine eşit olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

AR, BH' teğetleri eksen mahreci (kesişim noktası) ile T noktasında kesişinceye kadar uzatılıp, AQ tabanının üzerine AQ^2 - RH^2 farkına eşit olan karenin QS' kenarı belirlenip, S' noktasından da S'T doğrusu uzatıldığında HXBQ şibh-i mahrûtu S'TQ üçgeninin QT ekseninde döndürülmesinden meydana gelen koni ile eşit olurlar. Zira, AQT üçgeninden meydana gelen koninin tabanı dairesi çapı AQ ve yüksekliği QT olan silindirin 1/3'ü olup, RHT üçgeninden meydana gelen koni ile RHQ üçgeninden meydana gelen tüm koni tabanı HR yarıçapının yüksekliği TH + HQ = QT doğrusu olan silindirin 1/3'ü olduğundan, AQT – (RHT + RHQ) = ARQ = QH'B konisine eşit olur. Yani HXBQ şibh-i mahrûtu tabanı AQ yarıçapının dairesiyle HR yarıçapının dairesi arasındaki fark olup yüksekliği de QT doğrusu olan silindirin 1/3'ü olur. Şimdi $QS'^2 = QA^2$ - HR^2 olup, QS' yarıçapının dairesi, QA, HR yarıçaplarının daireleri arasındaki farka eşit olduğundan, ΔS'QT üçgeninin QT ekseninde döndürülmesiyle meydana gelen S'TQ konisi, HXBQ şibh-i mahrûta eşit olur **(Şekil 122)**.

Şekil 122.



Sonuç 2:

HXB eğrisi parabol olsa, meydana gelen QHXB[303] şibh-i mahrûtu = 3. TRQ konisi olur. Zira QT teğet altı = 2. TH olup (Teorem 9, Sonuç 6) AQ = 2. HR olmakla, $AQ^2 = 4.$ HR^2 olup QS' yarıçapının dairesi, HR yarıçapının dairesinin 3 katı olmakla; S'TQ konisi, yüksekliği QT ve tabanı HR yarıçapı olan TRQ konisinin 3 katı olmakla, TRQ konisi = $\frac{1}{3}$. S'TQ = $\frac{1}{3}$. QHXB şibh-i mahrûtu olur **(Şekil 122)**.

Sonuç 3:

Herhangi QHXB şibh-i mahrûtunun içinde bulunan ΔQHB'nin HQ ekseninde çevrilmesinden meydana gelen koniye oranı, (BQ + HH') : gibi olur. Zira BQ yarıçapı ile BVQ dairesi çizilip HQ eksenine paralel, söz konusu tabanı T' noktasında, daireyi de V noktasında kesen H'V doğrusu çizilip; T' noktasından QV doğrusuna T'C diki uzatıldığında $T'V^{\,2} = BQ^2 - QT'^{\,2} = BQ^2 - H'H^{\,2}$ olur (Usul-i Hendese, Kitap 2, Teorem 4).

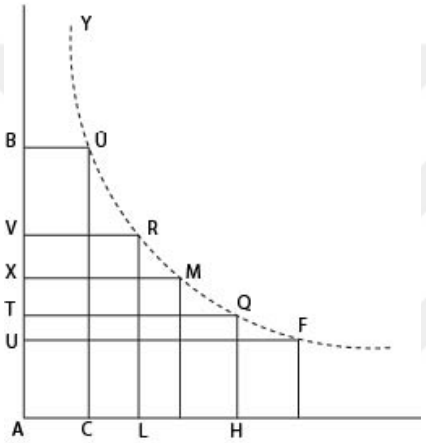
Şimdi QHXB şibh-i mahrûtu, tabanı T'V yarıçapının dairesi, yüksekliği de QT olan koniye eşit olmakla (Sonuç 1) şibh-i mahrûtun tabanı BQ yarıçapının dairesi olup yüksekliği de QH olan içinde çizilmiş koniye oranı, T'V, BQ veya onlara eşit olan QV doğruları arasında olan oranla TQ, QH doğruları arasında olan orandan oluşur. Fakat $T'V^{\,2}$ = QV . VC çarpımına eşit olduğundan (Usul-i Hendese, Kitap 6, Teorem 7), $T'V^{\,2}$: $QV^{\,2}$ = (QV . VC) : $QV^{\,2}$ = VC : QV olup, VC : QV = $T'V^{\,2}$: $QV^{\,2}$ olmakla, QHXB şibh-i mahrûtu ile QHB konisine oranı VC, QV doğrularının oranıyla QT, QH doğrularının oranından oluşur.

---

[303] Metinde "B" yerinde "X" yazmaktadır.

Böylece QB = QV olup, TB : BH' = QB : BT' olmakla, TB, BH' doğrularının oranıyla QB (veya QV), BT' doğrularının oranından da meydana geldiğinden = VC : BT' olur (Ek not 116). Bu takdirce söz konusu şibh-i mahrûtun içinde çizilen koniye oranı = VC : BT' olur. (CV . VQ), (AT' . T'B) çarpımlarından her biri $T'V^{2}$'yee eşit olmakla, VC : BT' = AT' : QV olduğundan söz konusu şibh-i mahrûtun içine çizilen koniye oranı AT' : QV = (BQ + HH') : QB gibi olur, işte bu bahsedilen oranlar kürelerin kesitlerinde de geçerli olur **(Şekil 123)**.

Şekil 123.



Sonuç 4:

Şibh-i mahrûtun, içinde çizilen koniye oranı (QT + TH) : QT gibi olur. Zira QT : TH = QB : HH' olup terkip yoluyla da (QT +TH) : QT = (QB + HH') : QB olur. Şimdi QH ekseni T noktasından TH kadar, aynı doğrultuda uzatıldığında, söz konusu şibh-i mahrût içine çizilmiş koniye oranı QU : QT gibi olur.

Sonuç 5:

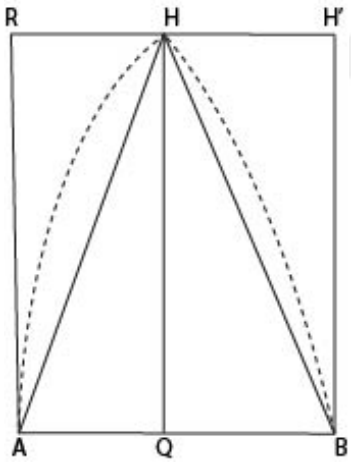
Elipsin şibh-i mahrût içine çizilmiş koninin 1,5 katı olur. Zira QT = 2. QH olup (Teorem 9, Sonuç 6) QU = 3. QH de olduğundan QU : QT = 3 : 2 olur. Aynı şekilde şibh-i mahrûtun üzerine çizilen silindir, içine çizilen koninin 3 katı olup, silindir : koni = 6 : 2 ve aynı şekilde koni : şibh-i mahrût = 2 : 3 olup, buna göre silindir : şibh-i mahrût = 6 :

3 yani söz konusu silindir, şibh-i mahrût un 2 katı olup şibh-i mahrûtun içinde çizilmiş koninin bir 1,5 katı olur.

Sonuç 6:

AHB eğrisi yarım daire veya yarım elips olsa AB ekseninin uçlarından çizilen AR, BH' teğetleri **(Şekil 124)** HQ eksenine paralel olup tepe noktasında değen HH' doğrusu da QB yarım eksenine eşit olduğundan (QB + HH') = 2. QB ve yarım küre cismi veya yarım elipsoit içinde çizilmiş koninin 2 katı olur (Sonuç 3). İşte bu yarım küre cismi veya yarım elipsoit üzerine çizilen silindir 1,5 katı olur. Zira silindir : koni = 3 : 1 olur. Keza, koni : yarım küre veya yarım elipsoit = 6 : 3 olmakla istikamet tarikiyle de silindir: yarım küre veya yarım elipsoit = 3 : 2 olur[304]. Aynı şekilde kürenin veya şibhi kürenin üzerine çizilen silindire oranı bu kıyas üzere olur.

Şekil 124.



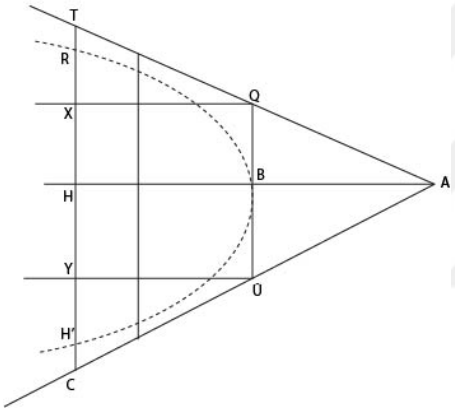
[304] S silindir, K koni, Y yarım küre veya yarım elipsoidini temsil etsin ve Seyyid Ali Paşanın verdiği oranlar $\frac{S}{K} = \frac{18k}{6k} = \frac{3}{1}, \frac{K}{Y} = \frac{6k}{3k}$ iken $\frac{S}{Y} = \frac{18k}{3k} = \frac{6}{1}$ olur. Seyyid Ali Paşa bu oranı $\frac{S}{Y} = \frac{3}{2}$ olarak vererek ciddi bir hata yapmıştır.

Teorem 53 (Şekil 125 - 126)

Herhangi hiperbolün yarım eğrisi ile asimptotların biri arasında tepe noktasında değen teğet ile sınırlı olan alan söz konusu kesitin ekseni üzerinde döndürülmesiyle meydana gelen katı cismin tabanı söz konusu teğet sanal (itibari) yarıçap dairesi olup, yüksekliği de bu katı cismin yüksekliğine eşit olan silindire eşit olur.

Mesela, BH' hiperbolü ile ÛC asimptotu arasında yer alan BH'CÛ alanının BH ekseni üzerinde döndürülmesinden meydana gelen katı cismin tabanı **(Şekil 125)** BÛ yarıçapının oluşturduğu daire olup, yüksekliği de söz konusu katı cismin yüksekliğine eşit olan silindire eşit olur.

Şekil 125.



Zira $H'C^2$ - HH'^2 = H'C. H'T = $B\hat{U}^2$ (Teorem 37, Sonuç 4) veya = HY^2 olduğundan HC, HH' yarıçaplarının oluşturduğu daireler arasındaki farka yani, BH'CÛ alanının BH ekseni üzerinde döndürülmesi esnasında H'C doğrusundan meydana gelen halka, HY yarıçap olacak şekilde dairesi üzerinde BÛYH dikdörtgeninin döndürülmesinden meydana gelen silindirin dairesine eşit olur.

Şimdi söz konusu katı cismin tüm halkaları, söz konusu silindirin bütün dairelerine eşit olduğundan, H'BÛC katı cismi söz konusu silindire eşit olup istenilen ispatlanmış olur.

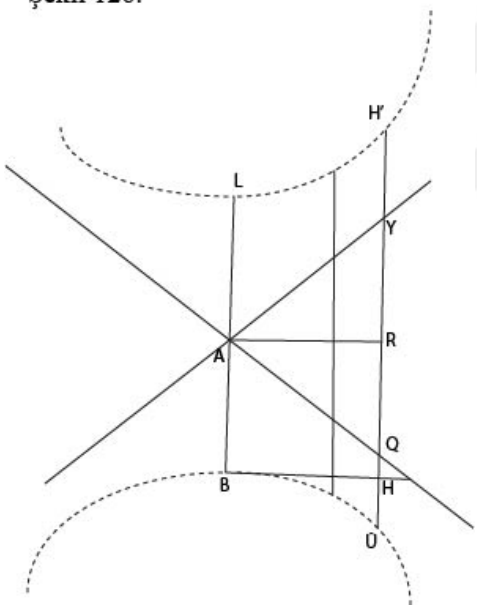
Sonuç 1:

Hiperbolün BH'H kesmesinin BH ekseninde döndürülmesinden meydana gelen şibh-i mahrût katı cismi[305], ΔÛYC'nin bu eksen üzerinde döndürülmesinden meydana gelen halka katı cismine eşit olur. Zira söz konusu halka ile BÛYH dikdörtgeninden meydana gelen silindir toplamı, BH'H şibh-i mahrût mücessemi ile BH'CÛ alanı katı cismi toplamına eşit olur. Fakat işte bu katı cism söz konusu silindire eşit olduğundan, söz konusu şibh-i mahrût da söz konusu halkaya eşit olur.

Sonuç 2:

Karşılıklı kesitlerde (hiperbolün iki kolu) **(Şekil 126)** ABÛQ alanının AR 2. ekseni üzerinde döndürülmesinden meydana gelen katı cisim, ABHR dikdörtgeninin aynı eksen üzerinde döndürülmesinden meydana gelen silindire eşit olur.

Şekil 126.



[305] Bu terim hiperboloit, paraboloit gibi cisimler için kullanılmıştır. "Tepesi sivri olmayan koniler" demek istemiştir.

Zira (ÛQ . QH') = $AB^2 = RH^2$ olur[306] (Teorem 39). RÛ, RQ[307] yarıçaplarının oluşturduğu daireler arasındaki fark, yani söz konusu katı cismin QÛ doğrusundan meydana gelen daire halkası, aynı şekilde söz konusu katı cisimde RH yarıçapının oluşturduğu daireye eşit olduğundan bu katı cismin hepsi de söz konusu silindire eşit olur.

Sonuç 3:

BHÛ alanının AR ekseninde döndürülmesinden meydana gelen halka katı cismi, AQR üçgeninin aynı eksende döndürülmesinden meydana gelen koniye eşit olur. Zira bu halka katı cismi ile kendi silindiri toplamı aynı şekilde söz konusu koni ile eğrisi ve asimptotundan meydana gelen alan AR ekseninde döndürülmesinden meydana gelen katı cisim toplamına yani ABÛR alanının bu eksende döndürülmesinden oluşan silindir benzeri (şibhi silindire) eşit olur. Fakat eğri ile asimptotundan meydana gelen alanın oluşturduğu katı cisim ABHR silindirine eşit olduğundan AQR konisi BHÛ halka katı cismine eşit olur.

Teorem 54 (Şekil 127 - 128)

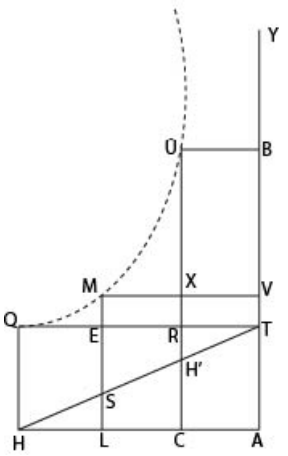
İkizkenar hiperbol ile asimptotları arasında bulunan alanın asimptotlardan biri üzerinde döndürülmesinden oluşan katı cisim bu eğri ile asimptotlar içinde çizilen dikdörtgenin kısa kenarı üzerinde döndürülmesinden meydana gelen silindirin 2 katı olur.

---

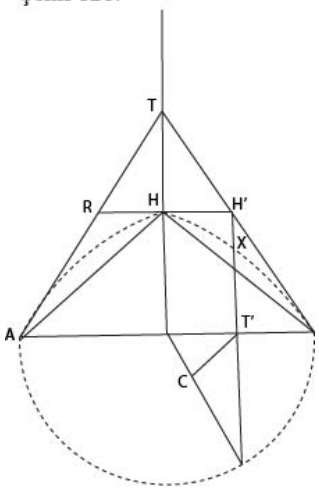
[306] Metinde RH yerine ZH yazmaktadır.

[307] Metinde RQ yerine RY yazmaktadır.

Şekil 127.



Şekil 128.



Mesela, ikizkenar hiperbolün QÛ eğrisi ile AHAB asimptotlarıarasında bulunan HQÛBA alanının AB doğrusu üzerinde döndürülmesinden meydana gelen katı cisim, QHAT dikdörtgeninin AT doğrusu üzerinde döndürülmesinden meydana gelen silindirin 2 katı olur.

Zira söz konusu dikdörtgen kenarlarını R, C noktalarında; HT çapını da H' noktasında kesen AB doğrusuna paralel herhangi ÛC doğrusu çizildiğinde, ÛC : QH = HA : CA (Teorem 40, Sonuç 3) ve = HA yarıçapı çevresi: AC yarıçapı çevresi olup (Usul-i Hendese, Kitap 8, Teorem 6), ÛC yüksekliğiyle AC yarıçapının çevresine çarpımı veya ona eşit olan, ÛC doğrusunun AB doğrusu üzerinde döndürülmesinden meydana gelen silindir yüzeyi (Archimedes Teorem 11) QH yüksekliğiyle HA yarıçapından oluşan dairenin çevresine çarpımı veya QH doğrusunun AB doğrusu üzerinde döndürülmesinden meydana gelen silindir yüzeyine eşit olur.

Şimdi QHAT, ÛBAC dikdörtgenlerinin yüksekliği olan QH = AC olup, ÛC doğrusu silindir yüzeyinin RC doğrusu silindir yüzeyine oranı QH silindir yüzeyinin RC doğrusu silindir yüzeyine oran gibi olup ve = AH yarıçap çevresinin : AC yarıçap çevresine oranı gibi olur. Yani = AH : AC = QT : QR = QH (veya RC) : RH' olur. Bu

takdirce hiperboloidalin[308] silindirleri yüzeyleri birbirine eşit olup, çizilmiş dikdörtgenlerin içinde olan silindirlerin yüzeyleri birbirine eşit olmakla söz konusu katı cismin söz konusu silindire oranı, söz konusu dikdörtgenin içinde çizilmiş üçgene oranı gibi olduğundan, dikdörtgen adı geçen üçgenin 2 katı olmakla yukarıda adı geçen katı cisim de bahsedilen silindirin 2 katı olup istenilen ispatlanmış olur.

Sonuç 1:

QTHA dikdörtgeninden meydana gelen silindire eşit olan hiperboloidin yani QÛBAH katı cisim yüzeyi kendi silindirine yani QTAH silindiri ABÛQH katı cisminden çıkarıldığında geriye kalan QTAH silindirine eşit olur. Aynı şekilde MÛBV katı cisim yüzeyi MLAV kendi silindirine eşit olur.

Sonuç 2:

QÛBT, MÛBV katı cisimlerinin birbirine oranı daire yarıçapları olan QT, MV doğrularının birbirine oranı gibi olur. Zira söz konusu katı cisimlerin birbirine oranı onlara eşit olan silindirlerin birbirine oranı gibi olur. Fakat söz konusu silindirlerin birbirine oranı QH, ML doğrularının oranıyla AH, AL doğrularının oranından oluştuğundan (LA . AH) : AL^2 = QT : MV olur.

Sonuç 3:

AH asimptotu AC, CL, LH, H'H ve keza eşit kısımlara bölünüp işte bu bölünme noktalarından AB, CÛ, LM, HQ doğruları asimptotlarına ordinat olarak diğer asimptota da paralel çizildiğinde ÛB, MV, QT doğruları da AH asimptotuna doğrusuna paralel uzatılıp hiperbol alanının AB doğrusu üzerinde döndürülmesiyle meydana gelen katı cismin parçaları olan QMVT, XVRM, VBÛR katı cisim alanları birbirine eşit olur. Zira

---

[308] Mücessem kat'ı zaidî.

söz konusu katı cisimlerin birbirine oranı, tabanları yarıçaplarının birbirine oranı gibi olmakla, tefazülleri de bu oran gibi olur. Fakat yarı çaplar birbirine eşit olduğundan katı cisimlerin tefazülleri birbirine eşit olur .

Sonuç 4:

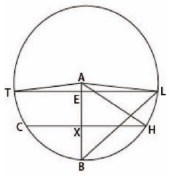
Hiperboloidalin yüzey alanı eğri ile asimptotu sonsuza uzatıldığında yani AESYB katı cisim alanı AB tarafında sonsuza uzatılsa miktar sonsuz olur. Zira, AE (?) asimptotu AC, CL kısımlarına eşit bölümler eşit sonsuzlara peyda (meydanda, ortada, açıkta) olur. İşte bu bölümler, sonsuzdan meydana gelen sonsuz parçalar toplamı söz konusu katı cisme eşit olması gerektiğinden bahsedilen katı cisim miktarı sonsuz olur.

Kad temme tab‘a hazâü’l-kitâbü’l mustetâb bi‘-avni’llâhi’l – meliki’l – vahhâb bi – matba'a - i bâb-i ser -‘askeriyye. Sene seb‘a ve hamsîn ve mi'eteyn ve elf min hicreti min lehü’l- izzeti ve’ş - şeref. (Bu kitabı H. 1257 yılında matbaa-i bab-ı ser askeriyede yayınlama şerefine erdim)[309].

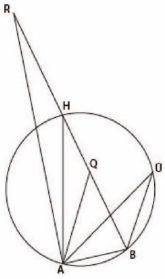
[309] Osmanlıca transliterasyonda Arapça ekler için ’ , ayın için ‘ ve hemze için ' işaretleri kullanılmış, elifler ise şapkalı harfler ile belirtilmiştir.

Ek Notların Şekilleri:

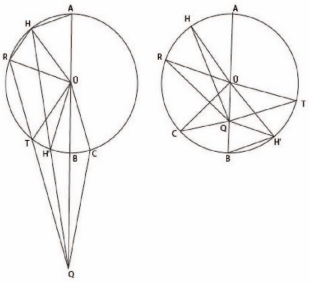
Şekil I



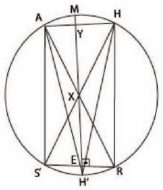
Şekil II



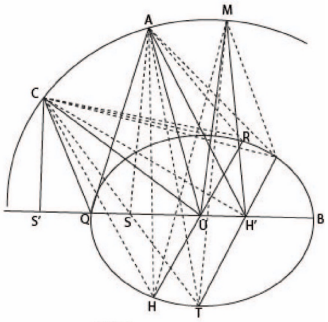
Şekil III



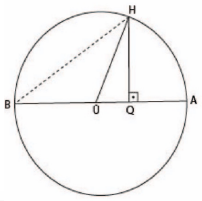
Şekil IV



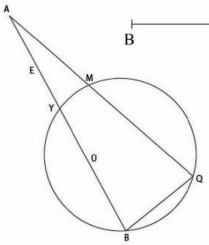
Şekil V



Şekil VI

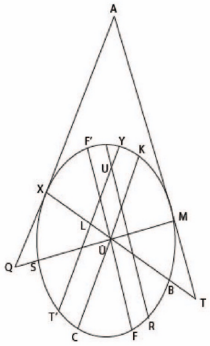


Şekil VII

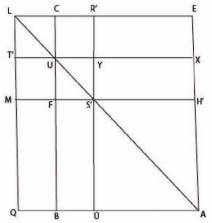


Şekil VIII

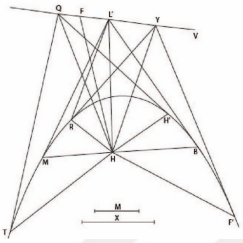
Şekil IX



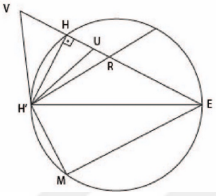
Şekil X



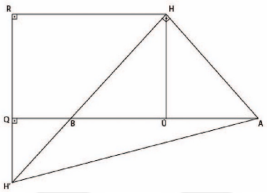
Şekil XI



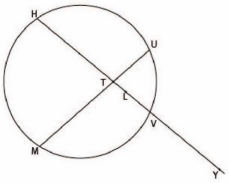
Şekil XII



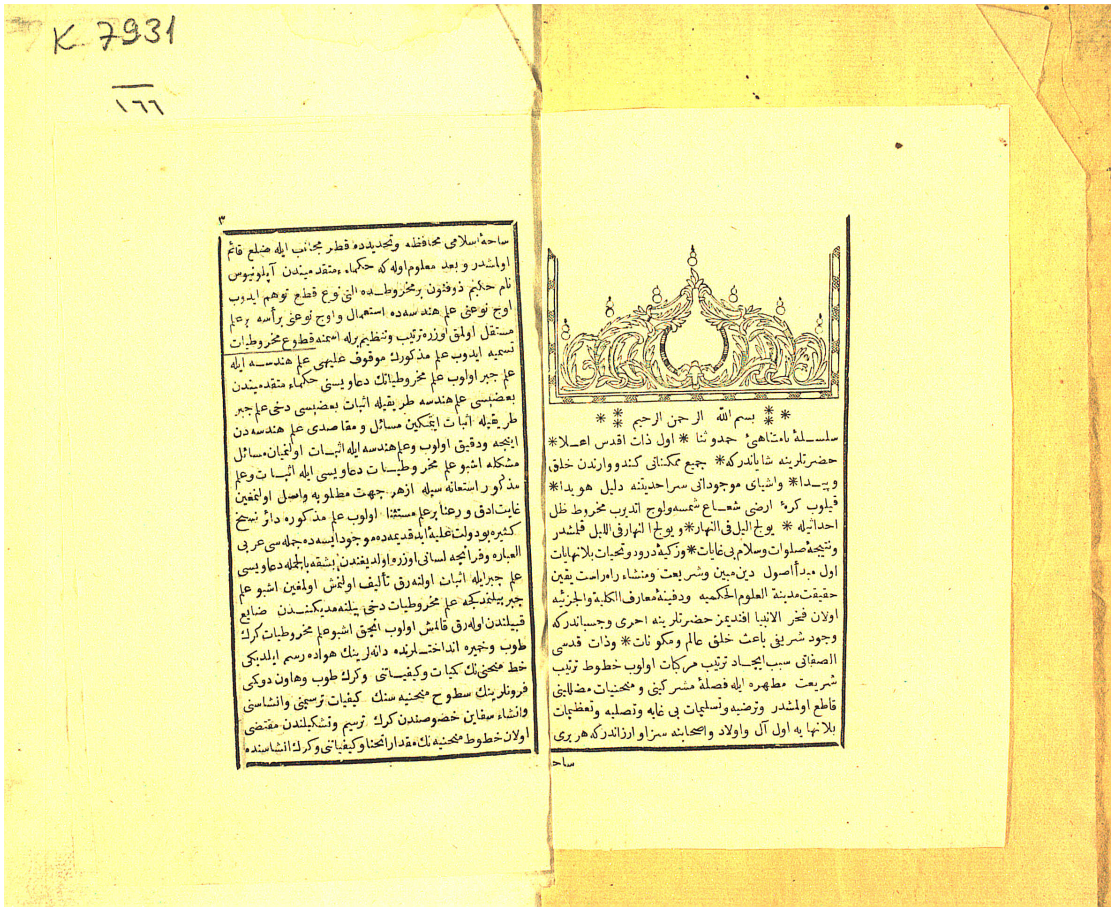
Şekil XIII



Şekil XIV



KUTÛ'-I MAHRÛTİYÂT (Özgün Metin)


K. 7931
١٦٦

ساحهٔ اسلامی محافظه وتجدیددهٔ قطر مجانب ایله ضلع قائم
اولمشدر و بعد معلوم اوله که حکماء متقدمیندن آپلونیوس
نام حکیم ذوفنون مخروطـده الی نوع قطع توهم ایدوب
اوج نوعی علم هندسه‌ده استعمال و اوج نوعنی رأسه یعلم
مستقل اولمق اوزره ترتیب وتنظیم یراه اسمنه قطوع مخروطات
تسمیه ایدوب علم مذکورك موقوف علیهی علم هندسه ایله
علم جبر اولوب علم مخروطیاتك دعاویسنی حکماء متقدمیندن
بعضیسی علم هندسه طریقیله اثبات بعضیسی دخی علم جبر
طریقیله اثبات ایتمکین مسائل و مقاصدی علم هندسه دن
ابنجه ودقیق اولوب وعلم هندسه ایله اثبـات اولنمیان مسائل
مشکله اشبو علم مخروطیـات دعاویسی ایله اثبـات وعلم
مذکور استعانه سیله ازهر جهت مطلوبه واصل اولنمغین
غایت ادق و رعنا یعلم مستغنا اولوب علم مذکوره دائر نسخ
کثیره بود ولت علیهٔ ابد قدیعدده موجود ایسه‌ده جمله سی عربی
العباره وفرانجه لسانی اوزره اولدیغندن بشقه یاجمله دعاویسی
علم جبر ایله اثبات اولنه رق تألیف اولنمش اولمغین اشبو علم
جبر بیلمدیکجه علم مخروطیات دخی یتلنه مدیکندن ضایع
قبیلندن اوله رق قالمش اولوب انجق اشبو علم مخروطیات کرك
طوب وخمپره اندا ختـلرینده دالهرینك هواده رسم ایلدیکی
خط منحنیلك کیفیـاتی وکرك طوب وهاون دوکی
فرونلرینك سطوح منحنیه سنك کیفیات ترسیمی وانشاسنی
وانشاء سفاین خصوصندن کرك ترسیم ونشکیلندن مقتضی
اولان خطوط منحنیه لك مقدارانحناو کیفیاتی وکرك انشاسنده

بسم الله الرحمن الرحیم

سلسـلهٔ ثامتناهیٔ حمدوثنا * اول ذات اقدس اعـلا*
حضرتلرینه شایاندرکه* جمیع ممکناتی کندو واریدن خلق
و پیـدا* واشیای موجودانی سراحدیتنه دلیل هو یدا*
فیلوب کرهٔ ارضی شعـاع شمسه ولوح اثیریه مخروط ظل
احدائیله * یولج الیل فی النهار*و یولج النهار فی اللیل فلشدر
وتنیجهٔ صلوات وسلام بی غایات* ورکیهٔ درود وتحیات بلانهایات
اول مبدأ اصول دین مبین وشرایعت ومنشاء رامراست یقین
حقیقت مدینهٔ العلوم الحکمیه ودفینهٔ معارف الکلیه والجزئیه
اولان فخر الانبیا افتدیمز حضرتلرینه احری وجسایاندرکه
وجود شریفی باعث خلق عالم ومکونات* وذات قدسی
الصفاتی سبب ایجـاد ترتیب مرکبات اولوب خطوط ترتیب
شریعت مطهره ایله فصلهٔ مشرکینی و منحنیات مضلاتینی
قاطع اولمشدر وترضیه وتسلیمات بی غایه وتصلیه وتعظیمات
بلانهایه اول آل واولاد واصحابنه سزاوارلدرکه هر بری

ساحـ

K 7931
١٦٦

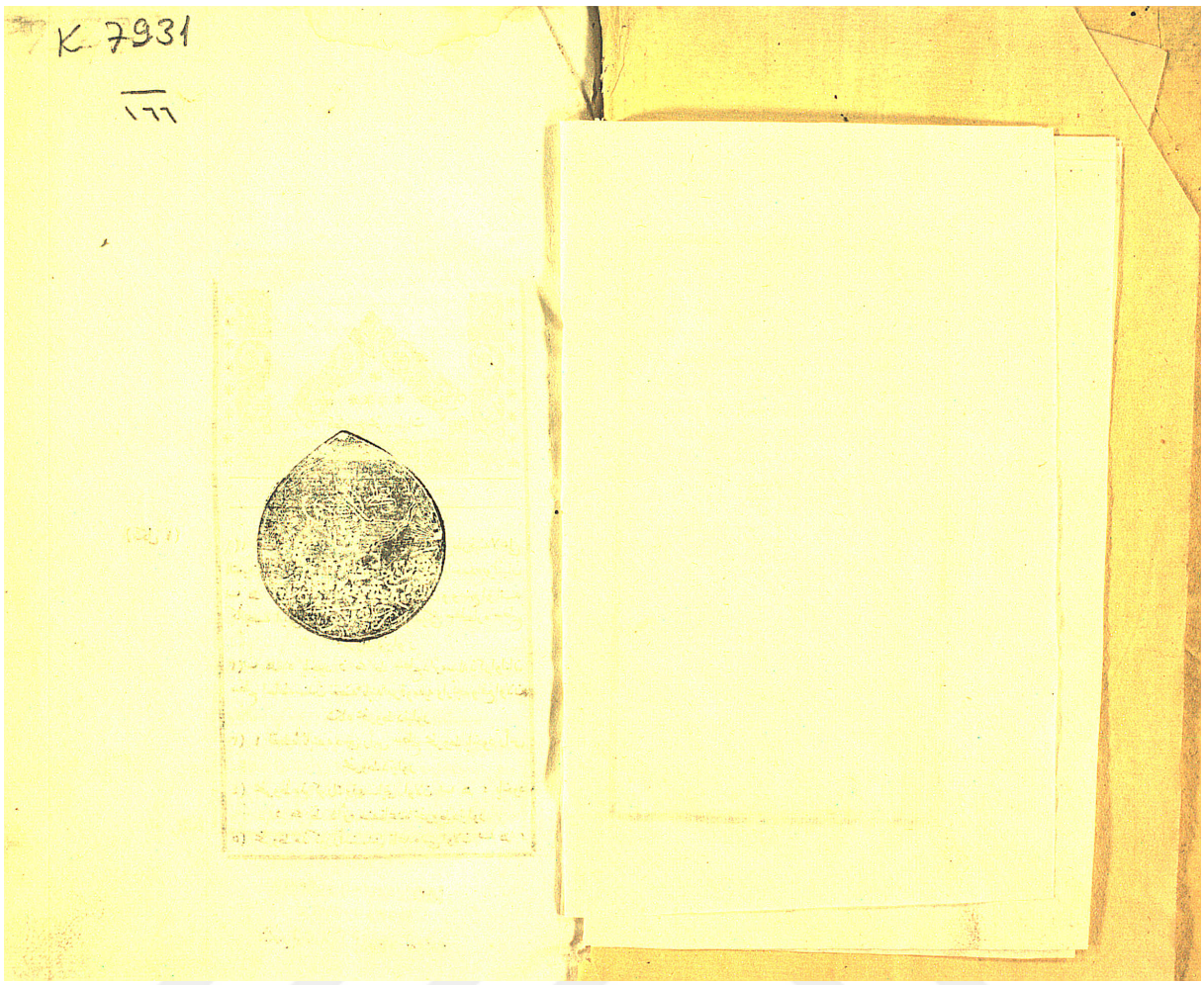
متانيجون كراسته منحنيه نك مقدار كيات تخمارنى وسيرسفاين
خصوصنك حين سيرنده واقع اولان طريق انحناسنى
وروز كار وصوز واقتضار سبيله يولندن دوشمسنك مقدار
انحنا وكذينى وكرك سفينه حوضى انشاسى خصوصنده
متانيجون مقتضى اولان انحنا بنك مقدار كيات وكيفياتى
وبردهسنك وقيولرينك انشاسى خصوصنده متانلر بجون
اقتضا ايدن انحنا بنك مقدار كيات وكيفياتى استخراجه
اساس اولمغين علم مذكور امور جهاده متعلق اولمغله فوائد
كثيره حاصل اولهجغندن اشبو علم مخروطيات مهندسخانه
همايونده اوقوتمسى مشروط اولان درسلردن اولمغله علم
مذكوره دائر بعض نسخ تتبع ومطالعه اولنوب طالبينه آسان
وجهله يفهيم اولنسون ايجون علم مذكورك دعوازى صرف
هندسه طريقيله اثبات اولنه رق جمع وتأليفى جايكير ضمير
عاجزانه م اولمغين جناب تنسيق بخشاى امور كائنات وفرمان
فرماى قدر ومكونات جلت عظمة ذاته عن اتخاذ الجهات
حضرتلرينك اراده سنيه سبحانى ومشيت عليه ربانيسى
تأييد اساس دين مبين وتنصير جميع مؤمنين ومجاهدينه تعلق
ايدوب وقتا كه نوبت خلافت روز افزون عثمانى وعنايت
عظماء ورائت تخت سليمانى ايله مستسعد اولان * اول خلاصهٔ
دودمان خلافت ونقاوهٔ خاندان سلطنت سلطان سلاطين
عظام بالاستحقاق خاقان خواقين كرام فى الآفاق * ناصر
اصلاح مصالح موحدين * قامع العداوت المتمردين * عقل
پيرجوان تدبير يد انصاف عدالتله عنانكير * كهف الثقلين

ملاذ

ملاذ الخافقين * خادم الحرمين الشريفين السلطان *
ابن السلطان * السلطان عبد المجيد خان * ابن السلطان
الغازى محمود خان * ابن السلطان الغازى عبد الحميد خان *
اطال الله عمره وايد سلطنته وايد الله ملكه * وانفذ حكمه
الى ساعة القيام حضرتلرينه رسيده اولمغين اول مركز دائرهٔ
شهنشاه * ودرهٔ تناسل عالميناه حضرتلرينك علوم رياضيه
وفنون حربيه يه اصحا بنه هر بار اعتبار شاهانه لرى پديدار
اولمغين بوعبد عاجز واحقر * وبندهٔ ناچيز وكترميراواسيد
على قوللرى مهندسخانهٔ همايونده سرخواجه لك خدمت
جليله لريله مستخدم اولوب مستغرق نعم بى پايان يورلديغم
اجلدن بو نعمتك ادای تشكرينى حاوى * واجبهٔ خدمت
عبوديت * وفريضهٔ ذمت رفيعتى محتوى الى آخر القيام
ذكر خيرايله زنده نام اولمق ممى سيله بعضا عربى العباره
وبعضا فرانجه لسانى اوزره اولان مخروطيات كتابلرندن
لسان تركى روشن بيانه ترجمه واخذ وبعضا علم مذكوردە
دسترس اولديغم مسائل كشيدهٔ سلك سطور قلمدرق وبالجمله
دعاويسى علم جبردن افرازيله بالكز علم هندسه طريقى
اوزره اثبات اولنه رق طالبينه على طريق الايضاح افهام
ضمنده اشبو كتاب فوائد نصاب * بمنه القادر الوهاب برمقدمه
وبرتنبيهات * وبعض لاحقه * وبرمقصد اوزره بنه ترتيب
وتنظيم وبنه اصول قطوع مخروطيات نامياه تذكار وتوسيم
اولنوب اشبو كتاب نادر الوجودك زمان سلطنتلرنده جمع
تأليفى محضا قوت طالع جوانبخت دارادرايت وتأثير ثمرهٔ

K. 7931
١٦٦

معدلتلری اولمغین اول حضورلامع النور ملوکانه یه هزار عجز
وقصورایله جرئت تقدیم قلندی اکرچه بو مقوله اوراق
پریشان مقال هرنه قدر تقدیم حضور ملوکانه یه شایان دکل
ایسه ده نیم نظر التفات شاهانه لرندن دور ومهجور
پیورلمیه جغی امید بنده یه عاجز یقه دار در فالدیکه ناظرین
اولان ارباب معارف پرکمال سلك تحریر یواداسنده
واقع اولان سقطات بی مآلری کلك راست
مرونلریله تصحیح واعمار پیور ملری
وابستهٔ شمیهٔ الطاف
عنایتلریدر


K 7931
177

قطوع مخروطيات

(المقدمه)

الحدود الاولى

(شكل ١)

١) نقطهٔ ثابتهدن ب ا ر خط مستقيمى طرفينه لاعلى التعيين اخراج ونقطهٔ مذكوره ايله سطح واحددهٔ بولنميان ب ه ء دائره سنك محيطنده دوران و وضع او لنه كلنجه ايكى طرفده احداث ايلديكى سطحلره سطح مخروط دنيلور

٢) ب ه ء ياخود د ك ط سطح دائره سيله ذكر اولنان سطح احاطه سندن نقطهٔ ثابتهٔ مرقومهيه وارنجه واقع اولان شكله مخروط دنيلور

٣) ا نقطهٔ ثابتهيه دخى رأس سطح مخروط ياخود رأس مخروط دنيلور

٤) مخروط مذكورك رنهسابتى اولان ب ه ء ياخود د ك ط دائره سنه قاعدهٔ مخروط دنيلور

٥) مخروط مذكور رأسندن قاعده سى اولان ب ه ء

ياخود د ك ط دائره سنك مركزينه اخراج اولنان خط مستقيمه محور مخروط دنيلور

٦) مخروط مذكورك محورى قاعده سنه عمود ايسه اول مخروطه مخروط قائم دنيلور

٧) ذكر اولنان محور قاعده سنه عمود دكل ايسه اول مخروطه مخروط مائل دنيلور

اصول موضوعه

١) رأسامتقابل اولان ب ا ء د ا ط سطح مخروطلرى احداث ايدن ب ا ء خط مستقيمى ايكى طرفه الى غيرالنهايه اخراج اولنسه ذكر اولنان سطح مخروطلردخى الى غيرالنهايه اعظم اولورلر

٢) سطح مخروط اوزرنده كيف ما اتفق بر ح نقطه سى تعيين اولنوب ا نقطهٔ رأسندن نقطهٔ مذكوره يه ا ح خطى وصل اولندقده سطح مخروطى احداث ايدن ا ه خطى اوزرينه منطبق اولوب اشبو ا ه خطنك هر برنقطه سى سطح مخروط اوزرنده واقع اولغين وصل اولنان ا ح خطى دخى سطح مخروط اوزرنده واقع اولور

٣) ا نقطهٔ رأسندن سطح مخروط اوزرنده كيف مااتفق تعيين اولنان ح نقطه سى يدنه وصل اولنان ا ح خطى محيط قاعده يه قدر استقامت اوزره اخراج اولنسه ه نقطه سنده واقع اولور

٤) رأس مخروط استقامتنده بولنمق شرطيله سطح

(شكل ب)

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANESİ
Seyfettin Özege bağışı

مخروط اوزرنده کیف مانفق ایکی ح ے نقطه لری
تعیین اولنوب بونلرینه وصل اولنان خط مستقیم داخل
مخروطده واقع اولورز یرادرأس مخروطدن ا ح ا ے وصل
واستقامت اوزره اخراج اولند قده محیط دائره نك هـ ب
نقطه لرنده واقع اولور ز (موضوعه ۳) هـ ب دخی
وصل اولندقده داخل دائره ده واقع اولمغین (مقاله ۳ دعوی ب
من اصول هندسه) حادث اولان ا ب هـ مثلثی سطح
داخل مخروطده واقع اولوب قاعده سی دخی قطع ایتمکله
ح ے خط مستقیمی دخی سطح مثلثده واقع اولور
بوتقدیرجه برمثلثك ایکی ضلعی اوزرنده مفروض هرایکی
نقطه بینه واصل اولان خط مستقیملرنهایتلری اولان
ح ے نقطه لرندن ماعداسی داخل مخروطده واقع اولوب
فقط نقطه‌ین مرقومه‌ین سطح مخروط اوزرنده واقع اولور
واشبو ح ے نقطه لری ایکی طرفلرندن خط مرقوم
اخراج اولنسه طرف مخروط جانبی خارج مخروطده
واقع اولور

٥ هرقنعی مخروط ا نقطه سی رأسندن مرور أیدرك
قاعده سنه قدر برمستوی ایله قطع اولنسه حادث اولان
مقطع مثلث مستقیم الاضلاع اولور زیرا ا هـ ا ب ا ء
خطلری قاطع اولان ا ب هـ ا ب ء مستویلرایله سطح
مخروط بینده فصل مشترك اولوب اشبو فصل مشترکلر
سطح مخروطی احداث ایدن ا ب خط مستقیمی ایله
محیط دائره ده واقع ب هـ ء نقطه لرندن دورانی اثناسنده

منطبق

منطبق اولوب هـ ب یاخود ب ء خطلری دخی
قاطع اولان سطح مستوی ایله قاعده سینده فصل مشترکلری
اولمغله (مقاله ۷ دعوی ۱ من اصول هندسه)
ا ب هـ ا ب ء مثلثلری مستقیم الاضلاع اولور

❊ مقصد اقصی اولان قطوع مخروط منحنیاتنك
مسائلی مثلثات مخروطینك مسائلنه توقف ایتمکین اشبو
مثلثات مخروط مسائلی برقاچ تنبیهات ایله بیان اولنور ❊

* * تنبیهات * *

۱ معلوم اولهکه هرقنعی مخروط رأسندن برسطح مستوی ایله
قطع اولنسه ایکی قسم اوزره بولنوب قسم اول محوردن
مرور ایدوب اشبو قسمده اولان مثلثلر دائما مخروط
قائمده پربرینه مساوی اولور ز زیرا ا ب ء مخروط
قائمده ا ب ء ا ر هـ مثلثلرینك قاعده لری
دائره قطرلری اولان ب ء ر هـ خطلری اولوب
ارتفاعلری دخی سطح قاعده اوزرنده بولنان جمیع خطوطه
عمود اولان (مقاله ۷ حد ۳ من اصول هندسه) ا ح محوری
اولمغین مثلثین مرقومین دائما پربرینه مساوی اولور ز
(وقسم ثانی) محوردن مرور ایتیوب اشبو قسمده اولان
مثلثلر مختلف اولور ز زیرا ا نقطهٔ رأسندن نازل اولان
خطلرایله قسی مختلفه فصل ایدن ب هـ ب ل وتر لری
تلاقیسندن حادث اولان ا ب ل ا ب هـ مثلثلرندن
ا ب هـ ا ل ضلعلرندن هر پرینك مربعلری

(شکل ۷)

(الاجله اشکال ۱)
زیرا ب ا ل ب ا هـ مثلثلری
متساوی الساقین اولوب
ل ا ب زاویه سی دخی هـ ا ب
زاویه سندن اعظم اولوب
ذکر اولنان مثلثلر برسطح
مستوی اوزرنده فرض اولنوب
ال بعدیله ل هـ ب هـ نقطه لرندن
رسم اولندقده ب هـ نقطه لرندن
مرور ایدر اعدی

سطح قاعده ده بولنان ح ب ح ل ح ه خطلرندن
هر برینك مربعیله اول خطلرده عمودلر اولان ا ح محوری
مربعنك مجموعنه مساوی اولدیغندن (مقاله ۲ دعوی
۱۴ من اصول هندسه) اضلاع مذکوره لر بربرینه مساوی
اولور لر لکن مثلثین مذکورینك ب ه ب ل قاعده لری
مختلف اولوب ا نقطه سی رأس عندنده حادث اولان
ب ا ه ب ا ل زاویه لری دخی مختلف اولمغین
(مقاله ۱ دعوی ر من اصول هندسه) اول زاویه لرك
ه ح ل ع جیبلری دخی مختلف اولور (لاحقه ۱)
ایمدی مثلثین مرقومین بینلرنده مشترك اولان ا ب ضلعی
قاعده فرض اولندقده ه ح ل ع جیبلری مثلثین
مذکورینك ارتفاعلری او لمغین مثلثین مرقومینك بربرینه
نسبتی مختلف اولان ه ح ل ع ارتفاعلرینك بربرینه
نسبتی کبی اولدیغندن (مقاله ٦ دعوی ب من اصول هندسه)
مثلثین مرقومین دخی مختلف اولورلر

۲) قسم اولدن اولان مثلثك ب ء قطریله موتره اولان
زاویهٔ رأسی قائمه و یاحاده اولسه قسم ثانیدن اولان مثلثلرك
ب ه ب ل وتر لریله موتره اولان زاویهٔ رأسلرندن
بیوك اولور (مقاله ۱ دعوی ر من اصول هندسه (وکذا
قسم اولدن اولان مثلث قسم ثانیدن اولان مثلثلرك
هر بریندن اعظم اولور (لاحقه ۲) ومحوره قریب اولان
مثلث دخی محوردن بعید اولان مثلثدن اعظم اولور
واکر قسم اولمه اولان مثلثك زاویهٔ رأسی منفرجه اولسه

آنفا

ب ا ل زاویه سی ب ا ه
زاویه سندن اعظم اولمغین
ل ل قوسی ب ه قوسندن
اعظم اولوب له ب ط قوسی
ل ب قوسنك نصفی اولوب
ه ب ء قوسی دخی ه ر
قوسنك نصفی اولمغین ه ب ء قوسندن
قوسی دخی ه ر
اعظم اولوب ل ط وتری دخی
ه ب ء وترینك نصفی اولان ل ع
ل ط وترینك نصفی اولان ه ر
وترینك نصفی
اولان ه ح جیبندن اعظم اولمغین
جیبنك مذکورینی دخی مختلف
اولورلر

(لاحقه ۲)
زیرا بیوك زاویه لك جیبی کوچك
زاویه لك جیبندن اعظم اولوب
(لاحقه ۱) قطری دخی وتزلك
هر وترندن اعظم اولمغین ارتفاعی
جیبلرك اعظمی وقاعده سی
وتزلك اعظمی اولان مثلث
مثلثلرك هر وترندن اعظم اولور

(لاحقه ۳)
زیرا ب ا ء زاویه سنك جیبی
رأس مخروطده کائن زاویه لرك
اعظمی اولوب زاویه لرك
مذکورلرایسه کلی وکوچکلکی
دخی موتره ولد قابلی ب ء ل
ه ب وتر لرینك کلی وکوچکلکی ایله اولمغین ب ا ء
زاویه سنك جیبی دخی ب ء ل
قائمه سنك ل ا ب زاویه سنك
اولور

آنفا بیان اولندیغی وجهاوزره قسم ثانی مثلثلرینك هر بریندن
اعظم اولدیغندن ماعدا قسم ثانی مثلثلرندهٔ ایکی مثلث
بولنورکه بریسی مثلث منفرج الزاویهٔ مذکوردن اعظم
دیکری اکامساوی اولور مثلا ب ا ء زاویهٔ منفرجه لك
وتری اولان ب ء قطرینك مربعی ا ب ا ء ضلعلرینك
مربعلرندن اعظم اولدیغی کبی (مقاله ۲ دعوی ر من اصول
هندسه) قطر مذکوردن اصغر اولهرق (لاحقه ۳) ب ل
وتری وجهله اخذ اولنه که وترمذکورك مربعی ا ب ا ل
ضلعلرینك مربعلری مجموعنه مساوی اولهبوتقدیرجه
وترمذکور ایله موتره اولان زاویه قائمه اولوب (مقاله ۲
دعوی به من اصول هندسه) ب ا ل مثلث قائم الزاویه سی
هم محوردن مرور ایتیوب وهم محوردن مرور ایدن ب ا ء
مثلث منفرج الزاویه دن اعظم اولور زیرا ا ب خطی
قاعده فرض اولندقده رأس مخروطدن قاعده سنك محیطنه
دکین اخراج اولنان ا ل خطی ب ا ل مثلثنك
ارتفاعی اولوب کذلك ا ل ارتفاعنه مساوی اولوب
ء م ا زاویهٔ قائمه لك ا ء وترندن اصغر اولان (مقاله ۱
دعوی ر من اصول هندسه) ء م عمودی زاویهٔ منفرجه لك
متممی اولان ء ا م زاویهٔ حاده لك جیبی ب ا ء
مثلثنك دخی ارتفاعی اولمغین قاعده سی مساوی وارتفاعی
هر بریندن اعظم اولان ب ا ل مثلثی قسم اول ایله قسم
ثانی مثلثلرینك هر بریندن اعظم اولور واکر قسم ثانیدن اولان
ب ا ه مثلثك زاویهٔ رأسی ب ا ء زاویهٔ منفرجه لك

(لاحقه ٤)
زیرا ا ء یا خود اکا مساوی
اولان ا ه نصف قطری اخود
جیب اعظم اعتبار اولندقده
ء م ا زاویه سنك جیبی
وکندویه مساوی اولان ه ا ب
زاویه سنك جیبی دخی ه ب اولوب
مساوی زاویه لرك جیبلری دخی
مساوی اولمغین ه ب عمودی ء م
عمودنه مساوی اولور

مقمنه مساوى اولسه مثلث مذكور ا ب ء مثلثنه
مساوى اولور زيرا ا ب خطى قاعده فرض اولندقده
زاويتين مذكورينك ه ء م جيبلرى مساوى
اولوب (لاشحه ٤) ذكر اولنان جيبلردنى مثلثين مرقومينك
ارتفا علرى اولمغين قاعده لرى وارتفا علرى مساوى اولان
ا ه ا ب ء مثلثلرى دخى بربرينه مساوى اولورلر

٣) هرفتق مخروط مائل ا نقطه‌ى أسندن سطح قاعده سى
اوزرينه ا ص عمودى اخراج اولنوب ا ح محور ريله
ا ص عمودندن مرورايده رك برمستوى ايله قطع اولندقده
قاعدهٔ مذكوره يه عمودا حادث اولان ا ب ء مثلثنك
رأ سندن قاعدهٔ مزبوره محيطنه نازل واضلاع مخروط
تسميه اولنان خطلردن ا ص عمودندن بعيداولان ا ب
ضلعى هر برندن اطول وعمود مذكوره قريب اولان ا ء
ضلعى هر برندن اقصر اولوب ا ب خطنه قريب اولان
ضلع دخى ا ء ضلعنه قريب اولان ضلعدن اطول اولوب
فقط ا ب ضلع اطوله ياخود ا ء ضلع اقصره بعدلرى
مساوى اولان ا ع ا ه ضلعلرى بربرينه مساوى
اولورلر

زيرا سطح دائره اوزرنده ص نقطه سندن محيط دائره يه
دكين وصل اولنان خطلردن مركزدن مرورايدن ص ب
خطى هر برندن ا طول ودائرهٔ مذكوره يى قطع ايتمه رك
نقطهٔ مذكوره ايله محيط بينه وصل اولنان ص ء خطى
هر برندن ا قصر اولوب ص ب خطنه قريب اولان

خط

(شكل ٤ ه)

(لاشحه ٥)

زيرا ء نقطه‌لرى ه ح ع وزنى
بالفرض ح نقطه سنده تنصيف
ايتمكين ع ح ص ه ح ص
زاويه لرى قائمه اولور (مقاله ٣
دعوى ٢ من اصول) ايمدى
ص ع ح ص ه ح مثلثلرندن
ه ح ع ضلعلرى بربرينه
مساوى ح ص ضلعى دخى
مشتركدر اولوب ع ح ص ه ح ص
زاويه لرى دخى مساوى
اولديغندن ص ع ضلعى

ص ه ضلعنه مساوى اولور
(مقاله ١ دعوى ٥ برهان اخرين)
ص ع ص ء دخى ص ه
مربعلرى بربرينه مساوى اولديغندن مجموعى
ص ع ص ه ص ا مربعلرى مجموعه
مساوى اولديغندن عكسى اه
مربعنه مساوى اولوب اع
ضلعى اه ضلعنه مساوى
اولور

خط دخى خط مذكوردن بعيداولان خطلردن اطول اولوب
فقط متساوى القرب الى القطر اولان ص ع ص ه
خطلرى بربرينه مساوى اولمغين (لاشحه ٧) دائرهٔ مذكوره
اوزرنده مفروض خطلردن هر برينك مربعنه ا ص
مربعى ضم اولندقده ص ب ص ا مربعلرى مجموعنه
مساوى اولان ا ب مربعى هر برينك مربعندن اعظم
اولوب كذلك ا ء مربعى دخى هر برينك مربعندن اصغر
اولوب ا ب خطنه قريب اولان ا ه خطنك مربعى
ا ء خطنه قريب اولان ا ر خطنك مربعندن اعظم
اولور (مقاله ٢ دعوى بدمن اصول هندسه) فقط متساوى
القرب الى القطر اولان ص ع ص ه خطلرينك
نهايتلرينه وصل اولنان ا ع ا ه ضلعلرينك مربعلرى
بربرينه مساوى اولورلر بوتقديرجه هر برندن هر بعى
اعظم اولان ا ب ضلعى هر برندن اطول وهر برندن
مربعى اصغر اولان ا ء خطى هر برندن اقصر اولوب
وخط اطوله قريب اولان ا ه مربعى خط اقصره
قريب اولان ا ر مربعندن اعظم اولمغله ا ه ضلعى
ا ر ضلعندن اطول اولوب ومربعلرى مساوى اولان
ا ع ا ه ضلعلرى بربرينه مساوى اولورلر (لاشحه ٥)
بوندن ظاهر اولديكه مخروط مائل مذكورده ه ا ع
مثلثى متساوى الساقين اولوب ماعداسى مختلف
الاضلاع اولور

(مقاله ٣ دعوى ٥ من اصول)
لكن ا ب ز ويه‌سى ا ه ه
مثلثنك خارجنده واقع اولمغين
داخلنده بولنان ا ه ب زاويه
سندن اعظم اولمغله‌شى اصغر
ى ه اعظمه مساوى اولمق لازم
كلور بوايسه خلاف فدر وكذا
ه نقطه سنك فوقنده هرنقطه
ر نقطه سندن مرورايله ا ر ب
خطى وصل اولنوب ا ب ياخود
زاويهٔ داخله سى ا ح ب
كه مساوى اولان ا ه ب
زاويهٔ خارجه‌سنه مساوى اولمق
لازم كلور بوايسه خلاف فدر
بواجلدن ه نقطه سندن غيرى
نقطه‌دن مرورايده مزاول سيمدن
فقط ه نقطه سندن مرورايلير
(لاشحه ٧ شكل ٣)
ا ب ح دائرهٔ مسئلك قطرى ياخود

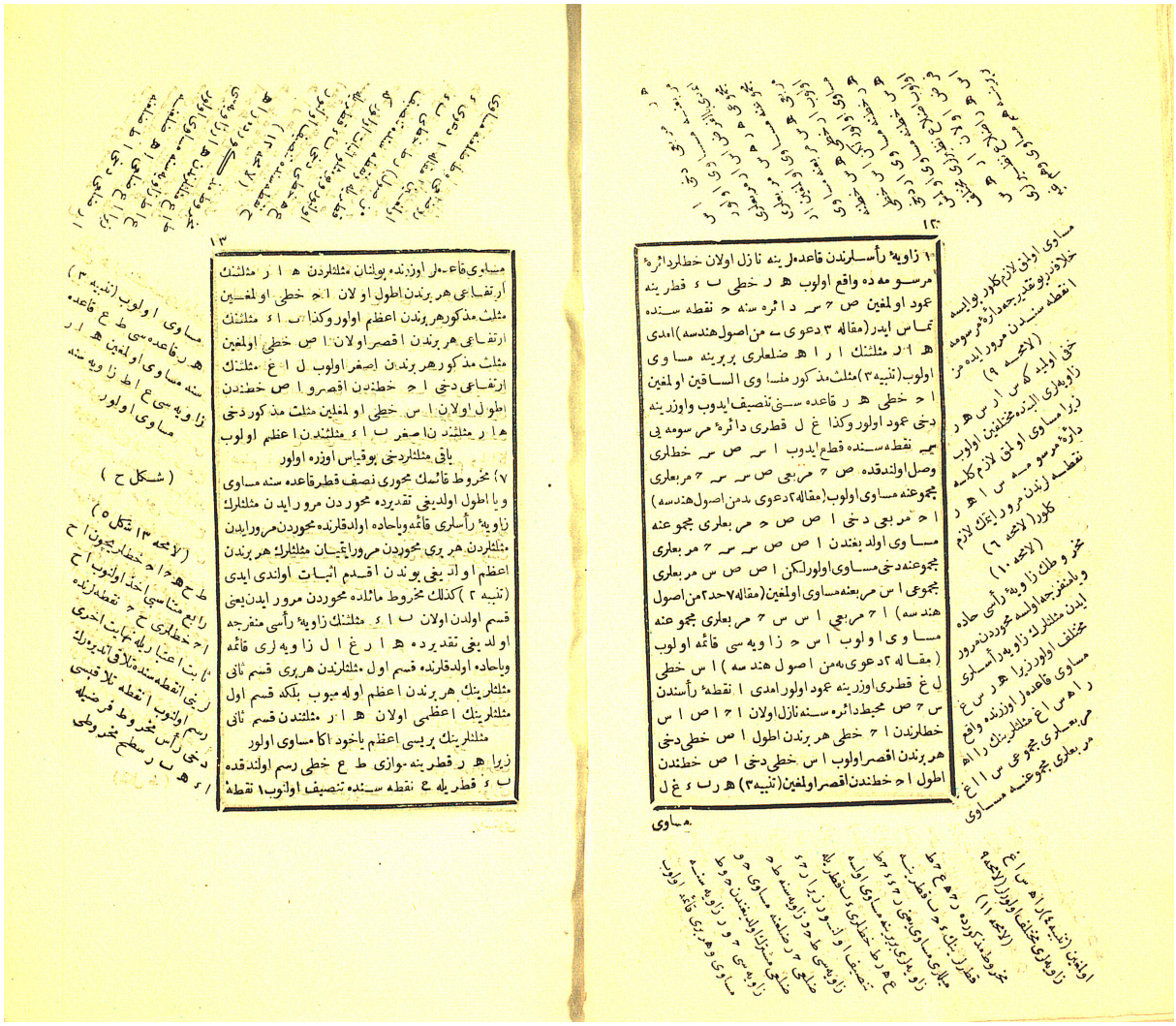
اخراج اولنان ا ب قطرى
اوزرنده هرفتق ء نقطه سندن
اولديغى هرقنى ء نقطه سندن
محيطه دكين اخراج اولنان
خطلردن مركزدن مرورايدن
خطلردن جمع خطلردن
ا ء خطى جمع اولان
ا ب ء خطى جمله سندن اقصر
اولان ا ب خطنه قريب
اولان ا ء خطنه بعيد
اولوب فقط مذكوره دن

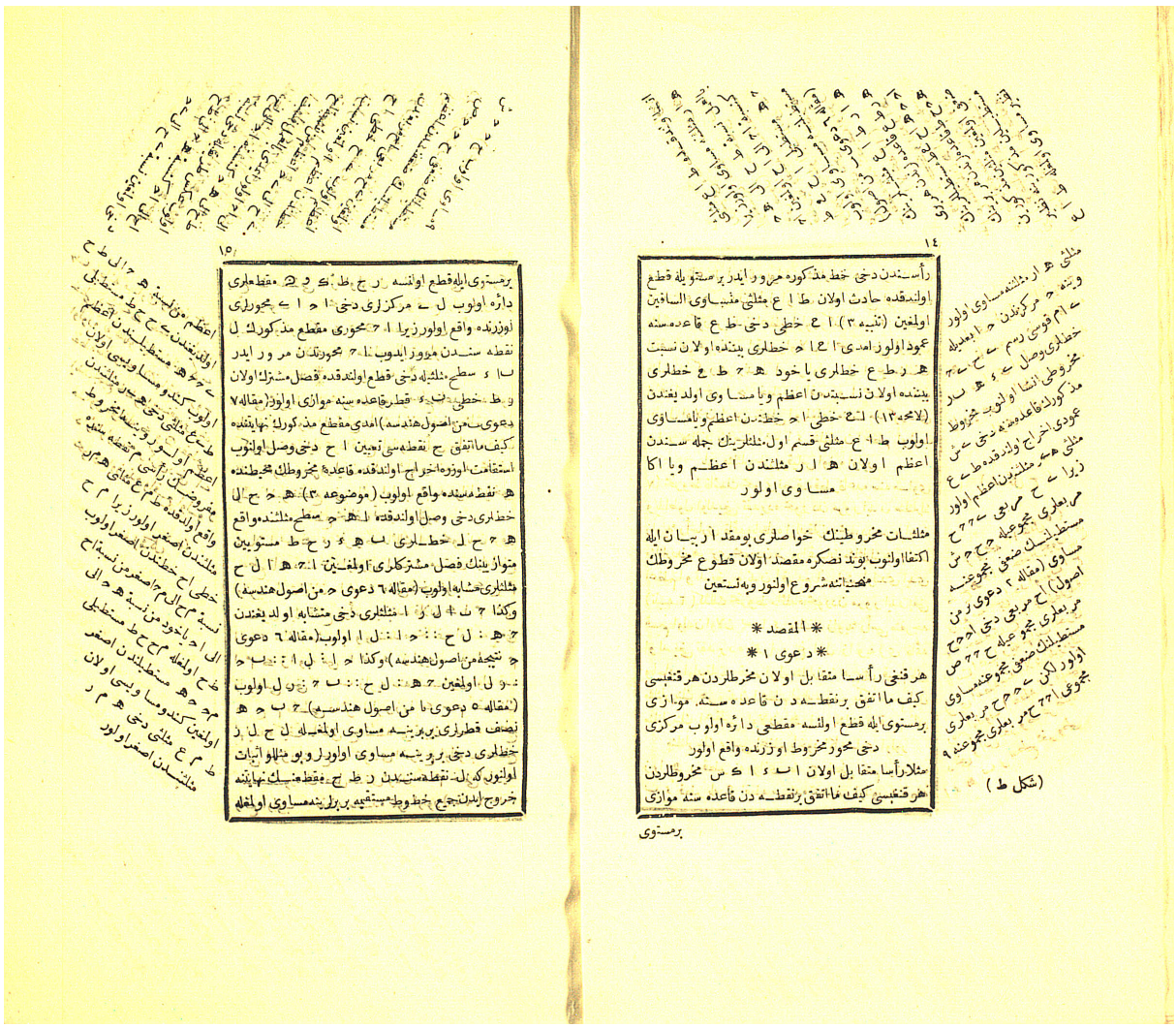
٤ هر قطني مخروط محورندن مرور ايدن مثلثلردن هر قطني
مثلثك ايكي ضلعلرينك مر بعلري مجموعي ديكر هر قطني مثلثن
ايكي ضلعلرينك مر بعلري مجموعنه مساوي اولور
زيرا رمثلثك رأسندن قاعده سي وسطنه نازل اولان خطك
مر بعنك ضعفيله نصف قاعده مر بعنك مثلثي مجموعي
ضلعلرين باقيين مر بعلري مجموعنه مساوي اولور (مقاله ٢
دعوي) بضمن اصول هندسه) بو تقدير جه ا ا ، مر بعلري
مجموعي ا ح محوري مر بعي ضعفيله ح ب نصف
قطرك مر بعي ضعفي مجموعنه مساوي ركذا ا ه ا ر
مر بعلري مجموعي دخي ا ح مر بعي ضعفيله ح ه ياخود
اكا مساوي اولان ح ب مر بعي ضعفي مجموعنه مساوي
اولديغندن ا ب ا ، مر بعلري مجموعي ا ه ا ر
مر بعلري مجموعنه مساوي اولور و بو مثلثلرك اثبات اولنور كه
ا ب ا ، مر بعلري مجموعي ا غ ا ، مر بعلري مجموعنه
ياخود ا ه ا ر مر بعلري مجموعنه مساوي اولور

٥ هر قني مخروط مائل رأسندن محور ينه مرور ايدن
قطع اولنوب حادث اولان مثلثلردن ا ب ، مثلثك
ب ا ، زاويه سي قائمه اولسه جميع مثلثات مذكوره نك زاويه
رأسلري قائمه و بر اده بر ينه مساوي اولورلر
زيرا ا ب ، مثلثنك سطحي اوزرنده ب ، قطر
اعتبار يله ب ، ا نصف دائره سي رسم اولنمقده
ب ا ، زاويه سي بالفرض قائمه اولديغندن ا نقطه سندن
مرور ايدوب ا ح محوري ح ب ح ، نصف قطر ينه

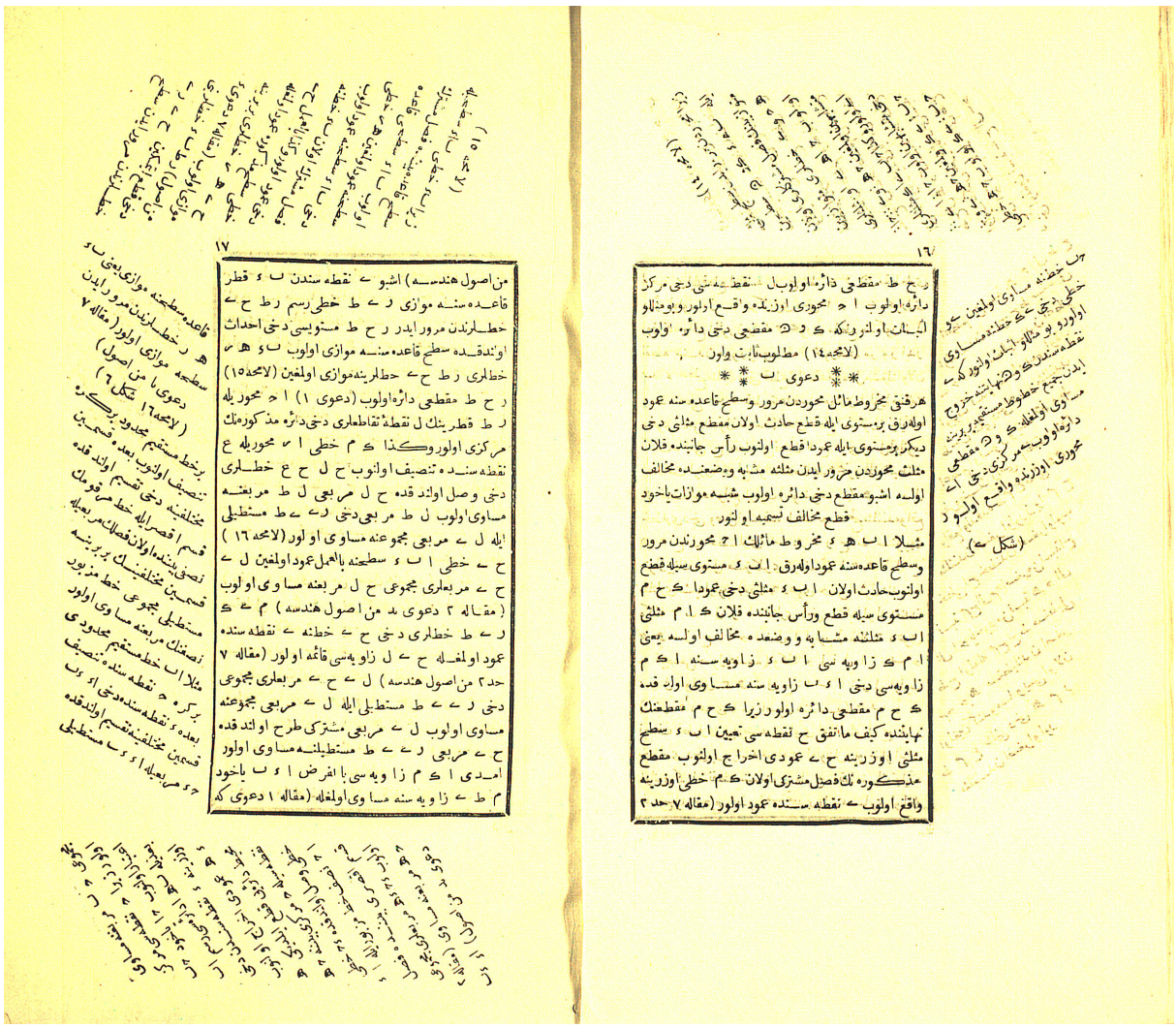
مساوي اولوب ح ه ح ر نصف قطر ينه دخي مساوي
اولور وكذا ه ر قطر اعتبار يله ه ا ر نصف
دائرسي رسم اولنمقده ا نقطه سنك فوق وتحتيدن مرور
ايتمسيله فقط ا نقطه سنه رأسندن مرور ايتمكين (لاحقه ٦)
ه ا ر زاويه سي دخي قائمه اولوب ا ه ا ر ضلعلري دخي
قائمه مذكوره نك محيطاتي اولورلر و بو مثلثلرك اثبات اولنوركه
مخروط مذكوره يه يولنان جميع زاويه رأسلر قائمه اولوب
نقطه رأسندن نازل اولان اضلاع دخي قائمه محيطاتي اولورلر
واكر ب ا ، زاويه رأسي حاده و يامنفرجه اولسه
محوردن مرور ايدن جميع مثلثلرك زاويه رأسلري مختلف
اولوب (لاحقه ١٠) فقط قاعده لرينك ب ، قطر ينه
ميللري مساوي اولان مثلثلرك يعني ب ح ه ح ب ح ع
زاويه ميللري مساوي اولان مثلثلرك زاويه رأسلري بر بر ينه
مساوي اولورلر (لاحقه ١٢)

٦ مخروط مائلك ا ص محوردندن مرور وسطح قاعده
اوزرينه عمود اولان ب ا ، مثلثي محوردن مرور ايدن
مثلثلرك هر بر ندن اصغر وكذا ب ، قطر ينه عمود اولان
ه ر قاعده سي اوزرنده بولنان ه ا ر مثلثي هر بر ندن
اعظم اولوب ومثلث اعظم مثلث اعظم ومثلث
اصغره دخي قريب اولان مثلث اصغر اولور
زيرا محور ايله موقع عمود آره سنده واقع ص ح بعدي
قطر اعتبار اولنوب سطح قاعده سنه مخروط اوزرنده
ح ر ص داره سي رسم اولنمقده مثلثات مذكوره نك





(شكل ط)



من اصول هندسه) ط م ے زاویه سی دخی ے ر ک
زاویه سنه مساوی اولوب ط ے م ک ے ر
مثلثلری متشابه اولدیغندن ک ے : ر ے :: ط ے ے م
اولوب (مقاله ٦ دعوی ھ من اصول هندسه) ر ے
ے ط مستطیلی ک ے ے م مستطیلنه مساوی اولوب
(مقاله ٦ دعوی ب من اصول هندسه) هر پرینه ے ع
مربعی جمع اولندقده ر ے ے ط مستطیلی ایله ے ع
مربعی مجموعی ک ے ے م مستطیلی ایله ے ع مربعی
مجموعنه مساوی اولورلکن آنفاثبات اولندیغی وجهاوزره
ر ے ے ط مستطیلی ح ے مربعنه مساوی اولمغین
ح ے ع ے مربعلری مجموعی ک ے ے م مستطیلی ایله
ع ے مربعی مجموعنه مساوی اولوب ح ے ع ے
مربعلری مجموعی دخی ح ع مربعنه مساوی اولمغله
(مقاله ٢ دعوی بد من اصول هندسه) ک ے ے م
مستطیلی ایله ع ے مربعی مجموعی ع م مربعنه مساوی
اولوب (لاتحه ١٦) ح ع مربعی ع م مربعنه
مساوی اولوب ح ع خطی ع م خطنه مساوی اولور
وبومثللو اثبات اولنورکه ع نقطه سندن ک ع م
مقطعلك نهایتلرینه خروج ایدن جمیع خطوط مستقیمه
پرپرینه مساوی اولمغله ا ب ھ ء مخروط مائلك قطع
مخالفی اولان ک ح م مقطعی دائره اولوب مطلوب
ثابت اولور

(نتیجه ١) محیط دائره لك هرقنغی نقطه سندن قطر

مستطیلی دخی ء ھ مربعنه
مساوی اولمغین (مقاله ٦ دعوی ر
من اصول) ء ح مربعیله ا ء ب
مستطیلی مجموعی ح ط مربعی
یانخودا کا مساوی اولان ح ے ب
مربعنه مساوی اولور

دائر

دائره اوزرینه اخراج اولنسان عمودلك مربعی قطر مزکوردن
قطع ایلدیکی قسملرك پرپرینه مستطیلنه مساوی اولور
مثلا ط ح ر دائره سنك ح نقطه سندن ط ر قطری اوزرینه
اخراج اولنان ح ے عمودینك مربعی ط ے ے ر مستطیلنه
مساوی اولورواگر ح ے مربعی ط ے ے ر مستطیلنه
مساوی اولسه ط ح ر شکلی دائره اولور

نتیجه ٢) ک ح م مقطعی مخروط مائلك قاعده سنه
موازی اولمیوب محوردن مرور وسطح قاعده سی اوزرینه
عمود اولان مثلث دخی رأس جانبنده خلاف وضع اوزره
قلان مثلثه مشابه اولدقده مقطع مزبور دائره اولهمزیرا
ر ے ک ط ے م مثلثلرینك زاویه لری بوصورتده مختلف
اولدقلرندن مثلثین مذکورین غیرمتشابه اولوب ک ے ر ے
ط ے م ضلع نظیرلری دخی متناسب اولهمدیغندن ز ے
ے ط قسملرینك مستطیلی یاخود ح ے مربعی ک ے ے م
مستطیلنه مساوی اوله میوب ع ح مربعی دخی ع م
مربعنه مساوی اوله مدیغی اجلدن نصف قطر قرض
اولنسان ع م ع ح خطلری پرپرینه مساوی اولمامغله مقطع
مزبور دائره اولماز

نتیجه ٣) قطع مخالفده محوردن مرور ایدن ا ک م ا ء ب
مثلثلری مشابه اولوب ا ء : ا ب :: ا ک : ا م اولوب ا ء ا م مستطیلی
ا ب ا ک مستطیلنه مساوی اولمغله ب ک م ء
نقطه لرندن مرور ایدر محیط دائره رسم اولنمق ممکن اولور
(لاتحه ١٧) وینه ک م خطنه موازی ب د خطی

خلاف قدر وکذا ع نقطه سندن
مرور ایلیه ب ا ع مستطیلی
ء ا ا م مستطیلی دخی القرض
ب ا ا ک مستطیلنه مساوی
اولمغین ب ا ع مستطیلی اولش اولور
مستطیلنه مساوی اولمش اولور
بوایسه دخی خلافدر بواجلدن من
ح ع نقطه لرندن مرور ایده من
وبومثللو اثبات اولنور ک
نقطه سندن غیری نقطه دن مرور
ایده میوب فقط ک نقطه سندن
مرور ایدر

رسم اولندقده ب د ءمثلثنك زوايه سندن مرور ايدر
ء د ب دائره سي رسم اولندقده ا ب خطي دائرهٔ
مرقومه يه ب نقطه سنده تماس ايدر زيرا ا ب ء
ب د مثلثلرنده ا ب د زاويه سي ا ء م ياخود
كامساوي اولان ا ء ب زاويه سنه مساوي اولوب
ا زاويه سي دخي مشترك اولغين مثلثين مذكورين
مشابه اولوب ا ء : ا ب :: ا ب : ا د او لمغله
ا ب مربعي ا ء ا د مستطيلنه مساوي اولديغندن
ا ب خطي ء د ب دائره سنه ب نقطه سنده
تماس ايدر (مقاله ٣ دعوى ل من اصول هندسه)
نتيجه ٤) ا ب هـ ء مخروط مائل ك ح م دائره سنه
موازي على التوالي قطع اولندقده حادث اولان مقطعلر
دائرهٔ اولوب ع مركزندن ا نقطهٔ رأسي يينه ا ع خطي
وصل اولندقده حادث اولان دوائر متوازيه‌لك مركزلري
ا ع خطي اوزرنده واقع اولوب ك م خطنه موازي
رسم اولنان جميع خطوط دخي ا ع خطيله تنصيف
اولنورلر زيرا ك ع : ع م :: ب س : س د اولوب
(مقاله ٦ دعوى ٢ نتيجه من اصول هندسه) ك ع خطي
ع م خطنه مساوي اولمغله ب س خطي س د خطنه
مساوي اولوب ب د خطي س نقطه سنده
تنصيف اولنور بوصورتده ا ع خطي مخروط مذكورلك
محوري اولوب قطر فاعده يي غير مساوات اوزره
ء نقطه سنده قطع ايدر ايمدي بوندن لازم كلور كه

مخروط

مخروط قائملرك محورلري براولوب مخروط مائلدرده
ايكي محور بولنور
نتيجه ٥) محورين مذكورين ندن ا ء محور ثاني ب ء
قطريني ء نقطه سنده قطع ايلدكده نسبة ب ء الى
ء ء كنسبة مربع ا ب الى مربع ا ء وكنسبة مربع ا د
الى مربع ا ب اولور وكذا ا ء محور اول ب د قطع
مخالف قطريني ص نقطه سنده قطع ايلدكده نسبة
ب ص الى ص د كنسبة مربع ا ب الى مربع ا د
اولوب ونسبة ب ء الى ء ء كنسبة د ص الى ص ب
دخي اولور زيرا ا ب ء خطنه موازي د غ ث
خطي رسم اولندقده ب س ء د س ت مثلثلري مثشابهين
اولوب ب س : س د :: ب ء : د ت اولوب ب س س د
خطلري متساويين اولمين (نتيجه ٤) ب ء خطي دخي د ت
خطنه مساوي اولور ايمدي ب ء : ء ء :: ب ء : ء ء
تناسبنده ب ء خطنك يرينه مساويسي اولان د ت
خطي وضع اولندقده ب ء : ء ء :: د ت : ء ء
اولوب د ت : ء ء :: ا د : ا ء دخي اولوب ا ء
ا ب د خطلري على الولاء متناسب اولمغين (نتيجه ٣)
عكس طريقله دخي ا د : ا ء :: مربع ا ب : مربع ا ء
اولد يغندن ب ء : ء ء :: مربع ا ب : مربع ا ء
(مقاله ٥ دعوى ما من اصول هندسه) :: مربع ا د
: مربع ا ب اولور (لاحه ١٨) وينه ب ص ٢ غ د ص
مثلثلري مثشابهين اولوب ب ص : ص د :: ب ٢

(لاحه ١٨)
زيرا ا ء : ب ٢ :: ا ب : ا د اولوب
(نتيجه ٣) عكس طريقيله دخي
ا ب : ا ء :: ا د : ا ب اولوب مربع
ا ب : مربع ا ء :: مربع ا د : مربع
ا ب دخي اولور لكن ب ء : ء ء :: مربع
ا ب : مربع ا ء اولمغين
ء ء : ب ء :: مربع ا ب : مربع ا د
اولور

: ⊃ غ اولور وكذا ء ح يا خـود ب ح : ⊃ غ ::
ا ء : ا ⊃ دخى ا ولوب ا ⊃ ا ب ا ء خطلرى
على الولا متنـاسب اولد يغندن (نتيجه ٣) عكس طريقيله
دخى ا ء : ا ⊃ :: مربع ا ب : مربع ا ⊃ اولور
وينه مربع ا ⊃ : مربع ا ب :: ب ر : ر ء دخى
اولمغين (لاتحه ١٨) ب ر : ر ء :: ⊃ ص : ص ب
اولور (مقاله ٥ دعوى ٦ نامن اصول هندسه)

* * دعوى ٦ * * *

هرقنغى مخروط محوردن مرور ايدن رمستوى ايله قطع
اولنوب وقطع مذكوردن حادث اولان مثلث اضلاعنده
اولمـامق شرطيله سطح مخروطى ا وزرنده كيف ماتفق
برنقطه تعيين ونقطـهٔ مذكوره دن قاعدهٔ مخروطك
محيطندن خروج ومثلث مذكور قاعده سنه ياخود
مخروط مذكورك قاعده سى قطرينه عمود اولان خطه
موازى برخط مستقيم رسم وسطح مثلث مذكوردن
مرور ايدرك سطح مخروطينك طرف آخرى سنه
دكين اخراج اولندقده سطح مثلث مذبور خط مرسومى
تنصيف ايدر

(شكل ١٨) مثلا ا ب ء ط مخروطى محوردن مرور ايدن ا ب ء
مستوى ايله قطع اولنوب حادث اولان ا ب ء مثلثك
اضلاعنده اولمامق شرطيله سطح مخروطى اوزرنده
كيف ماتفق ح نقطه سى تعيين اولنوب قاعدهٔ مخروطك

محيطندن

محيطندن خروج و ا ب ء مثلثك قاعده سيله مخروط
مذكورك قاعده سنك ب ء قطرينه عمود اولان ه ر
خطنه موازى ح نقطه سندن ح ے خطى رسم اولنوب
ا ب ء مثلثك سطحندن مرور ايدرك سطح مخروطينك
طرف اخرى سنده ل نقطه سـنه دكين اخراج اولندقده
سطح مثلث مرقوم ح ے ل خطنى ے نقطه سـنده
تنصيف ايدر زيرا ا نقطهٔ رأسـندن ا ح خطى وصل
واستقامت اوزره اخراج اولندقده قاعدهٔ مخروطك محيطنده
كائن م نقطه سـنده واقع اولوب (موضوعه ٣)
م نقطه سندن دخى ه ر خطنه موازى م ك ط خطى
رسم اولنوب ب ء قطر قاعده يى عمودا قطع ايتمكين قطر
مذكور ايله ك نقطه سنده تنصيف اولنور (مقاله ٣ دعوى ٥
من اصول هندسه) ا ط خطى دخى وصل اولندقده سطح
مخروطى اوزرنده واقع اولوب (موضوعه ٢) (ح ے ل خطى
ايله ل نقطه سنده تلاقى ايدرز (لاتحه ١٩) ايمدى
ح ل م ط خطلرندن هرپرى ه ر خطنه موازى اولمغين
خطين مرقومين دخى متواز يين اولوب (مقاله ٧ دعوى ٥
من اصول هندسه) م ا ط مثلثك سطحنده دخى واقع
اولورز (مقاله ٧ دعوى ٤ نتيجه من اصول هندسه) ا ك
خطى دخى وصل اولندقده م ا ط ب ا ء مثلثرينك
فصل مشتركى ا ولمغين اشبو سطحين مذكورين ا ك
خطى اوزرنده واقع ے نقطهٔ مشتركلرندن مرور ايدرلر
(لاتحه ٢٠) ايمدى م ك : ح ے :: ك ا : ے او :: ك ط : ے ل

(لاتحه ١٩)
زيرا م ط ح ل خطلرى برينه
موازى و برسطحده بولنمغين
ا ط خطى دخى م ط خطيله
سطح مخروطيده ه نقطه سنده
تلاقى ايتمكين كذلك سطح
مخروطيده واقع ل نقطه سنده
ح ل خطيله دخى تلاقى ايدر

(لاتحه ٢٠)
زيرا ب ا ء مثلثى ايله ح ے ل
خطلرك تلاقى نقطه سى ے اولوب
ح ے ل خطى دخى ا ب ء
سطحيله م ط سطحلرك فصل
مشتركى اولان ا ك خطى اوزرنده
واقع اولمغين اشبو ا ك خطى ے
نقطه سندن مرور ايدر

اولوب م ك خطی ك ط خطنه مساوی اولد یغندن
ح ت خطی دخی ے ل خطنه مساوی اولور بوتقدیرجه
محوردن مرور ایدن ا ب ء سطح مثلثی ح ل خطنی
ے نقطه سنده تنصیف ایدوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) بوندن ظاهر اولدیکه ا ب م ء محروطی
محوردن مرور ایدن ا ب ء سطح مثلثیله قطع وقطر قاعده یه
عمود اولان م ط خطی اوزرنده واقع دیکر م ك ط
سطحیله دخی قطع اولنمقده اشبو سطحین مستوی بینك
وصل مشکلری اولان ك ك خطی اوزرنده م ط خطنه
موازی رسم اولنمان جمیع خطوط مستقیمه ذکر اولنان

ك ك خطیله تنصیف اولنورلر (لاتحه ٢١)

نتیجه ٢) م ك ط سطحنك م ط قاعده سی ب ء قطریله
عمود اولوب محوردن مرور ایدن ا ب ء سطحی قاعده
سطحنه عمود اولدیغی مثللو م ك ط سطحی دخی ا ب ء
سطح مثلثه عمود اولمسه م ط ح ل خطلری سطحین
مذکور یك فصل مشترکلری اولان ك ك خطیله عمودا
تنصیف اولنورلر زیرا م ك ء زاویه سی قائمه اولوب
م ك ك زاویه سی دخی قائمه اولغین (مقاله ٧ حد ٣ من
اصول هندسه) ح ے ك زاویه سی دخی قائمه اولسوب
(مقاله ١ دعوی ٤ که من اصول هندسه) خطین مذکورین
عمودا تنصیف اولنورلر ل واکر سطح قاعده اوزرینه واقع
اولان سطح م ط خطی اوزرینه عمود اولوب یعنی محوردن
مرور ایدن سطح مثلث قاعده مخروط اوزرینه عمود اولمزایسه

ك ك

(شکل ب)

(لاتحه ١٢)

ك ك خطی ح ل م ط خطلرینی عمودا تنصیف ایده میوب
م ك ك ك خطلرینك میللرینه کوره زوایای مائله اوزره
تنصیف اولنورلر

* * * حدود ثانیه * * *

١) هرقنفی مخروطك قطعنده مرسوم ح ل م ط خطوط
متوازیه یی تنصیف ایدن ك ك خطنه اول قطعك قطری
تسمیه اولنور

٢) ك ك قطرینك نهایتی اولان ك نقطه سنه یاخود
مقابلنده بولنان ص نقطه سنه اول قطعك رأسی
تسمیه اولنور

٣) ح ل م ط خطین متوازیین مذکورینه یاخود
نصفلری اولان ل ے ك م خطلرینه ك ك قطرینك
خط ترتیبلری تسمیه اولنور

٤) ك ك قطری خط ترتیبلری عمودا تنصیف ایدرایسه
قطر مذکوره مخروطی تسمیه اولنور

بوندن صکره ملزومی اولان تعریفلر اقتضا ایدرکه دعوی لر
ونتیجه لر آره سنده ذکر اولنور

* * * دعوی ء * * *

هر قنفی مخروط محوروندن مرور ایدرك برمستوی ایله برکره
قطع وقطر قاعده ایله عمودا تنصیف اولنمان خط مستقیم
اوزرنده واقع دیکر برمستوی ایله برکره دخی قطع اولنوب

(شکل ج د ه و)

(لاتحه ٢٢)

فائده نسبه ا ال ب کنسبه ك
ا م مقدارلری هرقنفی ك مقدار
آخر ایله ضرب وکذلك ء تالیلری
ضرب اولنه قده مستطیل ا ك
مستطیل ب ن :: مستطیل ا ك ء
مستطیل ك ا اولورزیرا ایکسنك
او لسوب بر ل طرفیله دخی
ایچون ء اولور (مقاله ٥ دعوی ١ من اصول)
مستطیل ا ك :: مستطیل ك ك
اولوب (مقاله ٥ دعوی ٤ من اصول)

مستطیل ا ك :: مستطیل ك ك
ب ن :: مستطیل ك ك اولورکه اسلری مستطیل
سن :: مستطیل ك ك اولوب بدل
ا ك :: مستطیل ك ك
ل ن :: مستطیل ك ك
طرفیله دخی قسمه مستطیل ك ك
مستطیل ك ك اولوب مطلوب
ثابت اولور

تلاق نقطه سنده اولان ے
نقطه سنده تنصیف اولوب ا ب
سطحیله م ك ل ط سطحنك
فصل مشترکی اولان ك ك خطی
اوزرنده واقع اولمغین (لاتحه ٢٠)
اشبو ك ك خطی دخی ز ینه موازی
اولان ح ل م ط خطلرینی
تنصیف ایدر

اشبو قطعك قطری محوردن مرور ایدن مثلثك برضلعنه
موازی اولدقده قطع مذكورده واقع خط ترتیبلری مربعلرینك
بر برینه نسبتی قطر مذكوردن رأسن طرفنده خط ترتیبلرك قطع
ایلدكلری فصله لرینك بر برینه نسبتی كبی اولوب واشبو
وجهله اولان قطعه قطع مكافی تسمیه اولنور

مثلا ا ى م ب مخروطی محوردن مرور ایدەرك ا ب ى
مستو یسیله بركره قطع ب ى قطر قاعده ایله عمودا ك
نقطه سنده تنصیف اولنان م ط خطی اوزرنده واقع
م د ط مستو یسیله بركره دخی قطع اولنوب اشبو مستوینك
د ك قطری ا ب ى مثلثنك ا ب ضلعنه موازی اولدقده
ك م ح ے خط ترتیبلری مربعلرینك بر برینه نسبتی د
رأسی جانبنده خطین مذكورینك د ك قطرندن قطع
ایلدكلری د ك د ے فصله لرینك بر برینه نسبتی كبی
اولورز یرا سطحین متقاطعینك فصل مشترکی اولان د ك
خطی اوزرنده كیف ما اتفق ے نقطه سی تعیین ونقطه
مذكوره دن ح ے ل خط ترتیبی رسم ب ى قطر
قاعده سنه موازی غ ے و خطی دخی رسم اولنوب
غ و ے ل خطلرندن مرور وسطح قاعده یه موازی
غ ح و سطحی احداث اولندقده ب ى م ط خطلری
غ و ح ل خطلرینه نظیر نظیره موازی اولوب (مقاله ٧
دعوی ب من اصول هندسه) غ ل و ح مستویسی دخی
دائره اولور (دعوی ١) ایمدی ح ے خطی غ و قطرینه
عمود اولوب م ك خطی دخی ب ى قطرینه بالفرض

(شكل ر)

(لایحه ٢٣)
فائده هر ایکی صنف متناسبلردن
نظیر نظیره اولان مقدارلرك
مستطیللری بینه متناسب اولورلر
مثلا ا : ب :: ح : ى اولوب وكذا
ه : ر :: ح : ط اولسه اشبو ایکی
صنف متناسبلردن مستطیل ا ه :
مستطیل ب ر :: مستطیل ح ح :
مستطیل ى ط اولورز یرا بالفرض
ا : ب :: ح : ى اولوب وكذا ه : ر ::
ح : ط دخی اولوب ه : ر :: ه : ر
وكذا ح : ى :: ح : ى دخی اولمغین
مستطیل ا ه مستطیل ب ر
:: مستطیل ح ه :: مستطیل ى ر اولوب
وكذا مستطیل ح ه :: مستطیل ى ر
:: مستطیل ح ح :: مستطیل ى ط
اولمغین (لایحه ٢٢) مستطیل ا ه
:: مستطیل ب ر :: مستطیل ح ح
:: مستطیل ى ط اولوب مطلوب
ثابت اولور

عمود اولدیغندن ح ے مربعی غ ے و مستطیلنه
مساوی اولوب م ك مربعی دخی ب ك ك ى
مستطیلنه مساوی اولمغین (دعوی ب نتیجه ١) مربع
م ك : مربع ح ے : : مستطیل ب ك ك ى :
مستطیل غ ے ے و اولور ایمدی ب غ ے ك
شكلنده متقابل بولنان ضلعلر بر برینه موازی اولمغله شكل
مذكور متوازی الاضلاع اولوب ك ب یاخود ك ى خطی
غ ے خطنه مساوی اولوب مستطیل ب ك ك ى :
مستطیل غ ے ے و : : ك ى : ے و اولدیغندن
(مقاله ٦ دعوی ب من اصول هندسه) مربع م ك :
مربع ح ے : : ك ى : ے و اولور وكذا د ى ك
د و ے مثلثلری متشابهین اولوب ك ى : ے و :: ك د
: ے د اولمغین (مقاله ٦ دعوی ه من اصول هندسه)
مربع م ك : مربع ح ے :: ك د : ے د اولوب مطلوب
ثابت اولور

نتیجه ١) ك د ك م خطلریچون د نقطهٔ رأسندن
د ك قطری اوزرینه عمود اولەرق د ر ثالث متناسبی
اخذ اولنوب ك م مربعی ك د د ر مستطیلنه
مساوی اولمغین هرقنقی ے ح خط ترتیبك مربعی دخی
ے د د ر مستطیلنه مساوی اولور زیرا مستطیلین
مذكورینك بر برینه نسبتی ك د ے د فصله لرینك
بر برینه نسبتی كبی اولوب (مقاله ٦ دعوی ١ من اصول
هندسه) ك م ے ح خط ترتیبلری مربعلرینك بر برینه

(لایحه ٢٤)
تنبیه لایحۀ مذكورده ذكر اولنان
ا ه مستطیلنك ب ر مستطیلنه
نسبتی ا مقدارینك ب مقدارینه
نسبتیله ه مقدارینك ر مقدارینه
نسبتلرندن مؤلف وكذا ح ح
مستطیلنك ى ط مستطیلنه نسبتی
ح مقدارینك ى مقدارینه نسبتیله
ح مقدارینك ط مقدارینه
نسبتلرندن مؤلف اولورلر زیرا نسبت
مؤلفه هندسه تعریفی اوزره
برجنسدن اولمق شرطیله هرنقدر
مقادیرك مقدملردن حاصل اولان
مستطیلك تالیلردن حاصل اولان
مستطیله نسبتی مقدملرك تالیلره
نسبتلرندن تركب ایتمكین ا ب هر
مقادیرلرك دخی مقدملردن حاصل
اولان ا ه مستطیلنك تالیلردن
حاصل اولان ب ر مستطیلنه
نسبتی ا مقداریله ب مقدارینك
بیننده اولان نسبتله ه مقداریله
ر مقدارینك بیننده اولان
نسبتلردن مؤلف اولوب وكذا ح ح
مستطیلنك ى ط مستطیلنه نسبتی
ح مقداریله ى مقدارینك بیننده
اولان نسبتله ح مقداریله ط
مقدارینك بیننده اولان نسبتلردن
مؤلف اولوب مطلوب ثابت اولور

نسبتی کبی دخی اولمغین مستطیل ک ج ج ر : مستطیل
ے ج ج ر :: مربع ے ح : مربع ے ح اولور
لکن ک م مربعی ک ج ج ر مستطیلنه مساوی
اولمغین ے ح مربعی دخی ے ج ج ر مستطیلنه
مساوی اولور واشبو ج ر خطی ج ک قطرینه عمود
اولدیغندن ضلع قائم تسمیه اولور

نتیجه ٢) محوردن مرور ایدن ا ب ء مثلثك ا ب ا ء
ضلعلرینی قطع ایده رك ج نقطه سندن ب ء قاعده
قطرینه موازی ج ه خطی رسم اولندقده ا ه : ه ج
:: ه ج : ج ر اولسه اشبو ج ر خطی قطع مکافینك
ضلع قائمی اولوب بوطریق ایله دخی استخراج ولنور زیرا
ب ه ج ک شکلی متوازی الاضلاع اولدیغندن ب ک
خطی ه ج خطنه مساوی اولوب ه ا ج ک ء
مثلثلرندن هربری ا ب ء مثلثنه مشابه اولمغین
ا ه : ه ج :: ب ک : ج ر :: ج ک : ک ء
اولمغله ج ک ج ر مستطیلی ب ک ک ء مستطیلنه
مساوی اولوب ب ک ک ء مستطیلی دخی م ک
مربعنه مساوی اولمغین (دعوی ب نتیجه ١) م ک
مربعی دخی ک ج ج ر مستطیلنه مساوی اولمغله
ج ر خطی کذلك قطع مکافینك ضلع قائمی
اولور (نتیجه ١)

نتیجه ٣) محوردن مرور ایدن ا ب ء مثلثك ا ب ا ء
ضلعلری مستطیلنك ب ء قطر قاعده مربعنه نسبتی

رأس

رأس مخروط ایله رأس قطع مکافی ارا سنده واقع ا ج
خطنك ج ر خطنه نسبتی کبی اولور بوصورتله ج ر
کذلك قطع مکافینك ضلع قائمی اولوب بوطریق ایله دخی
استخراج اولنورزیرا مستطیل ب ا ا ء : مربع ب ء : :
مستطیل ه ا ا ج :مربع ه ج اولوب (لاحه ٢٥)
ه ا ه ج ر خطلری علی الولاء متناسب اولدیغندن
ه ج مربعی ه ا ج ر مستطیلنه مساوی اولمغله
مستطیل ب ا ا ء: مربع ب ء ::مستطیل ه ا ا ج
:مستطیل ه ا ج ر اولورلکن مستطیل ه ا ا ج :
مستطیل ه ا ج ر :: ا ج : ج راولمغین (مقاله ٦ دعوی ١
من اصول هندسه) مستطیل ب ا ا ء: مربع ب ء ::ا ج
: ج راولوب انفایسان اولدیغی اوزره ج ر ضلع قائمی
بوطریق ایله دخی استخراج اولنور

* * * دعوی ه * * *

هرقنی مخروط محوردن مرور ایده رك برمستوی ایله برکره
قطع وقطر قاعده ایله عمودا تنصیف اولنان خط مستقیم
اوزرنده واقع دیکر برمستوی ایله برکزه دخی قطع اولنوب
اشبو قطعك قطری محوردن مرور ایدن مثلثك اضلاعنه
موازی اولیه رق رأس مخروطك طرف اسفلنده واقع
برنقطه سیله طرف اعلا سنده واقع برنقطه سنده قطع
ایلدکده قطع مذکوردہ واقع خط ترتیلری مربعلرینك
بربرینه نسبتی خط ترتیلرك نهایتلرندن قطع مذکور

(لاحه ٢٥)
زیرا ب ا ء ب :: ه ا : ه ج اولوب
وکذا ا ء ب ء :: ه ا ا ج : مربع
ب ء :: مستطیل ه ا ا ج : مربع
ه ج اولور (لاحه ٣٣)

قطر ينك طرف اعلاسنـده واقع نقاطع نقطه سبله طرف
اسفلنده كائن نقاطع نقطه لرينه دكين واقع اولان قسملرى
مستطيللر ينك بر برينه نسبتى كبى اولـور واكر مستوى
مذكور رأس مخروط جهتنه اخراج اولنسه مخروط متقابلنده
قطع مذكوره مشابه برقطع دخى حادث اولدقده قطع اولده واقع
خط ترتيبلرى مربعلر ينك باخود قطع ثانيده واقع خط ترتيبلرى
مربعلر ينك بر برينه نسبتى كذلك خط ترتيبلر نهايتلرندن
ذكر اولنان نقاطع نقطه لرينه دكين منتهى اولان قطرك
قسملرى مستطيللر ينك بر برينه نسبتى كبى اولـور واشبو
قطعلردن هر برينه قطع زائد تسميه اولنوب بر برينه نسبتله
دخى قطعين متقابلين تسميه اولنور واشبو قطعين متقابلينك
راسلرى بينده واقع اولان خطه قطر مجانب ومحور اول دخى
تسميه اولنور

(شكل ع) مثلا ا ب ء ط مخروطى محوردن مرور ايده رك ا ب ء
مستوى بسبله بركره قطع ب ء قطرى قاعده ايله عموداً تنصيف
اولنان م ط خطى اوزرنده واقع م ط مستوى بسبله
بركره دخى قطع اولنوب مستوى مذكور ك ط قطرى
ب ا ء مثلثك ا ب ا ء ضلعلرينه موازى اولمه رق راس
مخروطك طرف اسفلنده واقع ط نقطه سبله طرف
اعلاسنده كائن ص نقطه سنده قطع ايلدكده قطع مذكورده
واقع ك م ے ح خط ترتيبلرى مربعلر ينك بر برينه نسبتى
خطين مذكور ينك ك ے نهايتلرندن ك ط قطر ينك

طرف

طرف اعلاسنده واقع ص نقطه سبله طرف اسفلنده
كائن ط نقطه لرينه منتهى اولان قسملرى مستطيللر ينك
بر برينه نسبتى كبى اولور يعنى نسبة مربع ك م الى مربع
ے ح كنسبة مستطيل ك ص ك ط الى مستطيل
ے ص ے ط اولور زيرا م ط قطع زائدك ط ك
قطريله ح ے خط ترتيبك نقـاطع ايلدكلرى ے
نقطه سندن ب ء قطرى قاعده يه موازى غ ے د خطى
رسم اولنوب ح ے خطى دخى م ك خطنـه موازى
اولد يغندن غ ے د خطنه عمود اولوب ك م مربعى
ب ك ء مستطيلنه مسـاوى اولديغنـدن ح ے
مربعى دخى غ ے ے و مستطيلنـه مسـاوى اولوب
غ ح د قطعى دائره اولور (دعوى ب نتيجه ١) ايمدى
مربع م ك : مربع ح ے :: مستطيل ب ك ء :
مستطيل غ ے ے و اولور لكن ب ك ء مستطيلنك
غ ے ے و مستطيلنه نسبتى ب ك خطنك غ ے خطنه
نسبتيله ك ء خطنـك ے د خطنـه نسبتلرندن مؤلف
اولوب ب ص ك غ ص ے مثلثلرى مشابه اولديغندن
ب ك : غ ے :: ك ص : ص ے وكذا ك ط : ے ط و
مثلثلرى دخى مشابه اولديغندن ك ء : ے و :: ك ط : ے ط
اولغين ك ص خطنك ص ے خطنه نسبتله ك ط
خطنك ے ط خطنه نسبت مؤلفه سى ك ص ك ط
مستطيلنك ص ے ے ط مستطيلنه نسبتى كبى اولغين
(لاحظه ٢٤) مستطيل ب ك ء : مستطيل غ ے ے ::

مستطيل ص ك ك د: مستطيل ص ص ے ے د
اولور ايمدى آنفا اثبات اولندبغى وجهاوزره مربع م ك:
مربع ح ے:: مستطيل ب ك ك: مستطيل غ ے ے و
اولديغندن مربع م ك: مربع ح ے:: مستطيل
ص ك ك د: مستطيل ص ے ے د اولور
(لاتحه ٢٦) وينه م د ط مستويسى رأس مخروط جهتنه
اخراج اولنسه ا ض ذ مخروط مقابلنده قطع مذكوره
مشابه خ ص ظ قطع زائدى حادث اولدقده م د ط
قطعنده واقع ح ے خط ترتيب مربعنك خ ص ظ قطع
متقابلنده واقع خ ت خط ترتيب مربعنه نسبتى ص ے ے د
مستطيلك ص ت ت د مستطيلنه نسبتى كبى اولور
زيرا ت نقطه سنددن ا ب ء ط مخروطنك ب ء
قطر قاعده سنيه موازى ض ت ذ خطى رسم م ك
خطنه موازى خ ظ خطى دخى رسم اولنوب خطسين
مرسومندن مرور ايدر ض خ ذ سطحى احداث
اولندقده سطح مذكور ا ب ء ط مخروطنك قاعده سنه
موازى اولوب (مقباله ٧ دعوى ١ من اصول هندسه)
ض خ ذ مقطعى دائره اولمغين (لاتحه ١٤) مربع
ج ے: مستطيل غ ے ے د:: مربع خ ت: مستطيل
ض ت ت ذ اولور (دعوى ب نتيجه ١) ذض غ وخطلرى
دخى متوازيين اولدقلرندن ت د ذ مثلثى ے د مثلثنه
ے غ ض مثلثى دخى ت ض ض مثلثنه مشابه اولمغين
و ے ذ ت :: ے د : ت د وكذا ے غ : ت ض::

مستطيل

(لاتحه ٢٦)
زيرا ك غ ے :: ك ض ض ے
وكذا ك ذ ے :: ك د د ے
اولديغندن مستطيل ب ك ك
مستطيل غ ے ے و
ك ض ك د:: مستطيل
ض ض ے ے د:: مستطيل ص ے ے د
اولوب (لاتحه ٢٣) مستطيل
ب ك ك:: مستطيل غ ے ے و
مربع م ك:: مربع ح ے:: مستطيل
ص ك ك د:: مستطيل ص ے ے د اولور

ے ض : ت ض اولمغله مستطيل غ ے ے و: مستطيل
ت ض ذ ت :: مستطيل ص ے ے د : مستطيل
ت ض ت د اولوب (لاتحه ٢٣) مستطيل غ ے ے و:
مستطيل ت ض ذت :: مربع ح ے : مربع خ ت دخى
اولمغين مربع ح ے: مربع خ ت:: مستطيل ص ے ے د
: مستطيل ص ت ت د اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه ١) ك د ك م خطلر يجون ك نقطه سنده ك د
قطرى اوزرينه عمود اولهرق ك ش ثالث متناسبى اخذ
ورسم اولنوب ص ش خطى دخى وصل ك ش خطنه
موازى د ے نقطه لرندن د ر ے س خطلرى رسم
اولندقده اشبو د ر خطى م د ط قطع زائدك ضلع قائمى
اولوب ك د ك ش خطلرينك وسط متناسبى اولان
ك م خطنك مربعى ك د ك ش مستطيلنه مساوى
اولمغله د ر د ك مستطيلندن بيوكلكى دخى ص د
قطر مجانب ايله د ر ضلع قائمى محيطا نيله محدود اولان
ص د د ر مستطيلنه مشابه ومتشابه الوضع اولان
ر ف ف ش مستطيلنه مساوى اولديغى كبى كذلك
هرفنق ح ے خط ترتيك مربعى د ے ے س مستطيلنه
مساوى اولوب د ر د ے مستطيلندن بيوكلكى دخى
مارالذكر اولان ص د د ر مستطيلنه مشابه ومتشابه
الوضع اولان ر ر ر س مستطيلنه مساوى اولور
زيرا د ك خطنه موازى ر ر ف خطى رسم ے س ك ش
خطلرينى ر ف نقطه لرنده قطع ايتمكين ك ش :

ے س :: ک ص : ے ص اولوب وکذا ک د :
د ے :: ک د : د ے اولغین مستطیل ک د ک ش
: مستطیل د ے ے س :: مستطیل ک د ک ص
: مستطیل د ے ے ص اولور (لاتحه ٢٣) لکن
مستطیل ک د ک ص : مستطیل د ے ے ص
:: مربع م ک : مربع ح ے اولغین (دعوی مذکوره)
م ک مربعی د ک ک ش مستطیلنه بالعمل مساوی
اولغین ح ے مربعی دخی د ے ے س مستطیلنه
مساوی اولور (لاتحه ٢٧) اشبو ذکر اولنان نسبتلردن
یاخود مساواتلردن هر قنغیسی بولنور ایسه ذکر اولنان
د ر خطی قطع زائد مذکورك ضلع قائمی اولور

نتیجه ٢) د ک ب ک ء خطلریچون ک نقطه سنده
د ک خطنه عمود اولهرق ک ش رابع متناسبی اخذ ورسم
اولنوب ص ش خطی دخی وصل د نقطه سندن
ک ش خطنه موازی د ر خطی رسم اولندقده اشبو
د ر خطی قطع زائدك ضلع قائمی اولورزیرا د ک ک ش
مستطیلی ب ک ک ء مستطیلنه مساوی اولوب
د ک ک ش مستطیلی م ک مربعنه دخی مساوی
اولغین د ے ے س مستطیلی دخی ح ے مربعنه
مساوی اولغله (دعوی مذکوره نتیجه ١) د ر خطی قطع
زائد مذکورك ضلع قائمی اولور
نتیجه ٣) د نقطه سندن ب ء خطنه موازی د ه

خطی

خطی رسم اولنوب د ک ک ء د ه خطلریچون د ر
رابع متناسبی استخراج اولندقده اشبو د ر خطی قطع
زائد مذکورك ضلع قائمی اولورزیرا ص ر خطی وصل
واستقامت اوزره اخراج اولندقده د ر خطنه موازی
اولان ے س ک ش خطلرینی س ش نقطه لرنده قطع
ایدوب ک ص ش د ط ر مثلثلری وکذا ب ص ک
ه ص د مثلثلری دخی مشابه اولدیغندن ب ک :
ه د یاخود ک ش : د ر : : ک ص : ص د
اولوب وکذا ب ک : ک ش :: ه د : د ر یاخود
بالعمل :: د ک : ک ء اولدیغندن ب ک ک ء
مستطیلی د ک ک ش مستطیلنه یاخود م ک
مربعنه مساوی اولغله (دعوی مذکوره نتیجه ١)
ک ش خطنه موازی اولان د ر خطی قطع زائد
مذکورك ضلع قائمی اولور

نتیجه ٤) محوردن مرور ایدن سطح مثلث اوزرنده ا نقطهٔ
رأس مخروطدن د ک خطنه موازی ا ع خطی رسم
اولنوب د ر : د ه :: ک ء : د ک اولوب (دعوی
مذکوره نتیجه ٣) ء ک د ء ع ا مثلثلری مشابه
اولدیغندن ک ء : د ع : ع ا اولور وکذا د ص ه
ع ا ب مثلثلری مشابه اولغین د ه : د ص ::
ب ع : ع ا اولور ایمدی د ر د ص خطلری پینده
اولان نسبت ء ع ا مقدارلریله ب ع ا

مقدارلرينك بينده اولان نسبتلرندن مؤلف اولوب يعني
ع ع ب مستطيلنك ع ا مربعنه نسبتي كبي اولديغندن
(لاتحه٢٨) مربع ا ع : مستطيل ء ع ب :: قطر
مجانب د ص : د ر اولدقده اشبو د ر خطي قطع
زائد مذكورك ضلع قائمي اولوب بوطر بق ايله دخي
استخراج اولنور

نتيجه٥) محروطك ١ نقطهٔ رأسندن ب ء قاعدهٔ قطر ينه
موازي ا ز خطي رسم وقطر مجانبي ز نقطه سنده قطع
ايدوب مستطيل ص ز ح د : مربع ا ز :: قطر مجانب
د ص : ضلع قائم د ر اولورز يرا ا ز ح د ء مثلثلري
مشابه اولديغندن د ز : ز ا :: د ء : ء ياخود
:: ا ع : ع ء اولوروكذا ص ز ا ا ع ب مثلثلري
مشابه اولوب ص ز : ز ا :: ا ع : ع ب اولمغله
مستطيل ص ز د ح : مربع ز ا :: مربع ا ع :
مستطيل ع ء ب اولديغندن (لاتحه ١٩)
مستطيل ص ز د ح : مربع ز ا :: د ص : د ر
اولوب (دعوى مذكوره نتيجه٤) يعني كنسبت قطر مجانب
الى ضلع قائم اولور

نتيجه٦) م ء خط ترتيب مربعنك قطر قسمارى اولان
ص ء د مستطيلنه نسبتي ح ب خط ترتيب
مربعنك قطر قسمارى اولان ص ب د مستطيلنه نسبتي
كبي اولمغين د ر ضلع قائمك ص د قطر ينه مجانبه
نسبتي كبي اولور زيرا د ء ش مستطيلي ء م

(لاتحه ٢٨)
زيرا ز د : ص د :: ع ع : ا ع وكذا ص د :
د ص :: ع ب : ع ا ودخي اولوب مستطيل د ء د ص ::
مستطيل د ء د ص : مربع ع ا اولور
ء ع ب (لاتحه ٢٣) لكن مستطيل د ء د ص :: مستطيل د ء
د ص اولمغين (مقاله٦ دعوى ١ من اصول) ز د : ص د :: مستطيل
ع ع ب : مربع ع ا اولديغندن د ء خطنين ص د خطنه نسبتي ع ع ب
مقدارلرينك بينده اولان نسبت
الملحوظ ع ا مقدارلرى بينده اولان نسبت
نسبتين مؤلف اولور
(لاتحه ٢٩)
ز ا : ا ع :: ع ب : دخي اولمغين

مربعنه مساوى اولمغين مستطيل د ء ش : مستطيل
د ء ص :: ء ش : ء ص (مقاله٦ دعوى ١
من اصول هنده سه) س ء د مستطيلي دخي ح ء
مربعنه مساوى اولمغله (دعوى مذكوره نتيجه١) مستطيل
س ء د : مستطيل ص ء د :: س ء : ء ص
اولورايمدى ص ش ص ء س ص ر مثلثلرى
مشابه اولمغله ء ش ء ص مقدارلرى بينده اولان
نسبت ايله س ء ص مقدارلرى بينده اولان
نسبتلر د ر ضلع قائمك د ص قطر مجانبه نسبتي كبي
اولديغندن مربع م ء : مربع ح ب :: مستطيل
ص ء د : مستطيل ص ء د و :: ضلع قائم د ر
: قطر مجانب د ص اولور

* * *
* * دعوى د * *

هرقنغي مخروط محوردن مرور ايدوب ركه برمستويله بركره
قطع وقطر قاعده سيله عمودا تنصيف اولنان خط
مستقيم ايله قاعدهٔ مرقومه موازى اولان ديكر داره قطر يله
عمودا تنصيف اولنان خط مستقيملردن مرورايدوب ركه
برمستويله بركره دخي قطع اولنوب ومحوردن مرور ايدن
مثلثك ضلعلرنى راس مخروط تحتنده قطع ايلدكده خط
ترتيبلرى مربعلرينك بربرينه نسبتي اول خطلرك قطر ايله
تقاطع نقطه لريله قطر مذكور نهايتلرى بينده اولان
قسملرى مستطيللرينك بربرينه نسبتي كبي اولور واشبو قطعه

قطع ناقص تسمه اولنور اول قطعك قطرينه دخي قطر
مجانب تسميه اولنور

(شكل ٥٤)

مثلا ا ب م ء مخروطي محوردن مرور ايدن ا ب ء
مستويسيله بركره قطع ب ء قطر قاعده سيله عمود اتنصيف
اولنان م ط خط مستقيمي ايله قاعده مرقومه يه موازي
اولان غ و ل دائره سنك غ و قطر يله عمودا تنصيف
اولنان ح ل خط مستقيمدن مرور ايده رك ص م ط
مستويسيله بركره دخي قطع اولنوب محوردن مرور ايدن
اب ء مثلثك ا ب ا ء ضلعلرينى رأس مخروط تخته
كائن ط ص نقطه لرنده قطع ايلد كده م ك ح ے
خط ترتيبلرى مربعلرينك بريرينه نسبتى خطين مذكورينك
ط ص قطر يله تقاطع ايلد كلرى ك ے نقطه لرايله
قطر مذكورك ط ص نهايتلرى بينده اولان ص ك ك ط
ص ے ے ط قسملرى مستطيلرينك بريرينه نسبتى كبي
اولور زيرا م ك خطي ب ء قطرينه عمود اولوب قاعده
مخروطه موازى اولان غ و ل دائره سنك غ و قطرينه
ح ے خطي دخي عمودا وادي يغدن م ك ح ے خطلرى
بريرينه موازى اولو ر ايمدى م ك مربعي ب ك ك ء
مستطيلنه مساوى اولوب ح ے مربعي دخي غ ے ے و
مستطيلنه مساوى اولمغين (دعوى ب نتيجه ١)
مربع م ك: مربع ح ے:: مستطيل ب ك ك ء:
مستطيل غ ے ے و اولورلكن ب ك ك ء مستطيلنك
غ ے ے و مستطيلنه نسبتى ب ك غ ے خطلرينك

نسبتيله ك ك ء ے و خطلرينك نسبتلرندن مؤلف اولوب
ب ص ك غ ص ے مثلثلرى مشابه اولد يغندن
ب ك : ع ے:: ك ص: ص ے وكذا ك ط ء ے ط و مثلثلرى
مشابه اولد يغندن ك ك ء ے و :: ك ط : ے ط اولمغين
ص ك ك ط مستطيلنك ص ے ے ط مستطيلنه نسبتى
ك ص ص ے خطلرينك بينده اولان نسبتيله ك ط ے ط
خطلرينك بينده ا ولان نسبتلرندن مؤلف اولد يغندن
(لامحه ٢٤) مستطيل ب ك ك ء : مستطيل غ ے ے و
:: مستطيل ص ك ك ط: مستطيل ص ے ے ط اولور
امدى آنفا اثبات اولندبغى وجهاوزره مربع م ك: مربع
ح ے:: مستطيل ب ك ك ء: مستطيل غ ے ے و
اولمغين مربع م ك: مربع ح ے:: مستطيل ص ك
ك ط: مستطيل ص ے ے ط اولوب مطلوب
ثابت اولور

نتيجه ١) ط ك ك م خطلريچون ك نقطه سنده ط ص
قطرينه عمود اوله رق ك ش ثالث متناسبي اخذ ورسم
اولنوب ص ش دخي وصل ط نقطه سندن دخي ك ش
خطنه موازى ط ر خطي رسم اولنوب ص ش خطي
دخي ر نقطه سنه دكين استقامت اوزره اخراج اولنوب
ے نقطه سندن دخي ك ش خطنه موازى ے س خطي
رسم اولنوب ط ص خطنه موازى ر ف خطي رسم
ے س ك ش خطلرى دخي استقامت او زره اخراج
اولند قلرنده ف نقطه لرنده قطع ايد وب اشبو ط ر

خطی قطع ناقص مذکورك ضلع قائمی اولوب هرقنی
م ك ح خطرتیبلری مربعلری ش ك ك س ے ك
مستطیللرینه نظیرنظیره مساوی اولوب و بنه خطرتیب
مذکورلرك مربعلری ر ك ك ر ك ك ے
مستطیللرینك نظیرنظیره کوچکلکی ك ر ضلع قائمی ایله
ك ص قطرمجانبی محیطا نیله محدود اولان ص ك ك ر
مستطیللرینه مشابه ومتشابه الوضع اولان ش ف ف ر
س ے ے ر مستطیللرینه نظیره مساوی اولور
(لاتحه ٣٠) واشبو مادهنك تفصیلی بشنجی دعوانك برنجی
نتیجه سنده بیان اولنمش اولوب لکن ذکر اولنان محادله
خطرتیب مربعلری ر ك ك ر ك ك ے مستطیللرندن
زیاده لکی وبو محادله مربعین مذکورینك مستطیلین
مذکورلرندن نقصانلغی اثبات اولنمغله اول قطعه
قطع زائد وبو قطعه قطع ناقص تسمیه لزنده مناسبتی
اشکاردر

نتیجه ٢) ك ك ب ك ء خطرلریجون ك ش رابع
متناسبی اخذاولنوب بشنجی دعوانك ایکنجی نتیجه سنده
ذکر اولنان عمل اجرا واثبات اولندقده ك ر خطی
کذلك ضلع قائم اولوب ص ر خطی ایله تحدید
اولنور

نتیجه ٣) ك نقطه سندن ب ء خطنه موازی ك ه
خطی رسم اولنوب ك ك ء ك ه خطلریجون ك ر
رابع متناسبی اخذ اولندقده اشبو ك ر خطی کذلك

(لاتحه ٣٠)
ز ش ك ك مستطیل ایله ش
ك مستطیل بجوعی ف ك ك
مستطیللرینه مساوی اولوب (مقاله ٢
دعوی ح ن اصول) فرد خطی
ك خطنه موازی اولان مستطیللرندن
ف ش ك مستطیللرینه مساوی اولنمله ش
ك مستطیل ایله ش ف فرد
مستطیل بجوعی ف ك ك
مستطیللرینه مساوی اولنمین ش ك
ك مستطیل دخی ف ك ك
مستطیل ایله ش ف فرد مستطیل
یرینده اولان فضلهنه مساوی اولوب
یعنی ش ك ك مستطیل ف ك
ك مستطیللرندن ناخود ك ك ر
مستطیللرندن ش ف فرد مستطیل

مقداری اصغر اولوش رخطی
دخی ص ك ك مستطیللرندن حرفی ایله
اولان ص خطنك حرفی ایله
ش ف فرد مستطیل
مستطیللرینه مشابه ومتشابه الوضع اولوب ك ر
اولور ویوبتلو اثبات ناکود ے ك ر
ص ے ك مستطیللرندن ك ر مستطیللرینه
مشابه ومتشابه الوضع اولان س ر
ر مستطیل مقداری اصغر
اولور

قطع ناقص مذکورك ضلع قائمی اولور (دعوی ه
نتیجه ٣)

نتیجه ٤) مخروطك ١ نقطهٔ رأسندن ك خطنه
موازی ا ع خطی رسم اولندقده مربع ا ع : مستطیل
ع ع ب :: ك ص : ك ر اولوب یعنی :: قطر مجانب
: ضلع قائم اولور (دعوی ه نتیجه ٤)

نتیجه ٥) مخروط مذکورك ١ نقطهٔ رأسندن ب ء
خطنه موازی ا ه خطی رسم اولنوب ص ك خط
مخروطی ٢ نقطه سنده قطع ایلدکده مستطیل ص ه
٢ ك : مربع ا ٢ :: ص ك : ر ك اولوب یعنی :: قطر
مجانب : ضلع قائم اولور (دعوی ه نتیجه ٥)

نتیجه ٦) هر قنی خط ترتیبلر مربعلرینك بر برینه نسبتی
قطر قسملری مستطیللرینك بر برینه نسبتی کبی اولوب
ضلع قائملك قطر مجانبه نسبتی کبی دخی اولور یعنی مربع
ك م : مستطیل ص ك ك ك :: مربع ح ے : مستطیل
ص ے ے ك اولوب و :: ك ر : ك ص اولور

* * *
* * (دعوی ه نتیجه ٦) * *
* *

* * *
* * دعوی ر * *
* *

دخی متناسب اولورلر واشبو مستویین مثواز یین اول مخروطی

(شكل ك كا كب)

(لاحظه ٣١)

ز ر قطع زائده
ك ك : : ك ح : ر ا ولور
النتيجي دعوانك نتيجه ل ايله اثبات
اولنوب انجق نقطع ناقصده
بو وجهله اثبات اولنور
قطع ناقصك ك ص
اوزرنده ق نقطه سي تعيين ايد
قطرلرك اخراج اولنوب اشبو خط ق ن خطي
قطرينك م ك خط ترتيبندن ناشي
ايدوكي خ ن نقطه سي اولنوب
اولنوب حادث اولان شكل داره
دعوى و نتيجه ٣) ا ب ر اولور
خطه موازي اولمين ك ك : : ك ع : :
ق ن ق ذا اولمله ك ك : : ك ع : :
ح ر اولور

منعدده ايله قطع اولنسه حادث اولان قطعلرك ضلع قائملرى رأس مخروط ايله اول قطعلرك رأسلرى اره سنده واقع بعدلرايله متناسب اولورلر

مثلا ا ب م ء مخروطى مكافيا و يا زائد او يا ناقصاط ك م ر و س مستويين متوازيين ايله قطع اولنسه اشبو ك ر و ح ضلع قائملرى راس مخروط ايله رأس قطع آراسنده واقع ك ا و ا بعدلرايله متناسب اولورلر يعنى ك ر : ك ا : : و ح : ك ا اولورز زيرا ك ك : ك ء : : ك ه : ك راولوب (دعوى ه و نتيجه ٣) (لاحه ٣١) وكذا ع غ ء : : غ و : و ح اولور وكذا ك ك خطى ع خ طنه موازى اولمين ك ك : ك ء : : ع غ : ع ء اولمغله ه ك : ك ر : : غ و : و ح اولوب بدل طريقيله دخى ك ر : و ح : : ه ك : غ و اولورلكن ه ك : غ و : : ا ك : او دخى اولمغين (مقاله ٦ دعوى ح نتيجه من اصول هندسه) ك ر : و ح : : ا ك : ا و اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) قطع زائد ايله قطع نا قصك ك ص و ل قطر مجانبلرى رأس مخروطدن ك و نقطه لرى آراسنده واقع ا ك ا و بعدلرايله متناسب اولورلرز يرا ك ص ول قطرلرى برينه موازى اولديغندن و ر و ح ضلع قائملرى قطرين مذكورين ايله دخى متناسب اولمغله بعدين مذكورين ايله

(شكل كج كد كه)

دخى متناسب اولورلر واشبو مستويين متواز يين اول مخروطى زائد ا و يا نا قصأ قطع ايتملريله بر برينه مشابه دينلوب قطع مكافيده دخى قطرلرى محوردن مرور ايدن مثلث برضلعنه موازى على التوالى قطع او لنمغين قطع مكافى مذكور در .

حادث اولان قطعلره دخى بر برينه مشابه دينلور

* * * دعوى ح * * *

هر قنغى مخروطك قطرينه عمود اولان ضلع قائمى تنصيف اولنوب اشبو تنصيف نقطه سندن قطع مكافيده قطرينه موازى وقطع زائد ايله قطع ناقصده قطر مجانبلرينى تنصيف ايدن ك خط مستقيم رسم وهر قنغى خط ترتيبك قطر مذكوره ملاقى اولديغى نقطه دن ضلع قائمه موازى وخط مرسومه منتهى بر خط مستقيم اخر دخى رسم اولنسه قده خط ترتيبك مر بى مقابلنده واقع خط مرسومدن حادث اولان شكل ذو اربعة اضلاع ك ضعفنده مساوى اولور

مثلا غ ك ء قطع مخروطك ك و قطرينه عمود اولان ك و ضلع قائمى ر نقطه سنده تنصيف اولنوب اشبو ر نقطه سندن قطع مكافيده قطرينه موازى و قطع زائد ايله قطع ناقصده ك ص قطر مجانبلرينى ح نقطه سنده تنصيف ايدن ك ر ت خطى رسم وهر قنغى ك م خط ترتيبك قطر مذكوره ملاقى اولديغى ك نقطه سندن ضلع قائمه موازى ر ت خط مرسومه منتهى ك ت خط مستقيمى دخى رسم اولنسه قده ك م خط ترتيبك

مربعی مقابلنده واقع خط مرسوم لردن حادث اولان
ک ت ر ح شکل ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی
اولور زیرا قطع مکافیده ح و قطرینه موازی وقطع
زائدایله قطع ناقصده ح و قطرینه موازی وقطع
زائدایله قطع ناقصده قطر مجانبك ص نقطه سی نهایتیله
ضلع قائمك ر نقطه سی بینده ر ب خطی وصل اولندقده
بالفرض قطع مکافیده قطرینه موازی وقطع زائدایله قطع
ناقصده ح ص قطر مجانبی ح نقطه سنده ح ر ضلع
قائمی ر نقطه سنده تنصیف اولنمین اشبو ر ب خطی
ر ت خطه سنه موازی اولور (لاحقه ۳۲) یعدی ح ب
خطی دخی وصل اولندقده ح ر خطی ر نقطه سنده
تنصیف اولندن ر ت خطی ح ب خطی دخی
س نقطه سنده تنصیف ایدوب (لاحقه ۳۳) س ح ر
س ب ت مثلثلرندن ح س ر ب س ت زاویتان
متقابلتان بربرینه مساوی اولوب ح ر س ب ت س
زاویه لری دخی بربرینه مساوی وکذا ر ح س ت ب س
زاویه لری بربرینه مساوی اولوب س ح ضلعی دخی
س ب ضلعنه مساوی اولدیغندن مثلثین مذکورین
بربرینه مساوی اولورلر اشبو مساویلره ح س ت ک
شکلی جمع اولندقده ب ک ح ر ت ک
ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی اولور یعدی م ک مربعی
ح ک ب مستطیله مساوی اولوب (لاحقه ۳۴)
مستطیل مذکور دخی ب ح ک مثلثك ضعفنه
مساوی اولدیغندن م ک مربعی دخی ح ر ت ک

(لاحقه ۳۲)
زیرا ح ک خطی ح ص خطه سنه ح ر خطه سنه مساوی اولوب ح ر :: ح ص :: ح ب :: ح ر خطی ح ر خطه سنه مساوی اولدیغین ص ر (مقاله ٦ دعوی ۳۳) ص ر موازی اولوب ص ر ب خطلری خطاری وکذا ح ر ب خطلری خطاری احد مستقیم اولمغین ر ب خطی ر ت خطه سنه موازی اولور

(لاحقه ۳۳)
زیرا س ب خطی ر ت خطه سنه موازی اولمغین ح ب : ح ر :: ح س : ح ر خطی ر ت خطه سنه مساوی اولدیغه بالعمل ح س خطه سنه مساوی اولور ب س خطی دخی ح ت خطه سنه مساوی اولور ب ر خطی ر ت خطه سنه تنصیف ایدر

(لاحقه ۳۴)
زیرا قطع مکافیده م ک مربعی ح ک مستطیله مساوی اولوب (دعوی ۲۱) خلنه مساوی اولمغین ح ک مستطیل م ک مربعنه مساوی اولور (دعوی ۳۴) قطع زائده دخی بو یله (دعوی ۲۱) اثبات اولنور و قطع ناقصده دخی (تنبیه ۱) اثبات اولنمشدر

ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه قطع زائدایله قطع ناقصده ص ح قطر مجانبك ح ر نقطهٔ منتصفنه اول قطعلرك مرکزی دیلوب ص ر یاخود ر ب خطلرینه دخی قطر نائب تسمیه اولنور وقطع مکافیده دخی ر ش یاخود ر ت خطلرینه تحت قطر نائب تسمیه اولنور

نتیجه) هرقنق غ و خط ترتیب مربعی دیکر م ک خط ترتیب مربعندن بیوکلکی مربع اول مقابل اولان ح ر ش و ذوار بعة اضلاع عك مربع ثانی مقابلی اولان ح ر ت ک ذوار بعة اضلاع لریك بینلرنده فضل اولان ک و ش ت ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی اولورو کذا ضعفنه مساوی اولور و قطرینه موازی م ط خطی رسم اولندقده غ ط ط ک مستطیلی ک و ش ت ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی اولور (لاحقه ۳۵)

دعوی ط

هرقنغی قطع محروط معلومك نقطهٔ معینه سنددن قطع مرقومه خط مماس رسم ایتمك طریقیدر

مثلا) هرقنغی ح م ح قطع معلومه یرنقطهٔ مفروضه سنددن خط مماس رسم ایتمك مراد اولنسه اولا نقطهٔ مفروضه

(لاحقه ۳۵)
زیرا م ک مربعی ح ر ک ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی غ و مربعی دخی ح ش و ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی اولوب غ و م ک مربعلری بینلرنده اولان فضل ح ت ک ذوار بعة اضلاع لریندن فضل اولان ک و ش ت ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی اولور لکن غ و م ک مربعلری بینلرنده فضل مستطیله مساوی (من اصول) غ ط ط ک مستطیل دخی ک و ش ت ذوار بعة اضلاع ضعفنه مساوی اولور

(شکل کو کر کج)

قطع مذكورلك رأسنده كاش ⊃ نقطه سى اولسه م ك
ح ل خط ترتيلر بنده موازى ⊃ ه خطى رسم اولند قده
اشبو ⊃ ه خطى قطع مذكوره خط تماس اولـور زيرا
خط مذكور تماس دكل ايسه قطع مذكورلك داخلنده واقع اولمش
اولوب ⊃ ل قطرى اوزرينه دخى وتر واقع اولمش اولمغله
قطر مذكور قطع مذكورلك داخلنده رسم اولنان اوتار
متوازيه يى تنصيف ايتمامش اولور بويسه خلاف در (حدود
ثانيه ١) بو اجلدن داخلنده واقع اولهميوب اشبو ⊃ ه خطى
قطع مذكوره ⊃ نقطه سنده تماس ايدر ثانيا نقطهٔ
مفروضه قطع مذكورلك رأسنـده اولميوب هرقنغى م
نقطه سى فرض اولنسـه ر ت قطر ثانى رسم ⊃ ل
قطرى اوزرينده دخى م ك خط ترتيبى رسم اولنوب ⊃ ر ضلع
قائمه موازى ك ت خط ترتيبى دخى رسم واستقامت اوزره
اخراج اولند قده ر ت قطر ثانى ت نقطه سنده قطع
ايدوب ك ت ك م خطر يجون ك ط ثالث متناسبى
اخذ ولنوب ك نقطه سندن ك ⊃ خطى اوزرينـه
تطبيق اولنـه رق رسم اولنوب م ط نقطه لرى بينى
م ط خطيله وصل اولند قده اشبو م ط خطى قطع
مذكوره م نقطه سنده تماس ايدوب خط تماس مفلوب
اولوز زيرا ط ب نقطه لرى بينى وصل اولنوب ح ل خط
ترتيبى دخى استقامت اوزره اخراج اولندقده ط م خطنى
غ نقطه سنده قطع ايدوب ك ت خطنه موازى ل و
خطى رسم اولند قده ر ت قطر ثانى و نقطه سنده قطع

(لاجله ٣٦ ص نخبه ⊃ مر ربعى ح ع مر ربعى
مر وم هر قنغى ح ع خ خط ترتيب مر مثلث درت مثلى ⊃ ح
مر بينى ضلع قائمه اولان ص ⊃ ح مستطيلك مساوى اولور
حاصل اولان ص ⊃ ح مستطيلك مساوى اولور زيرا و نقطه سنده
ش نخبه ⊃ ح خطى دخى ر نقطه سنده فرض اولنوب ⊃ و
مثلثى داخلنده واقع اولور ⊃ ر
خطى دخى ⊃ ح خطنك ضمنى ص ⊃
اولوب ع خ خطى دخى ر
نقطه سنده متنصيف اولمغين ح

ايدوب ط ت خطى دخى ء نقطـه سى جانبنه اخراج
اولندقده ك ت ك م ك ط خطلرى بالعمل على الولاء
متناسب اولوب ك ت ك ط مستطيلى ك م مربعنه
مساوى اولوب ⊃ ر ت ك ذوار بعة اضلاعك ضعفنه
دخى مسـاوى اولور (دعوى ح) لكن ⊃ ر ت ك
ذوار بعة اضلاعى دخى ت ك ط مثلثه مسـاوى اولمغين
ك م مربعى ت ك ط مثلثك ضعفنه مساوى اولور
ايمدى ك ت : ك ط :: ء ل : ل ط وكذا ك ط :
ك م :: ل ط : ل غ اولوب ك ت ك م ك ط
خطـلرى على الولاء متناسب اولمغين ء ل ل غ ل ط
خطلرى دخى على الولاء متناسب اولوب (لاجله ٣٧) ل غ
مربعى ء ل ل ط مستطيلنه مساوى اولوب ء ل ط
مثلثك ضعفنه دخى مساوى اولورو كذا غ ل خط ترتيبك
مربعى ⊃ ل و ر ذوار بعـة اضلاعك ضعفنه مساوى
اولورايمـدى ح ل خط ترتيبى ك م خط ترتيبك نخصنده
واقع اولد يغى صورنده ط ك ت مثلثنه ك ل ء ت
مخرفى ضم اولنوب حادث اولان ط ل ء مثلثى ط ك ت
مثلثنه مساوى اولان ⊃ ك ت ر ذو اربعة اضلاعه
ك ل و ت شكلى ضم اولندقده حادث اولان ⊃ ل و ر
شكلنده اعظم اولور (لاجله ٣٨) وكذا ض ح خط
ترتيبى ك م خط ترتيـبك فوقنده واقع اولد يغى صورنده
ط ك ت مثلثندن ض ك ت ظ شكلنـده اصغر
اولان ص ك ت ذ مخرفى طرح اولنوب باقى فلان

(لاجله ٣٧) زيرا ول ن ك : ل ط :: ك ط : ك ط وكذا
ل غ : ك م :: ل غ : ك م اولوب بدل
ن ك :: ل غ : ك م :: ت ك :
طرفيله دخى ول : ل غ :: ك م : ك م
ك م اولورو كذلك ك ط : ك ط اولد يغندن
ك ط و : ل غ : ل ط اولوب بدل
ول : ل غ : ل ط خطـلرى على الولاء
ل غ ل ط خطـلرى
متناسب اولورلر

(لاجله ٣٨)
زيرا ط ك ت مثلثى ⊃ ت ك
ذوار بعة اضلاعه مساوى اولوب
كل ون شكلى كل ون شكلنده
اعظم اولمغين ط ك ت مثلثى اليله
كل ون شكلى مجموعى ⊃ ر ت ك
متحرفى اليله شكلى اعظم اولمغين طل ء مثلثى
مجموعدن اعظم اولمغين اعظم اولور
كل ون شكلدن اعظم اولور

ط ض ذ مثلثی ⊃ ک ت ر ذواربعة اضلاعدن دخی
ض ک ت ذ شکلی طرح اولند قده باقی فلان ⊃ ض
ظ ر شکلندن اعظم اولور (لاحظه ٣٩) ایمدی ء ل ط
مثلثی ⊃ ل و ر ذواربعة اضلاعدن اعظم اولوب
ط ض ذ مثلثی دخی ⊃ ض ط ر ذواربعة اضلاعدن
اعظم اولمغین ء ل ط مثلثك ضعفنه مساوی اولان
غ ل م ربعی ⊃ ل و ر شکلنك ضعفنه مساوی
اولان ل ح م ربعدن اعظم اولور وکذا ط ض ذ
مثلثك ضعفنه مساوی اولان ض س م ربعی ⊃ض ظ ر
شکلنك ضعفنه مساوی اولان ض خ م ربعدن اعظم
اولمغین غ س نقطه ای قطع مذکورك خارجندن واقع
اولوروبومثللواثبات اولنورکه م نقطه سندن ماعدا هر بر نقطه
قطع مذکور خارجنده واقع اولمغین اشبو م ط خطی
فقط م نقطه سنده تماس ایدوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه) م ک خط ترتیبی قطر ایله تلاقی ایلدیکی ک
نقطه سیله م ط خط تماس ایله ک ⊃ قطر مخرجك
تلاقی نقطه سی بینده واقع ک ط خطنه تحت تماس تسمیه
اولنور

نتیجه ١) بوندن ظاهر اولدیکه هرقنی قطعك خط تماسی
اول قطعك منحنی سنه فقط بر نقطه ده تماس ایدر

نتیجه ٢)

(لاحظه ٣٩)
زیرا ط ک ت مثلثی ⊃ ر ت ک
ذواربعة اضلاعدن مساوی اولوب
ض ک ت ذ شکلی ض ک ت ظ
شکلندن صغر اولوب ط ک ت
مثلثی ایله ض ک ت ذ شکلی بینده
اولان فضله ⊃ ر ت ک ذواربعة
اضلاع ایله ض ک ت ظ شکلی
بینده اولان فضله دن اعظم
اولمغین ط ض ذ مثلثی ⊃ ض ظ ر
ذواربعة اضلاعدن اعظم اولور

نتیجه ٢) ک ن خطی استقامت اوزره ر ب قطر
ناظر ایله ب نقطه سنده تلاقی ایدنجیه دکین اخراج
اولنوب ⊃ ک ک ب مستطیلی م ک مربعنه مساوی
ردعوی ء ه و نتیجه ١) م ک مربعی دخی ط ک
ک ن مستطیلنه مساوی اولمغین (دعوی ط) ⊃ ک
ک ب مستطیلی ط ک ک ن مستطیلنه مساوی
ولمغله ط ک : ⊃ ک :: ک ب : ک ن اولوریعنی
تحت خط تماسك ⊃ ک خطنه نسبتی ک ب خطنك
ک ن خطنه نسبتی کبی اولوب عکس طریقیله دخی ن ک
: ک ن :: ⊃ ک : ط ک اولور امدی هر قنغی تعیین
اولنان م نقطه سندن م ط خط تماسی یونسبتله دخی
تحدید اولنورکه ک ن ک ب ک ⊃ خطلریچون ک ط
رابع متناسبی اخذ وقطر اوزرینه ک نقطه سندن رأس
جانبنه تطبیق اولند قده م ط خط تماسی بوطریق ایله
دخی تحدید اولنور

نتیجه ٣) ک ن : ک ب :: ک ⊃ : ک ط اولوب
نتیجه ٤) عکس طریقیله دخی ک ب : ک ن :: ک ط :
ک ⊃ قلب طریقیله دخی ک ب : ک ب فضل ک ن
:: ک ط : ک ط فضل ک ⊃ اولوب یعنی ک ن :
ن ب :: ک ط : ط ⊃ اولور ایمدی ب ط خطی
ر ب خطنه یاخود ر ⊃ خطنه مساوی اولدیغندن
ک ب : ⊃ ر نصف ضلع قائم :: ک ط تحت خط

مماس : رأس قطع ايله خط مماس آرمسنده واقع ط د
اولور

نتيجه٤) ك ث خطنك نصف ضلع قائمه مساوى اولان
ب ث خطنه نسبتى ك د خطنك د ط خطنه نسبتى
كبى اولور (لامحه ٤٠)

نتيجه ٥)ب ر خطى وصل واستقامت اوزره اخراج
اولدقده قطر مخرج ايله ط نقطه سنده تلاقى ايدوب ك ط
خطى تحت مماس اولمغله (نتيجه ٣) ك ب : د ر :
ك ط : د ط اولور (مقاله٦ دعوى ٥ نتيجه من اصول
هند سه)

نتيجه ٦)قطع مكافى فيده تحت مماس اولان ك ط خطى
قطر دن خط ترتيبك رأس جاينده قطع ايلديكى ك د
فصله سنك ضعفنه مساوى اولوب قطع مذكورك خارجنده
دخى قطر ايله خط مماسك تلاقى ايلد كلرى نقطه ايله رأس
بينده واقع اولان د ط خطى د ك فصله سنه مساوى
اولور زيرا ك ب خطى د ر ضلع قائمه مساوى ر ب
خطى دخى كندويه موازى اولان د ك خطنه مساوى
اولديغندن ك ب خطى د ر نصف ضلع قائم ايله ك ث
خط لرندن هربرينك ضعفنه مساوى اولور ايمدى ك ب :
د ر :: ك ط : د ط اولوب

نتيجه

(لامحه ٤٠)
ز يرا ك ب : ك ث :: ك ط : ك د
اولوب (نتيجه ٣) فصل طريقيله
دخى فضل ك ب ك ث : ك ث ::
فضل ك ط ك د : ك د اولوب
عكس طريقيله دخى ك ث : فضل
ك ب ك ث :: ك د : فضل ك ط
ك د يعنى ك ث : ث ب :: ك د :
ك ط اولور

(نتيجه ٥) ك ب خطى د ر خطنك ضعفى اولمغين
ك ط خطى دخى د ط باخود د ك خطنك ضعفى
اولوب د ك د ط خطلرى دخى بر برينه مساوى اولور

نتيجه٧) قطع زائد ايله قطع ناقصده ح ث خطى ص ب
خطنه موازى اولوب ص ك : ح ك :: ب ك : ك ث
وكذا ب ك : ك ث :: ك ط : ك د اولمغين (نتيجه٣)
ص ك : ك ح :: ك ط : ك د اولور ايمدى قطعك
مركز ايله خط ترتيبك ابعدى اولان ك ح خطنك قطر
مجانبك قسم ابعدى اولان ك ص خطنه نسبتى قطر
مذكور قسم اقربى اولان ك د خطنك تحت مماسى
اولان ك ط خطنه نسبتى كبى اولوب اشبو تناسب طريقيله
دخى ك ط تحت مماسى استخراج اولنور

نتيجه ٨) ح ك ك ط مستطيلى ص ك ك د
مستطيلنه مساوى اولمغين ص ك : ح ك :: ك ط :
ك د اولور (مقاله ٦ دعوى ٥ من اصول هند سه)

نتيجه ٩) ص ك : ك ح :: ك ط : ك د اولوب
(نتيجه٨) قلب طريقيله دخى ص ك : ص ك فضل
ك ح :: ك ط : ك ط فضل ك د اولمغين ص ك : ص ح
باخود نصف قطر مجانب ح د :: تحت مماس ك ط :
خط مماس تا يتيله رأس قطع يينده واقع د ط اولور

نتیجه ۱۰) ص ب خطی ح ر خطنه ک ب خطی
د ر خطنه موازی اولمغله ص ط : ح ط :: ب ط
: ط ر وکذا ب ط : ط ر :: ط ک : ط د اولوب
وکذا ص ک : ص ح یاخود ح د :: ط ک : ط د
دنی اولمغین (نتیجه ۹) ص ط : ح ط :: ص ک :
ص ح یاخود ح د اولور

نتیجه ۱۱)ص ط : ح ط :: ص ک : ص ح اولوب
نتیجه ۱۰) ص ح : ح ط :: ک ح : ح ص دنی اولوب
بدل طریقیله دنی ک ح : ص ح :: ح ص : ح ط اولمغین
ک ح ص ح ح ط خطلری وکذا ک ح د ح ط ح
خطلری علی الولاء متناسب اولوب ک ح ط مستطیلی
نصف قطر مجانب اولان ص ح مربعنه یاخود ح د
مربعنه مساوی اولمغین ح ک ح د خطلر یچون ح ط
ثالث متناسی استخراج اولندقده ط نقطه‌دن رسم اولنان
ط م خط مماسی اشبو ح ط خطیله دنی تحدید اولنور

نتیجه ۱۲) ص ب خطی ح ر خطنه ب ک خطی
ر د خطنه موازی اولوب ص ح : ص ط :: ب ر :
ب ط وکذا ک د : ک ط :: ب ر : ب ط اولمغین
ص ح : ص ط :: ک د : ک ط اولوب وکذا ص ک
: ص ح :: ط ک : ط د دنی اولوب (نتیجه ۹)

اضطراب

(لایحه ۴۱)

اضطراب طریق اولدرکه ایکی
صنف متناسبلردن وتناسب اولك
تالی اولی تناسب ثانینك مقدم اولنه
وتناسب اولك مقدم ثانینك تالی اولنه
ثانیتن تالی ثالثینه مساوی اولنه
تناسب اولی مقدم اولنك تناسب ثانی
تالی اولنه نسبتی تناسب ثانی مقدم
ثالثینك تناسب اول تالی ثانیسنه
نسبتی کبی اولوردر یعنی ص ک : ص ح
:: ط ک : ط د وکذا ص ح : ص ط
:: د ک : د ط مستطیل ص ک دنی اولوب
مستطیل ص ح ص ط :: مستطیل
ص ح ص ط :: مستطیل ط د ک د
: مستطیل ط د ک د (لایحه ۴۳)
لکن مستطیل ص ک ص ح :
مستطیل ص ح ص ط :: ص ک :
ص ح : ص ط وکذا مستطیل
ط د ک د : مستطیل ط د
ط ک :: د ک : ط د دنی اولمغین
ص ک : ص ط :: ک د : ط د اولور

اضطراب طریق اوزره دنی ص ک : ص ط :: ک د
: ط د اولمغین (لایحه ۴۱) قطع زائد ایله قطع ناقصك
قطر مجانبی کندو نهایتلریله خط مماس وخط ترتیبك تلاقی
نقطه لرنده تألیف طریق اوزره متناسبا تقسیم اولنور
(لایحه ۴۲) ایمدی ذکر اولنان نسبت بدل اولنده
ص ک : ک د :: ص ط : ط د اولمغله ط نقطه‌سی
بوطریق ایله دنی معلوم اولوب م ط خط مماس دنی

تحدید اولنور

نتیجه ۱۳) نتیجهٔ مذکوردن م نقطهٔ معینه سندن خط
مماس رسم ایتمکده بر طریق آخر عمومی تولد ایدر که م
نقطه سندن م ک خط ترتیبی رسم د نقطهٔ رأسندن
دنی م ک خطنه موازی د نقطه سنده مماس ایده رك
د ح خطی کشیده اولنوب اشبو م نقطه سیله قطر
مجانبك نهایتی اولان ص نقطه سی بینی م ص خطیله
وصل اولندقده د ح خطنی ح نقطه سنده قطع
ایدوب د ح خطی ه نقطه سنده تنصیف اولنوب
م ه نقطه‌سی رای بینی وصل واستقامت اوزره ط
نقطه‌سنه دکین اخراج اولندقده اشبو م ط خطی خط
مماس مطلوب اولور وقطع مکافیده د ک قطرینه
موازی م ح خطی رسم د ح دنی وصل ه
نقطه‌سنده تنصیف اولنوب م ه وصل واستقامت اوزره
ط نقطه‌سنه دکین اخراج اولندقده اشبو م ط خطی

نسبتی اول الیه ثانی بینده اولان
فضلك ثانی الیه ثالث بینده اولنه
فضله نسبتی کبی وقوعی اولنله
ص ک قطری ص ک ط د
نقطه زنده یعنی قطر مجانبان
نهایتلری نقطه‌لریله خط ترتیب
وخط مماسك قطع المدکلری
نقطه‌لرینه نسبت ثالثی اوزره تقسیم
اولنوروقطع ناقصده ص ک : ص ط
ص ط : د ط اولوب بدل طریقیله
دنی ص ک : ص ط :: د ک : د ط
عکس طریقیله دنی ص ط : ص ک
:: ط د : ک د اولور وکذا ط د :
ص د فضل ص ط : ک د فضل
ص ک :: ص ط فضل ص ک اولمغین اولك
ثانیه نسبتی اول الیه ثالث بینده کی
فضلك ثانی الیه ثالث بینده کی اولوب ص ط
ص د ص ک خطلری نسبت
ثالثی اوزره متناسب اولور

كذلك خط مماس اولور زيرا قطع مكافيده ط ك خطى ط ↄ خطنك ضعفى (لاتحه ٤٣) ↄ ے خطنه مساوى اولان م ك خطى ↄ ھ خطنك ضعفى اولمغين م ط خطى قطع مذكورده خط مماس اولور (نتيجه ٦) وقطع زائد ايله قطع ناقصده بووجهله اثبات اولنور كه ھ ↄ خطنه موازى ص ع خط رسم اولندقده م ط خطنى ع نقطه سنده قطع ايتمكين ص ط : ↄ ط :: ص ع : ↄ ھ ياخود ھ ے اولوب وكذا ص ع : ے ھ :: ص م : ے م و :: ص ك : ك ↄ اولمغين ص ط : ط ↄ :: ص ك : ك ↄ اولمغله ص ك قطرى نسبت تألينى اوزره ط ↄ نقطه‌لرنده تقسيم اولندىغندن م ط خطى خط مماس اولور (نتيجه ١٢)

نتيجه ١٤) هرقنغى قطع زائدك م ط خط مماسى استقامت اوزره اخراج اولندقده ص ك قطرينى ح مركزى تحتنده ↄ رأس فوقى جانبنده قطع ايدرزيرا خطوط متناسبه‌دن ص ك خطى ك ↄ خطنك اعظم اولمغين ص ط خطى دنى ط ↄ خطنك اعظم اولور ايمدى ط نقطه‌سى ح مركزيتك فوقنده واقع اولسه ص ط خطى ط ↄ خطنك اقصر اولمش اولوب ح نقطه سنده دنى واقع او لسه بنه حكم بعينه اولور لكن ذكر اولنان خط‌لرك نسبتى بوحكمك عكسى او لمغين خط مذكور ح نقطه‌سى تحتنده ↄ نقطه سى فوقنده واقع اولور

(نتيجه ١٥)

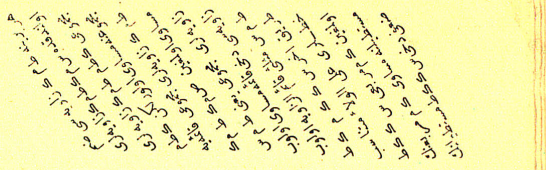
نتيجه ١٥) قطع زائد ايله قطع ناقصده اشبو طريق ايله دنى خط مماس رسم اولنور كه ح مركزندن ↄ نقطه سنده مماس ايدن ↄ ھ خطنه موازى ح ش خطى رسم ص م خطنى ش نقطه سنده قطع ايدوب ↄ ے خطى ح ش خطنك ضعفى اولمغين ↄ ھ خطى ھ ے خطنه مساوى اولوب ح ھ ش ھ خط‌لرى دنى و صل اولنسه قده حادث اولان ح ش ھ ↄ ح ش ے ھ ح ھ ش ص اشكال متوازى الاضلاعلرك ھ زاويه مشتركه لرندن مرور ايده‌رك م ھ خطى رسم واستقامت اوزره ط نقطه سنه دكين اخراج اولندقده اشبو م ط خطى كذلك خط مماس مطلوب اولور

نتيجه ١٦) هرقنغى قطع محروطك ↄ ك قطرى اوزرنده م ط خط مماسنك مقابلنده بولنان ك ت خطنه مساوى ك س خطى تعيين سر نقطه سنده م نقطه‌سنه مماس بينه م س خطى دنى وصل اولندقده خط مماس اوزرينه عمود اولوب س م ط زاويه‌سى قائمه اولور زيرا ك ت ياخود ك س : ك م :: ك م : ك ط (دعوى مذكوره) ك م مربعى س ك ك ط مستطيلنه مساوى اولمغين ك م خطى س ط خطى اوزرينه عمود اولوب ط م س مثلثى قائم الزاويه اولور (لاتحه ٤٤) امدى م زاويه‌سنه قائمه رأسندن س ط قاعده‌سنه نازل اولان م ك عمودى

(شكل كط ل لا)

(لاتحه ٤٤)

زيرا س ك : ك م :: ك م : ك ط
اولوب ك نقطه سنده واقع اولان
ط ك م ك س زاويه‌لرى دنى قائمه
اولمغين س م ك ط م ك مثلثلرى
مشابه اولمغله س م ك ك ط م
زاويه‌لرى برينه مساوى اولوب



س ك ك ط قاعده قسمـاری بینده و سط متـناسب
اولوب اشبو ك س خطنه تحت قائم تسمیه اولنور ایمدی
ك س تحت قائم قطع مکافیـده ٥ ر نصف ضـلع
قائمنه یاخود ك ت خطنه مساوی اولوب قطع زائد ایله
قطع نافصده دخی تحت قائمی مذکورك نصف ضلع قائمنه
نسبتی م ك خط ترتیبك مرکزدن بعدی اولان ك خطنك
نصف قطر مجانب اولان ٦ ٥ خطنه نسبتی کبی اولور
زیرا ٦ ك ت ٥ مثلثاری مشابه اولوب ك ت : ٥ ر
:: ٥ ك : ٦ ٥ اولوب ك ت خطی بالعمل ك س
خطنه مساوی اولمغین تحت قائمی س ك : نصف ضلع
قائم ٥ ر :: خط ترتیبك مرکزدن بعدی اولان ٦ ك :
نصف قطر مجانب ٦ ٥ اولور وکذا تحت قائم س ك : خط
ترتیبنك مرکزدن بعدی اولان ٦ ك :: ضلع قائم ٥ ر : قطر
مجانب ٥ ص اولور زیرا ت ك ٥ ر ٥ ص مثلثاری مشابه
اولدیغندن ك ت یاخود س ك : ك ٥ :: ٥ ر : ٥ ص اولور

* * *
* * دعوی ٧ * *

قطع مکافیده هرقنغی تماس نقطه سندن اول قطعك
قطر ینه موازی برخط مستقیم رسم اولندقده خط مرسوم
قطع مذکورك قطر ثانیسی اولوب خط تماسه موازی رسم
اولنان خط ترتیلری دخی تنصیف ایدوب اول خط ترتیلر
مرتعلرینك بر برینه نسبتی قطر ثانیدن نقطهٔ تماس طرفنده
واقع خط ترتیلرك قطع ایلدیکی فصله لرینك بر برینه

نسبتی

ضعفنده مساوی اولورا شبو مساویلره
اولندقده ك ك ط مر تعلری تجمیع
ك ك ط مر تعلری ضعفیله
ك ك ط مستطیلی تجموعی
ك ك ط مر تعلری ضعفیله
مساوی اولور لکن ك م مربعی
ضعفیله س ك ك ط مربعی
تجموعی س م مر تعلری مجموعنه
مساوی اولوب (مقاله ٦ دعوی ٢٥
من اصول) وکذا س ك ك ط
مستطیلی ضعفیله س ك ك ط
مر تعلری تجمیعی س ط مر تعله
مساوی اولمغین (مقاله ٢ دعوی ٤
من اصول) م س م ط مر تعلری
تجموعی س ط مر تعله مساوی
اولوب ط م س مثلثی قائم الزاویه
اولور

نسبتی کبی اولور

(شکل ب)

مثلا ر م ٥ قطع مکافیده م نقطهٔ تماسندن ٥ ك
قطر ینه موازی م ٤ خطی رسم اولندقده اشبو خط
مذکور قطع مزبورك قطر ثانیسی اولوب م ط خط
تماسنه موازی رسم اولنان ح ر ٥ ف خط ترتیلری
تنصیف ایدوب ح ٤ ٥ ش مر تعلرینك بر برینه نسبتی
خط ترتیب مذکور لرك قطر مذکور دن نقطه تماس
طرفنده قطع ایلدکلری م ٤ م ش فصله لرینك بر برینه
نسبتی کبی اولور زیرا ٥ ك قطر ینك ٥ نقطهٔ رأسنه
٥ ه خط تماسی رسم واستقامت اوزره اخراج اولندقده
م ٤ قطر مخرجنی ٧ نقطه سنده قطع ایدوب م ط خط تماسه
موازی اولان ٥ ش ف خط ترتیبی م ٤ قطر ینی ش
نقطه سنده قطع ایلدیکی دخی ف نقطه سنده
قطع ایدوب ٥ ك قطر ینه دخی م ك ف ت خط
ترتیلری رسم اشبو ف ت خط ترتیبی م ٤ قطر ثانی یی و
نقطه سنده قطع ایدر ایمدی مربع م ك : مربع ف ت
:: ك ٥ : ت ٥ اولوب (دعوی ٤ وکذا ك ٥ :
ت ٥ :: متوازی الاضلاع ٥ ك م ٧ : متوازی الاضلاع
٥ ت و ٧ اولور (مقاله ٦ دعوی ١ من اصول
هندسه) وکذا ط ك م ٥ ت ف مثلثاری مشابه
اولوب م ك ف ت ضلع تظیرلری مر تعلرینك بر برینه
نسبتی مثلثین مذکور ینك بر برینه نسبتی کبی اولمغین مثلث

ط ك م :مثلث ح ت ف::متوازی الاضلاع ح ك م ے
:متوازی الاضلاع ح ت و ے اولور لـكن ط ك م
مثلثی ایله ح ك م ے متوازی اضلاعك ارتفاعلری
مساوی اولوب مثلث مرقومك ط ك قاعده سی متوازی
الاضلاع مرقومك ح ك قاعده سنك ضعفی اولمغین
(دعوی ط نتیجه ٦ (مثلث مرقوم شكل متوازی الاضلاع
مذكور مساوی اولوب ح ت ف مثلثی دخی ح ت و ے
متوازی الاضلاعه مساوی اولور اشبو مساویلردن ح ش
وت شكل مشتركی طرح اولنه قده باقی قلان ش ف و
مثلثی ش ح ے مثلثنه مساوی ومشابه اولور ح ش
ضلعی ش ف ضلعنه مساوی اولوب (لاحقه ٤٥)
یونقدیر جه م ط خط مماسه موازی رسم اولنان ح ف
خطی م ؛ خطیله تنصیف اولنور وكذا ح ف خطنك
فوقنده ح نقطه سندن ح ف خطنه موازی رسم اولنان
ح ر خطی ح ك قطر مخرجنی غ نقطه سنده ح ے
خطی دخی غ نقطه سنده قطع ایدوب ح ك قطر ینه دخی
رسم اولنان ح ل ر ب خط ترتیبلری م ؛ قطر ثانی مخرجنی
ے س نقطه لرنده قطع ایتمكین غ ل ح مثلثنك كندویه
مشابه اولان ط م ك مثلثنه نسبتی ح ل مربعنك م ك
مربعنه نسبتی كبی اولوب (مقاله ٦ دعوی زمن صول هندسه
یاخود ح ل خطنك ح ك خطنه نسبتی كبی اولوب
(دعوی ؛) وكذا ح ل : ح ك :: متوازی الاضلاع
ح ل ے : متوازی الاضلاع ح ك م ے اولورلكن

(لاحقه ٤٥)
زیرا ش ف و ش ح ے مثلثلری
مشابه اولوب مثلث ش ف و :مربع ش ح ::
ش ح ے :مربع ش ف نمس مربع ش ح
اولوب ش ف و مثلثی ش ح ے مثلثه
مساوی اولمغین ش ف ضلعی ش ح
مربعه مساوی اولوب ش ف ضلعی
ش ح خطنه مساوی اولور

ط ك م مثلثی ح ك م ے متوازی الاضلاعه
مساوی اولد یغندن غ ل ح مثلثی دخی ح ل ر ے
متوازی الاضلاعه مساوی اولور وكذا مثلث غ ر ب :
مثلث ط م ك :: مربع ب ر : مربع ك م و ::
ح ب : ح ك و :: متوازی الاضلاع ح ب ر ے :
متوازی الاضلاع ح ك م ے اولمغین غ ر ب مثلثی
ح ب ر ے متوازی الاضلاعه مساوی اولور لكن
غ ر ب غ ل ح مثلثلری بینده اولان فضل ل ح ر ب
شكلی اولوب ح ب س ے ح ل ر ے متوازی
الاضلاعلرك بینده اولان فضل دخی ل ب س ر شكلی
اولور (لاحقه ٤٦) اشبو مساویلردن ل ب س ؛ ح
شكل مشتركی طرح اولنه قده باقی قلان ؛ س ر مثلثی
؛ ر ح مثلثنه مساوی ومشابه اولوب ح ؛ ضلعی ؛ ر
ضلعنه مساوی اولور یونقدیرده م ط خط مماسه موازی
رسم اولنان ح ر خطی م ؛ خطیله ؛ نقطه سنده
تنصیف اولنور وكذا ح ف خطنك تحتنده خط مماسه
موازی ح ص خطی رسم اولنه قده ح ك خطنی ذ
نقطه سنده ح ے خط مخرجنی دخی ث نقطه سنده قطع
ایدوب ح ك قطر ینه دخی ح ل ص ض خط
ترتیبلری كشیده اولنه قده م ؛ قطر ثانی بی ر ط
نقطه لرنده قطع ایدوب ح ل ذ مثلثی ح ل ر ے
متوازی الاضلاعه مساوی اولور (لاحقه ٤٧) اشبو
مساویلردن ل ض ظ ر شكلی ضم اولنه قده

(لاحقه ٤٦)
زیرا غل ح مثلثی ح ل ر ے شكلنه
مساوی اولوب غ ر ب مثلثی دخی
ص س ے شكلنه مساوی اولمغین
غ ر ب غ ل ح مثلثلری بینده اولان
فضل ص س ے ل ح ر شكلی ل ب ر
بینده اولان فضله مساوی
اولمغین ل ح ر شكلی ل ب ر
شكلنه مساوی اولور
(لاحقه ٤٧)
زیرا ذم غ ح خطلری متوازین
اولمغین ذل حمثلثی غل ح مثلثنه
مشابه وكذا ح ك قطر ینك ح ل
خطی استقامتنده بولنان ل ح خط
ترتیبی ل ح مثلثلری هم مشابه وهم
ذل ح غ ل ح مثلثلری اولوب لكن غل ح مثلثی
ح ل ر ے شكلنه مساوی اولدیغندن
ذل ح مثلثی دخی ح ل ر ے شكلنه
مساوی اولور

ح ذ ض ط ح شكلي ⊃ ض ظ ح متوازي
الاضلاعه ياخود ذ ض ص مثلثنه مساوي اولور
(لاتحه ٤٨) اشبو مساويلردن ذ ض ظ با شكلي طرح
اولندقده باقي قلان ص با ظ مثلثي ح با ر مثلثنه
مساوي ومشابه اولوب با ح ضلعي با ص ضلعنه مساوي
اولور بوتقدير جه م ط خط تماسه موازي رسم اولنان
ح ص خطي دخي م ع خطيله ا نقطه سنده تنصيف
اولنور و بومثللو اثبات اولنور كه م ط خط تماسه موازي
رسم اولنسان جميع خطوط دخي م ع خطيله تنصيف
اولندي بغندن اشبو م ع خطي قطر ثاني اولوب خطوط
متوازيهٔ مذكوره دخي قطر ثانئ مذكور خط ترتيبلري
اولورو بنه ط ⊃ خطي ⊃ ك ياخود ح م خطنه
مساوي اولمغين ظ ه ⊃ ح ه م مثلثلري بر برينه
مساوي اولوب اشبو مساويلره ⊃ ه م ش شكل مشتركي
ضم اولندقده ط ⊃ ش م شكلي ش ح ⊃ مثلثنه
ياخود ش د ف مثلثنه مساوي اولور (لاتحه ٤٥)
وكذا ط ه ⊃ ح ه م مساوي مثلثلره ⊃ ه م س ب
شكلي ضم اولندقده ط م ر ب ذوار بعهٔ الاضلاعي
ح ⊃ ب ر متوازي الاضلاعه ياخود غ ر ب مثلثنه
مساوي اولمغين ط م ر ب شكلي دخي غ ر ب
مثلثنه مساوي اولور اشبو مساويلردن غ ع ر ب
منحرف مشتركي طرح اولندقده باقي قلان ع ر ر مثلثي

(لاتحه ٤٨)
زيرا ض ص خطي م ك خطنه
مساوي اولمغين ذ ض ص مثلثي
ط ك م مثلثنه مشابه اولوب مثلث
ذ ض ص مثلثنه ط ك م بنسبتي
ض ص : مربع ح ك م : : ض ظ :
⊃ ك ح : ⊃ ض ظ ح : ⊃ ك م ح
اولور لكن ط ك م مثلثي ⊃ ك م ح
شكلنه مساوي اولوب ذ ض ص
مثلثي دخي ⊃ ض ظ ح شكلنه
مساوي اولور

ط غ ع م متوازي الاضلاعه مساوي اولور ايمدي
مثلث ش ح ⊃ ياخود اكا مساوي اولان ش و ف : مثلث
ع ح ر : : ش ف ت : و ر و : : مربع ش ⊃ : مربع ح
اولوب لكن ش ف ت و مثلثي ط ⊃ ش م شكلنه
مساوي ع ح ر مثلثي دخي ط غ ع م شكلنه مساوي
اولمغين شكل ط ⊃ ش م : شكل ط غ ع م : : مربع
ش ⊃ : مربع ع ح اولوب شكل ط ⊃ ش م : شكل
ط غ ع م : : ش م : ع م اولمغين (مقاله ٦ دعوي ١
من اصول هندسه (مربع ش ⊃ : مربع ع ح : : ش م
: ع م اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١ قطع مكافيده ⊃ ك قطر اولنك م ط خط تماسيله
خط ترتيبلري وضلع قائمي بيانلرنده اولان خواص ونيتلري
طقوز نجي دعوي نك نتيجه لري ايله اثبات اولنوب كذلك م ع
قطر ثانينك خط تماسي ⊃ ح اولوب ضلع قائمي دخي
م ع قطر ثاني ايله تجديدا اولنوب يعني م ع قطر ثاني ايله ر
خط ترتيبنه ثالث متناسب اولور كذلك ح ش تحت تماسي
ش م فصله سنك ضعفي اولور وكذا هرقنجي خط ترتيب
مربعي اول خط ترتيبك فصله سيله ضلع قائمدن حاصل اولان
مستطيله مساوي اولور (لاتحه ٤٩) خواص ونسبت ساژولي
دخي بوقباس اوزره اولوب اثباتلرك دخي ⊃ ك قطر اولنه
دائر اولان اثباتلرك عينى اولمغين اشبو محلده زلك اولندي

(لاتحه ٤٩)
زيرا ر نجي دعوي ايله بر نجي
نتيجه سنده ⊃ ك قطر نجون
هرنقطي م قطر ثاني اجون دخي
اثبات اولنه بلور مثلا خط ترتيبلري
من بعلريك بر برينه نسبتي كبي
طرفلرينك بر برينه نسبتي كبي
فصله لرينك مساوي خواصلري دخي
اولديغي وساژ خواصلري دخي
بوقياس اوزره اولور

ط ل مربعنه مساوی اولوب م ح غ ح مربعلری
مجموعی دخی ط ح مربعنه مساوی اولور سائر مثلثلرك
اضلاع نظیرلری مربعلری دخی بو قیاس اوزره اولور

نتیجه ٤) م ط خط مماسنی ب ر ت ف ض ص
خط ترتیب مخروطی ا ق ب نقطه لرنده تلاقی ایدنجه
دکین استقامت اوزره اخراج اولنوب ش ے ∽ مثلثنه
مساوی اولان ش و ف مثلثی ش ∽ ط م متوازی
الاضلاعه مساوی اولوب اشبو مساویلره م ش ف ق
شکلی ضم اولندقده م و ق مثلثی ف ∽ ط ق شکل
منحرفنه مساوی اولورو کذا ء ح ∽ مثلثنه مساوی اولان
ء س ر مثلثی م ء غ ط متوازی الاضلاعه مساوی اولوب
اشبو مساویلره م ء را شکلی ضم اولندقده م س ا مثلثی
ز ع ط ا شکل منحرفه مساوی اولور وکذا ما ظ ص مثلثی
با ذ ط م شکلنه مساوی اولوب اشبو مساویلره م با ص یب
شکلی ضم اولندقده م ظ یب مثلثی ص ذ ط یب شکل
منحرفه مساوی اولور

نتیجه٥) م و ق مثلثی ف ∽ ط ق شکل منحرفه مساوی
اولوب اشبو مساویلره م و ق مثلثنه مشابه اولان ∽ ت ف
مثلثی ضم اولندقده م و ق ∽ ت ف مثلثلری مجموعی
کندولریله مشابه اولان ط ت ق مثلثنه مساوی اولوب
و ق ت ف ضلع نظیرلری مربعلری مجموعی ت ق مربعنه

(لاحه ٥٠)
زیاده ده مثلثنه م ه مساوی اولوب اشبو مساویلره
ضم اولندقده م ه خ ض شکلی ∽ خ ض
شکلنه مساوی اولوب ∽ خ ض شکلی ضم اولندقده
اولجنس (لاحه ٤٨) ذخ ض
مثلثی ضم ظ ض شکلنه مساوی
اولوب اشبو مساویلرین ض ذ ظ
شکلی مشترکی طرح اولندقده
م ذ ظ شکلی با ظ ض مثلثنه
مساوی اولور

نتیجه ٣) خط ترتیبه لر ایله قطر مخروطی جاردن قاعده لری
خط مماسه موازی اوله رق حادث اولان غ ل ح غ ب ر
∽ ت ف مثلثلری مقابلرنده واقع اولان ∽ ل ے ے
∽ ب ے ے ∽ ت و ے متوازی الاضلاعلره نظیر
نظیره مساوی اولورلر وکذا ء ر ے مثلثنه مساوی اولان
ء ح ∽ مثلثی م ء غ ط متوازی الاضلاعه مساوی
با ظ ص مثلثی دخی م ذ ط متوازی الاضلاعه
مساوی اولوب (لاحه ٥٠) باقی مثلثلر دخی مقابلرنده بولنان
متوازی الاضلاعلره مساوی اولورلر

نتیجه ٣) ط ه ∽ مثلثی ے ه م مثلثنه مساوی
ء س ر مثلثنه مساوی اولان ء ح ∽ مثلثی دخی
ط غ ء م متوازی الاضلاعه مساوی اولوب اشبو
مساویلردن م ء ح ع شکل مشترك طرح اولندقده
∽ م ع مثلثی ع ح غ ط شکلنه مساوی اولور اشبو
باقی قلان مساویلره دخی غ ح ل مثلثی ضم اولندقده
∽ م ع مثلثیله غ ل ح مثلثی مجموعی ط ل ع مثلثنه
مساوی اولور وکذا ذ ل ح غ ل ح مثلثلرندن ل ح
ضلعی ل ح ضلعنه مساوی اولمغین (لاحه ٤٧)
مثلثلرین مزقومین دخی بربرینه مساوی اولورلر بونقدیرجه
∽ ح مربعیله ح ل یاخود ل ح مربعی مجموعی ل ع
مربعنه مساوی اولوب (لاحه ٥١) م ∽ مربعیله یاخود
ل ے مربعیله غ ل یاخود ذ ل مربعلری مجموعی

(لاحه ٥١)
زیاده م ع ح ل مثلثی مشابه
اولوب مثلث ع م ح : مربع ع ح :: مثلث ع ل ح
مربع ع ح :: مربع ح ل
وکیف طرح مثله دخی مجموع مثلث
ع م ح مجموع مربع ح ل :: مثلث ع ل ح
مربع ع ح :: مربع ح ل
بدل طرح مثله دخی مجموع مثلث
ع م ح مجموع مربع ح ل :: مجموع
مثلث ع ل ح مجموع مربع ح ل
وکذا مثلث ع ل ح : مربع ح ل :: مثلث طلع : مربع ح ل
مثلث طلع : مربع ح ل :: مجموع
مثلثلری مجموعی طلع مربع ح ل
مساوی اولجنس مجموع مربع ح ل

مساوی اولوز (لاتحه ٥٢) وکذا م س ا مثلثی ر غ ط ا
شکلند مساوی اولوب هر بریند م س ا مثلثه مشابه اولان
غ ب ر مثلثی ضم اولندقده م س ا ر مثلثلری
مجموعی کندولرینه مشابه اولان ط ب ا مثلثه مساوی
اولوب ب ر س ا مربعلری مجموعی ا ب مربعنه مساوی
اولور وکذا م و یاخود ک ت مربعیله ت ث مربعی
مجموعی ط ت مربعنه مساوی اولوب باقی ضلع نظیرلری
مربعلری دخی بوقیاس اوزره اولور

(لاتحه ٦) غ ل ح مثلثی ت ل ر ے متوازی الاضلاعه
مساوی اولوب هر بریندن ت ل ح خ شکل مشترک
طرح اولندقده باقی فلان غ ت خ مثلثی خ ح ر ے
شکل منحرفه مساوی اولور اشبو مسا ویلره ح ر ء مثلثی
ضم اولندقده غ ت خ ح ر ء مثلثلری مجموعی کندولرینه
مشابه اولان خ ء ے مثلثنه مساوی اولمغین خ ت ح ر
مربعلری مجموعی خ ے مربعنه مساوی غ خ ح ء
مربعلری مجموعی دخی خ ء مربعنه مساوی اولور لکن خ ء
مربعی دخی ر خ خ ح مستطیلی ایله ح ء مربعی
مجموعنه مساوی اولدیغندن (لاتحه ٥٣) غ خ ح ء مربعلری
مجموعی ر خ خ ء مستطیلی ایله ج ء مربعی مجموعنه
مساوی اولوب اشبو مشترک اولان ح ء مربعی طرح
اولندقده باقی فلان غ خ مربعی ر خ خ ح مستطیلنه
مساوی اولوب غ خ خطی ر خ خ ح خطلری پیننده

وقت ف ... مثلثی ط ت ق ... مربع
ش ق اولور لکن ت ف ت ق ت ث
مثلثلری مجموعی ط ت ق ت ث مثلثنه
مساوی اولمغین ووقت ب س مربعلری
مجموعی دخی ت ث ق ... مربعلری
مساوی اولور
(لاتحه ٥٢) شکل ٨
بر خط مستقیم مفروضه رانندا دده
اولنی اوزره لاعلی التعیین بر خط
مستقیم آخر جمع اولوب خط
مرکوم اول نصیف اولوب خط
نصف مذکور الیه جمع اولنسان خط
آخر مجموعنك مربعی خطیله مستطیلی ایله
مجموع خطیله مستطیلی ایله مجموعنه

وسط متناسب اولور وکذا ج ل ذ مثلثی ت ل ر ے شکلند
مساوی اولوب هر بریند ت ل ح ث شکلی ضم اولندقده
ث ت د مثلثی ے ر ح ث شکل منحرفه مساوی اولور
اشبو مساویلره دخی ح ر ا مثلثی ضم اولندقده ث ت ذ
مثلثیله ج ر ا مثلثی مجموعی کندولرینه مشابه اولان
ث ے ا مثلثنه مساوی اولوب ا ج ذ ث ضلع نظیرلری
مربعلری مجموعی ا ث ضلعی مربعنه مساوی اولور
لکن ا ث مربعی ص ث ث ح مستطیلی ایله ا ج
مربعی مجموعنه مساوی اولوب (لاتحه ٥٣) هر بریند
مشترك اولان ا ح مربعی طرح اولندقده باقی فلان
ذ ث مربعی ص ث ث ح مستطیلنه مساوی اولوب
ذ ث خطی ص ث ث ح خطلری پیننده وسط متناسب
اولور

(نتیجه ٧) ع ر ح ل مربعلری مجموعی ل ع مربعنه
مساوی (نتیجه ٣) ل ع مربعی دخی ح ع ح
مستطیلی ایله ح ل مربعی مجموعنه مساوی اولوب
(لاتحه ٥٣) ع ر مربعی دخی ح ع ح مستطیلنه
مساوی اولمغین ع ر خطی ح ع ح خطلری پیننده
وسط متناسب اولور وکذا ب ر خطی تثلیثی منحنی ك
ایکی طرفنده اخذ نقطه لر بنه دکین اخراج اولندقده مر ا
ب ر مربعلری مجموعی ب ا مربعنه مساوی (نتیجه ٥)
ب ا مربعی دخی ح ا ر مستطیلی ایله ب ر مربعی

ب پیننده اولان فضل اولوب ایکی
خطین مختلفین مربعلری بینده
اولان فضل خطین مزبورین
مجموعی عیله بیلزده اولان فضلی
مستطیلنه مساوی اولمغله ب
مربعیله ء ح مربعی بینده اولان
فضل ب ا مستطیلنه مساوی
اولور (مقاله ٢ دعوی ٥ من اصول)
ایمدی ب ح ا مستطیلی ب ء
مربعلری بینده تفاضل اولدیغندن
ب مربعی ب ا مستطیلی ایله
ء مربعی مجموعنه مساوی اولور

مجموعه مساوی اولمغین (لاتحه ٥٣) سر ا مربعی
ﻫ ا ا ر مستطیلنه مساوی اواوب سر ا خطی ﻫ ا ا ر
خطاری بینده وسط متناسب اولور

نتیجه ٨) ↄ ﻫ م ﻫ خط مماسلری ﻫ نقطه سنده تلاقی
ایدوب اشبو خط مماسلرك برینه موازی اولان ﻫ ا خطی
اخراج اولنسان دیکر خط مماسی ا نقطه سنده قطع
ایلدکده خط قاطعك منحنی ایله خط مماس آره سنده خارجده
واقع قسمنه مستطیلنه ك خط قاطع مذکور خط مماس ایله
تلاقی نقطه سندن تماس نقطه سی بینده واقع قسمی
مربعنه نسبتی خط قاطعه موازی اولان خط مماسك نقطهٔ
تماس ایله دیکر خط مماسك تلاقی نقطه لری بینده واقع
قسمی مربعنك خط مماس آخردن باقی قلان قسمی مربعنه
نسبتی کبی اولوب یعنی مستطیل ﻫ ا ا ر : مربع ا م ::
مربع ↄ ﻫ : مربع م ﻫ اولـورزیرا ط ↄ ﻫ
م سر ا مثلثلری مشابه اولوب مثلث ط ↄ ﻫ : مثلث
م سر ا :: مربع ↄ ﻫ : مربع سر ا و :: مربع
ط ﻫ : مربع ا م اولمغین مربع ↄ ﻫ : مربع سر ا
:: مربع ط ﻫ : مربع ا م اولوراکن ط ﻫ مربعی
ﻫ م مربعنه مساوی س ا مربعی دخی ﻫ ا ا ر
مستطیلنه مساوی اولمغین (نتیجه ٧) مستطیل ﻫ ا ا ر :
مربع ا م :: مربع ↄ ﻫ : مربع ﻫ م اولور
و بومثللو اثبات اولنورکه ر خ خط قاطعك خارجده واقع

ح خ قسمنه مستطیلنك خط مماس قسمی اولان ↄ خ
مربعنه نسبتی خط قاطعه موازی اولان خط مماسك نقطهٔ
تماس ایله خط مماس آخرك تلاقی نقطه لری بینده واقع
م ﻫ قسمی مربعنك دیکر خط مماسدن باقی قلان ↄ ﻫ
قسمی مربعنه نسبتی کبی اولور

دعوی با

قطع مکافینك منحنیسی اوزرنده مفروض هر قنغی ایکی
نقطه دن قطع مکافی مرقومك قطرینه موازی وقاعده سنه
منتهی اولهرق ایکی خط مستقیم رسم اولندقده خطین
مرسومینك برینه نسبتی اول خطلرك قاعده دن قطع
ایلدکلری قسملری مستطیلرینك برینه نسبتی کبی اولور
و بینه قاعدهٔ مذکوره استقامت اوزره اخراج اولنوب منحنیٔ
مخرج اوزرنده کذلك ایکی نقطهٔ مفروضه دن قطع مذکور
خارجنده قطر مخرجه موازی وقاعدهٔ مخرجه منتهی ایکی
خط مستقیم رسم اولندقده خطین مزبورینك برینه
نسبتی اول خطلرك قاعدهٔ مخرجه دن خارج منحنیده قطع
ایلدیکلری قسملری مستطیلار ینك برینه نسبتی کبی اولور

(شکل ٤) مثلا قاعده سی ا ء وقطری ↄ ب وضلع قائمی ↄ ر
اولان ا ↄ ء قطع مکافیسنك هر قنغی م ح نقطه لرندن
ↄ ب قطرینه موازی م ﻫ ح ط خطلری رسم اولندقده
م ﻫ : ح ط : : مستطیل ا ﻫ ﻫ ء : مستطیل

ا ط ط ء اولور و بنه ا ء قاعده سی استقامت اوزره
اخراج اولنوب قطع مذکور خارجنده قطر مخروجه موازی
ه ف ح ظ خطلری رسم اولندقده ر ف : ح ظ ::
مستطیل ا ف ف ء : مستطیل ا ظ ظ ء اولور زیرا
ب ء خط ترتیبك مربعی ب ح ح ر مستطیلنه
مساوی غ ح خط ترتیب مربعی دخی غ ح ح ر
مستطیلنه مساوی اولوب (دعوی ء نتیجه ۱) ب ء
غ ح مربعلری یاخود ب ء ب ط مربعلری بیننده اولان
فضل ا ط ط ء مستطیلنه مساوی ب ح ح ر غ
ح ح ء مستطیللری بیننده اولان فضل دخی ب غ
یاخود اکا مساوی اولان ح ط ح ر مستطیلنه مساوی
اولور وکذا ع ح خط ترتیب مربعی ع ح ح ر مستطیلنه
مساوی اولوب ع ح یاخود ب ظ ب ء مربعلری بیننده
اولان فضل ا ظ ط ء مستطیلنه مساوی اولوب ع ح
ح ب ح ح ر مستطیللری بیننده اولان فضل دخی ع ب
یاخود ه ظ ح ر مستطیلنه مساوی اولور و بونلرلو
اثبات اولنور که ا ه ه ء مستطیلی م ه ح ر
مستطیلنه مساوی ا ف ف ء مستطیلی دخی ف ر ح ر
مستطیلنه مساوی اولور ابعادی مستطیل ا ه ه ء :
مستطیل ا ط ط ء :: مستطیل م ه ح ر : مستطیل
ح ط ح ر اولوب وکذا مستطیل م ه ح ر : مستطیل
ح ط ح ر :: م ه : ح ط اولغین (مقاله ٦ دعوی ١

من اصول هندسه) م ه : ح ط :: مستطیل ا ه
ه ء : مستطیل ا ط ط ء اولور و بنه مستطیل
ا ف ف ء : مستطیل ا ظ ظ ء :: مستطیل ف ر
ح ر : مستطیل ح ظ ح ر اولوب وکذا مستطیل
ف ر ح ر : مستطیل ح ظ ح ر :: ف ر :
ح ظ اولغله ف ر : ح ظ :: مستطیل ا ف ف ء
: مستطیل ا ظ ظ ء اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ۱) ح غ خط ترتیبی استقامت اوزره اخراج اولنوب
م ه خطی دخی ے نقطه سنده قطع ایتمکین مستطیل
ا ه ه ء : مستطیل ل ے ے ح :: م ه : م ے
اولورز یرا ا ه ه ء مستطیلی م ه ح ر مستطیلنه
مساوی ل ے ے ح مستطیلی دخی م ے ح ر
مستطیلنه مساوی اولغین مستطیل ا ه ه ء : مستطیل
ل ے ے ح :: مستطیل م ه ح ر : مستطیل
م ے ح ر اولوب وکذا مستطیل م ه ح ر : مستطیل
م ے ح ر :: م ه : م ے اولغین (مقاله ٦ دعوی ب
نتیجه ۲ من اصول هندسه) مستطیل ا ه ه ء :
مستطیل ل ے ے ح :: م ه : م ے اولور و بنه
ح ع خط ترتیبی استقامت اوزره ك نقطه سنده دکین
اخراج اولنوب ف ر خطی دخی ص نقطه سنده
قطع ایتمکین مستطیل ف ر ح ر یاخود اکا مساوی
اولان ا ف ف ء : مستطیل ر ص ح ر یاخود اکا

مساوی اولان ک ص ص ح :: ف ر : ر ص اولور

* * * دعوی یب * * *

قطع ناقص ایله قطعین متقابلینك مرکز لرندن مرور
ایدن مستقیملرڈن طرفینده ایکی نقطه ده قطع ایده رك پرخط
مستقیم رسم اولندقده اشبوخط مرسوم مرکزنقطه سنده
تنصیف اولنوب طرفین متقابلینده خط مرسومك منحنی نی
قطع ایلدیکی نقطه لر دن پرخط مماس رسم اولندقده
خطین مماسین مرسومین برینه هم موازی وهم مساوی اولور

(شکل لد له) مثلا) ح م ص س قطع ناقص ایله قطعین متقابلینك
ح مرکزلرندن مرور ومنحنی لرینی طرفینده م س
نقطه لرنده قطع ایده رك م ح س خطی رسم اولندقده
خط مرسوم ح نقطه سنده تنصیف اولنوب طرفین
متقابلینده واقع م ر نقطه لرنده م ط س غ خط
مماسلری رسم اولندقده اشبو م ط س غ خط مماسلری
هم موازی وهم مساوی اولور لر زیرا م نقطه سنه دن
ح ص قطر اوله م ک خط ترتیبی رسم ح ک خطنه
مساوی ح ر خطی دیگر قطع اولنوب ر نقطه سندن
قطر مذکورك طرف اخری سنده ر س خط ترتیبی دیگر
رسم ر ح خطی دیگر وصل اولندقده ح ح ک
مر بعلری پیدا ده اولان فضله ح ک ح ر مستطیلله
مساوی ح ر ح ص ضلع نظیر لری مر بعلری پیدا ده

اولان فضله دیگر ح ر ر ص مستطیلله مساوی
اولغین (مقاله ٢ دعوی ٢٤ من اصول هندسه) ح ک
ح ر مستطیلی ح ر ر ص مستطیلنه مساوی اولور
ایمدی م ک ر خط ترتیبلر مر بعلرینك برینه
نسبتی کبی مستطیلین مرقومینك برینه نسبتی کبی
اولغین (دعوی ٢٤ و) مر بعین مر قومین دیگر
برینه مساوی اولوب م ک خطی ر خطنه
مساوی اولور وکذا ح ک خطی بالعمل ح ر خطنه
مساوی م ک ح زاویهٔ متباوله سی ر ح زاویهٔ
متبادله سندن مساوی اولغین ح م ک ح ر مثلثلرندن
ح م ح س قاعده لری برینه مساوی اولوب م ح ک
زاویه سی دیگر س ح ر زاویه سنه مساوی اولوب
ک ح م ح ر زاویه لری بجموعی ایکی قائمه یه مساوی
اولغین س ح ر ر ح م زاویه لری بجموعی دیگر ایکی
قائمه یه مساوی اولوب س ح ح م خطلری خط واحد
مستقیم اولور بوتقدیرجه م ح خطی استقامت اوزره
اخراج اولندقده قطع مقابلنده واقع منحنی نك س
نقطه سنده واقع اولوب ح نقطه سنده دیگر تنصیف اولنور
وبنه ط ح ک ح مستطیلی ح ح نصف قطر مر بعنه
مساوی (دعوی ط نتیجه ١١) ر ح ح غ مستطیلی
دیگر ح ص مر بعنه مساوی اولوب ح ح خطی
دیگر ح ص خطنه مساوی اولغین ح ح مر بعی
ح ص مر بعنه ح ط ح ک مستطیلی ح ر ح غ
مستطیلنه مساوی اولوب ح ک خطی دیگر ح ر خطنه

ط د خطی دخی د غ خطنه مساوی اولمغین م د
خطی دخی ج س خطنه س د غ زاویه‌سی م د ط
زاویه‌سنه مساوی اولوب م ط خطی دخی غ س خطنه
مساوی اولورلکن م ط د س غ ن زاویه‌متبادله‌لری
بربرینه مساوی اولمغله م ط غ س خط‌ماسلری
دخی بربرینه موازی اولورلر بوتقدیرجه قطعین مذکورینك
طرفین متقابلینده رسم اولنان م ط س غ خط‌ماسلری
بربرینه هم مساوی وهم موازی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) س ر خطی قطعك طرف اخری سنده ه
نقطه سنه دکین اخراج اولند قده ر ه خطی س ر
خطنه مساوی اولوب ك م خطنه دخی موازی اولمغین
م ه نقطه لری بینه وصل اولنان م ه خطی
دخی ك ر خطنه هم مساوی وهم موازی اولور

نتیجه ٢) قطع مذکورمرکزندن ك م ر ه خط
ترتیب مذکورلره موازی د ح خطی رسم اولنوب م ه
خطی ب نقطه سنده تنصیف ایدوب ب م خطی
ج ك خطنه ب ه خطی دخی د ر خطنه مساوی
اولوب وکذا د ب م ك ج ب ه ر متوازی
الاضلاعلردن ج ر خطی ج ك خطنه مساوی اولمغین
قطردن بعدلری مساوی نهایتلرینه وصل اولنان
جمیع خطلر د ح خطیله تنصیف اولدیغندن اشبو

د ح خطی دخی قطر اولوب قطر اوله موازی رسم اولنان
م ه ت ل خطلرینی دخی تنصیف ایدر اشبو د ح خطنه
قطر ثانی وقطر اولك قطر مزدوجی تسمیه اولنور ابمدی
قطع نا قصده قطر مزدوج مذکور قطعك منحنیسی ایله
تحدید اولنوب ی ج د ح خطلری بربرینه مساوی
اولوب اشبو ی ح خطی ن ص قطر اولنه خط ترتیب
فرض اولندقده د ح خط ترتیب مربعنك ن د د ص
قطر قسملری مستطیلنه یاخود ن د مربعنه نسبتی
ن و ضلع قائمك ن ص قطر مجانبه نسبتی کبی اولوب
(دعوی و نتیجه ٦) ج ح ج ن مربعلرینك دردرمثلی
اخذ اولندقده مربع ح ی : مربع ن ص :: ن و :
ن ص اولوب ح ی : ن ص :: ن و : ن ص
مثنات بالتکریر دخی اولمغین ن ص ح ی ن و خطلری
علی الولاء متناسب اولوب ح ی قطر مزدوجی ن و
ضلع قائمی ایله ن ص قطر مجانب بینده وسط متناسب
اولور و قطع زائده ن و ضلع قائم ایله ن ص قطر
مجانبی ایچون ح ی وسط متناسبی اخذ اولنوب د
مرکزینه ن ص قطرینك خط ترتیبلرینه موازی ج
نقطه سنده تنصیف اولنه رق رسم اولند قده اشبو ح ی
خط مرسوم قطع زائد مذکورك قطر ثانیسی اولوب ن ص
قطر اولك دخی قطر مزدوجی اولور

*** دعوی ٨ ***

قطع ناقصده قطر ثانيدك خط ترتيبلرى مربعلرينك
بربرينه نسبتى اول اخط ترتيبلرك قطر مذكوردن قطع
ايلدكلرى قسملرى مستطيللرينك بربرينه نسبتى كبى
اولوب قطر مذكورك نصفى مربعيله اول خط ترتيبلرك
قطر مزبوردن قطع ايلدكلرى نقطه لريله مركز قطع
بينده واقع بعدلر مربعلرى فضللرينك بربرينه نسبتى كبى
اولور وقطع زائده ده قطر ثانى خط ترتيبلرى مربعلرينك
بربرينه نسبتى قطر مذكورك نصفى مربعيله اول خط
ترتيبلرك قطر مذكوردن قطع ايلدكلرى نقطه لريله مركز
قطع بينده واقع بعد لر مربعلرى مجموعلرينك بربرينه
نسبتى كبى اولور

(شكل لد له)

مثلا) ج م ص س قطع ناقصده ح ے قطر ثانيدك
ب م ر ت خط ترتيبلرى مربعلرينك بربرينه نسبتى
اول خط ترتيبلرك قطر مذكوردن قطع ايلدكلرى ح ب
ب ے ح ر ر ے قسملرى مستطيللرينك بربرينه
نسبتى كبى ياخود د ح ح ب مربعلرى بينده اولان
فضلك د ح ر مربعلرى بينده اولان فضلنه نسبتى
كبى اولور وقطع زائده ده ذكر اولنان مربعلرك بربرينه
نسبتى د ح ح ب مربعلرى مجموعنك د ح ح ر
مربعلرى مجموعنه نسبتى كبى اولور زيرا قطع ناقصده
ج ص قطر اولك خط ترتيبلرى م ك ف اولوب
مستطيل ج د ح ص ياخود مربع د ح : مستطيل

ص ك ك ج :: مربع د ح : مربع د م ياخود
د ب اولوب (دعوى و) قلب طريقيله دخى مربع
د ج : فضل مربع د ج مستطيل ص ك ك ج
:: مربع د ح : فضل مربع د ح د ب اولوب بدل
طريقيله دخى مربع د ج : مربع د ح :: فضل مربع
د ج مستطيل ص ك ك ج : فضل مربع د ح
د ب اولور يعنى مربع د ج : مربع د ح :: مربع
د ك ياخود ب م : مستطيل ح ب ب ے اولور
(لاتحه ٥٤) وبومثلواثبات اولنوركه مربع د ج : مربع
د ح :: مربع ت ر : مستطيل ح ر ر ے اولغين
ح ے قطر ثانيدك م ب ت ر خط ترتيبلرى مربعلرينك
بربرينه نسبتى قطر مذكور دن قطع ايلدكلرى ح ب
ب ے ح ر ر ے قسملرى مستطيللرينك بربرينه
نسبتى كبى اولور (لاتحه ٥٥) امدى ح ب ب ے مستطيلى
د ب ح مربعلرى بينده اولان فضلنه مساوى
ح ر ر ے مستطيلى دخى د ر ح مربعلرى بينده
اولان فضلنه مساوى اولغين مربع ب م : مربع
ر ت :: فضل مربع د ح د ب : فضل مربع د ح
د ر اولور وبنه قطع زائده مستطيل ص ك ك ج
: مربع ك م ياخود د ب :: قطر مجانب ص ج : ضلع
قائم ج واولور (دعوى هـ نتيجه ٦) وكذا ح ے
خطى ج ص ج وبينده وسط متناسب اولديغندن
دعوى ب نتيجه ٢) و :: مربع ج ص : مربع خ ے

(لاتحه ٥٥)

زيرا ص ف مربعيله ص ف مربعنه
مستطيلى مجموعى د ج مربعيله ح ر ر مربعنه
مساوى د ب مربعيله ح ب ب ے مربعنه
مستطيلى مجموعى دخى د ج مربعيله ح ر ر مربعنه
مساوى اولوب مربع ج د : مربع
ح ب :: مستطيل ص ف وكذا مربع
ح ب ياخود مربع ف ن وكذا مربع ح ب :
مربع ج د :: مربع ح ب : مستطيل
ص ن خطنه مساوى اولغين و :
مربع ن ت : مستطيل ح ر ر
اولور

دخی اولور اشبو ⊐ ص ح ے مربعلرینك ربعی اخذ اولندقده :: مربع ح ے : مربع ح ے اولور ترکیب طریقیله دخی مجموع مستطیل ص ك ك ⊐ مربع ح ⊐ یاخود مربع ح ك یاخود مربع ح ن ح ے :: مجموع مربع ح ن ح ے :: مربع ح ⊐ : مربع ح ح اولور (لاحه ٥٦) مقاله ٥ دعوی ب من اصولی هنده سه) وبومثللو اثبات اولنور که مربع ن ر : مجموع مربع ح ر ح :: مربع ح ⊐ : مربع ح ح اولغین (لاحه ٥٧) قطع زائده قطر ثانی خط ترتیبلرك مربعلرینك بریرینه نسبتی ح ن ح ح مربعلری مجموعنك ح ر ح ح مربعلری مجموعنه نسبتی کبی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) قطع ناقصده هرقنغی م ن خط ترتیب مربعنك کندوقطرینك ح ن ن ے مستطیلنه نسبتی ⊐ ص قطر مجانبك ⊐ وضلع قائمنه نسبتی کبی یاخود ح ⊐ مربعنك ح ح مربعنه نسبتی کبی اولوب اشبو ح ⊐ ح مربعلرینك دردنجی اخذ اولندقده ⊐ ص مربعنك ح ے مربعنه نسبتی کبی یاخود ⊐ ص قطر مجانبك ⊐ وضلع قائمنه نسبتی کبی اولور (دعوی ب (نتیجه ٣)

نتیجه ٢) ⊐ و ح ے ⊐ ص خطلریجون ح ش رابع متناسبی اخذ اولندقده اشبو ح ش خطی ح ے قطر مزدوجك ضلع قائمی اولورزیرا ⊐ و : ح ے :: ⊐ ص : ح ش

اولوب بدل طریقیله دخی ح ش : ح ے : ⊐ ص :⊐ و اولورلکن ⊐ ص : ⊐ و :: مربع ن ر : مستطیل ح ن ن ے و :: مربع ن ر : مستطیل ح ر ے ے اولدیغندن مربع ن م : مستطیل ح ن ن ے :: ح ش : ح ے یعنی خط ترتیب مربعنك کندو قطری قسملرینك مستطیلنه نسبتی ضلع قائمك قطر مجانبه نسبتی کبی اولوب ح ش خطی ح ے قطر مزدوجك ضلع قائمی اولور (لاحه ٥٨)

نتیجه ٣) قطع زائده مربع م ن : مجموع مربع ح ن ح ے :: مربع ⊐ ح : ⊐ و اولوب (دعوی ب نتیجه ٢) ⊐ د ح ے ⊐ ص خطلریجون ح ش رابع متناسبی اخذ اولنده د :: ح ش : ح ے اولغین (لاحه ٥٩) اشبو ح ش خطی ح ے قطر مزدوجنك ضلع قائمی اولور ایمدی ح ے قطرینه خ ح ذ ث ے د قطعین متقابلین رسم اولندقده اشبو ح ے خطی قطعین مذکورینك قطر مجانبی اولوب قطعین متقابلین مذکورینه دخی ⊐ م ث ر ص ل قطعین متقابلینك مزدوجلری دینلوب ⊐ ص ح ے قطر لریله دخی قطرین مزدوجین وقطوع اربعه یه دخی ازدواج اوزره متقابل دینلور

(لاحه ٥٨)

زیرا بالعمل ⊐ و : ح ش :: ⊐ ص : ⊐ ص :: ⊐ و : ح ش : ح ے اولور وکذا ⊐ ص :: ⊐ و : مربع ⊐ ص : مربع ح ے اولوب مربع ⊐ ص عکس طریقیله دخی ح ش : ح ے :: ح ے : ح ش اولغاییچون ح ش رابع متناسبی اخذ اولندقده اشبو ح ش خطی ح ے قطر مزدوجك ضلع قائمی اولور

(لاحه ٥٩)

زیرا قطع زائدك خ ح ذ ث ے و قطعین مزدوجین ضلع قائمی ح ش اولور ح ش ثالث متناسب اولدیغندن (لاحه ٥٨) اشبو ح ش خطی ح ے قطر مزدوج مذکورك ضلع قائمی اولور

(نتيجه ٤) ازواج اوزره متقابل اولان قطعه لردن برينك داخلنده ح ے قطرينه ا ر خط ترتيبي رسم اولندقده مربع ا ر : مستطيل ے ر ح :: ضلع قائم ح ش : قطر مجانب ح ے اولور (دعوى هـ نتيجه ٦) وكذا ضلع قائم ح ش : قطر مجانب ح ے :: مربع ت ر: مجموع مربع ح ر ح اولمغين (نتيجه ٣) (دعوى مذكوره) مربع ت ر باخود ل ر : مجموع مربع ح ر ح :: مربع ا ر: مستطيل ے ر ح اولور

(نتيجه ٥) مربع ل ر : مجموع مربع ح ر ح :: مربع ا مستطيل ے ر ح بدل طريقيله دخى مربع ل ر : مربع ا ر :: مجموع مربع ح ر ح : مستطيل ے ر ح ياخود اكا مساوى اولان فضل مربع ح ر ح اولمغين مستطيل ل ا ا ت : مربع ا ر :: ضعف مربع ح ع : مستطيل ے ر ح ع اولوب (لامحه ٦٠) بدل طريقيله دخى مستطيل ل ا ا ت : ضعف مربع ح ع :: مربع ا ر : مستطيل ے ر ح ع اولور وكذا مربع ا ر : مستطيل ے ر ح ع :: ع ش :: ع ے : اولوب (نتيجه ٤) وكذا ع ش : ع ے : مربع ح ح : مربع ح ع (نتيجه ٣) و :: ضعف مربع ح ح : ضعف مربع ح ع اولمغين مستطيل ل ا ا ت : ضعف مربع ح ع :: ضعف مربع ح ح : ضعف مربع ح ع اولمغين

(لامحه ٦٠)

زيرا مربع ل ر : مربع ا ر :: مجموع مربع ح ر ح : مستطيل ے ر ح اولور فضل طرفيقيله دخى فضل مربع ل ر : مربع ا ر :: فضل مجموع مربع ح ر ح : مستطيل ے ر ح اولور ح ر : مستطيل امربعيل ال : مستطيل ايلهاى مربعى مجموعنه مساوى اولمغين (لامحه ٥٣) ل ا ر مربعلرى مستطيل پنده اولان فضل ل ا ا ت مستطيلى مساوى اولمغله (لامحه ٥٣) ح ر مربعى مجموعنه مساوى مجموعله ے ر ح مربعنك ضعفنه مساوى اولمغين مستطيل ال : مربع ا ر : ضعف مستطيل ے ر ح اولور

ل ا ا ت مستطيلى ح ع مربعنك ضعفى وقوى سى دخى اولور

(نتيجه ٦) قطعين متقابلين زائدينده ح ے قطرينه ح نهايتلندن ح ق خط ترتيبي رسم قطع مزدوج آخرى ق نقطه سنده قطع ايلدكده ح ق مربعى ح ع مربعنك قوى سى وضعفى اولورزيرا مربع ح ق: مجموع مربع ح ح ح ر يعنى ضعف مربع ح ح :: مربع خط ترتيب م ب : مجموع مربع ب ح ح اولوب (دعوى مذكوره) وكذا مربع م ب : مجموع مربع ب ح ح :: مربع ح ع : مربع ح د دخى اولور (نتيجه ٣) لكن ضعف مربع ح ع : ضعف مربع ح ح :: مربع ح ق: ضعف مربع ح ح اولمغين ح ق مربعى ح ع مربعنك ضعفنه مساوى اولمغين ح ق مربعى دخى ح ع مربعنك ضعفنه مساوى اولور شو يله دخى اولور

(لامحه ٦١)

زيرا ل نقطه سى ح نقطه سى استقامتنده واقع اولوب ال خطى ح ق خطنه ت ا خطى دخى ح ح خطنه موازى اولوب ت ا ا ل مستطيلى ح ح ق مستطيلنه باخود ح ق مربعنه مساوى اولور لكن ت ال مستطيلى ح ع مربعنك ضعفنه مساوى اولمغين ح ق مربعى دخى ح ع مربعنك ضعفنه مساوى اولور شو يله دخى اولور

(شكل لور)

دهوى بد

قطع ناقص ايله قطعين زائد بن متقابلينده مركزايله نقطه تماس بينه واصل اولان خط مستقيم قطر اولوب خط مماسه موازى رسم اولنان خط ترتيبلرى دخى تنصيف ايدر

مثلا) ح و ص م قطع ناقص ايله قطعين متقابلينده د مركزيله م نقطه تماس بينه وصل اولنان ح م خطى قطر اولوب م ط خط تماسه موازى رسم اولنان

ح ف ع ر خط ترتیاری دخی تنصیف ایدر زیرا ح ص
قطر اولك ح نقطهٔ رأ سندن ح ے خط عماسی رسم
اولنسه قده م ح خط مخرجنی ے نقطه سنده م ط
خط عماسی دخی ھ نقطه سنده قطع ایدوب م ح خطنه
دخی ح نقطه سندن خروج ایدن ح ب خط ترتیك
فوقنده و تحتنده م ط خط عماسه موازی رسم اولنان
ع ر ذ یا خط ترتیاریی دخی خ ث نقطه لرنده قطع
ایدوب وکذا ح ص قطر اوله دخی م ك ب ت ح ل
ر ب ذ ل ید یا خط ترتیاری رسم اولنه قده م ح
خطیله و ے س ك نقطه لرنده م ط خط عماسیله دخی
ق ع ا ب نقطه لرنده تقاطع ایدرلر ایمدی ح ك : ح ح
:: ح ح : ح ط اولوب (دعوی ط نتیجه ١١) وکذا
مربع ح ك : مربع ح ح :: مثلث ح ك م : مثلث
ح ح ے د :: ح ك : ح ط دخی اولوب (مقاله ٦
دعوی ١٠ من اصول هندسه) وکذا ح ك : ح ط :: مثلث
ح ك م : مثلث ح ط م اولغین (مقاله ٦ دعوی ١
من اصول هندسه) ح ح ے مثلثی ح ط م مثلثنه
مساوی اولور اشبو مثلثین متساویینی قطع زائده ده
ح ك م مثلثندن وقطع نافصده ح ك م مثلثی مثلثین
مذکوریندن طرخ اولنه قده باقی قلان ح ك م ے شکل
منحرف ط ك م مثلثه مساوی اولور ایمدی مثلث
ط ك م : مثلث ح ت ف باخود غ ل ح یاخود
غ ب ر یاخود ذ ل ظ یاخود ط ید یا :: مربع

م ك : مربع ت ف یاخود ل ح یاخود ب ر یاخود
ل ذ یاخود ید یا اولوروکذا مستطیل ص ك ح :
مستطیل ص ت ح یاخود ص ل ل ح یاخود
ص ب ب ح یاخود ص ید ید ح یعنی ح ح ك
مربعلری بینشده اولان فضلك ح ح مربعیله ح ت
مربعی بینشده یاخود ح ل ح ب ح ید خطلرندن
هر بریندن مربعی بینده اولان فضلنه نسبتی (لاتحه ٦٢)
ح ح ے ك م مثلثلری بینده اولان فضلك ح ح ے
مثلثی ایله ح ت و یاخود حل ر یاخود حس یاخود ح ید ح
مثلثلرندن هر بری بینده اولان فضلنه نسبتی کبی اولوب
(لاتحه ٦٣) یعنی ح ك م ے شکل منحرفك ح ت و ے
ح ل ے ح ب سر ے ح ید ح ے منحرفلرندن
هر بینه نسبتی کبی اولورلکن ط ك م مثلثی ح ك م ے
منحرفنه مساوی اولمغین ح ت ف مثلثی دخی ح ت و ے
منحرفنه غ ل ح مثلثی ح ل ر ے منحرفنه غ ب ر
مثلثی ح ب سر ے منحرفنه مساوی سائر مثلثلردخی
سائر منحرفلره نظیرینظیره مساوی اولور ایمدی ح ت ف
مثلثی ایله کندویه مساوی اولان ح ت و ے منحرفندن
ح ت و ش شکل مشترکی طرح اولنسه قده باقی قلان
ش و ف مثلثی کندویه مشابه اولان ش ے ح مثلثنه
مساوی اولوب ف ش ضلعی ش ح ضلعنه مساوی
اولور وکذا غ ب ر غ ل ح مثلثلری بینده اولان
فضل یعنی ل ب ر ح منحرفی ح ب سر ے

ج ل ر ∽ منحرف فارى بينده واقع فضلنه مساوى
اولان ل ب ر ر منحرفنه مساوى اولوب اشبو
مساويلردن ل ب ر ء ع شكل مشتركى طرح اولندقده
باقى قلان ر ء ع ر مثلثى ء ع ر مثلثنه مساوى ومشابه
قالمغين ء ر ضلعى دخى ء ع ضلعنه مساوى اولور
وكذا ذ ل ظ مثلثى غ ل ع مثلثنه مشابه اولوب ع ل
ضلعى دخى ذ ل ضلعنه مساوى اولمغين مثلثين مذكورين
دخى برر پنسه مساوى اولوب غ ح ل مثلثى دخى
ج ل ر ∽ منحرفنه مساوى اولديغندن ذ ل ظ مثلثى
دخى ج ل ر ∽ منحرفنه مساوى اولوب اشبو مساويلره
ل بد ح ر شكلى ضم اولندقده ذ ظ بد ح ر شكلى
ج بد ح ∽ منحرفنه مساوى اولوب راشبو منحرف دخى
ظ ر با مثلثنه مساوى اولمغين ظ بد با مثلثى دخى
ذ ظ بد ح ر شكلنه مساوى اولوب اشبو مساويلردن
ظ بد ح ص شكل مشتركى طرح اولنمقده باقى قلان
ذ ر ض مثلثى با ح ض مثلثنه مساوى ومشابه قالمغين
ذ ض ضلعى ض با ضلعنه مساوى اولور بوتقديرجه
ح م خطى ط م خط عما سنه موازى رسم اولنان
ج ف ح ر ذ با خط ترتيبلرنى تنصيف ايتمكين ح م
خطى قطر اولوب مطلوب ثابت اولور

(شكل ٤٤) تنبيه) قطع ناقصده ج ص قطراولنك خط ترتيبارى ح
مركزينك بروطرفنده ص نقطه سى جانبنده ح م خصوصيله

تقاطع ايدر ايسه با بد خطى واقع اولديغى مثلاً بو صورتده
شول وجهله اثبات اولنور كه قطع مذكوره ص نقطه سندن
ص ر خط عما سى رسم اولنسوب ظ بد با مثلثى
ص بد سر ر منحرفنه مساوى اولوب (لاحقه ٦٤)
منحرف ص بد سر ر : منحرف ج ك م ∽ ::
مستطيل ص بد بد ج : مستطيل ص ك ك ج ::
مربع بد با : مربع م ك د :: مثلث ظ بد با : مثلث
ط ك م اولورايدى ظ بد با ص بد سر ر مساويلره
سر بد ح مثلثى ضم اولندقده ظ ح س با شكلى ج ح ∽
مثلثنه مساوى اولان ص ح ر مثلثنه مساوى اولور
(لاحقه ٦٥) اشبو مساويلردن ح ض ظ مثلثى
طرح اولندقده باقى قلان ص س با مثلثى ج ظ ض ∽
شكلنه مساوى اولور لكن ظ ل ذ مثلثى ج ل ر ∽
منحرفنه مساوى اولوب اشبو مساويلره ل ظ ض ر
شكلى ضم اولندقده ض ر ذ مثلثى ج ظ ض ∽
شكلنه مساوى اولمغين ض س با مثلثى ض ر ذ مثلثنه
هم مساوى وهم مشابه اولوب ذ ض ضلعى ض با
ضلعنه مساوى اولور و باقى قلان خط ترتيبلرك قطر
مذكرر ايله تنصيف اولنمرى آنفا ذكر اولندبغى وجهه
اوزره اثبات اولنوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) ح ط م مثلثى ح ج ∽ مثلثنه مساوى اولوب
اشبو مساويلردن قطع زائده ح ط هـ ∽ ذوارىعة

مثلثى دخى ص بد س منحرفنه
مساوى اولور
(لاحقه ٥٦)
زيرا قطع مذكورك ج ص نقطه
راسلندن رسم اولنان ج ص ر
خط عماسلرى خط ترتيباره موازى
اولديغندن (دعوى ظ) بر پنسه
دخى موازى اولور ج ص ∽ ح ص ر
مثلثلرى دخى مشابه اولمغين مثلث
ح ص خطه مساوى اولوب ج ص ∽ ح خطى
مربعى ح ص مربعنه مساوى
اولوب ج ص مثلثى دخى ص ر
مثلثنه مساوى اولور

اضلاعی وقطع نا قصده ح م هـ ⊃ شکلی طرح
اولندقده باقی قلان ے هـ م مثلثی ط هـ ⊃ مثلثنه
مساوی اولور و بو مساویاره ⊃ هـ م ش ذوار بعه
اضلاعی ضم اولندقده ش ے ⊃ مثلثی یاخود کندویه
مساوی ومشابه اولان ش و ف مثلثی م ش ⊃ ط
منحرفنه مساوی اولور

نتیجه ۲) ے هـ م مثلثی ط هـ ⊃ مثلثنه مساوی
اولوب اشبو مساویاره ⊃ هـ م ش ذوار بعه اضلاعی
ضم اولندقده ط م س ب ذوار بعهٔ اضلاعی ⊃ ب س ے
ذوار بعه اضلاعنه مساوی اولوب ⊃ ب س ے
شکلی دخی غ ب ر مثلثنه مساوی اولمغین
غ ب ر مثلثی دخی ط م س ب منحرفنه مساوی
اولور اشبو مساویاردن غ ے س ب شکل مشترکی
طرح اولندقده باقی قلان ے س ر مثلثی یاخود کندویه
مساوی ومشابه اولان ے ح ر مثلثی م ے غ ط
منحرفنه مساوی اولورو کذا ے هـ م ط هـ ⊃ مثلثلرینه
⊃ ید ح م هـ شکلی ضم اولندقده ⊃ ید ح ے شکلی
ط م ح ید شکلنه مساوی اولورلکن ⊃ ید ح ے
شکلی ظ ید یا مثلثنه مساوی اولمغین ظ ید یا مثلثی
دخی ط ید ح م شکلنه مساوی اونوب هر یندن
ظ ید ح ض شکلی طرح اولندقده باقی قلان ض ح یا
مثلثی م ض ظ ط منحرفنه مساوی اولور

نتیجه ۳) ⊃ م قطرینك ش ف ے ر ض یا
خط ترتیبلری مر بعلرینك بریرینه نسبتی اول قطرك
قسملرندن حاصل اولان م ش ش و م ے ے و م ض
ص و مستطیللرینك بریرینه نسبتی کبی اولوب کذلك
مر بع مذکورلرك بریرینه نسبتی ش ف و یاخود ش ⊃ ے
ے ر ض یا ح مثلثات متشابهه لك بریرینه نسبتی کبی
دخی اولور وکذا مثلثات مذکورلر دخی نظیرلرینه متقابل
اولان م ش ⊃ ط م ے غ ط م ض ظ ط منحرفلره
مساوی اولمغین (نتیجه ۱ و ۲) ذکر اولنان مر بعلرك
بریرینه نسبتی ح ط م مثلثیله کندویه مشابه اولان
ح ش ⊃ ح ے غ ح ض ظ مثلثلری بینلرنده اولان
فضلك بریرینه یاخود ح م مر بعیله ح ش ح ے ح ض
صلع نظیرلری مر بعلری بینلرنده اولان فضلك بریرینه
یاخود ذکر اولنان مستطیللرك بریرینه نسبتی کبی
اولوب (لاحقه ٦٦) یعنی ش ف مر بعنك ر ے مر بعنه
نسبتی یاخود ش ⊃ مر بعنك ع ے مر بعنه نسبتی و ش
ش م مستطیلنك و ے ے م مستطیلنه نسبتی کبی اولور

نتیجه ٤) ⊃ ص قطر اولك خط مماسنه و ضلع قائمنه
هرنه حکم اثبات اولندی ایسه کذلك ح مرکزندن مرور
ایدن هرفنی قطرك خط مماسنه وضلع قائمنه کذلك اثبات
اولنور مثلا م ط خط مماسی ⊃ ص قطرینی قطع
ایدوب ح ے ح ⊃ ح ط خطلری علی الولاء متناسب

(لاحقه ٦٦)
زیرا مربع ش ف: مربع ے ر:: بنك
ش ف و مثلثی م ش ⊃ ط منحرفنه
مساوی ے ر س مثلثی دخی
م ے غ ط منحرفنه مساوی اولوب
(نتیجه ۱ و ۲) وکذا م ش ⊃ مثلثلری
منحرفی ⊃ م ط ح ش ح ط ے غ
بینلرنده واقع فضلنه مساوی اولوب
مثلثلری بینلرنده واقع فضلنه مساوی
اولمغین مربع ش ف: مربع ے ر:: فضل
فضل مثلث ح م ط ح ش ح: فضل مربع
م ے ح ط ے غ و:: فضل مربع م ے ح
(لاحقه ٦٣) و:: مستطیل و ش ش م : مستطیل و ے ے م

اولوب ح ط ح ك مستطيلى ح ك مربعنه مساوى
اولديغى (دعوى ط نتيجه ١١) وكذا ص ك : ك ك
:: ص ط : ط ك اولوب ص ط ط ك ط ك
خطلرى نسبت تأليفى اوزره متناسب اولديغى كبى
(دعوى ط نتيجه ١٢) كذلك ك ح خط تماسى م ح و
قطرى قطع ايدوب ح ش ح م ح خطلرى على الولاء
متناسب اولوب ش ح ح مستطيلى ح م مربعنه
مساوى اولور وبنه و ش : م ش :: ح و : ح م
اولوب ح و ح ش ح م خطلرى كذلك نسبت تأليفى
اوزره متناسب اولورلر وكذا قطر مذكورك خط ترتيبلرى
مربعلرينك بربرينه نسبتى قطر مذكوردن قطع ايلدكلرى
قسملرى مستطيللرينك بربرينه نسبتى كبى اولور وقس
على هذا

نتيجه ٥) و ء ء م مستطيلنك ء ر خط ترتيب مربعنه
نسبتى و م قطر مجانبك رابع مطلوبه نسبتى كبى اولوب
اشبو رابع متناسب استخراج اولندقده ح م قطر ينك
ضلع قائمى اولور (دعوى هـ نتيجه ٦) ضلع قائم مذكورك
قطر مجا نبه نسبتى خط ترتيب مربعنك قطر مذكور
قسملرندن حاصل و مربع مذكوره مقابل اولان مستطيله
نسبتى كبى اولور

نتيجه ٦) قطع مكافينك خواصلرى ايچون اونجى دعوانك

(نتيجه ١٢ و ٥٣) وبو مثالو
اثبات اولنور كه مربع ض ش مربع
ض ا :: مستطيل و ض ش م :
مستطيل و ض ض م اولديغن
ش ش ء ر ض ض ا مربعلرندن
هر بريننك ش ش م مستطيللرندن
و ض ض م مستطيللرينك
هر بريننه نسبتى كبى اولور

اونجى ودردنجى وبشنجى والتنجى نتيجه لرنده اثبات اولنان
احكام مثلا خط ترتيبلردن حادث اولان مثلثلرك مقا بلرنده
بولنان ذو ار بعة اضلاعلره مساواتى حكمى قطع زائد ايله
قطع ناقصده دخى بعينه اولوب زيرا ء ح مثلثى
م ء غ ط ذوار بعة اضلاعنه مساوى اولوب (نتيجه ٢)
اشبو مسا ويلرن ء م ع ح شكل مشترى طرح
اولندقده باقى قلان ع ر م مثلثى ع ح غ ط ذوار بعة
اضلاعنه مساوى اولوروكذا غ ح ل ع ر م مثلثلرى
مجموعى ط ل ع مثلثنه مساوى اولوب فقط قطع
زائد ايله قطع ناقصده ح ك قطرى م ء قطرينه
موازى اولميوب غ ل ح ع ر م مثلثلرى متشابهين
اولديغندن ح ل ع ر مربعلرى مجموعى ل ع مربعنه
مساوى اولمازقالديكم م س ا مثلثى ر غ ط ا ذوار بعة
اضلاعه مساوى اولوب (لاحه ٦٧) غ ب ر م س ا
مثلثلرى مجموعى دخى ط ا ب مثلثنه مساوى اولور
وقس على هذا

نتيجه ٧) م هـ ح هـ خط تماسلرى هـ نقطه سنده
تلاقى ايدوب اشبو خط تماسلرك برينه موازى اولان اله
خطى اخراج اولنان ديكر خط تماسى ا نقطه سنده قطع
ايلدكده خطقاطعك متحنى ايله خط تماس آره سنده خارجده
واقع قسمنه مستطيلنك خط قاطع مذكور خط تماس ايله
تلاقى نقطه سنده ن تماس نقطه سى بينده واقع قسمى

(لاحه ٦٧)
زيرا ش ر مثلثى م غ خط متحرفه
مساوى اولوب (نتيجه ٢) س ر
مثلثيله م ر دائر متحرفى مجموعى غ ط ر
متحرفه مساوى اولوب م س ا
مثلثيله غ ب ر مثلثى مجموعى
متحرفى ايله غ ب ر مثلثى مساوى
يلدوب ط ب ا مثلثنه مساوى
اولديغن م س ا غ ب ر مثلثلرى مجموعى
مجموعى ط ب ا مثلثنه مساوى
اولوب ب ر س ا مربعلرى مجموعى
سا مربعنه مساوى اولور وقس
على هذا

مربعنه نسبتی خط قاطعه موازی اولان خط مماسك نقطهٔ
مماسی ایله دیگر خط مماسك تلاقی نقطه لری بینده واقع
قسمی هر بعنك خط مماسی اخرد ن باقی قسلان قسمی
مربعنه نسبتی کبی اولوب یعنی مستطیل ا ه ا ر : مربع
ا م :: مربع ح ه : مربع م ه اولورو کذا مستطیل
ر خ ح : مربع ح خ :: مربع م ه : مربع
ح ه اولور (دعوی ے نتیجه)

* * *
* *
دعوی به

قطع زائد ایله قطع ناقصك محیطی سنده ایکی قطری آره سنده
وقطع ناقصده بعضا دخی قطرین مذکوریك خارجنده
کیف ما اتفق بر نقطه تعیین اولنوب نقطهٔ مذکوره دن
قطرین مذکورینك محیطی ایله تقاطع ایلدکلری ایکی نقطه لرده
مماس ایدن خط مماسلره موازی وقطرین مرقومینه منتهی
ایکی خط مستقیم رسم اولندقده اشبو خطین مرسومین
ایله قطرین مزبورینده حادث اولان شکل زوار بعهٔ
اضلاعی هر قنغی خط مماس ایله قطر لردن حادث اولان
ایکی مثلثلردن هربرینه مساوی اولور

مثلا قطع زائد ایله قبلع ناقصك ح م محیطی سنده
ح ح م قطرلری آره سنده وقطع ناقصده بعضا
دخی قطرین مذکورینك خارجنده کیف ما اتفق ح
نقطه سی تعیین اولنوب نقطهٔ مذکوره دن ح ے م ط

(شکل لط م ما)

خط مماسلره موازی وقطرین مرقومینه منتهی ح ے
ح غ خطلری رسم اولندقده اشبو خطین مرسومین ایله
قطرین مزبورینده حادث اولان غ ح ے ح
ذوار بعهٔ اضلاعی خط مماس ایله قطرلردن حادث اولان
ح ط م یاخود ح ے ح مثلثلردن هربرینه مساوی
اولور زیرا ؤ ح ے مثلثی ؤ م ط غ منحرفنه مساوی
اولوب (دعوی بد نتیجه ۲) اشبو مساویلری قطع
زائده ح غ ؤ مثلثلردن طرح وقطع ناقصده ح غ ؤ
مثلث مذکوری هربرینه ضم اولندقده حادث اولان
غ ح ے ح ذوار بعهٔ اضلاعی ح ط م مثلثلره یاخود
اکا مساوی اولان (دعوی بد) ح ے ح مثلثلره
مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور (لاعجه ٦٨)

نتیجه ۱) قطع زائد ایله قطع ناقص محیطی سنده دیکر
هرقنغی ۱ نقطه سی تعیین اولنوب خطین مماسیه
موازی وقطرین مذکورینه منتهی ا ت ا ل خطلری
اخراج اولندقده حادث اولان ل ا ت ح ذوار بعهٔ
اضلاعی غ ح ے ح ذوار بعهٔ اضلاعنه یاخود اکا مساوی
اولان ح ط م مثلثنه مساوی اولور

نتیجه ۲) ا ت غ ح خطلری ك نقطه سنده تلاقی
ایدنجیه دکین اخراج اولندقده غ ح ے ح ل ا ت ح
ذوار بعهٔ اضلاعلری بربرینه مساوی اولوب اشبو

(لاعجه ٦٨)

قرنی برنجی شکلده دخی ح مثلثی
ح م ط غ منحرفنه مساوی اولور
زیرا اولوز النجی شکلده ض ن ز
مثلثی یاخود اکا مساوی اولان
ض ا ن ص م ط غ منحرفنه
مساوی اولور ایدی رس خطی
ح ے خط مماسنه موازی اولوب
ورس مثلثی دخی ؤ ح ے ر س
مساوی اولوب ح ے ز ضلعی نظرا بربرینه
مثلثلرندن ح ے ز ضلعی نظرا بربرینه مساوی
مثلثلرندن مذکورین بربرینه هم مشابه
وهم مساوی اولمغین قرنی برنجی
شکلده واقع ح ے ر مثلثی ح م ط غ
منحرفنه مساوی اولور

مساويلردن هر برينك غ ك ت ج ذوار بعة اضلاع ايله
تفاضلاري اولان ك ح ر ت غ ك ا ل منحرف لاري
دخي برر ينه مساوي اولورلر

نتيجه ٣) ل ا ر ح خطاري ف نقطه سنده تقاطع
ايدوب ك ح ر ت غ ك ا ل منحرفلرندن هر برينه
ا ك ح ف منحرفي قطع زائد ده ضم وقطع ناقصده
طرح اولندقده حادث اولان ا ف ر ت منحرفي
ح ف ل غ منحرفنه مساوي اولور

* * دعوى * *

هر قنغي قطع مخروط كندويه ياخود مقابلنه برر يله
برنقطه ، ده تلاقي ايده رك ايكي خط مماس رسم اولنوب
قطع مذكورك دخي كيف ماتفق برنقطه سنده ن خطين
مماسين مر قومينه ن برينه موازي اولهرق برخط مستقيم
دخي رسم اولنوب قطع مذكوري اخر برنقطه ده وخط
مماسي آخري دخي كذلك برنقطه ده قطع ايلدكده خطين
مماسين مر بعلرينك برر ينه نسبتي اول خطك قطع
مذكور ايله خط مماس بينده واقع قسمنه مستطيلك خط
مماس آخردن نقطهٔ تماس طرفنده قلان قسمك مر بعنه
نسبتي كبي اولور

(شكل مب مد مه
مو مز مح مط)

مثلا) م ح د قطع مخروطك كندوسنه ياخود مقابلنه

برر يله هـ نقطه سنده تلاقي ايده رك م هـ د هـ خط
مماسلري رسم اولنوب قطع مذكورك دخي كيف ماتفق
خ نقطه سندن خطين مماسين مر قومينه ن برى اولان
م هـ خطنه موازي ح ر خطي رسم اولنوب خط
مذكور د هـ خط مماس آخرى خ نقطه سنده قطع
ايلدكده م هـ د هـ خطين مماسين مر بعلرينك برر ينه
نسبتي خ ر خطنك قطع مذكور ايله خط مماس بينده
واقع ح قسمنه مستطيلك خط مماس آخردن قلان
د خ قسمي مر بعنه نسبتي كبي اولور زيرا م د مماس
نقطه لرندن م ء د ك قطرلري رسم اولندقده ح ر
خط مخر چبله ء غ نقطه لرنده تقاطع ايدوب م هـ
د هـ خط مماسلري دخي ے ط نقطه لرنده دكين اخراج
اولنوب خ نقطه سنده ن دخي ديكر خط مماسه موازي
ك ر خطي رسم اولندقده خ ء ے ح ء ر مثلثلري
متشابهيدر اولوب مربع خ ء : مثلث خ ء ے :: مربع
ح ء : مثلث ح ء ر اولوب ر ء ء ح خطلري
متساويدر اولمغين مقدملرك تفاضلي اولان ز خ ح
مستطيلنك نالبلرك تفاضلي اولان ح خ ے ر شكل
منحرفنه نسبتي خ ء مربعنك خ ء ے مثلثنه نسبتي كبي
اولورلكن مربع خ ء : مثلث خ ء ے :: مربع م هـ
: مثلث هـ م ے دخي اولمغين مستطيل ر خ خ ح :
منحرف ح خ ے ر :: مربع م هـ : مثلث هـ م ے
اولوب ج ے ر منحرفي خ د غ مثلثنه هـ م ے

مثلثی دخی ه ⊃ ط مثلثنه مساوی اولمغله (دعوی بد
نتیجه۱) (دعوی ← نتیجه٦) مستطیل ر خ خ ح :
مثلث خ ⊃ غ :: مربع م ه : مثلث ه ⊃ ط
اولوب بدل طریقیله دخی مستطیل ر خ خ ح : مربع
م ه :: مثلث خ ⊃ غ :مثلث ه ⊃ ط و ::مربع
خ ⊃ : مربع ه ⊃ اولوب بدل طریقیله دخی مربع
م ه : مربع ه ⊃ :: مستطیل ر خ خ ح :مربع
خ ⊃ اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ۱) ⊃ م تماس نقطه‌لری بینده م ⊃ خطی
وصل اولنوب خ ر خطی د نقطه‌سنده قطع ایلدکده
خ ر خ د خ ح خطلری علی الولاء متناسب اولوب
ر خ خ ح مستطیلی خ د مربعنه مساوی اولورز یرا
⊃ خ و ⊃ ه م مثلثلری مشابه اولوب مربع خ ⊃ و :
مربع خ ⊃ :: مربع ه م : مربع ه ⊃ اولورو کذا
مربع ه م : مربع ه ⊃ ::مستطیل ر خ خ ح :
مربع خ ⊃ اولمغین (دعوای مذکوره) مربع خ د :
مربع خ ⊃ :: مستطیل ر خ خ ح : مربع خ ⊃
اولمغله خ ⊃ و مربعی ⊃ ر خ خ ح مستطیلنه مساوی
اولور

(شکل مب مح) نتیجه ۲) قطع مکافیده خ غ مربعی ر خ خ ح
مستطیلنه مساوی اولورز یرا م ه خطی ه ط خطنه

و خ خطی خ غ خطنه مساوی اولوب (لاتحه ٦٩)
خ غ مربعی دخی و خ مربعنه یاخود آکا مساوی
اولان ر خ خ ح مستطیلنه مساوی اولور

نتیجه۳) خط تماسك بر ینه موازی رسم اولنان خطلر پردن
زیاده اولسه مثلا ر ح س ظ ش ق خطلری ⊃ ه
خط تماس آخر ایله ث خ ذ نقطه‌لرنده تقاطع ایلدکلرنده
ر خ خ ح س ث ظ ش ذ ق مستطیللرینك
بر بر ینه نسبتی خ ⊃ ث ⊃ ذ خط تماس قسملری
مربعلرینك بر بر ینه نسبتی کبی اولور زیرا ذکر اولنان
مستطیللر خ و ث ف ف ق مربعلرینه نظیر لظیره
مساوی اولوب (نتیجه ۲) اشبو ذکر اولنان مربعلرك
بر بر ینه نسبتی ⊃ ح ⊃ ث ⊃ ذ مربعلرینك بر بر ینه
نسبتی کبی اولمغله مستطیل مذکور لرك دخی بر بر ینه
نسبتی کبی اولور

نتیجه٤) ح ر خط ترتیبی م ء قطریله ء نقطه سنده
تنصیف اولنوب خ ر خ ح مستطیلی ایله ح ء مربعی
مجموعی خ ء مربعنه مساوی اولوب (لاتحه ٥٣) لکن
ر خ خ ح مستطیلی خ و مربعنه مساوی اولمغین
(نتیجه۱) خ د ح ء مربعلری مجموعی خ ء مربعنه
مساوی اولور

(شکل ⊃)

(لاتحه ٦٩)
زیرا م نقطه‌سندن ⊃ ه خطی تماسه
موازی ⊃ ح قطر مخرجنه ترتیب
اولدیغی م ح خطی رسم اولندقده
حادث اولان ط م ح مثلثی ط ه ه ::
مثلثنه مشابه اولمغین ط ه : ه م ::
خطنه مساوی اولوب ط ⊃ خطی ⊃ ح
نتیجه ٦) ط ه خطی دخی ه م
خطنه مساوی اولور

نتیجه ٥) قطع مکافیده خ و خطی خ غ خطنه
مساوی اولوب (نتیجه ٢) و ح ح غ مستطیلی ایله
خ ح مربعی مجموعی خ و مربعنه (لامحه ١٦) یاخود
ر خ ح ح مستطیلنه مساوی اولوب (نتیجه ١) یاخود
ر ح ح خ مستطیلی ایله ح خ مربعی مجموعنه مساوی
اولور (مقاله ٢ دعوی ٤ من اصول هندسه) اشبو
مساویلردن ح خ مربع مشترکی طرح اولندقده باقی قلان
و ح ح غ مستطیلی ر ح ح خ مستطیلنه مساوی
اولور ایمدی ر ح : ح غ :: و ح : ح خ اولوب
(مقاله ٦ دعوی ١ من اصول هندسه) و :: و ر :
غ خ اولور (مقاله ٥ دعوی ٩ من اصول هندسه)
ایمدی آنفا بیان اولندیغی اوزره ر ح : ح غ :: و ح :
ح خ اولوب بدل طریقیله دخی ر ح : و ح :: ح غ :
ح خ یاخود :: غ ک : ک ح اولور (مقاله ٦
دعوی ج من اصول هندسه)

* * * دعوی ر * * *

هر قنبی قطع مخروط کنده ویه یاخود مقابلنه بر بریله
هر قنبی برنقطه ده تلاقی ایده رك ایکی خط بماس رسم
اولنوب خطین بماسین مذکور بنه موازی و بر بری
داخل قطعده برنقطه ده قطع ایده رك هر قنبی ایکی خط
مستقیم رسم اولندقده قطع مذکوری یاخود مقابلی داخلده
و یاخارجده درت نقطه ده تقاطع ایلدکده اول خطلرك

بر بری قطع ایلدکلری قسملری مستطیللرینك بر برینه
نسبتی خطین بماسین مرقومین مر بعلرینك بر برینه
نسبتی کبی اولور

(شکل نانب تحدیه نوز)

مثلا) م ح قطع مخروطك کنده ویه یاخود مقابلنه انقطه سنده
تلاقی ایده رك م ا ح ا خط بماسلری رسم اولنوب خطین
بماسین مذکور بنه موازی ح ر ك ت خطلری رسم
اولندقده خطین مذکورین بری ق نقطه سنده قطع مذکوری
یاخود مقابلی دخی ح ر ك ت نقطه لرنده قطع ایلدکلرنده
اول خطلرك بر بری قطع ایلدکلری ح ر ك ر ت
قسملری مستطیللرینك بر برینه نسبتی م ا ح ا خط بماسلری
مر بعلرینك بر برینه نسبتی کبی اولورزرا م ح نقطه بماسلردن
م ه ح ل قطرلری رسم خط بماسلرا یله انلره موازی
اولان ح ر ك ت خطلری دخی قطر مخروجلرك ط ك غ ص
نقطه لرنده تلاقی ایدنجیه دکین اخراج اولنوب ك ح
نقطه لرندن دخی خط بماسلره موازی ك ع ح س خطلری
رسم اولنوب قطرین مذکورنی ع س نقطه لرنده قطع
ایدوب مذکور ح ر ك ت خطلری قطرین مذکورینك
خط ترتیبلری اولغله ه ل نقطه لرندن تنصیف اولنور
ایمدی ح ه س ر ه ص مثلثلری مشابه اولوب مربع
ح ه : مربع ر ه :: مثلث ح ه س : مثلث
ر ه ص اولوب ح ه ر ه مربعلری یینده اولان
فضل ح ر ر س مستطیلنه مساوی (مقاله ٢ دعوی ٤

من اصول هندسه) ح هـ س ر هـ ص مثلثلری بیننده
اولان فضل دخی ح ر ص س ذوار بعة اضلاعه مساوی
اولدیغندن مستطیل ح ر : ذوار بعة اضلاع ح ر ص س
: : مربع ح هـ : مثلث ح هـ س اولوب (مقاله ٥
دعوی ٢ من اصول هندسه) ز : : مربع م ا : مثلث ام یاخود
اکا مساوی اولان مثلث ا د ط اولور (دعوی ے) (دعوی د
نتیجه ١) و بو مثالو اثبات اولنور که مستطیل ک ر ر ت :
ذوار بعة اضلاع ک ع غ ر : : مربع ک ل : مثلث
ک ل ع و : : مربع ا د : مثلث ا د ط اولور ایمدی ک ع غ ر
ذوار بعة اضلاعی ح ر ص س ذوار بعة اضلاعنه مساوی
اولوب (دعوی د نتایج) ذوار بعة اضلاع ح ر ص س
: مستطیل ک ع ر ت : : مثلث ا د ط : مربع ا د وکذا
مستطیل ح ر ر ز : ذوار بعة اضلاع ح ر ص س : : مربع
م ا : مثلث ا د ط دخی اولوب انتظام طریقیله دخی
مستطیل ح ر ر ز : مستطیل ک ر ر ت : : مربع م ا :
مربع ا د اولوب (لامحه ٧٠) مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) ح ر ش ف خطلری بر برینه موازی اولوب ک ت
خطی ر و نقطه لرنده قطع ایلدکلرنده اول خطلرك
تقاطع نقطه لرنده واقع قسملرندن حاصل اولان مستطیللر
متناسب اولوب یعنی مستطیل ح ر ر ز : مستطیل
ک ر ر ت : : مستطیل ف و ش : مستطیل
ک و و ت اولورزیرا مستطیل ح ر ر ز : مستطیل

(لامحه ٧٠)

انتظام طریقی اولدرکه هر بیکی
صنف متناسبلردن تناسب اولان
مقدملری تناسب تالیلرك تالی
مساوی اولسه تناسب تالیلرینه
تناسب اول تالیسنه تالی مقدملرك
مقدم تالیسنه نسبتی تناسب تالی
تالیسنه نسبتی کبی اولور مثلا اب::
ج ء و یشه ع : : و ء اولسه انتظام
طریقیله دخی ع ج : : و ء اولوب
زیرا اب : : ج ء بالفرض اولوب بدل
وینه ع : : و ء بالفرض اولوب بدل
بدل طریقیله دخی ع ج : : ب ء اولور
اولور ایمدی آنجا یاپلان اولدخی
اورزه ا ج : : ب ء اولوب (مقاله ٥ دعوی ١٥
اصول) بدل طریقیله دخی ع ج : : ب
ء : : و ء اولوبمطلوب ثابت اولور

ک ر ر : : مربع م ا : مربع د ا اولوب وکذا
مستطیل ت و ش : مستطیل ک و و ت : : مربع
م ا : مربع د ا اولمغین مستطیل ح ر ر ز :
مستطیل ک ر ر ت : : مستطیل ق و و ش
:مستطیل ک و و ت اولور

نتیجه ٢) ح ر ر ک ت خطلری ر نقطه سنده و ف ش
ق ح خطلری دخی ے نقطه سنده تقاطع ایدوب
نظر نظیره دخی موازی اولد قلرندن ذکر اولنان خطلرك
قسملرندن حاصل اولان مستطیللر متناسب اولوب یعنی
مستطیل ح ر ر ز : مستطیل ش ے ے ع : :
مستطیل ک ر ر ت : مستطیل ق ے ے ح اولور
زیرا مستطیل ح ر ر ز : مستطیل ک ر ر ع : :
مربع م ا : مربع د ا اولوب وکذا مستطیل ش ر ے
ے ف : مستطیل ق ے ے ح : : مربع م ا : مربع
د ا اولمغین مستطیل ح ر ر ز : مستطیل ک ر
ر ت : : مستطیل ش ے ے ف : مستطیل ق
ے ح اولوب بدل طریقیله دخی مستطیل ح ر ر ز :
مستطیل ش ے ے ف : : مستطیل ک ر ر ت
:مستطیل ق ے ے ح اولور

نتیجه ٣) قطع مکافیده م هـ د ل قطرلرك خط ترتیبلری
قسملری مستطیللرینك بر برینه نسبتی اول قطرلرك قطع

قائملرينك بربرينه نسبتى كبى اولور زيرا ر نقطه‌سنه‌دن م ه قطرينه موازى ث خطى رسم اولندقده م ه قطرينك ضلع قائمى ايله ث خطندن حاصل اولان مستطيل ح ر ر مستطيلنه مساوى (دعوى بنا) كذلك ك قطرينك ضلع قائمى ايله ت ر خطندن حاصل اولان مستطيل دخى ك ر ث مستطيلنه مساوى اولمغين ذكر اولنان مستطيللرك بربرينه نسبتى ضلع قائملرينك بربرينه نسبتى كبى اولور (مقاله ٦ دعوى ب نتيجه ٢ من اصول هندسه)

نتيجه ٤) كذلك قطع مكافيده هر قنحى قطرلرك ضلع قائملرينك بربرينه نسبتى راس طرفنده تقاطع ايلدكلرى محله دكين اولان ام ا خط مماسلرى مربعلرينك بربرينه نسبتى كبى اولور زيرا مستطيل ح ر ر: مستطيل ك ر ر ت :: مربع م ا: مربع ك ا وكذا مستطيل ح ر: مستطيل ك ر ت :: ضلع قائم قطر م ه : ضلع قائم قطر ك ل اولمغين (نتيجه ٣) مربع م ا : مربع ك ا :: ضلع قائم قطر م ه: ضلع قائم قطر ك ل اولور

نتيجه ٥) قطع ناقص ايله قطع زائده‌ده خط مماسلرى مربعلرينك بربرينه نسبتى وكذا اول خط مماسلر قطرلرينك خط ترتيبلرى مربعلرينك نسبتى اوزره بولنان قطر مزدوجلرى مربعلرينك بربرينه نسبتى وكذا قطع مذكوره‌ده تقاطع ايدن خطلرك قسملرى مستطيللرينك بربرينه نسبتى نقطه‌ٔ تماسلردن

رسم اولنان قطرلرايله كذولرينك ضلع قائملرى نسبتلرندن مؤلف اولور (لا محه ٧١) ايمدى مركزدن خط مماسلره موازى رسم اولنان خطلرك تقاطعلرندن حاصل اولان مستطيللرى و بومستطيللرك محيطلرى نصف قطراولوب بربرينه مساوى اولمغين باخود مربعلرى متناسب اولورلر وكذا ذكر اولنان خطلرقطرلرك خط ترتيبلرى وخط مماسلره موازى اولوب مركزدن دخى رسم اولنه قلرندن قطر مجانبلرك مزدوجلرى اولورلر

* * دعوى ح * *

قطع زائد ايله قطع ناقصك قطر اولى نهايتلرندن بربرينه موازى وخط ترتيبلره دخى موازى ايكى خط مماس رسم اولنوب هر قنحى نقطه‌دن دخى برخط مماس آخر رسم وطرفينه اخراج اولنوب خطين مماسين مرقومينى قطع ايلدكده اول ايكى خط مماسلردن حاصل اولان مستطيل قطر اول مزدوجى اولان نصف قطر ثانى مربعنه مساوى اولور

مثلا) م ك س ص قطع زائد ايله قطع ناقصك ك ص قطرينك نهايتلرندن م ك ك ت خط ترتيبلره موازى وبربرينه دخى موازى اولەرق ك ه ص خط مماسلرى رسم اولنوب م نقطه سندن دخى م ط خط مماسى رسم وطرفينه خطين مماسين مرقومينى ك ر نقطه لرنده

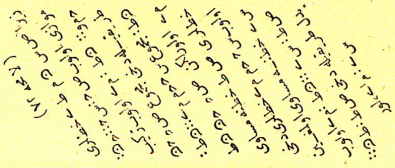
مستطيلك ك ه قطرايله كذولرينك ضلع قائمى مستطيلنه نسبتى كبى ضلع قائمى (نتيجه ٣) ايمدى ذكر اولنان اولور (نتيجه ٤) م مربعنك ا م مربعنه نسبتلرام مربعلرينك نسبتى كبى دخى اولور وكذا مربع ام: مربع ك ا :: مستطيل ح ر ر ر: مستطيل ك ر ر ت ولمغين ح ر ر مستطيلنه نسبتى كبى ك ر ر ت مستطيلنه نسبتى م س قطرينك ضلع قائمى ايله مستطيلنه ك ت قطرينك ضلع قائمى ايله مستطيلنه نسبتى كبى اولمغين ح ر ر مستطيلنه مستطيلك ك ر ر ت مستطيلنه نسبتى م س ك ت قطرلرى بينده اولان نسبتله كذولرينك ضلع قائملرى بينده اولان نسبتلرندن مؤلف اولور

(شكل نح نط)

قطع ايدنجيه دكين اخراج اولندقده ⊐ه ص ر خط
مماسلردن حاصل اولان مستطيل ⊐ ص قطر اولك
مزدوجي اولان ح ب قطر ثاني مربعنه مساوي اولور
زيرا ⊐ ص قطرينه م ك خط ترتيبي رسم اولندقده
ص ط: ط ⊐ :: ص ك : ك ⊐ اولوب (دعوى ط
نتيجه ١٢) قطع ناقصده تركيب طريقيله دخي مجموع
ص ط ط⊐: ط⊐:: مجموع ص ك ك⊐: ك⊐ وقطع
زائدن فضل طريقيله دخي فضل ص ط ط ⊐: ط ⊐
:: فصل ص ك ك ⊐ : ك ⊐ اولوب اشبو ايكي
تناسب دخي مقدملرك نصفي طرح اولندقده ح ط: ط ⊐ ::
ح ص :ك⊐ بدل طريقيله دخي ح ط: ح ص:: ط⊐:ك⊐
اولوب تركيب طريقيله دخي ص ط: ك ط:: ح ط: ط⊐ اولور
ايمدي ص ط ر ك ط م مثلثلري مشابه اولوب ص ط: ك ط
:: ص ر: ك م اولـوروكذا ح ط ل⊐ ط ه ه
مثلثلري مشابه اولوب ح ط: ط ⊐:: ح ل: ⊐ه دخي
اولمغين ص ر: ك م:: ح ل: ⊐ه اولوب ص ر ⊐ه مستطيلي
ك م ح ل مستطيلنه مساوي اولور ايمدي م نقطه سندن
⊐ه خطنه موازي م ح خطي رسم اولندقده ح ب قطرندن
ك م خطنه مساوي ح ح فصل اولنمغين ص ر ⊐ه
مستطيلي ل ح ح ه مستطيلنه دخي مساوي اولور وكذا
⊐ه قطر اول مربعك ح ب قطر ثاني مربعنه نسبتي ص⊐
قطر مجانبك ضلع قائمه نسبتي كبي و :: مستطيل ص ك ك⊐
باخود اكا مساوي اولان مستطيل ح ك ك ط (دعوى ط

نتيجه ٨) :مربع ك م اولور (دعوى ه و نتيجه ٦) ايمدي
ط م ك ط ل ح مشابه مثلثلردن ط ك : ك م :: ح ط:
ح ل دخي اولوب لكن ح ك ك ط مستطيلي ايله ك م
مربعي بينـده اولان نسبت ح ك ك م ياخود ح ط
خطلري بينده اولان نسبتله ط ك ك م ياخود ح ط
ح ل خطلري بينده اولان نسبتلردن مؤلف اولديغندن
مربع ح⊐ : مربع ح ب :: مستطيل ح ك ح ط :
مستطيـل ح ل ح ح اولوب ك ح ح ط مستطيلي ح⊐
مربعنه مساوي اولمغين (دعوى ط نتيجه ١١) ح ل ح ح
مستطيلي دخي ح ب مربعنـه مساوي اولور ايمدي آنفا
بيان اولنديغي وجه اوزره ص ر ⊐ه مستطيلي ل ح
ح مستطيلنه مسـاوي اولمغين ح ب مربعنه مساوي
اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) م نقطهٔ تماسدن م ص قطر آخري رسم
اولنوب س نهايتندن دخي م ط خط مماسه موازي ص ر ١
خط مماس آخر رسم اولندقده ⊐ه خط مماس مخرجيله
١ نقطه سنده تلاقي ايدوب م س قطر مذكوري دخي
ر نقطه سنـده دكين اخراج اولنوب ح مركزدن دخي
م ه خطنـه موازي ك ح خطي رسم اولندقده اشبو ك ح
خطي ح م نصف قطر اولك مزدوجي اولوب ص ر ١ م ه
مستطيلي ك ح مربعنه مسـاوي اولور



(نتیجه ٢) ⊃ هـ ط = م هـ ∴ مثلثاری بر برینه مساوی
(دعوی بد نتیجه ١) ⊃ ط م = م ⊃ مثلثاری دخی بر برینه
مساوی اولمغله ⊃ م خطی ط ∴ خطنه موازی اولور
(مقاله ادعوی لا من اصول هندسه) وکذا ∴ ⊃ م ∴
ص س مثلثلرندن ⊃ ∴ م ∴ ضلعلری ∴ ص ∴ س
ضلعلرینه مساوی ⊃ ∴م زاویه سی ص ∴ س زاویه سنه
مساوی اولمغله ∴ ⊃ م زاویه سی دخی ∴ ص س
زاویه سنه مساوی اولوب اشبو زاویه لر متبادلتان اولمغله
⊃ م ص س خطلری دخی بر برینه موازی اولور بمدی
ص س ⊃ م ط = خطلری بر برینه موازی اولدیغندن
ص ط : ط ⊃ :: س = : = م اولوب (لا نجه ٧٢)
وکذا ص ر : ⊃ هـ :: س ا : م هـ (مقله ٦ دعوی هـ
من اصول هندسه) دخی اولمغین مستطیل ص ر ⊃ هـ :
مستطیل س ا م هـ :: ⊃ هـ : م هـ مثناسبالتکرار اولمغله
(لا نجه ٧٣) مستطیل ص ر ⊃ هـ : مستطیل س ا م هـ ::
مربع ⊃ هـ : مربع م هـ و :: مربع ∴ ب مربع ∴ اولور
(دعوی مذکوره)

(نتیجه ٣ ⊃ هـ م هـ خط مماسلره موازی ایکی خط
مستقیم رسم اولنوب بر برینی تقاطع ایلدکلری نقطه ده
حاصل اولان قسملری مستطیلار بر برینه نسبتی خطین
مذکور بنه موازی اولان ∴ ب ∴ د ا نصف قطرلر مربعلرینک
بر برینه نسبتی کبی اولور زیرا ذکر اولنان مربعلرک بر برینه

(لا نجه ٧٣)
زیرا ص ر س ا :: ⊃ هـ : م هـ وکذا
⊃ م هـ :: ⊃ هـ : م هـ دخی
اولمغین مستطیل ص ر ⊃ هـ :
مستطیل س ا م هـ :: ⊃ هـ :
مربع م هـ اولمغله (لا نجه ٧٣)
مستطیل ص ر ⊃ هـ : مستطیل
س ا م هـ :: ⊃ هـ : م هـ مثناباالتکرار
اولور

نسبتی خطین مماسین مربعلرینک بر برینه نسبتی کبی اولور
(دعوی ر) آنفا بیان اولندیغی وجه اوزره خطین مماسین
مربعلرینک بر برینه نسبتی مستطیلین مذکور ینک بر برینه
نسبتی کبی دخی اولور

* * دعوی ط * *

قطع مکافیئک دا خلنده محوری اوزرنده رأس طرفنده
ضلع قائمه مساوی فرض اولنان محور مذکورک ر بعی
مقداری بر قسم اخذ خار جنده دخی بنه رأس طرفنده
قسم مذکوره مساوی اولهرق بر قسم آخر دخی اخذ اولنوب
اشبو قسم مأخوذک نهایت نقطه سنده خط ترتیبله موازی
بر خط مستقیم رسم اولنوب قسم مأخوذ اولک داخل
قطعه ده واقع نهایت نقطه سندن خط منحنی اوزرنده
مفروض هر قنغی نقطه یه بر خط مستقیم وصل اشبو نقطهٔ
مذکوره دن مرور ایدر بر خط مماس رسم اولنوب بنه اول
نقطه دن محور مذکوره موازی بر قطر آخر رسم اولندقده
خط مماس ایله خط موصول آره سنده واقع زاویه قطر
مرسوم ایله خط مماس مخرج آره سنده کائن زاویه یه
مساوی اولوب اشبو خط موصول دخی قطر مرسومک
مقابلنده واقع ضلع قائمک ر بعی اولور

مثلا) م ⊃ ر قطع مکافیئک داخلنده ضلع قائمه مساوی
فرض اولنان ⊃ ک محوری اوزرنده ⊃ رأسی جانبنده

(شکل ٥٥)

محور مذكورك رأبى مقدارى ح هـ قسمى اخذ خارجنده
ـنى كذلك رأس طرفنـده ح هـ قسمنه مساوى ح غ
قسمى دخى اخذ اولنوب غ نقطه سندن دخى كم خط
ترتيبه موازى غ د خطى رسم اولنوب هـ نقطه سندن دخى
خط مخنى نك هر قنق م نقطه سى بينه هـ م خطى وصل
ع م ط خط ماسى دخى رسم اولنوب ك محور ينه موازى
دخى م ش قطرى رسم اوانـد قده هـ م ط زاويه سى
ش م ع زاويه سنه مساوى اولوب هـ م خطى دخى م ش
قطر ينـك مقابلنده واقع ضلع قائمك ر بى او لور اشبو
هـ نقطه سنه نقطهٔ احتراق غ نقطه سنـه دخى نقطهٔ
محدثه غ و خطنه دخى خط مربى تسميـه اولنور زيرا
م ك خطى ك ك محور ينك ترتيبى اولوب ح هـ خطى دخى
بالفرض ضلع قائمك دخى ر بى اولوب م ك مربى ك ك
محور يله ح هـ قسمنك درت مثلندن حاصل اولان مستطيله
باخود ك ح ح مستطيلنك درت مثلنه مساوى اولوب
(دعوى ونتيجـه ١) ك ح هـ مستطيلنـك درت
مثليله هـ ك مربى مجموعى م ك هـ ك مربعلرى
مجموعنـه باخود م هـ مربعنـه مسـاوى اولـور
(مقاله ٢ دعوى بدمن اصول هندسه) لكن ح غ خطى بالعمل
ح هـ خطنه مساوى اولوب غ ك خطنك مربعدخى
ك ح ح هـ مستطيلنك درت مثلى ايله هـ ك مربى
مجموعنه مساوى اولمغين (لاتحـه ٧٤) هـ م مربى
غ ك مربعنه مساوى اولوب م هـ خطى دخى غ ك

خط نه مساوى اولور ايمدى ح ك خطى ح ط خطنه
مساوى (دعوى ط نتيجه ٦) ح هـ خطى دخى بالعمل
ح غ خطنه مساوى اولديغندن هـ ك خطى غ ط
خطنه مساوى اولـور اشبو مساويلره غ هـ خطى ضم
اولندقده غ ك خطى ط هـ خطنه باخود م هـ خطنه
مساوى اولمغين ط هـ م مثلثى مساوى الساقين اولوب
هـ م ط زاويه سى م ط ك زاويه سنه باخود اكا مساوى
اولان ش م ع زاويه سنه مساوى اولور وبنه م ش قطرى غ و
خط مر بعك وتقطه سنده تلاقى ايدنجه دكين اخراج
اولنوب م او خطى غ ك خطنه باخودا كا مساوى اولان
هـ م خطنه مساوى اولـوب م ط خط مماسه موازى
دخى ح ش خط ترتيبى رسم ك ح محور ينك ح نقطهٔ
رأسندن دخى م ط خط ماسى ك نقطه سنـده تنصيف
ايدن ح ك خطى دخى رسم اولنوب هـ ك خطى دخى وصل
اولندقده حادث اولان م هـ ك ط هـ مثلثلرندن م ضلعى
ك ط ضلعنهٔ ك ح خطى ح ط خطنه مساوى اولوب
(دعوى ط نتيجه ٦) م هـ ضلعى دخى ط هـ ضلعنه
هـ م ك زاويه سى دخى هـ ط ك زاويه سنه مساوى اولمغله
ط هـ ك زاويه سى م هـ ك زاويه سنه ط ك هـ زاويه سى
دخى هـ م ك زاويه سنه مساوى اولور اشبو ط ك هـ هـ م
زاويه سى بر بر ينـه مساوى اولمغين هر برى قائمه اولوب
ك ط هر بعك هـ ط ط ح مستطيلنـه مساوى (مقاله ٦
دعوى ر نتيجه من اصول هندسـه) ط هـ خطى م هـ

(لاتحـه ٧٤ شكل ١٠)

برخط مستقيم محدود ايكى قسمه
تقسيم اولنمـه اول خطدنك هر قنغى
قسمنه مستطيلك درت مثليله
قسم آخر بر يعنى مجموعى اول خط اله
قسم اول مجموعنك مربعنه مساوى
اولور مثلا اب خط مستقيم محدودى
د نقطه سنده ايكى قسمه تقسيم
اولنسه اك مستطيلك اد
مثليله احمر يعنى مجموعى اك
خطلرى مجموعنك مربعنه مساوى
اولوز يرا ك خطى ب نقطه سى
جهتنه استقامت اوزره اخراج
اولنوب ب ح خطنه مساوى ب د
قطع ايدن خطى اوزرينه ع مربعى
رسم اولنوب قطرى دخى وصل اولنوب
موازى ب ح حر خطلرى رسم ايدر ك ال ع
نقطه لرندن مرور ايدر ك ال خطلرينه

خطنه ط⊃ خطی م ش خطنه مساوی اولمغین ٤ط
مربعی م ه م ش مستطیلنه دخی مساوی اولورایمدی
م ط ⊃ ش خطلرندن هر بری ط٤ خطنك ضعفی اولمغله
٤ط مربعی م ط یاخود ⊃ ش مربعنك ربعی اولوب
⊃ ش خط ترتیب مربعی دخی م ه م ش مستطیلنك
درت مثلی اولور لکن م ش خطیله مقابلنده واقع ضلع
قائمدن حاصل اولان مستطیل دخی ⊃ ش مربعنه مساوی
اولمغین (دعوی ے نتیجه ١) م ه م ش مستطیلی دخی
م ش خطیله ضلع قائمدن حاصل اولان مستطیلك درت
مثلنه مساوی اولور اشبو مساویلردن م ش مشترکی طرح
اولندقده باقی فلان م ه خطی ضلع قائمك ربعی اولوب
مطلوب ثابت اولور

(شکل س سا) نتیجه ١) علم مناظرده بیان اولندیغی وجه اوزره هرفنی
مرآیده جسم منیرك شعاعلری ه م ط زاویهٔ انعکاسی
ش م ع زاویهٔ انکسارینه مساوی اولمق اوزره عکس ایدرلر
بوتقدیرجه شمسك یاخود هرفنی جسم منیرك شعاعلری
قطع مکافی شکلنده اولان م ⊃ ر پرتو سزك محور ینه
موازی اولهرق ش م س ر خطلری استقامتنه دوشوب آتفا
بیان اولندیغی قاعده اوزره عکس ایتمکین ه نقطه سنده
تجمع و تراجلری سببیله نقطهٔ مذکوره دن حرارت ناریه
پیدا اولوب حریق ظهور ایتمکین اشبو مناسبتله مبنی ه
نقطه سنه نقطهٔ احتراق تسمیه ایلدیلر

نتیجه ٢) قطع مکافی شکلنده اولان پرتوسزك ه نقطهٔ
انعکاسزلرنده هرفنی جسم منیروضع اولندقده ه م ه ر
ه ر شعاعلری محوره موازی اولان م ش ر س ر س
خطلری استقامتنه عکس ایتمکین هر نقطه ریبنلرنده
بعدو مسافه دخی اولسه اول جسم منیرك نوری بالجمله
ضایع اولیوب یوصورتده قطع مکافی داخلنده اولان جسم
منیرك قوتی زائد اولمغله بعید اولان اجسامك سطحلری
دخی ضیاسیله منور اولورلر

نتیجه ٣) ه نقطهٔ احتراق ایله ⊃ محور ینك رأسنده
تماس وخط تماس آخری قطع ایلدیکی ٤ نقطه سی بینلنه
واصل اولان ه ٤ خطی م ط خط تماس آخر اوزرینه
عمود اولور (دعوی مذکوره)

نتیجه ٤) م ش قطر مخروطنك چرخی اولوب م نقطه سیله
غ و خط مربی بینلنده واقع اولان م و خطی قطر مذکور
مقابلنده بولنان ضلع قائمك ربعی اولور زیرا م و خطی
غ ك خطنه مساوی غ ك خطی دخی ه ط خطنه
مساوی ه ط خطی دخی ه م خطنه مساوی اولمغین
م و خطی ه م خطنه مساوی اولور لکن ه م خطی
ضلع قائمك ربعی اولمغین م و خطی دخی ضلع قائم مذکورك
ربعی اولور وکذا غ و خط مربی لك ف نقطه سندن محوره
موازی رسم اولنان رف خطی دخی ه ر خطنه مساوی

اولورا شبو مساواتدن هم : م و: : هـ د : د غ و كذا
هـ ز : ز ف : : هـ د : د غ دخي اولور

نتيجه ٥) ش م م هـ خطلري مجموعي س ر ر هـ خطلري مجموعنه باخود ش و خطنه مساوي (نتيجه ٤) باخود ت غ خطنه مساوي اولوب م و خطي دخي م هـ خطنه مساوي اولور

(نتيجه ٦) قطع مذكور منحني سنده محورك ايكي طرفنده م ب نقطه لري باخود محورك برطرفنده واقع م و نقطه لري تعيين اولنوب هـ نقطه احتراقندن هـ م هـ ب هـ وخطلري وصل اولنوب ل نقطه سندن تقاطع ايدن م ط ح ب خط مماسلري وكذا و نقطه سنده مماس ايدن م ط خ و خط مماسلري رسم اولندقده م هـ ب زاويه سي خط مماسلرن تقاطعندن حادث اولان م ل ب زاويه سنك ضعفي اولوب وكذا م هـ و زاويه سي طرد زاويه سنك ضعفي اولور زيرا هم ط ب هـ ح وهـ خ مثلثلري متساوي الساقين اولوب (دعوى امذكوره) كـ هـ ب زاويه خارجه سي هـ ح ب زاويه داخله سنك ضعفي اولوب وكذا كـ هـ و زاويه خارجه سي هـ خ و زاويه داخله سنك ضعفي اولوب مهكـ زاويه سي دخي م ط هـ زاويه سنك ضعفي او لمغله كـهـ ب مهكـ زاويه لري مجموعي يعني م هـ ب زاويه سي هـ ب م ط هـ زاويه لري مجموعنك ضعفنه مساوي اولور

(شكل سب)

لكن ح ط ل زاويه سي م ط كـ زاويه سنده مساوي م ل ب زاويه خارجه سي دخي ل ط ح ط ح ل زاويه لري مجموعنه مساوي اولديغندن م هـ ب زاويه سي م ل ب زاويه سنك ضعفي اولور وبنه كـهـو كـهـم زاويه لري بينده اولان فضل يعني م هـ د زاويه سي هـ خ د زاويه سنك ضعفيله هـ ط م زاويه سي ضعفنك فضلنه مساوي اولوب لكن هـ خ ء زاويه سي خ ط ء خ ء ط زاويه لري مجموعنه مساوي اولغين هـ خ ء زاويه سيله خ ط ء زاويه لري بينده اولان فضل دخي خ ء ط زاويه سي او لمغله هـ خ د هـ ط م زاويه لري ضعفلرينك بينده فضل اولان م هـ د زاويه سي خ ء ط زاويه سنك ضعفي اولور

(شكل سج)

نتيجه ٧) هـ نقطه احتراق اليه م ب نقطه لري خط مستقيم اوزره واقع اولدقلرنده م ب نهايتلرندن رسم اولنان م ل ب ل خط مماسلرك ل نقطه تقاطعلرنده حادث اولان م ل ب زاويه سي قائمه اولور زيرا ب هـ كـ كـهـ م زاويه لري مجموعي ايكي قائمه يه مساوي اولوب اشبو زاويه لرك نصفي م ل ب زاويه سنه مساوي اولغين (نتيجه ٦) زاويه مذكوره دخي قائمه اولور

نتيجه ٨) م ب خط ترتيبي ء نقطه سنده تنصيف ايدن ل س ء قطر ينك ضلع قائمي م ب خطي اولور زيرا م ل ب مثلثنك زاويه سنه مروايدر بردا�ئره فرض اولندقده مركزي ء نقطه سنده واقع اولوب نصف داٸره ده كائن

م ل ب زاويه‌سى دخى قائمه اولمغين م ب قطرى ل ر
نصف قطر ينك ضعفى اولوب ل ر خطى دخى س ر
خطنك ضعفى اولور (دعوى ط نتيجه ٦) م ب خطنه
موازى س هـ خط مماسى رسم اولنمغين ل ر خطى هـ ح
خطنك ضعفى (مقاله ١ دعوى ل من اصول هندسه) ياخود
اكا مساوى اولان هـ س خطنك دخى ضعفى اولمغله هـ م
خطى هـ ط خطنه مساوى اولمغين (دعوى مذكوره)
م ب خطى هـ س خطنك درت مثلى هـ س دخى س ر
قطرى ضلع قائمنك ربعى يعنى م ب خطنك ربعى
اولمغين اشبو م ب خطى قطر مذكورك ضلع قائمى اولور

نتيجه ٩) نقطهٔ احتراق ايله ل نقطه‌سى بينده واصل اولان
ل هـ خطى م ر خطنه عمود اولوب خط مذكورك مربعى
دخى م هـ هـ ب مستطيلنه مساوى اولور زيرا ل س ر
هـ س خطلرى بر برينه مساوى اولوب س نقطه‌سى مركز
فرض اولنوب ل ر بعديله نصف دائره رسم اولندقده
ل هـ ر نقطه‌لرندن مرور ايدوب ل هـ ر زاويه‌سى نصف
دائرهٔ مذكوره ده واقع اولمغين قائمه اولوب ل هـ خطى
م ب خطنه عمود اولوب ل هـ مربعى دخى م هـ هـ ب
مستطيلنه مساوى اولور

نتيجه ١٠) م ل ب ل خط مماسلردن حاصل اولان م ل ب

زاويهٔ قائمه‌سنك رأسى غ و خط مربى اوزرنده واقع اولور
زيرا هـ د خطى د غ خطنه مساوى اولديغى مثللو
هـ س خطى دخى س ل خطنه مساوى اولوب (نتيجه ٤)
ل نقطه‌سى غ و خط مربى اوزرنده واقع اولور (لاحقه ٧٤)

* * * دعوى ك * * *

قطع ناقص ايله قطعين متقابلينك محور اولى اوزرنده
بروجهله ايكى نقطه تعيين اولنه كه اول نقطه‌لرده واقع
محور قسملرينك بر برينه مستطيللرندن هربرى نصف
قطر مزدوج ثانى مربعنه ياخود محور اولك ربعى ايله اول
محورك ضلع قائمندن حاصل اولان مستطيله مساوى اولوب
بووجهله تعيين اولنان نقطه‌لردن خط منحنى اوزرنده
مفروض هر قنچ برنقطه بينده ايكى خط مستقيم وصل
اولندقده خطين موصولين ايله خط مماسدن حادث اولان
ايكى زاويه بر برينه مساوى اولور

مثلا) ص م د قطع ناقص ايله قطعين متقابلينك د ص
محورى اوزرنده د هـ هـ د د ص مستطيللرندن
هر برى نصف قطر مزدوج ثانى اولان د ب مربعنه ياخود
د ص محور ينك ربعى ايله د س ضلع قائمندن حاصل
اولان مستطيله مساوى اوله رق هـ و نقطه‌لرى تعيين
اولنوب اشبو نقطه‌لردن خط منحنى نك هر قنچى م نقطه‌سنه
هم دم خطلرى وصل اولندقده خطين مذكورين

(الاحقه ٧٤)
وبو مثللو آيات اولور كه هر قنچى
ف ر زاويه قائمه‌نك رأسى غ و خط
مربى اوزرنده واقع اولور بو نقدير جه
هر نقطه‌ك يرلرينى تعيين ايچون
مستقيم يرلرينك تقاطعندن حادث
خط مماسلرك قائمه‌لرك رأسى خط
اولان زاويهٔ قائمه‌لرك رأسى غ واقع
مذكور اوزرنده
اولور (لاحقه ٧٥)

(شكل سادسه)

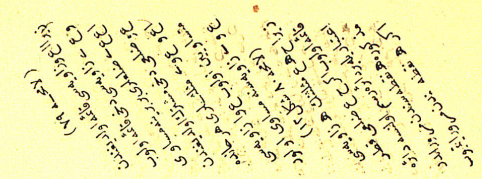
ایله ط م خط عما سدن حادث اولان و م ر ه م ط زاویه‌لری بربرینه مساوی اولورلر اشبو ه و نقطه لرینه قطع مذکورلرك نقطهٔ احتراقلری تسمیه اولنور زیرا ⊃ص محوربنك تهایتسلرندن ص‌ر ⊃ع خط عماسلری رسم م نقطه سندن دخی رسم اولنان خط عماس طرفینه اخراج اولنوب ص ر ⊃ ع خطین عماسین ایله ر ع نقطهٔ تقاطعلرندن رو ع و رهـ ع خطلری وصل اولندقده ص‌ر ⊃ع مستطیلی ⊃ب مربعنه مساوی (دعوی ع) باخود بالعمل اکا مساوی اولان ص‌ه ه ⊃ مستطیلنه باخود ⊃د وص مستطیلنه مساوی اولمغین ص‌ر : ص‌ه :: ه ⊃ : ⊃ع وکذا ص‌ر : وص :: و ⊃ : ⊃ع اولمغین (مقاله ٦ دعوی بدنتیجه من اصول هندسه) رص و مثلثی ع و⊃ مثلثنه رص‌ه مثلثی ⊃ع ه مثلثنه مشابه اولمغله (لاتحه ۷۷) ص‌ور زاویه‌سی ⊃ع و زاویه سنه مساوی اولور (مقاله ٦ دعوی ه من اصول هندسه) ایمدی ع⊃ و زاویه‌سی قائمه اولدیغندن ⊃ع و ⊃وع زاویه‌لری مجموعی قائمه یه مساوی اولوب ص‌د ر⊃ د ع زاویه لری مجموعی دخی قائمه یه مساوی اولمغین ع در زاویه‌سی دخی قائمه اولورو کذا ص‌ه‌ر زاویه‌سی ⊃ ع ه زاویه سنه مساوی اولوب ⊃ ه ع زاویه سبله ص ه ر زاویه‌سی مجموعی قائمه یه مساوی اولمغین ر ه ع زاویه‌سی دخی قائمه اولور ایمدی ر ع خطی قطر اعتبار اولنوب روع رهـ ع زاویه‌سین قائمه بتنك وه نقطهٔ رأسلرندن مرور ایدن نصف دائره رسم

(لاتحه ۷۷)

زیرا قطع ناقص ایله قطعه سین متقسابلینك ص ⊃ محوری تهایتلرندن رسم اولنان خط عماسلر خط ترتیبله موازی اولوب رص وع ⊃ه زاویه‌لری اولمغین رص : ص‌و :: ⊃و : ⊃ع دخی اولدیغندن ر ص و مثلثی مشابه اولورو کذا ر ص ه⊃ه زاویه‌لری قائمه اولوب ه⊃ : ⊃ع :: ر ص : ص‌ه دخی اولدیغندن ص‌ه و مثلثی مشابه اولور (مقاله ٦ دعوی ٥ من اصول)

اولنوب (مقاله ۳ دعوی بومن اصول هندسه) ع نقطه سندن دخی ور خطنه موازی اع خطی رسم و م خط مخروطی ے نقطه سنده قطع ایتمکین و ر ا ے خطین متوازین داخلنده بولنان روع زاویه‌سی اع و زاویهٔ قائمهٔ متبادله سنه مساوی وقطع زائده روع زاویهٔ قائمهٔ سبله برزاویهٔ قائمه تمامی اولان ع وے زاویه‌سی مجموعی اع وزاویه‌سنه مساوی اولور ایمدی م خط ترتیبی رسم اولنوب ص‌ط : ط⊃ :: ص‌ك : ك ⊃ (دعوی ط نتیجه ۱۳) وکذا رط : ط ع :: ر م : م ع (لاتحه ۷۸) وکذا رط : ط ع :: رو : ا ع :: ر و : ے ع دخی اولمغین رو : ا ع :: ر و : ے ع اولمغله اع خطی ع ے خطنه مساوی اولوب ع و ے زاویه‌سی ع وازاویه‌سنه مساوی اولور (لاتحه ۷۹) بوتقدیرجه ع و ے ع‌وا مثلثلری هم متساویین وهم متشابهین اولوب ع و ا ع رهـ زاویه‌لری دخی برقطعه‌ده بولنمغین بربرینه مساوی ع و ے زاویه‌سی دخی ع رهـ زاویه‌سنه مساوی اولورایمدی و ع ر ه خطلرینك نقطهٔ تقاطعلری اولان ح نقطه سندن ح م خطی رسم اولندقده ح و م ح ر م زاویه‌لری بربرینه مساوی اولوب ح و ر م نقطه‌لرندن مرور ایدن بردائوه رسم ایتمك ممکن اولدیغندن (لاتحه ٦) ح م ر زاویه‌سی دخی قائمه اولوب ح م خطی ر م خط عماسنه عمود اولور اشبو ح م ر زاویه قائمه‌سی قطع ناقصده ح‌ور زاویهٔ قائمه‌سنك مقابلنده وقطع زائده برقطعه‌ده

بدل طریقه ایله دخی رع : ص‌ع :: ص‌ك : ك ⊃ ك‌ر كیب طریقیله دخی رم : ص‌م :: ص‌ك : ك ⊃ اولوب لکن ص‌ك : ك ⊃ :: ك ⊃ و : ر ط : ط ع اولمغین ص‌ط : ط ⊃ :: ر ط : ط ع اولور طریقی اخرم ع : ص‌ط اولمغین مقدم م ع ط ع ط⊃ : ص‌ط : ط ⊃ :: ك ⊃ و : ر ط : ط ع اولور مجموعی ثالث ك ⊃ ط ⊃ ص‌ط : ط ⊃ :: ر ط : ط ع اولور بعینه ر م : ص‌م :: ك ⊃ و : ص‌ط : ط ⊃ :: ر ط : ط ع اولور لکن ص‌م : ص‌ك : ك ⊃ و : ص‌ط : ط ⊃ :: ر ط : ط ع اولمغین ر م : ص‌م :: ر ط : ط ع اولور



واقع اولور وكذا ح م ع زاويه‌سى مقابلنده بولنان ح هـ ع زاويه قائمه‌سنه مساوى اولمغين زاويه مذكوره دخى قائمه واولوب م ح هـ ع نقطه‌لرندن مرور ايدر دائره رسم ايتك ممكن اولوب (لاحقه ٨٠) ايمدى ح و م نقطه‌لرندن مرور ايدن دائرنك برقطعه سنده بولنسان و م ر و ح ر زاويه‌لرى بر برينه مساوى اولوب وكذا م ح هـ ع نقطه‌لرندن مرور ايدن دائرنك برقطعه سنده بولنان هـ م ع هـ ح ع زاويه‌لرى دخى بر برينه مساوى اولوب هـ ح ع زاويه‌سى مقابل وقطع ايتمكده بر برينه منطبق اولان ح م ر زاويه‌سى هـ ح ع زاويه‌سنه مساوى اولمغين و م ر زاويه‌سى دخى هـ م ع زاويه‌سنه مساوى اولور بوتقدير جه هـ و نقطه‌لرى احتراقلردن هر قنبى م نقطه‌سنه خروج ايدن هـ م و م خط شعاعلرى ايله ر م خط تماسدن حادث اولان و م ر زاويه‌سى هـ م ع زاويه‌سنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) قطع ناقص ايله قطع زائدك و نقطه احتراقلرندن مختيار برينه خروج ايدن خطوط شعاعيه قطع ناقصده هـ نقطه احتراقى اخرى سنه وقطع زائده ر نقطه‌سنه رجوع ومحو اولورلر زيرا م ح ق زاويه انعكاسى متقابلى اولان ع م هـ زاويه‌سنه يا خود اكا مساوى اولان و م ر زاويه انكسار برينه مساوا ئيدن لازم كلور (لاحقه ٨١) وكذا هـ نقطه احتراقندن م ح منحنيسى اوزرينه خروج ايدن ديكر بر م نقطه‌سنه دخى مرور ايلسه نصف دائره واقع ح م ع زاويه‌سى قائمه اولمش اولوركن قائمه اولديغندن ح م ع زاويه‌سنه مساوى اولمق ياقفرض ح م ع زاويه‌سى ح م ع زاويه‌سنه مساوى اولمق مذكور م مقابلنده اخلاف لازم كلور بو ايسه خلاف فرض اولمق د نقطه‌سندن مرور ايلسه ح م ع زاويه‌سنه مساوى اولمق و كذا ح م ع زاويه‌سى كذلك قائمه اولمش اولوب وكذا و نقطه‌سندن مرور ايلسه ح م ع زاويه‌سى دخى خلاف فرض اولمش اولور بو ايسه دخى خلاف اولمش سيدن فقط هـ نقطه‌سنه مرور ايدر

خطوط شعاعيه قطع ناقصده و نقطه‌سنه رجوع ومحو اولوب وقطع زائده ف م ق و م ر زاويه‌لرى متقابلتلرى بر برينه مساوى هـ م ر زاويه انكسار برينه دخى مساوى اولمغين هـ م خط شعاعى م ف خطنه عكس ايدوب ع م ق خط تماس استقامتنده محدد اولدقده و نقطه‌سنه رجوع ومحو اولورز يرا م ق زاويه‌سى هـ م ر زاويه‌سنه مساوى اولوب هـ م خط شعاعى م ف خطنه عكس ايلدكده م و خط ايله خط واحد مستقيم اولور (لاحقه ٨٢) بو اجلدن هـ و نقطه لرينه نقطه احتراق تسميه‌لرى شايان كورلدى ايمدى نقطه احتراقك برنده برجسم منير وضع اولندقده اول جسم منيرك شعاعلرى قطع ناقصده ايكى طرفه عكس ايدوب وقطع زائده نقطه احتراق اخرى سنه عكس ايدرلر واشبو ذكر اولنان خاصه قطع زائد ايله قطع ناقص شكلنده اولانلر ده مشاهده اولنه بيلور

نتيجه ٢) ص محور ينك نهايتلرندن رسم اولنان ع ص ر خط تماسلر بينده واقع ع ر خط تماس اخرى قطر اعتبار ايله بر دائره رسم اولنه‌دقده ص محور ينى هـ و نقطه لرنده قطع ايدوب اشبو هـ و نقطه لرندن هر برى نقطه احتراق اولورز يرا ع و ع ر زاويه‌لرى نصف دائره‌ده واقع اولمغين هر برى قائمه وبر برينه مساوى اولمغله هـ و نقطه‌لرى نقطه احتراق اولورلر (دعواى مذكوره)

(لاحقه ٨٢)

زيرا م ق زاويه‌سى ع م هـ زاويه سنه مساوى اولوب م ق ر زاويه‌لرى ع م هـ زاويه‌لرى مجموعى ع م هـ م ر زاويه‌لرى مجموعنه مساوى اولمغين م ق ر زاويه‌لرى مجموعى دخى ايكى قائمه يه مساوى اولمغين ع م هـ زاويه‌سى ايكى قائمه يه مساوى اولوب م ق ر زاويه‌لرى مجموعى دخى ايكى قائمه يه مساوى اولمغين ع م هـ زاويه‌سى م ق ر زاويه‌لرى مجموعنه مساوى اولوب بو ايسه خطوط واحد مستقيم اولورلر يو نقدير جه م شعاعى م نقطه‌سى طرفه عكس ايدوب هـ م خطه‌لى خط واحد مستقيم اولديغندن هـ نقطه سنه رجوع ومحو اولور

بنتیجه٣) قطع نافصده محور ثانینك ب نهایتلدن محور اول
اوزرینه و ه نقطه لری بینه ب و ب ه خطلری
بوجهله وصل اولنه که خطین مذکور یندن هر بری ح
یاخود ح ص نصف محوره مساوی اوله اشبو وجهله تعیین
اولنان ه و نقطه لری نقطهٔ احتراق اولورلر زیرا ح ه ه ص
یاخود ص و و ح مستطیلی ایله ح ه یاخود ح و مربعی
مجموعی ح ح یاخود ب ه یاخود ب و مربعنه مساوی
اولور (لاحه ١٦) ب ه یاخود ب و مربعی دخی ح ب
ح ه یاخود ح ب ح و مربعلری مجموعنه مساوی اولغین
ص ه ه ح مستطیلی ایله ح ه مربعی مجموعی ح ب
ح ه مربعلری مجموعنه مساوی او لوب وکذا ح و ص
مستطیلی ایله ح و مربعی مجموعی ب ح ح و مربعلری
مجموعنه مساوی اولمغله ح ه مربعی مشترك طرح اولندقده
ص ه ه ح ح و و ص مستطیللرندن هر بری ب ح
مربعنه مساوی اولغین ه و نقطه لری نقطهٔ احتراق
اولورلر (دعوی مذکوره)

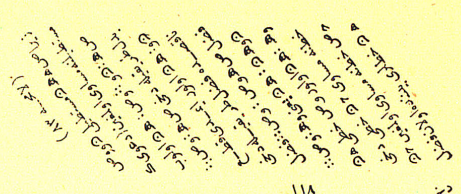
بنتیجه٤) قطع زائده نصف محور ثانینك ب نهایتیله محور اول
نهایتلری بینه وصل اولنان ب ح یاخود ب ص خطنه
مساوی ح مرکزندن محور اول اوزرینه ح ه و خطلری
قطع اولندقده اشبو ه و نقطه لری نقطهٔ احتراق اولورلر زیرا
ص ه ه ح مستطیلی ایله ح ح مربعی مجموعی ح ه
یاخود اکا مساوی اولان ب ح مربعنه مساوی اولوب

(لاحه ٥٣) ب ح مربعی دخی ب ح ح ح مربعلری
مجموعنه مساوی اولوب ح ح مربعی مشترك طرح اولندقده
ص ه ه ح مستطیلی ب ح مربعنه مساوی اولور
وبوه ثالوا ثبات اولنور که ح و ص مستطیلی دخی ب ح
مربعنه مساوی اولمغین ه و نقطه لری نقطهٔ احتراق
اولورلر (دعوی مذکوره)

دعوی کا

قطع زائد ایله قطع نافصده نقطهٔ احتراقلرك برندن منحنیسی
اوزرینده مفروض هر قنجی نقطه یه وصل اولنان خط شعاعه
موازی قطع مذکور مرکزندن خط مماسی برنقطه ده قطع
ایدرلك دیکر برخط مستقیم رسم اولندقده اشبو خط مستقیم
مرسوم نصف قطر مجانبه مساوی اولور

مثلا) ص م ح قطع زائد ایله قطع نافصك ه نقطهٔ احتراقندن
منحنیسی اوزرینده مفروض هر قنجی م نقطه سنه وصل
اولنان م ه خط شعاعه موازی ح مرکزندن م ط خط
مماسی ے نقطه سنده قطع ایدن ح ے خطی رسم
اولندقده اشبو ح ے خطی نصف قطر مجانب اولان
ح ص یاخود ح ح خطنه مساوی اولور زیرا د نقطهٔ
احتراق اخری سندن ه م ے خطلرینه موازی اوله رق
م ط خط مماسی ے نقطه سنده قطع ایدر د ے خطی رسم
ح ے خطنی ت نقطه سنده قطع ایدر د م خطی دخی



وصل اولوب ص د تمايتلرندن ص ر د ع خطماساری
دنی رسم اولندقده د م ر زاویه‌سی ه م ع زاویه‌سنه
مساوی (دعوی ك) د ع م زاویه‌سی دنی ه م ع زاویهٔ
متبادله‌سنه مساوی اولد یغندن و م ء و ء م زاویه‌لری
برینه مساوی اولوب و م خطی و ء خطنه مساوی
اولورایمدی ح ے خطی د ء خطنه موازی اولوب م ے
ء ء :: م ت : ت د د :: ه ح : ح و اولورلکن ح ه خطی
ح و خطنه مساوی اولمغین (لاحمه ٨٣) ذکر اولنان خطلر
دنی نظیرنظیره مساوی اولورلر و ے خطی وصل اولندقده
م و ے ء و ے مثلثلرندن م و م ے ضلعلری ء و ء ے
ضلعلرینه نظیرنظیره مساوی اولوب و ے ضلعی دنی
مشترك اولدیغندن م ے و ء ے و زاویه‌لری برینه مساوی
اولوب قائمه دنی اولورلر وکذا ص ر د ع خط ماساری
ص د محورینه عمود اولمغین وص ر د ع زاویه‌لری دنی
قائمه اولمغله ور خطی قطر اعتباریله برداٴره رسم اولندقده
ص ے نقطه‌لرندن مرور ایدر وکذا و ع خطی دنی قطر
اعتباریله کذلك برداٴره رسم اولندقده برقطعه ده واقع
ص ے و ص ر و زاویه‌لری متساویین اولوب ص ر و
زاویه‌سی دنی ع و د زاویه‌سنه مساوی اولور (دعوی ك)
وکذابرقطعه‌ده واقع د ے ع ع و د زاویه‌لری متساویین
اولوب ص ے و زاویه‌سی د ے ع زاویه سنه مساوی
اولور اشبو مساویاره قطع ناقصه‌ده د ے و زاویه‌سی
ضم وقطع زائده د ے و زاویه سندن ص ے و د ے ع

دنی ح ص و ص خطلری بینده
اولان فضلنه مساوی یعنی ح ه
خطی ح و خطنه مساوی اولور
وقطع زائده ز کیب طریقیله
بحوع ص ه د ص ز ص نقطه‌لرینه
هو نقطه‌لرندن بحوع ه و ز ص
خطنه مساوی اولور لکن ح ص
ص و خطلری بحوعی ح ص
خطی ح ه خطنه مساوی اولور

زاویه‌لری طرح اولندقده ص ے د زاویه‌سی و ے ع
زاویه سنه مساوی اولوب آلفا اثبات اولندیغی اوزره
و ے ع زاویه‌سی قائمه اولمغین ص ے د زاویه‌سی دنی
قائمه اولور ونقدیرجه ص د خطی قطر اعتباریله برداٴره
رسم اولندقده ے نقطه سنه‌دن مرور ایدوب (لاحمه ٨٠)
د ے خطی دنی نصف قطر اولمغین د ے ح ص د
خطلری بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) ه و نقطهٔ احتراقلردن محنی اوزرنده مفروض
هرقنغی م نقطه‌سنه خروج ایدن ه م و م خطلرینك
قطع ناقصه‌ده بحوعی وقطع زائده‌ده تفاضلی ص د محورینه
مساوی اولورزیرا ه و خطی و ح خطنك ضعفی ه م خطی دنی
ت خطنك ضعفی اولوب (مقاله ١ عوی لد نتیجه‌دن اصول
هندسه) ء م خطی دنی م خطنك ضعفی (دعوی مذکوره)
و ء یاخود اکامساوی اولان و م خطی دنی ت خطنك
ضعفی اولمغین قطع ناقصه ه م و م خطلری بحوعی ح ت
ضعفیله ت ے ضعفی بحموعنه یعنی ح ے یاخود اکامساوی
اولان ح ص نصف محورك ضعفنه مساوی اولور وکذا
قطع زائده و م ه م خطلری بینده اولان فضل ت ے
ضعفیله ت ح ضعفی بینده اولان فضله مساوی (لاحمه ٨٤)
یعنی ح ے خطنك ضعفنه یاخود اکامساوی اولان ح ص
خطنك ضعفنه مساوی اولمغین ه م و م خطلری بینده
اولان فضل د ص محورینه مساوی اولور

(لاحمه ٨٤)
زیرا ص خطی ت خطنك ضعفنه
یاخود ح خطنك ضعفنه مساوی
خطنك ضعفی بحموعنه مساوی
اولوب ه م خطی دنی ت ح ے ت
ضعفنه مساوی اولمغله و م ه م
خطلری بحوعی ت ح ے ت
خطلرینك ضعفلری بحموعنه
یاخود ص ه خطنك ضعفنه
مساوی اولور.

نتیجه ۲) ح مرکز ندن م ط خط مماسه موازی م ھ م و
خط شعاعلری غ ن نقطه لرنده قطع ایدر ح غ خطی
رسم اولندقده غ م ن خطلرندن هر بری ح ص یاخود
ح د نصف محوره مساوی اولور زیرا ح ے م غ متوازی
الاضلاع ك م غ ے ح ضلعان متقابلان بر برینه مساوی
اولوب ن و م خط شعاعه موازی دیگی ح س خطی رسم
اولندقده اشبو ح س خطی ح ص نصف محوره مساوی
اولوب (دعوی مذکوره) ن ح س م متوازی الاضلاعك
م ن ح س ضلعان متقابلان دیگی بر برینه مساوی اولغین
غ م ن خطلرندن هر بری ح ص یاخود ح د نصف
محور ینه مساوی اولور

نتیجه ۳) ح ے ح س خطلرندن هر بری ح د یاخود
ح ص نصف محوره مساوی اولوب و ے ھ س خطلری
م ط خط مماس اوزرینه عمود اولدقده ص د محوری
قطر اعتباریله د س ے ص دائره سی رسم اولنوب ح د
ح ے ح س خطلری بر برینه مساوی اولوب دائره نصف
قطرلری اولغین محیطنه منتهی اولوب م ط خط مماسی
دائره مذکوره یی ے س نقطه لرنده قطع ایتمکین اشبو
نقطه لرایله ح مرکزی بینده وصل اولنان ح ے ح س خطلری
ھ م و م خط شعاعلرینه نظیر نظیره موازی اولوب ح د
نصف محور ینه دیگی مساوی اولغله نقطه مذکوره لرده
حادث اولان ظ ے و ظ س ھ زاویه لری قائمه اولدقلرندن

ے س نقطه لرندن و ے س ھ عمودلری اخراج اولندقده
ھ و نقطه احتراقلرندن مرور ایتمکین اشبو طریق ایله
دیگی ص د محوری اوزرنده ھ و نقطه احتراقلری
تعیین اولنور

نتیجه ٤) ھ و نقطه احتراقلرندن م ط خط مماسی اوزرینه
ھ س و ے عمودلری اخراج اولندقده ھ س و ے
مستطیلی ح ت مربعنه یاخود کامساوی اولان د ھ
ھ ص مستطیلنه یاخود د ع ص ر مربعلری مجموعنه
مساوی اولور زیرا ص ھ خطی ش نقطه سنده دیگین
استقامت اوزره اخراج اولنوب ح س دیگی وصل اولدقده
ے س ش زاویه سی قائمه اولغین ش ے س قوسی نصف
محیط دائره اولوب ص ے د نصف محیطنه مساوی اولور
هر برندن د ے قوسی طرح اولندقده باقی قیلان
ش د قوسی ص ے قوسنه مساوی اولغین ش ح د
زاویه سی ص ح ے زاویه سنه مساوی اولور ایمدی ش ح د
د ح ے زاویه لری مجموعی ص ح ے ے ح د زاویه لری
مجموعنه مساوی اولوب اشبو زاویه لر مجموعی دیگی ایکی قائمه یه
مساوی اولغین ش ح ح ے خطلری خط واحد مستقیم اولور
ایمدی ح ھ ش ح و ے مثلثلرندن ش ح ح ھ ضلعلری
ح ے ح و ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب ھ ش ضلعی
دیگی و ے ضلعنه مساوی اولغین ھ س و ے مستطیلی س ھ
ھ ش مستطیلنه مساوی اولغله ھ س و ے مستطیلی د ھ
ھ ص مستطیلینه مساوی (مقاله ۳ دعوی کرمن اصول هندسیه



(Bu sayfa başka bir nüshadan alınarak, mevcut nüshamızdaki kayıp sayfanın yerine eklenmiştir.)



اولوب بينلرنده فضل اولان م رت زاويه‌سى قائمه‌دن اصغر
اولور اشبو م ر ت زاويه‌سى قطع زائده م هـ ت م و ت
زاويه لرى مجموعنك نصفه مساوى وقطع ناقصده زاويتين
مذكورتينك فضلنه مساوى اولغين قطع زائده منفرجه
وقطع ناقصده حاده اولور

* * * دعوى كـ * * *

قطع زائده نقطهٔ احتراقلرى بينده واقع اولان بعد قطر
مجانب ايله ضلع قائم مجموعنه وقطع ناقصده المرك بينده
واقع فضلنه مساوى اولان خط مستقيم ايله محور اول بينده
وسط متناسب اولور

(شكل ع ما)

مثلا) و هـ نقطهٔ احتراقلرك بينده كى بعد اولان هـ و
خطى قطع زائده ده ص د قطر مجانب ايله د ح ضلع
قائمك مجموعنه مساوى اولان ص ط خطيله ص د محورى
بينده وسط متناسب اولوب وقطع ناقصده ص د قطر
مجانب ايله د ح ضلع قائم بينلرنده واقع فضلنه مساوى اولان
ص ط خطيله ص د محورى بينده وسط متناسب اولور
زيرا ص هـ هـ د مستطيلى ح ب مربعنه مساوى اولوب
(دعوى ك) ا ب مربعى دخى د ص قطر مجانب ايله
د ح ضلع قائمدن حاصل اولان ص د د ح مستطيلنه
مساوى اولغين ح ب مربعى ياخود اكا مساوى اولان
ص هـ هـ د مستطيلى ا ب مربعنك ياخود اكا مساوى

اولان ص د د ح مستطيلنك ربعى اولور ايمدى د ط
د ح خطلرى برينه بالفرض مساوى اولوب ص د د ح
مستطيلى ص د د ط مستطيلنه مساوى اولغين ص هـ
هـ د مستطيلى دخى ص د د ط مستطيلنك ربعى اولور
اشبو مساوى يلره قطع زائده ح د مربعى ضم اولنه‌رق
ص د هـ د مستطيلى ايله ح د مربعى مجموعى ياخود
اكا مساوى اولان ح هـ مربعى ح د مربعيله ص د
د ط مستطيلنك ربعنه مساوى اولوب اشبو مساويلرك
دردرمثلى اخذ اولنه‌رق ح هـ مربعنك درت مثلى ياخود
اكا مساوى اولان و هـ مربعى ص د مربعيله ص د
د ط مستطيلنه مساوى اولوب ص د مربعيله ص د
ط د مستطيلى دخى ص د ص ط مستطيلنه مساوى
اولغين (مقاله ٢ دعوى ٥ من اصول هندسه) وهـ مربعى
ص د ص ط مستطيلنه مساوى اولوب هـ و خطى ص د
ص ط خطلرى بينده وسط متناسب اولور وقطع ناقصده
بر برينه مساوى اولان ص هـ هـ د مستطيلى ايله ص د د ط
مستطيلنك ربعندن هر برى ح د مربعندن طرح اولنه‌رق
باقى قلان ح هـ مربعى ذكر اولنان مساويلرك فضلنه مساوى
اولور (لاحظه ١٦) اشبو مساويلرك دردرمثلى اخذ اولنه‌رق
هـ و مربعى ص د مربعيله ص د د ط مستطيلنك
فضلنه يعنى ص د ص ط مستطيلنه مساوى اولغين هـ و
خطى ص د محور يله قطر مجانب ايله ضلع قائم بينده كى
فضلنه مساوى اولان ص ط خطى بينده وسط متناسب

اولو ب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) اب قطر مزدوج مربعي ص ⊐ ح ياخود ص ⊐ ط مستطيلنه مساوي اولوب (دعوى ب نتيجه ٢) نقطهٔ احتراقلرك بعدى اولان هـ و مربعي دخي ص ⊐ ص ط مستطيلنه مساوي اولغين مربع اب : مربع هـ و :: مستطيل ص ⊐ ط : مستطيل ص ⊐ ص ط و :: ح ط : ص ط و :: ص ط : ص ط دخي اولور

* * * دعوى كد * * *

قطع زائد ايله قطع ناقصهٔ مخيّي اوزرنده مفروض هر قنغي نقطه دن برخط مماس رسم اولنوب ايكي نصف قطر مزدوج مخرجلري برد نقطه ده قطع ايلدكده خط ح س مذكورك نقطهٔ تماس عندنده واقع قسملري مستطيلي نقطهٔ تماسده تلاقي ايدن قطر ايله ضلع قائمدن حاصل اولان مستطيلك ربعنه ياخود نقطهٔ تماسه تلاقي ايدن قطر مزدوج وخط تماسه موازي اولان نصف قطر مربعنه مساوي اولور

مثلا ص ا ⊐ ب قطع زائد ايله قطع ناقصه مخيّي نك اوزرنده

(شكل غب ٤٠)

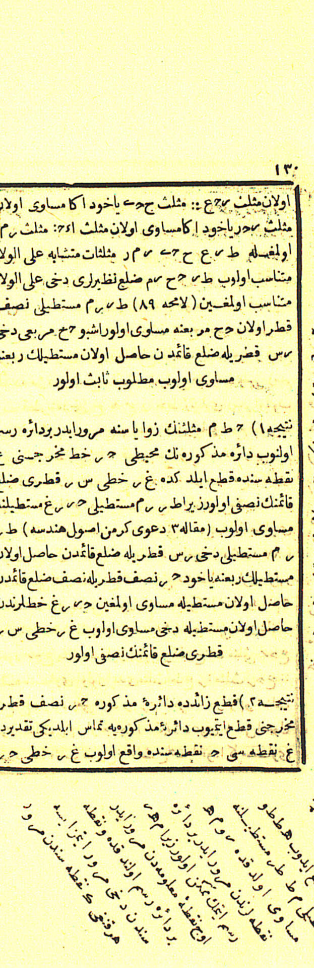
مفروض هر قنغي ح نقطه سنده ح ط خط مماسي رسم اولنوب ح ⊐ ح ا نصف قطر مزدوج مخرجلرينى ط م نقطه لرنده قطع ايلدكده خط مماس مذكورك م ح ط قسملري مستطيلي نقطهٔ تماسده تلاقي ايدن ح س قطر يله ضلع قائمدن حاصل اولان مستطيلك ربعنه ياخود ح س قطر ينه مزدوج وخط تماسه موازي اولان ح ح نصف قطر ينك مربعنه مساوي اولور زيرا قطع ناقصه كندويه و قطع زائده مزدوجنه ح نقطه سندن ح ك خط مماسي رسم ا ب قطرينه دخي ح هـ ر خط ترتيبلري رسم اولنوب ص ⊐ قطرينه دخي ح ے ع خط ترتيبلري ح ح قطرينه دخي ل خط ترتيبي ح ح قطرينه دخي ك خط ترتيبي رسم اولندقده حادث اولان ح ح هـ ح ، ل ح ر ح ع شكللري متوازي الاضلاع اولد يغندن ح ے ح مثلثي ح هـ ح مثلثنه ل ح مثلثي اكح مثلثنه ح ر ح مثلثي ح ع ح مثلثنه مساوي اولوب ح ح : ح ل :: ح ك : ح ا :: ح هـ : ح ا :: ح ح : ح ع اولغين (لاحقه ٨٧) ح ح مثلثي اكل مثلثنه ح ے ح مثلثي اكح مثلثنه مساوي اولور (مقاله ٦ دعوى ١٤ من اصول هندسه) وكذا ح ح مثلثي ح ر ح مثلثنه :: ح ا : ح ا :: ح هـ : ح ا اولغين (لاحقه ٨٨) اكح مثلثي ح ر ح مثلثنه ياخود ح ح مثلثنه مساوي اولوب وكذا ح ے ح مثلثي ح ح مثلثنه مساوي اولور ايمدي مثلث ط ع ن : مثلث ط ح ن :: ط ع : ط ح اولوب يعني ط ن : ن م ياخود :: ح ن : ن م :: مثلث ح ن م : مثلث ن م ر اولغين (مقاله ٦ دعوى ١ من اصول هندسه) مثلث ط ن ع : مثلث ح ے ياخود اكا مساوي

اولان مثلث ح ج ع :: مثلث ح ج ع ياخود اكا مساوى اولان مثلث ح د ر ياخود اكا مساوى اولان مثلث ا ح ك: مثلث ر م ر اولغايه ط ر ع ح ج ر م ر مثلثات متشابه على الولاء متناسب اولوب ط ر ح ج ر م ضلع نظيرلرى دخى على الولاء متناسب اولغايه‌دن (لاحه ٨٩) ط ر ر م مستطيلى نصف قطر اولان ح ج مر بعنه مساوى اولوراشبو ح ج مر بعى دخى ر س قطر يله ضلع قائمه‌ن حاصل اولان مستطيلك ر بعنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) ح ط م مثلثنك زوايا سنه مرور ايدر بر دائره رسم اولنوب دائره مذكوره‌نك محيطى ح ر خط مخروطى غ نقطه سنده قطع ايلدكده غ ر خطى س ر قطرى ضلع قائمنك نصفى اولورز يراط ر ر م مستطيلى ح ر ر غ مستطيلنه مساوى اولوب (مقاله ٣ دعوى كرمن اصول هندسه) ط ر ر م مستطيلى دخى ر س قطر يله ضلع قائمه‌ن حاصل اولان مستطيلك ربعنه ياخود ح ر نصف قطر يله نصف ضلع قائمه‌ن حاصل اولان مستطيله مساوى اولغين ح ر ر غ خطلرندن حاصل اولان مستطيله دخى مساوى اولوب غ ر خطى س ر قطرى ضلع قائمنك نصفى اولور

نتيجه ٢) قطع زائده دائره‌ء مذكوره ح ر نصف قطر مخروطى قطع ايتيوب دائره‌ء مذكوره‌يه تماس ايلديكى تقديرده غ نقطه سى ح نقطه سنده واقع اولوب غ ر خطى ح ر

(لاحه ٨٩)



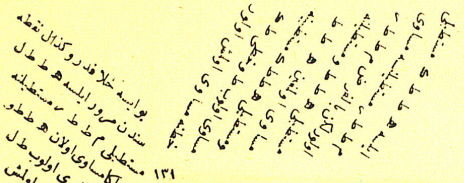
(لاحه ٩٠ شكل ١٤)

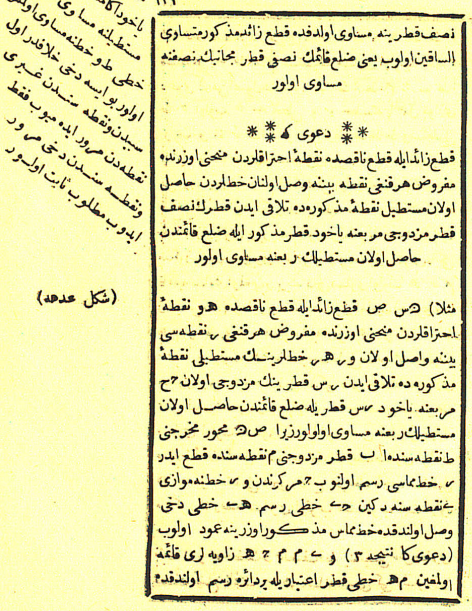
نصف قطر ينه مساوى اولدقده قطع زائده مذكور مساوى الساقين اولوب يعنى ضلع قائمك نصفى قطر مجانبك نصفنه مساوى اولور

* * دعوى * *

قطع زائد ايله قطع ناقصده نقطهٔ احتراقلردن مختص اوزرنده مفروض هرقنغى نقطه بينه وصل اولنان خطلردن حاصل اولان مستطيل نقطهٔ مذكوره‌ده تلاقى ايدن قطرك نصف قطر مزدوجى مر بعنه ياخود قطر مذكور ايله ضلع قائمندن حاصل اولان مستطيلك ر بعنه مساوى اولور

مثلا) ص س قطع زائد ايله قطع ناقصده هـ و نقطهٔ احتراقلردن مختص اوزرنده مفروض هرقنغى ر نقطه‌سى بينه واصل اولان و ر هـ ر خطلرينك مستطيلى نقطهٔ مذكوره‌ده تلاقى ايدن ر س قطر ينك مزدوجى اولان ح ر مر بعنه ياخود س قطر يله ضلع قائمندن حاصل اولان مستطيلك ر بعنه مساوى اولوب زيرا ص ك محور مخروجى ط نقطه سنده ا ب قطر مزدوجى م نقطه سنده قطع ايدر ر خطماسى رسم اولنوب ح ر كرندن و ر خطنه موازى ى نقطه سنه دكين ح ى خطى رسم هـ ى خطى دخى وصل اولندقده خطماس مذكورلر وزينه عمود اولوب (دعوى كا نتيجه ٣) و ى م ر ى هـ زاويه لرى قائمه اولمغين م هـ خطى قطر اعتبار يله بر دائره رسم اولندقده





(شكل عدده)

م ـ ه ه نقطه لرندن مروز امکن (لامحه ۸۰ ه ط ط ح
مستطیلی ـ ط ط م مستطیلنه مساوی اولوب (مقاله ۳
دعوی کی من اصول هندسه) ه ط : ط م :: ـ ط :
ط ح اولوب ح ـ خطی و ـ خطـنه بالعمل موازی
اولوب و :: ـ ط : ط و دخی اولغله ه ط ط ومستطیلی
م ط ط ـ مستطیلنه مساوی اولوب و ـ م ه نقطه لرندن
مرور ایدر برداره رسم ایتمك ممکن اولدیغندن (لامحـه ۹۰
قطع زائده دائره مذکوره نك برقطعه سنده واقع ه م ـ
ط و ـ زاویه لری بر برینه مساوی وقطع نا قصده زاویه لرین
مذکور بتندن هر بری ه و ـ زاویه سیله مجموعی ایکی
قائمه یه مساوی اولمغین بر برینه دخی مساوی اولوب ه ـ م
زاویه یه دخی مساوی ط زاویه سنه مساوی اولمغین (دعوی ك)
ه م ـ ط و ـ مثلثلری مشابه اولوب ه ـ : ـ م : : ط
ـ : ـ و اولوب ه ـ ـ و مستطیلی ط ـ ـ م مستطیلنه
مساوی اولور شو مستطیل مذکور دخی خط ماسه موازی
ـ س قطرینه دخی مزدوج اولان ح ح نصف قطر مربعنه
مساوی اولوب (دعوی کد) یاخود ـ س قطر مزدوجیله
ضلع قائمدن حاصل اولان مستطیلك ربعنه مساوی اولمغین
ه ـ ـ و مستطیلی دخی ح ح مربعنه یاخود مستطیل
مزکور لك ربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ۱ و ـ خطنك ح ـ نصف قطرینه نسبتی ـ س قطری
نصف ضلع قائمك ـ ه خطنه نسبتی کبی اولـور زیرا

قطر مذکور ایله ضلع قائمدن حاصل اولان مستطیلك ربعه
مساوی اولان و ـ ـ ه مستطیلی ـ ـ نصف قطر یله
ـ س قطری نصف ضلع قائمدن حاصل اولان مستطیله
مساوی اولمغین و ـ : ح ـ : : ـ س قطری نصف ضلع
قائمی : ـ ه اولور

نتیجه ۲) ر س قطرینك نهایتلریله هر قنجی ه نقطه احتراق
بینه وصل اولنان ر ه س ه خطلرندن حاصل اولان
مستطیل نصف قطر مزدوجی اولان ح ح مربعنه یاخود
ر س قطر یله ضلع قائمدن حاصل اولان مستطیلك ربعنه
مساوی اولوزیرا ح ر د ح س ه مثلثلرنده ه س ضلعی
د ر ضلعنه ه ح ضلعی د ح ضلعنه س ح ضلعی دخی ر ح
ضلعنه مساوی اولوب ر ه ه س مستطیلی ح ح مربعنه
یاخود ر س قطر یله ضلع قائمدن حاصل اولان مستطیلك
ربعنه مساوی اولان و ـ ر ه مستطیلینه مساوی اولوز

نتیجه ۳) قطع ناقصده ر ه و مر بعلریله ح ح نصف قطر
مزدوج مربعی ضعفی مجموعی وقطع زائده ر ه ر و مر بعلریله
ح ح نصف قطر مزدوج مربعی ضعفی بینده اولان فضلی
ص ⊃ مربعنه مساوی اولوزیرا قطع ناقصده ص ⊃ قطری
ر ه ر وخطه شاعاری مجموعنه وقطع زائده فضلنه مساوی
اولوب (دعوی کا نتیجه ۱) ص ⊃ مربعی ر ه و مربعلریله
ر ه ر ومستطیلنك ضعفی مجموعنه (مقاله ۲ دعوی یامن اصول

هندسه) وقطع زائده مر بعين مذكورين بمجموعيله مستطيل مذكور ضعفي بينده اولان فضلنه مساوي اولور (لاتحه ٩١) اشبو ر هـ و مستطيلي ضعفي دخي ح ح مر بعنك ضعفنه مساوي اولمغين (دعوى مذكوره) هـ ر ر و مر بعلريله ح ح مر بعي ضعفي بمجموعي ص ح مر بعنه مساوي اولور

نتيجه ٤) قطع ناقصده هر قنجي و ر ر هـ مستطيلي ايله ح ر نصف قطر بجانب مر بعي بمجموعي وقطع زائده فضلي نصف قطر بجانب آخر اولان ح ح مر بعي ضعفيله مركزدن نقطهٔ احتراق بينند واقع ح هـ ياخود ح و بعدي مر بعي بينده واقع فضلنه مساوي اولورزيرا ص ح مر بعي و ر هـ ر مر بعلريله و ر ر هـ مستطيلنك ضعفي بمجموعنه وقطع زائده فضلنه مساوي اولوب و ر هـ ر مر بعلري دخي ح ر ح و مر بعلري ضعفنه مساوي اولمغين (مقاله ٢ دعوى ٦ من اصول هندسه) ح ر ح و مر بعلري ضعفيله و ر ر هـ مستطيلنك ضعفي بمجموعي وقطع زائده فضلي ص ح مر بعنه مساوي اولور اشبو مساوات نصيف اولندقده ح ر ح و مر بعلريله و ر ر هـ مستطيلي بمجموعي ياخود فضلي ص ح مر بعنك نصفنه ياخود ح ح مر بعنك ضعفنه مساوي اولور اشبو مساويلردن ح و مر بعي طرح اولندقده ح ر مر بعليله و ر ر هـ مستطيلي بمجموعي ياخود فضلي ح ح مر بعي ضعفيله ح و مر بعي بينده اولان فضلنه مساوي اولور اشبو ح ح مر بعي ضعفيله ح و ياخود ح هـ

مر بعي بينده اولان فضل قطع ناقصده و ر هـ مستطيلي ايله ح ر مر بعي بمجموعنه وقطع زائده بينلرنده واقع اولان فضلنه مساوي اولوب قوئي دخي اولور

نتيجه ٥) و ر ر هـ مستطيلي ح ح نصف قطر مزدوجك مر بعنه مساوي اولوب قطع ناقصده ح ر ح ح مر بعلري بمجموعي وقطع زائده فضلاري ح ح ب مر بعلري بمجموعي ياخود فضلار بنه مساوي اولورزيرا ح ر ح ح مر بعلري بمجموعي ياخود فضلي ح ح مر بعي ضعفيله ح و ياخود ح هـ مر بعلري بينده اولان فضلنه مساوي اولوب ح ح مر بعليله ح و ياخود ح هـ مر بعي بينده اولان فضل دخي ص هـ هـ ح ياخود ح و ص مستطيلنه مساوي (لاتحه ١٦ ٥٣) ياخود ح ب نصف قطر مر بعنه مساوي اولور (دعوى ٤) ايمدي قطع زائده ح ومر بعليله ص و ح مستطيلي ياخود ح ب مر بعي بينده اولان فضل ح ح مر بعنه مساوي اولمغين (لاتحه ٩٢) قطع ناقصده ح ر ح ح مر بعلري بمجموعي ح ح ب مر بعلري بمجموعنه وقطع زائده ح ر ح ح مر بعلري بينده اولان فضل ح ح ب مر بعلري بينده اولان فضلنه مساوي اولور

نتيجه ٦) اشبو ذكر اولنان مساويلرك درد رمثلي اخذ اولندقده قطع ناقصده ص ح ا ب مر بعلري بمجموعي ر س ح ب

(لاتحه ٩٢) زيرا قطع زائده ح ر ح مر بعي بينده اولان فضل ص ح مر بعي ضعفيله ح ح مر بعي بينده اولان فضلنه مساوي و ح مستطيلي ص و ح مر بعليله ص و ح مر بعي بمجموعنه مساوي اولوب (لاتحه ٥٣) ح ر ح مر بعلري بينده اولان فضل ح ص مر بعلري بينده اولان مستطيلي ح ب مر بعلري بينده اولان مساوي اولور لكن ص و ح مستطيلي ح ب مر بعنه مساوي اولمغين (دعوى ٤) مر بعلري بينده اولان فضل ح ح ب مر بعلري بينده اولان فضلنه مساوي اولور

مربعاری مجموعنه وقطع زائده ذکر اولنان محورلرك مربعاری
بینندہ اولان فضل قطر مزدوجلرك مربعاری بینندہ اولان
فضلنه مساوی اولور

نتیجه ۷) قطع زائد متساوی الساقینك قطر مجانبی
قطر مزدوجنه مساوی اولوب ضلع قائمی دخی محورینه
مساوی اولمغین (دعوی ب نتیجه ۳) قطع مذکور ده
هرنقدر قطر مجانب رسم اولنسه قطر مزدوجلرینه وضلع
قائملرینه نظیر نظیره مساوی اولورلر زیرا قطر مجانبلرك
مربعاری بینندہ اولان فضل قطر مزدوجلرك مربعاری
بینندہ اولان فضلنه مساوی اولوب اگر قطر مجانبلرك
مربعاری بینندہ اولان فضل منعدم اولسه قطر مزدوجلرك
مربعاری بینندہ اولان فضل دخی منعدم اولور (لاتحه ۹۳)

دعوی کو

قطع زائد یله قطع ناقصده مرسوم هرقنغی قطر نقطهٔ
احتراقلرك یرتندیرمق قطر مذکوره موازی رسم اولنان خطلر یله
قطر مجانب بینندہ وسط متناسب اولور

مثلا) ص ⊃ ر قطع زائد یله قطع ناقصده هرقنغی حت
قطری ه نقطهٔ احتراقندن حت قطرینه موازی رسم
اولنان ر س خطیله ص ⊃ قطر مجانب بینندہ وسط متناسب
اولورزیرا ر ط خط مماسی رسم و نقطهٔ احتراق آخریدن

(لاتحه ۹۳)

ز ⊃ ص قطع زائدی متساوی
الساقین فرض اولنمشدہ ص ⊃
قطر مجانبی اب قطری مزدوجنه
مساوی اولوب هر قنغی دیگر س ر
قطری دخی حت قطرینه مساوی
اولمله ص ⊃ اس ر مربعاری بینندہ
اولان فضل س ر ح ت مربعاری بینندہ
اولانه مساوی اولور (نتیجه ۶ ⫽ اگر ص ⊃ خطی اب
خطنه مساوی ولسه ص ⊃ ب
مربعاری بینندہ اولان فضل منعدم
اولمغین س ر ح ت مربعاری بینندہ
اولانه فضل دخی منعدم اولور یعنی
س ر مربعی ح ت مربعنه
مساوی اولور س ر خطی ح ت
خطنه مساوی اولور

دخی ح ت س خطلرینه موازی و ء خطی رسم اولنوب
ر ء خطی دخی وصل اولندقده ه ر و ء خطلرینه موازی
رسم اولنان ح ت قطری ه و خطنی ح مر کزنده تنصیف
ایدوب ر ء خطی دخی ر نقطه سنده تنصیف ایدر (لاتحه ۹۴)
ح ر خطی دخی ه ر و ء خطلری بینندہ وسط متناسب
عددی اولوب (لاتحه ۹۵) یاخود ح ر خطهٔ کورهٔ ر
خطیله و ء خطنه مساوی اولان ه س خطی بینندہ وسط
متناسب عددی اولور (لاتحه ۹۶) ایمدی مرکزدن ابعاد
متساویه ایله محیطنلرك طرفینده میلاری مساوی اولان
⊃ه س یاخود ر ه ص زاویه سی ص و ز او یه سنه مساوی
اولوب وسط متناسب عددی اولان ح ر خطنك ضعفی طرفینك
مجموعی اولان ر س خطنه مساوی اولور وکذا ح ح خطی
ح ر ح ط خطلری بینندہ وسط متناسب هندسی او لوب
(دعوی ج) ه ر خطنه موازی اولان ح ط خطی دخی ⊃ح:
نصف محورینه مساوی اولمغین (دعوی کا) ح ر: ح ح :: ح ح:
⊃ح اولوب ضعف ح ر: ضعف ح ح :: ضعف ح ح: ضعف
⊃ح اولمغله ر س: ح ت :: ص ⊃ اولمغین ح ت خطی
ص ⊃ ر س خطلری بینندہ وسط متناسب اولوب مطلوب

ثابت اولور

نتیجه ۱) ح ت قطرینك مربعی نقطهٔ احتراقدن مرور
وکندویه موازی رسم اولنان ر س خطیله ص ⊃ قطر
مجانبدن حاصل او لان منطیله مساوی اولور (مقاله ۶
دعوی ۲۵ من اصول هندسه)

نتيجه٢) نقطهٔ احتراقدن خروج ايدن جميع خطلرك بربرينه
نسبتي ذكر اولنان خط لره موازي رسم اولنان قطرلر

مر بعلرينك بربرينه نسبتي كبي اولور (لاتحه ٩٧)

نتيجه٣) س ر خطنك م ك قطرى ضلع قائمى اولان ا م
خطنه نسبتي م ك قطرينك ⊃ ص قطر مجانبه نسبتي كبي
اولور زيرا م ك قطرى ح ت قطرينك مزدوجى اولوب
ح ت مربعى ا م م ك مستطيلنه ياخود س ر ⊃ ص مستطيلنه
مساوى اولغين ا م م ك مستطيلى دخى س ر ⊃ ص مستطيلنه

مساوى اولغله س ر : ا م :: م ك : ⊃ ص اولور

نتيجه٤) م ك قطرى س ر خطنى ع نقطه سنده تنصيف
ايتمكين ع ر خطى م ك قطرينه خط ترتيب اولوب مربع
ع ر : مربع ح ح :: مستطيل ك ع ع م : مستطيل ك ح ح م
ياخود مربع ح م اولور وكذا س ر ح ت ⊃ ص خطلرى على
الولاء مناسب اولوب ع ر ح ح ⊃ نصفلرى دخى كذلك
على الولاء مناسب اولغين مربع ع ر : مربع ح ح :: مربع
ح ح : مربع ح ⊃ اولغله مستطيل ك ع ع م : مربع
ح م :: مربع ح ح ياخود اكا مساوى اولان مستطيل و م
م ه (دعوى كه) : مربع ح ⊃ اولور

نتيجه٥) مستطيل ك ع ع م : مربع نصف قطر ح م ::
مستطيل و م م ه : مربع نصف محور ح ⊃ اولوب بدل
طريقيله دخى مستطيل ك ع ع م : مستطيل و م م ه
:: مربع نصف قطر ح م : مربع نصف محور ح ⊃ اولوب
مقدم ثانى اله ثانى ثانيك دردر مثلى اخذ اولندقده مستطيل

(لاتحه ٩٦)
زرا م ك قطرى ح ت قطرينك
مزدوجى ا اولوب ح ت قطرينه
موازى اولان س ر خطنى تنصيف
ايتمكين س ع ع ر خطلرى
برربنه مساوى اولوب ه ع خطى
دخى ع ر خطنه مساوى اولغله و
ه ر خطى ه س خطنه مساوى اولور

ك ع ع م : مستطيل و م م ه :: مربع م ك :
مربع ⊃ ص اولور

نتيجه٦) مستطيل ⊃ ه ه ص : مستطيل س ه ه ر ::
مربع ⊃ ص : مربع ح ت اولوب (دعوى ع نتيجه٣) و ::
⊃ ص : س ر دخى اولغين (نتيجه٢) نقطهٔ احتراقدن
خروج ايدن خطلرك قسمرى مستطيلرينك بربرينه
نسبتى اول خطلرك بربرينه نسبتى كبي اولور

نتيجه٧) ه نقطهٔ احتراق ايله م نقطه سنى بينه واصل
اولان م ه خطنك م ا ضلع قائمك ربعنه نسبتى م ك
قطرينك نقطهٔ احتراق اخردن م نقطه منه واصل
اولان و م خطنه نسبتى كبي اولور زيرا و م ه مستطيلى
ح ح مربعنه مساوى (دعوى كه) ياخود ضلع قائم ايله م ك
قطرندن حاصل اولان مستطيلك ربعنه مساوى اولغين
م ه : م ك :: مربع م ا : و م اولور

دعوى كز

نقطهٔ احتراقلردن منحنى اوزرنده مفروض هر قنجى نقطه
بينه واصل اولان خطلر قطع زائده مجموعنك وقطع ناقصده
فصلنك مركز ايله نقطهٔ مرقومه دن رسم اولنان خطر تبك
قطرندن قطع ايله يكى نقطه بينده واقع بعد بنه نسبتى
نقطهٔ احتراقلرينلرنده واقع بعدك نصف قطر مجانبنه
نسبتى كبي اولور

مثلا و ه نقطهٔ احتراقلردن ⊃ ه
منحنيسى اوزرنده مفروض هر قنجى نقطه سى

(لاتحه ٩٧)
زرا ه ض خطنه موازى ح ت
قطرى رسم اولنوب ⊃ ص قطر
مجانبيله ظ ض خطى بينده وسط
متناسب اولغين ح ت : م ر بعى
⊃ ص ظ ض مستطيله مساوى
اولغله مربع ح ت : مستطيل ص ⊃
س ر : مربع ح ت :: مستطيل ص ⊃
ظ ض اولوب مربع ح ت : مستطيل ص ⊃ س ر :
مستطيل ⊃ ص ظ ض اولور

(شكل فح عط)

بينه واصل اولان ه ر و ر خطـلری قطـع زائددم
مجموعنك وقطع ناقصده فضلنك ح مركزيله ع خط ترتيب
بيندم واقع ح ع بعدينه نسبتی وه نقطهٔ احتراقلر بيندم واقع
ه و بعدينك نصف قطر مجانب اولان ح ح خطنه نسبتی
كبی اولورز يرا ه ح نقطـه لرندن ر ط خط مماسنه موازی
ه ح ح م خطـلری رسم و ر خطنی ح م نقطه لرنده قطع
و ر خطنـه موازی ح ے خطی دخی رسم اولنـوب ص ح
مجورينه دخی ع خط ترتيبی رسم اولندقده ه ر ے زاويه سی
و ر ت زاويه سنه مساوی اولوب (دعوی ك) ه ر ط
زاويه متبادله سنه مساوی اولان ر ه ح زاويه سی و ر ت
زاويهٔ متبادله سنه مساوی اولان ر ح ه زاويه سنه مساوی
اولمغين ح ر خطی ر ه خطنه مساوی اولورايمـدی قطع
زائد ده وح خطی ه ر و ر خطلری مجموعنه وقطع ناقصده
فضلنه مساوی اولوب وح : وه :: و ر : و ط اولوب ح ے
خطی ح ے خطنه مساوی اولوب (دعوی كا) و :: ح ے : ط و
:: ع ح : ح ے (دعوی ط نتيجـه ١١) اولمغين وح : وه :: ع ح
: ح ے اولوب بدل طر يقيله دخی وح : ع ح :: وه : ح ے اولوب

مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) نقطـهٔ احتراقدن مخی اوزرنده مفروض هر قنفی
نقطه يه خروج ايدن خطلرك مجموعنك ياخود فضلنك كذلك
نقطـهٔ اخراق اخردن هر قنفی نقطهٔ مفروض آخره
خروج ايدن خطـلرك مجموعنه ياخود فضلنه نسبتی نقطهٔ
مذكور دن مجوره خروج ايدن خط ترتيبلريله مركز بيندم

واقع بعدلرك برينه نسبتی كبی اولورز يرا خطوط مذكوره ايله
ابعادلرك بيندم اولان نسبت ه ح خطنك ح ے خطنه نسبتی
كبی اولوب قوتی دخی اولور

نتيجه ٢) نقطهٔ احترا قلردن مخی اوزرنده مفروض نقطهٔ
مختلفه يه واصل اولان خطلر مجموعلرينك ياخود فضلرينك
برينه نسبتی هر قنفی ايكی خط معلومك برينه نسبتی كبی
اولمق اوزره رسم ايتمك مراد اولنسه اشبو خطين معلومينك
نسبتی اوزره مركزدن محوراوزرنده بعدلری قطع اولنوب بعد
مذكورلر نقطه لرندن خط ترتيبلری رسم اولندقده نقطهٔ
احتراقلردن خط ترتيبلرك مخی ده واقع نهايتلرينه وصل اولنان
خطلر خطين مطلوبين اولور مثلا ه و نقطهٔ احتراقلردن
ع ر نقطه لرينه وصل اولنان و ر ه ر و ع ر غ ه قطع زائددم
مجموعلرينك وقطع ناقصده فضلرينك برينه نسبتی
م مقدارينك ے بالفرض اولوب س ع ر خط ترتيبلری رسم اولندقده
:: م : ے يا لفرض اولوب س غ ع ر خط ترتيبلری رسم اولندقده
قطع زائددم مجموع و ر ه ر : مجموع و غ ه وقطع ناقصده
فضل و ر ه ر : فضل و غ ه :: ع ح : ح س اولوب (نتيجه ١)
لكن ع ح : ح س :: م : ے اولمغين مجموع ياخود فضل و ر ه ر :
مجموع ياخود فضل و غ ه :: م : ے اولور

* * دعوی كے * *

هر قنفی قطـع مخروطـده نقطـهٔ احتراقلرك برندن
محوری اوزرينه برخـط ترتيب رسم اولنـوب خط ترتيب
مـذكورك مخيندن قطع ايلمديكی نقطـه دن برخط

(شكل ف فا ف)

(لانجه ٩٨)
لزوا ٤ ∽ ٥ خطي ∽ ش خطنه
مساوي ٢ ∽ خطي دخي ٤ ∽ ش
خطنه مساوي اولغين ∽ ٢ :
∽ :: ∽ ٤ : ∽ ٤ اولغين ٢
∽ خطي ∽ خطيله ٢
خطي ينتده وسط متناسب ٤ ∽
وكذا ٤ ∽ خطي ∽ ش خطنه
مساوي اولوب ٢ ∽ خطي دخي
∽ خطنه مساوي
∽ خطي
دخي نصف ∽ ش خطنه
اولوب ∽ خطي ٢ ∽ ش خطنه
مساوي اولوب ∽ خطي ٤ ∽
خطيله ∽ خطي ينتده وسط
متناسب اولوب

عماس رسم كذلك نقطة رأس آرمسنده دخي برخط عماس آخر رسم
اولندقده خط ترتيب مرسوم ضلع قائمك نصفي اولوب رأس
نقطه سندن دخي رسم اولنان خط عماس نقطة احتراق

بعد بورايله نقطة رأس آرمسنده واقع بعده مساوي اولور
مثلا ∽ قنخي ∽ م ح ص قطع مخروطك ∽ نقطة احتراقندن
محوري اوزرينه ∽ م خط ترتيبي رسم اولنوب م ط ∽ ع خط
عماسلري دخي رسم اولندقده ∽ م خط ترتيبي ∽ ش ضلع قائمك
نصفي اولوب ∽ ع خط عماسي دخي ∽ ∽ بعدينه مساوي اولورز يرا
قطع مكافيده ∽ ∽ خطي ∽ ش ضلع قائمك ربعي اولوب
(دعوى ط نتيجه ٨) ∽ ش : ∽ ∽ :: ٤ : ١ اولوب كذا ∽ م
خطرتيبي ∽ ∽ ش خطلري بينده وسط متناسب اولغين
(دعوى ع نتيجه ١) ∽ م مربعي ∽ ∽ ش مستطيلينه مساوي
اولور ايمدي ١ ٢ ٤ عددلري على الولاء متناسب اولوب
١ ٤ مستطيلي ٢ مربعنه مساوي اولغله ٢ عدد دخي ٤
عددك نصفي اولديغندن ∽ م خطرتيبي دخي ∽ ش ضلع
قائمك نصفي اولور (لانجه ٩٨) وينه ∽ ط خطي ∽ ∽
خطنك ضعفي اولوب (دعوى ط نتيجه ٦) ∽ م خطي
دخي ∽ ∽ خطنك ضعفي اولغين (دعوى ط نتيجه ٦) ∽ ط
∽ م خطلري دخي بر بريندن مساوي اولور ايمدي ∽ ط : ∽ م
:: ∽ ط : ∽ ع اولغين ∽ ط ياخود اكا مساوي اولان ∽ ∽
خطي ∽ ع خطنه مساوي اولور وقطع زائد ايله قطع ناقصده
مستطيل ص ∽ ∽ : مربع ∽ م :: قطر مجانب ص ∽ :
قائم ضلع ∽ ش اولوب (دعوى ∽ و نتيجه ٦) ياخود :: مستطيل

ص ∽ ∽ ش : مربع ∽ ش اولوب (مقاله ٦ دعوى ب نتيجه
من اصول هندسه) بدل طريقيله دخي مستطيل ص ∽ ∽
∽ ∽ : مستطيلي ص ∽ ∽ ش :: مربع ∽ ∽ : مربع ∽ ش
اولوب لكن مقدم اولنالك اولك ربعي اولغين (دعوى ك)
مقدم ثاني دخي ثاني ثالث ثانينك ربعي اولوب ∽ م خطي ∽ ش
خطنك نصفي اولوروبنه ص ∽ ∽ مستطيلي ص ∽ ∽ ش
مستطيلنك ربعي اولوب ∽ ∽ م مستطيلي دخي ص ∽
∽ ش مستطيلنك ربعي اولغين ص ∽ ∽ ∽ مستطيلي ∽ ∽
∽ م مستطيلنه ياخود ∽ ∽ ∽ ط مستطيلنه مساوي اولغين
(دعوى ط نتيجه ٨) ∽ ∽ م مستطيلي ∽ ∽ ∽ ط مستطيلنه
مساوي اولديغندن ∽ ∽ : ∽ ياخود ∽ : ط : ∽ م ∽ ط ياخود
:: ∽ ع : ∽ ط اولوب ∽ ∽ : ∽ ياخود ∽ ∽ : ط : ∽ ∽
: ∽ ط اولغين (لانجه ٩٩) ∽ ∽ : ∽ ط :: ∽ ع : ∽ ط اولوب
(لانجه ١٠٠) ∽ ∽ خطي ∽ ع خطنه مساوي اولوب

مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) قطع مكافيده ط ∽ خطي ∽ ∽ خطنك ضعفي
اولوب ∽ ∽ خطنك ضعفي دخي ∽ م خطنه مساوي اولغين
ط ∽ خطي ∽ م خطنه مساوي اولوب وقطع زائد ايله قطع
ناقصده ط ∽ : ∽ م :: ط : ∽ ع اولغين ياخود اكا مساوي
اولان ∽ ∽ اولوب وكذا ط ∽ : ∽ ∽ :: ص ط : ص ∽
(دعوى ط نتيجه ١٢) ص ∽ قطر مجانب خط ترتيب ايله
∽ نقطه سنده وخط عماس ايله ط نقطه سنده متخبسيله دخي
∽ ص نهايلرنده نسبت تأليفي اوزره تقسيم اولنغين ط ∽ : ∽ م

(لانجه ٩٩)
زيرا قطع ناقصده ∽ ∽ : ∽ ∽ ::
∽ ط اولوب عكس طريقيله دخي
∽ ∽ : ∽ ط : ∽ ط اولوب فضل
∽ ∽ : ∽ ط : ∽ ∽ فضل ∽ ∽ : ∽ ∽ ::
طريقيله دخي فضل ∽ ∽ : ∽ ∽ :: ∽ ∽ : ∽ ∽
فضل ∽ ط : ∽ ط : ∽ ط اولوب ∽ ∽ : ∽ ∽ ::
∽ ط : ∽ ط : ∽ ط اولوب ∽ ∽ : ∽ ∽ ::
∽ ع : ∽ ط اولوب ∽ م : ∽ ط :: ∽ ع :
خطنه مساوي اولوب وقطع زائده
∽ ∽ : ∽ ∽ : ∽ ط : ∽ ط يعني
طريقيله دخي ∽ ∽ : ∽ ط : ∽ ط يعني
∽ ط : ∽ ع : ∽ ط اولغين ∽ م : ∽ ∽ ::
خطي ∽ ع خطنه مساوي اولور

(لا تحمه ١٠٠)
زيرا اشبود دعوى بك مضمو نشده
استنتاج اولور كه قطع زائده ه
خطه احترا قيله قطع مقابلنك
رأسى يتشه واقع ه ص بعدى
ص رخطه مساويه مساوى اولورزرا
صار ح مستطيلى ح ص يعنى
مساوى اولوب (دعوى ع) ح
مربعى د ص ه ه ح
مستطيلنه مساوى اولغين
(دعوى ى) ص د ح مستطيلى
ص ه ه ح مستطيلنه مساوى
اولغله صار د ص ه :: ه ح : ح ح
اولورلكن ه ح ح ح :: ه ح : ح ح
مساوى اولغين صار خطى دخى
ص ه خطه مساوى اولور

(شكل ف قائب)

نتيجه ٢) قطع زائده ص ط خطى ص ه خطندن اقصر
اولغين ط ه خطى دخى ه م خطندن اقصر اولور وقطع
ناقصده ص ط خطى ص ه خطندن اعظم اولغين ط ه
خطى دخى ه م خطندن اعظم اولور

نتيجه ٣) ه ع خطى وصل اولنوب ح ه ع زاويه سى نصف
قائمه اولورزيرا ه ح زاويه سى قائمه اولوب ح ه خطى ح ع
خطنه مساوى اولغين ح ه ع زاويه سى نصف قائمه
اولور

** دعوى كط **

هرقنغى قطع مخروطده نقطهٔ احتراقلرك برندن محورى
اوزرينه هرقنغى خط ترتيب رسم اولنوب خط ترتيب مذكور
منحنيدن قطع ايلديكى نقطه دن برخط مماس رسم كذلك
محورى اوزرينه هرقنغى خط ترتيب اخر دخى رسم اولندقده
خط مماس مذكور ايله اول قطعك منحنى سنى برر نقطه ده
قطع ايدوب نقطهٔ احتراق مذكور ايله خط ترتيب آخرك
منحنيدن قطع ايلديكى نقطه يني وصل اولندقده اشبو
خط موصول محور ايله خط مماس آره سنده واقع خط ترتيب
آخر مخرجنه مساوى اولور

مثلا) هرقنغى ح م ص قطع مخروطنك ه نقطهٔ احتراقندن
محورى اوزرينه هرقنغى ه م خط ترتيبى رسم م نقطه سندن
دخى م ط خط مماسى رسم اولنوب كذلك محورى اوزرينه
هرقنغى ت ب ح خط ترتيب اخرى دخى رسم واستقامت

اوزره اخراج اولنوب م ط خط مماسى مخرجنى ا نقطه سنده
قطع ايدوب ه ح خطى دخى وصل اولنسه قده اشبو ه ح
خطى ب ا خطنه مساوى اولور زيرا ح نقطهٔ رأسندن
ح ع خط مماسى رسم اولنسه قده مستطيل ت ا ا ح
: مربع ام :: مربع ح ع : مربع ع م اولوب (دعوى ب)
ح ع خطى ح ه خطنه مساوى اولغله و :: مربع ح ه
مربع ع م اولورو كذا ح ه ع م :: ه ب ا م (مقاله ٦ دعوى ح
نتيجه من اصول هندسه) اولغله و :: مربع ه ب : مربع
ام اولوب ت ا ا ح مستطيلى ه ب مربعنه مساوى اولور
اشبو مساويلره ب ح مربعى ضم اولندقده ت ا ا ح مستطيلى
ايله ب ح مربعى مجموعى ه ب ب ح مربعلرى مجموعنه
مساوى اولور لكن ت ا ا ح مستطيلى ايله ب ح مربعى
مجموعى ب ا مربعنه مساوى (لا تحمه ٥٣) ه ب
ب ح مربعلرى مجموعى دخى ه ح مربعنه مساوى اولغين
ب ا مربعى ه ح مربعنه مساوى اولغله ه ح خطى ب ا
خطنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) م ط خط مماسى قطع ايدنجيه دكين اخراج اولنان
خط ترتيبلرك خط مماس ايله متحنى اره سنده واقع قسملرينه
مستطيللرى يعنى ت ا ا ح ث د د خ مستطيللرى
خط ترتيب مذكورلرك قطردن قطع ايلدكلرى ه ب ه و
مربعلرينه نظيراً نظيره مساوى اولورلر

نتيجه ٢) هرقنغى ط ه م مثلث قائم الزاويه نك ط ه م
ضلعلرى استقامت اوزره اخراج اولنسوب ط ه ضلع

مخرجندن هم ضلعنه موازی هرقنجی ب او خط ترتیباری
رسم هـ ا نقطهٔ ثالثه دن دخی خط ترتیب مذکورلر اوزرینه
وانلره مساوی اولدرق هـ ح هـ خ خطلری رسم اولندقده
ح خ نقطه لری منحنی اوزرنده واقع اولـور لکن قطع
مکافیده ط هـ خطی هـ م خطنه مساوی (دعوی کج نتیجه ۱)
وقطع ناقصده ط هـ خطی هـ م خطندن اعظم وقطع
زائده اصغر اولدیغی (دعوی کج نتیجه ۲) معلوم اولدقده
هرقنجی قطع مخروطی رسم ایتمك اسهل اوله باور قطع
زائدلك متقابلی دخی یوحکم اوزره اولور (لاتحه ۱۰۱)

نتیجه ۳ هرقنجی قطع مخروطده ط نقطه سندن رسم
اولنان ط غ کـ خط مرببی سنه هرقنجی ح م نقطه لرندن
ح کـ م غ عمودلری اخراج اولندقده هـ ح خ کـ :: هـ م غ
و :: ⊃ ع باخود اکا مساوی اولان هـ ⊃ :⊃ ط اولور زیرا ا ب
: ب ط :: ⊃ ع : ⊃ ط اولوب هـ ح خطی ا ب خطنه ح کـ
خطی ب ط خطنه مساوی اولمغین هـ ح خ ح کـ :: ⊃
: ⊃ ط و :: هـ م خ م اولور

نتیجه ٤) هـ نقطهٔ احترافندن ط ر خط مرببی به منتهی
هـ س خط مائلی رسم هـ نقطهٔ احترافندن دخی هرقنجی
هـ ل خط شما عی رسم اولنوب ل نقطه سندن دخی هـ س
خطنه موازی وخط مرببی بی قطع ایدر ل ر خطی
رسم اولندقده هـ ح خ س :: هـ ل : ل ر اولورز یرا محور موازی
ل غ ح کـ خطلری رسم اولندقده هـ ح خ کـ :: هـ ل : ل غ
اولوب (نتیجه ۳) کـ ح س غ ل ر مثلثلری مشابه اولمغین

اولور لکن مستطیل ی ؤ خ م ربع
ص ر :: م ربع هـ ؤ خ م ربع
اولمغین (دعوی ۱۰ مستطیل ی ؤ
خ م ربع ص ر :: م ربع هـ ؤ خ م ربع
ص هـ اولور لکن ص ر م ربعی
(لاتحه ۱۰۰) ی ؤ خ مستطیلی
دخی هـ ؤ م ربعنه مساوی اولمغین
اشبو مساوی اولره ی خ مستطیلی
اولندقده ن ؤ خ مستطیلی ایله ح م
م ربعی بجموعنه هـ ؤ خ م ربعی بجموعنه مساوی اولور ایمدی ن ؤ
ی خ مستطیلی ایله ح م ربعلری
ؤ ؤ م ربعنه مساوی اولور ایمدی ن ؤ
م ربعی بجموعی
(لاتحه ۵۰) هـ ؤ خ م ربعنه مساوی اولوب
بجموعی دخی هـ ؤ خ م ربعنه مساوی
اولمغین ؤ ؤ م ربعی ح خ م ربعنه
مساوی اولوب ؤ خطی هـ خ
خطنه مساوی اولور

ح کـ : ح س :: ل غ : ل ر دخی اولوب استعانت طریقیله
دخی هـ ح خ س :: هـ ل : ل ر اولور
* * * دعوی ل * * *
قطع زائد ایله قطع ناقصده هرقنجی خط تماس اوزرینه
تماس نقطه سندن محور اولنی مائلا قطع ایدر برعمود اخراج
اولنوب مرکز نقطه سندن دخی خط تمامی مذکور اوزرینه
برعمود آخر دخی اخراج اولندقده اشبو عمودین مذکورینه ن
حاصل اولان مستطیل نصف محور صغیر مربعنه یاخود
قطر مجانب ایله ضلع قائمندن حاصل اولان مستطیلك

ربعنه مساوی اولور

(شكل فد فه)

مثلا) ص ⊃ م قطع زائد ایله قطع ناقصده م نقطه تماسندن
م ط خط تماسی اوزرینه ص ⊃ محور ینی مائلا قطع ایدر
م غ عمودی اخراج اولنوب ح مرکزندن دخی م ط
خط تماس مذکور اوزرینه ح س عمودی دخی اخراج اولندقده
اشبو عمودین مذکور یندن حاصل اولان م غ س مستطیلی
ح ا نصف محور صغیر مربعنه یاخود ص ⊃ قطر مجانب ایله
ضلع قائمندن حاصل اولان مستطیلك ربعنه مساوی اولور
زیرا م کـ ح خطلرندن هر بری ص ⊃ محور بنه خطر ترتیب
اولوب ح س م غ خطلری دخی بر برینه موازی اولمغین م غ کـ
س ح غ زاویه لری قطع زائده منبـاد لتان وقطع ناقصده
داخله وخارجه اولمغله بر برینه مساوی اولوب اشبو زاویه لردن
هر بری س ح زاویه سبله مجموعی قائمیه مساوی اولمغین
غ م کـ زاویه سی س ح زاویه سنه مساوی اولوب م کـ غ

ح س ح زاویه قائمه‌لری دخی بر برینه مساوی اولمغین ح س
مثلثی غ م ک مثلثنه مشابه اولورایمدی م غ : م ک :: ح : ح س
اولوب م غ ح س مستطیلی ح م ک یاخود اکا مساوی اولان
ح ح مستطیلنه مساوی اولورلکن ح ح مستطیلی
ح ا مر بعنه مساوی اولمغین (دعوی غ) م غ ح س مستطیلی
دخی نصف محور صغیر اولان ح ا مربعنه یاخود اکا مساوی
اولان قطر بجانب ایله ضلع قائمندن حاصل اولان مستطیلك
ربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) م غ ح س مستطیلی ح ا مربعنه مساوی اولوب
ا ح مربعی دخی ص ر ⊃ ع مستطیلنه مساوی اولمغین ص ر
⊃ غ مستطیلی م غ ح س مستطیلنه مساوی اولوب ص ر :
ح س :: م غ : ⊃ ع اولور

نتیجه ٢) ر ط ص ح ط س غ ط م ع ط ⊃ مثلثلرنده اولان
ط ص ر ط س ح ط م غ ط ⊃ ع زاویه‌لری قائمه اولوب ط
زاویه‌سی دخی مشترکه اولدیغندن ذکر اولنان مثلثلر برینه
مشابه اولورایمدی ص ط : ص ر :: ط س : ح س اولوب وکذا
ط م : م غ :: ط ⊃ : ⊃ ع دخی اولوراشبو مناسبلرك تالیلری
یعنی ص ر : ح س :: م غ : ⊃ ع اولمغین (نتیجه ١) مقدماری
دخی متناسب اولوب ص ط : ط س :: ط م : ط ⊃ اولمغله
ص ط ط ⊃ مستطیلی م ط ط س مستطیلنه مساوی
اولور

نتیجه ٣) ذکر اولنان مثلثات متشابهه دن اضلاع باقیه‌لری
دخی متناسب اولمغله ص ط : ح ط :: ط غ : ط ع اولوب

ص ط ط ع مستطیلی ح ط ط غ مستطیلنه مساوی اولور

* * * دعوی * * *

هرقنغی قطع مخروطك متحنی‌سی اوزرنده مفروض هرقنغی
نقطه‌دن برخط تماس رسم نقطهٔ تماسدن دخی قطع مذکور
محورینی برنقطه‌ده قطع ایدرخط تماس مذکوراوزرینه برعمود
اخراج اولنوب عمود مزسو مسك محور دن قطع ایلدیکی
نقطه دن دخی نقطهٔ احتراق ایله نقطهٔ تماس بینینه وصل
اولنان خط شعاع اوزرینه برعمود آخردخی اخراج اولندقده
عمود ثانی مذکور لك خط شعاع مز بوردن قطع ایلدیکی
نقطه ایله نقطهٔ تماس بینینده واقع اولان بعد محور مذکورلك
نصف ضلع قائمنه مساوی اولور

(شکل فو فر فح)

مثلا) هرقنغی قطع مخروطك م ⊃ ص متحنی‌سی اوزرنده
مفروض م نقطه‌سندن رسم اولنان م ر خط مماسی اوزرینه
قطع مذکور محورینی غ نقطه‌سنده قطع ایدر م غ عمودی
اخراج اولنوب غ نقطه‌سندن دخی هرقنغی م ھ خط شعاع
اوزرینه غ ء عمودی اخراج اولندقده اشبو ء نقطه‌سیله م
نقطهٔ تماس بینینده واقع م ء بعدی محور مذکورلك نصف
ضلع قائمنه مساوی اولور زیراقطع مکافیده م نقطه‌سندن
⊃ غ محورینه موازی م ر قطری رسم محور مذکوره دخی
م ک خط ترتیبی رسم اولندقده غ م ء ء م ر زاویه‌لری متجوعی
غ م ر زاویه‌سنه مساوی اولوب غ م ر م س زاویه‌لری
متجوعی دخی غ م س زاویهٔ قائمه سنه مساوی اولمغین غ م ء
ء م ر زاویه‌لری متجوعی غ م ر م س زاویه‌لری متجوعنه

مساوی اولور لکن ءم ر زاویه‌سی ءم س زاویه‌سنه مساوی
اولمغله (دعوی بط) غ م ء زاویه‌سی غ م ر یاخود اکا مساوی اولان ه م ر زاویه‌سنه
ولان م غ ک زاویه‌سنه مساوی اولوب غ ک م ء غ زاویه‌سی
قائمه‌لری دخی بربرینه مساوی اولمغین غ م ک م غ ء زاویتان
باقیتان دخی بربرینه مساوی اولوب غ م ضلعی دخی مشترک
اولدیغندن م غ ء غ م ک مثلثلری بربرینه هم مساوی وهم
مشابه اولوب ء م خطی غ ک خطنه مساوی اولورلکن غ ک
خطی تحت قائم اولوب محور مذکورك نصف ضلع قائمنه
مساوی اولمغله (دعوی ط نتیجه ١٦) ء م بعدی دخی نصف
ضلع قائم مذکوره مساوی اولور وقطع زائد ایله قطع ناقصده
ح مرکزندن ه م خط شعاعه موازی وخط مماسه منتهی ح ے
خطی رسم غ م عودینه موازی دخی ح س خطی رسم اولندقده
ے س ح س یاخود اکا مساوی اولان ه م ر زاویه‌لری
مجموعی قائمه‌یه مساوی اولوب غ م ء ه م ر زاویه‌لری مجموعی
دخی قائمه‌یه مساوی اولمغین ے ح س ز زاویه‌سی غ م ء
زاویه‌سنه مساوی اولوب ے س ح م ء غ زاویه‌ قائمه‌لری
دخی بربرینه مساوی اولمغله زاویتان باقیتان دخی بربرینه
مساوی اولوب ے ح س غ م ء مثلثلری مشابه اولورلر ایمدی
ے ح : ح س :: م ء : اولوب ے ح م ء مستطیلی ح س م غ
مستطیلنه مساوی اولور لکن ح س م غ مستطیلی ص ق
مجور یله ضلع قائمندن حاصل اولان مستطیلك ربعنه یاخود
ح م نصف محور یله نصف ضلع قائمندن حاصل اولان
مستطیله مساوی اولوب (دعوی ل) ح ے خطی دخی ح ن

نصف محوربنه مساوی اولمغین (دعوی کا) ء م خطی
نصف ضلع قائم مذکوره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه ١) غ نقطه سندن و م خط شعاع آخر اوزرینه غ ص
چودی اخراج اولندقده م ص خطی کذلك نصف ضلع
قائم مزبوره مساوی اولورزیرا م غ ء م ع ص مثلثلرندن ء م غ
م ع غ زاویه‌لری بربرینه مساوی م ء غ ع ص غ زاویه‌ قائمه‌لری
دخی بربرینه مساوی اولمغین زاویتان باقیتان دخی بربرینه
مساوی اولوب م غ ضلعی دخی مشترك اولدیغندن م ء
ضلعی م ص ضلعنه مساوی اولور لکن م ء خطی نصف
ضلع قائمه مساوی اولمغین م ص خطی دخی نصف ضلع
قائمه مساوی اولور

* * * دعوی اب * *

قطع زائد ایله قطع ناقصك مرکزندن محور اول مخرجیله خط
مماسك تلاقی نقطه لری آره سنده واقع بعدك تماس نقطه
سندن خط تماس اوزرینه اخراج اولنان عمودك محورمذکوردن
مرکز طرفنده فضل ایلدیکی بعده مستطیلی مرکز ایله
هر قنجی نقطهٔ احتزاق آرا سنده واقع بعدك مربعنه
مساوی اولور

مثلاً ق ص قطع زائد ایله قطع ناقصك ح مرکزندن ص ق
محور مخرجیله م ط خط مماسك تلاقی نقطه لری آرسنده
واقع ط ق بعدینك تماس نقطه سندن خط مماس مذکور
اوزرینه اخراج اولنان م غ عمودینك محور مذکوردن مرکز
طرفنده فضل ایلدیکی ح غ بعدینه مستطیلی مرکز ایله

نقطه احتراق آره سنده واقع ح هـ ياخود د د مربعنده
مساوی اولور زیرا وط: طهـ:: وغ: غهـ اولوب (دعوی کا
نتیجه٥) قطع ناقصده ترکیب طریقیله دخی مجموع وط
طهـ: طهـ :: مجموع وغ هـ: غهـ اولور وقطع زائده
فضل وط طهـ: طهـ:: فضل وغ هـ: غهـ اولوب یعنی
ضعف ط: طهـ:: ضعف ح: غهـ اولور (لاحه ١٠٢) اشبو
مقدمه‌لرك نصفی اخذ اولندقده ح ط: طهـ:: ح هـ: غهـ اولوب
قطع ناقصده قلب طریقیله دخی ح ط: فضل ح ط طهـ::
ح هـ: فضل ح هـ غهـ اولورلکن ح ط طهـ خطاری بینده
اولان فضل ح هـ خطی اولوب ح هـ غهـ خطاری بینده اولان
فضل دخی ح غ خطی اولمغین ح ط :: ح هـ :: ح هـ: ح غ اولور
وقطع زائده ترکیب طریقیله دخی مجموع ح ط طهـ : ح ط::
مجموع ح هـ غ هـ: ح هـ اولوب ح ط: ح هـ :: ح هـ: ح غ اولغله ح ط
ح هـ ح غ خطـاری علی الولاء متناسب اولوب ح ط ح غ
مستطیلی ح هـ یاخود ح و مربعنه مساوی اولوب مطلوب
ثابت اولور

نتیجه١) ح ك نصف محور مربعنك ح هـ بعدی مربعنه نسبتی
مرکز ایله م ك خط ترتیب آره سنده واقع ح ك خطنك کذلك
مرکز ایله م غ عمودینك محوردن قطع ایلدیکی غ نقطه‌سی
بینده واقع ح غ خطنه نسبتی کبی اولور زیرا ح ك مربعی
ط ك مستطیلنه مساوی اولوب (دعوی ط (نتیجه ١١)
ح ط ح غ مستطیلی دخی ح هـ مربعنه مساوی ح ط ضلعی
دخی مشترك اولدیغندن مستطیل ح ط ح ك یاخود مربع

(لاحه ١٠٢)

زیرا وح خطی ح هـ خطنه مساوی
اولمغین وط خطی ح هـ خطنك
ضعفی ایله هـ ط خطنك مجموعنه
مساوی اولوب وط طهـ خطاری
مجموعی دخی ح هـ خطنك مجموعنه
هـ ط خطنك ضعفی مساوی اولوب مجموع وط طهـ:
ضعف ط: طهـ :: مجموع وغ غهـ اولغله
ضعف ح: طهـ :: ح هـ: غهـ اولغله
زائده ح ح: غهـ اولور وقطع
مساوی اولوب وط خطی ح هـ خطنه
خطاری مجموعنه یاخود ح هـ ح ط
خطیله ح ط خطنك ضعفی
مجموعنه مساوی اولغله وط طهـ
ضعفنه مساوی اولان فضل ح ط
وط طهـ خطـ:: فضل وغ غهـ
غهـ اولدیغندن ضعف ح ط خط
هـ:: وغ: غهـ :: ضعفی ح هـ:
غهـ اولور

ح هـ:: ح ك: غ اولغین مربع ح ك: مربع ح هـ
:: ح ك: غ اولور

نتیجه٢) ح ك خطنك ح غ خطنه نسبتی ح ك مربعنك
ح هـ مربعنه نسبتك قوی‌سی اولغله م نقطه‌سی تعیین
اولنه‌یلور

* * *
* * دعوی ٤ *

هر قنغی قطع مخروطده ایکی خط تماسك تقاطع نقطه‌سندن
اول قطعك منحنی‌سنی ایکی نقطه‌ده وتماس نقطه‌لری
بینه وصل اولنان خطی دخی بر نقطه‌ده قطع ایده‌رك
برخط قاطع رسم اولندقده اشبو خط مرسوم نقطهٔ متذکوره
نسبت تالیی اوزره تقسیم اولنور

مثلا هر قنغی ك ب ص قطع مخروطده ب هـ ، هـ خط
تماسلرك تقاطع ایلد کلری هـ نقطه سندن اول قطعك
منحنی سنی ا ح نقطه لرنده ب ء نقطهٔ تماسلری بینه
واصل اولنان ب ء خطی دخی ء نقطه سنده قطع
ایدرك هـ ح خطی رسم اولندقده اشبو خط مرسوم هـ ا ، ح
نقطه‌لرنده نسبت تألیفی اوزره تقسیم اولنوب یعنی هـ ح:
ح ء:: هـ ا : ا ، اولورزیرا ء خطنی کنقطه سنده تنصیف
ایدرك هـ ص قطری رسم اولنوب ا ح نقطه لرندن دخی ب ء
خطنه موازی رسم اولنان ا م ح س خطلرینی دخی ل ،
نقطه سنده تنصیف ایدوب ا م ح س خطلرینه مذکورین
هب خط تماس مخرجنی غ غ نقطه‌لرنده قطع ایدنجه دکین
اخراج اولندقده مربع هـ ، : مربع ل:: مربع غ ، : مربع

ع د و:: مربع ح ر: مربع ال اولور غ ر مربعی ح ر مربعیله
ح غ غ س مستطیلی مجموعنه مساوی (لاحه ٥٣) ع ل
مربعی دخی ال مربعیله م ع ا مستطیلی مجموعنه مساوی
اولمغین و:: مستطیل ح غ غ س : مستطیل م ع ع ا اولور
لکن مستطیل ح ع غ س: مستطیل م ع ع ا:: مربع غ ب :
مربع ع ب اولمغین (دعوی بو) نتیجه ٣) مربع غ ب : مربع
ع ب :: مربع ه ر: مربع ه ل و:: مربع ع ه: مربع
ه ع اولمغین غ ب : ع ب :: ه ر: ه ل و:: غ ه : ه ع
اولوب غ ه : ه ع :: غ ب : ع ب اولمغله غ ه خط مماسی
غ ب ع ه نقطه لرنده نسبت تألیفی اوزره تقسیم اولنمغین
(لاحه ١٠٣) غ ر ب ع م خطوط متوازیه سیله ه ح
خطی دخی نسبت تألیفی اوزره ه ا ے ح نقطه لرنده تقسیم
اولنوب ه ح : ه ا :: ح ے : ے ا اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) هر قنمی ه ب خط مماسی ه
نقطه سندن اول قطعه منحنی سنی ا ح نقطه لرنده
قطع ایدر ه ح خطفا طعی رسم اولنوب نسبت
تألیفی اوزره ه ح : ه ا :: ح ے : ے ا اولسه ے نقطه سندن مرور
ایدن ب ے خطی رسم واستقامت اوزره اخراج اولندقده
منحنی مذکوری ء نقطه سنده قطع ایدوب ه ط نقطه لری
بینده وصل اولنان ه ط خطی خط مماس اولور زیرا خط مماس
مذکور ء نقطه سنده مماس اثبوب دیکر ذ نقطه سنده مماس
ایلسه اشبو ذ نقطه سیله ب نقطه سی بینده ذ ب خطی وصل

اولندقده ا ح خطنی ے نقطه سنده قطع ایتمیوب دیکر ث
نقطه سنده قطع ایتمکین ه ح : ه ا :: ث خ : ث ا اولمق لازم کلوب
لکن بالفرض ه ح : ه ا :: ے ح : ے ا اولمغله ث ح خطی ے ح
خطنه مساوی اولمق لازم کلور بو ایسه خلاف در اول سیبدن
ذ نقطه سنده مماس ایتمیوب فقط ء نقطه سنده مماس ایدر

نتیجه ٢) قطع مخروطك خارجنده واقع ه نقطه سندن قطع
مذکور منحنی سنی ایکی نقطه ده قطع ایدر ه ا ح خطی رسم
اشبو خط هر سوم منحنیدن قطع ایلدیکی نقطه لرایله اوزرنده
مفروض دیکر ے نقطه سنده نسبت تألیفی اوزره تقسیم اولنسه
ه نقطه سندن ه ص قطری رسم اولنوب ے نقطه سندن
دخی قطر مذکوره ب ے ء خط ترتیبی رسم اولندقده ء
نقطه لرندن وصل اولنان ب ه ء ه خطلری قطع مذکوره
خط مماس اولور زیرا ب ے ء نقطه لری بینده وصل اولنان ب ء
خطی ے نقطه سندن مرور ایتمکین ه ا ح خطی نسبت تألیفی
اوزره تقسیم اولنمغله خطین مذکورین خط مماس
اولور

نتیجه ٣) قطع مخروطك خارجنده واقع ه نقطه سندن
ه ا ح ه م س خط قاطعلری رسم اولنوب منحنیدن قطع
ایلدکلری نقطه لرایله ے ش نقطه لرنده نسبت تألیفی اوزره
تقسیم اولنسه لر اشبو ے ش نقطه لرندن مرور ایدن ء
خطی رسم اولندقده منحنیدن قطع ایلدیکی ء نقطه لرایله
ه نقطه سی بینده وصل اولنان ب ه ء ه خطلری قطع
مذکورك خط مماسلری اولورلر

دعوی ٤٥

هرقنغی قطع مخروطده رسم اولنان خطین مماسینك تلاقی نقطه سندن اول قطعك ممخی سنه ایکی خط قاطع رسم اولنوب ایشبو خطلردن هربری ممخیٔ مذکوری قطع ایادیکی ایکیشر نقطه ده بینده وصل اولنان ایکی خط مستقیملردن بریسی مماس نقطه‌لری بینده وصل اولنان خطه موازی اولور ایسه خط آخر دخی موازی اولور واکر خط مذکور ایله‌داخلده وباخارجده برنقطهٔ معینده تلاقی ایدر

ایسه خط مذکور آخر دخی اول نقطه‌ده تلاقی ایدر

(شکل فط ص صاصب صحصد)

مثلا) هرقنغی ⊃ب ص قطع مخروطده ده ب هـ خطین مماسینك هـ نقطهٔ تلاقیسندن هـ ا ح هـ م س خط قاطعلری رسم اولنوب ⊃ب ص ممخی سنی ا ح م س نقطه‌لرنده قطع ایدوب ام س ح خطلری دخی وصل اولندقده اشبو خطلردن ام خطی ب ء نقطهٔ مماسلرینده وصل اولنان ب ء خطنه موازی اولسه س ح خطی دخی موازی اولورواکر ب ء خطیله خارجده وبادا خلده ت نقطه سنده تلاقی ایدر ایسه س ح خطی دخی ت نقطه سنده تلاقی ایدر زیرا ام خطی بالفرض ب ء خطنه موازی اولوب هـ ا : ا ب :: هـ م : م ش اولوب هـ ح هـ س خطلرینك نسبت تألیفی اوزره تقسیم اولنملرندن دخی هـ ا : ا ب :: هـ ح : ح ء وکذالك م ش : ش س اولمغله هـ س : س ش : : هـ ح : ح ء اولوب بدل طریقیله دخی هـ س : هـ ح : : س ش : ح ء و : : هـ ش : هـ ء اولور هم اهـ ش ء مثلثلرینك مشابهتندن دخی و : : نه م : نه ا اولوب بدل طریقیله دخی هـ ح :

هـ ا : : هـ س : هـ م اولمغین ح س خطی ام ب ء خطلرینه موازی اولور وینه ح س خطی ب ء خطیله ت نقطه سنده تلاقی ایلسه ام خطی دخی ح س خطیله ت نقطهٔ مذکوره‌ده تلاقی ایدر زیرا ام نقطه‌لرندن ح ت خطنه موازی ق ا ف ر م ط خطلری رسم اولوب ت ے خطی دخی ر ق نقطه‌لرنده تلاقی ایدیجه دکین اخراج ت هـ خطی دخی وصل اولنمغله خطین مذکورینی ف ط نقطه لرنده قطع ایلدکده ح ت ا ف :: ح هـ : ا و : : ح ے : ے ت ح ے : ے ا ق (دعوی ٤٥) مثلثلری مشابهتندن دخی و : : ح ت : ا ق اولمغله ا ف خطی ا ق خطنه مساوی اولوب (مقاله ٥ دعوی ے من اصول هندسه) م ط خطی دخی م ر خطنه مساوی اولور (لاحه ١٠٤) بمدن ام ت م خطلری وصل اولندقده ف ت ف مثلثنده واقع ف ق ر ط خطین متوازیتی ام خطی مساوات نسبتی اوزره تقسیم ایتمکین ت م ا خطی خط واحده مستقیم اولوب ح س ام خطلری ب ء خطیله ت نقطه سنده تلاقی ایدوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) هـ ا ح هـ م س خط قاطعلری بربرینه غایت تقرب ایلـکچه ام ح س خطلری دخی غایت اصغر اولمغله اول قطعك ممخی سنك غایت برجزء اصغرینه تلاقی ایدوب اشبو ام ح س خطلری اخراج اولندقده ت نقطه سنده تلاقی وهربری خطماس اولورایمدی هـ ب هـ ء خطماسلرك هـ نقطهٔ تلاقیسندن ممخی یی ا ح نقطه لرنده قطع ایدر هـ ا ح خطی رسم اولنوب ذکر اولنان نقطه لرندن دخی ایکی خط

(لاحه ١٠٤)
زیرا س هـ : هـ م :: س ش : ش م
دعوی ٤٥ ایله هـ م هـ س :: س ش : ش م
مشابهتندن دخی س هـ : هـ م :: س ش : ش م
مثلثلری مشابهتندن دخی س ش : ش م :: س ت : ت م
ف م :: س ت : ت م اولوب ف م خطی
هر خطنه مساوی اولور

(شکل ضه ضو)

تماس آخر دخی رسم اولنده قده خطین تماسین اولینك ء
نقطه لری بینده وصل اولنان ء خطیله ت نقطه سنده تلاقی
ایدرلر وکذالك ء خطی ت نقطه سنده تلاقی ایدر ا ت خط
تماسی رسم ح ت خطی دخی وصل اولندقده اشبو ح ت خطی
دخی کذالك خط تماس اولور

نتیجه ٢) ا ت خطی ت ء ب نقطه ایله خط مذکور خط
قاطع ایله ء نقطه تلاقیسنده نسبت تألیفی اوزره تقسیم
اولنوب یعنی ب ت : ت ء :: ب ء : ء ا اولور (عوی ط)

* * دعوی له * *

هرقنجی قطع مخروطده هر قنجی ایکی خط تماسك تلاقی
نقطه سندن تماس نقطه لری بینده وصل اولنان خطی
برنقطه ده واول قطعك محیطی سنی دخی ایکی نقطه ده قطع
ایدر پرخط قاطع رسم اولنوب خط قاطع مرسومك تلاقی
نقطه سی طرفنده محیطدن قطع ایلدیکی نقطه دن تماس
نقطه لری بینده وصل اولنان خطه موازی برخط مستقیم رسم
اولندقده محیطك مذکوری برنقطه ده قطع ایدوب اشبو
قطع ایلدیکی نقطه ایله خط قاطعك محیطدن قطع ایلدیکی
دیکر نقطه بینده برخط مستقیم وصل اولندقده اشبو خط
واصل تماس نقطه لری بینده اولان خط مزبوری تنصیف
ایدر وبنه ذکر اولنان تلاقی نقطه سندن تماس نقطه لری
بینده اولان خط مزبوره موازی خط واصل مخرج مرقومی
برنقطه ده قطع ایدر برخط مستقیم رسم اولندقده اشبو خط
مرسوم مخرج نقطه مذکوره ایله تماس نقطه لری بینده

(شکل مبرّ صح)

واصل اولان خطك تنصیف نقطه سیله محیطدن قطع
ایلدیکی ایکی قطعه ده نسبت تألیفی اوزره تقسیم اولور
مثلا) هرقنجی ب ا ح قطع مخروطده هب ء خط تماسك
ه نقطه تلاقیسندن تماس نقطه سی بینده وصل اولنان ب ء
خطی ء نقطه سنده قطع ایدر ها ء ح خط قاطعی رسم
ب ء خطنه موازی ا نقطه سندن محیطی به دکین ا م خطی
رسم اولنوب ح م خطی دخی وصل اولندقده اشبو ح م خطی
ب ء خطنی ك نقطه سنده تنصیف ایدر وبنه ه نقطه
سندن ب ء خطنه موازی ح م خط مخرجی د نقطه سنده
قطع ایدر ه د خطی رسم اولندقده اشبو ح د خطی ح ك
م و نقطه لرنده نسبت تألیفی اوزره تقسیم اولنوب یعنی ح د
و م :: ح ك : ك م اولور زیرا ب ء اوم هو خط لری بالعمل
موازی اولوب ح ه : ه ا :: ح و : و م و :: ح ء : ء ا و :: ح ك :
ك م اولور لکن ح ه خطی نسبت تألیفی اوزره تقسیم اولنمغین
(دعوی ط) ح وخطی دخی اشبو خط وطه متوازیه ایله نسبت
مذکوره اوزره تقسیم اولنوب ح و : و م :: ح ك : ك م اولور
وبنه ام خطنی ل نقطه سنده ام خطنه موازی اولان
ح ط خطنی دخی ط نقطه سنده قطع ایدر ه ك خطی
رسم اولندقده ح و : و م یاخود ح ه : ه ا :: ح ط : ا ل و ::
ح ك : ك م اولوب ط ك ح ل ك م مثلثلرینك مشابهتندن
دخی و :: ح ط : ل م اولغله ح ط : ا ل :: ح ط : ل م اولوب
ا ل خطی ل م خطنه مساوی اولور لکن ا م خطی ه نقطه
تلاقیسندن رسم اولنان ه ل ك قطرینك خط تنصیفی ولیغین

خط مذکور موازی رسم اولنان ب ء خطی دخی قطع مذکورك
خط ترتیبی اولمغله وم ح خطیله ك نقطه سنده تنصیف
اولنوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) تماس نقطه لری بینده وصل اولنان ب ء خطنك
كنقطهٔ تنصیفندن مرور ایدر هرقنغی ح ك خطی رسم
واستمامت اوزره اخراج اولندقده اول قطعك منحنی سی
ح م نقطه لرنده ب ء خطنه موازی ه نقطه سندن رسم
اولنان ه و خطنی دخی و نقطه سنده قطع ایلدکده اشبو
خط مرسوم وم ح نقطه لرنده نسبت ثالثی اوزره تقسیم

اولنور (لاتحه ١٠٥)

نتیجه ٢) ب ء خطنه موازی اولان ه و خطنك هرقنغی
و نقطه سندن و احد تماسی رسم اتفاقله سندن دخی ب ء
خطنك كنقطهٔ تنصیفندن مرور ایله منحنی یی س نقطه سنده
قطع ایدر اس خطی رسم اولنوب س نقطه لری بینده
وصل اولنان س و خطی خط تماس اولور زیرا وح وم ح ك
نقطه لرنده نسبت ثالثی اوزره تقسیم اولنور (دعوی مذکوره)
خطی واخط تماس اولوب وس خطی دخی س نقطه سنده
تماس ایتز ایسه نقطه مذکوره نك فوقنده و یاتحتنده دیکر
بر نقطه ده ع س تقسیم اولوب واشبو تماس نقطه لری بینی واصل
اولندقده م ح خطنی ك نقطه سنده قطع ایتمیوب دیکر بر نقطه ده
قطع ایدر (لکن تماس نقطه لری بینده واصل اولنان خط خطین
تماسینك ثلاثی نقطه سندن رسم اولنان خط قاطعی نسبت
ثالثی اوزره تقسیم ایتمکین (دعوی خ) خط مذکور دخی

(لاتحه ١٠٥)

ء خطنك ك نقطه سنه تنصیفندن
مرور ایدن ح م خطنك م نقطه
سندن رسم اولنمقده سو
وه خطلرینه موازی اولورزرا
خط مذکور موازی اولیسه دیکر
ح نقطه سندن رسم اولنش اولان
اخراج اولنمقده (ح ث) خطی
اولمز نسبت ثالثی اوزره تقسیم
اولنش اولوب ح ع خطی ع ء
(دعوی مذکوره) اولیسه سابق
وسیدن ام خطنه موازی اولمز
س ر ه خطلرینه موازی اولمیوب
فقط ام خطی موازی اولمسی
خطی دخی وم ح خطی نقطه لرندن
نسبت ثالثی اوزره تقسیم اولنور

خط قاطع مرقومی ك نقطه سنك غیر بسنده نسبت مذکوره
اوزره تقسیم ایتمش اولور بو ایسه خلافدر بو سبیدن وس
خطی فقط س نقطه سنده تماس ایدز (لاتحه ١٠٦)

نتیجه ٣) ك نقطه سندن هرنه قدر س ا ح م خطلری رسم
اولندقده اشبو خطلرك نهایه لرندن رسم اولنان س و ا و
م غ ح غ خطلری و غ خط مرسی اوزرنده تلاقی ایدرلر
(لاتحه ١٠٧ و ١٠٨) واشبو ذکر اولنان ك نقطه سی مرکز
اولمیوب زیرا نقطهٔ مذکوره مرکزده واقع اولسه مرور ایدن
خطلرك نهایه لرندن رسم اولان خط تماس لر اصلا تلاقی ایتمزلر

نتیجه ٤) ه نقطهٔ احتراقندن مرور ایدر هرقنغی
س ر خطنك نهایه لرندن رسم اولنان س و ص و خط تماسلری
غ و خط مرسی ده واقع ونقطه سنده تلاقی ایدرلر قطع مکافیده
(دعوی بط) وقطع زائد ایله قطع ناقص دعوی کط نتیجه ٣)

* * * دعوی لو * * *

هرقنغی قطع مخروطده نقطهٔ احتراقندن منحنی یه خروج
ایدن هرقنغی ایکی خط شعاعك منحنیدن قطع ایلدکلری
نقطه لرندن ایکی خط تماس رسم اولنوب اول خط تماسلرك
تلاقی نقطه سندن نقطهٔ احتراق بینی وصل اولندقده اشبو
خط وصل خط شعاع مذکور لردن حادث اولان
زاویه یی تنصیف ایدر

مثلا) هرقنغی د س ب قطع مخروطده ه نقطهٔ احتراقندن
خروج ایدن هرقنغی ه ا ه ب خط شعاعلرك منحنیدن
قطع ایلدکلری ا ب نقطه لرندن ا ب ء خط تماسلری

(لاتحه ١٠٦)

هرقنغی ونقطه سندن واوس خط
تماسلری رسم اس خطی دخی وصل
اولندقده ه و خطنه موازی اولمز
س ر خطنك ك نقطهٔ منتصفی
ایلدیکی ك نقطه سی دیکر سق نقطه
سی اولسه اق ذ خطی احتراج ذ
وذ خطی خط تماس اولش اولور
لکن بالفرض وس خطی خط تماس
اولمغین بر نقطه دن ایکی خط تماس
اولمق لازم کلور بو ایسه خلافدر

رسم اولوب اشبو خط مماسلرك ء نقطهٔ تلاقيسى
ايله ه نقطهٔ احتراق بينسه ه ء خطى وصل
اولنسه دقده اشبو ه ء خطى ه ا ه ب خط شعاعلردن
حادث اولان اه ب زاويه‌سنى تنصيف ايدرز زيرا ه ء خطى
ه جهتنه اخراج اولندقده منحنى مذكورى س ء نقطه‌لرنده
ا ب خطى دنى ء نقطه‌سنده قطع ايدوب س ء نقطه‌لردن
دنى س و ء و خط مماسلرى رسم اولندقده اشبو خطين
مماسين ا ب خطيله غ وخط مرينك د نقطه‌سنده تلاقى
ايدرلر (دعوى له نتيجه ٤) ايمدى خط مر يى مذكوره اح
ب غ عمودلرى اخراج اولندقده ح و اغ وب مثلثلرى مشابه
اولوب ب غ : اح :: ب و : او اولورلكن ب و خطى ب ء او
نقطه‌لرنده نسبت تأليفى اوزره تقسيم اولنمغين (دعوى لد
نتيجه ٢) ب و : او :: ب ء : ء ا اولورو كذا ب غ : ب ه :: اح
: اه اولوب (دعوى بط نتيجه ٣) بدل طريقيله دنى ب غ
: اح :: ب ه : اه اولمغين ب ء : ء ا :: ب ه : ه ا اولور
بونقديرجه اه ب مثلثنك ب ه ا زاويه‌سى وترى اولان ب ا
ضلعى ه ء خطيله ه ب ه ا ضلعلرينك نسبتى اوزره تقسيم
اولنمغين اه ب زاويه‌سى ه ء خطيله تنصيف اولنوب
(مقاله ٦ دعوى ء من اصول هندسه) مطلوب ثابت
اولور

نتيجه ١) ه نقطهٔ احتراقندن خروج ايدن ه س ء ه خط
شعاعلرى خط واحد مستقيم اولسه نهايتلرندن رسم اولنان
س و ء و خط مماسلرى غ وخط مر بينك و نقطه‌سنده تلاقى

(الصحيفه ١٠٨)
اس ع ح نقطه‌لرندن اخراج اولنان
اوس وع م غ خط مماسلرى وع
خط مر يى اوزرنده برر يله تلاقى
ايدرلر زيرا او خط مماسى وع ء
نقطه‌سنده موازى اولدى يعنى وع ء
خطيله و نقطه‌سنده تلاقى ايدر
وكذا س ء خطنك كه نقطه
منتصفندن مى ور ايدن م كه ح
خطنك ح نهايتيله ع نقطه‌سى
بينه وصل اولنان ح ع خطى خط
عاس اولديغندن او س و ع ح ع
خط مماسلرى ع نقطه‌سنده بر يله اوزرنده
تلاقى ايدرلر

ايدوب وه خطى دنى وصل اولندقده س ء خطى اوزرينده
عمود اولور زيرا س ه ء ه و زاويه‌لرى مجموعى ايكى قائمه يه
مساوى اولوب وه س و ه ء زاويه‌لرى دنى برر ينه
مساوى اولغله (دعوى مذكوره) هر برى قائمه اولوب ه ء
خطى س ء خطى اوزرينه عمود اولورقطع مكافيده دنى
(دعوى بط نتيجه ٩) اثبات اولنمشدر

نتيجه ٣) منحنيده واقع س ء نقطه‌لرى آره سنده هر قنجى ا
نقطه سيله ه نقطهٔ احتراق بينه اه خطى وصل اولنوب
كذلك ا نقطهٔ مذكوره دن ات اط خط مماسلرى رسم
اولنوب ء و و خط مماس آخرلرى ت ط نقطه لرنده قطع
ايلدكارينده وصل اولنان هت ه ط خطلرنده حادث اولان
ط هت زاويه سى قائمه اولورز يرا ه ا زاويه سى ء ه ا
زاويه سنك نصفى ا ه ت زاويه سى دنى اه س زاويه سنك
نصفى اولوب (دعوى مذكوره) ء ه ا ه س زاويه‌لرى
مجموعى ايكى قائمه يه مساوى اولمغين ط ه ا ه ت زاويه‌لرى
مجموعى ياخود انار ه مساوى اولان ط ه ت زاويه سى قائمه اولور

* * * دعوى ل * * *

قطع زائدك نقطهٔ رأسندن برخط مماس رسم وقطر مجانبك
طرف آخرينه استقامت اوزره اخراج اولنوب قطر مجانب
ايله ضلع قائمندن حاصل او لان مستطيلك ربعنه مساوى
اولان نصف قطر مزدوج مر بعى ضلعنه مساوى اولديغى
قطر مجانب مذكورك ايكى طرفنده كائن خط مماس مذكوردن
برر قسم اخذ وتعيين او لنوب قطع مذكورك مركزيله

قسمين مذكور بنك نها يتلرى بينه ور خط مستقيم وصل
واستقامت اوزره اخراج اولنه قده خطين موصولين ايله
منحنى ممزبور بينى غايت اصغر اولمه رق ربعده مفروض مقدارى
قريب اولسه لر دخى اشبو خطين مرقومين ايله منحنى
مذكورالى غير النهايه اخراج اولنسه لر اصلا تلاقى ايتمزلر
مثلا) م ص قطع زائدلك ص نقطه سندن ص خط مماسى
رسم ص قطر مجانيك طرف آخرينه استقامت اوزره
اخراج اولنوب ص قطر مجانى ايله س ضلع قائمندن
حاصل اولان مستطيلك ربعنه مساوى اولان نصف قطر
مزدوج مربعنك ب ضلعنه مساوى اولمه رق خط مماس
مذكوردن ص ا قسمارى اخذ اولنوب ه مركزندن ه
ا خطلرى وصل واستقامت اوزره اخراج اولنه قده
خطين مرقومين ايله منحنى مذكور بينى غايت اصغر
اولمه رق غ بعدى مقدارى قريب اولسه لر دخى اشبو خطين
مرقومين ايله منحنى مذكور الى غير النهايه اخراج اولنسه لر
اصلا تلاقى ايتمزلر واشبو ه ا خطلر بنه قطع زائدلك خطين
غير واقعينى تسميه اولنورلر زيرا ص خط مماسنه موازى قطر
مذكور ه م ك وخط ترتيبى رسم ه ا خطين غير واقعينى
ف نقطه لرنده قطع ايدر تجيه دكين اخراج اولنه قده ك:
ك :: ا ص : ه ؟ ص اولوب ا مرنى بالفرض ص ص
مستطيلنك ربعنه مساوى ه ص مربعى دخى ص مربعنك
ربعنه مساوى اولمغين مربع ك : مربع ك :: ربع مستطيل
ص ص : ربع مربع ص ص اولور اشبو مقدم ثانى ايله

تالى ثانينك دردنجى مثلى اخذ اولنه قده مربع ك : مربع ك ::
مستطيل ص ص س : مربع ص ص و :: ص س : ص اولوب
باخود و :: مربع م ك : مستطيل ص ك ك (دعوى ه
نتيجه ٦) اولمغين مربع ك : مربع ك :: مربع م ك :
مستطيل ص ك ك اولمغله و :: مستطيل م م ف : مربع
ص اولور (لاجه ٥٣) ايمدى مستطيل م م ف : مربع ص ::
مربع ا ص : مربع ص دخى اولمغله م م ف مستطيلى ا ص
مربعنه مساوى اولوب م ف : ص :: ا م : ا م اولورلكن م ف
خطى ص خطنه دن اعظم اولمغين ا ص خطى دخى م م
خطندن اعظم اولور بوتقديرجه قطع زائد مذكورالى غير
النهايه اخراج اولنسه م ف خطى ص خطندن اعظم اولمغين
ا ص خطى دخى م م خطندن اعظم اولورايمدى م م خطى
غ بعدينه مساوى اولسه م ف : ص :: ا م : غ اولوب ا م خطى
م م خطنه دن اعظم اولمغله غ بعدندن دخى اعظم اولور
ايمدى قطع زائد مذكورلك م ك خط ترتيبى ايله ف ك خطى
غايت يولك اولسه مجموعلرى اولان م ف خطى ص خطندن
اعظم اولوب ا ص خطى دخى منحنى مذكور ايله ه خطى
يننده واقع م م ياخود غ مقدارى تقرب ايلسه مقدار
مذكوردن اعظم اولمغين اصلا تلاقى ايتمزلر والحاصل هر بار
م م مستطيلى ا ص ربعنه مساوى اولمغله م ف : ا ص ::
ا م : م م اولدينندن خطين مذكورين ايله منحنى مذكورالى
غير النهايه اخراج اولنسه لر اصلا تلاقى ايتيوب وكندى كنه
تقرب ايدوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) ذكر ان لكل ان خطين غير واقعين ح زاويه سى طرفاه
استنات اوزره فطع متقابلتده واقع رأس نقطه سنده تماس
ايدن خط مماسى قطع ايدنجيه دكين اخراج اولندقارنده
ض ر ص ش خطلرى ا ٥ ح خطلرينه مساوى اولورلر
زيرا ح ل ض ح ا ٥ مثلثلرى مشابه اولوب ض ح خطى ح ٥
خطنه مساوى اولمغين ا ٥ خطى دخى ض ر خطنه مساوى
اولور و بوسنلو اثبات اولنورکه ٥ ح خطى ص ش خطنه
مساوى اولوب ح ر ش خطلرى دخى ر ٤ قطع مقابلينه ن
خطين غير واقعين اولورلر

نتيجه ٢) ا ح ز زاويه سى داخلنده خطين غير واقعينك
برينه موازى ب ح خطى رسم اولندقده قطع مذكورك
مماسى قطع ايدر ز رامحنى ايله خطين غير واقعين اخراج
اولندقده بنلرنده واقع اولان بعد كندكجه قليل اولوب
خطين متوازين بينده واقع اولان بعد دائما ثابت اولديغندن
ب ح خطى محنى مذكورى قطع ايدر

نتيجه ٣) احرزاويه سى هر فنحى ب ح خطيله تقسيم اولندقده
شبوب ح خطى محنى مذكورى قطع ايدر زيرا محنى
مذكور ايله خطين غير واقعين بينلرنده اولان بعد كندكجه
قليل اولوب زاويه مذكوره بى تقسيم ايدن ن ح خطيله ح ٥
خطى بينده واقع اولان بعد دخى كندكجه كثير اولديغندن
اشبوب ح خطى محنى مذكورى قطع ايدر

نتيجه ٤) ٥ م ف ذ ظ ق د ف ذ خ ق مستطيللرندن
هر برى ا ٥ خ زاويه سنه مساوى اولغله ذكر اولنان مستطيللر

دخى بر برينه مساوى اولورلر

* * *
* * دعوى ل *
* * *

قطع زائدك رأس نقطه سنه دن برخط مماس رسم اولنوب
خطين غير واقعيى ايكى نقطه ده قطع ايدنجيه دكين اخراج
اولندقده تماس نقطه سنده تنصيف اولنوب اشبو نصف لردن
هر برينك مربعى قطر مجانبيله ايله ضلع قائمه دن حاصل
اولان مستطيلك ربعنه مساوى اولور

مثلا) ل و ع قطع زائدك و نقطهٔ رأسندن ت ء خط مماسى
رسم اولنوب ح ت ح ء خطين غير واقعيى ت ء نقطه لرنده
قطع ايدنجيه دكين اخراج اولندقده و نقطهٔ مماسنده تنصيف
اولنوب ت خطى و ء خطنه مساوى اولوب اشبو خط لردن
هر برينك مربعى و ء قطر مجانبيله وهو ضلع قائمه دن حاصل
اولان مستطيلك ربعنه مساوى اولورزيرا مساوى دكل ايسه
دكر و ط و ب خطلرى فرض اولنه كه هر برينك مربعى
مستطيل مذكورك ربعنه مساوى اوله ط ح ب خطلرى
دخى وصل اولنه قده خطين غير واقعين اولمش اولورلر
(دعوى لر) ايدى ط خطى ح ت خطنك خارجنده واقع
اولمغين الى غير النهايه اخراج اولندقده ح ت خطنه تقرب
ايدركندن ماعدا محنى مذكور دخى تقرب ايتمز وكذا
ح ب خطى ح ء خطنك داخلنده اولمغين خطين غير
واقعيندن حادث اولان ت ح ء زاويه سنك داخلنده بولنوب
محنى مذكورى قطع ايدر (دعول نتيجه ٣) بوايسه خلافندر
بوشبه دن ط خط ح ب خطلرى خطين غير واقعين اوله بوب

خط مماس مذکور لك وت وء قسمی بر بزند اعظم و با اصغر
اوله میوب هر بزنك مربعی ے و و ھ مستطیلك ر بعنه
مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) ءت خط مماسه موازی ےو قطر بندل کع خط ترتیبی
رسم خطین غیر واقعینی غ س نقطه لزنده قطع ایدنجه دکین
اخراج اولندقده غ ل لس یاخود ع ع ع س مستطیلی ت و
مربعنه مساوی اولور (دعوی ل)

نتیجه ٢) منحنی مذکور ایله خطین غیر واقعین بینده واقع
غ ل ع س بعدلری بر بزینه مساوی اولوب ایکی خطین غیر
واقعین ایله منحنی بی قطع ایدن غ س خطی کنقطه سنده
تنصیف اولنوب ےک خطی دخی وصل اولندقده منحنی
مذکوری و نقطه سنده قطع ایدوب اثبو و نقطه سندن ع ل
خطنه موازی ء وت خطی رسم اولندقده و نقطه سنده
تنصیف اولنوب (دعوی مذکوره) غ ل ل س یاخود غ ع ع س
مستطیلی ت و یاخود و ء مربعنه مساوی اولغین غ ل خطی
ع س خطنه س ک خطی غ ک خطنه ک ع خطی کل خطنه
مساوی اولور

نتیجه ٣) اثبود عوی دن ظاهر اولدیکه قطع زائده خطین
غیر واقعین ایله رق بر بوانوب فالدیکه خطین مذکور نه
موازی رسم اولنان خطلر غیر واقعین اولمازلر

* * * ابط دعوی * * *

قطعین متقابلینی قطع ایدن خط مستقیم خطین غیر واقعینی
دخی بر نقطه ده قطع ایدوب مرکز نقطه سندن خط مذکوره

موازی اولقطعه بر قطر رسم اولنسه دقده اول خطلك قطع
مقابلنده واقع خطین غیر واقعینك بریله منحنی بینده واقع
قسم اکبرك کذلك منحنی ایله خطین غیر واقعین آخری
بینده واقع قسمنه مستطیلی نصف قطر مذکور مربعنه
مساوی اولور

(شکل فه) مثلا) ل و ع ص ے قطعین متقابلینی قطع ایدن ص ع خطی
خطین غیر واقعینی دخی رف نقطه لزنده قطع ایدوب ح
مرکزندن ص ع خطنه موازی وے قطری رسم اولندقده
ر غ ع ف مستطیلی ح و مربعنه مساوی اولور زیرا ونقطهٔ
رأسندن ت و ء خط مماسی رسم ع نقطه سندن دخی خط
مماس مذکور ه موازی ع ل خطی رسم واستقامت اوزره
خطین غیر واقعینی غ س نقطه لزنده قطع ایدنجه دکین
اخراج اولندقده ر ع ف مستطیلنك س ع ع مستطیلنه
نسبتی ر ع غ خطلری یاخود ح و ت خطلری بینده اولان
نسبت ایله ع ف ع س خطلری یاخود ح و ء خطلری بینده
اولان نسبتدن مؤلف اولوب وکذا ح و مربعنك ت و
و ء مستطیلنه یعنی وء مربعنه نسبتی کذلك ذکر اولنان
نسبتلردن مؤلف اولدیغندن مستطیل ر ع ف : مستطیل
س ع ع غ :: مربع ح و : مربع ت اولور لکن س ع ع غ
مستطیلی وت مربعنه مساوی اولمغین (دعوی غ) ر ع
ف مستطیلی دخی حد مربعنه مساوی اولوب مطلوب
ثابت اولور

نتیجه ١) قطع متقابلنده ے نقطهٔ راسندن برخط مماس رسم
ص نقطه سندن دخی برخط ترتیب رسم اولنه قده ف ص
ص ر مستطیلی ح ے یاخود ح و مر بعنه مساوی اولمغین رع
ع ف مستطیلی ف ص ص ر مستطیلنه مساوی اولوب رع:
ص ر :: ف ص : ف ع اولوب ترکیب طرفیقله دخی ع ص:
ص ر :: ع ص : ف ع اولمغله ص ر خطی ف ع خطنه ع ر
خطی دخی ص ف خطنه مساوی اولور

نتیجه ٢) و ح ے قطرینه موازی م ح ه ب خطی رسم
اولنه قده ه م م ح مستطیلی یاخود ح ب ب ه یاخود ب ه
ه م یاخود ب ح ح م مستطیللرندن هر بری ح ے مربعنه
مساوی اولمغین رع ع ف مستطیلی ه م م ح مستطیلنه مساوی
اولوب باقی فلان مستطیللردخی برینه مساوی اولمغله ب ه
خطی م ح خطنه م ه خطی ب ح خطنه مساوی اولور

* * *
* * دعوی م

قطع زائد ایله قطعین متقابلینده کیف ماتفق ایکی نقطه
تعیین اولنوب اشبو نقطه لردن خطین غیر واقعینك برینه
منتهی و برینه موازی اولهرق ایکی خط مستقیم رسم
اولنوب کذلك نقطتین مذکورتیندن خطین غیر واقعینك
آخرینه منتهی و برینه موازی دیکر ایکی خط مستقیم
دخی رسم اولنه قده اشبو خطین اولیندن برینك خطین
آخرینیدن برینه مستطیلی خطین اولیندن دیکر خطك
خطین آخرینیدن دیکر خطله مستطیلنه مساوی اولور
مثلا) ع وقطع زائد ایله قطعین متقابلینده کیف ماتفق ع و

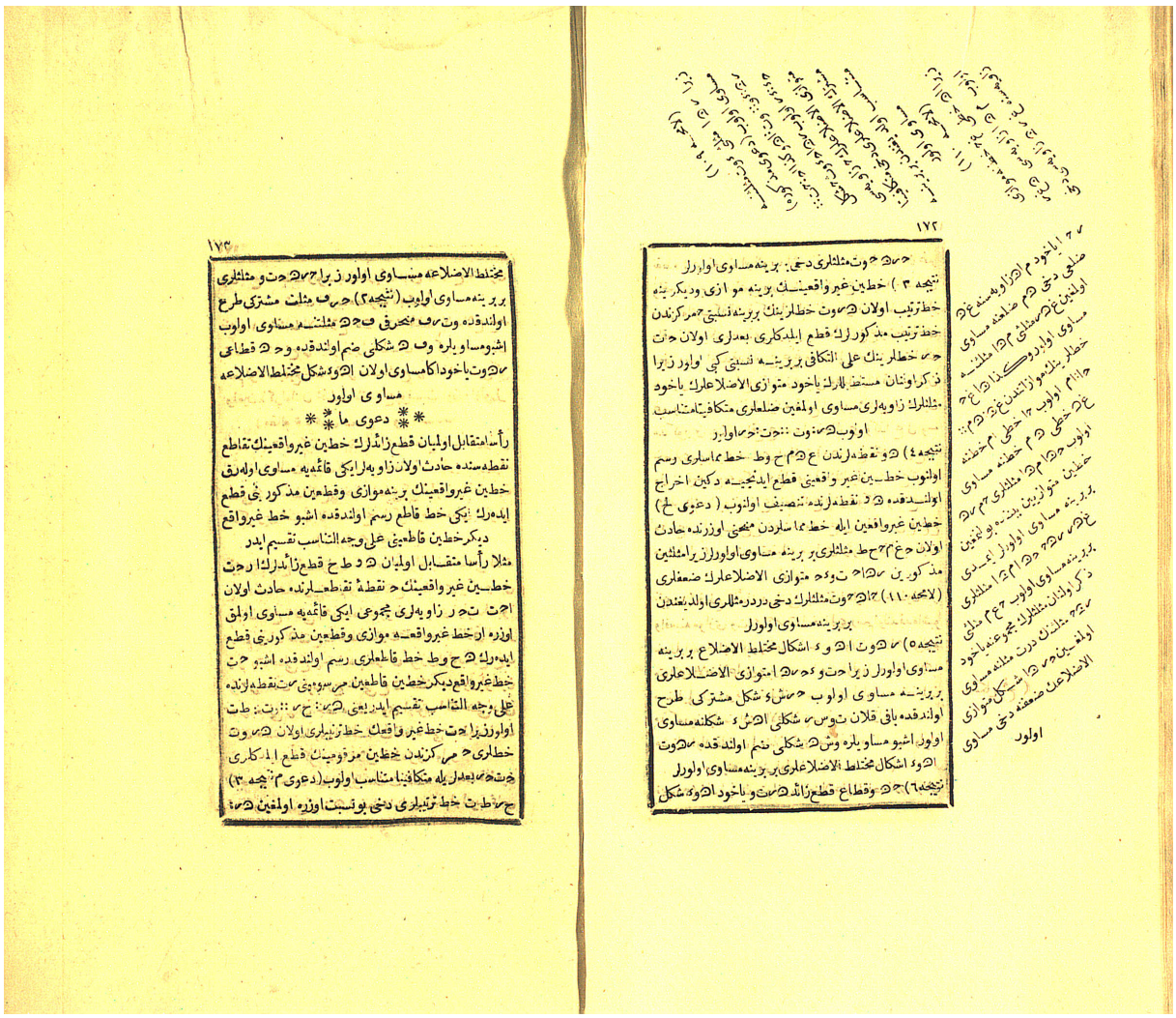
(شکل فو قر)

نقطه لری تعیین اولنوب اشبو نقطه لردن خطین غیر
واقعینك برینه منتهی و برینه موازی ع س و ے خطلری
رسم اولنوب کذلك ذکر اولنان نقطه لردن خطین غیر
واقعینك دیکر ینه منتهی و برینه موازی ع غ وت خطلری
دخی رسم اولنه قده س ع غ مستطیلی ے و وت مستطیلنه
مساوی اولور زیرا ع و نقطه لری بینی وصل اولنه قده خطین
غیر واقعینی ے ل نقطه لرنده قطع ایدوب منحنی ایله خطین
مذکورین بینده واقع ع ے ، ول خطلری وکذا ع ل و ے
خطلری برینه مساوی اولمغین (دعوی خ نتیجه ٢) ع ل:
ول :: و ے : ع ے وکذا ع غ ل وت ل مثللرینه و ے ع س ے
مثللرینك مشابهتندن ع ل: ول:: ع غ: وت وکذا و ے: ع ے::
و ے: ع س اولوب ع غ : وت:: و ے : ع س اولمغله س ع غ
مستطیلی ے و وت مستطیلنه مساوی اولوب مطلوب ثابت
اولور

نتیجه ١) قطع زائدك هرقنغی و نقطه لردن خطین غیر
واقعینه موازی وت و ے ح اخطلری رسم اولنه قده اشبو
خطلرایله خطین غیر واقعینه دن حادث اولان ح ا ے وت ح
متوازی الاضلاعلری برینه مساوی اولورلر زیرا ح ا ے
مستطیلی ت و و ے مستطیلنه مساوی اولوب مستطیلین
مذکورین ایله متوازی الاضلاع مرقومین ح زاویه سنده
مشترك اولمه قلرندن متکافیتا مناسب اولوب
برینه مساوی اولورلر (لاسحه ١٠٩)

نتیجه ٣) ذکر اولنان متوازی الاضلاعلرك نصفلری اولان

(شکل فخ)



وت :: ح ر : ط ت اولوب بدل طريقيله دخي ⊃ ر : ح ر :: وت
: ط ت ا ولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) مخلط الاضلاع ر ⊃ وت : مخلط الاضلاع ح ر
ت ط :: ⊃ ر ح : ا ر اولور زيرا خطـرين مذ كورينه موازى
رسم اولنان جميع خطلر ⊃ ر خطنك ح ر خطنه نسبتى كبى
اولمغين ذكر اولنان مخلط الاضلاع يونسبت اوزره اولورلر

(مقاله ٥ دعوى ب من اصول هنـدسه)

نتيجه ٢) ح مركزندن ح ⊃ ح د ح ط ح خطلرى وصل
اوندقده حادث اولان ⊃ ح وح خط قطعلرينك برينه
نسبتى ⊃ ر خطنك ح ر خطه نسبتى كبى اولورز يراقط عين
مذكرين مخلط الاضـلاع مذكورلره مساوى اولورلر

(دعوى م نتيجه ٦)

نتيجه ٣) ⊃ ح نقطه لرندن خطرين غيرواقعينه منتهى ⊃ ت
ح ت خط مماسلرى رسم اولوب ⊃ ح نقطه لرى بينه وصل
اولنان ⊃ ح خطى ا ح ر خط غيرواقعه موازى اولوب اشبو
رسم اولنان ⊃ ت ح ت خط مماسلرت نقطه سنده تلاقى ايدرلر
زيرا ر ح خطى ح ر خطنه بالفرض موازى اولوب ر ح : ح ت
:: ح ر : ح ت اولوب ر ح خطى ح ت خطنه مساوى اولغين
ح ر خطى ر ت خطنه مسـاوى اولوب ا ⊃ خطى دخي
⊃ ت خطنه مساوى اولمغـله ت نقطه سى خطرين مماسين
مذكورينك تلاقى نقطه لرى اولور

نتيجه ٤) ح ت خط غيرواقعك ت نقطه سنـدن قطعين
مذكورينه ت ح ر ت ⊃ ا خط مماسلرى رسم اولنوب مماس

نقطه لرى بينـه وصل اولنسان ⊃ ح خطى خط غيرواقع
دبكر اولان ا ر خطنه موازى اولور زيرا خطرين مماسين
مذكورين مماس نقطـه لرنده تنصيف اولنوب ⊃ ح خطى
ت ر ت ا خطلرينى على وجه التناسب تقسيم ايتمكين ح ⊃
خطى ار خطنه موازى اولور

نتيجه ٥) خطرين غيرواقعين ايله محيط بينده واقع حادث ح ت ر
مثلثلرينك برينه نسبتى ⊃ ر خطنك ح ح خطنه نسبتى كبى
اولورز يرا مثلثين مذكورين خطرين متوزيهن بينده بولنغله
اول مثلثلرك برينه نسبتى ا ح ر قاعده لرينك برينه نسبتى
كبى اولور لكن ا ح ر :: ⊃ ر : ح ح اولمغله مثلث ا ح ر :
مثلث ح ت ر :: ⊃ ر : ح ح اولور

* * * دعوى ب * * *

قطع زائده قطر مجانبك مزدوجى وقطر ثانيسى اوزرينه
قطعين متقابلين رسم اولندقده قطر مجانب مذكور قطعين
متقابلين مذكورينك قطر ثانيسى اولوب خطرين غيرواقعين
دخي ازدواج اوزره بولنان قطعلرده مشترك اولورلر

مثلا) ⊃ ص قطر مجانبك مزدوجى ارلان ح ے قطر ثانيسنه
ح ك ے قطعين متقابلين رسم اولندقده ⊃ ص قطر مجانبى
اشبو ح ك ے ے قطعين متقابلينك قطر ثانيسى اولوب ا ر
س غ خطرين غيرواقعين دخي ازدواج اوزره بولنان قطعلرده
مشترك اولورز يرا ے ⊃ نقطه لرندن رسم ارلنان ے ت ⊃ ت
خط مماسلرى ت نقطه سنده تلاقى ايدوب ⊃ ص ح ے
قطرلرينك ياخود ح ⊃ ے نصف قطرلرينك خط

ترتیبلرینه موازی اولوب ح ت خطی دخی وصل اولندقده
ح د ت ح شکل متوازی الاضلاعك د ت ضلعی متقابلك
مربعی ح ح ضلع متقابلك مربعنه مساوی یاخود د ص
قطری مجانب ایله ضلع قائمندن حاصل اولان مستطیلك ربعنه
مساوی اولور ح ت خطی ماسك مربعی دخی دیکر قطعك
نصف قطری مزدوجی اولان ح د مربعنه یاخود ح ح قطر
مجانب ایله ضلع قائمندن حاصل اولان مستطیلك ربعنه
مساوی اولمغین ح ت خطی د د ح ه قطعه لرك خط غیر واقع
مشترکلری اولور (دعوی ر) وکذا ح ك قطع متقابلده
ح ا خطی ماسی رسم ت د خط ماسی دخی د نقطه سی طرفنه
استقامت اوزره اخراج اولندقده ا نقطه سنده تلاقی ایتمکله
حادث اولان ح ا ح متوازی الاضلاعك د ا ح ا ضلعلری
ح ح نصف قطر مزدوجلرینه مساوی اولوب ا خطی
ح جهتنه اخراج اولندقده و د ك ح قطعه لرك خط غیر
واقع مشترکلری اولور بونقدیرجه س ح ا ح ر خطلری
ازدواج اوزره بوانسان درت قطعك خطین غیر واقعین
مشترکلری اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) د ح ماس نقطه لری بینده وصل اولنان د ح خطی
ت خط غیر واقع ایله ح نقطه سنده تنصیف اولنور زیرا ح د
ت ح متوازی الاضلاعك د ح ح ت قطرلری برلرینی تنصیف
ایتمکین د ح خطی ح ت خط غیر واقع ایله ح نقطه سنده

تنصیف اولنور

نتیجه ٢) د ح خطی ا ر خطنه موازی اولوب (دعوی ما

نتیجه ٤) ح د : د ح :: ف د : ف ه دخی اولمغین (دعوی ما)
هر قنمی غ ه غ و خط ماسلرك ماس نقطه لری بینده
وصل اولنان وه خطی ارخطنه موازی اولوب ف نقطه سنده

تنصیف اولنور

نتیجه ٣) غ ه م خطی ه نقطه سنده ح غ خطی دخی ف
نقطه سنده تنصیف اولنمله (دعوی خ) مرکزدن نقطه
ماسلره خروج ایدن ح ه و خطلری کندو قطعلرینك
نصف قطر مزدوجلری اولان غ و غ ه خطلرینه موازی
اولورلر زیرا غ ه خطی ح و خطنه غ و خطی ح ه خطنه
مساوی اولوب یعنی ح و خطی ح ه قطر ینك خطر تبینه
ه ه خطی دخی ح و قطر ینك خطر تبینه موازی
اولور

نتیجه ٤) ح د ح و ف مثلثلری برلرینه مساوی اولوب
(دعوی م نتیجه ٢) اشبو مثلثلرك در در مثلثلرینه مساوی
اولان ح د ت ح و غ ه متوازی الاضلاعلری برلرینه
مساوی اولور

نتیجه ٥) ح ا ت ح ل غ مثلثلری برلرینه مساوی اولوب
(دعوی م نتیجه ٤) قطر مزدوجلرك نهایتلرندن رسم اولنان
خط ماسلردن حادث اولان غ ل س م ا ت و س متوازی
الاضلاعلری ذکر اولنان مثلثلرك یاخود ح و غ ه ح د ت ح
متوازی الاضلاعلرك در در مثلثلرینه مساوی اولمغین
(دعوی م نتیجه ٤) ذکر اولنان متوازی الاضلاعلردخی
برلرینه مساوی اولور

نتيجه٦) قطر مزدوجلرك نهايتلرندن رسم اولنان خط مماسلرك
مماس نقطه لري بينلرى وصل اولندقده حادث اولان ﻫوﻫ ط
ح ﺩ ﻫ ص متوازى الاضلاعلرى برينه مساوى اولورلر
زيرا برينه مساوى اولان ﻫ ل س م ات ر ش متوازى
الاضلاعلرك نصفلرى ياخود برينه مساوى اولان
ﺩﻫ ﻫوﻫ مثلثلرينك در در مثلرى او لمغله برينه
مساوى اولورلر

* * *
* * دعوى ﻫ

قطع ناقصده قطرين مزدوجينك نهايتلرندن رسم اولنان
خط مماسلردن حادث اولان متوازى الاضلاعلر برينه
مساوى اولوب كذلك قطر مزدوجلرك نهايتلرينه وصل
اولنان خطلردن حادث اولان متوازى الاضلاعلر دخى
برينه مساوى اولور

مثلا) قطع ناقصده ط و ﻫ ﺩ ص ح ﻫ قطر مزدوجلرك
نهايتلرينه رسم اولنان خط مماسلردن حادث اولان ﻫ ل س م
ات ر ش متوازى الاضلاعلرى وكذا اقطار مذكوره نك
نهايتلرى بينه وصل اولنان خطلردن حادث اولان ﻫوﻫ ط
ح ﺩ ﻫ ص متوازى الاضلاعلرى برينه مساوى اولورلر
زيرا هر قنى وﻫ نقطه لرى بينى وصل اولنوب ونقطه سندن
دخى ﺩ ص قطرينه ﻫ ت خطى ف نقطه سندن قطع ايدر
وغ خطرتبى رسم اولنوب ﻫ نقطه سندن دخى ﻫ ﻫ
قطرينه وﻫ خطى ع نقطه سنده قطع ايدر ﻫ ب خطرتبى
رسم اولندقده ﻫ و ع ب متوازى الاضلاعبله ﻫ وﻫ مثلثى

ﻫ و قاعده سى اوزرنده ﻫ وع ب خطين متوازيين بينده واقع
او لوب وكذا ﻫ خ ف ﻫ متوازى الاضلاعبله ﻫ وﻫ مثلثى
ﻫ ﻫ قاعده سى اوزرنده ﻫ ﻫ غ ف خطين متوازيين بينده
واقع او لمغين اشبو متوازى الاضلاعلردن هر برى ﻫ و ﻫ
مثلثنك ضعفنه مساوى او لوب برينه دخى مساوى
اولورلر ايمدى ﻫ ﻫ نصف قطر يله ﻫ ر خط مماسى ء
نقطه سنده ﺩﻫ نصف قطر يله ول خط مماسى ق نقطه سنده
ول ﻫ ء خط مماسلرى دخى ث نقطه سنده تلاقى ايتلر يله
حادث اولان ء ق ث ﻫ ﻫ و ﻫ و ﻫ ب متوازى
الاضلاعلرك ﻫ ﻫ ﻫ ب قاعده لرى على الولاء متناسب
اولور (دعوى ط نتيجه ١١) ارتفاعلرى دخى مساوى
اولمغله ء ق ث : ﻫ ﻫ و :: ﻫ ﻫ و : ﻫ وع ب اولوب وكذا
ﻫ ق ﺩ ﻫ ع قاعده لرى دخى على الولاء متناسب اولوب
(دعوى ط نتيجه ١١) ارتفاعلرى دخى مساوى اولمغين
ء ق ث : ﺩ ث ﻫ :: ﺩ ث ﻫ : ﻫ غ ف ﻫ اولوب ﻫ ﻫ و
ﻫ ﺩ ث ﻫ شكل متوازى الاضلاعلرى ء ق ث ﻫ وع ب
شكل متوازى الاضلاعلرى بينده ياخود ء ق ث ﻫ غ ف ﻫ
متوازى الاضلاعلرى بينده وسط متناسب اولمغله ﻫ ﻫ و
ﺩ ث ﻫ متوازى الاضلاعلرى برينه مساوى اولور
اشبو ذكر اولنان متوازى الاضلاعلردن هر برى ﻫ ل س م
ات ر ش متوازى الاضلاعلردن هر برينك ربعنه مساوى
اولمغين ﻫ ل س م ات ر ش متوازى الاضلاعلرى برينه
مساوى اولورلر وﻫ ﻫ ومثلثى ﻫ ﻫ و متوازى الاضلاعك

نصفي اولوب ∽ مثلثي دخي حـ∽ت ∽ متوازي الاضلاع ك
نصفي اولغله كوهـ ط ح∽ ∽ ص متوازي الاضلاع لري
حهـ ∽ و ح∽ ت ∽ متوازي الاضلاع لرك ضعفلري اولغله
بر برينه مساوي اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) ∽ هـ خطي ب نقطه سنده ∽ خ خطي غ نقطه سنده
عل وجه التناسب تقسيم اولنوب يعني ∽ هـ : ب :: ∽ خ : غ
اولور زيرا متوازي الاضلاع ∽ ق ث : متوازي الاضلاع
حوع ب :: ∽ ق ث : حغ ف ∽ باخود ا كامساوي اولان
حوع ب اولغله ∽ ق ث : حوع ب :: ∽ حغ ∽ ب وكذا ∽ ق ث
: حغ ف ∽ :: ∽ ق : حغ اولغله ∽ ∽ ب :: ∽ ق : حغ اولور
ايمدي حوهـ ∽ ب خطلري عل الولاء متناسب اولوب ∽ :
ب :: ∽ هـ : ب مثنات بالتكرير وكذا ∽ ق ∽ غ خطلري
عل الولاء متناسب اولوب ∽ ق : غ :: ∽ خ : غ دخي مثنات
بالتكرير اولغين ∽ هـ : ب :: ∽ خ : غ اولور كذلك كهـ
وط ∽ ص ح ∽ قطر مزدوجلرك وط قطرينك و نقطه
سندن ∽ ص قطرينه وغ خطر ترتيبي رسم ∽ نقطه سندن
دخي كهـ قطرينه ∽ ب خط ترتيبي رسم اولندقده ∽ ص
كهـ قطبلري خط ترتيب مذكورلر ايله نسبت مذكوره
اوزره تقسيم اولنوب يعني ∽ ص ضعف ∽ ∽ خ : ∽ خ ::
ضعف حهـ : ب و : غ ∽ ب هـ :

نتيجه ٢) ∽ ص ح ∽ قطرين مزدوجينك ∽ ∽ نهايتلرندن
قطرين مزدوجين آخرينه ∽ خ ∽ ب خط ترتيبلري رسم
اولنسه قده وط هـ ∽ قطرلري ذكر اولنان خط ترتيبلر ايله

غ ب نقطه لرنده عل وجه التناسب تقسيم اولنوب يعني ط خ :
خ و :: ك ب : ب هـ اولورزيرا ∽ خ خط ترتيبي وق خط مماسنه
موازي اولوب وح : خ :: ∽ ق : ∽ ∽ و :: ∽ ∽ غ : ∽ خ (دعوى ط
نتيجه ٢) و : حهـ : حب (نتيجه ١) اولغله حو : حخ
:: حهـ : حب اولوب وح : وخ :: حهـ : هـ ب دخي اولوب
مقدملرك ايكيشر مثلي اخذ اولندقده ط و : وخ :: ك ب : هـ ب
اولوب فصل طريقيله دخي ط خ : خ و :: ك ب : ب هـ
اولور

نتيجه ٣) ط خ خ و ك ب ب هـ مستطيللرينك بر برينه نسبتي
حو مربع ∽ هـ مر بعنه نسبتي كبي اولوب (لاشكه ١١١)
و : ط و : كهـ دخي اولوب و : قطر مجانب ط و : ضلع قائمي
(دعوى ∽ نتيجه ٢) و :: مستطيل ط خ خ و : مربع ∽ خ
(دعوى و نتيجه ٦) و :: مزبع ∽ ب : مستطيل ك ب
ب هـ (لاشكه ١١٢) اولغله ∽ خ مربعي دخي ط خ خ و مستطيلنه
مستطيلنه مساوي ∽ ب مربعي دخي ط خ خ و مستطيلنه
مساوي اولور

* * *
* * دعوى مد * *

قطع ناقصده قطرين مزدوجينك مربعلري مجموعي اول
قطعك محورلري مربعلري مجموعنه مساوي اولور

مثلا) ص ∽ ح ∽ قطرين مزدوجين مربعلري مجموعي
كهـ وط محورين مربعلري مجموعنه مساوي اولور زيرا
كهـ وط محورلرينه ∽ ∽ نقطه لرندن ∽ ∽ ب خط ترتيبلري
رسم اولنسه قده ∽ مربعي ∽ خ ∽ خ مربعلري مجموعنه

(لاشكه ١١١)

زيرا ط خ : خ و :: ك ب : ب هـ اولوب
(نتيجه ٢) خ و : ب هـ : ط خ : حب
دخي اولور وكذا وح : وخ :: حهـ : هـ ب
اولوب وح : حهـ :: ط خ : ك ب دخي
اولور مربع وح : مربع حهـ :: ط خ : خ و
مستطيل ط خ خ و : مستطيل ك ب
ب هـ اولور

(لاشكه ١١٢)

زيرا مستطيل ط خ خ و : مربع ∽ خ
:: وط : ضلع قائمي (دعوى خ
نتيجه ٢) لكن كهـ قطرينك ضلع
قائمي ك ب هـ قطرينه نسبتي
حب مربعنك كب اولمغين
مستطيلنه نسبتي كبي اولمغين
(دعوى و نتيجه ٦) مستطيل ط خ
خ و : مربع ∽ خ :: مربع حب :
مستطيل ك ب ب هـ اولور

(شكل قبب)

مساوی ح ے مر بعی دخی ح ب ب ے مر بعاری مجموعه
مساوی او لور لکن ⊃ خ مر بعی ک ب ب ھ مستطیلنه
ے ب مر بعی دخی ط خ خ و مستطیلنه مساوی اولغین
(دعوی محـ نتیجه۳) ح ⊃ ح ے مر بعاری مجموعی ک ب ب ھ
مستطیلی ایله ح ب مر بعی ط خ خ و مستطیلی ایله ح خ
مر بعی مجموعلرینه مساوی اولور لکن ک ب ب ھ مستطیلی
ایله ح ب مر بعی مجموعی ح ھ مر بعنه مساوی ط ح خ و
مستطیلی ایله ح خ مر بعی مجموعی ح و مر بعنه مساوی اولغین
(لامحـه ۱۶) ح ⊃ ح ے مر بعاری ضعفاری مجموعی ح ھ
ح و مر بعاری ضعفاری مجموعنه مساوی اولور اشبو مساو یلر
تضعیف اولندقده ⊃ ص ح ے مر بعاری مجموعی
ک ھ و ط مر بعاری مجموعنه مساوی اولوب مطلوب
ثابت اولور

نتیجه۱) هرقنغی قطرین مزدوجین مر بعاری مجموعی
محورین مر بعاری مجموعنه مساوی اولغین هرقنغی
قطرین مزدوجین مر بعاری مجموعی هر قنغی قطرین
مزدوجین آخرین مر بعاری مجموعنه مساوی اولور
نتیجه۲) ط ھ ھ و مر بعاری مجموعی ص ے ⊃ مر بعاری
مجموعنه مساوی اولور زیرا ط ھ ھ و مر بعاری مجموعی
ح ھ ح و مر بعاری ضعفی مجموعنه مساوی ص ے ے ⊃
مر بعاری مجموعی دخی ح ے ح ⊃ مر بعاری ضعفی مجموعنه
مساوی اولور (مقاله ۲ دعوی یط من اصول هندسه)

لکن ح ھ ح و مر بعاری مجموعی ح ے ح ⊃ مر بعاری مجموعنه
مساوی اولغین (دعوی مذکوره) ط ھ ھ و مر بعاری
مجموعی ص ے ے ⊃ مر بعاری مجموعنه مساوی اولور

* * دعوی مه * *

قطع زائده هرقنغی قطرین مزدوجین مر بعاری بینده
اولان فضل هرقنغی قطرین مزدوجین آخرین مر بعاری
بینده اولان فضلنه مساوی اولور

شکل قطع

مثلا) قطع زائده ح ے ⊃ ص قطرین مزدوجین مر بعاری
بینده اولان فضل هرقنغی ک ھ ط و قطرین مزدوجین
آخرین مر بعاری بینده اولان فضلنه مساوی اولور زیرا
⊃ و نقطه لرندن خطین غیر واقعینه منتهی ا ⊃ ت ل و س
خط مماسلری رسم ا ⊃ خطی ح ح نصف قطرینه ول خطی دخی
ح ک نصف قطرینه مساوی اولغله (دعوی مـ نتیجه۳)
خطین مماسین مذکورین ح ے ک ھ قطرین مزدوجنه
مساوی اولورلر وکذا ⊃ ت و س نقطه لرندن ا ⊃ خط غیر واقع
اوزرینه ⊃ م ت ب و ر س ء عمودلری اخراج اولندقده ا ⊃
⊃ ت خطلری بر برینه مساوی اولوب ⊃ م خطی دخی ت ب
خطنه موازی اولدیغندن ا ⊃ : ⊃ ت :: م ا : م ب اولوب ا م
خطی ب م خطنه مساوی اولور ایمدی ح ⊃ مر بعی ح م
م ⊃ مر بعاری مجموعنه مساوی ⊃ ا مر بعی دخی ا م م ⊃
مر بعاری مجموعنه مساوی اولوب م ⊃ مر بع مشترک طرح
اولندقده ح ⊃ ⊃ ا مر بعاری بینده یاخود ح م م ا مر بعاری
بینده اولان فضل ح م م ب مر بعاری بینده اولان فضلنه

باخود ا كامساوى اولان تاح ب مستطيلنه مساوى او لور (لاتحه ٥٣) وكذا حوول مر بعارى ينندهاولان فضل رح رل مر بعارى باخود زحرئ مربعارى ينندهاولان فضلنه باخود ئح حل مستطيلنه مساوى اولور (لاتحه ١١٣) لكن حل ح ات مثلثلرى بربرينه مساوى اولوب ح زاويه سى دخى مشترك اولغله (دعوى م نتيجه ٤) حب : حئ :: ح ت : ح ى :: ل ح : ح ا اولوب ا ح ح ب مستطيلى ئحل مستطيلنه مساوى اولغين ئح ا ياخود ئح ح مر بعارى بينندهاولان فضل حو ول ياخود حو ئك مر بعارى بينندهاولان فضلنه مساوى او لور اشبو ذكر اولنان مر بعارك دردنجى مثلى اخذ اولنمقده ك ص ح ئ مر بعارى بينندهاولان فضل وط ك هـ مر بعارى بينندهاولان فضلنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

* * دعوى مو * *

قطع زائده خطغيرواقعك برى اوزرنده مركز نقطه سندن على الولاء مناسب اولهرق اوج بعد اخذ اولنوب اشبو بعد نقطه لرندن خط غير واقع اخر ينه موازى منحنى بى دخى اوج نقطه ده قطع ايدرلر اوج خط مستقيم رسم اولندقده اشبو خطوط متوازيهٔ مرسومه دن حادث اولان ساحه لر بربرينه مساوى اولورلر

مثلا) قطع زائده ح ا خط غير واقع اوزرنده مركز نقطه سندن على الولاء مناسب اوله رق ح ل ح ع ا بعدلرى اخذ

(لاتحه ١١٢)

زيرا ر و خطى ئح خطنه موازى اولوب ئح ر ول :: ئح زل اولوب ئح ر خطى ول خطنه مساوى اولغين ئح زل خطى دخى ول خطنه مساوى اولور ايمدى ئح و مر بعارى ور مر بعارى ينندهاولان ئح ور مر بعارى ول مر بعارى دخى ور ول مر بعارى مجموعه سنه مساوى اولغله ئح و ول مر بعارى مجموعه سى مر بعارى ينندهاولان فضل ور مر بعارى ينندهاولان فضلنه مساوى اولوب ئح ر ل مر بعارى ينندهاولان فضل ئح ل مستطيلنه مساوى اولور (لاتحه ٥٢)

(شكل قيد)

اولنوب اشبو ل ع ا نقطه لرندن ئح خط غيرواقع آخر ينه موازى منحنى بى دخى غ ك نقطه لرنده قطع ايدر ل غ ع ك ا خطلرى رسم اولندقده اشبو خطوط متوازيهٔ مذكوره دن حادث اولان ل غ ك ع ع ك ا ساحه لرى بربرينه مساوى اولور زيرا حل غ ئ ح ع ك س ا ساحه سى متوازى الاضلاعلرى تكميل اولنوب ئ غ ا خطلرى ت نقطه سنده تلاقى ايدنجيه دكين اخراج اولندقده بالعمل ا ا : ح ع :: ح ع : حل اولوب وكذا ا ا : ع ع :: ع ك : ا ك دخى اولغين (دعوى م نتيجه ٣) ع ع : حل :: ع ك : ا ك اولوب حل هـ م ع ك س شكلارى مشابه اولوب وكذا ل غ : ك ع ياخود ئح : ك س :: ع ع : حل ياخود :: ا ا ع اولغله ات ئح ع ك س حل هـ م متوازى الاضلاعلرى بربرينه مشابه اولغين ح ت قطرى هـ ك زاويه لرندن مرور ايدر ايمدى غ ئ خطى وصل اولندقده غ هـ ت متوازى الاضلاعنك قطرى اولوب ح هـ ت خطيله ش نقطه سنده تنصيف اولنوب ذكر اولنان غ ئ خطى قطع زائدك ك نقطه سنه رسم ايدن هـ ك ش قطرينك خط ترتيبى اولورايمدى ح غ ش ح ئ ش مساوى مثلثلر دن غ ك ش ئ ك ش نصف قطع زائدلرى طرح اولنمقده باقى فلان ح غ ك ح ئ ك قطاعلرى بربرينه مساوى اولورلر لكن قطاعين مذكورين ل غ ك ع ع ك ئ ا مختلط الاضلاعلرى ياخود ساحه لره مساوى اولغين (دعوى م نتيجه ٦) ذكر اولنان ساحه لردخى بربرينه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) خط غیر واقعك بری اوزرنده ح مرکزندن درت بعد متناسب تعیین اولنوب یعنی اح : دع :: دز : حل اولنوب خط غیر واقع آخرینه موازی اول نقطه‌لردن اء ع ك ء ص ل غ خطلری رسم اولندقده حادث اولان اء ك ع ص ء ل غ ساحه‌لری بر برینه مساوی اولورلر زیرا اح ل خطلریچون ح ه وسط متناسبی اخذ اولندقده ح ع دز خطلرینه دخی وسط متناسب اولمغله اء ه و ساحه‌سی و ه ل غ ساحه‌سنه مساوی اولوب (دعوی مذکوره) ك ع ه و ساحه‌سی دخی و ه ء ص ساحه‌سنه مساوی اولمغین باقی قلان اء ك ع ساحه‌سی ص ء ل غ ساحه‌سنه مساوی اولور

نتیجه ٢) اح ح ع ح ه دز حل بعدلری علی الولاء متناسب اخذ اولنوب اشبو بعد نقطه‌لرندن اء ع ك ه و ء ص ل غ خط ترتیبلری رسم اولندقده حادث اولان اء ك ع ع ك و ه و ه و ص ء ص غ ل ساحه‌لری بر برینه مساوی اولورلر

نتیجه ٣) حل : ح ه :: ء ه : ح ه مثنات بالتکریر اولمغله و ه ل غ ساحه‌سی و ه ء ص ساحه‌سنك ضعفی اولور ایمدی حل : ح ه :: ء ه : ح ه مثلثة بالتکریر اولسه و ه ل غ ساحه‌سی و ه ء ص ساحه‌سنك اوج مثلی اولوب وهکذا ساحهٔ سائره‌لر دخی نسبت ترکینك عددنجه اولور (لایحه ١١٤) وکذا ك ع ل غ ص ء ل غ ساحه‌لرینك بر برینه نسبتی حل خطنك ح ع خطنه نسبتنك حل خطنك ح ء خطنه نسبتی کبی اولوب

ص ء ه ط ساحه‌سی ط ه ل غ ساحه‌سنه مساوی اولوب وکذا ح ه : دز :: ح ز : ح ه اولمغله ص ء ه ط ساحه‌سی ط ع ل غ ساحه‌سنه مساوی اولوب وکذا ح ه : ح ز :: ح ز : ح ه اولمغله و ه ء ص ساحه‌سی ص ء ه ط ساحه‌سنه مساوی اولور ایمدی و ه ء ص ساحه‌سی ص ء ه ط ساحه‌سنه یاخود ط ه ل غ ساحه‌سنه یاخود ط ع ل غ ساحه‌سنه مساوی اولمغله و ه ل غ ساحه‌سی و ه ء ص ساحه‌سنك اوج مثلی اولور وکذا ل ح : ح ه :: ح ه : ح ه مربعه بالتکریر اولسه و ه ل غ ساحه‌سی و ه ء ص ساحه‌سنك درت مثلی اولور

اشبو ذکر اولنان نسبت لوغارتمه نسبتی اوزره اولور (لایحه ١١٥)

نتیجه ٤) ساحهٔ مذکوره‌لرده ذکر اولنان نسبت ومساوات اء ك ص ح غ و ح ص قطاعلرنده وسائر قطاعلرده بعینه جاری اولوب زیرا هر بر قطاع کندو ساحه‌سنه مساویدر (دعوی م نتیجه ٦)

نتیجه ٥) بوندن ظاهر اولدیکه قطع زائدك منحنی سی ایله خطین غیر واقعین الی غیر النهایه اخراج اولنسه‌لر منحنی مذکور ایله خطین مذکوریندن حادث اولان ساحه دخی مقدار نامتناهی اولور زیرا علی الولاء متناسب اولان اح ح ع ح ه وسائر ابعاد نامتناهیدن حادث اولان ساحه‌لر اء ك ع ساحه‌سنه مساوی اولمق لازم کلکین اشبو الی غیر النهایه اخراج اولنان منحنی ایله خطین غیر واقعین مذکوریندن حادث اولان ساحه مقدار نامتناهی اولور

* * دعوی مر * *

ضلع قائمی قطر مجانبنه مساوی اولان قطع زائد متساوی الساقینك محوری اوزرینه بر قطع مکافی رسم اولنوب قطع مکافی مذکورك هر قنغی نقطه سندن قطر مجانبك نصف قطر مزدوجنی بر نقطه‌ده قطع زائد مذکوری دخی کذلك بر نقطه‌ده قطع ایدر محور مذکوره موازی بر خط مستقیم رسم اولندقده اشبو نصف قطر مجانب ایله خط مرسوم کذلك خط مرسوم قطر مزدوج ایله تلاقی نقطه سندن مرکزینه‌ده واقع اولان خط ایله قطع زائد مذکور

(لایحه ١١٥) زیرا ل ح : ح ع :: ل ح : ح ء مثنات بالتکریر اولوب ل ح ح ء ح ع خطلری علی الولاء متناسب اولوب ك ع ء ص ساحه‌سی ص ء ل غ ساحه‌سنه مساوی اولوب ك ع ساحه‌سی دخی ص ء ل غ ساحه‌سنك ضعفنه مساوی اولور ل غ ساحه‌سنك واکر ل ح : ح ع :: ل ح : ح ء مثلثة بالتکریر اولسه ك ع ل غ ساحه‌سنك اوج مثلی واکر مربعه بالتکریر ص ع ل غ ساحه‌سی اولسه ك ع ل غ ساحه‌سنك درت مثلی وهکذا ایمدی ل ح ح ع خطلری نسبتنك نسبتی ٢ ل ح ح ء خطلری نسبته نسبتی ٢ عددك ١ عدده و٣ عددك ١ عدده و٤ عددك ١ عدده نسبتی کبی اولور وقس علی هذا

منحنی سندن حادث اولان ساحه نصف محور ایله رأس
نقطه سندن خط مرسوم آره سنده واقع قطع مکافینك
منحنی سندن حاصل اولان مستطیله مساوی اولور

مثلا) ح ض ع ضلع قائمی ح ص قطر مجانبه مساوی اولان
ح م قطع زائد متساوی الساقینك محوری اوزرینه ح ب
قطع مکافیسی رسم اولنوب قطع مکافی مذکورك هرقنغی
ب نقطه سندن ح ص قطر مجانبك مزدوجنی ك نقطه سنده
قطع زائد مذکوری دنی م نقطه سنده قطع ایدر محور
مذکوره موازی ب ك خطی رسم اولندقده ح م ك قطع
زائد ساحه سی ح ك نصف قطر مجانب ایله ح ك نقطه سیله ب ك
خطی آرسنده قطع مکافینك ح ب منحنی سندن حاصل
اولان مستطیله مساوی اولورزیرا قطع زائده م ك وقطع
مکافی یه ب ا خط ترتیبلری رسم اولنوب قطع مکافینك دنی
ب نقطه سندن ب ط خط مماسی رسم ب ط خط مماسنه
دنی ب غ عمودی اخراج اولنوب ك ح خطی دنی وصل
اولندقده ح ح نصف قطر مجانبی نصف ضلع قائمنده بالفرض
مساوی اولوب ا غ تحت قائمی دنی نصف ضلع قائم مذکوره
مساوی اولغین (دعوی ط نتیجه ۱۶) ا غ خطی
ح ح خطنه ا ب خطی دنی ك خطنه غ ا ب زاویه قائمه سی
ح ك زاویه قائمه سنه مساوی اولمغین غ ا ب مثلث
قائم الزاویه نك ب غ قاعده سی دنی ح ك مثلث قائم الزاویه نك
ك ح قاعده سنه مساوی اولور وکذا ص ك ك ح مستطیلی

ك م یا خود ك ك مربعنه مساوی اولوب هر بینه ح ك مربعی ضم
اولندقده ص ك ك ح مستطیلی ایله ح ك مربعی مجموعی ك ك ح ك
مربعلری مجموعنه مساوی اولور اکن ص ك ك ح مستطیلی ایله
ح ك مربعی مجموعی ك ك مربعنه مساوی اولمغله (لاجله ۵۳)
ك ك مربعی ك ك ح ك مربعلری مجموعنه مساوی اولور ایمدی
ك ك مربعی ك م مربعنه مساوی اولوب ك ك ح ك مربعلری
مجموعی دنی ك ح مربعنه مساوی اولمغین ك م خطی ك ح
خطنه مساوی اولوب ب غ خطی دنی ك ح خطنه مساوی
اولمغله ب غ خطی ك م خطنه مساوی اولور ایمدی ب ط خط
مماسك اوزرینه ب نقطه سنه غایت قریب اوله رق هرقنغی ح
نقطه سی تعیین اولنوب نقطه سنه مذکوره دن ب ك خطنه
موازی ح ح رخطی رسم اولندقده ح ح ب ا غ مثلثلری
مشابه اولوب ح ح : ب ح :: ب غ : غ ا و :: ك م : ح ح اولمغله
م ك ر مستطیلی ح ح ب مستطیلنه مساوی اولور
بونقدیرجه ح ب نقطه لری بربرینه غایت تقرب ایلدکده
نقطتین مذکورتین آره سنده واقع قطع مکافی منحنی سی
غایت اصغر اولوب ح ر خطی م ك خطنه تقرب ایتکین م ك
ر مستطیلی غایت اصغر اولوب ك م هـ ر ع م ك فضله لری
غایت اصغر قالمغله ح ح نصف قطر مجانب ایله ب ح قطع
مکافی منحنی سندن حاصل اولان مستطیل ح ح م ك ساحه سنه

مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ۱) ك ح خطی ك م خطنه مساوات ندن قطع زائد
متساوی الساقین رسم ایتکله برطریق تولید ایدرکه ك
مرکزندن ح ك زاویه قائمه سنی احداث ح نقطه سندن دنی

ح و وسائر خطوط ردنی هکذا رسم اولنوب ور نقطه لرندن
ح خطنه موازی ح ر خطلرینه مساوی م ه ح وسائر
نقطه لرده قطع اولندقده اشبو نقطه لردن مرور ایدن منحنی
قطع زائد متساوی الساقین اولور

* * دعوی ج * *

قطع زائد متساوی الساقینك قطر مجانبی یعنی محوری
اوزرینه هرقنغی ضلع قائم آخرایله برقطع زائد رسم اولنسه
اشبو ضلع قائم آخرایله قطر مجانب یاخود ضلع قائم اول
یتنشده وسط متناسب اخذ اولندقده قطع زائد مذکور
ساحه سنك قطع زائد متساوی الساقین ساحه سنه نسبتی
ضلع قائم آخرك وسط متناسب مأخوذه نسبتی کبی اولور
مثلا) ح ه م قطع زائد متساوی الساقینك ح ص قطر مجانبی
یعنی محوری اوزرینه هرقنغی ح ط ضلع قائم آخرایله ح ا
ب ك قطع زائدی رسم اولنسه ح ط ضلع قائمی ایله ح ص
قطر مجانبی یاخود ح ر ضلع قائم اول بینندہ ح ت وسط متناسبی
اخذ اولندقده ساحهٔ ح ب ك : ساحهٔ ح م ك :: ضلع قائم
ح ط : وسط متناسب مأخوذ ح ت اولور زیرا محور مذکور
قطع زائد متساوی الساقینی ه نقطه سنده قطع ایدر ه ر قنغی
ا ح خط ترتیبی رسم اولندقده مر ب ب ك : مستطیل ص ك
ك ح یعنی قطع زائد متساوی الساقینك خط ترتیبی اولان
مر ب ك م :: ح ط : ح ص یاخود اکا مساوی اولان ح ر
اولور (دعوی ه نتیجه ١) لکن ح ط : ح ص :: مر ب ح ط :
مر ب ح ح ت دنی اولغله مر ب ب ك : مر ب ك م :: مر ب ح ط :

مر ب ح ت اولوب ب ك : ك م :: ح ط : ح ت دنی اولور
و بومثللواثبات اولنورکه ا ح نح ه :: ح ط : ح ت اولغله ح ب ك
ساحه سنده فرض اولنان جمیع خطوطك ح م ك ساحه سنده
فرض اولنان جمیع خطوطه نسبتی ح ط ضلع قائم آخرك ح ت
وسط متناسب مأخوذه نسبتی کبی اولغله (مقاله ٥ دعوی ١٢ب
من اصول هندسه) ساحهٔ ح ب ك : ساحهٔ ح م ك :: ح ط :
ح ت اولوب مطلوب ثابت اولور

* * دعوی ط * *

هر قنغی قطع مکافینك ساحه سی اول قطع مکافینك اوزرینه
مرسوم شکل متوازی الاضلاعك ثلثانه مساوی اولور
مثلا) ح ب ا ك قطع مکافی ساحه سی اوزرینه مرسوم ح ح ك
شکل متوازی الاضلاعك ثلثانه مساوی اولور زیرا اه
قطر ینه ب ء خط ترتیبی رسم ب نقطه سندن دنی اه قطر ینه
موازی ر ل خطی رسم اولنوب ا ه خطی دنی وصل اولندقده
ب و خطی ط نقطه سنده ل ر خطنی دنی م نقطه سنده قطع
ایدر ایمدی ا ح ه ح متوازی الاضلاع عمله احح مثلثك ا ح
قاعده سی او زرنده ا ح ه ح اسطوانه سیله ا ح ه ح محروطی
توهم اولندقده محروط مذکور اسطوانهٔ مرقومك ثلثی
اولوب (مقاله ٨ دعوی ك به من اصول هندسه) ل ر یاخود م ه
نصف قطری اولان دائرهنك م ل نصف قطری اولان
دائرهیه نسبتی ل ر یاخود م ه مربعنك م ل مربعنه نسبتی
کبی اولور وکذامربع ا ح : مربع ح ه :: مربع ح ه : مربع ب
و :: ه ا : ا ء (دعوی ء) و :: ر ل : ل ب اولدیغندن اسطوانهنك

داخلنده مرسوم اولان دائرلك اسطوانهٔ مذكورك مساوى
دائرهلرينه نسبتى متوازى الاضلاعك مساوى ضلعلرينك
اب ح قطع مكافئ ساحه سنك داخلنده واقع اولان خطلرينه
نسبتى كبى اولوب يعنى حاج مثلثدن حادث اولان مخروطك
اح حه متوازى الاضلاعدن حادث اولان اسطوانهيه نسبتى
اسحج ساحهٔ قطع مكافئك متوازى الاضلاع مذكوريه
نسبتى كبى اولور لكن اسطوانهٔ مذكور مخروط مذكورك اوج
مثلى او لمغين متوازى الاضلاع مذكور ساحهٔ مذكورهنك
وج مثلى اولوب باقى قلان اب حه ساحه سى متوازى الاضلاع
مذكور ثلثانيه مساوى اولور اشبو مساويلرك تضعيف اولندقده
حاك قطع مكافى ساحه سى ح ك متوازى الاضلاعك ثلثانيه
مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) قطع مكافئك داخلنده مرسوم اولان مثلثه نسبتى
٤ عددك ٣ عدده نسبتى كبى اولور زيرا قطع مكافى ساحه سنك
اوزرينه مرسوم متوازى الاضلاعنه نسبتى ٢ عددك ٣ عدده
نسبتى كبى ١ اولوب متوازى الاضلاع مذكورك داخلنده
مرسوم مثلثه نسبتى ٢ عددك ١ عدده نسبتى كبى اولمغله قطع
مكافى ساحه سنك مثلث مذكوريه نسبتى ٢ عددك ٣ عدده
نسبتله ٢ عددك ١ عدده نسبتدن مؤلف اولمغين ٤ عددك
٣ عدده نسبتى كبى اولور (لاحه ١١٦)

نتيجه ٢) اسحه ساحهٔ مكافئك ب ء خطر تيب ايله فصل
اولنان اسء ساحهٔ مكافى يه نسبتى هح مكعبنك ءسمكعبنه
نسبتى كبى اولور زيرا اسء ساحه سنى اءل متوازى
الاضلاعك ثلثاتى اولوب اسحه : اسء :: اهح : اءل

(لاحه ١١٦)
زيرا اب حه : اهح :: ٣ : ٢
(دعوى مذكوره) وكذا اهح :
اهح :: ١ : ٢ (مقاله ١ دعوى ب
من اصول) اب حه + اهح :
اهح + اهحه :: ٢ + ٢ : ٢
(لاحه ١٢٣) مقدم اولى الطرفين
اول ١ اهح ايله اوزرينه تقسيم
اولندقده اسحج : اهح :: ٣ : ٢
يعنى ١٣٣ اولور

يعنى هح وب قاعده لرينك نسبتيله هء ارتفاعلرينك نسبتلرى
مؤلف اولور لكن هء : هد :: مربع هح : مربع وب اولوب
هء : هد :: وحه : وب مثلثلر بالتكرار اولمغين مساحهٔ مذكوراك
بربرينه نسبتى هح وب خطر تيبلرك بربرينه نسبتى كبى مثلثهٔ
بالتكرار اولوب يعنى هح مكعبنك وب مكعبنه نسبتى كبى اولور

* * * دعوى ح * * *

هر قنغى دائره نك سطحى ارتفاعى دائرهٔ مذكوره نك
نصف قطرينه مساوى وقاعده سى دخى محيطنه مساوى
اولان مثلثه قائم الزاويه يه مساوى اولور

(شكل قك)

مثلا) اغ قطرى اوزرينه مرسوم دائرهنك سطحى ارتفاعى
اح نصف قطرينه مساوى وقاعده سى دخى اغ محيطنه
مساوى اولان حاب مثلث قائم الزاويه يه مساوى اولور زيرا
اح نصف قطرى اوزرنده كيف ماانفق ك نقطه سى تعيين
اولنوب ح مركزندن ح ك بعديله ك دائرهٔ متحدالمركزى رسم
اولنوب ك نقطه سندن دخى اب قاعده سنه موازى ك هخطى
رسم اولندقده اب : كه :: محيط غا : محيط ك اولوب اب
قاعده سى غا محيطنه مساوى اولغين ك هخطى دخى ك ك
محيطنه مساوى اولور و بومثلواباب اولنوركه حاب مثلثك
اب قاعده سنه موازى رسم اولنسان جميع خطوط دوائر
متحدالمركز محيطلرينه مساوى اولغين دائره مذكوره دخى
مثلث مذكوره مساوى اولوب (مقاله ده دعوى بب من اصول
هندسه) مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١) هر قنغى دائره سطحى نصف قطرينله نصف

محيطندن ياخود ربع قطريله محيطنـدن حاصل اولان
مستطيله مساوى اولور زيرا ارشميدس مهندسك حسابيه
كوره محيطك قطر نسبتى ٢٢ عددك ٧ عدده نسبتى كبى اولمغله
دائره سطحنك مربع قطرينه نسبتى ٣٨ر عددك ٤٩ عدده
نسبتى كبى ياخود ٧٧ عـددك ٩٨ عدده نسبتى كبى يعنى ١١
عددك ١٤ عدده نسبتى كبى او لور

* * دعوى نا * *

هرقنغى قطع ناقص ساحه سنـك محور كبيرى اوزرينه
مرسوم دائره سطحنه نسبتى محور صغيرك محور كبيره نسبتى
كبى او لور

(شكل فكا) مثلا) ⊜هص قطع ناقص ساحه سنك ⊜ص محور كبيرى
اوزرينه مرسوم ⊜ب‌وص دائره سطحنه نسبتى حه نصف
محور صغيرك حص نصف محور كبيره نسبتى كبى اولور زيرا
حه محور صغيرك دائره مذكوره‌نك ب نقطه سنه دكين
اخراج اولنوب هرقنغى ك نقطه سندن دخى كم خط ترتيبى
رسم واستقامت اوزره ء نقطه سنه دكين اخراج اولندقده
مستطيل صكء ⊜: مستطيل صم⊜:: مربع مكء مربع
حه اولوب يعنى مستطيل صكء ⊜ ياخود اكا مساوى
اولان مربع كء : مستطيل صم⊜ ياخود اكا مساوى
اولان مربع ب‌ح:: مربع مكء مربع حه اولمغله مكء:
حه:: ءك: ب‌ح اولور ايمدى قطع ناقصك داخلنده رسم
اولنان خطلر مجموعنك داخل دائره ده رسم اولنان خطلر
مجموعنه نسبتى حه خطنك ب‌ح خطنه نسبتى كبى اولمغين

(مقاله ٥ دعوى ب‌من اصول هندسه) قطع ناقص مذكور
ساحه سنـك دائره مذكوره سطحنـه نسبتى حه هـ نصف
محور صغيرك حب نصف قطر يله يعنى حص نصف محور
كبيرينه نسبتى كبى اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه ١) حم مركزندن حم خطلرى اخراج اولندقده
حم‌ص قطاع قطع ناقصك حءص قطاع دائره يه نسبتى
حه محور صغيرك حص محور كبيره نسبتى كبى اولور زيرا مكص
قطعه سنك ءكص قطعه سنه نسبتى ياخود برارتفاعده
بولنان حكم مثلثك حكء مثلثنه نسبتى مك خطنك ءك
خطنه نسبتى كبى اولغين حه خطنك حب ياخود اكا مساوى
اولان حص خطنه نسبتى كبى دخى اولمغله قطاع حم‌ص:
قطاع حءص:: حه: حص اولور

* * دعوى نب * *

هرقنغى قطع مخروطك قاعده‌سى نهايتلرندن برر خط مماس
رسم اولنوب رأس نقطه سنـدن رسم اولنان خط مماسى
ايكى نقطه ده قطع ايدوب قاعده‌ء مذكوره‌نك تنصيف
نقطه سيله نقطتـين مذكورتين بينه برر خط مستقيم
وصل اولندقده اشبو شبه مخروط يعنى نصف قطع مجسم
خطين موصولينـدن برى نصف قاعده ايله خط مماسدن
حادث اولان مثلثك قطع مذكور تحويزنده دورانندن حاصل
اولان مخروط مجسمه مساوى اولور وبنه رأس نقطه سنده
مماس ايدن خط مماس ايله قطع مذكورك نصف منحنى سى
و خط مماس آخر دن حادث اولان مثلث مختلط الاضلاع

مجسمی خطین موصولیدن برایله رأس نقطه سنده تماس
ایدن خط تماس ومحور دائر جایت اولان مثلث محور
مذکوردهدور اینیدن حاصل اولان مخروط مجسمه

برهان قضیه یاحساوی اولور

(شکل فکب)

مثلا) هرقبغی اهرب قطع مخروط طك اب قاعده سنك ایب
نهایتلرندن ارب خط مماسلری رسم اولنوب راس نقطه سنده
تماس ایدن رج خطی رخ نقطه لرنده قطع ایدوب قاعده
مذکوره لك دنی ك نقطه لرنده متصف اولدن ورج خطلری وصل
اولندقده ك هـ ج ب شبه مخروط مجسمی ك ب مثلثنك
و هـ محورنده دورانندن حاصل اولان ك ب مخروط مجسمه
مساوی اولور وبنه هـ ج ب ح مثلث مختلط الاضلاع مجسمی
هـ ج ح مثلثنك و هـ محورنده دورانندن حاصل اولان هـ ج ح
مخروط مجسمه مساوی اولورزیرا هـ ج ا ك خطلری نه موازی
هر قنغی ل ك خطی رسم اولنوب محور مذکوری ے
نقطه سنده خط تماسلری دنی ل ك نقطه لرنده مخنی بی
دنی م ك نقطه لرنده ورج خطلری دنی ع غ نقطه لرنده
قطع ایلدکده مستطیل م ك ك ك :: مربع ك ب :: مربع
هـ ج : مربع ح ب اولوب (دعوی مو) بدل طرز یقیله دنی
مستطیل م ك ك ك :: مربع هـ ج :: مربع ك ب : مربع ح ب
و :: مربع ے : مربع و هـ یاخود :: ز بع ے غ : مربع هـ ج
اولغله مستطیل م ك ك ك : مربع هـ ج :: مربع ے غ : مربع
هـ ج اولوب ے غ مربعی م ك ك ك مستطیلنه یاخود اکا
مساوی اولان ے ك ك ك مربعلری بینده اولان فضلنه

مساوی اولور ایمدی ے غ نصف قطر بنك دائره سی ے ك
ك ك نصف قطرلر یتسك دائره لری بینده اولان فضلنه
یعنی ك ك خطلرندن هـ ك ب ح مختلط الاضلاع و هـ محورنده
دوران ایلدکده رسم اولنان خلقیه مساوی اولوب هـ ج ح
مثلثك هـ و محورنده دورانندن حاصل اولان مخروط مجسمك
مقطعی ے غ نصف قطر بنك دائره سی اولغله هـ ك ب ح
مختلط الاضلاع مجسمی هـ ج ح مخروط مجسمنه مساوی اولور
وبنه هـ ك ب ح ایله هـ و محورنده دورانندن حاصل
اولان هـ ك ب ء شبه مخروط مجسمی مجموعی محور مذکور
اوزرنده دورانندن حاصل اولان هـ ج ح ب مخروط
مجسمی مجموعنه مساوی اولورلکن هـ ك ب ح مختلط الاضلاع
مجسمی هـ ج ح مخروط مجسمنه مساوی اولغله باقی قلان
هـ ك ء شبه مخروط مجسمی ج ح ب مخروط مجسمنه مساوی
اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ٦) ارب ح خط تماسلری محور مخرج ایله ط نقطه سنده
تلاقی ایدنجه دکین اخراج اولنوب ا ء قاعده سنك اوزرینه
ا ر هـ مربعلری بینده اولان فضلنه مساوی اولان مربعك
س ضلعی تعیین س نقطه سندن دنی س ط خطی وصل
اولندقده هـ ك ء شبه مخروط مجسم س ط ء مثلثنك و ط
محورنده دورانندن حاصل اولان مخروط مجسمه مساوی
اولورزیرا ط مثلثندن حاصل اولان مخروط مجسم فاعده سی
ا ء قطر بنك دائره سی وارتفاعی و ط خطی اولان اسطوانه نك
ثلثی اولوب ر هـ ط مثلثندن حاصل اولان محروط ایله ر هـ ء

مثلثندن حاصل اولان مخروطی مجموعی قاعده‌سی هر نصف
قطرینك دائره سی ارتفاعی ط هـ هـ ء مجموعی یاخود ء ط
خطی اولان اسطوانه‌نك ثلثی اولمغین ا ء ط مخروطیله رهـ ط
رهـ ء مخروطلری مجموعی یینده‌اولان فضل ار ء یاخود ء ح ب
مخروطنه مساوی اولوب یعنی هـ ح ء شبه مخروط مجسمی
قاعده‌سی او نصف قطرینك دائره‌سیله هـ رنصف قطرینك
دائره‌سی یینده‌کی فضل اولوب ارتفاعی دنی ء ط خطی اولان
اسطوانه‌نك ثلثی اولور ایمدی ء س مربعی بالعمل ء ا هـ ر
مربعلری یینده اولان فضلنه مساوی او لوب س ء نصف
قطرینك دائره سی ء ا هـ ر نصف قطرلرینك دائره‌لری
یینده‌کی فضلنه مساوی اولمغین س ء ط مثلثنك ء ط محورنده
دوراندن حاصل او لان س ط ء مخروطی هـ ح ب ء شبه
مخروط مجسمه مساوی اولور

نتیجه ۲) هـ ح ب منحنی سی مکافی اولسه حاصل اولان ء هـ
ح هـ شبه مخروط مجسم طرء مخروط محسمنك اوچ مثلی
اولور زیرا ء ط تحت تماسی ط هـ خطنـك ضعفی اولوب
(دعوی ط نتیجه ٦) ا ء خطی دنی هـ ر خطنك ضعفی اولمغین
ا ء مربعی هـ ر مر بعنـك درت مثلی اولوب س ء نصف
قطرینك دائره‌سنی هـ ر نصف قطری دائره‌سنك اوچ مثلی
اولمغله س ط ء مخروطی ارتفاعی ء ط و قاعده‌سی هـ ر نصف
قطرینك دائره‌سی اولان ط ر ء مخروطنك اوچ مثلی اولمغله
ط ر ء مخروطی س ط ء مخروطنك یاخود ا کامساوی اولان
ء هـ ح ب شبه مخروطنك ثلثی اولور

شکل ذکم

نتیجه ۳) هر قنی ء هـ ح ب شبـه مخروطك داخلنده واقع
و هـ ب مثلثك هـ ء محوزنده دوراندن حاصل اولان مخروطه
نسبتی ب ء قاعده‌سیله رأس نقطه‌سنده تماس ایدن هـ ح
خطی مجمو عنك ب ء قاعدهٔ مذکورمیه نسبتی کبی اولور
زیرا ب ء نصف قطـری ایله ب د ء دائره‌سی رسم هـ ء
محو رینه موازی قاعدهٔ مذکوریی ت نقطه‌سنده دائره‌یی
دنی د نقطه‌سنده قطع ایدرح و خطی رسم اولنوب ت
نقطه‌سندن ء و خطنه ت ے عمودی اخراج اولندقده ت و
مربعی ب ء و ت ء مربعلری یینده اولان فصلنه مساوی
(مقاله ۲ دعوی ید نتیجه من اصول هندسه) یعنی ب ء ح هـ
مربعلری یینده ه اولان فضلنه مساوی اولور ایمدی ء هـ
ح ب شبه مخروط مجسمی قاعده‌سی ت و نصف قطرینك
دائره‌سی او لوب ارتفاعی دنی ء ط اولان مخروطه مساوی
اولمغله (نتیجه ۱) شبه مخروط مذکورك قاعده سی ب ء
نصف قطری دائره سی او لوب ارتفاعی دنی ء هـ اولان
داخلنده مرسوم مخروطه نسبتی ت و ء یاخود اکامساوی
اولان ء و خطلری یینده اولان نسبتله ط ء ؤ هـ خطلری
یینده اولان نسبتدن مؤلف اولوب لکن ت و مربعی ء و و ے
مستطیلنه مساوی اولمغین (مقاله ٦ دعوی ر نتیجه من اصول
هندسه) مربع ث و: مربع ء و:: مستطیل ء و و ے: مربع ء و و::
و ے: ء و اولوب و ے: ء و:: مربع ت و: مربع ء و اولمغله ء هـ ح ب
شبه مخروط مجسمك ء هـ ب مخروطنه نسبتی و ے ء و خطلرینك
نسبتیله ء ط ء هـ خطلرینك نسبتدن مؤلف اولوب ب خطی

وخطنه مساوی اولوب ط ب : ساح :: ء ب : ن ن دنی اولغله
ساط ساح خطلرینك نسبتیله ء ب یاخود ء و ن ن خطلرینك
نسبتندن دنی مؤلف اولمغین و : و ء : ن ن اولور (لاحه ١١٦)
یوتقدیرجه شبه مخروط مذکورك داخلنده مرسوم مخروطه
نسبتی وء خطنك ن ن خطنه نسبتی کبی اولوب ء و وات
ت ب مستطیللرندن هر بری ت و مربعنه مساوی اولمغین
و ء : ن ن :: ان : ء و اولد یغندن شبه مخروط مذکورك
داخلنده مرسوم مخروطه نسبتی ا ت خطنك ء و خطنه یعنی
ب ء ه ح مجموعنك ء ب قاعده سنه نسبتی کبی
اولور واشبو ذکر اولنان نسبت کره لرك قطعه لرنده دنی
جاری اولور

نتیجه ٤) شبه مخروط مجسمك داخلنده مرسوم مخروطه
نسبتی ء ط ط ه خطلری مجموعنك ء ط خطنه نسبتی کبی
اولور زیرا ء ط : ط ه :: ء ب : ه ح اولوب ترکیب طریقیله
دنی مجموع ء ط ط ه : ء ط :: مجموع ب ه ح : ء ب اولور
ایمدی ه ح محوری ط نقطه سندن ط ه مقداری استقامت
اوزره اخراج اولنسه قده شبهٔ مخروط مذکورك داخلنده
مرسوم مخروطه نسبتی ء ء خطنك ء ط خطنه نسبتی
کبی اولور

نتیجه ٥) قطع مکافینك شبه مخروط مجسمی داخلنده
مرسوم مخروطك بر یحق مثلی اولور زیرا ء ط خطی ه ط
خطنك ضعفی اولمغله (دعوی ط نتیجه ٦) ء ء خطی
دنی ه ط خطنك اوچ مثلی اولوب ء ء : ء ط :: ٣ : ٢ اولور

وکذا شبه مخروطك اوزرینه مرسوم اولان اسطوانه داخلنده
مرسوم اولان مخروطك اوچ مثلی اولوب اسطوانه : مخروط
:: ٣ : ٢ وکذا مخروط : شبه مخروط :: ٢ : ٣ اولوب استقامت
طر یقیله دنی اسطوانه : شبه مخروط :: ٦ : ٣ یعنی اسطوانهٔ
مذکور شبه مخروطك ضعفی اولوب شبه مخروط دنی داخلنده
مرسوم مخروطك بر یحق مثلی اولور

شکل فکذ

نتیجه ٦) اهـ ب منحنی سی نصف دائره یاخود نصف قطع ناقص
اولسه ا ب محور ینك نهایتلرندن رسم اولنان ا ر ب ح خط
مماسلری ه ء محور ینه موازی اولوب رأس نقطه سنده مماس
ایدن ه ح خطی دنی ء ب نصف محور ینه مساوی اولمغین
ء ب ه ح خطلری مجموعی ء ب خطنك ضعفنه مساوی
نصف کره ، مجسم یاخود نصف قطع ناقص مجسم داخلنده
مرسوم مخروطك ضعفی اولور (نتیجه ٣) واشبو نصف
کرهٔ مجسم یاخود نصف قطع ناقص مجسم اوزرینه مرسوم
اولان اسطوانه پر یحوق مثلی اولور زیرا اسطوانه : مخروط
:: ٣ : ١ اولوب وکذا مخروط : نصف کره یاخود نصف قطع
ناقص مجسم :: ٦ : ٣ اولمغله استقامت طریقیله دنی
اسطوانه : نصف کره مجسم یاخود نصف قطع ناقص مجسم ::
٣ : ٢ اولور وکذا کره نك یاخود شبه کره نك اوزرینه مرسوم
اسطوانه یه نسبتی بوقیاس اوزره اولور

دعوی ٦

هر قنغی قطع زائدك نصف منحنی سی ایله خط غیر واقعك بری
بیننده رأس نقطه سنده مماس ایدن خط مماس ایله محدود
اولان ساحهٔ قطع مذکورك محوری اوزرنده دورا نتده

محور مذكور اوزرنده دوراندن حاصل اولان حلقهٔ مجسمه
مساوی اولورز زیرا خلقهٔ مذکوره ایله ب ح ک ه مستطیلینڈن
حاصل اولان اسطوانه مجوفی ب ح ه شبه مخروط مجسم
ایله ب ح ے ح ساحه سی مجسمی مجموعنه مساوی اولور
لکن اشبو ساحهٔ مجسم اسطوانه مذکوره یه مساوی اولمغین
شبه محروط مذکور دخی خلقهٔ مذکوره یه مساوی اولور

شکل ٧٨

نتیجه ٢) قطعین متقابلینده ا ح ء ساحه سی ارمحور ثانی
اوزرنده دوران ایلسه حاصل اولان مجسم ا ه ر مستطیلینڈ
محور مذکور اوزرنده دوراندن حاصل اولان اسطوانه یه
مساوی اولور زیرا ح ء ح مستطیلی ا ب اخودزه مربعنه
مساوی اولور (دعوی لط) ر ه ر ک نصف قطر لرک
دائره لری بینده اولان فصل یعنی مجسم مذکورک ء ح خطندن
حادث اولان خلقهٔ دائره کذلك مجسم مذکورده ر ه نصف
قطرینڈ رائره سنهٔ مساوی اولمغین مجسم مذکورلڈ کلبسی
دخی اسطوانهٔ مذکوره یه مساوی اولور

نتیجه ٣) ب ه ح ساحه سنڈ ا ر محورنده دوراندن حاصل
اولان حلقه مجسم ا ه ر مثلثڈ محور مذکورده دوراندن
حاصل اولان مخروطه مساوی اولور زیرا حلقهٔ مجسم
مذکور ایله کذلك اسطوانه سی مجوعی کذلك مخروط مذکو
ایله منحنی وخط غیر واقعدن حادث اولان ساحه ارمحوند
دوراندن حاصل اولان مجسم مجموعی ا ب ح ر ساحه سنڈ

حاصل اولان مجسم قاعده سی خط تماس مذکور نصف
قطر اعتباریله دائره سی اولوب ارتفاعی دخی مجسم مذکورڈ
ارتفاعنه مساوی اولان اسطوانه یه مساوی اولور

شکل ٧٩

مثلا ب ح قطع زائد منحنی سی ایله ح ے خط غیر واقع بینده
کائن ب ح ے ح ساحه سی ب ه ح محوری اوزرنده دوراندن
حاصل اولان مجسم قاعده سی ب ح نصف قطرینڈ
دائره سی اولوب ارتفاعی دخی مجسم مذکورڈ ارتفاعنه مساوی
اولان اسطوانه ی مساوی اولور زیرا ه ح ے ح مربعلری
بینده کی فضلیه مساوی اولان ح ے ح ط مستطیلی ب ح
خط تماس مربعنه مساوی (دعوی ارنتیجه ٤) باخود ه ک
مربعنه مساوی اولمغین ه ح نصف قطرلری دائره
لرینڈ بینده اولان فضل یعنی ب ح ے ح ساحه سی ب ه ح
محوری اوزرنده دوراننده ح ے خطندن حاصل اولان
خلقهٔ دائره ه ک نصف قطرلرینڈ دائره سی اوزرنده ب ح
ک ه مستطیلینڈ دوراندن حاصل اولان اسطوانه نڈ
دائره سنه مساوی اولور ایمدی مجسم مذکوره نڈ جمع
خلقهٔ دائره لری اسطوانه مذکورڈ جمع دائره لرینه مساوی
اولمغین ح ب خ ے مجسمڈ اسطوانهٔ مذکوریه مساوی
اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ١) قطع زائدڈ ب ح ه قطعه سی ب ه محورنده
دوراندن حاصل اولان شبه مخروط مجسمی ح ک ے مثلثڈ

محور مذکور رده د و راندن حاصل اولان شبه اسطوانه یه
مساوی اولـ ـورلکن منحنی ایله خط غیر واقعدن حادث اولان
ساحهٔ مجسمه اب ھ راسطوانه سنه مسـاوی اولمغین
نتیجه ۲) ءار مخروطی بـ ھ حلقهٔ مجسمنه مساوی اولور

دعوی ند

قطع زائد متساوی السافینك منحنی سی ایله خطین غیر
واقعین آرسنده کائن ساحه نك خط غیر واقعك بری اوزرنده
دوراندهٔ حاصل اولان مجسم منحنی مذکور ایله خطین غیر واقعین
داخلنده رسم اولنان مستطیللك ضلع اقصری اوزرند ه
دوراندن حاصل اولان اسطوانه نك ضعفی اولور

شکل ذکر

مثلا قطع زائد متساوی السافینك ء ح منحنی سی ایله ا ھ اب
خطین غیر واقعك آره سنده کائن ھ ء ح ب ا ساحه سنك
اب خطی اوزرنده دوراندن حاصل اولان مجسم ء ھ اط
مستطیلنك ا ط خطی اوزرند ه دوراندن حاصل اولان
اسطوانه نك ضعفی اولورزیرا مستطیل مذکور ضلعلرینی رے
نقطه لرنده ھ ط قطرینی دنی ح نقطه سندن قطع ایدر
اب خطنه موازی هر قنجی ح حطی رسم اولندقده ح ے : ء ھ
:: ھ ا : ے ا (دعوی ۴ نتیجه ۳) و : ھ انصف قطر محیطنك
: ا ے نصف قطر محیطنه اولوب (مقاله ۸ دعوی ۶ و من اصول
هندسه) ح ے ارتفاعیله ا ے نصف قطر ینك محیطنه
مستطیلی یاخود اکا مساوی اولان ح ے حطی اب خطی

اوزنده دوراندن حاصل اولان اسطوانه سطحی (ارشمیوس
دعوی ۱۱) ء ھ ارتفاعیله ھ انصف قطر محیطنه مستطیلی
یاخود ء ھ خطنك ا ب خطی اوزرنده دوراندهٔ حاصل
اولان اسطوانه سطحنه مساوی اولور رایمدی ء ھ اط
ح ب ا ے مستطیلنك ارتفاعی اولان ء ھ ا ے خطلری
بر برینه مساوی اولوب ح ے خطی اسطوانه سطحنك ر ے
خطی اسطوانه سطحنه نسبتی ء ھ خطی اسطوانه سطحنك
ر ے خطی اسطوانه سطحنه نسبتی کبی اولوب و : : ا ھ
نصف قطر محیطنك : ا ے نصف قطر محیطنه نسبتی کبی
اولوب یعنی : : ا ھ : ا ے یاخود : : ء ط : ط ر و : : ء ھ یاخود
ر ے : ر ح اولور بوتقریر جه قطع زائد مجسمك اسطوانه لری
سطحلری بر برینه مساوی اولوب مستطیل مرسوم داخلنده
اولان اسطوانه لر سطحلری بر برینه مسـاوی اولمغله
مجسم مذکورك اسطوانهٔ مذکوره نسبتی مستطیل مرقومك
داخلنده مرسوم مثلثه نسبتی کبی اولمغین مستطیل مذکور
مثلث مرقومك ضعفی اولمغله مجسم مزبور دنی اسطوانهٔ
مرقومك ضعفی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ۱) ط ء ھ ا مستطیلنـدن حاصل اولان اسطوانه
یه مساوی اولان قطع زائد مجسمی یعنی ء ح ب ا ھ ساحه
مجسمی کندو اسطوانه سنه یعنی ء ط ا ھ ا اسطوانه سی
اب ح ء ھ مجسمندن طرح اولندقده باقی قلان ء ط ا ھ
اسطوانه سنه مساوی اولور وکذا م ح ب وساحهٔ مجسمی

م ل اركندو اسطوانه سنه مساوی اولور

نتیجه ٢) ه ح ب ط م ح ب و مجسملرینك برو ینه نسبتی نصف
قطر دائره لری اولان ه ط م و خطلرینك برو ینه نسبتی کبی
اولو ر زیرا مجسم مذکور لرك برو ینه نسبتی انلره مساوی
اولان اسطوانه لرك برو ینه نسبتی کبی اولوب لکن اسطوانهٔ
مذکورلرك برو ینه نسبتی ه ط م ل خطلرینك نسبتیله اهـ
ال خطلرینك نسبتندن مؤلف اولمغین مستطیل ل ا اهـ:
مربع ال :: ه ط : م و اولور

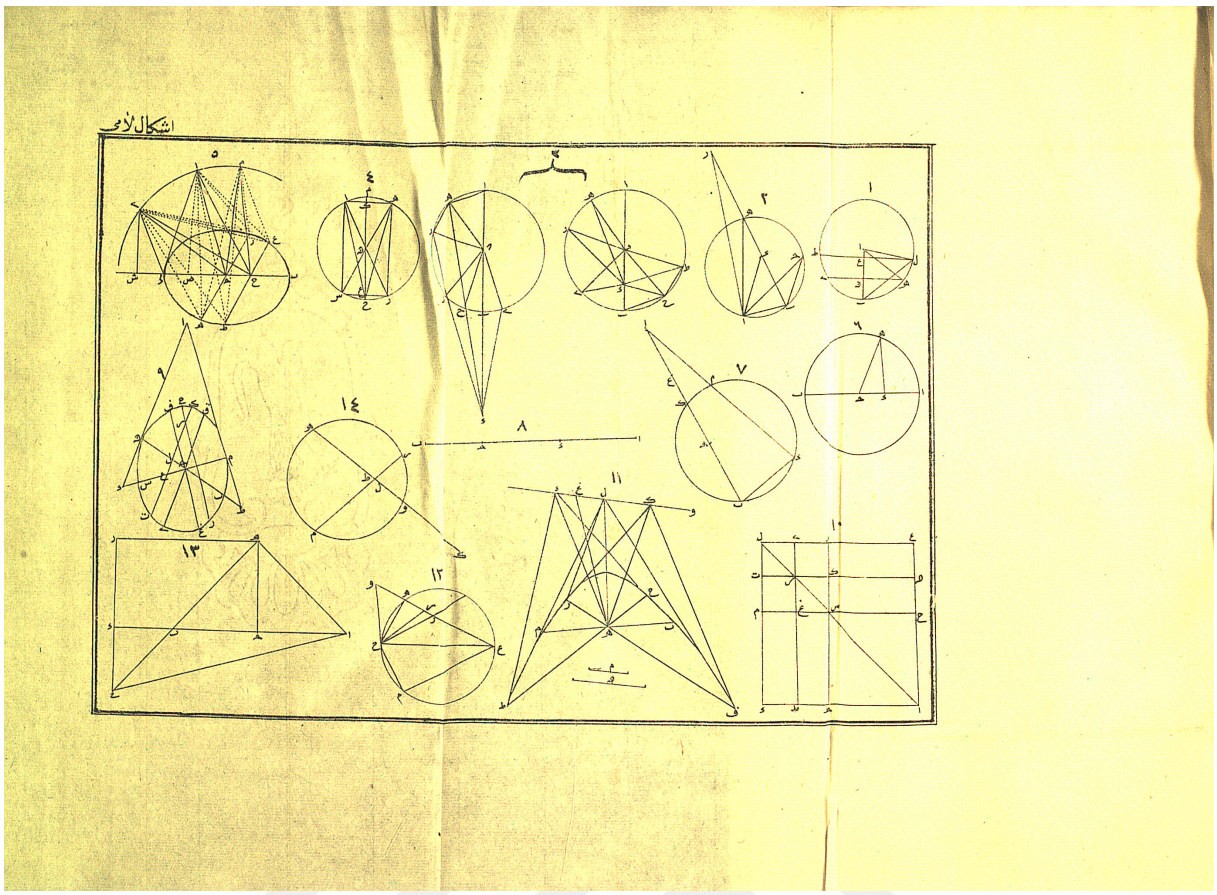
شکل فکح

نتیجه ٣) اهـ خط غیر واقعی ا ے ے ل ل ح ح هـ وهکذا
اقسام متساویه یه تقسیم اولنوب اشبو تقسیم نقطه لرندن
ے ح ل ر ح م هـ ه خطلری خط غیر واقع مذکوره ترتیب اوله رق
خط غیر واقع آخره دکی موازی رسم اولندقده ح ب روم ه ؛
ط غ ر خطلری دکی اهـ خط غیر واقعه موازی
اخراج اولنوب قطع زائد ساحه سنده اب خطی اورنده
دوران برله حاصل اولان مجسمك اجزالری اولان ه م ه
ط ه ورم وب ح رساحه مجسملری برو ینه مساوی اولور زیرا
مجسم مذکور لرك برو ینه نسبتی قاعده لری نصف قطر لرینك
برو ینه نسبتی کبی اولمغله تفاضللری دکی نسبت مذکوره اوزره
اولور لرکن نصف قطرلر برو ینه مساوی اولمغین مجسملرك
تفاضللری دکی برو ینه مساوی اولور ل

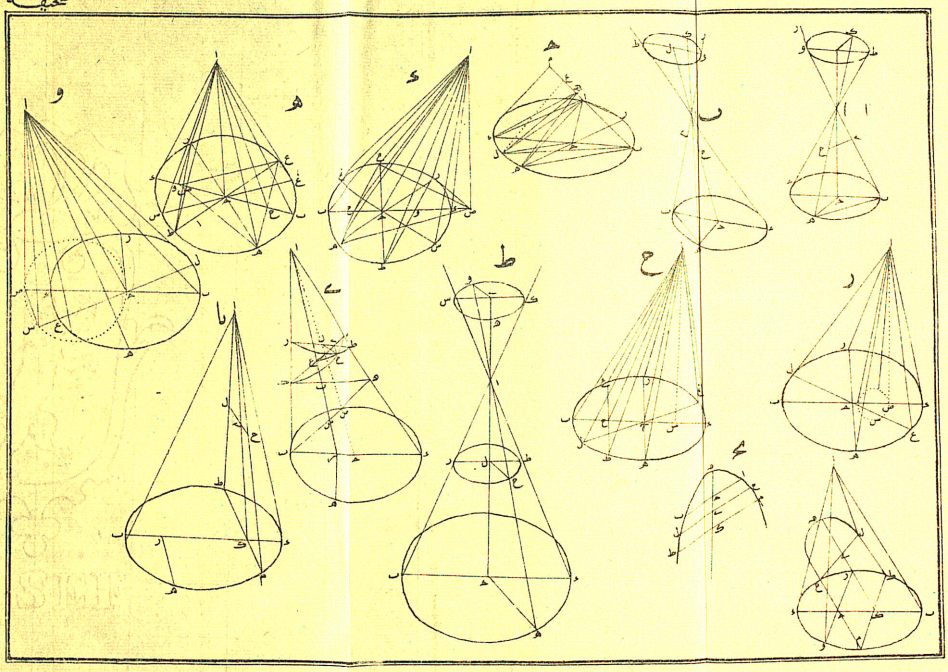
نتیجه ٤) قطع زائد لك مساحهٔ مجسمی منحنی ایله خط
غیر واقع الی غیر النهایه اخراج اولندقده یعنی اع ص ح ب

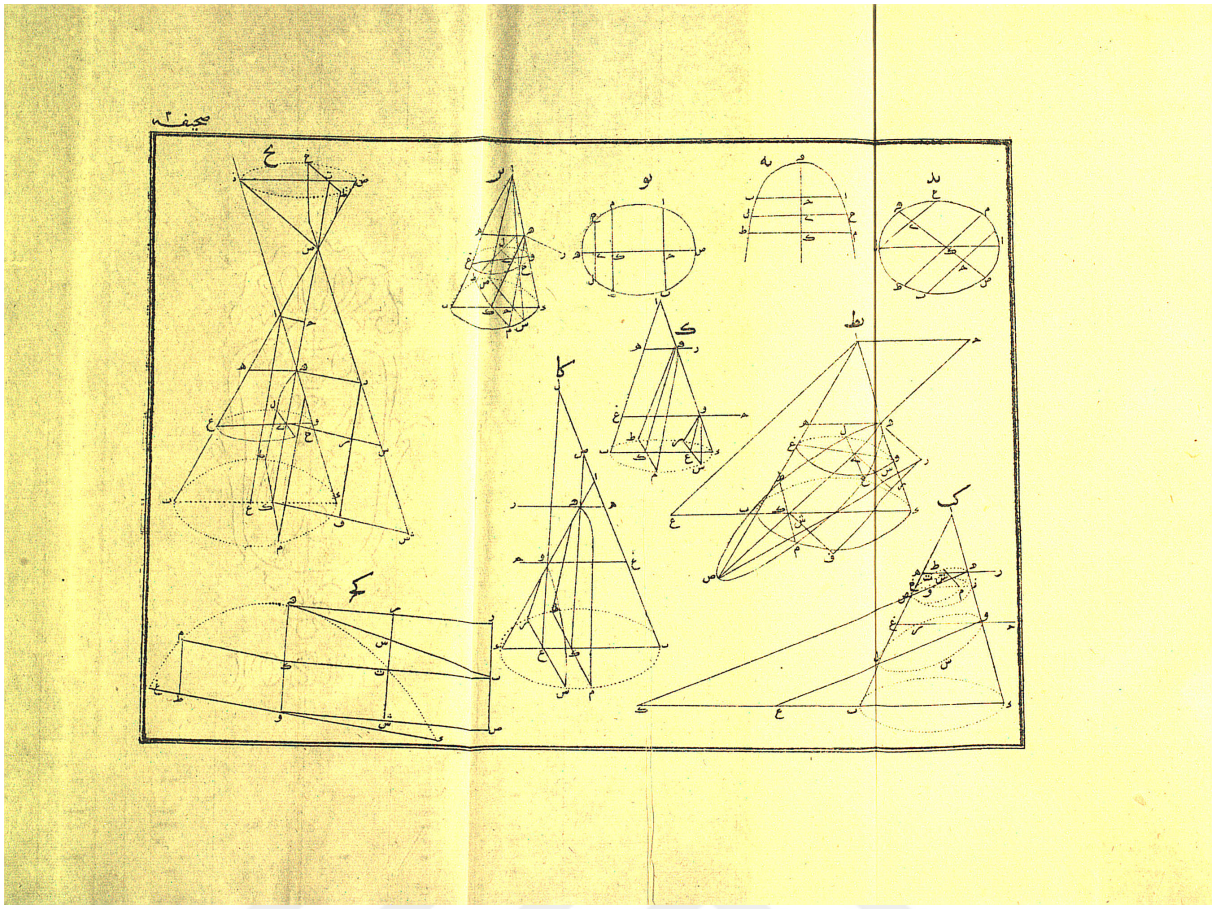
ساحهٔ مجسمی ا ب طرفنه الی غیر النهایه اخراج اولنسه
مقدار نامتناهی اولور زیرا ع خط غیر واقعی اے ل قسملرینه
مساوی اقسام متساویهٔ نامتناهیه پیدا اولوب اشبو اقسام
نامتناهیه دن حاصل اولان اجسام نامتناهیه
مجموعی مجسم مذکوره مساوی اولمق
لازم کلدیکندن مجسم مرقوم
مقدار نامتناهی
اولور

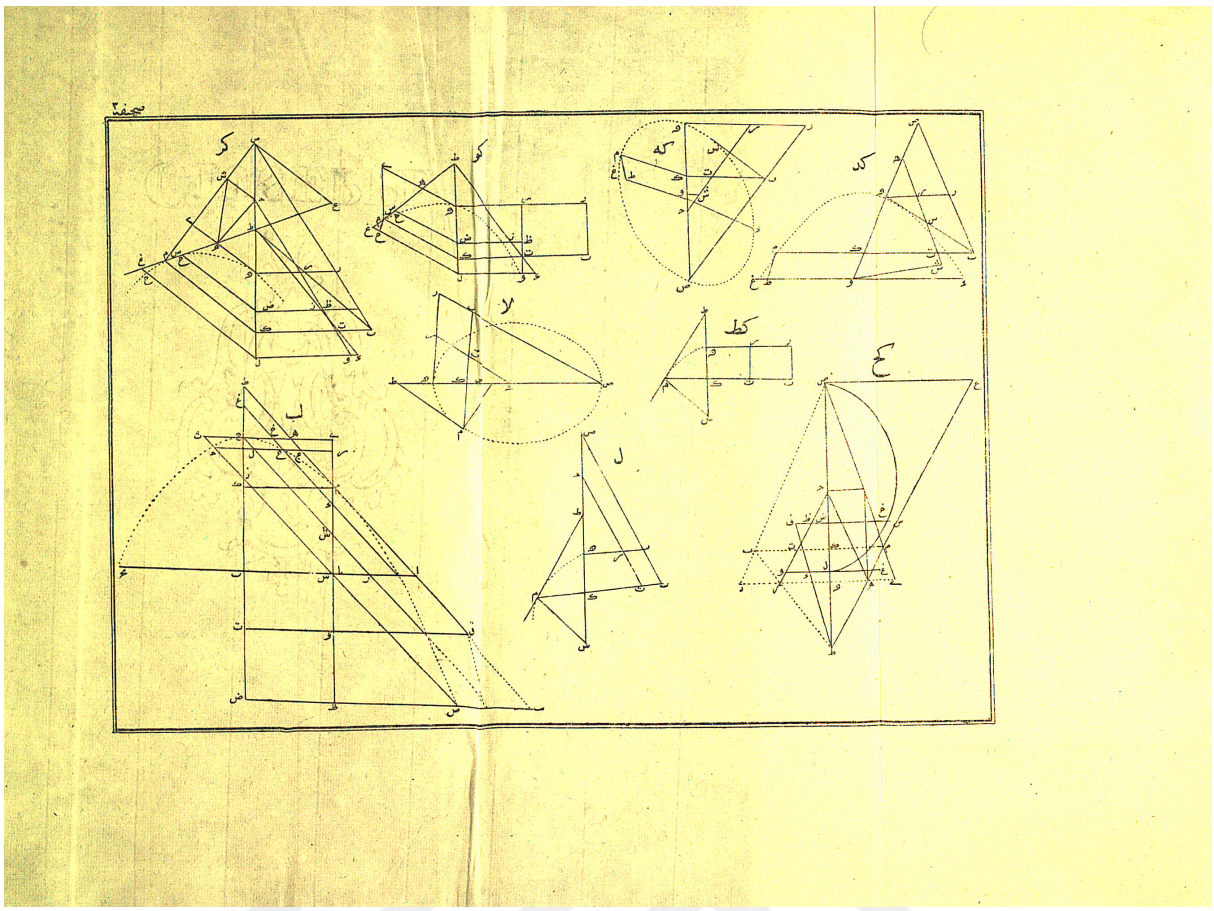
قد تم طبع هذا الکتاب المستطاب بعون الله الملك الوهاب
بمطبعهٔ باب سرعسکریه سنه سبع وخمسین ومأتین
والف من هجرت من له
العزة والشرف
٤٤

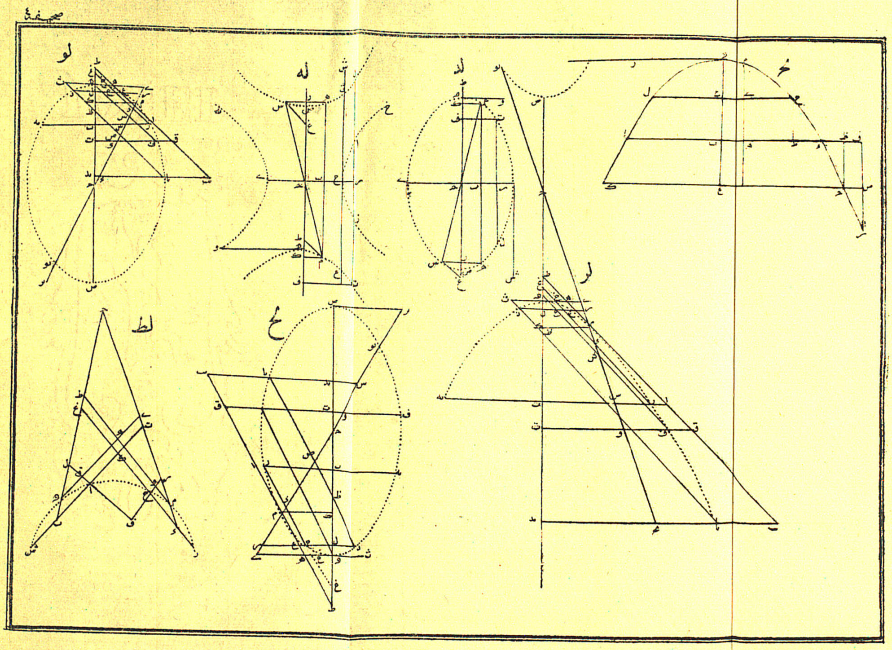

اشكال الاول
١
٢
٣
٤
٥
٦
٧
٨
٩
١٠
١١
١٢
١٣
١٤

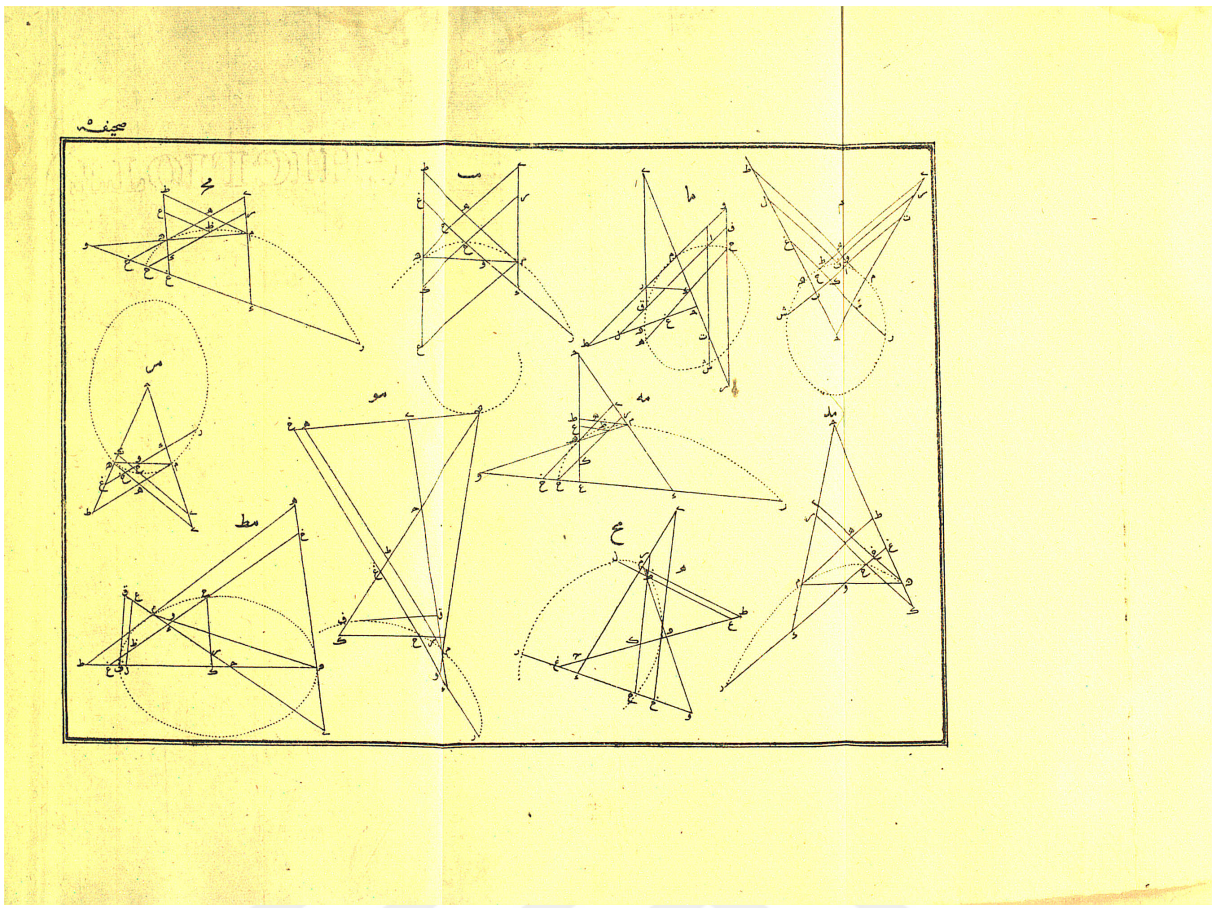
صحیفه ۱

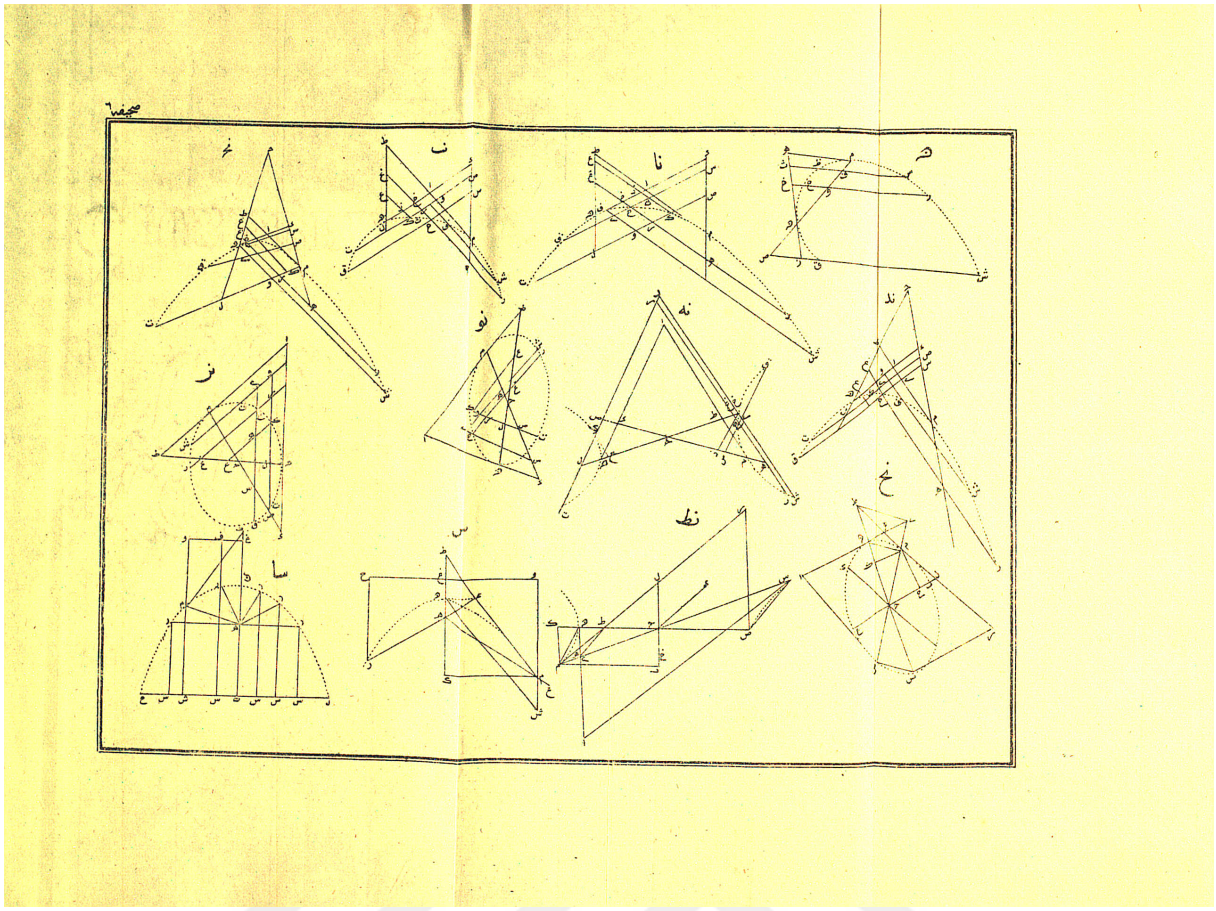


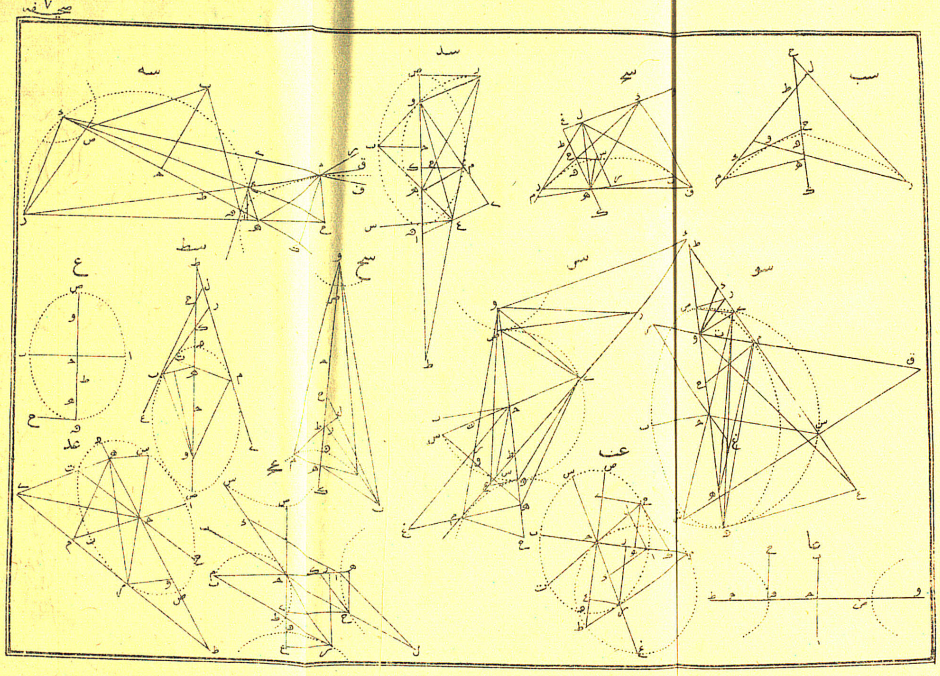


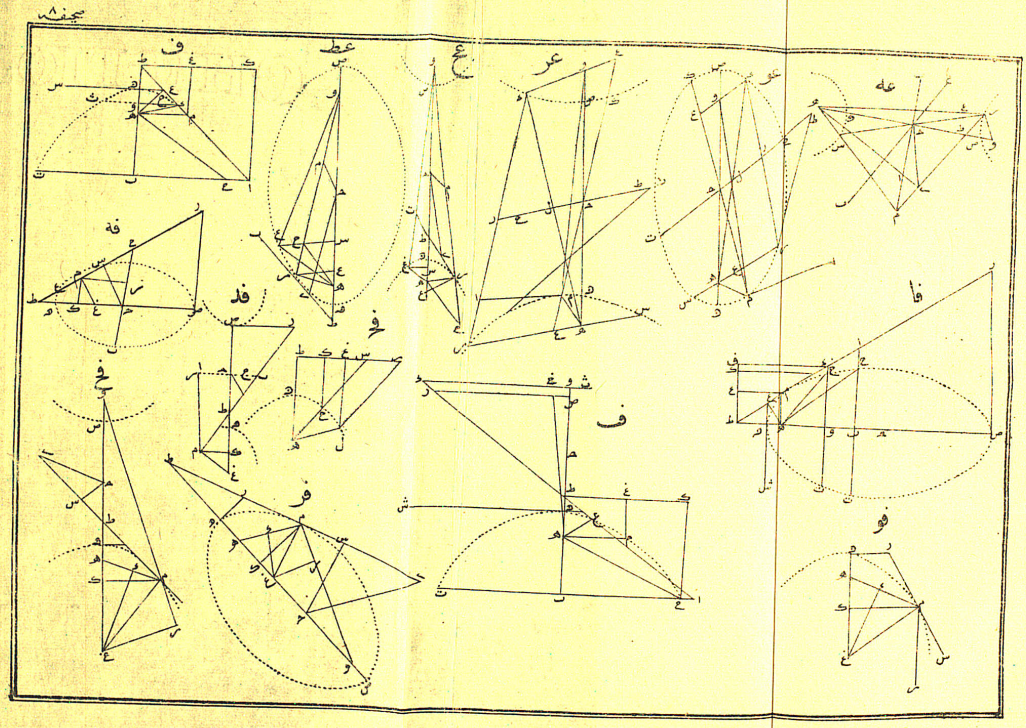


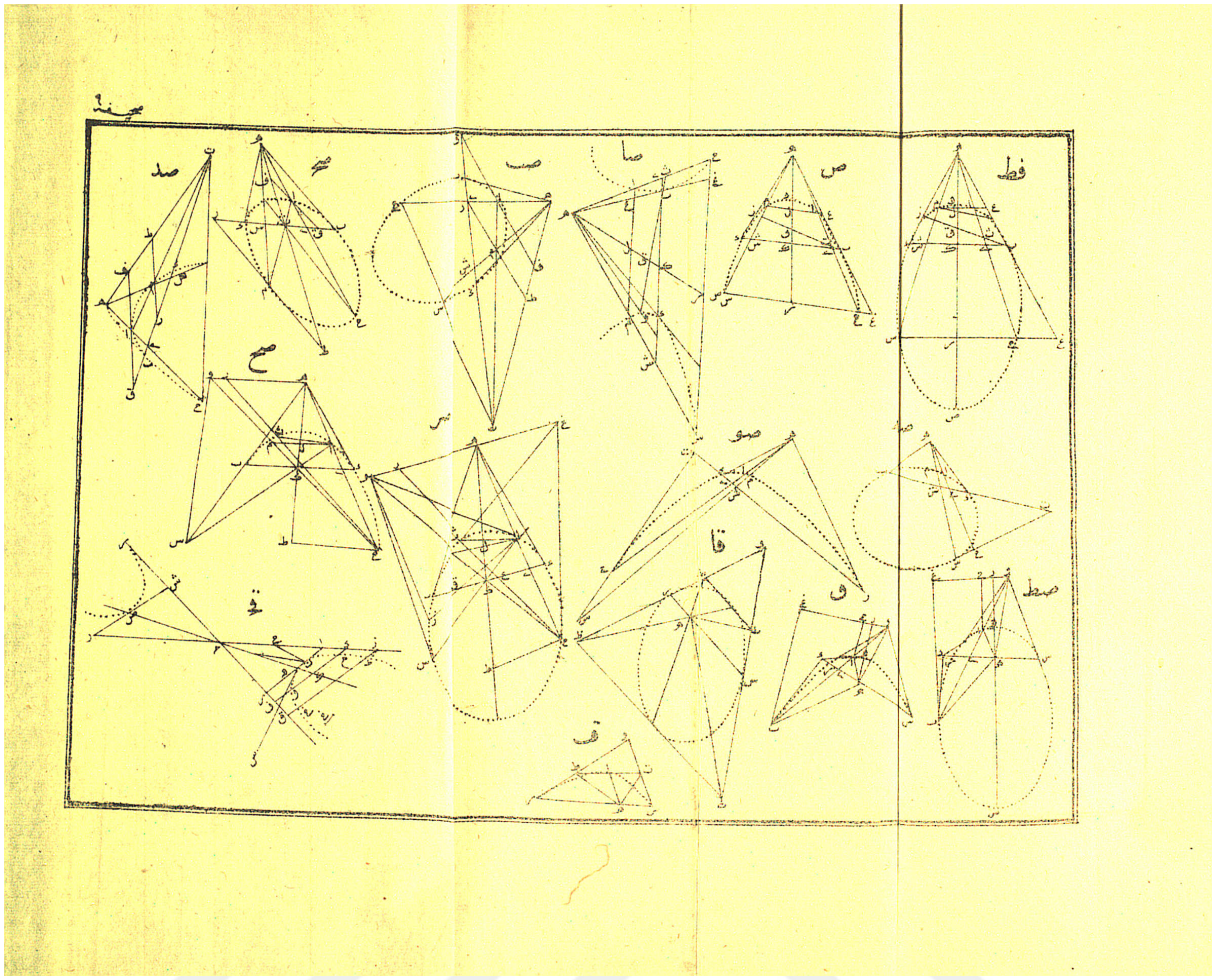


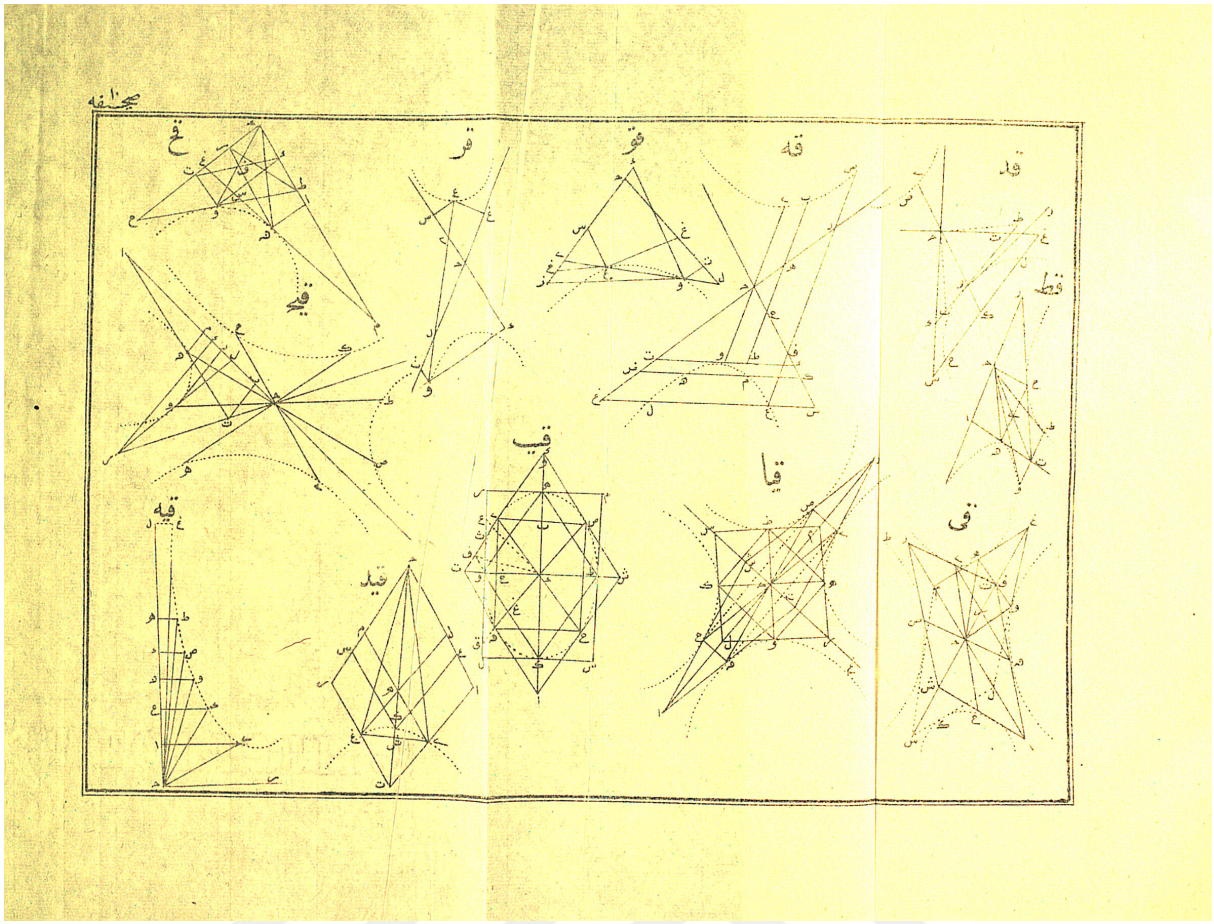


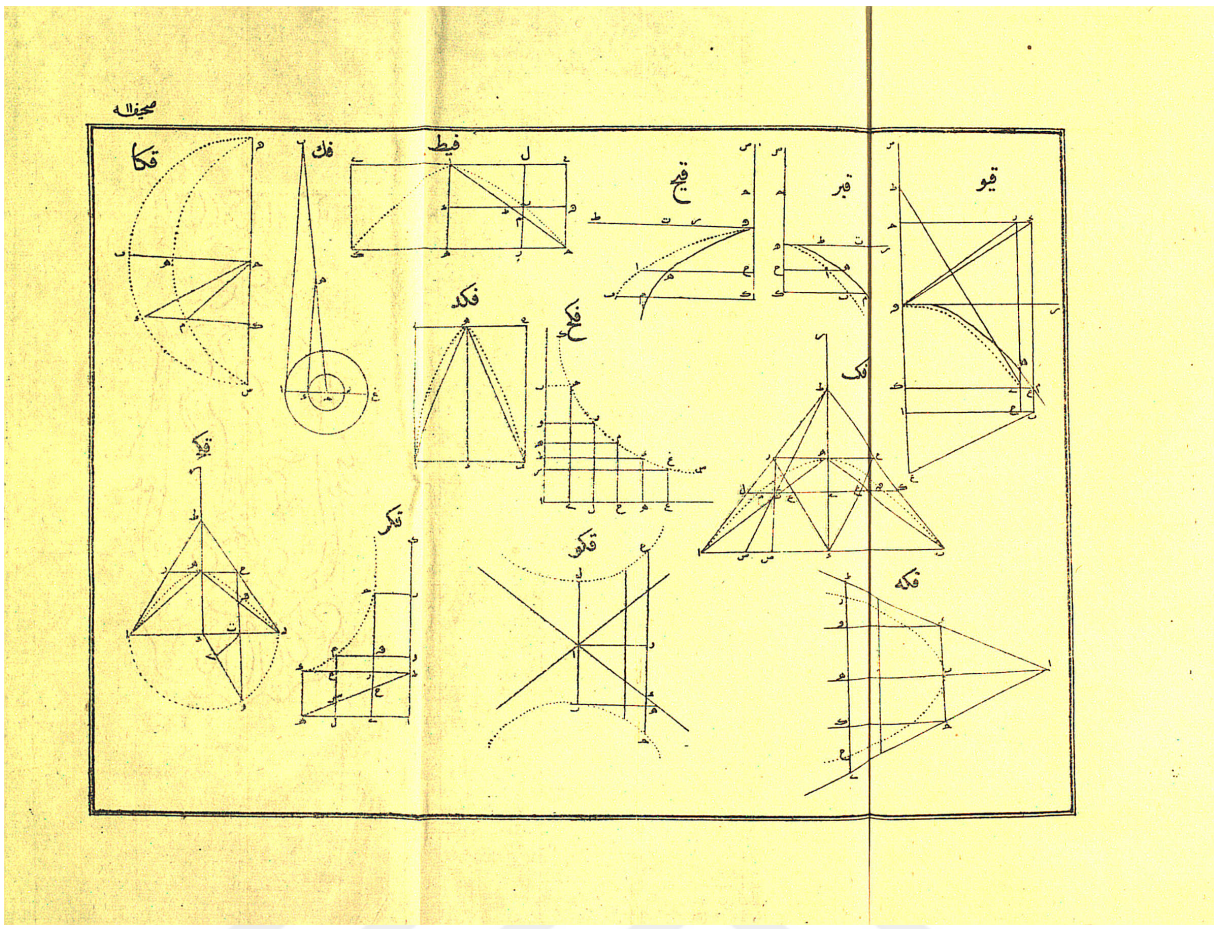






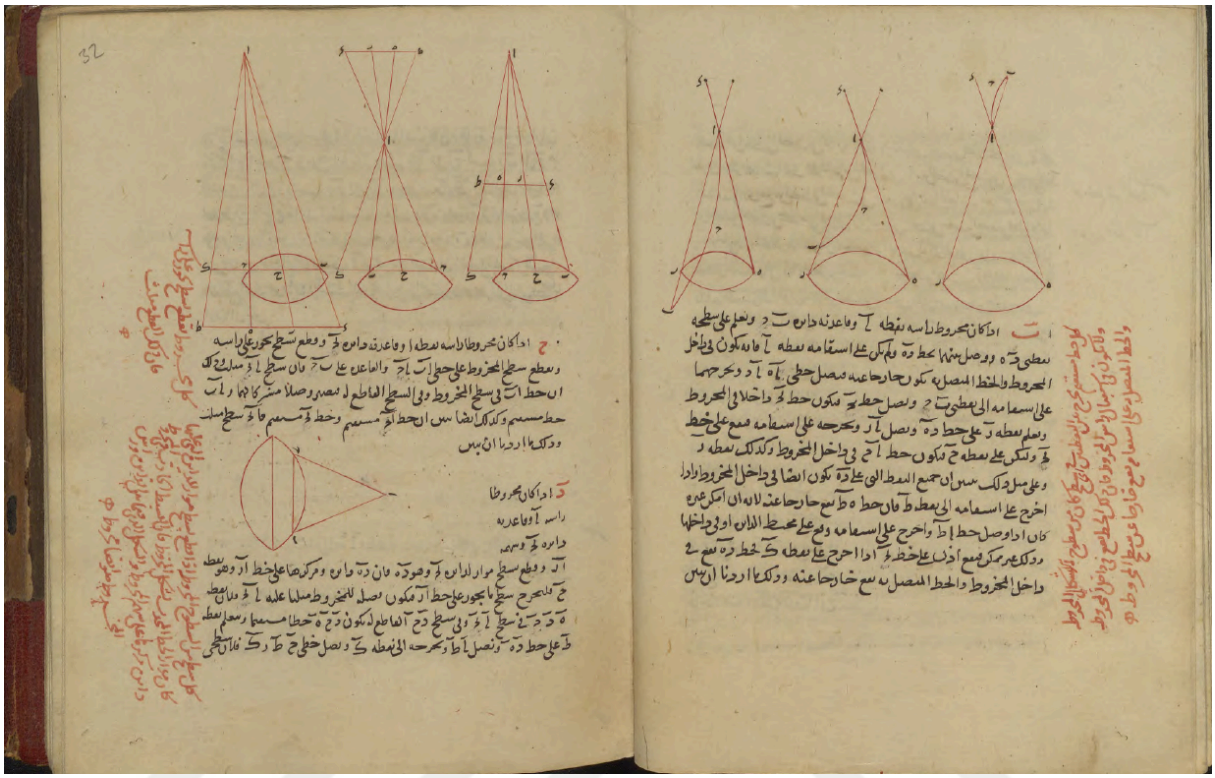

صفحة ٩
صد
صه
صو
صا
ص
فط
صح
ق
قا
ك
صط

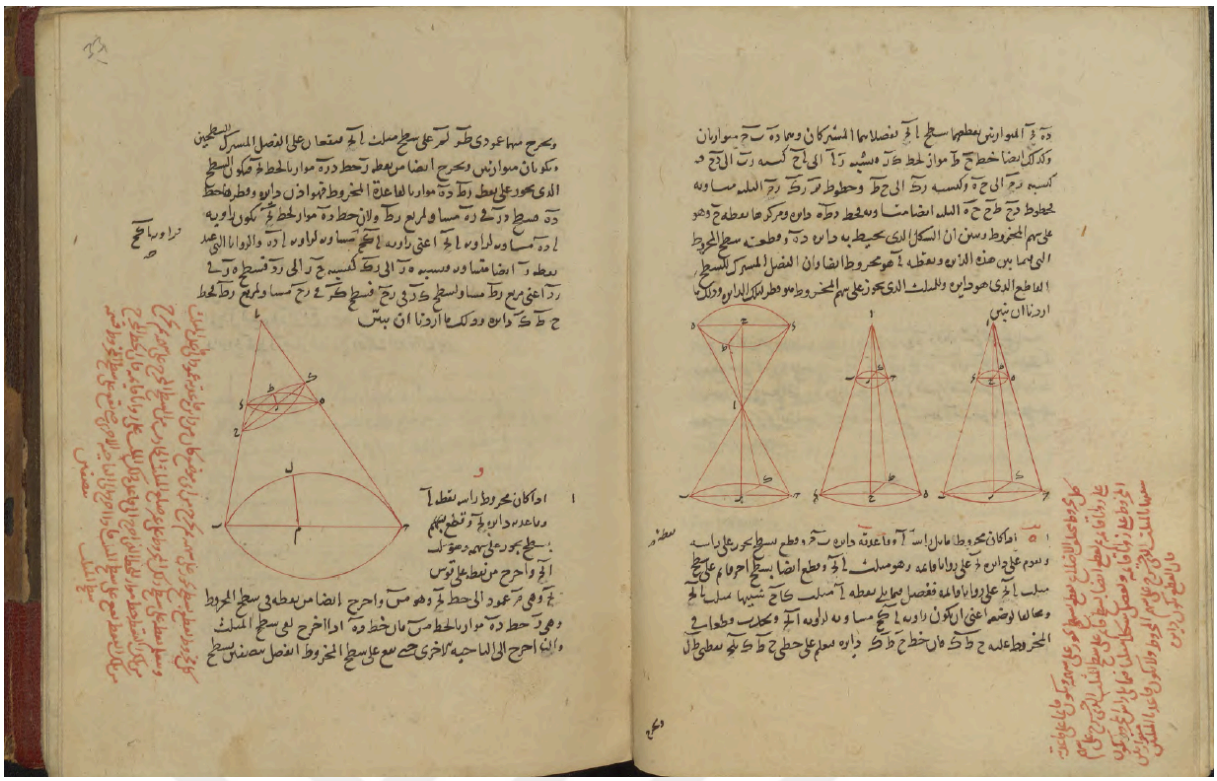

فخ
فر
فو
فه
فد
فط
فى
فيه
فيد
فب
فيا
فى

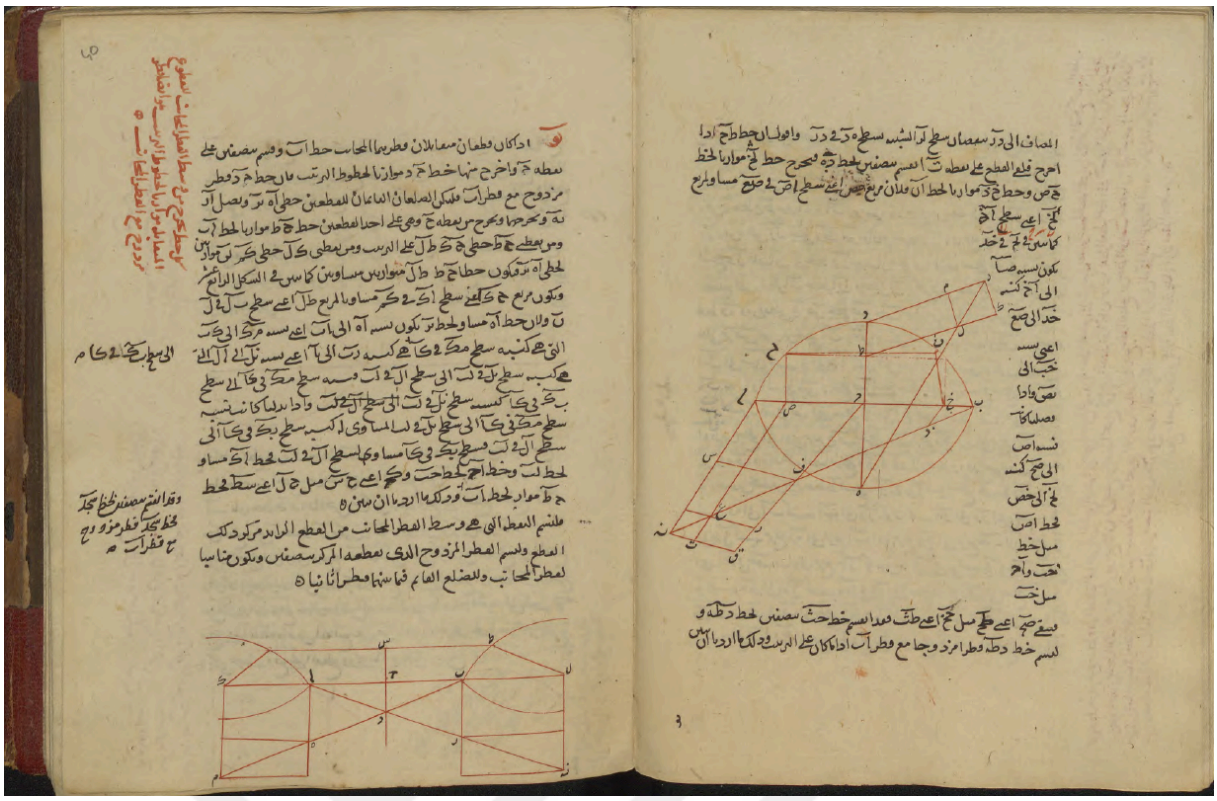

صحيفة ٨٥
فكا
فك
فيط
فكد
فيح
فبر
قيو
فكب
فكر
فكو
فكه

EKLER:

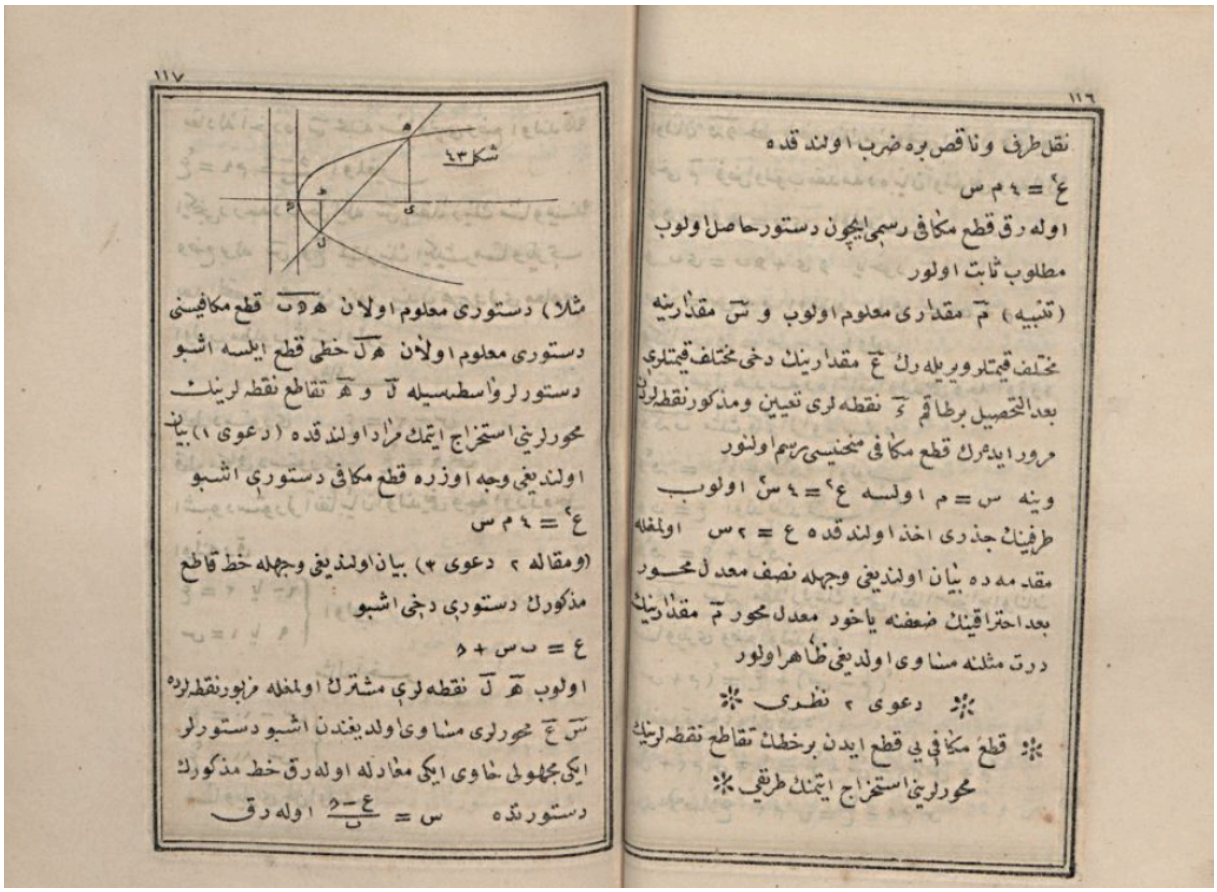
Ek - 1: ***Mecmua-i min resail-i ibn'ül Heysem: Kitâb Apollonius fi el-Mahrutât*** **(Askeri Müze nr. 3025: 32, 33, 38, 40. yapraklar).**







Ek - 2: M. Mesud Paşa, *Risale fi tatbik ve Kutû'-ı Mahrûtiyât* (s. 116 - 117, 260 - 261, 268 - 269).



١١٦

نقل طرف وناقص بره ضرب اولند قده

ع٢ = ٤ م س

اوله رق قطع مكافی رسمی ایچون دستور حاصل اولوب

مطلوب ثابت اولور

(تنبیه) م مقداری معلوم اولوب و س مقدارینه

مختلف قیمتلر ویریلدکجه ع مقدارینك دخی مختلف قیمتلری

بعد التحصیل برطاقم نقطه لری تعیین ومذکور نقطه لرك

مرور ایدوکی قطع مكافی منحنیسی رسم اولنور

وینه س = م اولسه ع٢ = ٤ س٢ اولوب

طرفینك جذری اخذ اولندقده ع = ٢ س اولمغله

مقدمه ده بیان اولندیغی وجهله نصف معدل محور

بعد احتراقینك ضعفنه یاخود معدل محور م مقدارینك

درت مثلنه مساوی اولدیغی ظاهر اولور

✲ دعوی ٢ نظری ✲

✲ قطع مكافی یی قطع ایدن برخطك تقاطع نقطه لرینك

محورلرینی استخراج ایتمك طریقی ✲

١١٧

شكل ٤٣

مثلا) دستوری معلوم اولان هـ د قطع مكافیسنی

دستوری معلوم اولان هـ ك خطی قطع ایلسه اشبو

دستورلر واسطه سیله ك و هـ تقاطع نقطه لرینك

محورلرینی استخراج ایتمك مراد اولندقده (دعوی ١) بیان

اولندیغی وجهله اوزره قطع مكافی دستوری اشبو

ع٢ = ٤ م س

(ومقاله ٢ دعوی ٣) بیان اولندیغی وجهله خط قاطع

مذكورك دستوری دخی اشبو

ع = ب س + د

اولوب هـ ك نقطه لری مشترك اولمغله مزبور نقطه لرده

س ع محورلری مساوی اولدیغندن اشبو دستورلر

ایكی مجهولی حاوی ایكی معادله اوله رق خط مذكورك

دستوریدر ده س = ع − د / ب اوله رق

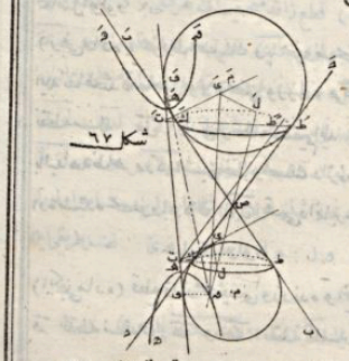
ایکی نقطه نك موجود اولمسی لازم مکلور کی مخنی مزبور اوزرنده
مرقمی برنقطه دن اول ایکی نقطه یه وصل اولنان خطین مجموعی
دائما قطع ناقص مخنیسنك ایکی نهایت نقطه لری بینده وصل اولنان
ءهـ خطنه مساوی اولور

اشته اول نقطه لره احتراق نقطه لری و قـ ی ویا قـ ی
خطلرینه دخی خط مرکزی تسمیه اولنور

(تنبیه) سطح قاطع مزبور قاعده یه موازی اولمقله هر نقد
یقلشور ایسه یقلاشسون قطع ناقص حصه سی زائل اولمیوب
فقط محور کبیر محور صغیره مساوی اولمغه تقرب ایده جکندن
الـ نهایت سطح مزبور قاعده یه موازی اولدقده نقطه
احتراقلر مرکزده بولشه رك محور کبیر محور صغیره مساوی
اولهجغندن قطع ناقص مخنیسی دائره مخنیسنه تبدیل
اولنور

٦٧ ✻ (دعوی ٧ نظری) ✻

✻ قطع زائد مخنیسنك خواص هندسیه سی



شکل ٦٧

مثلا ت ص ء مخروط قائمك هم قسم تحتانیسی و هم
قسم فوقانیسی مولد لری برسطح مستوی ایله قطع اولنه رق
قـ هـ و و ءـ هـ ءـ مقطعلری حاصل اولمش فرض و بو سطح
قاطعه اوست طرفدن تماس ایتمك اوزره کرك مخروط اصلی یه
وکرك مخروط مخرجه م ت و م ك کره لرینه تماسلری تصور
و مستوی قاطع ایله اولان نقطه تماسلری قـ و ق

محلرینه وضع اولندقده

ء ـ س ± √(س ـ س²) :: هـ ـ س : ع بودخی

ع (ء ـ س) = ± (هـ ـ س) √(س (ء ـ س)) بودخی

ع = ± (هـ ـ س) √(س (ء ـ س) / (ء ـ س)²) بودخی

ع = ± (هـ ـ س) √(س / (ء ـ س)) اوله رق دستور
مطلوب حاصل اولور

اکر س = ٠ یاخود س = هـ اولسه ع = ٠
اولمغین مخنی آ نقطه سندن مرور و آ نقطه سنده
برر لری قطع ایده جکلری معلوم اولور

واکر س = ء اولسه ع = ± ص اولهجغندن
مخنی ت س عمودینی قطع ایتیوب اکا تقرب ایدرك
اشاغی ویوقاری طوغری کیده جکی

واکر س > ء اولسه ممکن و س < ء
ویاخود س ناقص اولسه غیر ممکن اوله رق مخنی آ
نقطه سنك یاننده واقع اوله میه جغی و هـ = ٠
اولسه اهـ ه بیضیسی متعدم اولمغین دستور دخی
ع = ∓ √(س ـ س²) اوله جغی ظاهر اولوب اشته

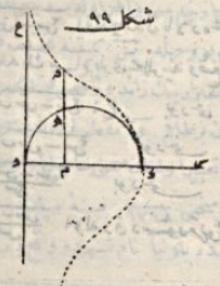
بو وجهله س مجهولنه مختلف قیمتلر اعطا اولنه رق
ع مجهولنك دخی زائد و ناقص طرفدن مختلف قیمتلری
بعد التحصیل برطاقم قـ نقطه لری تعیین و نقاط مزبوره یه
مرور ایدن برمخنی رسم اولندقده دیوقلیز نام اهل هندسه نك
سیسویید تسمیه ایلدیکی مخنی صار مشیقیسی حاصل
اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ٨ عمل ✻

✻ وبحر تعبیر اولنان مخنیسنك دستوریني استخراج ایتمك ✻

طریقی

شکل ٩٩



Ek - 3: I. Todhunter, *A Treatise on Plane Co-ordinate Geometry as Applied to the Straight Line and Conic Sections*, İçindekiler Tablosu.

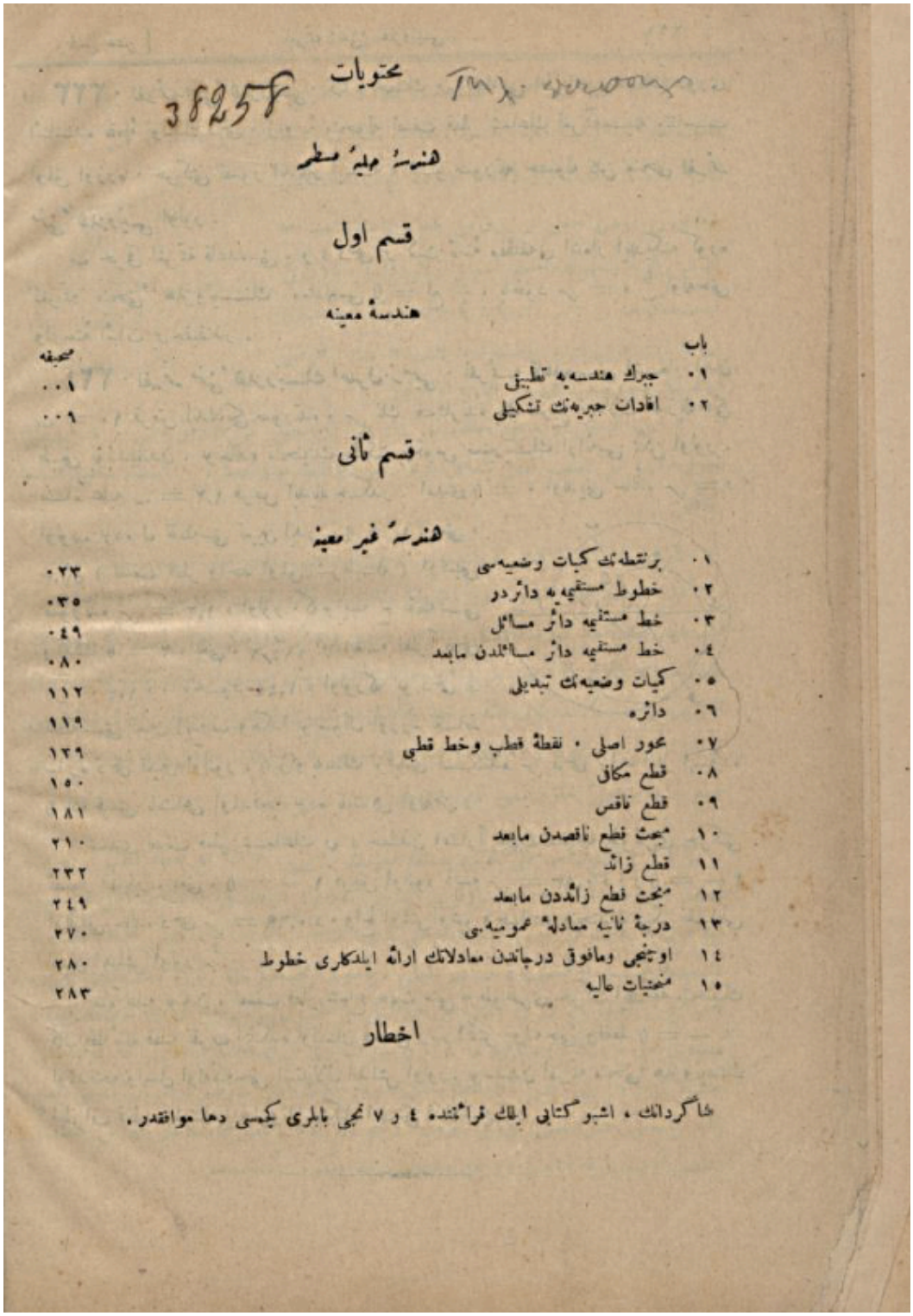
CONTENTS.

PLANE CO-ORDINATE GEOMETRY.

CHAP.		PAGE
I.	Co-ordinates of a Point	1
II.	On the Straight Line	11
III.	Problems on the Straight Line	25
IV.	Straight Line continued	58
V.	Transformation of Co-ordinates	74
VI.	The Circle	82
VII.	Radical Axis. Pole and Polar	102
VIII.	The Parabola	110
IX.	The Ellipse	139
X.	The Ellipse continued	166
XI.	The Hyperbola	187
XII.	The Hyperbola continued	201
XIII.	General Equation of the Second Degree	225
XIV.	Miscellaneous Propositions	245
XV.	Abridged Notation	271
XVI.	Sections of a Cone. Anharmonic Ratio and Harmonic Pencil	294
	Answers to Examples	304

Students reading this work for the first time may omit Chapters IV, VII, XIV, XV, XVI.

Ek - 4: M. Vâsıf, *Hendese-i Halliye-i Musattaha ve Kutû'-ı Mahrûtiyât*, İçindekiler Tablosu.



محتويات

38258

هندسهٔ حاليهٔ مسطحه

قسم اول

هندسهٔ معينه

باب		صحيفه
٠١	جبرك هندسه يه تطبيق	٠٠١
٠٢	اعدادات جبريه‌نك تشكيلى	٠٠٩

قسم ثانى

هندسهٔ غير معينه

٠١	برنقطه‌نك كيات وضعيه‌سى	٠٢٣
٠٢	خطوط مستقيمه يه دائر در	٠٣٥
٠٣	خط مستقيمه دائر مسائل	٠٤٩
٠٤	خط مستقيمه دائر مسائلدن مابعد	٠٨٠
٠٥	كيات وضعيه‌نك تبديلى	١١٢
٠٦	دائره	١١٩
٠٧	محور اصلى ، نقطهٔ قطب وخط قطبى	١٢٩
٠٨	قطع مكافى	١٥٠
٠٩	قطع ناقص	١٨١
١٠	مبحث قطع ناقصدن مابعد	٢١٠
١١	قطع زائد	٢٣٢
١٢	مبحث قطع زائددن مابعد	٢٤٩
١٣	درجهٔ ثانيه معادلهٔ عموميه‌سى	٢٧٠
١٤	اوچنجى ومافوق درجاتدن معادلاتك ارائه ايلدكارى خطوط	٢٨٠
١٥	منحنيات عاليه	٢٨٣

اخطار

شاگردلرك ، اشبو كتابى ايلك قراءتنده ٤ و ٧ نجى بابلرى يكمسى دها موافقدر .

SÖZLÜK

-A-

‘Akse'l-nisbet: Bir oranın ters çevrilmesi. (a : b = c : d gibi bir orantının b : a = d : c şeklinde yazılması.)

‘Aks-i tarîk: Ters çevirme, bir oranın ters çevrilmesi.

‘Ala't-tevâli: Kesintisiz.

‘Ali vech'ül-mütenâsib: Belirli bir oranla.

-B-

Bedel el nisbet: a : b = c : d gibi bir orantı için bedel el nisbet a : c = b : d olur.

Bedel-i Tarîkiyle: Aynı yolla, aynı şekilde. (Ona denk bir başka orantı, *bedel el nisbet* yoluyla)

-D-

Dâ'ire-i müttehidü'l-merkez: Eş merkezli daireler.

Da‘vâ: Teorem.

Dıl‘-ı mücânib: Dıl‘-ı ma'il: Latus transversum.

Dıl‘-ı müntasıb: Dıl‘-ı kaim: Latus rectum.

-E-

Eb'âd: Bad-in çoğulu, uzaklıklar, boyutlar.

Eczâ': Parçalar.

Erba‘ü'l-mütenâsibe: Dörtlü geometrik orantı.

-F-

Fâs(ı)la: Apsis.

Fasl Tarikî: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ gibi bir oranın $\frac{(a-b)}{b} = \frac{(c-d)}{d}$ olarak yazılması.

-G-

Gayr-i vakâyi‘: Eğrinin içinde eğriye değmeyen. Metinde asimptot manasında kullanılmıştır.

-H-

Hadd:

1) İfadenin kuvveti, cebirsel ifadenin terimi, sınır, limit uç nokta, oran.

2) Tanım, hüküm olanlar, tanımlanmamış tanım.

Hâdde: Dar açı.

Hatt-ı müstakîm: Doğru parçası.

-I-

Izdırâb tarîki: Izdırap tariki, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $\frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ gibi iki eşitliğin $\frac{a \cdot e}{b \cdot f} = \frac{c \cdot g}{d \cdot h}$ şeklinde yazılmasıdır.

-İ-

İ‘lâ gayr-ı nihâyî: Sonsuza kadar.

İn‘ikâs: Yansıma.

İnkısâr: Kırılma.

-K-

Kâ‘ide-i mahrec: Yörünge tabanı.

Kalb tarîki: Ters çevirerek, yer değiştirmeyle. Kalb ül-nisbet, a : b = c : d gibi bir orantının

a : (a - b) = c : (c - d) veya b : (a - b) = d : (c-d) olarak yazılmasıdır.

Kat‘-ı mükâfî: Parabol.

Kat‘-ı nâkıs: Elips.

Kat‘-ı zâid: Hiperbol.

Kat‘eyyen-i mütekâbileyn: Karşılıklı kesitler. Hiperbolün her iki kolu.

Kutr-u evvel: 1. Çap , büyük çap.

Kutr-u mücânib: dıl‘-ı ma'il yani latus transversum. Metinde büyük çap manasında kullanılmıştır.

Kutr-u nâib: (Kutr-u itibari) Sanal çap.

Kutr-u sânî: 2. Çap , küçük çap.

-L-

Lâmiha: Göz atmak, bakış atmak. Metinde, sayfa kenarlarında bulunan ek açıklamalar. Ek notlar olarak Türkçeleştirilmiştir.

-M-

Mahrec: Uzatılan, boğum yeri kesişim noktası.

Mevzû‘a: Postulat.

Mevzû‘ât: Madde, kanun.

Mihver-i evvel: Kutr-u mücânib.

Mihver-i mürebbî: Doğrultman.

Muhâlif: Antiparalel.

Muhtelit-i adlâ‘: Çeşitkenar.

Mukâbil: Manası yok.

Mukaddem-i evel, mukaddem-i sani: a / b = c / d eşitliğinde a mukaddem evel, b mukaddem sani, c **tâlî-i evel**, d **tâlî sânî**dir.

Mukaddes noktası: Oluşum noktası

Munfasıl: Ayrık, ayrı duran.

Muntabık: Çakışık, birbirine tam uygun olan.

Muntasıf: Orta nokta, orta.

Mücânib: Asimptot: sonuşmaz: sonsuza giden bir eğrinin çeşitli noktalarının gittikçe yaklaştığı başka bir eğri veya doğru.

Mücessem: Katı matematiksel cisim. Çoğulu mücessemat. Kat-ı nakısî mücessem: elipsoit; kat-ı zaidi mücessem: hiperboloit; mücessem kat-ı mükafi: paraboloit.

Mümâss: Teğet doğrusu, tanjant.

Mün‘adim olmak: Sıfıra eşit olmak, yok olmak.

Münharif: Dört kenarlı.

Müntehî: Bir şeyi tamamlayan.

Mürebbî doğrusu: Doğrultman.

Müstatîl: Dikdörtgen. a, b dikdörtgeni. Metinde iki farklı uzunluğun çarpımından bahsedilirken bu kelime kullanılmıştır.

Mütebâdil: Ters açılar (zâviyey-i mütebâdil).

Mütekâbil: Karşılık gelen.

Mütenâsibü'l-telîfiye: Birleşik oran. Nisbet-i telif, bileşik dizi, nisbet el musikiye. Aritmetik ve geometrik oranların bir araya getirilmesinden meydana gelmiştir. İki sınıfa bölünür:

a : b : c gibi bir orantının;

1) a : c = (b - c) : (c - b) olarak yazılmasıdır.
2) a : c = (c - b) : (b - a) olarak yazılmasıdır.

Müzdevîc: Eşlenik.

-N-

Nazîr nazîre: Birebir.

Nısf-ı kutr: Yarıçap

Nisbet-i mü'ellefe: Bileşik oran.

Nisbet-i te'lif: Telif oranı

-R-

Res'en Mütekâbil: Tepeleri karşılıklı.

-Ş-

Şibh-i muvâzât: Kat-ı mualif: Anti paralel.

-T-

Tafsîlü'l- nisbet: Oranın ayırılması. a : b = c : d gibi bir orantının

(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d) olarak yazılmasıdır.

Tahdîd olunmak: Sınırlanmak.

Taht-ı kâ'im: Tahtı nâzım: Normal altı.

Taht-ı mümâs: Teğet altı.

Takarrüb etmek/eylemek: Yaklaşmak.

Tazâhüm: Toplanma, yığılma.

Teâdül: Denklik.

Tekâfî- Tekâfü': Birbirine denk olmak.

Tekâtu‘: Kesişme.

Telâkî: Karşılaşmak.

Tenâsüb: Aynı oranla.

Tenbîhât: Uyarı.

Tensîk: Düzenleme, sıralama.

Terkîbî: Sentetik.

Terkîbü'l-nisbet: Terkib el nisbet, a : b = c : d gibi bir orantının

a : (a + b) = c : (c + d) veya b : (a + b) = d : (c + d) olarak yazılmasıdır.

Metinde terkîb-i tariki, terkib el nisbet yoluyla, birleştirme yoluyla, kompozisyon, birleşimsel olarak kullanılmıştır.

Tertîb: Ordinat. Metinde hatt-ı tertîb yani ordinat doğrusu söz konusu çapı dik kesen doğrular anlamında kullanılmıştır.

-U-

Usûl: Başlangıç bilgileri.

-Ü-

Üstüvâne: Silindir.

-V-

Vasat Mütenasip: Geometrik ortalama (orta orantı): $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ gibi n adet sayının geometrik ortalaması $\sqrt[n]{a_1 . a_2 . a_3 \ldots a_n}$ olur.

Vâsıl: Ulaşma, ulaştırma, birleştirme, uzatılma.

Vaz‘: Üst üste koymak, denk getirmek.

Velâ: Ardaşık.

Veter: Kiriş, yay.

Veter-i kâ'ime: Hipotenüs.

-Z-

Zâ'id: Artan, artı, sıfırın üstünde.

Zâ'id: Normalden fazla ihtiyaç fazlası, lüzumsuz.

Zâviyetân-ı mütekâbiletân: Zıt açılar.

Zâyi‘ olmak: Kaybolmak.

Zîyâ: Işık, aydınlık.

Zû-erbaatü'l-adla‘: Dörtgen.

Zû-erbaatü'l-vücûh: Dört yüzlü.

KAYNAKLAR

A. Kitaplar ve Makaleler.

Adıvar, A. (1970). *Osmanlı Türklerinde İlim*. İstanbul: Remzi Kitabevi.

Ahmed Zihnî (1310 / 1892). *Hendese-i Halliyye*. İstanbul: Mühendishâne-i Berrî Hümayun Matbaası.

Allman, G. J. (1889). *Greek Geometry From Thales to Euclid*. Dublin - Londra: Dublin University Press.

Başhoca İshak Efendi. (1257 H). *Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye* (C. 2). Mısır: Bulak Matbaası.

Berggren, L. (1986). *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*. New York: Springer-Verlag.

Beydilli, K. (1995). *Türk Bilim ve Matbaacılık Tarihinde Mühendishâne ve Mühendishâne Matbaası ve Kütüphanesi (1776 - 1826)*. İstanbul: Eren.

Bulmer - Thomas, I. (1981a). Menaechmus. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 9, s. 269). New York: Charles Scribner's Sons.

Bulmer - Thomas, I. (1981b). Eutocius of Ascalon. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 4, s. 489 - 491). New York: Charles Scribner's Sons.

Bulmer - Thomas, I. (1981c). Pappus of Alexandria. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 10, s. 293 - 304). New York: Charles Scribner's Sons.

Bonola, R. (1955). *Non Euclidean Geometry*. New York: Dover Publications.

Bourdon, P. L. M. (1825). *Application de L'algèbre à La Géométrie.* Paris: Bachelier.

Bourdon, P. L. M. (1880). *Application de l'algèbre à la géométrie, comprenant la géométrie analytique à deux et à trois dimensions.* Paris: Gauthier Villars.

Cajori, F. (2014). *Matematik Tarihi.* Ankara: ODTÜ yayıncılık.

Cohen ve Drabkin. (1966) *A Source Book in Greek Science*. Cambridge: Harvard University Press.

Coolidge, J. L. (1968). *A History of the Conic Sections and Quadratic Surfaces.* New York Dover Publications.

Dicks, D. R. (1981). Geminus. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 5, s. 344 - 347). New York: Charles Scribner's Sons.

Dilgan, H. (1964). *Şair Matematikçi Ömer Hayyâm*. İstanbul: Şirketi Mürettibiye Basımevi.

Dosay, M. ve Akın Ö. (1994). *Beş Büyük Cebir Bilgini*. İstanbul: M.E.B Yayınları.

Dosay, M. (1983). *Öklid'in Elementleri*. Yayımlanmamış Lisans Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi.

Dörrie, H. (1965). *100 Great Problems of Elementary Mathematics Their History and Solution.* New York: Dover Publications.

Fazlıoğlu, İ. (2014a). Hendese. *İslâm Ansiklopedisi* (C. 17, s. 199 - 208). İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı Yayınları İslâm Araştırmaları Merkezi.

Fazlıoğlu, İ. (2014b). Seyyid Ali Paşa. *İslâm Ansiklopedisi* (C. 37, s. 48). İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı Yayınları İslâm Araştırmaları Merkezi.

Fried, M. N. (2011). *Edmond Halley's Reconstruction of the Lost Book of Apollonius's Conics Translation and Commentary*. New York: Springer-Verlag.

Friedländer, G. (1854). *Die Königliche Allgemeine Kriegsschule und das Höhere Militair Bildungswesen (1765-1813)*. Berlin: E. & S. Mittler und Sohn.

Glenn R. (1992). *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, *Proclus.* Princeton: Princeton University Press.

Gregorian ve Rosenfeld. (1981). Thabit ibn Qurra. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 13, s. 288 - 295). New York: Charles Scribner's Sons.

Gökdoğan Dosay, M. (2002) Mecmûa-i Ulûm-i Riyâziye. *Düşünen Siyaset* (Sayı 16, s. 209 - 229). Ankara: Lotus Yayınları.

Hann, J. (1850). *A Rudimentary Treatise on Analytical Geometry and Conic Section*. Londra: J. Weale.

Heath, T. L. (1896). *Apollonius of Perga Treatise on Conic Sections.* Cambridge: Cambridge University Press.

Heath, T. L. (1897). *The Works of Archimedes.* Cambridge: Cambridge at the University Press.

Heath, T. L. (1921). *A History of Greek Mathematics* (C. 1, C. 2). Londra: Oxford at the Clarendon Press.

Heath, T. L. (1931). *A Manual of the Greek Mathematics*. Londra: Oxford at the Clarendon Press.

Heath, T. L. (1952). *The Thirteen Books of Euclid's Elements*; *Great Books of the Western World*. Chicago: Encyclopaedia Britannica.

Heath, T. L. (1956). *The Thirteen Books of Euclid's Elements* (C. 1, C. 2, C. 3). New York: Dover Publications.

Hogendijk, J. P. (1979). *On The Trisection of an Angle and The Construction of a Regular Nonagon by means of Conic Sections in Medieval Islamic Geometry.* Utrecht: Utrecht University.

Hogendijk, J. P. (1985). *Ibn AI-Haytham's Completion of the Conics.* New York: Springer-Verlag.

Holme, A. (2010). *Geometry Cultural Heritage.* Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.

Huxley, G. L. (1981). Anthemius of Tralles. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 1, s. 169 - 170). New York: Charles Scribner's Sons.

İhsanoğlu, E. (1989). *Başhoca İshak Efendi (Türkiye'de Modern Bilimin Öncüsü). Ankara:* Kültür Bakanlığı Yayınları.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., İzgi, C., Akpınar, C., ve Fazlıoğlu, İ. (1997). *Osmanlı Astronomi Literatürü Tarihi.* İstanbul: IRCICA.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., ve İzgi, C. (1999). *Osmanlı Matematik Literatürü Tarihi.* İstanbul: IRCICA.

İhsanoğlu, E., Şeşen, R., Bekar, S., Gündüz, G., ve Bulut, V. (2011). *Osmanlı Bilim Literatürü Tarihi Zeylleri* (Cilt 2). İstanbul: IRCICA.

İzgi, C. (1997). *Osmanlı Medreselerinde İlim, Riyazî İlimler.* İstanbul: İz Yayıncılık.

Jones, A. (1986). *Pappus of Alexandria Book VII of the Collection* (C. 1, C. 2). New York Springer-Verlag.

Karaarslan, N. Ü. (2015). *XVIII. Asrın Ortalarına Kadar Türkiye'de İlim ve İlmiyeye Dair Bir Eser: Kevâkib-i Seba Risalesi*. Ankara: Türk Tarih Kurumu Yayınları.

Katz, V. J. (1993). *A History of Mathematics (an Introduction)*. New York: Harper Collins College Publishers.

Katz, V. J. (2007). *The Mathematics of Egypt, Mesapotamia, China, India, and Islam*. New Jersey: Princeton University Press.

Kennedy, E. S. (1981). Bîrûnî. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 1, s. 147 - 158). New York: Charles Scribner's Sons.

Kline, Moris. (1972). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. New York: Oxford University Press.

Knorr, W. R. (1982) Observations on Early History of Conics. *Centaurus* 26 (s. 1 - 24).

Kramer, E. (1983). *The Nature and Growth of Modern Mathematics*. New York: Hawthorn Books Inc Publishers.

Loomis, E. (1878). *Elements of Analytical Geometry.* New York: New York Harper.

Mahmut Mesud. (1278 / 1861). *Risale fî Tatbik ve Kutû'-ı Mahrûtiyât.* İstanbul: Harbiye-i Şahane Matbaası.

Mehmet Esad (1312 H.) *Mirat-ı Mühendishâne-yi Berrî Hümâyûn*. İstanbul: Karabet Matbaası.

Mehmet Tahir. (1342 / 1926). *Osmanlı Müellifleri* (C. III). İstanbul: Matbaa-yı Amire.

Mehmet Vasıf. (1315 / 1897). *Hendese-i Halliye-i Musattaha ve Kutû'-ı Mahrûtiyât*. İstanbul: Mahmut Bey Matbaası.

Morrow, Glenn R. 1981. Proclus. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 11, s. 160 - 162). New York: Charles Scribner's Sons.

Mosch, C. R. (1782). *Ausführlicher Plan der Lehrmethode für die Königl. Akademie der Edelleute*. Berlin: Decker.

Nasr, S. H. (1981). Nâsıreddîn el-Tûsî. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 13, s. 508 - 514). New York: Charles Scribner's Sons.

Ostermann, A. ve Wanner, G. (2012). *Geometry by its History*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.

Parrot, G. F. (1774). *Beschreibung eines Ellipsograph, womit man wahre Ellipsen ohne Berechnung der Brennpunkte sehr leicht beschreiben kann*. Gotha: In der Ettingerschen Buchhandlung.

Peucker, E. (1868). *Instruction für den Umfang und die Methode des Lehrganges auf der Königlichen Kriegs-Akademie.* Berlin: Verl. der Königlichen Geheimen Ober-Hofbuchdr.

Poten, B. (1893). *Geschichte des Militar Erziehung und Bildungswesens:3.Band*. Berlin: A. Hofman & Comp.

Rashed, R. (1996). *Encyclopedia of the History of Arabic Science; Mathematics and the Physical Sciences* (C. 2). Routledge: Londra ve New York.

Rashed, R. (2013). *A History of Arabic Sciences and Mathematics v.3: Ibn al-Haytham's Theory of Conics, Geometrical Construction and Practical Geometry.* New York: Routledge.

Rosenfeld, B. A. (1988). *A History of Non-Euclidean Geometry Evolution of the Concept of a Geometric Space.* New York: Springer-Verlag.

Rosenfeld, B. A. ve İhsanoğlu, E. (2003). *Mathematics Astronomers and other Scholars of Islamic Civilisation and Their Works (7th- 9th c.).* İstanbul: IRCICA.

Sabra, A. I. (1981) Al-Jawharî. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 7, s. 79 - 80). New York: Charles Scribner's Sons.

Sabra, A. I. (1994). *Optics, Astronomy and Logic.* Hampshire: Variorum.

Saccheri, G. (2014). *Euclid Vindicated from Every Blemish.* Switzerland: Birkhaeuser.

Sarton, G. (1927). *Introduction to History of Science.* Baltimore: Williams & Wilkins Company.

Sayılı, A. (1962). Ebû Sehl Kûhî'nin Bir Açıyı Üç Eşit Kısma Bölme Problemi İçin Bulduğu Çözüm. *Belleten*, 26 (104), (s. 693 - 700). Ankara: Tarih Kurumu.

Scharfenort, L. (1910). *Die Königlich Preußische Kriegsakademie 1810 - 1910*. Berlin: Ernst Siegfried Mittler und Sohn Königliche Hofbuchhandlung.

Schenmark, A. N. (1779). *Analytische Geometrie worin nebst den ersten Gründen den Algebra, ihre Anwendung auf die Elementar - Geometrie und die Kegelschnitte enthalten.* Kopenhagen: Bev. Christ. Gottl. Prost, Universitäts Buchhändlern.

Scott, J. F. (1981) İbn Al-Haytham. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 6, s. 189 - 210). New York: Charles Scribner's Sons.

Seyyid Ali Paşa. (1257 / 1841). *Kutu*'-ı *Mahrûtiyât*. İstanbul: Matbaa-i Bâb-ı Ser Askeriye.

Sezgin, F. (1974). *Geschichte des Arabischen Schrifttums Band V*. Leiden: Brill.

Sezgin, F. (1998). *Islamic Mathematics and Astronomy: A collection of Mathematical and Astronomical Treatises as Revised by Nasıraddîn at Tûsi* (C. 49, s. 33 - 209). Frankfurt am Main: Publications of the Institute for the History of Arabic-Islamic Science.

Sezgin, F. ve Neubauer, E. (2007). *İslâmda Bilim ve Teknik, c. 3: Arap - İslâm Bilimler Tarihi Enstitüsü Aletler Kataloğu.* Ankara: TÜBA.

Sezgin, F. (2010). *Codex Ayasofya 4832* (Seri C, Cilt 72, Makale 16, 52). Mörlenbach: Publications of the Institute for the Arabic-Islamic Science.

Smith, D. E. (1958). *History of Mathematics.* New York: Dover Publications.

Struik, D. J. (1981). Saccheri. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 12, s. 155 - 57). New York: Charles Scribner's Sons.

Struik, D. J. (1986). *A Source Book on Mathematics 1200 - 1800.* Princeton: Princeton University Press.

Suter, H. (1912). Die Abhandlung über die Ausmessung des Paraboloides von el-Hasan b. el-Haitham. *Bibliotheca Matematica* (III (12). s. 289 - 332).

Suter, H. (1900). *Die Mathematiker und Astromen der Araber und Ihre Werke*. Leipzig: B. G. Teubner.

Takıcak, S. B. (2017). *Osmanlılar'da Analitik Geometri: Hendese-i Halliye ve Hendesei Tahlîliyye.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Ankara Üniversitesi.

Tanın, T. (1963). *Geometri Dersleri*. İstanbul: İnkılâp ve Aka Kitabevleri.

Terzioğlu, N. ve İlker, A. N. (1960). *Modern Geometri, Konikler (Teorem ve Problemler)*. İstanbul: Şirketi Mürettibiye Basımevi.

Tezer, C. (2012). Başhoca İshak Efendi ve Mecmu'a-yı 'Ulûm-ı Riyâziye. *Dört Öğe* (Y.1, Sayı 2, 67-106). Ankara: Nobel Yay.

Todhunter, I. (1858a) *A Treatise on Plane Co-ordinate Geometry as Applied to the straight line and Conic Section.* Cambridge: Macmillan & Co.

Todhunter, I. (1858b). *Analytical Geometry in Three Dimensions. Cambridge: Macmillan & Co.*

Toomer, G. J. (1981a). Apollonius of Perga. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 1, s. 179 - 192). New York: Charles Scribner's Sons.

Toomer, G. J. (1981b). Ptolemy. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 11, s. 186 - 206). New York: Charles Scribner's Sons.

Toomer G. J. (1990). Apollonius *Conics Books V to VII: The Arabic Translation of the Lost Greek Original in the Version of the Banu Musa.* New York: Springer-Verlag.

Topdemir, H. G. ve Unat, Y. (2009). *Bilim Tarihi*. Ankara: Pegem Akademi.

Tosun, A. R. (2010). *Hüseyin Rıfkı Tamani ve Elementler Çevirisi*. Ankara: Atatürk Kültür Merkezi Yayınları.

Tott, F. (1784, 19??). *Türkler ve Tatarlara Dâir Hatıralar*. Amsterdam - İstanbul: Tercüman Yayınevi.

Tuncer T. (1995). *Matematik Sözlüğü*. İstanbul: İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Döner Sermaye İşletmesi Prof. Dr. Nazım Terzioğlu Basım Atölyesi.

Unat, Y. (2001). *Seyyid Ali Paşa, Miratü'l-Alem (Evrenin Aynası), Ali Kuşçu'nun Feythiyye Adlı Eserinin Çevirisi.* Ankara: Kültür Bakanlığı Yayınları.

Unat, Y. (2014). Siczi Ebu Saîd. *İslâm Ansiklopedisi* (C. 37, s. 145 - 146). İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı Yayınları İslâm Araştırmaları Merkezi.

Verbeke, G. (1981). Simplicius. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 12, s. 440 - 443). New York: Charles Scribner's Sons.

Warmington, E. R. (1981). Posidonius. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 11, s. 103 - 106). New York: Charles Scribner's Sons.

Woepcke, F. (1851). *L'Algébre D'Omar Al-Khayyam.* Paris: Benjamin Duprat.

Young, J. R. (1871). *A Rudimentary Treatise on Analytical Geometry and Conic Section.* Londra: Crosby Lockwood.

Youschkevitch ve Rosenfeld (1981). Al Khayyâmi. *Dictionary of Scientific Biography* (C. 7, s. 323 - 331). New York: Charles Scribner's Sons.

Zacharies, M. (1947). *Düzlemde ve Uzayda Elementer Geometri*. İstanbul: Kenan Matbaası.

Zeki, S. (2003). *Âsâr-ı Bakiye.* Ankara: Babil.

Zeuthen, H. G. (1966). *Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum*. Hildesheim: Georg Olms Verlagbuchhandlung.

Zinneri E. (1968). *Leben und Wirken des Joh. Müller von Königsberg*, *Genannt Regiomontanus.* Osnabrück: Zeller Verlag.

B. İnternet Kaynakları.

Archimedes. *Conoids and Spheroids.* 20. 11. 2015 tarihinde *https://www.stmarys-ca.edu/sites/default/files/attachments/files/On_Conoids_and_Spheroids.pdf,* adresinden alındı.

O'Connor, J. J. ve Robertson E. F. *Aristaeus*. 10. 04. 2015 tarihinde http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Aristaeus.html adresinden alındı.

O'Connor, J. J. ve Robertson E. F. *Eutocius*. 22. 03. 2015 tarihinde http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Eutocius.html adresinden alındı.

O'Connor, J. J. ve Robertson E. F. *Menaechmus*. 22. 03. 2015 tarihinde http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Menaechmus.html adresinden alındı.

O'Connor, J. J. ve Robertson E. F. *Pappus*. 10. 11. 2015 tarihinde http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Pappus.html adresinden alındı.

ÖZET

17. yy. sonlarında ve 18. yy.'da Avrupa'da iyi eğitimli, elit, mühendis-subaylar yetiştirmek üzere birbiri ardına *Askeri Kraliyet Akademileri (Savaş Okulları)* açılmaya başlamıştır. Osmanlı Devleti'nin savaşlarda ardı ardına yenilgiler almaya başlaması da aynı döneme denk gelince, savaş teknolojisinde geri kalındığı fark edilmiş ve bu bilgi zafiyetini gidermek üzere Batı usulü eğitim veren mühendishâneler açılmıştır. Tezimizin ana metni, 19. yy.'da Mühendishâne-i Berr-i Hümayun'da okutulmuş bir ders kitabı olan, Seyyid Ali Paşa'nın (ö. 1846) *Kutû'-ı Mahrûtiyât*'ıdır. Seyyid Ali Paşa her ne kadar mukaddimesinde Frenk kaynakları ve Apollonius'dan faydalandığını iddia etse de bu eserini hazırlarken, çalıştığı kurumun eğitim reformu amacına hizmet eden bir kaynak kullanmak yerine, klasik İslâm alimlerinin *Konika* çevirilerinden faydalanmıştır. Ancak ne tam bir *Konika* çevirisi sunabilmiş ne de mühendishâneye uygun pedagojik yönü kuvvetli bir ders kitabı yazabilmiştir. Kısacası Seyyid Ali Paşa ideolojik gayesinin kurbanı olmuştur.

ABSTRACT

At the end of 17th century and during 18th century, in order to train elite cadets who were also engineers several royal military schools of engineering have been established one after another. Nevertheless, it coincided with the same period that Ottomans were continuously defeated in several wars around the empire. Therefore, they have realized that they fell behind of the war technology of Western militaries. In order to catch up with their Western rivals, they have reformed their education system and they have established Western style military schools of engineering. Our main subject in this thesis is an Ottoman textbook which was in the curriculum in such military school (Mühendishâne-i Berr-i Hümayun) in 19th century. Although the author -who was also a chief instructor in the mentioned institute- Seyyid Ali Pasha (d. 1846) states in his preface of *Conic Sections (Kutû'-ı Mahrûtiyât)* that he used Western sources and Apollonius as a main source, it is obvious that he solely used *Conics* translations of scholars of medieval Islamic civilization. That was an odd scenario which contradicts with the main objectives of the institute's that he was serving. Furthermore, at the end he neither accomplished to translate *Conics* properly like his Islamic precessors nor could he prepare a proper pedagogical textbook like he was supposed to. As a consequence, he had been a victim of his own ideological intentions.