

ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÇOKLU SİSTEMLERİN ÇOK BOYUTLU YÖRÜNGE ANALİZLERİ

Furkan AKAR

ASTRONOMİ VE UZAY BİLİMLERİ ANABİLİM DALI

ANKARA
2025

Her hakkı saklıdır

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ÇOKLU SİSTEMLERİN ÇOK BOYUTLU YÖRÜNGE ANALİZLERİ

Furkan AKAR

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Özgür BAŞTÜRK

Çift yıldız sistemleri, yıldız astrofiziğinde yörünge parametreleri ve bileşen yıldızların fiziksel özelliklerinin belirlenmesi açısından kritik öneme sahiptir. Bu sistemlerin gözlemleri çeşitli yöntemler aracılığıyla gerçekleştirilebilse de, tek bir yöntem parametre uzayını yalnızca sınırlı biçimde tanımlar. Astrometri, tutulma zamanlaması ve dikine hız ölçümleri, bir arada değerlendirildiğinde, tek yöntemli çözümlerde ortaya çıkan parametrik belirsizlikleri ortadan kaldırır. Sonuçların bütünsel olarak ele alınıp yorumlanması büyük önem taşır, çünkü farklı gözlemsel teknikler temelde aynı fiziksel sistemi karakterize eder. Bu tezde üç farklı yöntem kombinasyonuna göre sistem incelemeleri yapılmıştır: astrometri, tutulma zamanlaması ve dikine hız eş-zamanlı olarak uygulanan bir sistem; astrometri ile tutulma zamanlamasının birlikte ele alındığı iki sistem; geriye kalan üç sistemde ise bağımsız astrometrik modeller, zamanlama verileriyle bütünleştirilerek yorumlanmıştır. Çoklu gözlem yöntemlerinin birlikte değerlendirilmesi, ilave bileşenlerin fiziksel ve yörünge parametrelerini yüksek doğrulukla belirlemenin en güvenilir yolunu sağlar.

Haziran 2025, 82 sayfa

Anahtar Kelimeler: çift yıldız, astrometri, tutulma zamanları değişimi, dikine hız, ışık-zaman etkisi, ilave bileşen, yörünge modelleme

ABSTRACT

Master Thesis

MULTI DIMENSIONAL ORBITAL ANALYSES OF MULTI-BODY SYSTEMS

Furkan AKAR

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Astronomy and Space Sciences

Supervisor: Prof. Dr. Özgür BAŞTÜRK

Binary star systems play a critical role in stellar astrophysics for determining orbital parameters and the physical properties of their component stars. Although these systems can be observed by various methods, any single technique alone constrains the parameter space only to a limited extent. When astrometry, eclipse-timing, and radial-velocity measurements are combined, the parametric uncertainties inherent to single-method solutions are eliminated. A holistic interpretation of the results is of great importance, since different observational techniques ultimately characterize the same physical system. In this thesis, system analyses were carried out according to three distinct combinations of methods: one system in which astrometry, eclipse-timing, and radial velocity were applied simultaneously; two systems in which astrometry and eclipse-timing were jointly employed; and, for the remaining three systems, independent astrometric models were integrated with timing data for interpretation. The coordinated use of multiple observational methods provides the most reliable approach for determining the physical and orbital parameters of additional components with high precision.

June 2025, 82 pages

Key Words: binary stars, astrometry, eclipse timing variations, radial velocity, light-time effect, additional companion, orbital modelling

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimimin başladığı günden bu yana yolumu aydınlatan, bilimsel araştırmam boyunca teşvik edici yaklaşımıyla, desteğini ve güvenini her an hissettiğim danışmanım Prof. Dr. Özgür Baştürk'e en içten teşekkürlerimi sunarım. Bana her konuda yol gösteren ve danıştığım her soruda rehberlik edip kendimi çok şanslı hissettiren Arş. Gör. Dr. Ekrem Murat Esmer'e çok teşekkür ederim.

Üniversite hayatım boyunca arkamdaki en büyük güç, sevgili kız arkadaşım Ezgi Sertkan'ın fedakâr inancı ve bitmek bilmeyen desteği olmuştur. Hayatıma kattığı ilham ve motivasyon, bu tezi büyük bir özveriyle yazmamı sağladı.

Sevgisini ve desteğini hayatımın her anında hissettiğim, her konuda yanımda olan annem Rukiye Akar'a, hayatımı daha kolay bir hale getiren ve her kararımda arkamda duran babam Fatih Akar'a, kardeşlerim Ahsen ve Serkan Akar'a sonsuz teşekkür ederim. Ailem, bu yolculuğun en sağlam dayanağı olmuştur.

Zor zamanları birlikte atlattığımız, keyifli anlarda yanımda olmalarından mutluluk duyduğum arkadaşlarım Barış Güler ve Mustafa Halil Özbek'e teşekkür ederim.

Tez çalışmam süresince bursiyeri bulunduğum 122F358 proje numarası ile TÜBİTAK tarafından desteklenen "Evrinleşmiş Çift Yıldızlar Etrafında Gezegen Araştırmaları" başlıklı 1001 Ar-Ge projesi kapsamındaki verilen destek için ayrıca teşekkür ederim.

Bu tez çalışmasında ele alınan sistemler ve analizlerin bir bölümü FBA-2023-2698 proje no, "Çift Yıldız Sistemleri Etrafında Önerilen İlave Cisimlerin Doğrudan Görüntülenmesine Yönelik Limitlerin Belirlenmesi" başlıklı Yüksek Öğretim Kurulu (YÖK) Araştırma Üniversiteleri Destek Programı projesi kapsamında gerçekleştirilmiştir.

Bu tez çalışmasında kullanılan fotometrik gözlem verilerinin bir bölümü Ankara Üniversitesi Astronomi ve Uzay Bilimleri Araştırma ve Uygulama Merkezi'nde (Ankara Üniversitesi Kreiken Rasathanesi) yer alan T35 Yrd. Doç. Dr. Zekeriya Müyesseroğlu Teleskobu'yla "Çift Yıldız Sistemleri Etrafında Önerilen İlave Cisimlerin Doğrudan Görüntülenmesine Yönelik Limitlerin Belirlenmesi" başlıklı ve çeşitli proje numaraları ile süren gözlem projeleri kapsamında elde edilmiştir. Bu gözlemlere ayırdıkları zaman ve teknik destekleri için Ankara Üniversitesi Kreiken Rasathanesi'ne teşekkür ederim.

Furkan AKAR
Ankara, Haziran 2025

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI

ETİK	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	v
SİMGELER DİZİNİ	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. KURAMSAL TEMELLER	3
2.1 Astrometri	3
2.2 Bir Yörüngeyi Tanımlayan Parametreler	10
2.3 Zamandan Konuma Geçiş	13
2.3.1 Ortalama anomali	13
2.3.2 Eksantrik anomali	14
2.3.3 Gerçel anomali	14
2.3.4 Kutupsal koordinatlardan kartezyen koordinatlara geçiş	14
2.3.5 Ekvator koordinat sistemine dönüşüm	15
2.4 Astrometrik Modellerdeki Zorluklar	16
2.4.1 Yörünge'nin yönelim dejenarasyonu	16
2.4.2 Fiziksel büyüklüklere dönüşümdeki zorluk	16
2.5 Dönem Değişim Analizi	18
2.5.1 Işık-Zaman etkisi	19
2.5.2 Kütle aktarımı	23
2.5.3 Manyetik etkinlik	25
2.6 Dikine Hız	27
3. LİTERATÜR ÖZETLERİ	28
3.1 V819 Herculis	28
3.2 V1031 Orionis	29
3.3 ER Orionis	30
3.4 HT Virginis	32
3.5 MR Delphinus	33
3.6 V2388 Ophiuchi	34
4. MATERYAL VE YÖNTEM	37
4.1 Materyal	37
4.1.1 Astrometrik veriler	37
4.1.2 Tutulma ortası zaman verileri	38
4.1.3 Dikine hız verileri	40

4.2 Yöntem	40
4.2.1 Eş-zamanlı olasılıkçı modelleme yöntemi	41
4.2.1.1 Model parametrelerinin sınıflandırılması	41
4.2.1.2 Ortak çözüm çatısının kurulması	43
4.2.1.3 Kütle ve yarı-büyük eksen uzunluklarının hesaplanması	45
4.2.2 Astrometrik model ve zamanlama verisinin yorumlanması	46
5. BULGULAR	47
5.1 V819 Herculis	47
5.2 V1031 Orionis	51
5.3 ER Orionis	55
5.4 HT Virginis	58
5.5 MR Delphinus	61
5.6 V2388 Ophiuchi	64
6. TARTIŞMA VE SONUÇ	66
6.1 V819 Herculis	66
6.2 V1031 Orionis	67
6.3 ER Orionis	67
6.4 HT Virginis	68
6.5 MR Delphinus	69
6.6 V2388 Ophiuchi	70
6.7 Paralaks ve Toplam Kütle Değerlendirmesi	71
6.8 ρ ve θ Projeksiyonları: 2026–2030	73
KAYNAKLAR	75
EK	81
ÖZGEÇMİŞ	82

SİMGELER DİZİNİ

A	Işık-zaman etkisi yarı-genliği
AB	Astronomi birimi, 149 600 000 km
a	Yarı-büyük eksen
a_{12}	Çift sistemin yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğu
a_3	Üçüncü cismin yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğu
c	Işık hızı ($\approx 299,792$ km/s)
χ^2_ν	İndirgenmiş ki-kare istatistiği
E	Eksantrik anomali
e_3	Üçüncü cismin yörüngesinin dışmerkezliği
$f(m_3)$	Üçüncü bileşen için kütle fonksiyonu
G	Evrensel çekim sabiti ($6.67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$)
γ	Sistemik hız (km/s)
i_3	Üçüncü bileşenin yörünge eğim açısı ($^\circ$)
K_3	Üçüncü bileşenin dikine hız yarı-genliği (km/s)
λ_0	Referans dalga boyu ($\text{\AA}$)
M	Ortalama anomali
Min I	Birinci minimum
Min II	İkinci minimum
M_1	Birincil bileşen kütlesi ($M_\odot$)
M_2	İkincil bileşen kütlesi ($M_\odot$)
M_{12}	Çift yıldızın toplam kütlesi ($M_\odot$)
M_3	Üçüncü bileşen kütlesi ($M_\odot$)
M_{top}	Sistemin toplam kütlesi ($M_\odot$)
$M_\odot$	Güneş kütlesi ($1.98892 \times 10^{30} \text{ kg}$)
μ	Özhareket (mas yıl^{-1})
ν	Gerçel anomali
$O-C$	Gözlenen - Hesaplanan minimum zaman farkı
P	Yörünge dönemi
P_3	Üçüncü bileşenin yörünge dönemi
π	Paralaks
q	Kütle oranı ($q = M_2/M_1$)
R	Yıldız yarıçapı ($R_\odot$)
$\hat{R}$	Gelman-Rubin istatistiği
ρ	Açısal ayrıklık (yay-saniyesi)
T_{eff}	Etkin sıcaklık (K)
T_{per}	Üçüncü bileşenin enberi geçiş zamanı
θ	Konum açısı
V_r	Dikine hız (km/s)
V_t	Teğetsel hız (km/s)

α	Sağ açıklık
δ	Dik açıklık
Ω	Çıkış düğümünün boylamı
Ω_3	Üçüncü bileşenin çıkış düğümü boylamı
ω	Enberi argümanı
ω_{12}	Çift yıldızın enberi argümanı
ω_3	Üçüncü bileşenin enberi argümanı
ϖ	Enberi boylamı

Kısaltmalar

AIC	Akaike Bilgi Kriteri
BIC	Bayesyen Bilgi Kriteri
BJD _{TDB}	Barisentrik Dinamik Zamanlı Jülyen Günü
CCD	Yük Eşlenimli Cihaz (ing. Charge-Coupled Device)
HJD	Güneş Merkezli Jülyen Günü
JD	Jülyen Günü
TESS	Transiting Exoplanet Survey Satellite
WD	Wilson-Devinney

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1	Sirius A'nın (A), Sirius B'nin (B) ve ortak kütle merkezinin (C) gökyüzündeki konumunun zaman içindeki değişimleri (Sağ üstteki şekil, Sirius A ve Sirius B'nin ortak kütle merkezi etrafındaki yörüngesini ifade eder (Lippincott vd. 1961).)	3
Şekil 2.2	Bir yıldızın gökyüzündeki görünür konumundaki değişimin farklı etkileri (Özhareket ve paralaktik kaymanın bileşik etkisi (sol alt) ve bileşenlerin yörünge hareketinin gökyüzü düzlemine izdüşümü (sağ alt). Burada ΔRA yıldızın sağ-açıklık yönündeki açısal yer değiştirmesini, ΔDec ise dik-açıklık yönündeki açısal yer değiştirmesini ifade eder.)	4
Şekil 2.3	(a) Paralaktik kayma (b) Uzay hızı	5
Şekil 2.4	Özhareketin sağ açıklık ve dik açıklık yönlerindeki bileşenleri (Sağ açıklık bileşeni, gök kutuplarına olan uzaklık göz önünde bulundurularak ölçülür.)	6
Şekil 2.5	Görelî ve görünen yörünge arasındaki ilişki (MacEvoy 2017)	7
Şekil 2.6	Aynı çift yıldız sistemi için üç farklı yörünge tanımının karşılaştırması (MacEvoy 2017) (Üst panel — Görelî yörüngenin gökyüzüne izdüşümü sonucu elde edilen görünen yörünge (ρ , θ açıları doğrudan ölçülür). Orta panel — Baş bileşen orijinde sabitlenerek tanımlanan görelî yörünge; yarı-büyük eksen $a_{rel} = a_{12} + a_3$ bağıntısıyla mutlak yörüngelerin toplamıdır. Alt panel — Her iki bileşenin ortak kütle merkezi etrafındaki mutlak yörüngeleri. Görsel; enberi (periastron), enöte (apastron) ve düğüm noktaları dikey çizgilerle hizalanarak üç yörünge türü arasındaki geometrik ilişkiyi gösterir.)	8
Şekil 2.7	Çift sistemin etrafında dolanan üçüncü cismin görelî yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğunun cisimlerin ortak kütle merkezlerine olan mesafeleri ile ilişkisi	9
Şekil 2.8	Yörünge eğim açısı (i) (Çıkış düğümü mavi üçgenle, iniş düğümü kırmızı üçgenle gösterilmektedir.)	11
Şekil 2.9	Çıkış düğümünün boylamı (Ω)	11
Şekil 2.10	Enberi argümanı (ω)	12
Şekil 2.11	(a) Yörünge eğiminin farklı değerlerinde yörüngenin yönelimi (b) Çıkış düğümünün boylamının farklı değerlerinde yörüngenin yönelimi	12
Şekil 2.12	π -dejenerasyonu (Astrometrik modelleme aynı veri kümesi, (Ω, ω) ikilisini π kadar kaydıran ikinci bir çözümü ayırt edemez; görelî yörünge iki durumda da özdeştir.)	17
Şekil 2.13	Çift yıldız ile üçüncü bileşenin enberi argümanı değerlerinin birbirinden 180° kadar ayrılması	20
Şekil 2.14	Enberi argümanının değişimine göre O-C karakteristiği	22
Şekil 2.15	Dışmerkezliğin değişimine göre O-C karakteristiği	22
Şekil 2.16	Kütle aktarımının O-C diyagramında görülen iki etkisi	23
Şekil 3.1	V819 Her'e ait 80. sektör TESS ışık eğrisi	29
Şekil 3.2	V1031 Ori'ye ait 33. sektör TESS ışık eğrisi	30

Şekil 3.3	ER Ori'ye ait 5. sektör TESS ışık eğrisi	31
Şekil 3.4	HT Vir'e ait 50. sektör TESS ışık eğrisi	32
Şekil 3.5	MR Del'e ait 54. sektör TESS ışık eğrisi	33
Şekil 3.6	V2388 Oph'ye ait 80. sektör TESS ışık eğrisi	35
Şekil 5.1	V819 Her sistemindeki üçüncü bileşenin görelî yörüngesi (Soldaki panelde, siyah renk medyan parametrelerle üretilen yörüngeyi, yeşil tonlar ise ardıl dağılımdan rastgele seçilen 1000 örnek yörüngeyi göstermektedir. Orijin noktasında bulunan yıldız sembolü çift yıldız temsil etmektedir. Sağdaki panellerde, yıllara göre açısal ayrıklık ve konum açısı değerleri ile bu değerlere yapılan model ve artıkları sunulmuştur.)	47
Şekil 5.2	V819 Her sistemindeki üçüncü bileşenin ışıık-zaman etkisi (Üst panelde veri ve medyan model ile modelin 1000 ardıl dağılım örneği; alt panelde ise bu modelin artıkları gösterilmiştir.)	48
Şekil 5.3	Üçüncü bileşenin çift yıldız ile oluşturduğu yörüngedeki hareketinin bakış doğrultusundaki karşılığı (Üst panel farklı gözlemlerinden alınan verileri ve medyan model ile modelin 1000 ardıl dağılım örneğini; alt panelde ise bu modelin artıkları gösterilmiştir.)	48
Şekil 5.4	Üçüncü bileşenin üç farklı gözlem yönteminde yarattığı etki	49
Şekil 5.5	V819 Her sistemindeki üçüncü bileşene yapılan eş-zamanlı çözümün ardıl dağılımları	51
Şekil 5.6	V1031 Ori'nin üçüncü bileşenine ait eş-zamanlı çözümün astrometrik karşılığı (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.1.)	52
Şekil 5.7	V1031 Ori üçüncü bileşenin yarattığı ışık-zaman etkisi (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.2.)	52
Şekil 5.8	Üçüncü bileşene ait ortak çözümün iki farklı gözlem yöntemindeki yansması	53
Şekil 5.9	V1031 Ori sistemindeki üçüncü bileşene yapılan eş-zamanlı çözümün ardıl dağılımları	53
Şekil 5.10	ER Ori'nin üçüncü bileşenin görelî yörüngesi (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.1.)	55
Şekil 5.11	ER Ori üçüncü bileşenin O-C diyagramı (Üst panelde model, veri ve 100 ardıl dağılım örneği verilirken, solda veri renklerinin anlamı, sağda ise dönem değişimine hangi modelin uyumlandığı gösterilmiştir.)	56
Şekil 5.12	Üçüncü bileşenin ortak çözümüne ilişkin astrometri ve ETV modelleri	56
Şekil 5.13	Eş-zamanlı çözümün ardıl dağılımları	58
Şekil 5.14	HT Vir sistemindeki görsel bileşenin görelî yörüngesi (Sol panel, HT Vir'in ilave bileşenin astrometrik verilere dayanarak elde edilen görelî yörüngesini göstermektedir; bu yörünge, ardıl dağılımdan rastgele seçilen 1000 örnek kullanılarak çizilmiştir. Kesikli siyah çizgi, Çizelge 5.4'te listelenen parametreler kullanılarak üretilen yörüngeyi temsil eder. Sağ üst grafik açısal ayrıklığı, sağ alt grafik ise zamana bağlı konum açısındaki değişimleri sunmaktadır. Sarı veri noktaları, Gaia ölçümlerini göstermektedir.)	59

Şekil 5.15	Görsel bileşenin yarattığı ışık–zaman etkisi ve HT Vir çift sisteminin $\text{Min I (BJD}_{\text{TDB}}) = 2448760.673345(264) + 0.40767253(1) \times E$ efemeris denklemiyle oluşturulan O–C diyagramı (sol iç diyagram)	59
Şekil 5.16	Eş-zamanlı çözümün ardıl dağılımları	60
Şekil 5.17	Görsel bileşenin görelî yörüngesi (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.14.)	61
Şekil 5.18	MR Del çift yıldızına ait O–C diyagramı	62
Şekil 5.19	MR Del’in görsel bileşenine ait astrometrik çözümün ardıl dağılımları	63
Şekil 5.20	MR Del’in tutulma zamanlarına ait ETV çözümünün ardıl dağılımları	63
Şekil 5.21	Görsel bileşenin görelî yörüngesi (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.1.)	64
Şekil 5.22	V2388 Oph’nin görsel bileşenine ait astrometrik çözümünün ardıl dağılımları	65
Şekil 5.23	V2388 Oph’nin O–C diyagramı	65

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1 V819 Her, V1031 Ori, ER Ori, HT Vir, MR Del ve V2388 Oph çift yıldızlarını oluşturan bileşenlerin toplam kütleleri	36
Çizelge 4.1 Bu çalışmadan analizi yapılan sistemlerin özellikleri	37
Çizelge 4.2 Farklı gözlem teknikleri için başlangıç belirsizlikleri	38
Çizelge 4.3 TESS gözlemlerine ait bilgiler	40
Çizelge 4.4 Bu tezde incelenen sistemler ve uygulanan veri türleri	41
Çizelge 4.5 Model Parametrelerinin Astrometri, ETV ve Dikine Hız Verileriyle Kısıtlanması (A = Astrometri, E = ETV, R = Dikine Hız)	43
Çizelge 5.1 V819 Her üçüncü bileşeni parametreleri: Bu çalışma, Zasche vd. (2014) ve Muterspaugh vd. (2008) karşılaştırması	50
Çizelge 5.2 V1031 Ori üçüncü bileşeni için bu çalışma ile Zasche vd. (2014) ve Docobo vd. (2022) sonuçlarının karşılaştırması	54
Çizelge 5.3 ER Ori üçüncü bileşeni için bu çalışma ile elde edilen sonuçları ve Nelson vd. (2023) ile Tokovinin (2021) sonuçlarının karşılaştırması	57
Çizelge 5.4 HT Vir'in görsel bileşeninin bu tez çalışmasındaki sonuçları ve Izmailov (2019) ile Zasche & Wolf (2007) karşılaştırması	60
Çizelge 5.5 MR Del'in görsel bileşeninin parametreleri: Bu çalışma ve Zasche vd. (2009) karşılaştırması	61
Çizelge 5.6 MR Del'in ilave bileşenine ait parametreler: Bu çalışma, Meng vd. (2021) ve Özavcı vd. (2020) karşılaştırması	62
Çizelge 5.7 V2388 Oph sisteminin üçüncü bileşenine ait yörünge parametrelerinin bu tez çalışmasındaki sonuçları ile Zasche vd. (2014) ve Docobo & Andrade (2013) çalışmalarıyla karşılaştırması	64
Çizelge 6.1 İncelenen altı sistem için farklı kataloglardan elde edilen paralaks değerleri	72
Çizelge 6.2 İncelenen altı sistem için paralaks ve toplam kütle sonuçları	73
Çizelge 6.3 V819 Her sistemindeki görsel bileşenin ρ ve θ projeksiyonları (Kırmızı ile işaretlenen satırlar, listelenen yıllar aralığında en büyük açısal ayrıklığın gözlemlendiği zamanı göstermektedir.)	73
Çizelge 6.4 Kalan beş sistemdeki görsel bileşenlerin ρ ve θ projeksiyonları	74

1. GİRİŞ

Çift yıldız sistemleri yörünge parametrelerinin (yörünge dönemi, büyüklüğü, uzaydaki konumu ve eğim açısı gibi) ve bileşenlerinin fiziksel özelliklerinin (kütle, yarıçap, yüzey çekim ivmesi, etkin sıcaklık gibi) belirlenebilmeleri nedeniyle yıldız astrofiziği açısından önemli sistemlerdir.

Tek yıldızlar için gözlemlerle elde edilemeyecek bu parametrelerden bazıları onların fiziksel parametreleri ve evrim durumları hakkında bilgi veren kalibrasyonlara da temel oluşturur. Çift sistemlerin farklı gözlem yöntemleri ile elde edilen verilerinin birleştirilip analiz edilmesiyle sisteme ilişkin geniş bir parametre seti elde edilebilir. Aynı zamanda bir çift sistemdeki olası ilave bileşenlerin varlığı ve yörünge parametreleri ile fiziksel özellikleri hakkında bilgi edinilmesi de bu sistemlerin astrometri, tutulma zamanları ve dikine hız gözlemlerinin birleştirilmesiyle mümkün olabilir.

Astrometri, tutulma zamanlarının değişimi ve dikine hız gözlemlerinin her birinin ifade ettiği çözüm uzayı temelde aynı cismin yörüngesini tarif eder. Bu bağımsız gözlemsel kanallar tek tek ele alındığında parametre uzayını yalnızca kısmen kısıtlayabilirken, birlikte çözümlenmeleri durumunda çözüm uzayı önemli ölçüde daraltılabilir ve yörünge parametreleri istatistiksel olarak çok daha duyarlı belirlenir.

Sadece tutulma zamanlarındaki değişimin incelenmesi, ilave bileşenin kütlesini, yörünge eğim açısına bağlı olarak sınırlar. Analizlere astrometrik verilerin eklenmesi durumunda, ilave bileşenin yörünge eğim açısı elde edileceğinden bu sınırlama ortadan kalkar ve bileşene ait kütle değeri doğrudan elde edilebilir. Dikine hız ölçümlerinin de çözümde yer alması, hem kütleyi hem de yörünge dönemini daha sıkı belirsizliklerle sınırlar. Böylece, elde edilen mutlak kütle, yıldız/kahverengi cüce/gezegen ayırım eşiklerine göre güvenilir biçimde sınıflandırılabilir; ayrıca ışık-zaman etkisinin yarı-genliği, gökyüzündeki yarı-büyük eksen ve dikine hız yarı-genliği gibi farklı ölçeklerin tek, tutarlı bir yörünge modeline indirgenmesi sağlanır.

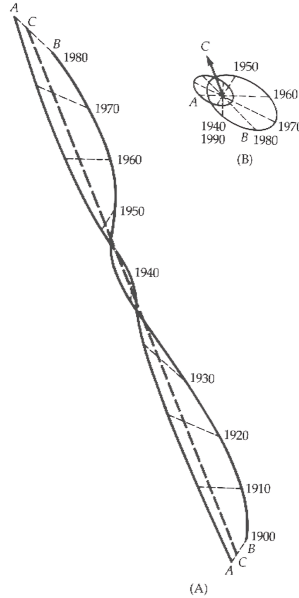
Özetle, çoklu gözlem yöntemlerinin birleştirilmesi, ilave bileşenlerin fiziksel ve yörünge parametrelerini doğrudan ve yüksek doğrulukla ortaya koymanın en güvenilir yöntemidir.

Bu tez kapsamında; ilave bileşene ait fiziksel ve yörünge parametrelerinin belirlenmesinde kullanılabilecek gözlem yöntemler, bu yöntemlerden elde edilen parametreler ile eş-zamanlı ve ayrı analiz yaklaşımlarının nasıl uygulandığı ele alınmıştır. İncelenen sistemler, astrometri, tutulma zamanlaması ve dikine hız verilerinin veri mevcudiyeti doğrultusunda farklı kombinasyonlarda birleştirilerek analiz edilmesi yoluyla incelenmiştir. Bir sistemde eş-zamanlı üçlü (astrometri + tutulma zamanlaması + dikine hız), diğer iki sistemde ikili (astrometri + tutulma zamanlaması) analizler; geri kalan üç sistemde ise bağımsız astrometrik modellerinin tutulma zamanlaması verileriyle birlikte değerlendirilmesi gerçekleştirilmiştir.

2. KURAMSAL TEMELLER

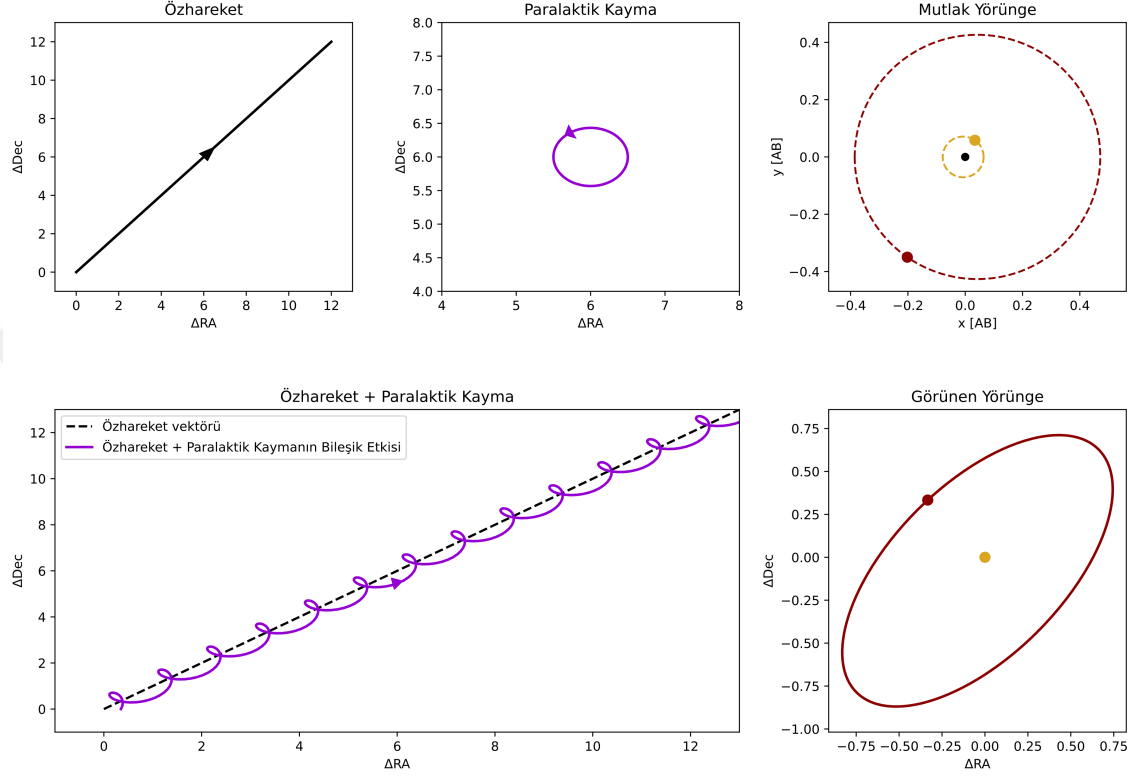
2.1 Astrometri

Astronominin, gök cisimlerinin gökküresi üzerindeki konumlarını ve zaman içindeki konum değişimlerini ölçmeyi amaçlayan alt dalına astrometri (konumölçüm) adı verilir. Görsel yöntemlerden fotoğraf plaklarına, yer-tabanlı interferometrik gözlemlerden, uzay-tabanlı teleskoplara kadar uzanan gözlem araçlarıyla tarih boyunca gelişerek günümüzde mikro-yay saniyesi düzeyinde hassasiyetlere ulaşan düzeyde konumölçüm gözlemleri yapılmıştır. Modern astrometrinin kurucusu sayılan Alman astronom Friedrich Bessel, 1844 yılında kuzey yarımküreden kış mevsiminde gökyüzünün en parlak yıldızı Sirius'un konumunu zamana bağlı olarak ölçtüğünde yıldızın Şekil 2.1'de A ile gösterilen bir salınım hareketi yaptığını ve buradan hareketle etrafında ilave bir bileşen olduğunu öngördü (Bessel 1844). Bu öngöründen 18 yıl sonra, 1862'de, Amerikalı Alvan Graham Clark ilk kez, Sirius'un günümüzde Sirius B adı verilen daha sönük bileşenini gözlemledi ve böylece Sirius'un gerçekte çift yıldız olduğunu ortaya çıkardı (Bond 1862).



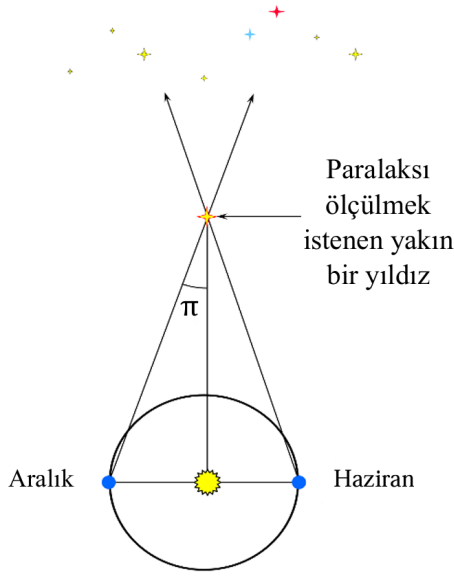
Şekil 2.1 Sirius A'nın (A), Sirius B'nin (B) ve ortak kütle merkezinin (C) gökyüzündeki konumunun zaman içindeki değişimleri (Sağ üstteki şekil, Sirius A ve Sirius B'nin ortak kütle merkezi etrafındaki yörüngesini ifade eder (Lippincott vd. 1961).)

Bir yıldızın gökyüzündeki hareketi, özhareket (proper motion), Yer'in Güneş etrafındaki hareketinden kaynaklanan paralaktik kayma ve olası bileşen(ler)in kütleçekim etkisi kaynaklı ortak kütle merkezine göre yaptıkları yörünge hareketinin gökyüzü üzerine izdüşümünün toplamından oluşur (bkz. Şekil 2.2).

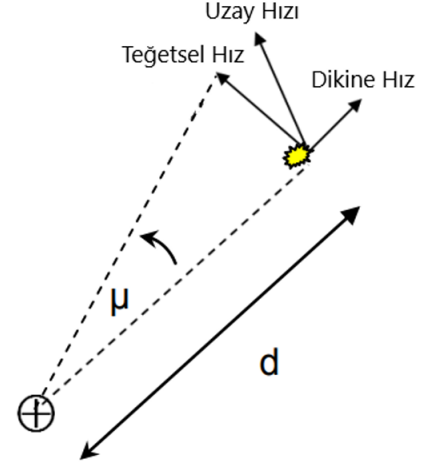


Şekil 2.2 Bir yıldızın gökyüzündeki görünür konumundaki değişimin farklı etkileri (Özhareket ve paralaktik kaymanın bileşik etkisi (sol alt) ve bileşenlerin yörünge hareketinin gökyüzü düzlemine izdüşümü (sağ alt). Burada ΔRA yıldızın sağ-açıklık yönündeki açısal yer değiştirmesini, ΔDec ise dik-açıklık yönündeki açısal yer değiştirmesini ifade eder.)

Özhareket, bir yıldızın uzay hızı nedeniyle gökyüzünde bir yıl içinde yaptığı açısal yer değiştirmeyi ifade eder. Uzay hızı, yıldızın Yer merkezine göre sahip olduğu gerçek hızın iki bileşeninden oluşur: teğetsel hız, gökyüzü düzlemine paralel hareketi; ve dikine hız, gözlemciye doğru veya ondan uzaklaşma hareketini gösterir (bkz. Şekil 2.3b). Özhareket (μ), yalnızca teğetsel hızın gökyüzü düzlemine izdüşen açısal bileşenini tanımlar; dikine hız ise spektroskopik ölçümlerle elde edilir.



(a) Yer'in Güneş etrafındaki altı aylık yörünge hareketi sırasında, arka plan yıldızlarına göre aynı yakın yıldızın konumunda gözlenen açısal kayma π (Pogge 2014)



(b) Dikine hız ve teğetsel hız bileşenlerinden oluşan uzay hızı (Wikimedia Commons) (Özhareket μ , teğetsel hızın gök küre üzerindeki açısal karşılığıdır.)

Şekil 2.3 (a) Paralaktik kayma (b) Uzay hızı

Özhareket ile teğetsel hız arasında ise aşağıdaki ilişki bulunur.

$$V_t = 4.74 \mu d \quad (2.1)$$

burada μ özhareketi (yay-saniye/yıl), d uzaklığı (pc) ve V_t teğetsel hızı (km/s) göstermektedir. Bu bağıntıdaki 4.74 çarpanı ise birimlerin tutarlılığı için kullanılan bir dönüşüm faktörüdür.¹

Dikine hız (V_r), yıldızın bakış doğrultusundaki hareketini ifade eder ve (2.2) ile gösterilen Doppler formülü kullanılarak hesaplanır.

$$V_r = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \quad (2.2)$$

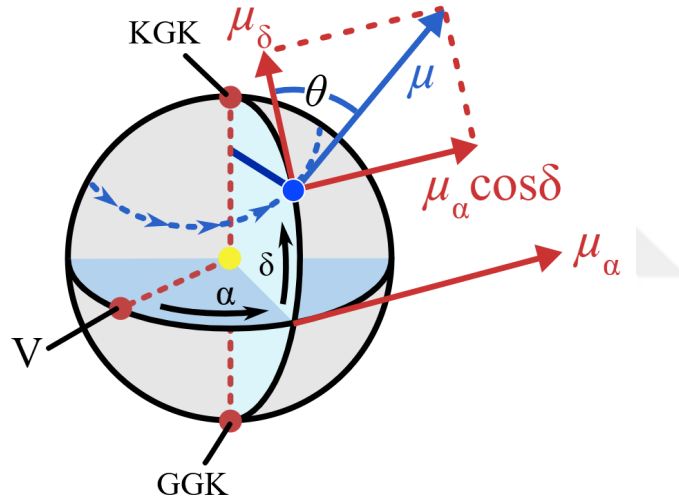
Bu bağıntıda yer alan $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$, tayf çizgilerinin laboratuvar dalgaboyuna göre farklarını; λ_0 , laboratuvar dalga boyunu; λ , yıldızın tayfında gözlenen dalgaboyunu; V_r , dikine hızı; c , ışık hızını temsil etmektedir.

¹bir parsek uzaklığın kilometreye, bir yılın saniyeye dönüşümünden elde edilir.

Böylece yıldızın uzaydaki gerçek hızının büyüklüğü, teğetsel hız (V_t) ve dikine hız (V_r) bileşenlerinin vektörel toplamı olarak hesaplanabilir:

$$V = \sqrt{V_t^2 + V_r^2} \quad (2.3)$$

Yıldızın uzay hızının gökyüzü düzlemine paralel olan teğetsel bileşeni, gözlemci tarafından özhareket olarak algılanır. Bu hareket, ekvator koordinat sisteminde $\mu_\alpha \cos \delta$ ve μ_δ bileşenlerinden oluşur. Burada $\mu_\alpha \cos \delta$; sağ açıklık (RA, α) eksenini boyunca ölçülen açısal hız, μ_δ ; dik açıklık (Dec, δ) eksenini boyunca ölçülen açısal hızı ifade eder. $\mu_\alpha \cos \delta$ ifadesi, sağ açıklık yönünde ölçülen özhareketi, farklı yüksekliklerdeki (dik açıklıklardaki) çemberlerin ne kadar “kısaldığını” hesaba katarak gerçek gökyüzü mesafesine çevirir (bkz. Şekil 2.4).

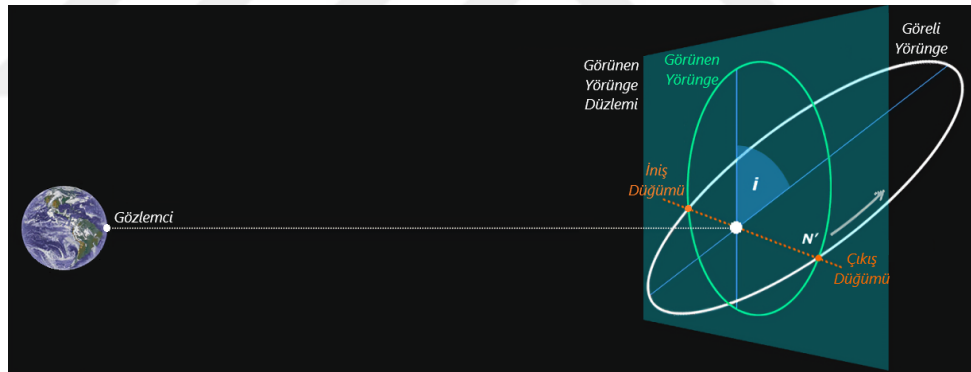


Şekil 2.4 Özhareketin sağ açıklık ve dik açıklık yönlerindeki bileşenleri (Sağ açıklık bileşeni, gök kutuplarına olan uzaklık göz önünde bulundurularak ölçülür.)

Paralaktik kayma, Yer’in Güneş etrafındaki yörüngesinde hareket ediyor olmasından kaynaklı olarak yakın cisimlerin gökyüzünde yer değiştiriyor gibi görünmesinden ileri gelen bir açısal kaymadır. Yer, Güneş’in çevresinde bir tam turunu atarken, gözlemciye yakın yıldızlar gökyüzünde “ilerleyip”, “geri dönüyormuş” gibi görünür. Bu durum, özhareket nedeniyle düz bir doğrultuda cismin gitmesi sebebine ek olarak Yer’in hareketiyle birlikte gözlemci perspektifinde küçük bir “salınım” eklenmesine neden olur (bkz. Şekil 2.3a).

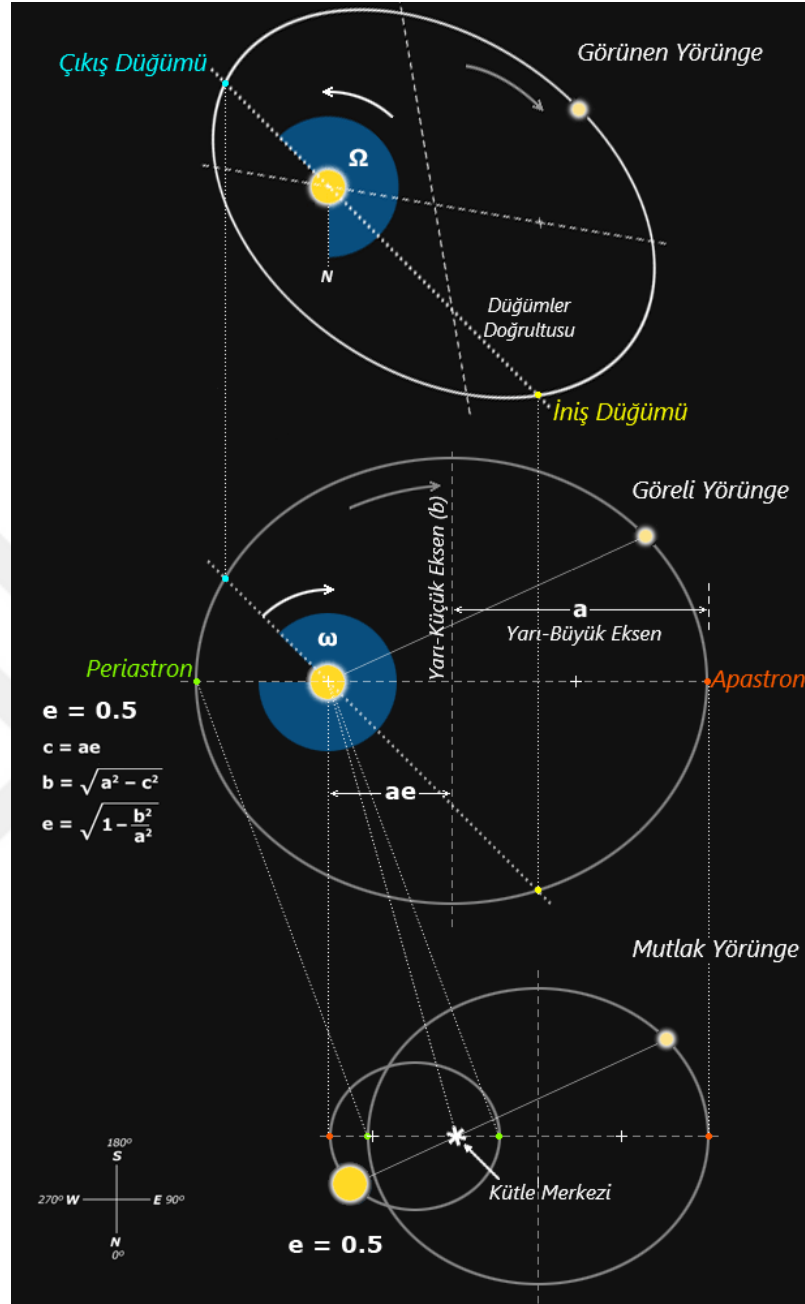
Özhareket ve paralaktik kaymanın modellenip mutlak yörüngeden çıkarılması (örn. Curiel vd. 2020) ve kütle merkezine baş bileşenin (genellikle parlak ve kütlece baskın yıldız) yerleştirilmesiyle, görelî yörünge elde edilir. Gözlemci için doğrudan ölçülebilen büyüklükler, gökyüzü düzlemine izdüşürülmüş olan yörünge üzerindeki bileşen konumlarıdır. Gözlemcinin algıladığı bu görünen yörünge, görelî yörünge'nin gökyüzü düzlemine izdüşürülmüş hâlidir ve doğrudan ölçülebilen açısal ayrıklık (ρ) ve konum açısı (θ) gibi astrometrik parametreler ile tanımlanır (bkz. Şekil 2.6). Görünen yörünge, gerçekte bu (ρ, θ) çiftlerinin zamana karşı değişimine karşılık gelen yörüngeden oluşur.

- ρ : İki bileşenin açısal olarak birbirinden ayrıldığı mesafeyi tanımlanayan açısal ayrıklık. Genellikle yay-saniyesi biriminde ifade edilir.
- θ : İkinci bileşenin baş bileşen etrafındaki konumunu tanımlayan konum açısı. Derece biriminde; kuzey yönünden itibaren saat yönünün tersine doğru ölçülür.

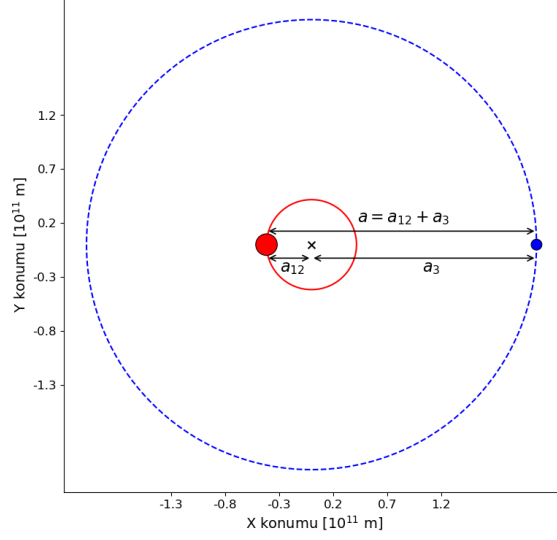


Şekil 2.5 Görelî ve görünen yörünge arasındaki ilişki (MacEvoy 2017)

Yörünge düzlemi ile gökyüzü düzlemi iki noktada kesişir. Bu noktalardan, gökyüzü düzleminin gözlemci tarafında kalan parçasından uzak parçasına doğru geçen kesişim noktasına çıkış düğümü; uzak parçasından gözlemciye bakan parçasına doğru geçilen kesişim noktasına ise iniş düğümü denir. Bu düğüm noktalarını birleştiren doğruya düğümler doğrultusu denir (bkz. Şekil 2.5).



Şekil 2.6 Aynı çift yıldız sistemi için üç farklı yörünge tanımının karşılaştırması (MacEvoy 2017) (Üst panel — Görelî yörüngeye gökyüzüne izdüşümü sonucu elde edilen görünen yörünge (ρ, θ açıları doğrudan ölçülür). Orta panel — Baş bileşen orijinde sabitlenerek tanımlanan görelî yörünge; yarı-büyük eksen $a_{\text{rel}} = a_{12} + a_3$ bağıntısıyla mutlak yörüngelerin toplamıdır. Alt panel — Her iki bileşenin ortak kütle merkezi etrafındaki mutlak yörüngeleri. Görsel; enberi (periastron), enöte (apastron) ve düğüm noktaları dikey çizgilerle hizalanarak üç yörünge türü arasındaki geometrik ilişkiyi gösterir.)



Şekil 2.7 Çift sistemin etrafında dolanan üçüncü cismin görelî yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğunun cisimlerin ortak kütle merkezlerine olan mesafeleri ile ilişkisi

Görelî yörünge, ikinci (veya üçüncü) bileşenin sistemin ortak kütle merkezi etrafında değil, birincil bileşen etrafındaki hareketini tanımlar. Görelî yörüngenin yarı-büyük eksen uzunluğu,

$$a_{\text{rel}} = a_{12} + a_3 \quad (2.4)$$

bağıntısıyla verilir ve baş bileşenin (a_{12}) ve üçüncü cismin (a_3) kendi mutlak yörüngelerine ait yarı-büyük eksen uzunluklarının toplamına eşittir. Böylece model parametre sayısı azalır ve astrometri, ışık zamanı etkisi, dikine hız gibi farklı değişim türleri ortak kütle merkezi referanslı tek bir koordinat sistemine bağlanabilir. Görelî yörünge, dışmerkezlilik ve yörünge dönemi bakımından mutlak yörüngeyle aynıdır ancak boyut olarak her zaman daha büyüktür (bkz. Şekil 2.7).

2.2 Bir Yörüngeyi Tanımlayan Parametreler

Kapalı bir yörünge, aşağıdaki parametreler ile tanımlanır:

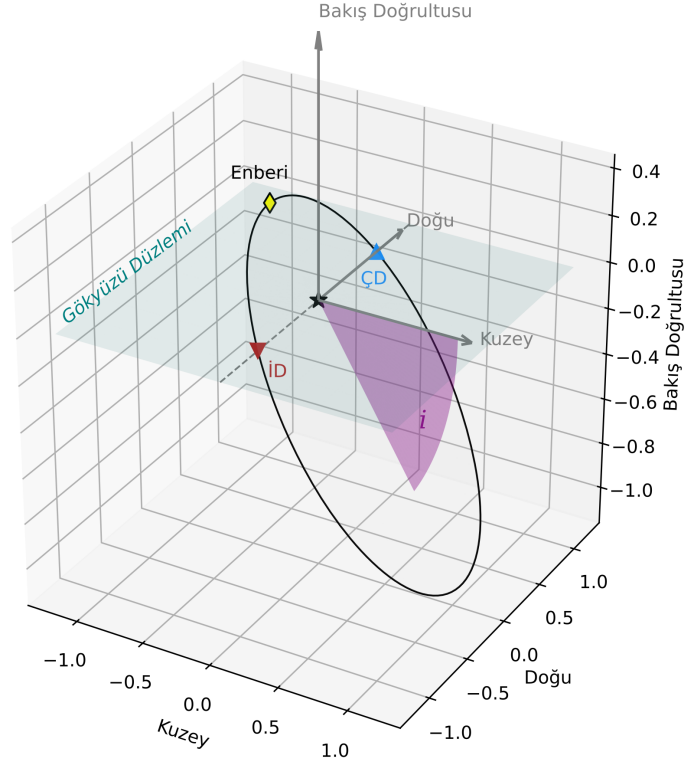
$$\{a, e, i, \Omega, \omega, T_{\text{per}}, P\}$$

Şekil ve boyut tanımlayanlar

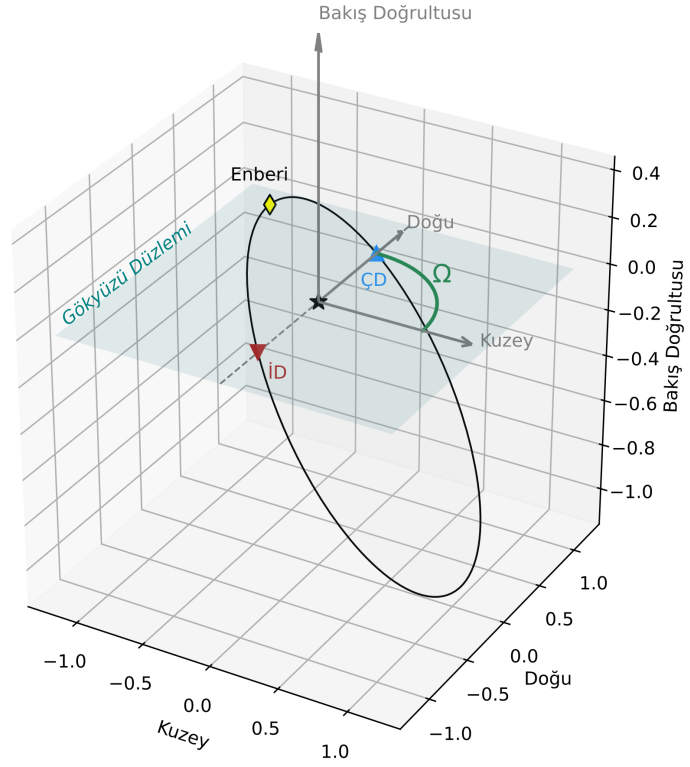
- **a — Yarı-Büyük Eksen:** Yörüngeyi boyutunu belirleyen temel uzunluktur. Enberi ve enöte noktaları arasındaki mesafenin yarısını ifade eder.
- **e — Dışmerkezlik (ya da eksantrisite):** Yörüngeyi, çemberden sapma miktarını, basıklığını tanımlar. $e = 0$ dairesel, $0 < e < 1$ eliptik, $e = 1$ parabolik, $e > 1$ hiperbolik yörüngeyi gösterir.

Yönelim tanımlayanlar

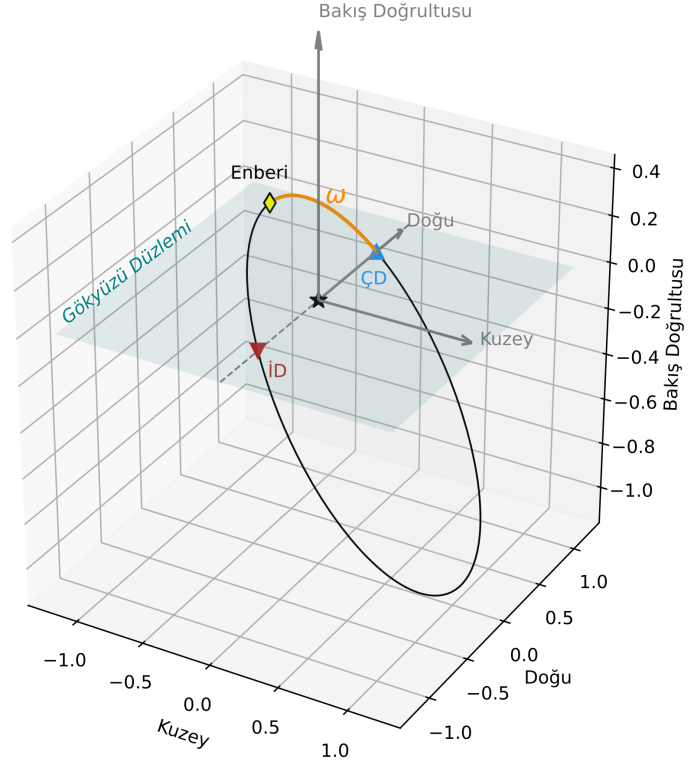
- **i — Yörünge Eğim Açısı:** Yörünge düzlemi ile gökyüzü düzlemi arasındaki açıdır (bkz. Şekil 2.8). $0^\circ \leq i \leq 180^\circ$ arasında ölçülür. $i < 90^\circ$ ise yörüngeyi gökyüzünde görünen hareketi prograd yönde $i > 90^\circ$ ise retrograd yöndedir. $i = 90^\circ$ gözlemcinin bakış doğrultusundaki (edge-on), $i = 0^\circ$ ise gökyüzü düzlemi üzerindeki (face-on) bileşene karşılık gelir (bkz. Şekil 2.11a).
- **Ω — Çıkış Düğümünün Boylamı:** Gökyüzü düzlemindeki kuzey yönünden (+Dec) itibaren saat yönünün tersinde çıkış düğümüne olan açısal uzaklıktır (bkz. Şekil 2.9). $0^\circ \leq \Omega < 360^\circ$ aralığında tanımlanır (bkz. Şekil 2.11b).
- **ω — Enberi Argümanı (Periastron Argümanı):** Çıkış düğümünden enberiye kadar ölçülen açıdır. Bu açı, enberiye ulaşmadan önce çıkış düğümünden başlayarak yörüngeyi etrafında ne kadar yol kat edilmesi gerektiğini belirler (bkz. Şekil 2.10). $0^\circ \leq \omega < 360^\circ$ aralığında tanımlanır. *Enberi argümanının (ω) ve enberi boylamının (ϖ) iki farklı parametre olduğuna dikkat edilmelidir. Çıkış düğümü ile enberi arasındaki açı enberi argümanı (ω), enberi ile kuzey arasındaki açı ise enberi boylamı (ϖ) ile ifade edilir.*



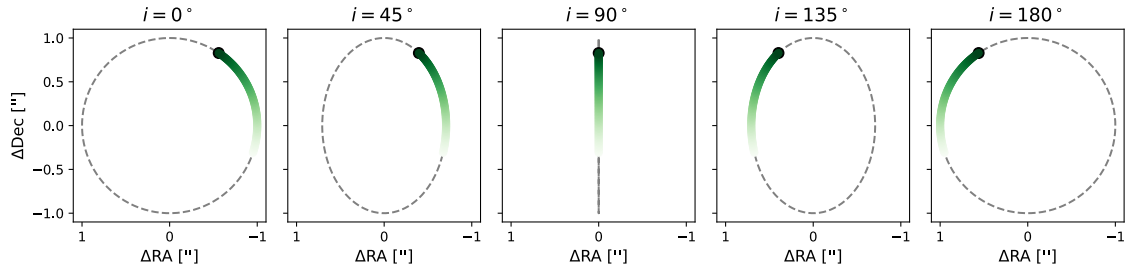
Şekil 2.8 Yörünge eğim açısı (i) (Çıkış düğümü mavi üçgenle, iniş düğümü kırmızı üçgenle gösterilmektedir.)



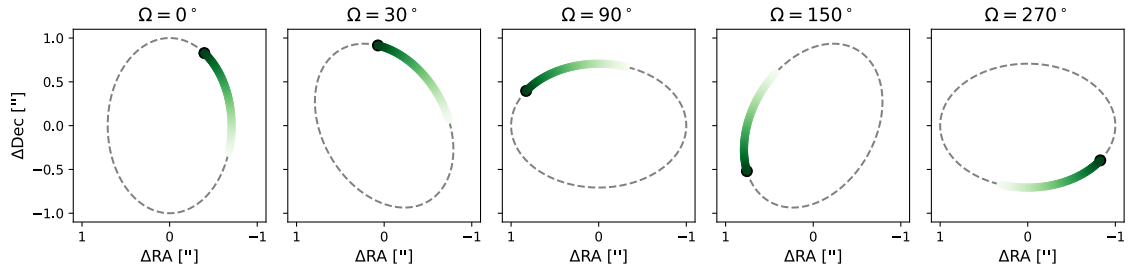
Şekil 2.9 Çıkış düğümünün boylamı (Ω)



Şekil 2.10 Enberi argümanı (ω)



(a) $\Omega = 0^\circ$, $\omega = 0^\circ$, $e = 0$ iken yörüngenin yönelimi



(b) $i = 45^\circ$, $\omega = 0^\circ$, $e = 0$ iken yörüngenin yönelimi

Şekil 2.11 (a) Yörünge eğiminin farklı değerlerinde yörüngenin yönelimi (b) Çıkış düğümünün boylamının farklı değerlerinde yörüngenin yönelimi

Zaman tanımlayanlar

- T_{per} — **Enberiden Geçiş Zamanı**: Cismin enberiden geçiş zamanıdır ve genellikle son geçiş zamanı verilir.
- P — **Yörünge Dönemi**: Cismin yörüngesi üzerindeki aynı konuma art arda iki kez ulaşması için geçen süredir.

Bu elemanlar belirlendiğinde, ilave bileşenlerin görelî yörüngeleri oluşturulabilir. Görelî yörünge'nin astronomi birimindeki yarı-büyük eksen uzunluğu ve güneş kütlesi birimindeki toplam kütlesi, paralaks değeri kullanılarak türetilir.

2.3 Zamandan Konuma Geçiş

Yörünge dinamiğinde, eliptik bir yörünge üzerindeki cismin belirli bir zamandaki konumunu tespit edebilmek amacıyla üç farklı anomali türü tanımlanır: ortalama anomali, eksantrik anomali ve gerçel anomali. Bu anomali türleri, cismin yörünge hareketi sırasında değışen gerçel ayırlık değeri'ne göre değil, zamana göre konumunu belirlemek için tanımlanır.

2.3.1 Ortalama anomali

Ortalama anomali, cisim hareketini gerçek yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğuna eşit yarıçapta bir çember üzerinde (taşıyıcı çember) sabit hızla yapıyor olsaydı, cismin bir t anında bu çember üzerinde enberi noktasına ne kadar uzakta olduğunu belirleyen açıdır. Ortalama anomali,

$$M(t) = n(t - T_{per}), \quad n = \frac{2\pi}{P} \quad (2.5)$$

denklemleri ile ifade edilir. Burada n ortalama hareket olarak adlandırılır.

Bu tanımlamaya göre $M(t)$, t zamanında cismin eliptik yörüngede “ortalama” olarak ne kadar ilerlediğini gösterir. Bununla birlikte, eliptik yörüngede cismin gerçek hızı enberinden enöteye doğru değışkenlik gösterdiğinden, M doğrudan gerçek konum açısını vermez; ancak *Kepler Denklemi* kullanılarak eksantrik anomalinin hesaplanmasına giden ara değeri oluşturur.

2.3.2 Eksantrik anomali

Eksantrik anomali, cismin eliptik yörüngesi üzerinde bir t anında bulunduğu konumun taşıyıcı çember üzerindeki izdüşümünün enberi noktasına açısal uzaklığı olarak tanımlanır. Ortalama anomali M ile eksantrik anomali E arasındaki ilişki, (2.6) ile ifade edilen Kepler denklemi olarak bilinir.

$$M = E - e \sin E, \quad 0 \leq e < 1 \quad (2.6)$$

Kepler denklemi doğrusal bir ifade olmadığından, E değeri Newton-Raphson yöntemiyle nümerik olarak çözümünden bulunabilir. Eksantrik anomali E hesaplandıktan sonra, eliptik yörüngenin geometrik eksenleri kullanılarak gerçel anomalinin (ν) bulunması sağlanır.

2.3.3 Gerçel anomali

Gerçel anomali, cismin eliptik yörüngesi üzerindeki periastron noktasına olan açısal uzaklığıdır ve yörüngenin odak noktasından ölçülür. Eksantrik anomaliden gerçel anomaliye geçiş, şu şekilde gerçekleştirilir:

$$\nu = 2 \arctan \left[\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right], \quad -\pi < \nu \leq \pi. \quad (2.7)$$

Buna eş-zamanlı olarak, odaktan cisme uzanan yarıçap vektörünün anlık uzunluğu,

$$r = a (1 - e \cos E) \quad (2.8)$$

şeklinde hesaplanır. Bu şekilde tanımlanan ν ve r değerleri, cismin eliptik yörüngedeki kutupsal koordinatlarla tam konumunu belirlemeye olanak tanır.

2.3.4 Kutupsal koordinatlardan kartezyen koordinatlara geçiş

Kütle merkezinin odak noktasında tanımlandığı düzlemde cismin gerçel anomaliye bağlı konum koordinatları,

$$(x_{\text{orb}}, y_{\text{orb}}, 0) = (r \cos \nu, r \sin \nu, 0)$$

ile ifade edilir. Bu koordinatlar; yörüngeyi tanımlayan parametreler, gerçel anomali ve odaktan cisme uzanan yarıçap vektörünün anlık uzunluğu ile birlikte kullanılarak kutupsal koordinatlardan kartezyen koordinatlara dönüştürülür.

$$X = r [\cos \Omega \cos(\omega + \nu) - \sin \Omega \cos i \sin(\omega + \nu)] \quad (2.9a)$$

$$Y = r [\sin \Omega \cos(\omega + \nu) + \cos \Omega \cos i \sin(\omega + \nu)] \quad (2.9b)$$

$$Z = -r \sin i \sin(\omega + \nu) \quad (2.9c)$$

Burada X kuzeyi, Y doğuyu, Z ise bakış doğrultusundaki bileşeni temsil eder.

2.3.5 Ekvator koordinat sistemine dönüşüm

Açısal ayrıklık ρ ve konum açısı θ ölçümleri kullanılarak gökyüzü koordinat bileşenleri şu şekilde elde edilir:

$$\rho = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (2.10a)$$

$$\theta = \arctan 2(Y, X) \quad (2.10b)$$

$$\Delta \text{Dec} = \rho \cos \theta \quad (2.10c)$$

$$\Delta \text{RA} = \rho \sin \theta \quad (2.10d)$$

Denklemler (2.10c)-(2.10d), (2.9)'dan elde edilen X - Y bileşenleriyle doğrudan tutarlıdır. Böylece $\rho_{\text{göz}}$, $\theta_{\text{göz}}$ gözlemsel çiftleri $\Delta \text{RA}_{\text{göz}} - \Delta \text{Dec}_{\text{göz}}$ biçiminde modele bağlanabilir.

Gökyüzü düzlemine izdüşürülen doğu-batı eksenindeki gerçek açısal fark,

$$\Delta x = \Delta \alpha \cos \delta_0, \quad \Delta y = \Delta \delta \quad (2.11)$$

şeklinde tanımlanır; burada δ_0 sistemin referans dik açıklığıdır. Bu nedenle, **orbitize!** (Blunt vd. 2019), **orvara** (Brandt vd. 2021) gibi yörünge modeli yazılımlarında görülen ΔRA terimi gerçekte $\Delta \alpha \cos \delta_0$ değerini (başka bir deyişle $\Delta \alpha^*$) taşır. Grafiklerde ve gösterimlerde ise, geleneksel olarak $\cos \delta_0$ çarpanı belirtilmeden kısaca ΔRA etiketi tercih edilir; ancak kod içinde ve hesaplamalarda daima $\Delta \alpha \cos \delta_0$ olarak işlenir.

2.4 Astrometrik Modellerdeki Zorluklar

Astrometrik ölçümlerle elde edilen ρ ve θ değerleri kullanılarak, bir cismin görelî yörüngesi modellenenebilir. Bu modellerden görelî yörüngenin yarı-büyük eksen uzunluğu yay-saniye biriminde olmak üzere yedi parametre elde edilebilir.

Ancak sadece astrometrik modellemenin yeterli olmadığı durumlar vardır.

2.4.1 Yörüngenin yönelim dejenarasyonu

Modellemeler “ π -dejenarasyonu” adı verilen çift anlamlılık sorununu çözemez. Çıkış düğümünün boylamı (Ω) ile enberinin argümanı (ω) değerleri π kadar ötelendiğinde, ΔRA ve ΔDec ifadeleri ile tanımlanan görelî yörünge aynı kalır ve aşağıdaki çözüme aynı tepkiyi verir (bkz. Şekil 2.12).

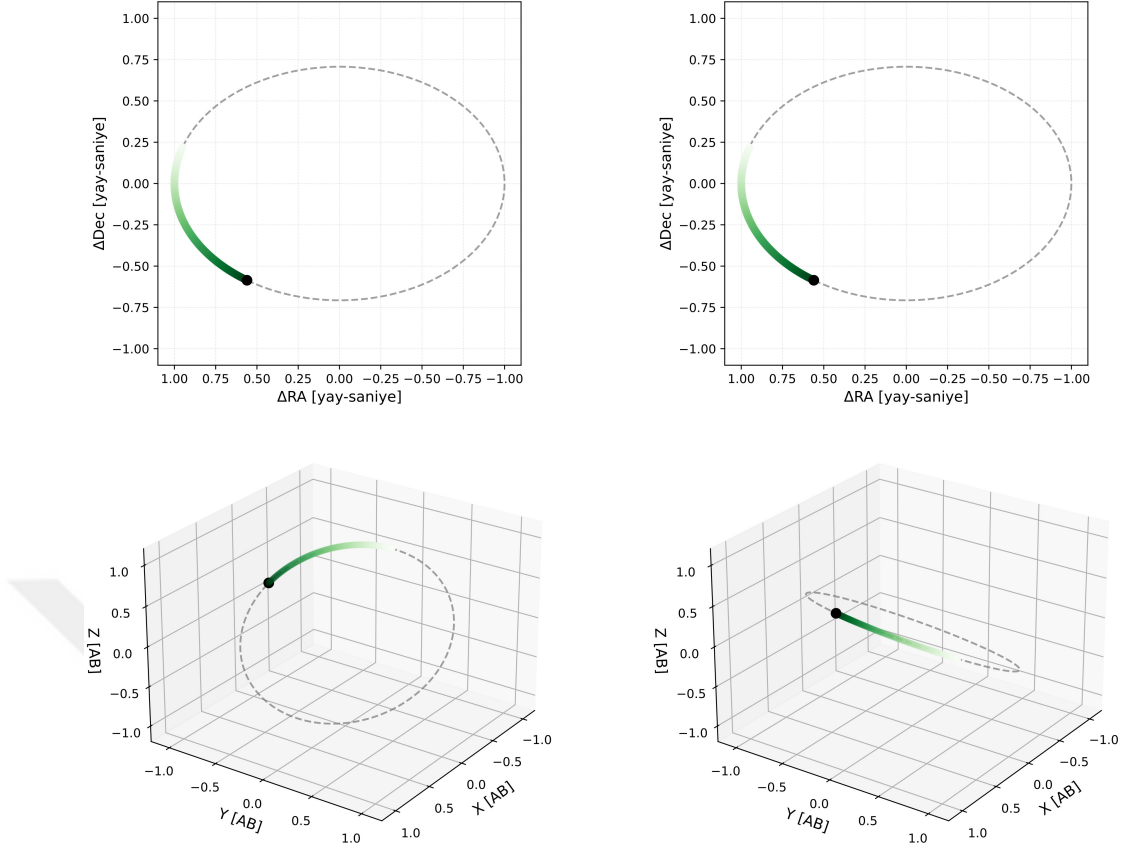
$$\omega' = \omega + \pi \quad \text{ve} \quad \Omega' = \Omega - \pi$$

Üç boyutlu uzayda aynı yörüngeyi temsil etmeyen bu iki durum ω ve Ω için bir dejenarasyon durumu yaratır. Bu durum, parametrelerin ardıl örneklerinde karakteristik “çift tepeli” bir yapıya neden olur.

Astrometrik veri, cismin düğüm noktasını gözlemciye doğru mu yoksa uzaklaşarak mı geçtiğini söyleyemez. Bu nedenle hangi düğümün çıkış düğümü olduğu belirsizdir. Aynı zamanda eliptik yörüngenin kendisi de bu simetrinin bozulmamasına imkân tanır. Yörünge π kadar döndürüldüğünde enberi noktası yeni düğüme hizalanır ancak gökyüzü düzlemindeki izdüşümü birebir aynı kalır.

2.4.2 Fiziksel büyüklüklere dönüşümdeki zorluk

Görelî yörünge parametreleri (örneğin açısal yarı-büyük eksen a_{ang} ve diğer elemanlar) belirlendikten sonra, sistemin fiziksel yarı-büyük eksen uzunluğu a [AB] ve toplam kütle sine M_{top} [$M_{\odot}$] geçiş yapılabilmesi için güvenilir bir paralaks (π) ölçümü gereklidir.



Şekil 2.12 π -dejenerasyonu (Astrometrik modelleme aynı veri kümesi, (Ω, ω) ikilisini π kadar kaydıran ikinci bir çözümü ayırt edemez; görelî yörünge iki durumda da özdeştir.)

Paralaks aşağıdaki bağıntılar ile doğrudan yörüngeyi astronomi birimindeki büyüklüğünün ve kütlenin hesaplanmasını sağlar.

$$a = \frac{a_{\text{ang}}}{\pi} \quad (2.12)$$

$$M_{\text{top}} = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} \quad (2.13)$$

Ancak paralaks değeri

- (i) hiç mevcut değilse,
- (ii) büyük hata içeriyorsa,
- (iii) farklı ölçüm katalogları arasındaki değerleri (örneğin *Gaia* veri sürümleri ve *Hipparcos*) arasında tutarsızlık varsa,

modeller doğru olmayan bir uzaklık değeri üzerine dayalı sonuçlar verir.

Bu koşullar altında, açısal yarı-büyük eksen (2.12) bağıntısıyla fiziksel yarı-büyük eksene dönüştürmek, paralakstaki belirsizlik nedeniyle sonucun güvenilirliğini önemli ölçüde azaltır. Buna bağlı olarak, paralakstaki tutarsızlıkların a üzerinde yarattığı sapma, hata yayılımı yoluyla (2.13) denklemiyle hesaplanan sistemin toplam kütle değerine de yansır. Dolayısıyla, paralaks ölçümünün hem yüksek hassasiyetli hem de farklı kataloglardaki değerlerinin belirsizlik limitleri dahilinde tutarlı olması büyük önem taşır. Aksi takdirde modelden elde edilen fiziksel yarı-büyük eksen uzunluğu ve kütle değerine ilişkin değerler güvenilir olmayabilir.

Sonuç olarak bir çift yıldızın etrafındaki bileşenin göreceli yörüngesi, bu zorluklar ve kısıtlar da göz önünde bulundurularak modellenenebilir. Ancak bu zorluklar, farklı boyuttaki gözlemlerin yardımıyla aşılabılır.

2.5 Dönem Değişim Analizi

Örten çift yıldızların tutulmalar sonucu oluşan minimumlarının orta zamanlarına minimum zaman adı verilir. Minimum zamanlar (T), bir referans minimum zaman (T_0), çevrim (epoch, E) ve yörünge dönemi (P) kullanılarak (2.14) ile verilen bağıntı ile önceden tahmin edilebilir. Çift sistemin yörünge döneminin herhangi bir nedenle değişim göstermesi halinde gözlenen minimum zamanlar, önceden tahmin edilen zamanlarla çakışmayacaktır. Gözlenen (observed) minimum zamanlar ile hesaplanan (calculated) minimum zamanlar arasındaki farklar O-C olarak adlandırılır. Bu farkların zamana karşı grafiğe aktarılmasıyla O-C (*ya da Tutulma Zamanları Değişimi, ing. Eclipse Timing Variation, ETV*) diyagramları elde edilir. Bu diyagramlar aracılığıyla çift sistemin dönem değişim karakteri incelenir.

$$T = T_0 + E \times P \quad (2.14)$$

Dönem değişimine sebep olan etkiler dönemin sürekli olarak artması veya azalmasını ifade eden seküler değişimler ile dönemsel ve çevrimsel değişimler olarak ikiye ayrılır. Kütle aktarımı, manyetik frenleme, ortak zarfa açısal momentum kaybı, gelgit etkileşimleri, yıldız rüzgarları, kütleçekimsel dalgalar seküler değişimlere neden olan mekanizmalardır.

Dönemsel ve çevrimsel değişimlere neden olan etkiler ise ışık-zaman etkisi, eksen dönmesi, manyetik etkinlik ve yörünge pertürbasyonudur. Dönem değişiminde görülen bu etkilerin modellenmesi ile çift sisteme ait çeşitli çıkarımlar yapılabilir.

Bu tez çalışmasında, kapsamın net tutulabilmesi amacıyla sadece üçüncü bileşenlerin varlığı nedeniyle gerçekleşen ışık-zaman etkisi; kütle aktarımının tespit edildiği bir sistem ve manyetik etkinliğin potansiyel olarak rol oynayabileceği başka bir sistem bağlamında bu üç etki üzerine durulacaktır.

2.5.1 Işık-Zaman etkisi

Çift yıldızlarda, sisteme kütle çekimi ile bağlı ilave bir bileşenin varlığı, bu bileşenin çift sistemle oluşturduğu kütle merkezi etrafında dolanma hareketi yapması ile gözlemciye olan uzaklığının dönemli olarak değişmesi ve ışık hızının sonlu olması sebepleriyle, çift sisteme ait minimum zamanlar arasındaki dönemin değişiyor gibi gözlenmesine neden olur. Çift sistemin gözlemciye yaklaştığı durumlarda minimum beklenenden daha erken, uzaklaştığı durumda ise daha geç gözlenecektir. Bu etkiye ışık-zaman etkisi (ing. Light-Time Effect, LiTE) adı verilir. Çift sistemin dolanma hareketi dönemli, Kepleryan bir yörünge hareketi olduğundan, minimumun kayması da dönemli olarak artıp azalacak ve böylece kendisini ETV diyagramında Kepleryan yapıda bir değişim olarak gösterecektir.

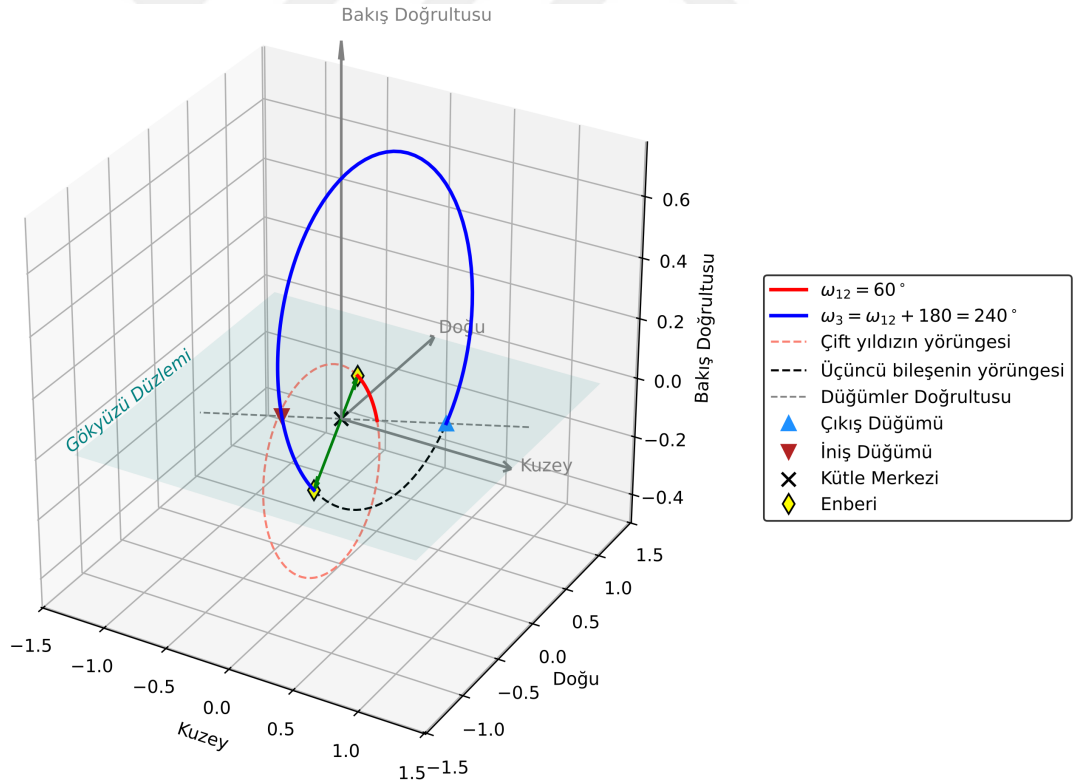
ETV diyagramında gözlenen dönemsel değişim, kütle merkezi etrafında dolanan ilave cisim(ler)in fiziksel ve yörünge özelliklerine bağlıdır. Bu nedenle, sistemin ETV diyagramının analizi aracılığıyla üçüncü bileşene ait yörünge dönemi, dışmerkezlik, enberi argümanı, minimum kütle ve yarı-büyük eksen uzunluğu gibi temel parametreler belirlenebilir.

Irwin (1952) tarafından türetilen aşağıdaki denklem, çift sisteme bağlı ilave cisme ait bu parametrelerin hesaplanmasına olanak tanır.

$$O - C = \frac{A}{\sqrt{1 - e_{12}^2 \cos^2 \omega_{12}}} \left[\frac{1 - e_{12}^2}{1 + e_{12} \cos \nu} \sin(\nu + \omega_{12}) + e_{12} \sin \omega_{12} \right] \quad (2.15)$$

Bu denklemdeki A , çift yıldızın kütle merkezinin, ilave bileşenin kütleçekimi etkisiyle ortak kütle merkezi etrafında yaptığı yörünge hareketinden kaynaklanan tutulma zamanlarındaki dönemli değişimin yarı genliğini, e_{12} çift sistemin ilave bileşenle oluşturduğu ortak kütle merkezi etrafındaki yörüngesinin dışmerkezliğini, ω_{12} çift sistemin ilave bileşenle oluşturduğu ortak kütle merkezi etrafındaki yörüngesinin enberi argümanını ifade eder. ν gerçel anomali olup ν , Kepler denklemi çözülerek $M \rightarrow E \rightarrow \nu$ dönüşümüyle hesaplanır (bkz. Bölüm 2.3).

Çift sistem ile üçüncü bileşenin ortak kütle merkezi B_{123} etrafındaki yörüngelerinde dönemi ve dışmerkezliği eşittir ($P_{12} = P_3$, $e_{12} = e_3$). Ancak Newton'un üçüncü yasası gereği çift sistemin merkez kütle noktası B_{12} ile üçüncü bileşen M_3 zıt yönlerde hareket ettiğinden, ω_3 ile ω_{12} arasında 180° 'lik fark oluşur (bkz. Şekil 2.13). Literatürde bazen ω_{12} ve ω_3 karıştırılsa da, ETV analizinden gelen parametre ω_{12} açısıdır.



Üçüncü cismin varlığı sebebiyle meydana gelen dönemsel değişimin genliği,

$$A = \frac{1}{2}[(O - C)_{\max} - (O - C)_{\min}] = \frac{a_{12} \sin i_3}{c} \sqrt{1 - e_3^2 \cos^2 \omega_{12}} \quad (2.16)$$

ile hesaplanır.

Değişimin genliği gün biriminde verilirse denklem $c^{-1} \simeq 1/173.15 \text{ AB}^{-1}$ gün çarpanı nedeniyle aşağıdaki halini alır.

$$A [\text{gün}] = \frac{a_{12} \sin i_3}{173.15} \sqrt{1 - e_3^2 \cos^2 \omega_{12}} \quad (2.17)$$

Çift sistemin yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğu,

$$a_{12} = \frac{A \cdot 173.15}{\sin i_3 \sqrt{1 - e_3^2 \cos^2 \omega_{12}}} \quad (2.18)$$

formülü ile hesaplanır.

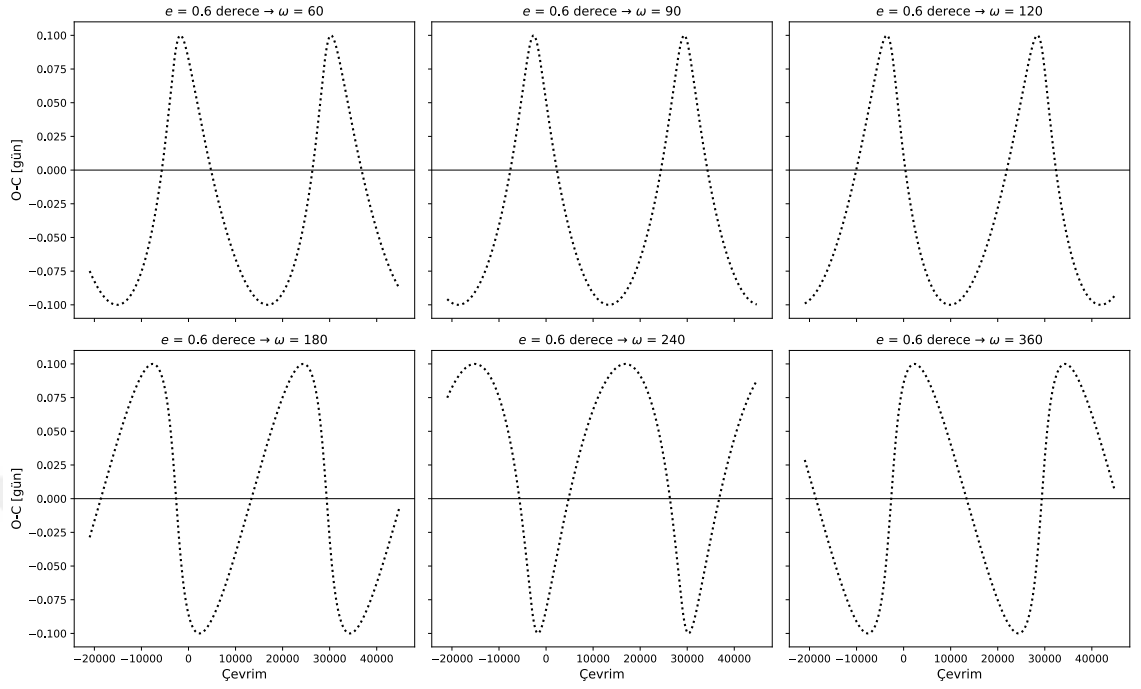
Üçüncü cismin kütlesi için bir minimum değer olarak kütle fonksiyonu $f(m_3)$ aşağıdaki bağıntı yardımıyla hesaplanabilir.

$$f(m_3) = \frac{a_{12} \sin i_3}{P_3^2} = \frac{(M_3 \sin i_3)^3}{(M_1 + M_2 + M_3)^2} = \frac{1}{P_3^2} \cdot \left[\frac{173.15 \cdot A}{\sqrt{1 - e_3^2 \cos^2 \omega_{12}}} \right]^3 \quad (2.19)$$

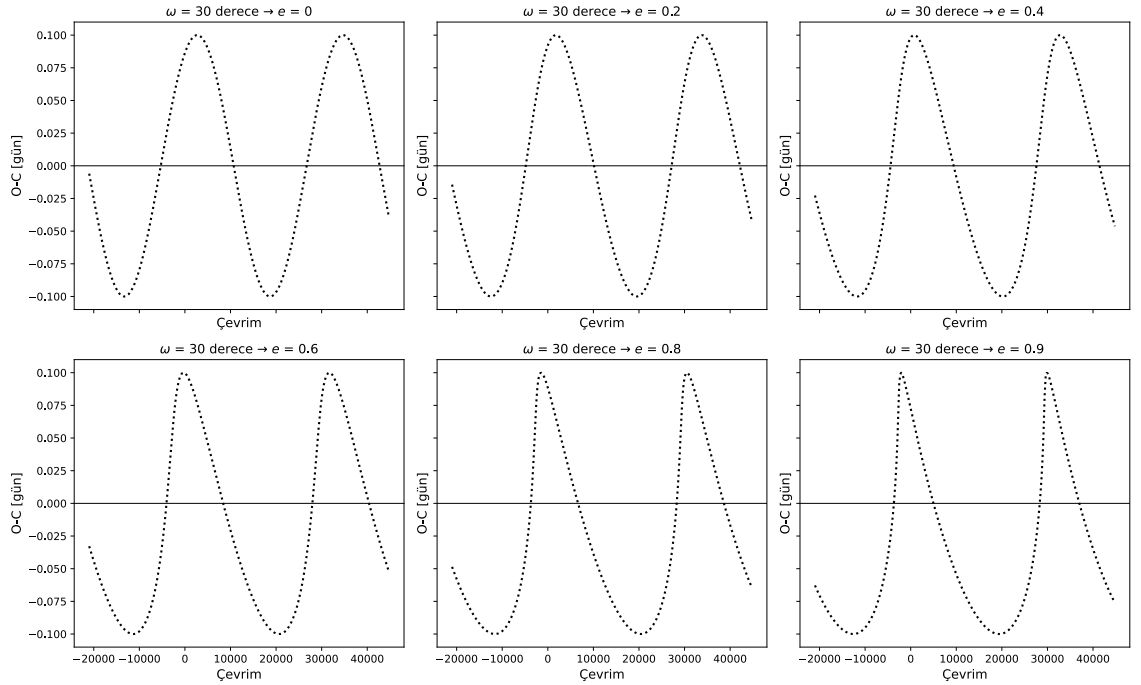
Elde edilen kütle değeri, yörünge eğim açısına bağımlılık taşıyan bir minimum kütledir. Bu değer bilindiğinde, üçüncü cismin gerçek kütlesi doğrudan hesaplanabilir ve aşağıdaki bağıntı kullanılarak bu cismin, çift sistem ile oluşturdukları ortak kütle merkezine olan uzaklığı belirlenebilir.

$$a_3 = a_{12} \frac{M_1 + M_2}{M_3} \quad (2.20)$$

Böylece, ETV diyagramında gözlemlenen üçüncü cisim kaynaklı zamanlama değişimi modellenerek, bu cismin yörüngesine ait parametreler ile fiziksel özellikler belirlenebilir.



Şekil 2.14 Enberi argümanının değişimine göre O-C karakteristiği



Şekil 2.15 Dışmerkezliğin değişimine göre O-C karakteristiği

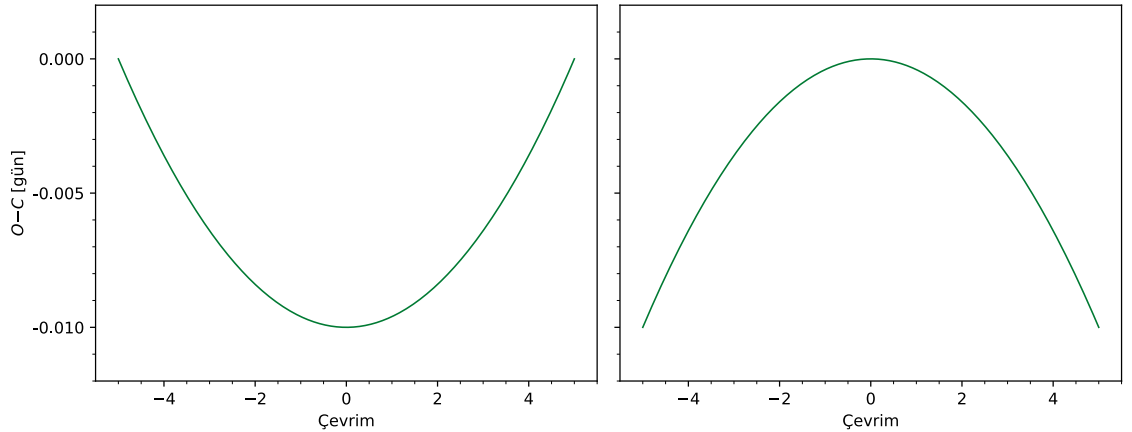
2.5.2 Kütle aktarımı

Çift yıldızlarda kütle aktarımı, kütle oranını ($q = M_2/M_1$), dolayısıyla da yörünge açısal momentumunu (ve dolayısıyla dönemi) sürekli olarak değiştirir. Korunumlu ve korunumsuz kütle aktarımı olarak iki temel senaryo söz konusudur.

i. Korunumlu kütle aktarımı

Bileşenler Roche loblarını (şişimlerini) henüz doldurmuyorsa, sistemin toplam kütlesi sabit kalır ve kütle korunumlu olarak aktarılır. Açısal momentumun korunumu, kütle akışının yönüne göre iki farklı O-C trendi üretir:

- Kütlece küçük bileşenden büyük bileşene kütle aktarımı: Toplam açısal momentumunun sabit kalabilmesi için bileşenler arası uzaklık artar; dolayısıyla yörünge dönemi uzar. Gözlenen minimumlar hesaplanandan giderek geç olur ve bu da diyagramın kollarının yukarı doğru bir parabol şeklinde olmasına neden olur.
- Kütlece büyük bileşenden küçük bileşene kütle aktarımı: Bu kez bileşenler arası uzaklık azalır, dönem kısalır. Minimumlar hesaplanandan daha erken gözlenir; sonuç kolları aşağı yönlü bir parabol yapısına sahip bir O-C değişimidir.



Şekil 2.16 Kütle aktarımının O-C diyagramında görülen iki etkisi

ii. Korunumsuz kütle aktarımı

Bileşenlerin Roche loblarını doldurması durumunda, sistem dışına madde kaybedilerek toplam kütle azalabilir. Bu senaryoda:

- Kütle kaybı kütlece küçük bileşenden olursa, sistemin toplam açısal momentumu düşer, bileşenler arası uzaklık artar ve yörünge dönemi uzar.
- Kütle kaybı kütlece büyük bileşenden olursa, açısal momentumun korunabilmesi için uzaklık azalır ve yörünge dönemi kısalmır.

Gözlenen ve hesaplanan minimum zamanları,

$$O = T_0 + P_0 E + Q E^2 \quad (2.21)$$

$$C = T_0 + P_0 E \quad (2.22)$$

bağıntıları ile hesaplanır. Bu minimum zamanları arasındaki fark,

$$O - C = \Delta T_0 + \Delta P E + Q E^2 \quad (2.23)$$

denklemleri ile tanımlanan ikinci dereceden bir polinomdur. Bu polinomun birinci dereceden türevi yörünge dönemi değişiminin hızını (dP/dE) ve yönünü (döneminin uzaması/kısalması) verir. Buradaki Q katsayısı dönemdeki sürekli değişimi gösterir. $Q > 0$ ise dönem düzgün olarak artmakta, $Q < 0$ ise azalmaktadır.

Gün başına dönem değişimi,

$$\Delta P = \frac{dP/dE}{P} = \frac{2Q}{P} \quad [\text{gün/gün}] \quad (2.24)$$

Yıllık değişim,

$$\Delta P = \frac{2Q}{P} 365.25 \quad [\text{gün/yıl}] \quad (2.25)$$

Yıl birimindeki dönem değişim oranı,

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{2Q}{P^2} 365.25 \text{ [yıl}^{-1}\text{]} \quad (2.26)$$

Bileşenler arası kütle aktarım miktarı bir yılda Güneş kütlesi biriminde,

$$\Delta M = \frac{1}{3} \frac{\Delta P}{P} \frac{M_1 M_2}{M_1 - M_2} \text{ [} M_{\odot} \text{ yıl}^{-1}\text{]} \quad (2.27)$$

ile hesaplanır. Burada M_1 ve M_2 bileşenlerin kütleleridir.

2.5.3 Manyetik etkinlik

Geç tayf türü bir bileşen içeren yakın çift yıldızlarda, konvektif katman barındıran manyetik olarak aktif bileşen, manyetik çevrimi süresince konvektif katman ile iç katmanları arasında açısal momentum alışverişi gerçekleştirir. Bu alışveriş, yıldızın kutup basıklığını dolayısıyla kütleçekim alanını değiştirir. Kütle dağılımındaki bu değişim, sistemdeki diğer bileşenle kütleçekimsel etkileşim kurarak yörünge dönemi-nin çevrimsel olarak değişmesine neden olur. Yıldızın manyetik etkinlik şiddetindeki değişimler, düzenli bir çevrimsel yapı izlemediğinden, bu durum, O-C diyagramındaki çevrimsel değişimlerinin de düzensiz bir yapıda olmasına neden olur Applegate (1992).

Yakın çift sistemlerde O-C değişiminin sinüs benzeri bir değişim sergilediği düşünülürse, değişimin yarı-genliğini A_{man} ve dönemini P_{man} ile gösterilerek tutulma zamanlaması verileri (2.28) bağıntısı ile modellenenebilir ve Applegate (1992) makalesindeki denklemler esas alınarak açısal momentum transferi ΔJ , enerji değişimi ΔE ile manyetik alan şiddeti B değerleri hesaplanabilir.

$$O - C = A \sin \left[2\pi \frac{T - T_0}{P} \right] \quad (2.28)$$

Yörünge dönemi üzerindeki değişim (2.29) formülü ile ifade edilir:

$$\frac{\Delta P}{P} = 2\pi \frac{A_{\text{man}}}{P_{\text{man}}} \quad (2.29)$$

Bu değişimi oluşturmak için konvektif kabuğa aktarılması gereken açısal momentum,

$$\Delta J = - \frac{G M^2}{R} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{\Delta P}{6\pi} \quad (2.30)$$

olarak yazılabilir. Burada M ve R manyetik olarak etkin bileşenin kütlesi ve yarıçapı, a ise iki yıldız arasındaki uzaklıktır.

Kütlesi M_s , eylemsizlik momenti $I_s \simeq \frac{2}{3} M_s R^2$ olan kabuğun dönme hızını $\Delta\omega = \Delta J/I_s$ kadar artırmak, (2.31) ile verilen enerji transferini gerektirir.

$$\Delta E = \omega_d \Delta J + \frac{(\Delta J)^2}{2I_{\text{eff}}} \quad (2.31)$$

Kabuk ile iç katman arasındaki açısal hız farkını ifade eden ω_d ile, etkin eylemsizlik momentini belirten $I_{\text{etkin}} = I_s I_*/(I_s + I_*)$, yıldızın iç kısmına ilişkin değerlerdir. Sayısal uygulamalar $M_s \approx 0.1 M$ ve $I_s \approx I_*$ gerektiğini gösterir. Dolayısıyla $2I_{\text{etkin}} \approx I_s$ alınır.

Eğer söz konusu enerji manyetik çevrim süresi boyunca ışıma yoluyla yayılıyorsa, yıldızın toplam ışınım gücünde ΔL kadar bir değişim olmalıdır.

$$\Delta L = \pi \frac{\Delta E}{P_{\text{man}}} \quad (2.32)$$

Açısal momentum transferini gerçekleştirecek yıldızın manyetik alan şiddeti, (2.33) bağıntısı ile hesaplanır.

$$B = \left[10 \frac{G M^2}{R^4} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{\Delta P}{P_{\text{man}}} \right]^{1/2} \quad (2.33)$$

Aktif yıldızın parlaklığındaki değişim,

$$\Delta m = -2.5 \log \left(\frac{L_{\text{toplaml}}}{L_{\text{toplaml}} + \Delta L} \right) \quad (2.34)$$

formülüyle elde edilir. Bu değer, fotometrik gözlemlerle karşılaştırılarak O–C diya-gramında görülen değişimin manyetik kökenli olup olmadığına ilişkin değerlendirme yapılmasına olanak tanır.

2.6 Dikine Hız

Üçlü sistemde üçüncü bileşene ait dikine hız ölçümleri mevcut olduğunda, dönemli değişime Kepleryan bir yörünge uyumlanması yörünge dönemi P_3 , dışmerkezlik e_3 , enberinin argümanı ω_3 , enberiden geçiş zamanı T_{per} ve üçüncü bileşenin çift yıldız ile oluşturduğu kütle merkezinin hız değerleri elde edilir.

$$V_r(t) = \gamma + K \left[\cos(\omega_3 + \nu(t)) + e \cos \omega_3 \right] \quad (2.35)$$

Değişimin yarı-genliği üçüncü bileşenin yörünge parametreleriyle ilişkilidir ve yörünge eğim açısının bilinmesi durumunda ilave bileşenin ortak kütle merkezine uzaklığı a_3 hesaplanır.

$$K_3 = \frac{2\pi a_3 \sin i_3}{P_3 \sqrt{1 - e^2}}, \quad (2.36)$$

Gerçek anomali ν ; ortalama anomali M ile eksantrik anomali E arasındaki ilişki, (2.6) ile verilen Kepler denkleminin çözülmesiyle E değerinin bulunmasının ardından elde edilir (bkz. Bölüm 2.3).

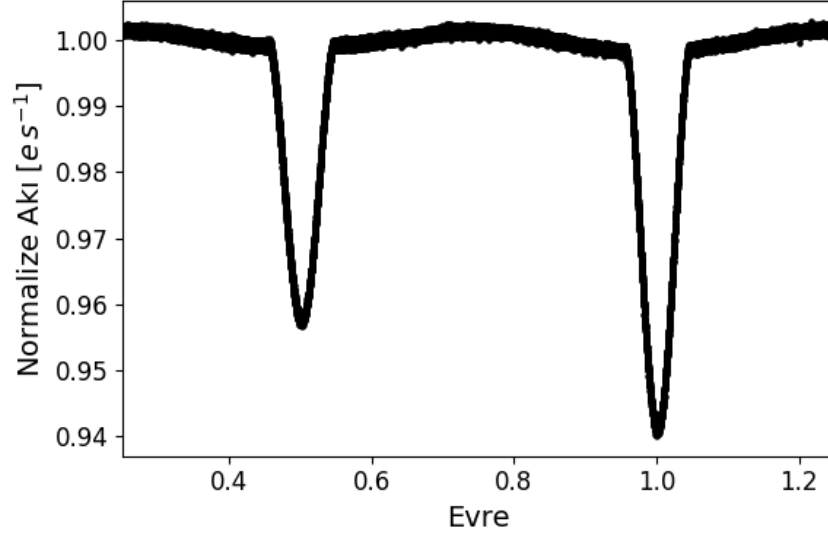
Dikine hız gözlemleri kullanılarak ilave bileşenin yörünge özelliklerini ortaya koymanın bir yolu da çift sistemin kütle merkezinin uzay hızı olan sistemik hızı ölçmekten geçer. Çift sistemi oluşturan bileşenler bakış doğrultusuna göre sıralandığında dikine hız değerleri olmayacak ve dikine hız eğrilerinin kesiştiği yerlerde sadece çift sisteme ait sistemik hız değerleri elde edilecektir. Olası bir ilave bileşenin varlığı durumunda, çift sistemin kütle merkezinin, üçüncü bileşenle ortak kütle merkezi etrafında bir hareketi olacağından, sistemik hızlarda Kepleryan modelle analiz edilebilecek dönemli bir değişim gözlenecektir (örn. Zasche vd. 2009, Zasche vd. 2017).

3. LİTERATÜR ÖZETLERİ

3.1 V819 Herculis

V819 Her; $P \simeq 2.2296$ günlük bir yörünge dönemine sahip, F2 ve F8 tayf türlerinden iki anakol yıldızı bileşenden oluşan örten bir çift sistemin etrafında, yaklaşık 5.5 yıllık bir dönemle dolanan G8 tayf türünden bir bileşen barındıran, hiyerarşik yapıda üçlü yıldız sistemidir.

Sistemin değişken niteliği ve dış bileşenin varlığı ilk kez Boyd vd. (1985) tarafından, fotoelektrik fotometri ile ortaya konulmuştur. Ardından Scarfe vd. (1994), astrometrik ve spektroskopik verileri birleştirerek dış yörüngenin temel parametrelerini tanımlamış ve 5.5 yıllık dönemi kesinleştirmiştir. Wasson vd., 1994 yılında tutulma ortası zamanları kullanarak yaptıkları analizde dış bileşenin neden olduğu yaklaşık 20 dakikalık ışık-zaman gecikmesini belirlemiştir. Van Hamme vd. (1994) ise B ve V bantlarındaki ışık eğrilerini Wilson-Devinney kodu (Wilson 1979) ile çözerek üçüncü ışık katkısını hesaplamışlardır. Yüksek çözünürlüklü interferometri çağına geçildiğinde, Muterspaugh vd. (2006) PHASES projesiyle elde ettikleri ~ 10 mikro yay-saniye duyarlıklı astrometrik veriyi literatürdeki dikine hız verileriyle birleştirerek bileşen kütlelerini kısıtlamış ve çift yıldızın yörünge düzlemi ile üçüncü bileşenin yörünge düzlemi arasındaki eğikliği ifade eden karşılıklı eğim açısını (mutual inclination) $\phi \approx 24^\circ$ olarak hesaplamıştır. 2008'deki ek gözlemler parametre belirsizliklerini daha da düşürmüştür. O'Brien vd. (2011), CHARA radyo teleskop dizgesiyle elde ettikleri verilerden $\phi \approx 33^\circ$ bulmuş; bu sonuç, sistemin düşük bir karşılıklı eğime sahip olduğunu doğrulamıştır. Son olarak Zasche vd. (2014), interferometrik konumları ve yeni-eski tutulma zamanlarını tek bir astrometri + LiTE modelinde birleştirerek yörünge elemanlarını güncellemiş ve LiTE genliğini $A \approx 0.009$ gün olarak rapor etmiştir.

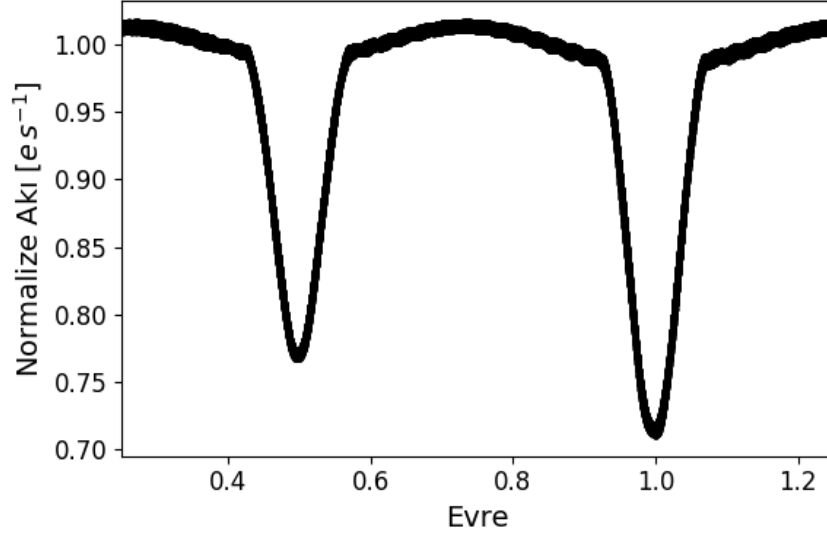


Şekil 3.1 V819 Her'e ait 80. sektör TESS ışıık eğrisi

3.2 V1031 Orionis

V1031 Ori; $P \simeq 3.4056$ gün döneme sahip, A-tayf türünden iki bileşenden oluşan örten çift sistemi ve bu çiftin çevresinde yaklaşık 31 yıllık, dışmerkezlilik değeri 0.92 olan oldukça eksantrik bir yörüngede dolanan üçüncü bir bileşeni barındıran üçlü bir sistemdir.

Olsen (1977), fotoelektrik fotometriyle çiftin yaklaşık 3.4 günlük yörüngesini belirleyerek V1031 Ori'yi ayrı bir Algol türü olarak sınıfladı. Clausen vd. (1989), uvby ışıık eğrilerinden ölçtükleri tutulma derinliğini (≈ 0.4 kadir) rapor ederek sistemin ilk ayrıntılı fotometrik analizini gerçekleştirdiler. Andersen vd. (1990), tayf ve fotometri gözlemleri ile çift yıldız bileşenlerinin kütlelerini %1 hassasiyetle ölçtüler; üçüncü bileşeni tayfsal olarak saptadılar ancak yörüngesini tam olarak belirleyemediler. Zasche ve Wolf (2009), sınırlı sayıdaki astrometrik veriyle, üçüncü cisim için yaklaşık 93 yıllık çembersel bir yörünge önerdiler ama veri yetersizliği nedeniyle çözüm belirsiz kaldı. Zasche vd. (2014), astrometrik veriyle zamanlama verisinin birleşik analiziyle üçüncü bileşene ait yörüngeyi tanımladılar ve yüksek dışmerkezli yörüngeye sahip cismin kütlelerini belirlediler.



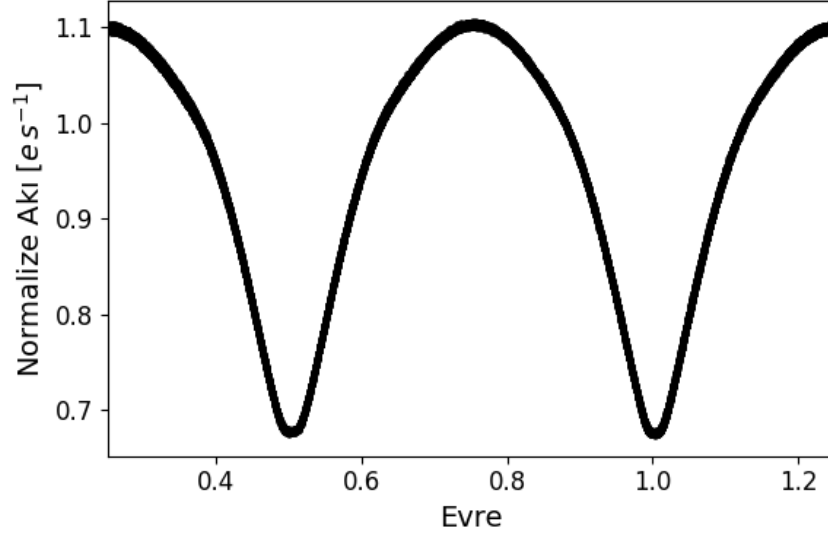
Şekil 3.2 V1031 Ori'ye ait 33. sektör TESS ışık eğrisi

Lee (2021), yüksek duyarlıklılı TESS fotometrisiyle çift yıldızın kütlelerini binde beş, yarıçaplarını binde yedi düzeyinde bir hassasiyetle belirlemiştir. Aynı çalışmada; ışık eğrisindeki elipsoidal (gelgit deformasyonuna bağlı geometrik) parlaklık değişimine ek olarak, gelgit etkileşmeleriyle tetiklenen p-modu (basıncı) salınımları kaynaklı ışık eğrisi modülasyonları da ortaya konulmuştur.

3.3 ER Orionis

ER Ori, $P \simeq 0.4234$ gün yörünge dönemli, W UMa türü bir ışık değişimleri gösteren aşırı-değeri bir çift sistemdir. Tutulma zamanlarındaki değişim, kütle aktarımına eşlik eden yaklaşık 50 yıllık periyodik değişimle açıklanır. Astrometrik gözlemler çift sistemin etrafında görülen bir bileşen olduğunu göstermektedir.

Hoffmeister (1929) tarafından değişkenliği keşfedildi ve W UMa olarak Florja (1931) tarafından sınıflandırıldı. Fotometrik olarak Alexander (1940) ve Huruhata vd. (1957) tarafından incelenen sistemin ilk ayrıntılı ışık eğrisi analizi Binnendijk (1962) tarafından yapıldı. Abhyankar ve Panchatsaram (1982), 50 yıllık tutulma zamanlarından ışık-zaman etkisi kaynaklı bir cisim önerdi. Russo vd. (1982) Binnendijk (1962) tarafından yayınlanan ışık eğrisi verisini Wilson-Devinney kodu ile yeniden çözerek temel geometrik ve fiziksel parametreleri güncelledi.

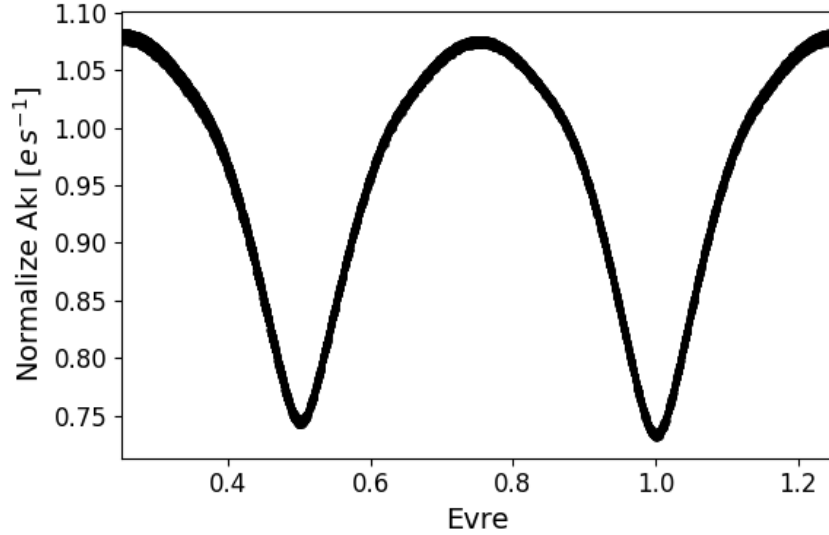


Şekil 3.3 ER Ori'ye ait 5. sektör TESS ışık eğrisi

Rovithis ve Rovithis-Livaniou (1986) ve Liu (1988) tarafından verilen yeni ışık eğrisi gözlemlerinin analizleri ile parametreleri güncellenen çift yıldız, Goecking vd. (1994) tarafından fotometrik ve tayfsal gözlemlerle çalışıldı ve üçüncü bileşen maksimum ışıktaki çift sistemden 2.3 kadir sönük, yaklaşık 0.19 yay-saniyesi uzakta doğrudan görüntülenerek sistemin üç bileşen içerdiği kesin olarak ortaya kondu. Kim vd. (2003), BVR filtrelerinde elde ettikleri ışık eğrilerini analiz ederek zamanlama verilerine yaptıkları modelde sürekli bir dönem değişimi ile 50 yıllık döneme sahip ilave bir cisim önerdiler. Pribulla vd. (2009), dikine hız gözlemleri ile sistemin tayfsal özelliklerini ortaya koyarak çiftin F7/8 tayf türünden olduğunu belirttiler. Üçüncü yıldızın çift olabileceğini ancak çifte ait dikine hız verilerinin üçüncü bileşenin hareketini tespit etmeye izin vermediğini ifade ettiler. Lameé vd. (2010), U B V fotometrisiyle güncel ışık eğrilerini WD kodu ile analiz ettiler. Nelson (2015), 156 yıllık zamanlama verisini analiz etti ve $P_3 = 53.7$ yıllık bir dönem ve dışmerkezliği $e = 0.80$ olan bir yörünge hesapladı. Kütle aktarım oranını $\Delta P = 8.84 \times 10^{-8}$ gün yıl⁻¹ bulmuş; dönem değişimine ait analizini "kesin çözüm" olarak nitelendirmiştir. Nelson vd. (2023), bugüne kadarki en güncel çalışmasında ER Ori için çözümünü $P_3 = 54.1$ yıl, $e = 0.75$, $A = 0.032$ gün ve $\Delta P = 9.30 \times 10^{-8}$ gün yıl⁻¹ değerleriyle güncellemiş; kütle-aktarımı katsayısının önceki çözüme göre $\sim 5\%$ arttığını vurgulamıştır.

3.4 HT Virginis

HT Vir, görsel parlaklığı $V = 7.67$ kadir ve dönemi $P \simeq 0.4077$ gün olan bir örten-değişen çift yıldızdır. Bu yıldızın etrafında tayfsal çift yıldız olduğu belirlenen başka bir çift yıldız daha bulunur; dolayısıyla dördü bir sistem söz konusudur.



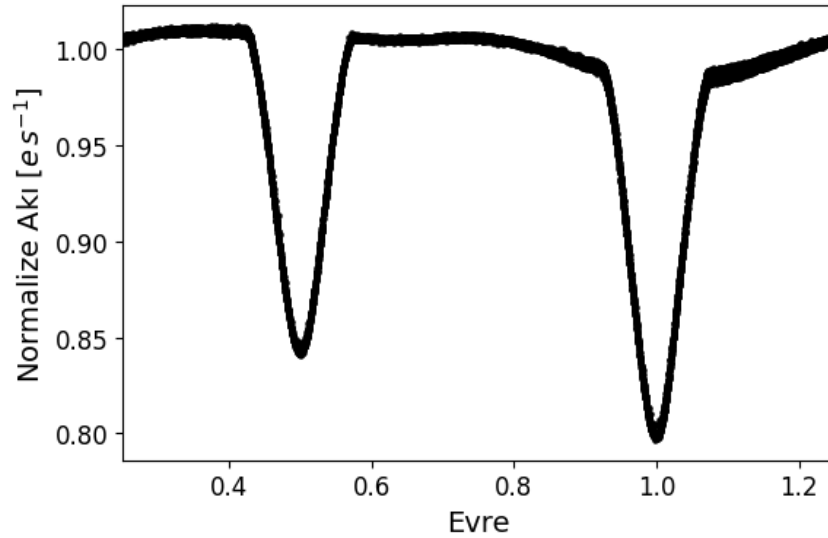
Şekil 3.4 HT Vir’e ait 50. sektör TESS ılık eğrisi

1830 yılında Struve tarafından görsel bir çift olarak keşfedilen sistemin, bileşenlerinden birinin görsel gözlemlerinde görülen saçılma nedeniyle değişken olabileceği Baize (1972) tarafından öne sürülmüştür. Walker ve Chambliss (1985), daha sonra HT Vir olarak isimlendirilecek bu bileşenin ilk kapsamlı ılık eğrisi analizini yaparak benzer derinlikte tutulmalar sergilenen değen bir çift yıldız olduğunu ortaya koymuşlardır. Bu analiz, her iki bileşenin de sıcaklıklarının yaklaşık 6000 K olduğunu gösterirken, örten değişenin ışığının sistem toplamının %56’sını, görsel çifti oluşturan diğer bileşenin ise geri kalan %44’ünü oluşturduğunu gösterir. Lu vd. (2001), bu bileşenin 32.45 günlük döneme sahip tek çizgili tayfsal çift olduğunu ve sistemin aslında dördü bir sistem olduğunu belirtmiştir. D’Angelo vd. (2006), HT Vir’in toplam kütleini $2.3 M_{\odot}$ olduğunu hesaplamıştır.

Zasche & Wolf (2007), 275 astrometrik ölçümü ve 31 minimum zaman ölçümünü birlikte çözerek HT Vir'e eşlik eden bileşenin $e \simeq 0.64$ dışmerkezliğe sahip bir yörüngede yaklaşık 260 yıllık dönemle dolandığını ortaya koyarken bu bileşenin kütlelerinin $\sim 2.1 M_{\odot}$ olduğunu öne sürmüştür. Liao & Qian (2010), yeni eklenen verilerle tutulma zamanı değişimlerini incelemiş ve yaklaşık 30 yıllık dönemli bir değişim keşfetmiştir; ancak bu değişimin kaynağını netleştirmek için ek minimum gözlemlerinin gerekli olduğuna vurgu yapmışlardır.

3.5 MR Delphinus

MR Del görsel parlaklığı $V = 9.2$ kadir olan, $P \simeq 0.5217$ gün dönemli, ayrık bir örten değişen çift yıldızdır. Gaia DR3 verilerine göre, sisteme 1.654 yay saniyesi uzaklıkta görsel bir bileşen eşlik etmektedir.



Şekil 3.5 MR Del'e ait 54. sektör TESS ışık eğrisi

Pye vd. (1995), çifti yumuşak X-ışını bölgesinde emisyon yaptığını belirtti. Cutispoto vd. (1997) tarafından örten değişen olduğu keşfedilen yıldızın UBVRI ışık eğrileri analiz edilerek ilk fotometrik parametreler elde edilmiş ve tutulma dışındaki ışık değişimlerini yıldız lekeleriyle modellenmiş ve aynı zamanda x-ışın bölgesindeki değişimin, optik bölgedeki ışık eğrisi ile bir korelasyon göstermediğini ortaya koymuştur.

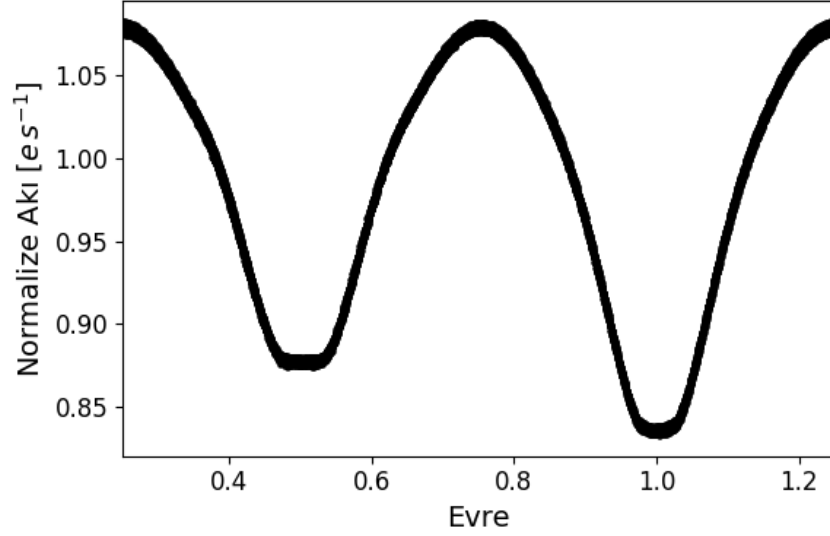
Kazarovets vd. (1999), Hipparcos fotometrik verisi ile çift yıldızın yörünge dönemini güncelledi. Mason vd. (2001), çift yıldız eşlik eden bileşeni gözlemleyerek yörünge dönemini yaklaşık olarak 2000 yıl civarında hesapladılar. Clausen, Helt & Olsen (2001), MR Del'in *uvb* ışık eğrilerini elde ettiler ve en belirgin şekilde u-bandında görülen 25 dakika süren bir flare aktivitesi gördüler. Zsche vd. (2009), MR Del'in astrometrik ölçümlerini analiz ederek ilave bileşenin yörünge dönemini yaklaşık 1996 yıl bulmuşlardır. Djurašević vd. (2011), ışık eğrilerini iki büyük soğuk lekeyle modelledi, üçüncü ışık katkısını görsel bölgede %33'e düşürdü ve çift yıldız oluşturan bileşenlerin kütlelerini $M_1 = 0.69 M_\odot$, $M_2 = 0.64 M_\odot$ olarak verdi.

Özavcı vd. (2020), O-C diyagramında $P_3 = 18.2 \pm 1.3$ yıl olan bir ışık-zaman etkisi belirleyerek $0.069 M_\odot$ kütleli, yıldız-kahverengi cüce sınırında bir üçüncü bileşen önerdi. Meng vd. (2021), elde ettikleri yeni fotometrik veriler ile literatürde yayınlanmış dikine hız ölçümlerini birleştirerek sistemin mutlak parametrelerini güncelledi. Işık eğrisi modellemelerinde ikinci bileşene bir yıldız lekesi ekleyerek modellerini oluşturdular. Bileşenlerin yarıçaplarını sırasıyla $0.88 R_\odot$ ve $0.73 R_\odot$, yüzey sıcaklıklarını ise sırasıyla 5150 K ve 4764 K olarak belirlediler. MR Del'in dönem değişimini de inceleyen Meng vd. (2021), elde ettikleri yeni minimum zamanlarıyla oluşturdıkları O-C diyagramında görülen değişimin dönemini, Özavcı vd. (2020) tarafından bulunan değere oldukça yakın bir değer olarak hesapladılar. Her iki çalışma da O-C değişiminin manyetik etkinlik kaynaklı olmadığını, sisteme ilave bir bileşenden ileri geldiği vurgulanmıştır.

3.6 V2388 Ophiuchi

V2388 Oph, görsel parlaklığı $V \simeq 6.1$ kadir, dönemi $P \simeq 0.8023$ olan W UMa-türü ışık eğrisi gösteren, örten bir çift yıldız ile yaklaşık 9 yıllık bir yörüngede dolanan üçüncü bir bileşenden oluşur.

Sistem ilk defa görsel çift olarak Finsen (1964) tarafından keşfedilmiştir ve görsel bileşenin 2013 yılına kadar Baize (1988), Söderhjelm (1999), Docobo (2013), Zsche (2014) tarafından yörüngesi oluşturulmuştur.



Şekil 3.6 V2388 Oph'ye ait 80. sektör TESS ışık eğrisi

Çift yıldızın değişkenlik gösterdiği ise ilk defa Rodriguez vd. (1998) tarafından belirlenmiştir. Işık eğrileri WD kodu ile modellenerek bileşenlerin fotometrik özellikleri ortaya konmuştur. Rucinski vd. (2002), V2388 Oph sisteminin bileşenlerinin dikine hızlarını belirlemek üzere 1997-2001 arası elde ettiği tayfların analiziyle tayfsal genişleme fonksiyonlarını (ing. broadening function) elde ederek, bileşenlerin dikine hız yarı-genliklerini ve kütle oranını elde etmiştir. Ayrıca, üçüncü bileşenin ortalama dikine hızı -30 ± 20 km/s olarak belirlenmiş olup bu değer, çiftin kütle merkezinin dikine hızı olan -25.8 ± 0.52 km/s'den anlamlı biçimde farklıdır. Yazarlar, bu farkın yaklaşık 9 yıllık yörünge dönemine sahip görsel bileşenin hareketinden kaynaklanabileceğini öne sürmüşlerdir.

Yakut vd. (2004), dört sezonluk fotometri verileri ile görsel bileşen ile çift yıldız arasında yaklaşık 1 kadirlik bir parlaklık farkı olduğunu tahmin etmişler, Rucinski'nin dikine hız verileri ile birlikte çözerek bileşenlerin kütleleri başta olmak üzere temel özelliklerini hesaplamışlardır. Karami & Mohebi (2009), Rucinski vd. (2002)'nin verilerini yeniden analiz ederek dikine hız eğrilerinden benzer dönem ve genlik değerleri elde etmiş; böylece önceki çözümlerinin tutarlılığını teyit etmiştir.

Docobo ve Andrade (2013), görsel bileşenin yörüngesini 2008 yılına kadar yapılmış gözlemleri kullanarak güncellemiştir. Hem HIPPARCOS hem de dinamik paralaks kullanarak toplam kütleyi hesaplamış ve paralaks değerleri ve dolayısıyla sistemin kütle değerleri arasındaki uyumsuzlukları tartışmıştır.

Zasche vd. 2014 yılında yayınladıkları makalede astrometrik verileri zamanlama verileri ile eş-zamanlı çözerek çift yıldızın tutulma zamanlarındaki değişimin görsel bileşenden kaynaklandığını ortaya koymuş, üçüncü bileşenin kütlesini $M_3 = 0.54 \pm 0.06 M_\odot$ olarak raporlamıştır.

Çizelge 3.1 V819 Her, V1031 Ori, ER Ori, HT Vir, MR Del ve V2388 Oph çift yıldızlarını oluşturan bileşenlerin toplam kütleleri

Sistem	$M_{\text{top}} [M_\odot]$	Kaynak
V819 Her	2.559 ± 0.070	Muterspaugh vd. (2008)
V1031 Ori	4.769 ± 0.022	Lee vd. (2021)
ER Ori	2.51	Yıldız vd. (2014)
HT Vir	2.30	D'Angelo vd. (2006)
MR Del	1.40	Meng vd. (2021)
V2388 Oph	2.14 ± 0.03	Yakut vd. (2004)

4. MATERİYAL VE YÖNTEM

4.1 Materyal

Bu tez çalışması kapsamında incelenen cisimler Çizelge 4.1’te verilmiştir. Bu cisimlerin astrometrik, minimum zaman ve dikine hız verileri çeşitli kaynaklardan elde edilmiştir.

Çizelge 4.1 Bu çalışmadan analizi yapılan sistemlerin özellikleri

Sistem	WDS Numarası	α (J2000)	δ (J2000)	Görsel Parlaklık
ER Ori	05112–0833	05:11:14.51	–08:33:24.61	9.46
V819 Her	17217+3958	17:21:43.61	+39:58:28.81	5.56
V1031 Ori	05474–1032	05:47:26.89	–10:31:58.69	6.09
V2388 Oph	17542+1108	17:54:14.17	+11:07:49.77	6.16
HT Vir	13461+0507	13:46:06.76	+05:06:56.20	7.82
MR Del	20312+0513	20:31:13.46	+05:13:08.52	9.40

4.1.1 Astrometrik veriler

Astrometrik veriler, Birleşik Devletler Deniz Gözlemevi (US Naval Observatory) tarafından tutulan ve güncellenen *Washington Double Star Catalogue* (WDS)¹ üzerinden elde edilmiştir. Katalog; yıldızlara ait gözlemlerin başlangıç ve bitiş zamanlarını, parlaklık ve tayf türü bilgilerini sunarken astrometrik gözlemlerin yapıldığı tarihi, yay-saniyesi biriminde konum açısını (θ), derece biriminde açısal ayrıklığı (ρ), gözlem tekniğini, gözlemde kullanılan teleskobun çapını ve sistem hakkında çeşitli notlar olmak üzere nicel ve nitel parametreleri barındırmaktadır.

Astrometrik veriyi modellemek için WDS kataloğundan, seçilen sistemlere ait ölçüm zamanı, yay-saniye biriminde açısal ayrıklık ve belirsizliği $\rho \pm \sigma_\rho$, derece biriminde konum açısı ve belirsizliği $\theta \pm \sigma_\theta$ olacak şekilde üç ana nicelik elde edilmiştir.

¹28 Nisan 2025 sürümü 157 156 yıldız sistemi ve 2 225 031 ortalama ölçüm içermektedir.

Tarihî gözlemler başta olmak üzere birçok kayıttaki σ_ρ ve/veya σ_θ değerlerinin eksik veya sıfır olduğu saptanmıştır. Eksik belirsizlikler, öncelikle aynı gözlem tekniğine ait mevcut en yüksek $\sigma_{\rho,\max}$ ve $\sigma_{\theta,\max}$ değerleriyle doldurulmuş; bunlar da bulunamadığında ise aşağıda listelenen, literatürde bildirilen tipik taban hata değerleri kullanılmıştır. Atama, her ölçümün yapıldığı gece sayısının karekökü ($\sqrt{n}$) ile ters orantılı olacak şekilde ölçeklendirilmiştir.

Çizelge 4.2 Farklı gözlem teknikleri için başlangıç belirsizlikleri

Teknik	σ_θ (°)	σ_ρ (")
Mikrometre + mercekli teleskop	2.00	0.03
Mikrometre + aynalı teleskop	1.50	0.025
Görsel interferometri	1.00	0.02
CCD	0.50	0.01
Hipparcos / Tycho	0.05	0.0002

Buna ek olarak ölçüm hatalarına tam anlamıyla güvenilmediği durumlarda ve bu hataların altında yatan ekstra belirsizlikleri yakalamak amacıyla, konum açısı ve açısal ayırıklık için modele ek saçılma (jitter) terimleri tanımlanmıştır.

4.1.2 Tutulma ortası zaman verileri

Tutulma ortası zaman (minimum zaman) verileri birden fazla kaynaktan elde edilmiştir:

- İlgilenilen tüm sistemlerin Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS) uzay teleskobu ile gözlemleri yapılmıştır. Çizelge 4.3’de listelenen gözlemlerin fotometrik verisi, `astroquery` paketinin (Ginsburg vd. 2019) `astroquery.mast` modülü kullanılarak Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST) veritabanından elde edilmiştir.

Gözlemi yapılan cisimlerin ilgili sektördeki 120 saniyelik SAP verisi elde edildikten sonra bu akı verilerindeki satırlar kalite sütunu değerine göre maskelenip, sayısal olmayan (NaN) değerlerin bulunduğu satırlar atılarak veri ileri işlemlere hazırlanmaktadır. Bu adımdan sonra veride bir düzensizlik veya aykırı değerlerin olması durumunda bu değerler ve olası sebepleri belirlenip veri setinden ayıklanmaktadır.

Elde edilen SAP akı değerlerinin medyanı alınarak bir normalizasyon işlemi ve gereken durumlarda aletsel etkilerden kaynaklı hatayı ortadan kaldırmak için de `numpy` kütüphanesinin (Harris vd. 2020) `polyfit` fonksiyonu ile ikinci dereceden bir polinom uyumlaması yapılarak düzeltme (detrending) işlemi gerçekleştirilmektedir. Son olarak ışık eğrileri medyan değere normalize edilmektedir.

Bu süreçlerden sonra ışık eğrilerinden minimum zamanlar, Bahar vd. (2015) tarafından geliştirilen Xtrema yazılımı kullanılarak Kwee-van Woerden tekniğiyle (Kwee & van Woerden 1956) hesaplanmıştır.

- Amerikan Değişen Yıldız Gözlemcileri Birliği (American Association of Variable Star Observers, AAVSO) veritabanında ² fotometrik verisi bulunan yıldızların ışık eğrileri indirilmiş ve Xtrema yazılımı ile minimum zamanları hesaplanmıştır.
- Çekya Astronomi Derneęi, Değişen Yıldız ve Ötegezegen Bölümü (Czech Astronomical Society, Variable Star and Exoplanet Section, VarAstro) veritabanı³ ve Bundesdeutsche Arbeitsgemeinschaft für Veränderliche Sterne (BAV) arřivi⁴ ile literatürde yayınlanan tutulma ortası zamanlar derlenmiştir.
- Çizelge 4.1’de verilen sistemlerden MR Del, Ankara Üniversitesi Kreiken Gözlemevi’nde bulunan 35 cm çaplı Yrd. Doç. Dr. Zekeriya Müyesseroğlu Teleskobu (T35) ve İstanbul Üniversitesi Gözlemevi’nde bulunan IST40 teleskobu ile toplam üç gece gözlenmiştir. $f/10$ odak oranına sahip T35’te QSI 660 ön aydınlatmalı CCD kamera kullanılmıştır. Bu kamera 2758×2208 piksel çözünürlüğe ve $4.54 \mu\text{m}$ piksel boyutuna sahiptir; böylece $12.10' \times 9.96'$ görüş alanı (FOV) sunar. IST40’ta ise 3358×2536 piksel çözünürlüklü ve $5.4 \mu\text{m}$ piksel boyutlu KAF-8300 CCD kamera ile $16' \times 12'$ ’lik bir FOV elde edilmiştir.
- Gözlemler, ASTROIMAGEJ yazılımı (Collins vd. 2017) ile önindirgeme (dark,bias flat düzeltmeleri) adımlarından geçirilmiş; ardından diferansiyel fotometri tekniği ile, hedefe yakınlık, parlaklık ve kararlılık kriterleri göz önünde bulundurularak

²<https://www.aavso.org/>

³<http://varastro.org>

⁴<http://bav-astro.de>

saçılmayı en aza indirecek şekilde seçilmiş en iyi mukayese yıldızları seti kullanılarak elde edilmiştir. Hava kütlesi (airmass) değişimlerinin belirgin eğilimler oluşturduğu durumlarda ise indirgeme sürecinde hava kütlesi düzeltmesi (airmass detrending) uygulanmıştır.

Elde edilen tutulma ortası zaman verilerinde hata değeri bulunmayan gözlemler, önce gözlem yöntemine göre sınıflandırılmış; her sınıftaki hata değeri bilinen gözlemlerin ortalaması alınarak, eksik hata değeri olan kayıtlara bu ortalama değerler atanmıştır.

Çizelge 4.3 TESS gözlemlerine ait bilgiler

Sistem Adı	Sektör	Poz Süresi [s]
V819 Her	S25, S26, S52, S53, S80	120
V1031 Ori	S06, S33	120
ER Ori	S05	120
HT Vir	S23, S50	120
MR Del	S54	120
V2388 Oph	S80	120

4.1.3 Dikine hız verileri

Çizelge 4.1’de verilen sistemlerden V819 Her sistemindeki uzun dönemli ilave bileşenin dikine hız gözlemlerinden elde edilen değerler, Scarfe vd. (1994) çalışmasında yayınlamış, bu tez çalışmasında bu veriler kullanılmıştır. İlave bileşenin gözlemleri David Dunlap Gözlemevi’nde (DDO), McDonald Gözlemevi’nde (McD), Kitt Peak Ulusal Gözlemevinde (KPNO) ve Dominion Astrofizik Gözlemevi’nde (DAO) yapılmıştır. Dikine hız değerlerinin belirsizlikleri için DDO verilerine 2 km/s, McD ve KPNO verilerine 0.5 km/s, DAO verilerine 1 km/s değerleri atanmıştır.

4.2 Yöntem

Bu tez kapsamında incelenen sistemler, veri türüne göre eş-zamanlı ya da ayrı çözümlerle analiz edilmiş ve sonuçlar birbirini tamamlayacak şekilde değerlendirilmiştir.

4.2.1 Eş-zamanlı olasılıkçı modelleme yöntemi

Bu bölümde, astrometri, ETV ve dikine hız verileri eş-zamanlı olarak modellenen sistemler ele alınmıştır. Parametre kısıtlamaları ortak çözüm üzerinden yapılarak, her üç sistem için Bayesçi çerçevede tüm veri setleri birlikte işlenmiştir.

Çizelge 4.4 Bu tezde incelenen sistemler ve uygulanan veri türleri

Sistem	Kullanılan Veri Türleri
V819 Her	Astrometri, ETV, Dikine hız
V1031 Ori	Astrometri, ETV
ER Ori	Astrometri, ETV

4.2.1.1 Model parametrelerinin sınıflandırılması

Modellemeye başlamadan önce, ilave bileşene ait farklı gözlem yöntemlerinden gelen parametreler bir çatıda toplanmıştır.

- Astrometriden görsel bileşenin çift yıldız etrafındaki görel yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğu a , dönemi P_3 , dışmerkezliği e_3 , yörünge eğim açısı i_3 , enberinin argümanı ω_3 , çıkış düğümünün boylamı Ω_3 ve enberiden geçiş zamanı T_{per} parametreleri gelir.
- ETV analizinden, çift yıldızın kütle merkezinin, ilave bileşenin bileşenin kütleçekimi etkisiyle ortak kütle merkezi etrafında yaptığı yörünge hareketinden kaynaklanan tutulma zamanlarındaki dönemli değişimin yarı genliği A , çift sistemin ilave bileşenle oluşturduğu ortak kütle merkezi etrafındaki yörüngesinin dönemi P_{12} , dışmerkezliği e_{12} , enberinin argümanı ω_{12} ve enberiden geçiş zamanı T_{per} parametreleri elde edilir.
- İlave bileşenin, çift sistemin ortak kütle merkezine göre yörünge hareketinin gözlem doğrultusundaki bileşeninden — yani dikine hız eğrisinden — yörüngenin dönemi P_3 , dışmerkezliği e_3 , enberinin argümanı ω_3 ve periastron geçiş zamanı T_{per} gibi parametrelerine ulaşılır.

Bu bağlamda, yörünge parametrelerinin tanımı açısından önemli bir duruma dikkat çekilmelidir:

- Çift sistemin, ilave bileşenle birlikte oluşturduğu ortak kütle merkezi etrafındaki yörüngesinin dönemi P_{12} ve dışmerkezliği e_{12} , çiftin kütle merkezi (B_{12}) ile üçüncü bileşenin (M_3), aynı ortak kütle merkezi (B_{123}) etrafında fiziksel olarak bağlı bir iki-cisim sisteminin parçaları olmaları nedeniyle, ilave bileşenin ortak kütle merkezi etrafındaki yörüngesinin dönemi P_3 ve dışmerkezliği e_3 ile aynıdır.
- Ancak ω_3 ile ω_{12} arasında 180 derecelik fark vardır çünkü Newton'un üçüncü yasası gereği, (B_{12}) ile (M_3), (B_{123}) etrafında her zaman zıt yönlerde bulunur. Bu durum, aralarındaki açısal konumların sabit bir 180°'lik fark ile ayrılmasına neden olur.

Bu nedenle, astrometriyle elde edilen dönem ve dışmerkezlik ile ETV analizinden elde edilen dönem ve dışmerkezlik aynı yörünge parametrelerini ifade eder. Ancak, astrometriden elde edilen enberinin argümanı ile ETV'den elde edilen enberinin argümanı arasında 180°'lik bir fark bulunmaktadır.

Ek olarak, görelî yörüngesinin yarı-büyük eksenî astronomî biriminde (a [AB]) ve sistemin toplam kütlesi Güneş kütlesi biriminde ($M_{\text{top}} [M_{\odot}]$) hesaplanmak istendiğinde, modele mutlaka paralaks π değeri dâhil edilmelidir. Dikine hız eğrisini üretmek için, üçüncü bileşenin dikine hız yarı-genliği K_3 ile ilave bileşenin çift yıldız ile oluşturduğu kütle merkezinin sistemik hız γ parametrelerinin de tanımlanması gerekir. Ayrıca, olası uzun dönemli değişimleri yakalamak üzere doğrusal terimler ΔT_0 ve ΔP_0 ; sistemde sürekli bir dönem değişimi söz konusuysa kuadratik terim Q modele eklenmelidir.

Çizelge 4.5 Model Parametrelerinin Astrometri, ETV ve Dikine Hız Verileriyle Kısıtlanması (A = Astrometri, E = ETV, R = Dikine Hız)

Parametre	V819 Her	V1031 Ori	ER Ori
Astrometri			
a	A	A	A
P_3	A,E,R	A,E	A,E
e_3	A,E,R	A,E	A,E
i_3	A	A	A
ω_3	A,E [†] ,R	A,E [†]	A,E [†]
Ω_3	A	A	A
T_{per}	A,E,R	A,E	A,E
π	A	A	A
ETV			
ΔT	E	E	E
ΔP	E	E	E
A	E	E	E
Q	-	-	E
Dikine Hız			
K_3	R	-	-
γ	R	-	-

[†] ETV verisi doğrudan $\omega_{12} = \omega_3 - \pi$ değerini kısıtlar.

4.2.1.2 Ortak çözüm çatısının kurulması

Modelleme, Çizelge 4.5’de görüldüğü üzere farklı gözlem yöntemlerinden gelen ortak parametreler bir çatı kabul edilerek kurulmuştur. Hem açısal ayrıklık hem de konum açısı verilerinin belirsizliklerine σ_{jitter} terimleri eklenmiştir ve toplam hata değeri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\sigma_{\text{gözlem}} = \sqrt{\sigma_{\text{gözlem}}^2 + \sigma_{\text{jitter}}^2} \quad (4.1)$$

Açısal ayrılık ve konum açısı ölçümlerine ilişkin normal dağılımlı olabilirlik (ing. likelihood) fonksiyonları şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\mathcal{L}_{\text{ast}}(\rho_i, \theta_i | \phi) = \mathcal{N}(\rho_i | \rho_{\text{model}}(t_i; \phi), \sigma_{\rho, \text{top}}^2) \times \mathcal{N}(\theta_i | \theta_{\text{model}}(t_i; \phi), \sigma_{\theta, \text{top}}^2) \quad (4.2)$$

Tutulma zamanı verisi modele dahil edildiğinde, O-C değerleri için normal dağılımlı olabilirlik (ing. likelihood) fonksiyonları şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\mathcal{L}_{\text{ETV}}(OC_j | \phi) = \mathcal{N}(OC_j | OC_{\text{model}}(E_j; \phi), \sigma_{OC, j}^2) \quad (4.3)$$

Dikine hız verisi modele dahil edildiğinde ise normal dağılımlı olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\mathcal{L}_{\text{RV}}(v_{r, i} | \phi) = \mathcal{N}(v_{r, i} | \gamma + K_3 [\cos(\omega_3 + \nu(t_i)) + e_3 \cos \omega_3], \sigma_{v, i}^2) \quad (4.4)$$

Nihai toplam olabilirlik fonksiyonu, astrometri, ETV ve dikine hız verilerinin olabilirlik fonksiyonlarının toplamı olarak tanımlanır:

$$\ln \mathcal{L}_{\text{Astro+ETV+RV}} = \sum_i \ln \mathcal{L}_{\text{astro}}(\rho_i, \theta_i | \phi) + \sum_j \ln \mathcal{L}_{\text{ETV}}(OC_j | \phi) + \sum_k \ln \mathcal{L}_{\text{RV}}(v_k | \phi)$$

Yalnızca astrometri ve ETV verilerini içeren modeller için ise:

$$\ln \mathcal{L}_{\text{Astro+ETV}} = \sum_i \ln \mathcal{L}_{\text{astro}}(\rho_i, \theta_i | \phi) + \sum_j \ln \mathcal{L}_{\text{ETV}}(OC_j | \phi)$$

Bu iki tanıma dayanılarak, sistemin gözlem setine göre toplam olabilirlik fonksiyonları şu şekilde özetlenebilir:

$$\ln \mathcal{L} = \begin{cases} \ln \mathcal{L}_{\text{Astro+ETV+RV}}, & \text{V819 Her} \\ \ln \mathcal{L}_{\text{Astro+ETV}}, & \text{V1031 Ori, ER Ori} \end{cases}$$

Modelleme, **exoplanet** (Foreman-Mackey vd. 2021) kütüphanesinin **KeplerianOrbit** sınıfı ile yörüngesel bileşenlerin tanımlanması ve **PyMC3** (Patil vd. 2010) paketindeki **No-U-Turn Sampler (NUTS)** algoritması kullanılarak örnekleme yapılması yoluyla gerçekleştirilmiştir. Elde edilen ardıl dağılımların tüm parametreler için $\hat{R} = 1$ değerini göstermesi, NUTS zincirlerinin iyi karıştığını ve modelin istatistiksel olarak sağlam olduğunu işaret etmektedir.

4.2.1.3 Kütle ve yarı-büyük eksen uzunluklarının hesaplanması

Parametreler ortak çözüm çerçevesinde kısıtlandıktan sonra bu çözümden gelen yörünge eğim açısı i_3 yardımıyla ilave bileşenin çift yıldız ile oluşturdukları ortak kütle merkezine olan uzaklığı (a_3) ve çift yıldızın bu noktaya olan uzaklığı (a_{12}) ile ilave bileşenin kütlesi (M_3) astrometri, ETV ve dikine hız çözümünden aşağıdaki gibi türetilmiştir.

- ◇ Dikine hız yarı-genliği K_3 kullanılarak (2.36) bağıntısı ile a_3 hesaplanır.
- ◇ Dönem değişiminde görülen yarı-genlik olan A kullanılarak (2.18) denklemi ile a_{12} hesaplanır.

$$\frac{a_{12}}{a_3} = \frac{M_3}{M_{12}} \quad (4.5)$$

Üçlü sistemi oluşturan çift yıldızın toplam kütlesi (M_{12}) ile üçüncü bileşenin kütlesinin, bu bileşenlerin yarı-büyük eksenlerinin uzunluklarıyla ters orantılı olduğu düşünüldüğünde (4.5) formülü yardımıyla üçüncü cismin kütlesi elde edilir.

Böylece hem a_{12} hem a_3 astronomi biriminde belirlenmiş ve $\sin i_3$ dejenerasyonu ortadan kaldırılarak $M_3 [M_\odot]$ hesaplanır.

Astrometri ve tutulma zamanlarındaki değişim birlikte modellendiğinde ise astrometrik çözümde elde edilen yörünge eğim açısı i_3 kullanılarak çift yıldızın yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğu (2.18) hesaplanır. Bu değer temel alınarak kütle fonksiyonu $f(m_3)$ (2.19) aracılığıyla elde edilir ve çift yıldızın toplam kütlesi M_{12} kullanılarak üçüncü cismin kütlesi M_3 belirlenir. Son olarak elde edilen M_3 değeri ile (4.5) formülü ile üçüncü cismin ortak kütle merkezine olan uzaklığı bulunur.

Böylece veriler eş-zamanlı modellenerek cismin ve yörüngesinin fiziksel boyutlarından, yörüngesinin yönelimine kadar geniş bir parametre seti elde edilir; ilave cismin kütlesi için yörünge eğim açısına bağlı dejenerasyon sorunu ortadan kaldırılır.

4.2.2 Astrometrik model ve zamanlama verisinin yorumlanması

Bu grupta astrometrik modelleme yapıldıktan sonra elde edilen parametrik sonuçlar, dönem değişiminde görülen etkilerle birlikte değerlendirilerek yorumlanmıştır.

- **HT Vir:** Açısal ayrıklık ρ ve konum açısı θ değerlerine `orbitize!` yazılımı ile Kepleryan yörünge uyumlamaları `ptemcee` (Vousden vd. 2016) paketi ile yapılmıştır. Görsel bileşene ait elde edilen parametreler kullanılarak, bu bileşenin yarattığı ışık-zaman gecikmesi `rebound` paketi yardımıyla hesaplanmış ve bu etki, çift yıldızın O-C diyagramı bağlamında değerlendirilmiştir.
- **MR Del:** Görsel bileşenin astrometrik ölçümlerine `orbitize!` kullanılarak `ptemcee` ile yörünge modeli oluşturulmuştur. Çift yıldızın ait minimum zaman verilerine ise Güler (2025) tarafından geliştirilen python tabanlı bir `emcee` paketi yardımıyla MCMC algoritması kullanılarak ışık-zaman etkisi analizi yapılmıştır. O-C diyagramında gözlenen değişimlerin, çift sistemdeki ikinci bileşenin manyetik etkinliğinden kaynaklanabileceği düşünülerek, bu değişimler denklem (2.28) kullanılarak modellenmiş ve modelleme `emcee` paketi aracılığıyla MCMC algoritması ile gerçekleştirilmiştir.
- **V2388 Oph:** V2388 Oph çift yıldızının etrafındaki görsel bileşenin yörünge `pymc3` ve `exoplanet` paketi kullanılarak Kepleryan yörünge uyumlaması yapıldı ve yörünge parametreleri elde edildi.

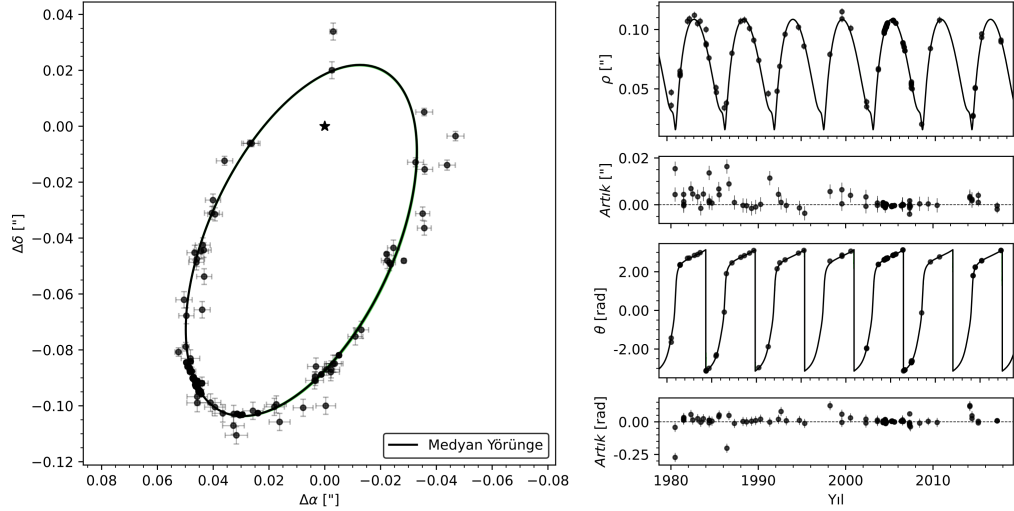
5. BULGULAR

5.1 V819 Herculis

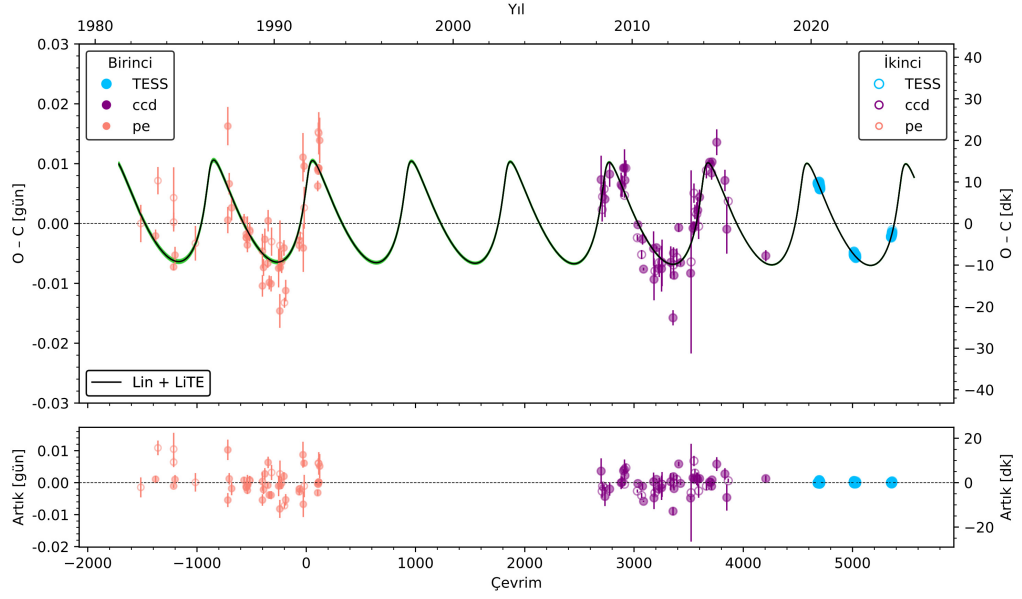
V819 Her çift yıldızına eşlik eden ilave bileşene ait elde edilen sonuçlar Çizelge. 5.1’de sunulmuştur. Karşılaştırmalı analiz için, bu çalışmanın yanı sıra Zsche vd. (2014) ile Muterspaugh vd. (2008) sonuçları da aynı çizelgede verilmiştir. Ortak model çerçevesinde üçüncü bileşenin astrometrik yörüngesi Şekil 5.1’de; tutulma zamanlarındaki periyodik değişime karşılık gelen tutulma zamanları değişimi Şekil 5.2’de; bakış doğrultusuna dik bileşendeki hareketi ise Şekil 5.3’te gösterilmiştir. Şekil 5.4’te ise üçüncü bileşenin üç gözlem yöntemiyle elde edilen parametrelerdeki değişimi verilmiştir.

ETV verisine uyumlanan doğru denklemi ile grafiği en iyi temsil edecek efemeris bulunmuş, biriken sistematik belirsizliklerin yol açtığı lineer sapma giderilmiştir. Elde edilen yeni efemeris ise aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

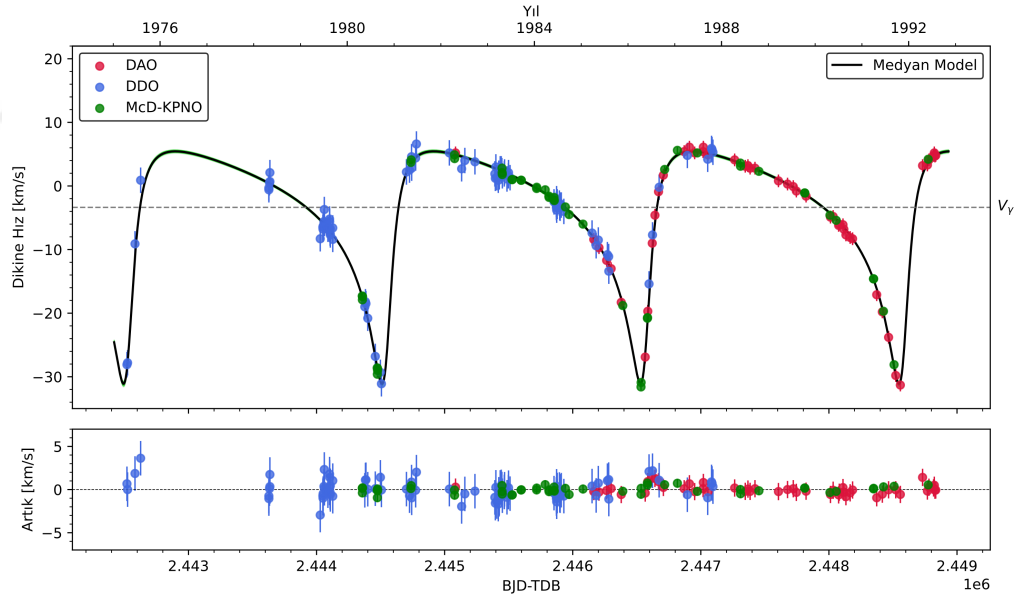
$$\text{Min } I(\text{BJD}_{\text{TDB}}) = 2448546.593744(757) + E \times 2.22963285(19) \quad (5.1)$$



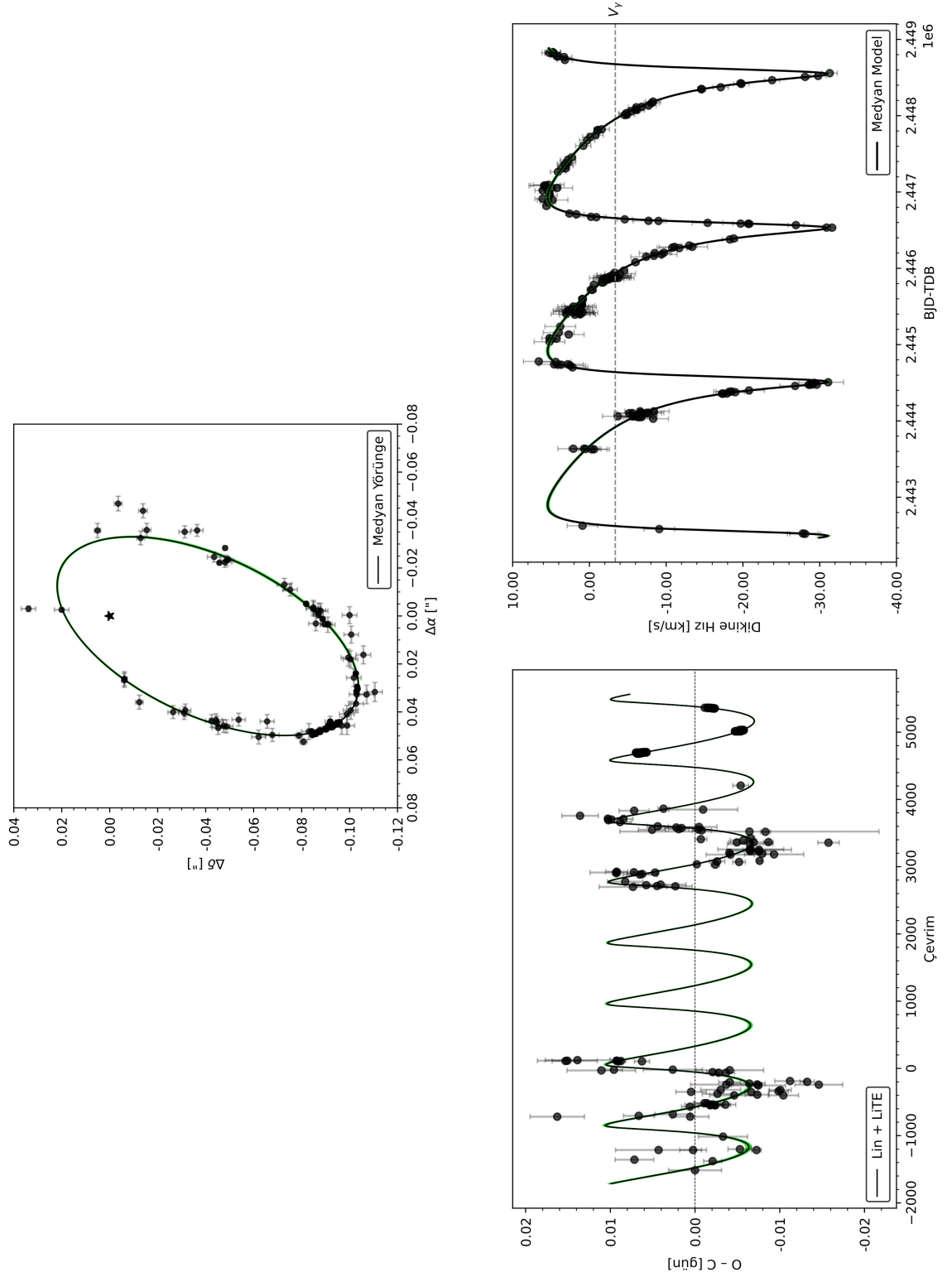
Şekil 5.1 V819 Her sistemindeki üçüncü bileşenin görel yörüngesi (Soldaki panelde, siyah renk medyan parametrelerle üretilen yörüngeyi, yeşil tonlar ise ardıl dağılımdan rastgele seçilen 1000 örnek yörüngeyi göstermektedir. Orijin noktasında bulunan yıldız sembolü çift yıldız temsil etmektedir. Sağdaki panellerde, yıllara göre açısal ayrıklık ve konum açısı değerleri ile bu değerlere yapılan model ve artıkları sunulmuştur.)



Şekil 5.2 V819 Her sistemindeki üçüncü bileşenin ışık-zaman etkisi (Üst panelde veri ve medyan model ile modelin 1000 ardıl dağılım örneği; alt panelde ise bu modelin artıkları gösterilmiştir.)



Şekil 5.3 Üçüncü bileşenin çift yıldız ile oluşturduğu yörüngedeki hareketinin bakış doğrultusundaki karşılığı (Üst panel farklı gözlemelerinden alınan verileri ve medyan model ile modelin 1000 ardıl dağılım örneğini; alt panelde ise bu modelin artıkları gösterilmiştir.)



Şekil 5.4 Üçüncü bileşenin üç farklı gözlem yönteminde yarattığı etki

Çizelge 5.1 V819 Her üçüncü bileşeni parametreleri: Bu çalışma, Zasche vd. (2014) ve Muterspaugh vd. (2008) karşılaştırması

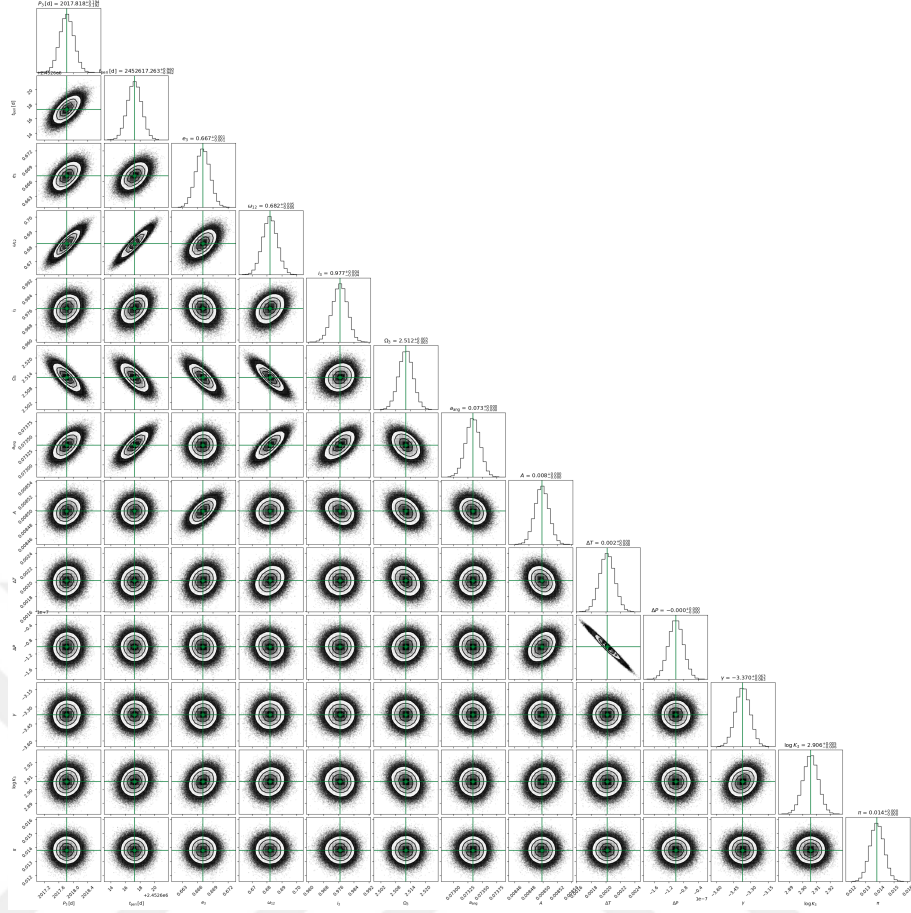
Parametre	Birim	Bu çalışma	Zasche vd. (2014)	Muterspaugh vd. (2008)
P_3	gün	2017.8181 ± 0.1930	2015.8 ± 54.9	2019.66 ± 0.35
T_{per}	BJD_{TDB}	2452617.2632 ± 0.9610	$2448546.5983 \pm 7.0005^{\text{a}}$	$2452628.0008 \pm 1.3000^{\text{a}}$
e_3	-	0.6670 ± 0.0014	0.687 ± 0.011	0.6797 ± 0.0007
ω_3	$^\circ$	219.0742 ± 0.2808	223.8 ± 3.5	222.50 ± 0.22
i_3	$^\circ$	55.9576 ± 0.2266	56.82 ± 1.63	56.40 ± 0.13
Ω_3	$^\circ$	143.9341 ± 0.1633	140.8 ± 5.9	141.96 ± 0.12
a	mas	73.3377 ± 0.1215	74.6 ± 3.7	$74.4 \pm 0.9^{\text{b}}$
A_{LiTE}	gün	0.0085 ± 0.0001	$0.0090 \pm 0.0008^{\text{a}}$	$0.0088 \pm 0.0009^{\text{b}}$
M_3	$M_{\odot}$	1.7425 ± 0.0100	1.86 ± 0.30	1.799 ± 0.098
a_{12}	AB	2.0757 ± 0.0082	2.16 ± 0.15	$2.11 \pm 0.08^{\text{b}}$
a_3	AB	3.0485 ± 0.0181	2.97 ± 0.20	$2.99 \pm 0.16^{\text{b}}$
K_3	km s^{-1}	18.2798 ± 0.1006	-	$18.3476 \pm 0.4914^{\text{c}}$
V_{γ}	km s^{-1}	-3.3703 ± 0.0633	-	$-3.374 \pm 0.041^{\text{d}}$
χ^2_{ν}	-	8.038	-	-
AIC	-	5222.23	-	-
BIC	-	5289.63	-	-

^a Zasche vd. (2014) tarafından verilen T_{per} değeri 2448546.5954(7) JD, Muterspaugh vd. (2008) tarafından 52627.5 ± 1.3 MHJD biriminde verilmiştir. Bu değerler BJD_{TDB} 'ye dönüştürülerek tabloda verilmiştir.

^b Zasche vd. (2014) tarafından Muterspaugh vd. (2008) sonuçları kullanılarak hesaplanmıştır.

^c Muterspaugh vd. (2008) bir K_3 değerini raporlamamıştır ancak elde ettiği sonuçlardan K_3 değeri hesaplanmıştır.

^d Muterspaugh vd. (2008) farklı gözlemlerinden gelen dikine hızlar olduğu için üç farklı V_{γ} değeri raporlamıştır. Bu tabloda ise raporlanan değerlerin ağırlıklı ortalaması alınıp verilmiştir.



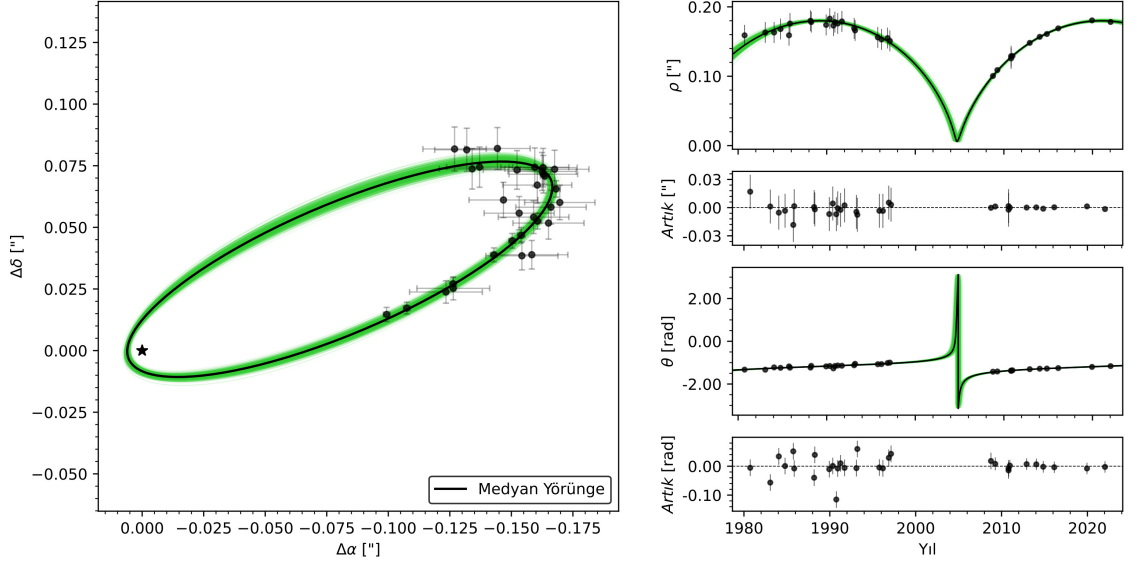
Şekil 5.5 V819 Her sistemindeki üçüncü bileşene yapılan eş-zamanlı çözümün ardıl dağılımları

5.2 V1031 Orionis

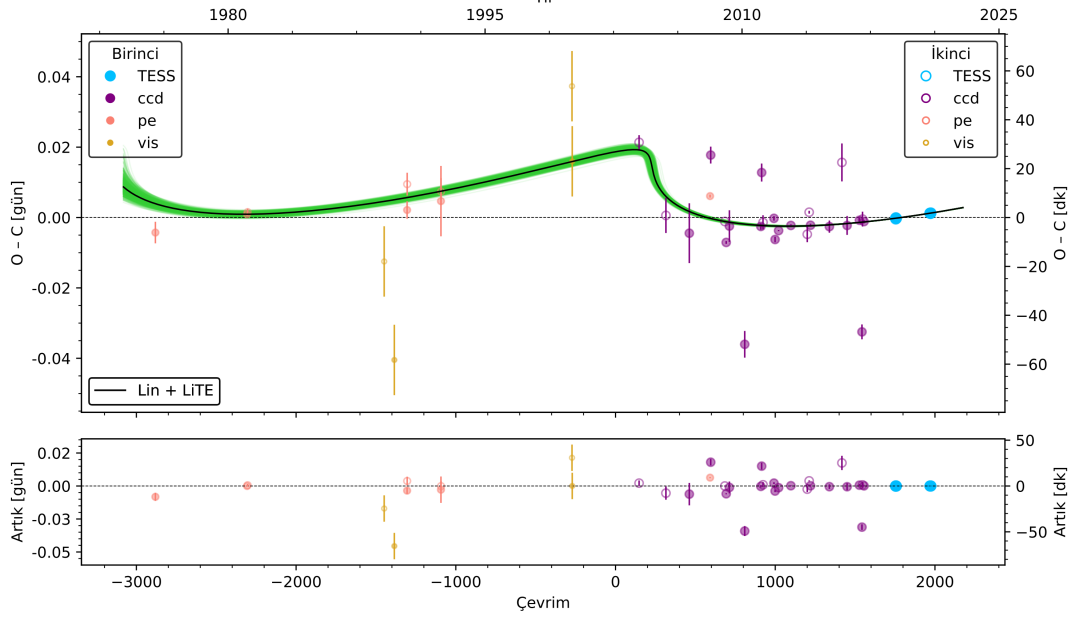
V1031 Ori çift yıldızına eşlik eden üçüncü bileşene ait elde edilen sonuçlar Çizelge 5.2’de sunulmuştur. Karşılaştırmalı analiz kapsamında, bu çalışmanın yanı sıra Zaslache vd. (2014) ve Docobo vd. (2022) sonuçları da aynı tabloda bir arada verilmiştir. Modelin astrometrik çözümü Şekil 5.6’da; ETV çözümü Şekil 5.7’de gösterilmiştir. Üçüncü bileşenin iki gözlem türündeki etkisi ise Şekil 5.8’de görülebilir.

ETV verisine uyumlanan doğru denklemi ile grafiği en iyi temsil edecek efemeris bulunmuş, biriken sistematik belirsizliklerin yol açtığı lineer sapma giderilmiştir. Elde edilen yeni efemeris ise aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

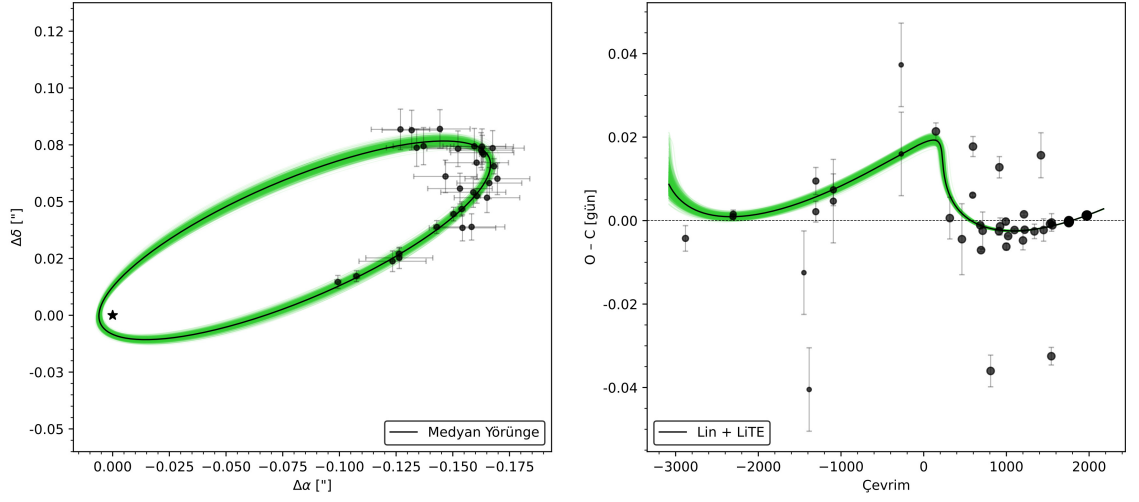
$$\text{Min } I(\text{BJD}_{\text{TDB}}) = 2452500.293215(1686) + E \times 3.40555891(108) \quad (5.2)$$



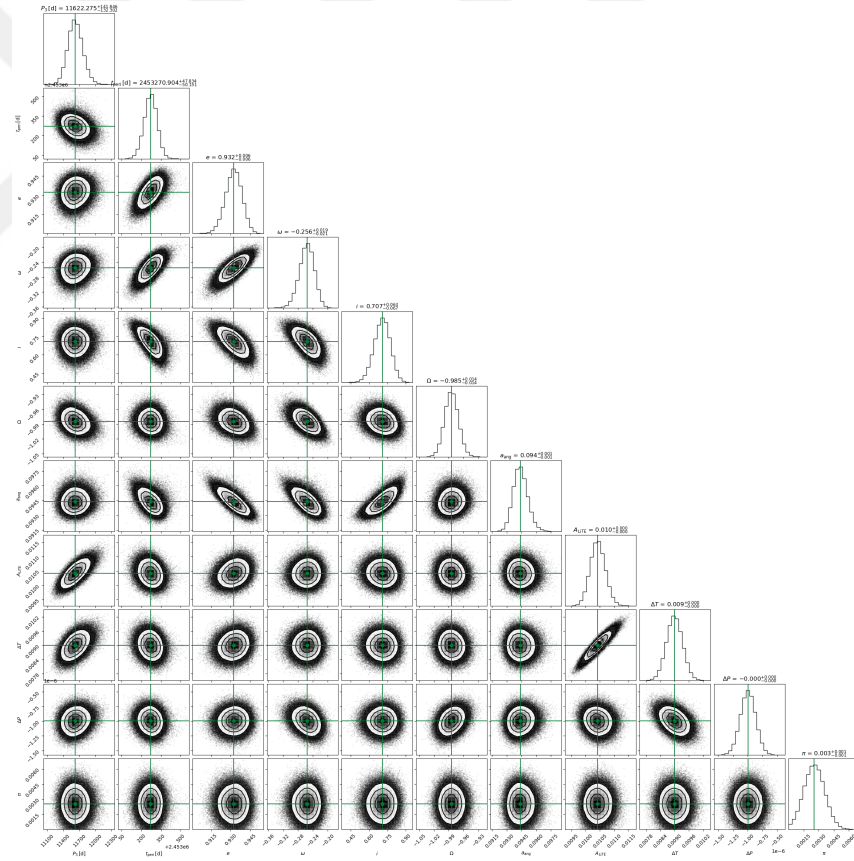
Şekil 5.6 V1031 Ori'nin üçüncü bileşenine ait eş-zamanlı çözümün astrometrik karşılığı (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.1.)



Şekil 5.7 V1031 Ori üçüncü bileşeninin yarattığı ışık-zaman etkisi (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.2.)



Şekil 5.8 Üçüncü bileşene ait ortak çözümün iki farklı gözlem yöntemindeki yansıması



Şekil 5.9 V1031 Ori sistemindeki üçüncü bileşene yapılan eş-zamanlı çözümün ardıl dağılımları

Çizelge 5.2 V1031 Ori üçüncü bileşeni için bu çalışma ile Zasche vd. (2014) ve Docobo vd. (2022) sonuçlarının karşılaştırması

Parametre	Birim	Bu çalışma	Zasche vd. (2014)	Docobo vd. (2022)
P_3	gün	11622.2747 ± 137.0744	11432 ± 1252	11593 ± 182.6^b
T_{per}	BJD _{TDB}	2453270.9041 ± 48.9925	$2453025.005 \pm 948.001^a$	$2453250.719385 \pm 186.57^c$
e_3	-	0.9325 ± 0.0063	0.921 ± 0.019	0.932 ± 0.009
ω_3	°	345.3352 ± 1.1322	160.8 ± 27.0	0.0 ± 15
i_3	°	40.5282 ± 3.7240	46.9 ± 13.0	36.9 ± 10.0
Ω_3	°	123.5861 ± 0.7923	305.2 ± 11.3	112.0 ± 10
a	mas	94.3719 ± 0.7177	94.4 ± 6.4	92.0 ± 9.0
A	gün	0.0104 ± 0.0003	0.0144 ± 0.0069	—
$f(M_3)$	$M_\odot$	0.0722 ± 0.0099	0.13 ± 0.03	—
M_3	$M_\odot$	2.3775 ± 0.0114	2.65 ± 0.69	—
a_{12}	AB	6.4347 ± 0.5708	6.93 ± 1.67	—
a_3	AB	12.9072 ± 0.1067	12.4 ± 3.0	—
χ^2_ν	-	11.349	—	—
AIC	-	1342.440	—	—
BIC	-	1379.620	—	—

^a Zasche vd. (2014) T_{per} değerini JD biriminde vermiş; tabloya karşılaştırma amacı ile BJD_{TDB}'ye dönüştürülmüş hâli konmuştur.

^b Docobo vd. (2022) üçüncü cismin dönemini 31.74 yıl olarak raporlamış; tabloya gün birimine dönüştürülmüş değeri girilmiştir.

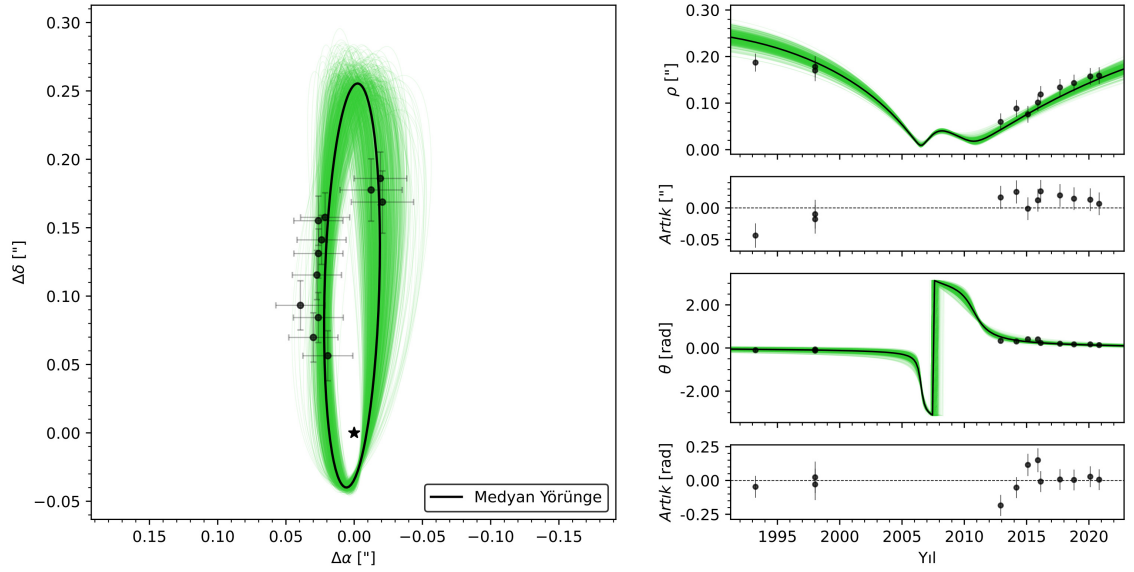
^c Docobo vd. (2022) T_{per} değerini 2036.41 ± 0.10 yıl olarak raporlamış; tabloya bu değerden kendi önerdikleri dönem düşülerek girilmiştir.

5.3 ER Orionis

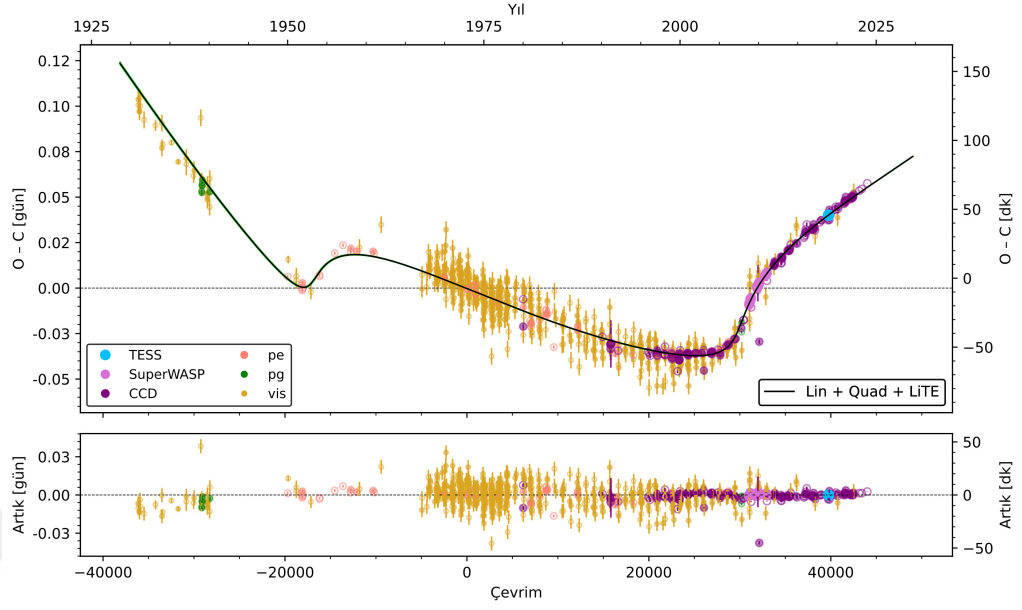
ER Ori çift yıldızına eşlik eden üçüncü bileşene ait sonuçlar Çizelge 5.3'te sunulmuştur. Karşılaştırmalı analiz kapsamında, bu çalışmanın yanı sıra Nelson vd. (2023) ile Tokovinin vd. (2021) sonuçları da aynı tabloda bir arada verilmiştir. Modelin astrometrik çözümü Şekil 5.10'da; ETV çözümü Şekil 5.11'de gösterilmiştir. Üçüncü bileşenin iki farklı gözlem yöntemindeki izleri ise Şekil 5.12'de karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

ETV verisine uygulanan doğrusal uyumlamayla, biriken sistematik belirsizliklerin yol açtığı lineer sapmanın giderilmesi sağlanmış; elde edilen yeni efemeris ise aşağıda verilmiştir:

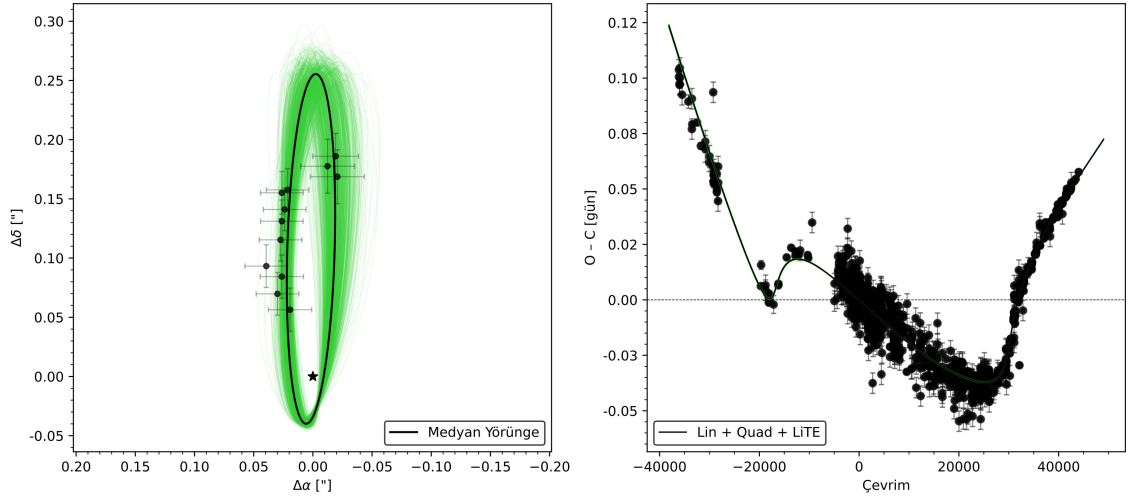
$$\text{Min } I(\text{BJD}_{\text{TDB}}) = 2441626.416513(1085) + E \times 0.42340128(4) \quad (5.3)$$



Şekil 5.10 ER Ori'nin üçüncü bileşeninin görel yörüngesi (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.1.)



Şekil 5.11 ER Ori üçüncü bileşeninin O-C diyagramı (Üst panelde model, veri ve 100 ardıl dağılım örneği verilirken, solda veri renklerinin anlamı, sağda ise dönem değişimine hangi modelin uyumlandığı gösterilmiştir.)



Şekil 5.12 Üçüncü bileşenin ortak çözümüne ilişkin astrometri ve ETV modelleri

Çizelge 5.3 ER Ori üçüncü bileşeni için bu çalışma ile elde edilen sonuçları ve Nelson vd. (2023) ile Tokovinin (2021) sonuçlarının karşılaştırması

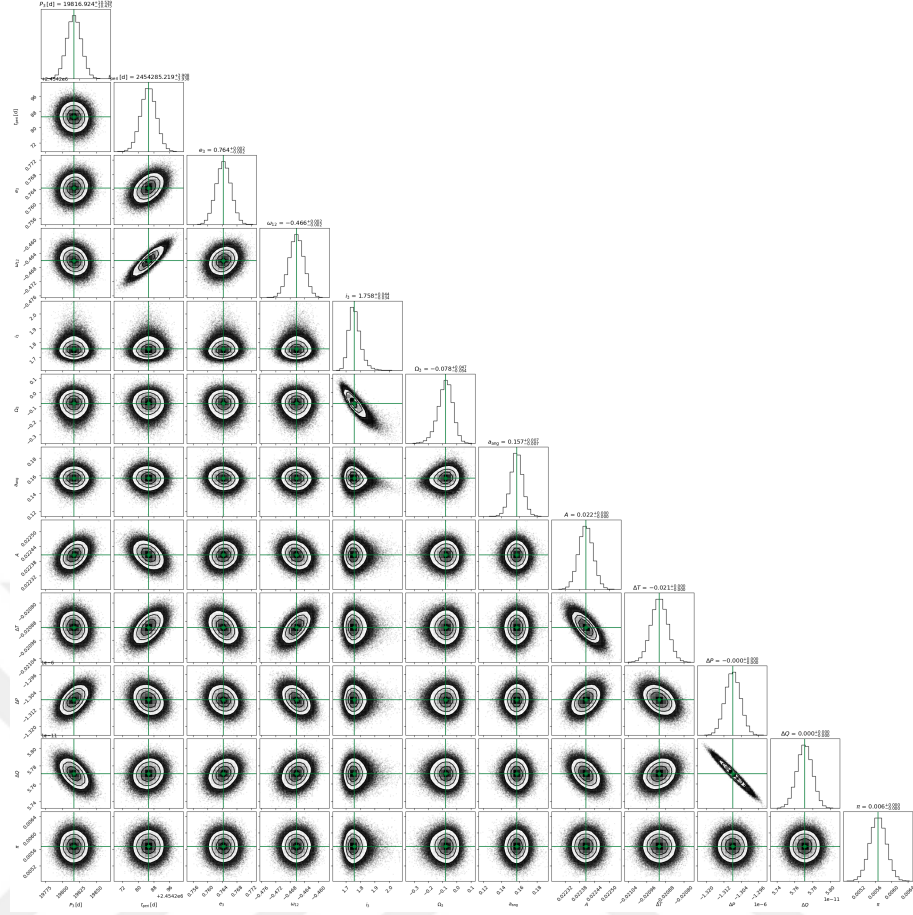
Parametre	Birim	Bu çalışma	Nelson vd. (2023)	Tokovinin (2021)
P_3	gün	19816.9243 ± 10.5069	19747.3 ± 36.5	18993
T_{per}	BJD _{TDB}	2454285.2187 ± 3.9231	2453467.000750^a	2454240.1960^d
e_3	-	0.7643 ± 0.0021	0.75 ± 0.01	0.77
ω_3	°	153.2912 ± 0.1176	161 ± 1^b	162.8
i_3	°	100.7127 ± 2.2320	101.4 ± 2.5	105.2
Ω_3	°	355.1650 ± 3.0404	-	357.4
a	mas	157.1317 ± 6.5578	-	137
A	gün	0.0224 ± 0.0001	0.032 ± 0.001	-
ΔP	10^{-8} gün/yıl	9.957 ± 0.015	9.30 ± 0.09	-
$f(M_3)$	$M_\odot$	0.05085 ± 0.00044	0.058 ± 0.005^c	-
M_3	$M_\odot$	0.845	-	-
a_{12}	AB	5.404 ± 0.047	-	-
a_3	AB	16.051 ± 0.006	-	-
χ_ν^2	-	31.3699	-	-
AIC	-	37358.1700	-	-
BIC	-	37429.4776	-	-

^a Nelson vd. (2023) enberiden geçiş zamanını 2453467.88 HJD olarak vermiş; tabloya BJD_{TDB}'ye çevrilmiş değeri konmuştur.

^b Nelson vd. (2023) ω_{12} değerini 341° olarak vermiş; tabloya ω_3 'e dönüştürülmüş hali konmuştur.

^c Nelson vd. (2023) çalışmalarında doğrudan bir kütle fonksiyonu yayınlamamışlardır ancak elde ettikleri A ve P_3 değerleri kullanılarak kütle fonksiyonu hesaplanmıştır.

^d Tokovinin (2007) T_{per} değerini yıl (2007.38 yr) olarak raporlamış; tabloda BJD_{TDB}'ye dönüştürülmüş hali verilmiştir.



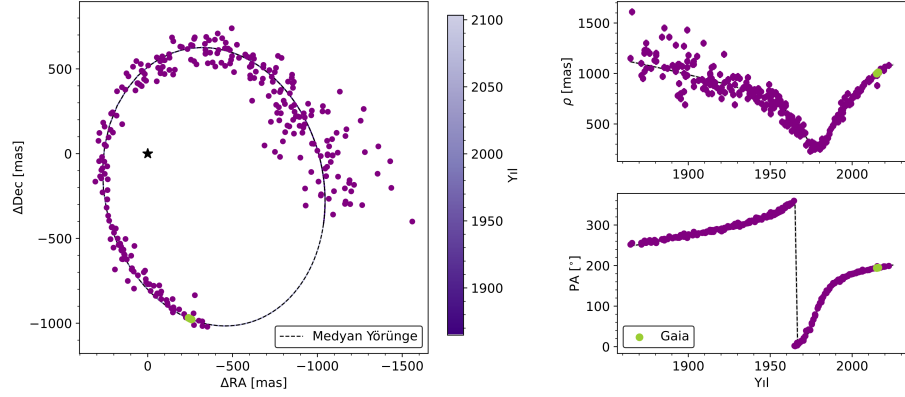
Şekil 5.13 Eş-zamanlı çözümün ardıl dağılımları

5.4 HT Virginis

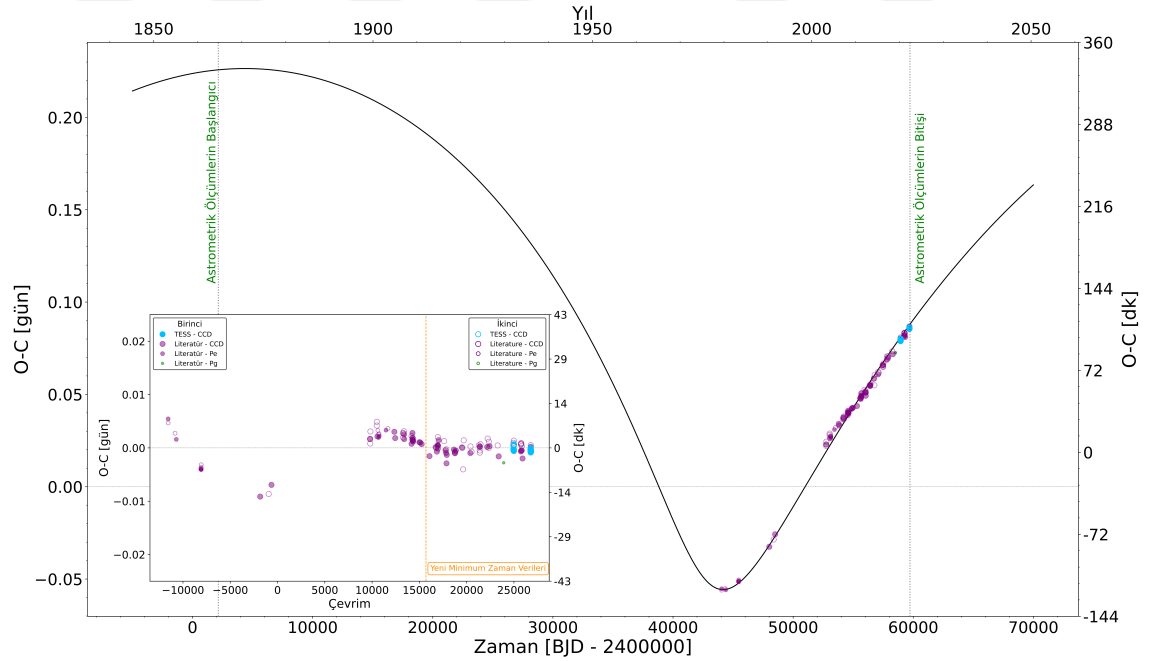
HT Vir'in görsel bileşeninin görelî yörünge modeli 5.14'te gösterilmiştir. Astrometrik modelleme sonuçları ve literatür karşılaştırılması ise Çizelge 5.4'te verilmiştir.

Şekil 5.14'te, görsel bileşenin astrometrik çözümünden elde edilen parametreler kullanılarak hesaplanan tutulma zamanlarında ortaya çıkan ışık-zaman etkisi gösterilmiştir. HT Vir'in gözlemlenen minimum zamanları, bu bileşenin neden olması beklenen ETV eğilimine uyumlanabilmesi amacıyla yalnızca küçük bir doğrusal düzeltme uygulanarak kaydırılmıştır. Bu adım, otomatik bir uyumlama değil, manuel bir düzeltmedir. Elde edilen ışık elemanları (5.4) bağıntısıyla verilmiş ve ana O-C diyagramı, bu ışık elemanları kullanılarak Şekil 5.15'te oluşturulmuştur.

$$\text{Min } I(\text{BJD}_{\text{TDB}}) = 2448760.66470 + E \times 0.407673 \quad (5.4)$$



Şekil 5.14 HT Vir sistemindeki görsel bileşenin görelî yörüngesi (Sol panel, HT Vir'in ilave bileşeninin astrometrik verilere dayanarak elde edilen görelî yörüngesini göstermektedir; bu yörünge, ardıl dağılımdan rastgele seçilen 1000 örnek kullanılarak çizilmiştir. Kesikli siyah çizgi, Çizelge 5.4'te listelenen parametreler kullanılarak üretilen yörüngeyi temsil eder. Sağ üst grafik açısal ayrıklığı, sağ alt grafik ise zamana bağlı konum açısındaki değişimleri sunmaktadır. Sarı veri noktaları, Gaia ölçümlerini göstermektedir.)



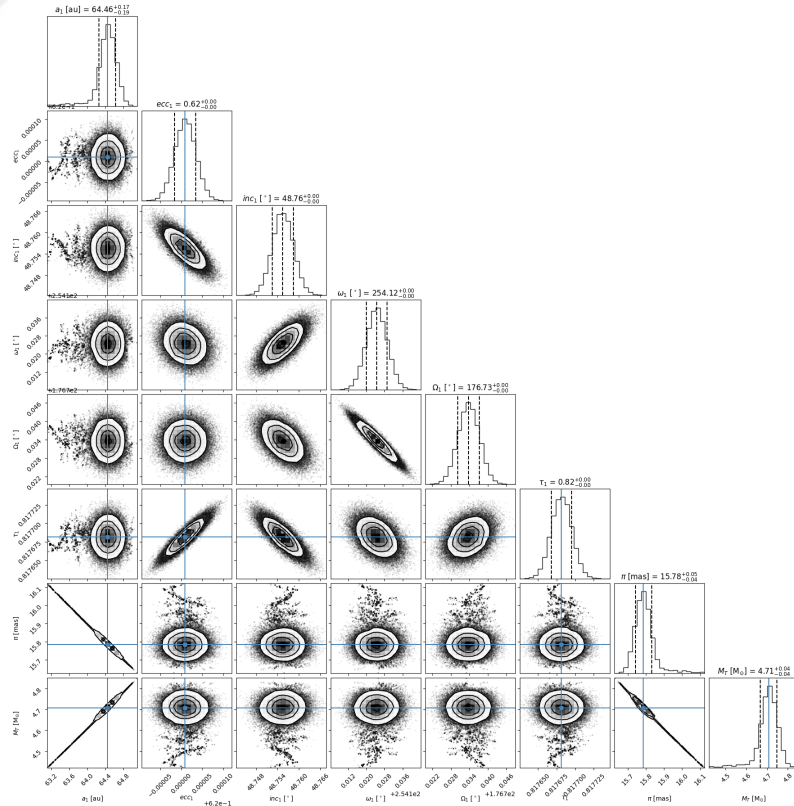
Şekil 5.15 Görsel bileşenin yarattığı ışık-zaman etkisi ve HT Vir çift sisteminin $\text{Min I (BJD}_{\text{TDB}}) = 2448760.673345(264) + 0.40767253(1) \times E$ efemeris denkleminle oluşturulan O-C diyagramı (sol iç diyagram)

Çizelge 5.4 HT Vir'in görsel bileşeninin bu tez çalışmasındaki sonuçları ve Izmailov (2019) ile Zasche & Wolf (2007) karşılaştırması

Parametre	Birim	Bu çalışma	Izmailov (2019)	Zasche & Wolf (2007)
P_3	yıl	238.5028 ± 0.0192	253.7049 ± 5.6027	260.7 ± 0.40
T_{per}	BJD_{TDB}	2442967.168949 ± 0.220	$2442858.214978 \pm 59.251^{\text{a}}$	$2442832.3006 \pm 60.6000^{\text{b}}$
e_3	—	0.6200 ± 0.0001	0.63185 ± 0.00601	0.640 ± 0.005
ω_3	$^{\circ}$	254.1245 ± 0.0046	250.326 ± 1.050	250.9 ± 0.6
i_3	$^{\circ}$	48.7555 ± 0.0029	44.450 ± 0.727	45.4 ± 3.7
Ω_3	$^{\circ}$	176.7337 ± 0.0034	179.465 ± 0.942	180.8 ± 2.6
a	mas	1017.4489 ± 5.4684	1003.8 ± 9.85	1023.5 ± 183.3
χ^2_{ν}	—	15.59	—	—

^a Izmailov (2019) bu değeri 1976.2178 ± 0.1619 yıl olarak raporlamıştır; tabloda BJD_{TDB} 'ye dönüştürülerek verilmiştir.

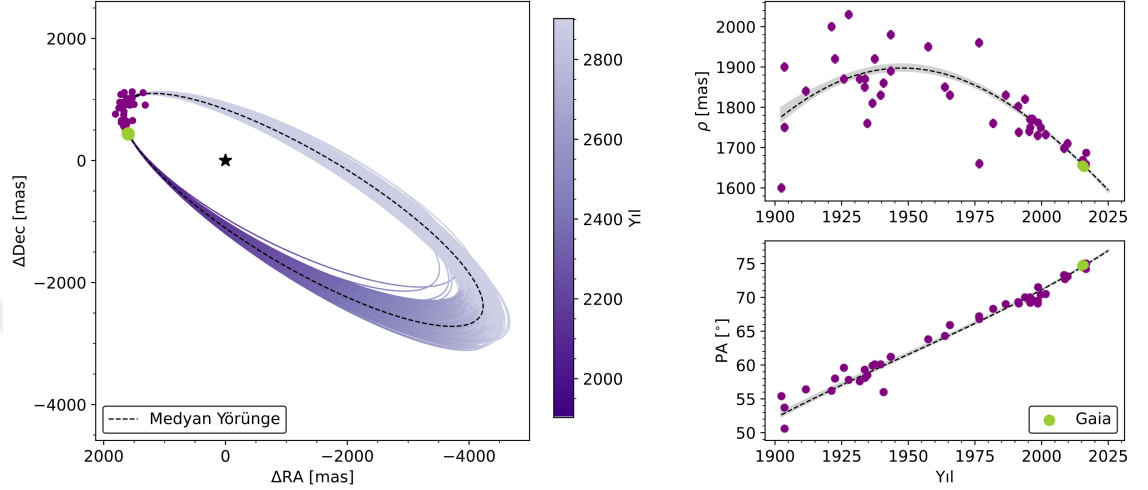
^b Zasche & Wolf (2007) bu değeri 2442832.3 ± 60.6 HJD olarak raporlamıştır; tabloda BJD_{TDB} 'ye dönüştürülerek verilmiştir.



Şekil 5.16 Eş-zamanlı çözümün ardıl dağılımları

5.5 MR Delphinus

MR Del çift yıldızına fiziksel olarak bağlı görsel bileşenin görelî yörüngesi Şekil 5.17’de verilmiştir. Astrometrik modele ait sonuçlar Zasche vd. (2009) tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırmalı olarak Çizelge 5.5’te gösterilmiştir.



Şekil 5.17 Görsel bileşenin görelî yörüngesi (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.14.)

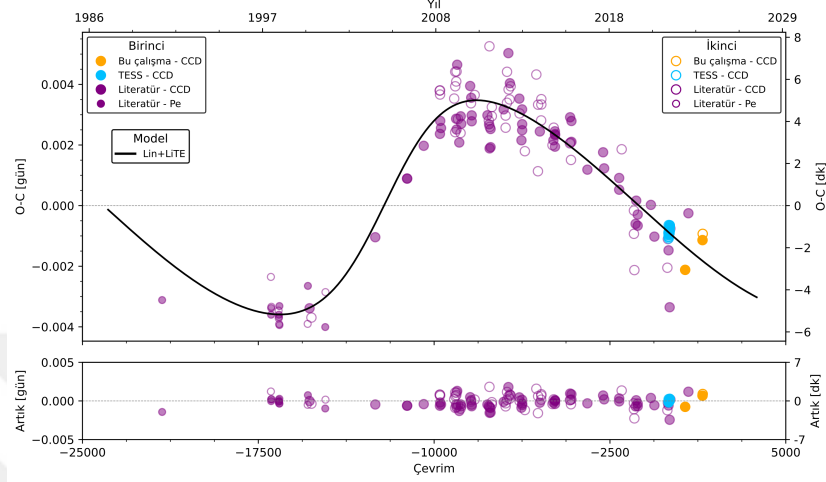
Çizelge 5.5 MR Del’in görsel bileşenin parametreleri: Bu çalışma ve Zasche vd. (2009) karşılaştırması

Parametre	Birim	Bu çalışma	Zasche vd. (2009)
P_3	yıl	1772.7580 ± 65.1634	1996.6 ± 170.5
T_{per}	BJD_{TDB}	$2424809.670901 \pm 3713.076$	$2431785.004730 \pm 47591.602^a$
e_3	-	0.4453 ± 0.0172	0.493 ± 0.051
ω_3	°	352.0605 ± 3.9922	0.0 ± 7.4
i_3	°	72.1005 ± 0.3778	74.2 ± 8.4
Ω_3	°	59.9052 ± 0.6592	61.2 ± 8.0
a	mas	3405.2764 ± 98.5877	3763 ± 156
χ^2_ν	-	108.82	-

^a Zasche vd. (2009) bu değeri 1945.9 ± 130.3 yıl olarak raporlamıştır; tabloda BJD_{TDB} ’ye dönüştürülmüş hâli verilmiştir.

Çift yıldızın tutulma zamanlarındaki değişime yapılan analiz sonucunda elde edilen değerler ise Çizelge 5.6’da verilmiştir. ETV verisine uyumlanan doğru denklemi ile grafiği en iyi temsil edecek efemeris (5.5) denklemiyle verilmiştir.

$$\text{Min } I(\text{BJD}_{\text{TDB}}) = 2459770.052326(256) + E \times 0.52168927(3) \quad (5.5)$$

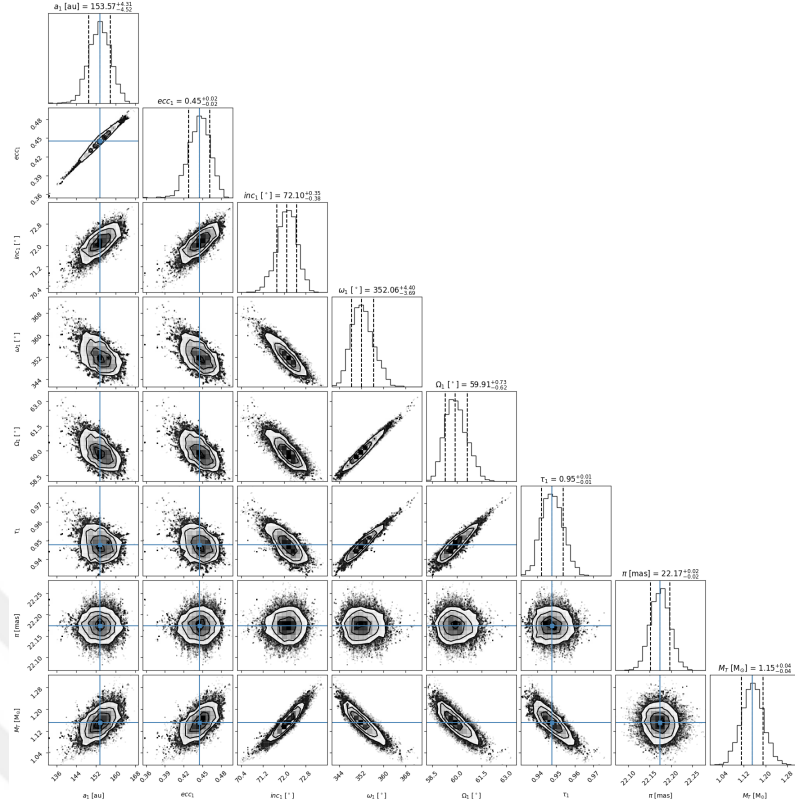


Şekil 5.18 MR Del çift yıldızına ait O-C diyagramı

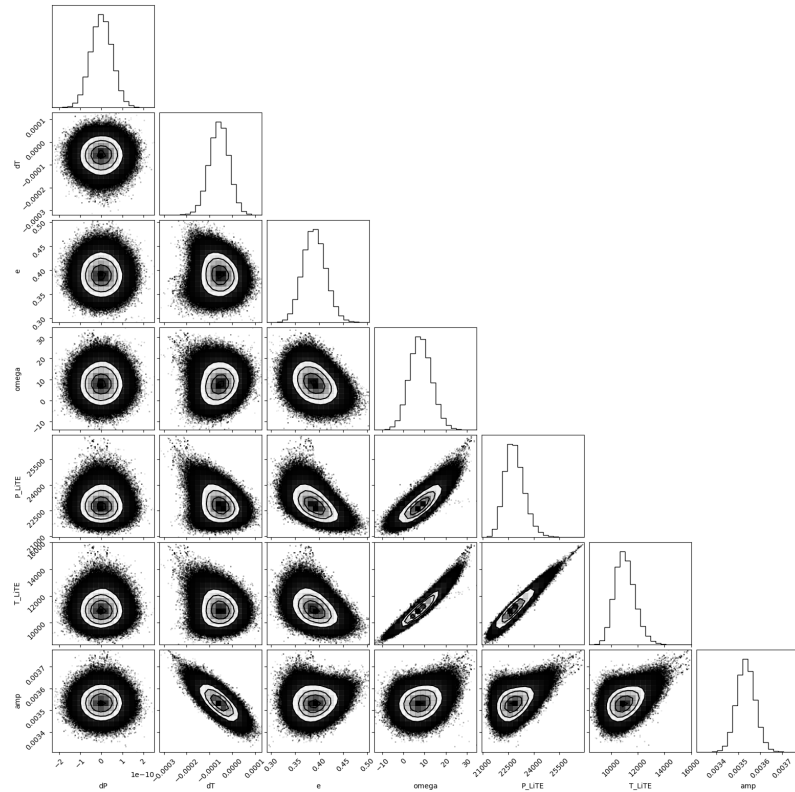
Çizelge 5.6 MR Del'in ilave bileşenine ait parametreler: Bu çalışma, Meng vd. (2021) ve Özavcı vd. (2020) karşılaştırması

Parametre	Birim	Bu çalışma	Meng vd. (2021)	Özavcı et vd. (2020)
P_{LiTE}	yıl	32.607 ± 1.115	18.0521 ± 0.0005	18.23 ± 1.32
T_{LiTE}	BJD_{TDB}	2465503.752909 ± 557	2457608.6946	-
e_{LiTE}	-	0.389 ± 0.003	0.24 ± 0.03	0.31 ± 0.24
A_{LiTE}	gün	0.00353 ± 0.00001	0.0022 ± 0.0001	0.0022 ± 0.0002
$a_{12,LiTE} \sin i$	AB	0.663 ± 0.004	0.39 ± 0.02	0.38 ± 0.12
$f(M_{LiTE})$	$M_{\odot}$	0.00027 ± 0.00003	0.00018 ± 0.00004	0.00016 ± 0.00016
M_{LiTE}	$M_{\odot}$	0.083 ± 0.008^a	0.075^a	0.069 ± 0.003^a

^a Meng vd. (2021) ilave bileşenin minimum kütleini verirken Özavcı vd. (2020) ilave bileşenin çift yıldızla aynı yörünge düzleminde bulunduğu varsayımı altında bir kütle değeri hesaplamıştır. Bu kütle değerinin elde edilirken, Djurašević vd. (2011) tarafından 81.7 (2) derece olarak hesaplanan çift yıldızın yörünge eğim açısını kullanmışlardır. Bu tez çalışmasında ise Meng vd. (2001) tarafından elde edilen 75.93 (15) yörünge eğim açısı değeri kullanılarak, ilave bileşenin yörünge düzleminin çift yıldız ile aynı yörünge düzleminde olduğu varsayımıyla bir kütle değeri elde edilmiştir.



Şekil 5.19 MR Del'in görsel bileşenine ait astrometrik çözümün ardıl dağılımları



Şekil 5.20 MR Del'in tutulma zamanlarına ait ETV çözümünün ardıl dağılımları

5.6 V2388 Ophiuchi

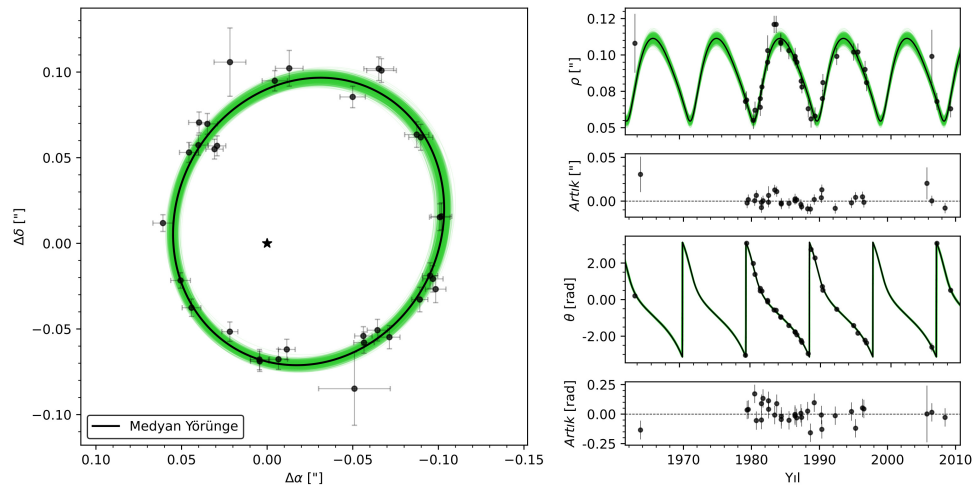
V2388 Oph sistemindeki görsel bileşene ilişkin oluşturulan görelî yörünge, Şekil 5.21'de gösterilmiştir.

Çizelge 5.7 V2388 Oph sisteminin üçüncü bileşenine ait yörünge parametrelerinin bu tez çalışmasındaki sonuçları ile Zasche vd. (2014) ve Docobo & Andrade (2013) çalışmalarıyla karşılaştırması

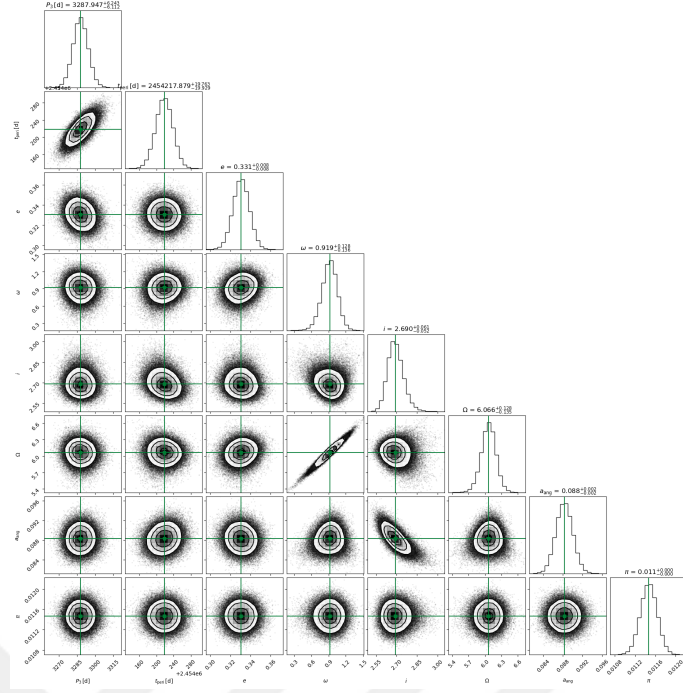
Parametre	Birim	Bu çalışma	Zasche vd. (2014)	Docobo & Andrade (2013)
P_3	gün	3287.947 ± 6.178	3277.9 ± 22.5	3290.1 ± 5.5
T_{per}	BJD_{TDB}	2454217.879 ± 19.846	2454197.20 ± 27.00^a	2457500.13 ± 18.30^b
e_3	—	0.331 ± 0.008	0.329 ± 0.004	0.327 ± 0.002
ω_3	$^\circ$	232.665 ± 7.557	208.4 ± 3.3	238.3 ± 10.0
i_3	$^\circ$	154.109 ± 3.229	171.6 ± 5.2	160.9 ± 5.0
Ω_3	$^\circ$	346.656 ± 7.796	323.2 ± 2.8	353.6 ± 10.0
a	mas	88.305 ± 1.696	83.0 ± 3.0	85.3 ± 2.0

^a Zasche vd. (2014), T_{per} değerini 2454197.2 ± 27.0 JD olarak raporlamıştır; tabloda BJD_{TDB} biriminde verilmiştir.

^b Docobo & Andrade (2013), T_{per} değerini 2016.305 ± 0.050 yıl olarak raporlamıştır; tabloda BJD_{TDB} biriminde verilmiştir.

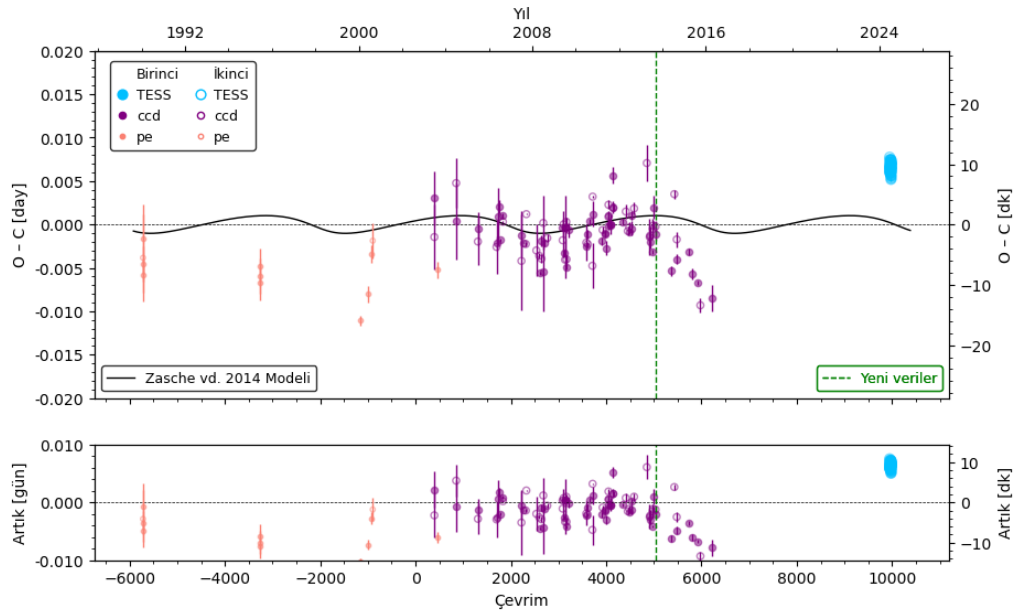


Şekil 5.21 Görsel bileşenin görelî yörüngesi (Şekil açıklaması için bkz. Şekil 5.1.)



Şekil 5.22 V2388 Oph'nin görsel bileşenine ait astrometrik çözümünün ardıl dağılımları

Şekil 5.23'te gösterilen O-C diyagramı, Zsche vd. (2014) tarafından verilen efemeris değerleri kullanılarak oluşturulmuş ve aynı grafikteki model eğrisi de bu çalışmada bulunan parametrelerle çizilmiştir.



Şekil 5.23 V2388 Oph'nin O-C diyagramı

6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu tez çalışmasında; baş bileşenleri örten çift yıldız olan, altı hiyerarşik üçlü sistemin görsel bileşenlerinin farklı gözlem yöntemleriyle elde edilen parametrelerindeki değişimler incelenmiştir. V819 Her, V1031 Ori ve ER Ori sistemlerinde görsel bileşenlerin etkileri, birden fazla gözlemsel veri setinin eş-zamanlı analiziyle ortaya konulmuştur. HT Vir, MR Del ve V2388 Oph sistemlerinde ise görsel bileşenlerin görelî yörüngeleri oluşturularak tutulma zamanlarındaki değişimlerle birlikte değerlendirilmiştir.

6.1 V819 Herculis

V819 Her hiyerarşik üçlü sisteminde üçüncü bileşenin varlığı, ilk kez astrometrik gözlemler, tutulma zamanlarındaki değişimler ve dikine hız ölçümleri eş-zamanlı olarak olasılıklı bir yaklaşım altında incelenmiştir. Daha önce yalnızca “astrometri + dikine hız” ve “astrometri + ETV” analizleri yapılmış olmasına karşın; üçüncü bileşenin her üç yöntemde de kendini göstermesi, parametrelerin ortak bir çözüm çerçevesinde eş-zamanlı kısıtlanmasını olanak sağlamıştır. Bu yaklaşım sayesinde yörüngenin geometrik özellikleri ve ilave bileşenin kütlesi üç ayrı gözlem tekniğiyle birlikte belirlenmiş; elde edilen değerler literatürdeki sonuçlarla uyumlu bulunmuştur.

Zasche ve vd. (2014)’ten sonra gerçekleştirilen beş sektör TESS gözlemi, ortak çözümün ETV analizini önemli ölçüde hassaslaştırmış; dikine hız verilerinin entegrasyonu ise belirsizliklerin daha da küçülmesini sağlamıştır. Yaklaşık 5.5 yıllık görelî yörünge periyodu ve çok sayıda astrometrik ölçüm, yörüngenin eksiksiz biçimde tespit edilebildiğini; üç çevrimlik dikine hız verisi ise üçüncü bileşenin hareketinin dikine hız gözlemleriyle net olarak belirlendiğini ortaya koymaktadır.

6.2 V1031 Orionis

V1031 Ori sisteminde üçüncü bileşenin yörüngesi, daha önce eş-zamanlı astrometri ve ETV analizlerinin yapılmış olmasına karşın, bu tezde ilk kez olasılıkçı bir çerçevede birleştirilerek belirlenmiştir. Daha önce bu ilave cisim için Docobo vd. (2022) sadece astrometrik çözüm, Zasche vd. (2014) ise tutulma zamanlarındaki değişim ile birlikte astrometrik çözümü eş-zamanlı yapmıştır. Astrometrik çözüm pi-dejenerasyonu altında sonuçlar verdiği için yörüngenin yönelimini elde etmek için farklı boyuttan bir gözleme ihtiyaç duyulur; bu sayede eş-zamanlı çözüm Docobo vd. (2022)'nin yayınladığı sonuçlardaki ω_3 ve Ω_3 dejenerasyonunu çözmüştür. Ancak Zasche vd. (2014) tarafından verilen açılarda bir kavram karmaşasının getirdiği yanlışlık göze çarpmaktadır. Raporladıkları ω değeri ilave bileşene ait ω_3 değeri değil, çift yıldızın ilave bileşenle ortak kütle merkezi etrafında yaptığı yörüngesine ait enberinin argümanı ω_{12} değeridir. İlave bileşenin astrometrik ölçümleri ile kısıtlanamayan bu açı yörüngesinin yöneliminin 180 derece kaymasına sebep olur.

Bu tez çalışmasında, astrometrik ölçümler ile son çalışmadan bu yana elde edilen yer-tabanlı gözlemler ve iki sektör TESS verilerinin eş-zamanlı analizi yapılarak tutulma zamanlarındaki değişimin çözümlenmesinde ortaya çıkan π -dejenerasyonu ortadan kaldırılmış ve Zasche vd. (2014) çalışmasında raporlanan yönelim karmaşası düzeltilmiştir. Elde edilen üçüncü bileşen kütlesi, Andersen vd. (1990) tarafından önerilen $2.2 M_{\odot}$ değeriyle örtüşürken, yüksek dışmerkezlik ($e \simeq 0.9325$) enberi yakınındaki astrometrik ölçümlerin yörüngesinin tanımını daha da iyileştireceğini göstermektedir.

6.3 ER Orionis

ER Ori üçlü sisteminde üçüncü bileşenin yörüngesi, astrometrik ölçümler ile tutulma zamanlarındaki değişimlerin eş-zamanlı ve olasılıkçı bir yöntem kullanılarak ilk kez bu tezde birleştirilmiştir. Nelson vd. (2023) ETV analizini, Tokovinin (2021) ise görelî yörünge modelini sunmuş; ancak her iki çalışma da verileri ayrı ayrı işledikleri için π -dejenerasyonu ve parametre uyumsuzluğu sorunlarıyla karşılaşmıştır.

Literatürde ETV ve astrometri ayrı ayrı elde edilen dönem, periastron geçiş zamanı ve enberinin argümanı değerleri, üçüncü bileşenin görsel bileşen olduğu görüşünü desteklemiş ve ortak bir çözüme yönlendirmiştir. Eş-zamanlı çözümün, astrometri ile tutulma zamanlaması verilerinin ayrı ayrı modellenmesiyle elde edilen parametrelerle uyumlu olduğu görülmüştür; ETV analizinde saptanan $2.14 \pm 0.03 \times 10^{-7} M_{\odot} \text{ yıl}^{-1}$ düzeyindeki kütle aktarımına eşlik eden dönemsel değişimin kaynağının, sisteme eşlik eden görsel bileşen olduğu sonucuna varılmıştır. Veri setinin yalnızca bir tam çevrim içermesi ile ETV gözlemlerindeki hata atamalarının gözlem yöntemine göre ortalama değerlerle yapılması, χ^2_{ν} ile AIC ve BIC değerlerinin yüksek bulunmasına yol açmıştır. Ayrıca astrometrik ölçümlerin sınırlı doğruluğu ve enberi bölgesindeki veri eksikliği, model belirsizliğini artırmıştır. Şekil 5.10 incelendiğinde, 1000 ardışık örneklemeden elde edilen yörüngelerin geniş yayılımı, belirsizliğin diğer sistemlere kıyasla daha fazla olduğunu göstermektedir. Üçüncü bileşenin enöte yakınındaki hareketinin yakından izlenmesi amacıyla yapılacak yeni astrometrik konum ölçümleri, yörüngenin tanımlanmasını önemli ölçüde iyileştirecektir. ETV analizinden elde edilen eğim açısına bağlı kütle değeri, bu eş-zamanlı çözümle tutarlı bir şekilde kısıtlanmıştır.

6.4 HT Virginis

HT Vir'in parlak üçüncü bileşeninin görelî yörüngesi, yeni yer-tabanlı gözlemler ve Gaia verilerinin entegrasyonu ile yüksek hassasiyette modellenmiştir. Şekil 5.14'te görüldüğü gibi, ardıl dağılımdan gelen 1000 örnek yörünge, oldukça dar bir bantta toplanmaktadır. Literatürdeki çalışmalarla kıyaslandığında, elde edilen parametrelerin tutarlı olduğu; eklenen yeni veriler ve Gaia ölçümleri sayesinde üçüncü bileşenin yörünge dönemi önceki çalışmalara göre daha düşük bulunmuştur. Şekil 5.15'de HT Vir'in kendisinin O-C diyagramı incelendiğinde, tutulma zamanlarındaki değişimin büyük bölümünün görsel bileşenin hareketinden kaynaklandığı görülmektedir. Kalan karmaşık yapının ise, çift sistemi oluşturan yıldızların yaklaşık 6000 K'lık yüzey sıcaklıkları ve ışık eğrisindeki O'Connell etkisi nedeniyle manyetik aktiviteyle ilişkili olabileceği düşünülmektedir. İleride yapılacak ek minimum zaman gözlemleri, bu ya da başka bir etkinin daha kesin biçimde açıklanmasını sağlayacaktır.

6.5 MR Delphinus

MR Del sistemindeki çift yıldızın etrafında dolanan görsel bileşenin görelî yörünge, yeni yer-tabanlı konum ölçümleri ve Gaia verilerinin birleştirilmesiyle güncellenmiştir. Elde edilen parametreler, Zasche vd. (2014) tarafından rapor edilen değerlerle tutarlılık göstermektedir. Yaklaşık 2000 yıl süren yörüngesi boyunca astrometrik gözlemler büyük ölçüde enberi çevresinde toplanmıştır. Ancak enöte bölgesindeki veri eksikliği, Şekil 5.17’de görülebileceği üzere, bu bölgede yörünge modellemesini yeterince kısıtlayamamıştır. Bu durum, ilgili bölgede belirsizliğin artmasına yol açmaktadır. Görsel bileşenin döneminin uzunluğu göz önüne alındığında yeni gözlemlerle yörüngenin tamamının modellenmesi güç olsa da, özellikle gerçekleştirilecek yeni astrometrik ölçümler belirsizliğin azaltılmasını sağlayabilecektir. Çift yıldızın tutulma zamanları ölçümleri yaklaşık 30 yıllık bir veri aralığını kapsadığından, üçüncü bileşenin etkisini doğrudan izlemek zorlaşmaktadır. Buna karşın, tutulma zamanlarındaki değişim incelendiğinde çok daha kısa dönemli, Kepleryen yapıda bir değişim gözlenmiş ve bu değişim sisteme ilave bir bileşenle açıklanabilmiştir. Bu bileşenin yörüngesi, tutulma zamanlarındaki değişimlerin ayrıntılı analizi yoluyla başarıyla kısıtlanmıştır. Literatürde Özavcı vd. (2020) ve Meng vd. (2021) tarafından önerilen cisimlerin dönemleri incelendiğinde yaklaşık 18 yıllık bir değer elde edildiği görülmektedir. Ancak bu tez çalışmasında yer-tabanlı yeni ölçümler ve TESS verilerinin eklenmesiyle dönem yaklaşık 32 yıla uzamıştır.

Bileşenlerin sıcaklıkları ve ışık eğrilerinin yıldız lekeleriyle modellenebilmesi, O–C diyagramındaki değişimin manyetik etkinlik kökenli olabileceğine işaret etmektedir. Bu nedenle, tutulma zamanlaması verileri (2.28) denklemi ile modellenmiş ve Applegate (1992) tarafından verilen bağıntılar uygulanmıştır. Açısal momentum transferini gerçekleştirecek yıldızın manyetik alan şiddeti, $B = 14.18 \pm 0.08$ kG elde edilmiştir. Applegate (1992) kuramı, bu alan şiddetiyle ilişkili parlaklık değişimini $\Delta m = 0.212 \pm 0.004$ kadir olarak öngörmektedir; oysa MR Del için bildirilen en büyük ışık değişim genliği Cutispoto vd. (1999) tarafından $\Delta m \simeq 0.04$ kadir olarak raporlanmıştır.

Dolayısıyla, mevcut minimum zaman verileri çerçevesinde, O–C diyagramındaki değişimin manyetik etkinlik kaynaklı olmadığı, sistemde ilave bir cismin sebep olduğu dönemsel bir değişim olduğu söylenebilir. Ancak ($e \simeq 0.39$) dışmerkezlikle modellenen bu değişim için henüz tam bir çevrim gözlemi bulunmaması, doğrudan sisteme ilave ek bir bileşene atfedilen değişimin kesinliğini sınırlamaktadır. Gelecekte yapılacak ek minimum zaman gözlemleri, sistemin bu tez çalışmasında önerilen 2+1+1 hiyerarşisini doğrulayacak ya da yeniden şekillendirecektir.

6.6 V2388 Ophiuchi

V2388 Oph yıldızının etrafındaki görsel bileşenin yörüngesi olasılıkçı olarak modellenmiştir. Modelleme sonucunda, bu bileşen için elde edilen yörünge parametrelerinin Zsche vd. (2014) ile Docobo & Andrade (2013) tarafından rapor edilen değerlerle uyumlu olduğu görülmüştür. Yörüngenin tamamı boyunca astrometrik gözlemler gerçekleştirilmiş olsa da, Şekil 5.21’de görülen belirsizlik, ilave hassas ölçümlerle önemli ölçüde azaltılabilir.

Çift yıldızın dönem değişimine bakıldığında, Zsche vd. (2014) tarafından yapılan modelin yer-tabanlı gözlemler ve TESS teleskobu gözlemleri ile model ile uyumlu olmadığı açıkça Şekil 5.23’te görülmektedir. Eş-zamanlı astrometri + ETV çözümünden elde ettikleri $0.54 M_{\odot}$ ’lik kütle değeri, tek başına O–C diyagramında üçüncü bileşenin kesin varlığını kanıtlamak için yeterli bir gösterge olarak kabul edilmemelidir. Bu uyumsuzluk, modelde kullanılan gözlemsel hata terimlerinin küçümsenmiş olabileceğini düşündürmektedir. Aynı zamanda, O–C diyagramındaki değişimlerin yalnızca LiTE etkisiyle açıklanamayacağı, Yakut vd. (2004)’ün de belirttiği üzere, bu tür geç tayf türünden bileşenleri bulunan sistemlerde yaygın olan kromosferik aktivite gibi manyetik süreçlerin de bu değişimleri etkileyebileceği önemle vurgulanmalıdır. Ek olarak, ışık eğrisinin "V" şeklindeki biçiminden daha geniş tabanlı bir profil göstermesi, minimum zamanlarının belirlenmesi sırasında ek belirsizliklerin doğmasına neden olmaktadır. Bu sebeple, çift sistemin tutulma zamanlarındaki değişim, farklı modeller ve yöntemler çerçevesinde yeniden değerlendirilmelidir.

6.7 Paralaks ve Toplam Kütle Değerlendirmesi

Astrometrik modellemelerde, paralaks değeri kullanılarak görel yörünge nin açısal ölçümleri astronomi birimine dönüştürülmekte ve böylece yörünge nin yarı-büyük eksen i ile sistemin toplam kütlesi hesaplanabilmektedir. Bu tez çalışmasında, bu amaçla Gaia DR3'ün paralaks değ erleri tercih edilmiştir.

Cisimlerin paralaks değ erleri, ölçüm belirsizlikleri ile birlikte doğ rudan öncül olarak modele tanıtılmış ve diğ er parametrelerin belirsizlik analizine eş-zamanlı olarak dâhil edilmiştir. İlave bileşenlerin görel yörünge sinin boyutu, modelin ürettiğ i paralaks değ eri kullanılarak astronomi biriminde hesaplanmıştır. Benzer şekilde, sistemin toplam kütlesi de söz konusu paralaks ölçümleri temel alınarak belirlenmiştir. Bu sonuçlar Çizelge 6.2'de sunulmuştur. Çizelge 6.1'te görüldüğ ü üzere, V1031 Ori, ER Ori ve V2388 Oph sistemlerine ait paralaks değ erleri, farklı kataloglarda birbirinden belirgin biçimde ayrılmaktadır. Buna karşılık HT Vir ve MR Del için bildirilen paralaks lar, görece tutarlı ve hassas görünmektedir. Bu farklılığ ın en önemli nedeni, Gaia'nın çoklu sistemlerdeki bileşenleri ayrı ayrı ayırt edememesi ve bu nedenle paralaks ölçümünü sistemin kütle merkezinden de ğ il fotomerkezinden gerçekleştirmesidir. Nitekim Gaia DR3'ten elde edilen RUWE (ing. Renormalized Unit Weight Error) değ erleri V819 Her, V1031 Ori, ER Ori ve V2388 Oph için sırasıyla 11.85, 23.10, 13.03 ve 6.99 düzeyindedir; bu kadar yüksek RUWE değ erleri, ilgili hedeflerin birden fazla bileşenden oluştuğ unu ve ölçümlerin fotometrik karışım yüzünden sapma iç erdiğ ini açıkça ortaya koymaktadır. Fotomerkez-kütle merkezi ayrımının yapılamaması, paralaks belirsizliğ ini artırmakta ve dolayısıyla sistemlerin fiziksel boyutları ya da bileşenlerin birbirine olan uzaklıkları gibi temel parametrelerin güvenilir biçimde hesaplanmasını güç leştirmektedir. Bu nedenle, yalnızca astrometriye dayanan çözümler yerine dikine hız ve dönem değ iş im analizi gibi tamamlayıcı gözlem yöntemlerinin astrometriyle bir arada kullanılması gerekmektedir. Böylelikle bileşen kütleleri ve ortak kütle merkezine olan mesafeleri, kısıtlanmış model parametreleri çerçevesinde yüksek doğrulukla belirlenebilecek ve sistemlerin gerçek fiziksel yapıları tutarlı biçimde ortaya konabilecektir.

Çizelge 6.1 İncelenen altı sistem için farklı kataloglardan elde edilen paralaks değerleri

Sistem	Katalog	π [mas]	σ_π [mas]
V819 Her	DR3	13.81529	0.49629
	DR2	14.13182	0.30185
	DR1	–	–
	Hipparcos	15.53	1.16
	Hipparcos NR	13.52	0.93
V1031 Ori	DR3	2.53813	1.03560
	DR2	2.18978	0.63591
	DR1	–	–
	Hipparcos	4.99	1.04
	Hipparcos NR	4.88	0.73
ER Ori	DR3	5.67160	0.19918
	DR2	4.17176	0.25386
	DR1	6.82896	0.71584
	Hipparcos	–6.68	2.16
	Hipparcos NR	2.44	2.64
HT Vir	DR3	15.78043	0.04119
	DR2	15.80233	0.05479
	DR1	13.95962	0.58288
	Hipparcos	15.39	2.72
	Hipparcos NR	21.56	3.36
MR Del	DR3	22.17629	0.02344
	DR2	22.15931	0.06857
	DR1	–	–
	Hipparcos	22.53	5.13
	Hipparcos NR	20.60	2.47
V2388 Oph	DR3	11.47010	0.16311
	DR2	12.52988	0.19901
	DR1	10.79555	0.43059
	Hipparcos	14.72	0.81
	Hipparcos NR	12.00	0.82

Çizelge 6.2 İncelenen altı sistem için paralaks ve toplam kütle sonuçları

Sistem	π [mas]	$M_{\text{top}} (M_{\odot})$
V819 Her	13.815 ± 0.492	4.901 ± 0.526
V1031 Ori	2.549 ± 1.023	50.129 ± 106.813
ER Ori	5.672 ± 0.197	7.225 ± 1.190
HT Vir	15.785 ± 0.060	4.7079 ± 0.053
MR Del	22.174 ± 0.023	1.1511 ± 0.040
V2388 Oph	11.471 ± 0.164	5.625 ± 0.405

6.8 ρ ve θ Projeksiyonları: 2026–2030

Bu çalışma kapsamında elde edilen nihai yörünge çözümleri kullanılarak, çoklu yıldız sistemlerinde bulunan bileşenlerin 2026–2030 yılları arasındaki açısal ayrıklık (ρ) ve konum açısı (θ) değerleri Çizelge 6.3 ve Çizelge 6.4’de verilmiştir. Bu öngörüler, teleskop/enstrüman seçimini, zaman tahsisi planlamasını ve özellikle sönük bileşenlerin çift yıldız parlaklığı içinde kaybolmadan tespit edilebileceği optimal gözlem zamanlarını önceden belirlemeyi mümkün kılar; ayrıca ilerleyen yıllarda yapılacak astrometrik ölçümler yoluyla model doğrulaması ve parametre belirsizliklerinin daraltılması için güvenilir bir referans sağlar.

Çizelge 6.3 V819 Her sistemindeki görsel bileşenin ρ ve θ projeksiyonları (Kırmızı ile işaretlenen satırlar, listelenen yıllar aralığında en büyük açısal ayrıklığın gözlemlendiği zamanı göstermektedir.)

Yıl	ρ [mas]	θ [°]
2026.0	82.267	142.996
2026.5	100.357	151.642
2027.0	107.884	158.293
2027.5	107.556	164.520
2028.0	100.807	171.193
2028.5	88.484	179.329
2029.0	71.409	190.819
2029.5	51.296	210.683
2030.0	34.392	253.791

Çizelge 6.4 Kalan beş sistemdeki görsel bileşenlerin ρ ve θ projeksiyonları

(a) V1031 Ori			(b) ER Ori		
Yıl	ρ [mas]	θ [°]	Yıl	ρ [mas]	θ [°]
2026.0	168.047	297.117	2026.0	201.975	4.118
2026.5	165.450	297.614	2026.5	205.879	3.882
2027.0	162.571	298.127	2027.0	209.634	3.654
2027.5	159.398	298.661	2027.5	213.241	3.435
2028.0	155.920	299.217	2028.0	216.700	3.223
2028.5	152.112	299.801	2028.5	220.021	3.016
2029.0	147.966	300.416	2029.0	223.194	2.816
2029.5	143.477	301.067	2029.5	226.212	2.622
2030.0	138.610	301.762	2030.0	229.084	2.432
(c) HT Vir			(d) MR Del		
Yıl	ρ [mas]	θ [°]	Yıl	ρ [mas]	θ [°]
2026.0	1093.748	202.014	2026.0	1587.841	77.151
2026.5	1097.020	202.351	2026.5	1584.364	77.280
2027.0	1100.220	202.685	2027.0	1580.876	77.409
2027.5	1103.349	203.018	2027.5	1577.377	77.539
2028.0	1106.408	203.349	2028.0	1573.866	77.669
2028.5	1109.407	203.679	2028.5	1570.335	77.801
2029.0	1112.338	204.007	2029.0	1566.793	77.932
2029.5	1115.195	204.332	2029.5	1563.249	78.065
2030.0	1117.985	204.656	2030.0	1559.696	78.197
(e) V2388 Oph					
Yıl	ρ [mas]	θ [°]			
2026.0	59.558	60.102			
2026.5	71.964	28.952			
2027.0	85.116	7.418			
2027.5	95.984	351.311			
2028.0	103.859	338.107			
2028.5	108.826	326.422			
2029.0	111.159	315.497			
2029.5	111.210	304.829			
2030.0	109.334	293.978			

KAYNAKLAR

- Abhyankar, K. D., & Panchatsaram, T., 1982. *Light-time Effect in AK Herculis and ER Orionis*, Bulletin of the Astronomical Society of India, 10, 315–322.
- Alexander, R. S., 1940. *Studies in Variable Stars*, University of Pennsylvania Publications, 6(Pt. 2), 23.
- Andersen, J., Clausen, J. V., & Nordström, B., 1990. *Absolute Dimensions of Eclipsing Binaries XVI. V1031 Orionis*, Astronomy & Astrophysics, 228, 365–378.
- Applegate, J. H., 1992. *A Mechanism for Orbital Period Modulation in Close Binaries*, The Astrophysical Journal, 385, 621.
- Baize, P., 1988. *Studies of Visual Binary Orbits*, Astronomy & Astrophysics Supplement Series, 74, 507.
- Bahar, E., Şenavcı, H. V., & Baştürk, Ö., 2015. *A Python-based GUI Software to Calculate Times of Maximum and Minimum: Xtrema*, In *Living Together: Planets, Host Stars and Binaries* (Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 496, pp. 288–291).
- Binnendijk, L., 1962. *The Light Variation and Orbital Elements of ER Orionis*, The Astronomical Journal, 67, 86–95.
- Blunt, S., Wang, J. J., Angelo, I., Ngo, H., Cody, D., De Rosa, R. J., Graham, J. R., Hirsch, L., Nagpal, V., Nielsen, E. L., Pearce, L., Rice, M., & Tejada, R., 2020. *orbitize!: A Comprehensive Orbit-fitting Software Package for the High-contrast Imaging Community*, The Astronomical Journal, 159(3), 89.
- Boyd, L. J., Genet, R. M., Hall, D. S., Persinger, W. T., Fried, R. E., Wasson, N. F., Stelzer, H. J., Lines, R. D., Brooks, P. A., & Hoff, D., 1985. *Discovery of Eclipses and Long-Period Variability in the Triple System HR 6469*, Information Bulletin on Variable Stars, 2675, 1.
- Brandt, T. D., Dupuy, T. J., Li, Y., Brandt, G. M., Zeng, Y., Michalik, D., Bardalez Gagliuffi, D. C., & Raposo-Pulido, V., 2021. *orvara: An Efficient Code to Fit Orbits Using Radial Velocity, Absolute, and/or Relative Astrometry*, The Astronomical Journal, 162(5), 186.
- Clausen, J. V., Nordström, B., & Andersen, J., 1989. *Four-colour Photometry of Eclipsing Binaries. XXXII. Light Curves of V 1031 Orionis*, Astronomy & Astrophysics Supplement Series, 81, 197–205.
- Collins, K. A., Kielkopf, J. F., Stassun, K. G., & Hessman, F. V., 2017. *AstroImageJ: Image Processing and Photometric Extraction for Ultra-precise Astronomical Light Curves*, The Astronomical Journal, 153(2), 77.
- Curiel, S., Ortiz-León, G. N., Mioduszewski, A. J., & Torres, R. M., 2020. *An Astrometric Planetary Companion Candidate to the M9 Dwarf TVLM 513–46546*, The Astronomical Journal, 160, 97.

- Cutispoto, G., Kuerster, M., Messina, S., Rodonò, M., & Tagliaferri, G., 1997. *Discovery of Two Short-Period Eclipsing Binaries with Active Components*, *Astronomy & Astrophysics*, 320, 586–593.
- D’Angelo, C., van Kerkwijk, M. H., & Rucinski, S. M., 2006. *Contact Binaries with Additional Components. II. A Spectroscopic Search for Faint Tertiaries*, *The Astronomical Journal*, 132(2), 650–662.
- Djurašević, G., Yılmaz, M., Baştürk, Ö., Kılıçoğlu, T., Latković, O., & Çalışkan, Ş., 2011. *Physical Parameters of Close Binaries QX Andromedae, RW Comae Berenices, MR Delphini, and BD +07° 3142*, *Astronomy & Astrophysics*, 525, A66.
- Docobo, J. A., & Andrade, M., 2013. *Dynamical and Physical Properties of 22 Binaries Discovered by W. S. Finsen*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 428(1), 321–339.
- Finsen, W. S., 1964. *Interferometer Measures of Double Stars*, *Republic Observatory Johannesburg Circular*, 123, 53.
- Florja, N., 1931. *Veränderliche Sterne*, *Gorki* 3, 86.
- Foreman-Mackey, D., Luger, R., Agol, E., Barclay, T., Bouma, L., Brandt, T., Czekala, I., David, T., Dong, J., Gilbert, E., Gordon, T., Hedges, C., Hey, D., Morris, B., Price-Whelan, A., & Savel, A., 2021. *exoplanet: Gradient-based Probabilistic Inference for Exoplanet Data & Other Astronomical Time Series*, *Journal of Open Source Software*, 6(62), 3285.
- Ginsburg, A., Sipócz, B. M., Brasseur, C. E., Cowperthwaite, P. S., Craig, M. W., Deil, C., Guillochon, J., Guzman, G., Liedtke, S., Lian Lim, P., Lockhart, K. E., Mommert, M., Morris, B. M., Norman, H., Parikh, M., Persson, M. V., Robitaille, T. P., Segovia, J.-C., Singer, L. P., Tollerud, E. J., de Val-Borro, M., Valtchanov, I., Woillez, J., Astroquery Collaboration, & a subset of Astropy Collaboration, 2019. *astroquery: An Astronomical Web-querying Package in Python*, *The Astronomical Journal*, 157, 98.
- Goecking, K.-D., Duerbeck, H. W., Plewa, T., Kaluzny, J., Schertl, D., Weigelt, G., & Flin, P., 1994. *The W Ursae Majoris System ER Ori: A Multiple Star*, *Astronomy & Astrophysics*, 289, 827–836.
- Güler, B., 2025. *Çoklu Sistemlerde İlave Bileşen Kaynaklı Dönem Değişimlerinin Analizi Yazılımı*. Yüksek Lisans Tezi (basılmamış). Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı, Ankara.
- Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., Gommers, R., Virtanen, P., Cournapeau, D., Wieser, E., Taylor, J., Berg, S., Smith, N. J., Kern, R., Picus, M., Hoyer, S., van Kerkwijk, M. H., Brett, M., Haldane, A., Fernández del Río, J., Wiebe, M., Peterson, P., Gérard-Marchant, P., Sheppard, K., Reddy, T., Weckesser, W., Abbasi, H., Gohlke, C., & Oliphant, T. E., 2020. *Array programming with NumPy*, *Nature*, 585(7825), 357–362.

- Hoffmeister, C., 1929. *354 Neue Veränderliche*, *Astronomische Nachrichten*, 236, 233.
- Huruhata, M., Nakamura, T., Kitamura, M., & Tanabe, H., 1957. *A Photoelectric Study of the Eclipsing System ER Orionis*, *Annals of the Tokyo Astronomical Observatory*, 5(1).
- Irwin, J. B., 1952. *The Determination of a Light-Time Orbit*, *The Astrophysical Journal*, 116, 211.
- Karami, K., & Mohebi, R., 2009. *Velocity Curve Studies of Spectroscopic Binary Stars V380 Cygni, V401 Cyg, V523 Cas, V373 Cas, and V2388 Oph*, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 30(3–4), 153–163.
- Kazarovets, E. V., Samus, N. N., Durlevich, O. V., Frolov, M. S., Antipin, S. V., Kireeva, N. N., & Pastukhova, E. N., 1999. *The 74th Special Name-list of Variable Stars*, *Information Bulletin on Variable Stars*, 4659, 1.
- Kim, C.-H., Lee, J. W., Kim, H.-I., Kyung, J.-M., & Koch, R. H., 2003. *Photometric Studies of the Triple Star ER Orionis*, *The Astronomical Journal*, 126, 1555–1562.
- Lame'e, M. M., Javanmardi, B., & Riazi, N., 2010. *Photometric Observation and Light Curve Analysis of Binary System ER Orionis*, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 31(2), 97–104.
- Lanza, A. F., & Rodonò, M., 1999. *Orbital Period Modulation and Quadrupole Moment Changes in Magnetically Active Close Binaries*, *Astronomy & Astrophysics*, 349, 887–897.
- Lee, J. W., 2021. *Tidally Perturbed Oblique Pulsations in the Hierarchical Triple System V1031 Orionis*, *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 73(4), 809–816.
- Lippincott, S. L., 1961. *Sirius and its Companion*, *Leaflet of the Astronomical Society of the Pacific*, 8(390), 311.
- Liu, Q., Yang, Y., Leung, K.-C., Zhai, D., & Li, Y.-F., 1988. *ER Orionis: An Almost Contact W UMa System*, *Astronomy & Astrophysics Supplement Series*, 74, 443–448.
- Lu, W., Rucinski, S. M., & Ogłóza, W., 2001. *Radial Velocity Studies of Close Binary Stars. IV*, *The Astronomical Journal*, 122(1), 402–412.
- MacEvoy, B., 2017. *Binary Star Orbit Illustration*. Handprint Astronomical Artistry. Web sitesi: <https://www.handprint.com/ASTRO/bineye3.html>. Erişim: 10 Haziran 2025.
- Mason, B. D., Wycoff, G. L., Hartkopf, W. I., Douglass, G. G., & Worley, C. E., 2001. *The 2001 US Naval Observatory Double Star CD-ROM. I. The Washington Double Star Catalog*, *The Astronomical Journal*, 122(6), 3466–3471.

- Meng, G., Zhang, L.-y., Han, X. L., Long, L., Misra, P., Lu, H.-P., Pi, Q., Liu, Q., Cheng, Y., & Wang, S., 2021. *Photometric Studies of Five Eclipsing Binaries: RS Ser, V0449 Per, MR Del, V593 Cen, and V1095 Her*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 503(1), 324–335.
- Muterspaugh, M. W., Lane, B. F., Konacki, M., Burke, B. F., Colavita, M. M., Kulkarni, S. R., & Shao, M., 2006. *PHASES Differential Astrometry and the Mutual Inclination of the V819 Herculis Triple Star System*, Astronomy & Astrophysics, 446(2), 723–732.
- Muterspaugh, M. W., Lane, B. F., Fekel, F. C., Konacki, M., Burke, B. F., Kulkarni, S. R., Colavita, M. M., Shao, M., & Wiktorowicz, S. J., 2008. *Masses, Luminosities, and Orbital Coplanarities of the Mu Orionis Quadruple-Star System from PHASES Differential Astrometry*, The Astronomical Journal, 135(3), 766–776.
- Nelson, R. H., 2015. *An Updated Period Analysis for ER Orionis: A Definitive Solution*, New Astronomy, 34, 159–163.
- Nelson, R. H., Terrell, D., & Milone, E. F., 2023. *A Critical Review of Period Analyses and Implications for Mass Exchange in W UMa Eclipsing Binaries: Paper 4*, New Astronomy Reviews, 97, 101684.
- O’Brien, D. P., McAlister, H. A., Raghavan, D., Boyajian, T. S., ten Brummelaar, T. A., Sturmann, J., Sturmann, L., Turner, N. H., & Ridgway, S., 2011. *Inner Orbits in Hierarchical Triple Systems from the CHARA Array. I. V819 Her B*, The Astrophysical Journal, 728(2), 111.
- Olsen, E. H., 1977. *Four Colour uvby and H_β Photometry of Field Stars: Double-lined Spectroscopic Binaries, G-type Dwarfs and Early-Type FK4 Stars*, Astronomy & Astrophysics Supplement Series, 29, 313–318.
- Özavcı, İ., Özuyar, D., Şenavcı, H. V., Yılmaz, M., Bahar, E., Baştürk, Ö., Kılıçoğlu, T., Elmaslı, A., Çalışkan, Ş., İzci, D. D., Yörükoğlu, O., & Selam, S. O., 2020. *Orbital Period Analysis of Four Eclipsing Binaries XY Boo, RW Com, MR Del and AK Her*, Acta Astronomica, 70(1), 33–52.
- Patil, A., Huard, D., & Fonnesbeck, C. J., 2010. *PyMC: Bayesian Stochastic Modelling in Python*, Journal of Statistical Software, 35(4), 1–81.
- Pogge, R. W., 2014. *Distances of the Stars*. Web Sitesi: <https://www.astronomy.ohio-state.edu/pogge.1/Ast162/Unit1/distances.html>. Erişim: 10 Haziran 2025.
- Pribulla, T., Rucinski, S. M., Blake, R. M., Lu, W., Thomson, J. R., DeBond, H., Karmo, T., De Ridder, A., Ogłóza, W., Stachowski, G., & Siwak, M., 2009. *Radial Velocity Studies of Close Binary Stars. XV*, The Astronomical Journal, 137(3), 3655–3667.

- Pye, J. P., McGale, P. A., Allan, D. J., Barber, C. R., Bertram, D., Denby, M., Page, C. G., Ricketts, M. J., Stewart, B. C., & West, R. G., 1995. *The ROSAT Wide Field Camera All-Sky Survey of Extreme-Ultraviolet Sources – II. The 2RE Source Catalogue*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 274(4), 1165–1193.
- Rodríguez, E., Claret, A., García, J. M., Zerbi, F. M., Garrido, R., Martín, S., Akan, C., Luedeke, K., Keskin, V., Ibanoglu, C., Evren, S., Tunca, Z., Pekuenlue, R., Paparo, M., Nuspl, J., Krisciunas, K., & Jiang, S. Y., 1998. *HD 163151: a new W UMa type system*, Astronomy & Astrophysics, 336, 920–924.
- Rovithis, P., & Rovithis-Livanou, H., 1986. *The Eclipsing System ER Orionis*, Astronomy & Astrophysics, 155, 46–50.
- Russo, G., Sollazzo, C., Maceroni, C., & Milano, L., 1982. *Determination of Parameters of W UMa System. II: TW Cet, S Ant, U Peg, ER Ori*, Astronomy & Astrophysics Supplement Series, 47, 211–216.
- Rucinski, S. M., Lu, W., Capobianco, C. C., Mochnacki, S. W., Blake, R. M., Thomson, J. R., Ogłóza, W., & Stachowski, G., 2002. *Radial Velocity Studies of Close Binary Stars. VI*, The Astronomical Journal, 124(3), 1738–1745.
- Scarfe, C. D., Barlow, D. J., Fekel, F. C., Rees, R. F., Lyons, R. W., Bolton, C. T., McAlister, H. A., & Hartkopf, W. I., 1994. *The Spectroscopic-Speckle Triple System HR 6469*, The Astronomical Journal, 107, 1529.
- Söderhjelm, S., 1999. *Visual Binary Orbits and Masses Post HIPPARCOS*, Astronomy & Astrophysics, 341, 121–140.
- van Hamme, W. V., Hall, D. S., Hargrove, A. W., Henry, G. W., Wasson, R., Barkslade, W. S., Chang, S., Fried, R. E., Green, C. L., Lines, H. C., Lines, R. D., Nielsen, P., Powell, H. D., Reisenweber, R. C., Rogers, C. W., Shervais, S., & Tatum, R., 1994. *The Two Variables in the Triple System HR 6469=V819 Her: One Eclipsing, One Spotted*, The Astronomical Journal, 107, 1521.
- Vousden, W. D., Farr, W. M., & Mandel, I., 2016. *Dynamic Temperature Selection for Parallel Tempering in Markov Chain Monte Carlo Simulations*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 455(2), 1919–1937.
- Wasson, R., Hall, D. S., Hargrove, A. W., Bertoglio, A., Burke, Jr., E. W., Frey, G. J., Fried, R. E., Galli, G., Green, C. L., Iacovone, R. A., Jones, N., Lines, H. C., Lines, R. D., Mattingly, P., Milton, R. E., Nelson, R., Nolthenius, R., Powell, H. D., Nix, R. M., Passour, J. L., Robb, S., Snyder, L. F., & Williams, D. B., 1994. *Ten Years of Eclipse Timings to Refine The Period of HR 6469=V819 HER*, The Astronomical Journal, 107, 1514.
- Wikimedia Commons, 2016. *Components of Proper Motion*. Web Sites: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Components_of_proper_motion.svg
Erişim: 10 Haziran 2025.

- Wikimedia Commons, 2018. *Proper Motion*. Web Sites: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Proper_motion.svg. Erişim: 10 Haziran 2025.
- Yakut, K., Kalomeni, B., & İbanoğlu, C., 2004. *An Analysis of the Light Curves of the Overcontact Binary System V2388 Ophiuchi*, *Astronomy & Astrophysics*, 417, 725–730.
- Yıldız, M., 2014. *Origin of W UMa-type Contact Binaries – Age and Orbital Evolution*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 437(1), 185–194.
- Zasche, P., Uhlář, R., & Svoboda, P., 2014. *The Study of Triple Systems V819 Her, V2388 Oph, and V1031 Ori*, *Acta Astronomica*, 64(2), 125–150.
- Zasche, P., Juryšek, J., Nemravová, J., Uhlář, R., Svoboda, P., Wolf, M., Hoňková, K., Mašek, M., Prouza, M., Čechura, J., Korčáková, D., & Šlechta, M., 2017. *V773 Cas, QS Aql, and BR Ind: Eclipsing Binaries as Parts of Multiple Systems*, *The Astronomical Journal*, 153(1), 36.
- Zasche, P., & Wolf, M., 2019. *VizieR Online Data Catalog: Times of Minima for 21 Early-type SMC Eccentric EBs (J/AJ/157/87)*, *VizieR On-line Data Catalog*, 5157, 0087.

EK: MR Del'in bu tez çalışması kapsamında yapılan gözlemler sonucu elde edilen tutulma ortası zamanları

Tutulma Ortası Zaman (BJD_{TDB})	Hata	Tür	Filtre	Teleskop
2460139.405707	0.000041	I	R	T35
2460525.456763	0.000057	I	V	IST40
2460529.369638	0.000069	II	R	T35